



ISSN 1311-0829

**ГОДИШНИК НА ТЕХНИЧЕСКИ
УНИВЕРСИТЕТ-СОФИЯ
Том 63, книга 3, 2013**



**PROCEEDINGS OF TECHNICAL
UNIVERSITY OF SOFIA
Volume 63, Issue 3, 2013**

РЕДАКЦИОННА КОЛЕГИЯ

главен редактор

проф. дтн Емил НИКОЛОВ

зам. главен редактор

проф. дтн Елена ШОЙКОВА

членове

проф. дтн Георги ПОПОВ

проф. дтн Иван КОРОБКО

проф. дфн Иван УЗУНОВ

проф. дтн Иван ЯЧЕВ

проф. дтн Кети ПЕЕВА

проф. дтн Ганчо БОЖИЛОВ

проф. д-р Бончо БОНЕВ

проф. д-р Евелина ПЕНЧЕВА

проф. д-р Иво МАЛАКОВ

проф. д-р Младен ВЕЛЕВ

проф. д-р Огнян НАКОВ

секретар-организатор

инж. Мария ДУХЛЕВА

EDITORIAL BOARD

Editor -in -Chief

Prof. D.Sc. Emil NIKOLOV

Editor -in -Vice -Chief

Prof. D.Sc. Elena SHOYKOVA

Editors

Prof. D.Sc. Georgi POPOV

Prof. D.Sc. Ivan KOROBKO

Prof. D.Sc. Ivan UZUNOV

Prof. D.Sc. Ivan YACHEV

Prof. D.Sc. Ketii PEEVA

Prof. D.Sc. Gantcho BOJILOV

Prof. Ph.D. Boncho BONEV

Prof. Ph.D. Evelina PENCHEVA

Prof. Ph.D. Ivo MALAKOV

Prof. Ph.D. Mladen VELEV

Prof. Ph.D. Ognyan NAKOV

Organizing Secretary

Eng. Maria DUHLEVA

Технически университет-София
София 1000, бул. "Кл. Охридски" 8
България <http://tu-sofia.bg>

Technical University of Sofia
Sofia, 1000, boul. Kliment Ohridski 8
Bulgaria <http://tu-sofia.bg>



© Технически Университет-София
© Technical University of Sofia
All rights reserved

ISSN 1311-0829

СЪДЪРЖАНИЕ том 63, книга 3

01. Иван Трендафилов.	09
<i>Някои приложения на теория на полупръстените</i>	
02. Иван Трендафилов, Димитринка Владева	19
<i>Подполупръстени на триъгълници с една и съща конфигурация</i>	
03. Емил Николов, Нина Г. Николова	29
<i>Модел и анализ на процеса плавно дроселиране в регулиращине органи - стационарен режим, загуби на мощност - I част</i>	
04. Емил Николов, Нина Г. Николова	39
<i>Модел и анализ на процеса плавно дроселиране в регулиращине органи - стационарен режим, загуби на мощност - II част</i>	
05. Александър Ефремов.	49
<i>Рекурентни невронни мрежи в пазарния и финансовия сектор на икономиката</i>	
06. Александър Ефремов.	59
<i>Числено устойчив алгоритъм за обучение на невронни мрежи за данни с голяма размерност</i>	
07. Станислав Енев	69
<i>Нелинейно управление на трифазни асинхронни двигатели с коменсиране на кръстосаните връзки между електромагнитния момент и статорното потокосцепление</i>	
08. Станислав Енев	79
<i>Дискретен нелинеен закон за управление на асинхронни двигатели</i>	
09. Иван Кралов	87
<i>Влияние на дебелината на ореребвяването при плочи с отвори върху собствените им честоти</i>	
10. Костадин Брандиски.	93
<i>Моделиране с 3D крайни елементи на всенасочени бобини за безжично предаване на енергия</i>	
11. Снежана Плешкова-Бекярска	99
<i>Програмна реализация на метода LD CELP за кодиране на говорни сигнали</i>	
12. Снежана Плешкова-Бекярска	107
<i>Изследване на банка филтри от типа <i>gammachirp</i> за кодиране на аудио сигнали</i>	
13. Диляна Господинова, Ивайло Иванов, Петър Динев, Люсиен Велева	115
<i>Термичен анализ на дървесина от мексикански бял кедър (<i>cupressus lusitana</i>) огнезащитена чрез плазмено-подпомогната импрегнация със забавители на горенето</i>	

14. Анна Андонова, Симона Партинова.	125
<i>Технология на насищане на печатни платки по метода на повърхностния монтаж - дефекти и начини за отстраняването им</i>	
15. Симона Партинова, Анна Андонова.	135
<i>Описание методологията на автоматичен визуален контрол при насищане на печатни платки</i>	
16. Николай Каканаков.	145
<i>Аналитично оценяване на закъсненията в локални мрежи от контролери</i>	

CONTENTS volume 63, Issue 3

1. Ivan Trendafilov	09
<i>Some Applications of Semiring Theory</i>	
2. Ivan Trendafilov, Dimitrinka Vladeva.	19
<i>Subsemirings of The Triangles with the Same Configuration</i>	
3. Emil Nikolov, Nina G. Nikolova.	29
<i>Models and Analysis of The Smooth Flow Control in the Control Valves - Stationary Mode, Power Losses - part I</i>	
4. Emil Nikolov, Nina G. Nikolova.	39
<i>Models and Analysis of The Smooth Flow Control in the Control Valves - Stationary Mode, Power Losses - part II</i>	
5. Alexander Efremov	49
<i>Recurrent Artificial Neural Networks in Market and Finance Sectors</i>	
6. Alexander Efremov	59
<i>A Large Scale Numerically Stable Algorithm for Training of Neural Networks</i>	
7. Stanislav Enev	69
<i>Nonlinear Speed Control of Three-Phase Induction Motors with Torque and Stator Flux Decoupling</i>	
8. Stanislav Enev	79
<i>A Discrete-Time Nonlinear Control Law for Current-Fed Induction Motors</i>	
9. Ivan Kralov.	87
<i>Influence of the Rimming width of Holes Upon Rectangular Plates Natural Frequencies</i>	
10. Kostadin Brandisky	93
<i>3D Fem Modelling of Omnidirectional Coils for Wireless Power Transfer</i>	
11. Snejana Pleshkova - Bekiarska	99
<i>Software Implementation of LD CELP Method for Speech Coding</i>	
12. Snejana Pleshkova - Bekiarska.	107
<i>Research of Gammachirp Filter Bank for Audio Signal Coding</i>	
13. Dilyana Gospodinova, Ivaylo Ivanov, Peter Dineff, Lucien Veleva.	115
<i>Investigation on Plasma-Aided Flame Retardation of Mexican White Cedar (Cupressus Lusitanica) Wood by Thermal Analysis</i>	
14. Anna Andonova, Simona Partinova	125
<i>SMT Reflow Soldering - Typical Defects and Solutions</i>	
15. Simona Partinova, Anna Andonova	135
<i>Description of Methodology for Automatic Optical Inspection</i>	
16. Nikolay Kakanakov	145
<i>Analytical Estimation of the Delays in Local Networks</i>	

Author's Index Volume 63 Issue 3

<i>No</i>		<i>author</i>	<i>page</i>
1	Alexander	Efremov	49 ; 59
2	Anna	Andonova	125 ; 135
3	Dilyana	Gospodinova	115
4	Dimitrinka	Vladeva	19
5	Emil	Nikolov	29 ; 39
6	Ivan	Kralov	87
7	Ivan	Trendafilov	09 ; 19
8	Ivaylo	Ivanov	115
9	Kostadin	Brandisky	93
10	Lucien	Veleva	115
11	Nikolay	Kakanakov	145
12	Nina G.	Nikolova	29 ; 39
13	Peter	Dineff	115
14	Simona	Partinova	125 ; 135
15	Snejana	Pleshkova-Bekiarska	99 ; 107
16	Stanislav	Enev	69 ; 79

Volume 63 Issue 3

pages
138

articles
16

authors
16

НЯКОИ ПРИЛОЖЕНИЯ НА ТЕОРИЯ НА ПОЛУПРЪСТЕНИТЕ

Иван Трендафилов

Резюме: Тази обзорна статия е продължение на забележителната статия на Голан [49] от 2005 г. Целите ни са да покажем, че има много нови статии и книги от всичките области, отбелязани в [49] и да регистрираме нови области на приложения на полупръстените.

Ключови думи: полупръстени, приложения на теория на полупръстените.

SOME APPLICATIONS OF SEMIRING THEORY

Ivan Trendafilov

Abstract: This survey paper is continuation of Colan's remarkable paper [49] in 2005. Our aims are to show that there are many new papers and books in all the areas pointed in [49] and to register some new areas of semiring applications.

Keywords: semirings, applications of semiring theory.

1 Introduction

An algebra $R = (R, +, \cdot)$ is called **semiring** if: $(R, +)$ is a commutative semigroup, $(R, \cdot)$ is semigroup, $x \cdot (y + z) = x \cdot y + x \cdot z$ and $(x + y) \cdot z = x \cdot z + y \cdot z$ for any $x, y, z \in R$. If $(R^*, \cdot)$ is a group, R is called **semifield**. If a neutral element 0 of $(R, +)$ exists and satisfies $0 \cdot x = x \cdot 0 = 0$ for all $x \in R$, then it is called **zero**. If a neutral element 1 of $(R, \cdot)$ exists, it is called **identity**.

An element a of a semiring R is called **additively (multiplicatively) idempotent** if $a + a = a$ ($a \cdot a = a$). A semiring R is called **additively idempotent** if each of its elements is additively idempotent. The additively idempotent semifields have many applications. Note that such semifield by the Krull-Kaplansky-Jaffard-Ohm theorem is isomorphic to the semifield of finitely generated fractional ideals of a Bezout domain. Facts concerning semirings can be found in J. Golan's book [48].

The first important example of semiring we find in the work of Richard Dedekind [31] in 1894 studying the algebra of ideals of commutative ring. Semirings were later introduced by Harry Vandiver [115] in 1934, but they failed to become immediately popular in the mathematical community. The importance of semirings in automata theory was first recognized by Marcel Schützenberger [99] in 1961 established his theory of weighted automata and rational power series.

2 Automata theory

The basic ideas for automata theory and formal languages, which goes back to *Stephen Kleene* [65], are in *Samuel Eilenberg*'s book [43] in 1974. But 3 years earlier in [26] *John Conway* has independent study followed in 1978 by another landmark book by *Arto Salomaa* and *Matti Soittola* [98]. The basic algebraic structures used in these books are semirings. New ideas in automata theory, formal languages and many other applications one can find in the book [95] and in the encyclopedia [18]. Recently, various aspects of applications of semirings in automata theory appears in [25], [27], [40], [45], [47], [61], [76] and [120].

Weighted finite automata are of great theoretical and practical interest in computer science. They play a crucial role in the structure theory of **recognizable languages**. Weighted finite automata also have practical applications in **speech recognition** and **image compression**, [3] and [4]. The behavior of a weighted finite automaton can be described as a formal power series, i.e., a mapping from a free monoid into some semiring. There exists a general property, the twins property, first formulated for finitestate transducers by *C. Choffrut*, that provides a characterization of determinizable weighted automata under some general conditions. The test of the twins property for finite-state transducers and weighted automata over other semirings is discussed by [2]. Two basic quotient operations for formal power series, where underlying semiring is complete are considered in [68].

3 Logic and theoretical computer science

In 1969, Sir *Charles Antony Richard Hoare* in [55] introduced a formal system, known as Hoare logic, to investigate specification and verification of computer programs. In the last 40 years several such formal systems were introduced connected with various semirings which are used as a context to study program specification and correctness — Hoare algebras, dynamic algebras, Kleene algebras [52], [17] and [47]. Note that additively idempotent semirings are fundamental structures in computer science with widespread applications. More recently, modal operators for idempotent semirings have been introduced in order to model properties of programs and transition systems more conveniently and to link algebraic formalisms with traditional approaches such as dynamic and temporal logics, see [19], [20] and [34]. Algebraic model counting, [64], generalizes many well-known tasks in a variety of domains such as **probabilistic inference**, **soft constraints** and **network** and **database analysis**. MV-algebras were introduced as the algebraic counterpart for the infinite valued **logic of Łukasiewicz**. *Antonio Di Nola* and *Brulella Gerla* in [38] introduces the notion of MV – semirings and MV – automata, see also [16] and [39].

4 Max algebra

Max-algebra has been studied in research papers and books from the early 1960's. First paper was that of British industrial mathematician *Raymond Cuninghame-Green* [29] in 1960 followed by numerous other articles summarized in a lecture notes volume [28] in 1979. Independently, two pioneering articles were published, by *N.N. Vorobyov* [118] and [119]. More recently max-algebra has established rich connections with **automata theory**, **discrete event systems**, **nonexpansive mappings**, **nonlinear partial differential equations**, **optimisation theory** and **large deviations**.

Let us denote $\mathbb{R}_{\max} = \mathbb{R} \cup \{-\infty\}$ and for any $a, b \in \mathbb{R}_{\max}$ define $a \oplus b = \max\{a, b\}$ and $a \otimes b = a + b$ (here $+$ is the usual addition in the field of real numbers $\mathbb{R}$) and $a + (-\infty) = -\infty$. The semiring $(\mathbb{R}_{\max}, \oplus, \otimes)$ is an additively idempotent semiring and it is called **max-plus semiring** or sometimes **shedule algebra**. The neutral element of this semiring with respect to addition is $-\infty$ and the neutral element with respect to multiplication is 0. Since every element $a \in \mathbb{R}_{\max}$, $a \neq -\infty$, has an inverse with respect to multiplication, this semiring is a semifield. Max-algebra is the analogue of linear algebra developed over additively idempotent semifield $\mathbb{R}_{\max}$, see [5], [6], [7], [8], [22] and [24]. Some max-linear programs and solution methods are shown in [23]. Theory of max algebraic eigenvectors and subeigenvectors and some properties of Kleene stars are investigated in [100] – [104].

The dual of max-plus semiring is the semiring $(\mathbb{R}_{\min}, \oplus, \otimes)$ called **min-plus semiring** or **optimization algebra**. Here $\mathbb{R}_{\min} = \mathbb{R} \cup \{\infty\}$ where for any $a, b \in \mathbb{R}_{\min}$ we define $a \oplus b = \min\{a, b\}$, $a \otimes b = a + b$ and $a + \infty = \infty$ for any $a \in \mathbb{R}_{\min}$.

The semifields $\mathbb{R}_{\max}$ and $\mathbb{R}_{\min}$ are called **tropical semirings**. The term tropical semirings was introduced in computer science to denote discrete versions of the max-semirings, for instance $(\mathbb{N} \cup \infty, \min, +)$. Semirings of this type were called tropical semirings by french algebraist *Dominic Perrin* in honour of *Imre Simon*, [105] (who is a Brazilian mathematician and computer scientist) because of his pioneering activity in this area, see the paper of *Jean-Eric Pin* in [51].

There is a semiring isomorphism $\Phi : (\mathbb{R}_+, \max, \cdot) \rightarrow \mathbb{R}_{\min}$ such that $\Phi(x) = -\log x$. This is a base to consider some models with application in statistics and computational biology, [91] and [92]. Entropy semiring algorithm for Hidden Markov Models is given in [56]. Maximum-likelihood decoding of a linear code over a memoryless channel, probabilistic inference in Bayesian networks, a “probabilistic state machine” problem, are considered in [1]. New type of supermartingale decomposition using “Max plus martingale” and applications to portfolio insurance are given in [62]. Max semiring analogue of law of large numbers occur in [85]. Many other applications of max semirings one can find in [35], [53], [67] and [77].

5 Idempotent analysis

The school of Russian mathematicians led by academician *Victor Pavlovich Maslov* (V. A. Steklov Institute of Mathematics, Russian Academy of Sciences and Lomonosov Moscow State University) create in 1985 a new theory called *idempotent analysis*, [79] and [81]. In fact, idempotent analysis is based on replacing the field $\mathbb{R}$ by the semifield $\mathbb{R}_{\max}$. The most important is that many problems that are nonlinear in the usual sense become linear with respect to an appropriate new arithmetic, i.e., linear over a suitable semiring. This is so-called **idempotent superposition principle**, which is a natural analog of the well-known **superposition principle in Quantum Mechanics**. The idempotent analysis serves as a powerful heuristic tool to construct new algorithms and apply unexpected analogies and ideas borrowed, e.g., from mathematical physics and quantum mechanics. The abstract theory includes, in particular, a new integration theory, linear algebra and spectral theory, idempotent functional analysis, idempotent Fourier transforms, etc. Its applications are various optimization problems such as **multi-criteria decision making, optimization on graphs, discrete optimization with a large parameter, optimal design of computer systems and computer media, optimal organization of parallel data processing, dynamic programming, applications to differential equations, numerical analysis, discrete event systems**, see [12] – [15], [32] – [33], [46], [63], [66], [69] – [75], [77] and references therein. In 2010 academician *Victor Pavlovich Maslov*, see [80], consider the relationship between the tropical mathematics and the humanitarian-economic catastrophe of 17th century.

6 Tropical algebraic geometry

Tropical geometry can be viewed as a sort of algebraic geometry over semifield $\mathbb{R}_{\max}$ ($\mathbb{R}_{\min}$). Tropical geometry describes some meaningful geometric objects, namely, the Tropical Varieties. From the topological point of view the tropical varieties are piecewise-linear polyhedral complexes equipped with a particular geometric structure coming from max algebra. From the point of view of complex geometry this geometric structure is the worst possible degeneration of complex structure on a manifold. From the point of view of symplectic geometry the tropical variety is the result of the Lagrangian collapse of a symplectic manifold. The foremost workers in this area are *Aleksander Barvinok*, see [13] – [15], *Zur Izhakian*, see [58] – [60], *Grigory Mikhalkin*, see [57], [86] – [89], *Eugenii Shustin*, see [78], [106], [107] and *Berndt Sturmfels*, see [36], [37], [44], [97], [109] and [110]. Some of basic conceptions: **amoebas** of algebraic varieties and their geometric properties are treated in [57], [86], [93], [96], [106] and [112]. A construction, well known in the topology of real algebraic varieties is **patchworking** technique of *Oleg Viro*, see

[116], [117], [106] and [57]. **Gröbner bases** for semirings are considered in [21] and [54]. **Tropicalization** is an operation that turns complex projective varieties into polyhedral fans, see [37] and [94]. Tropical counterparts of **Plücker relations** are considered in [30]. Jenia Tevelev, see [111], study **tropical compactifications** of subvarieties of algebraic tori.

7 Cryptography

In 2007 *Gérard Maze*, *Chris Monico* and *Joachim Rosenthal*, see [82], suggested one of the first cryptosystems based on semigroups and semirings using some ideas from [10] and their earlier paper [84]. Such problems they study in [83]. Also in 2007 *Slavin*, see [108], filed an US patent for this cryptosystem. In 2010 – 2012 *Ivan Trendafilov* and *Mariana Durcheva*, see [113], [114] and [41] proposed a similar cryptosystems based on semigroups and semirings. In 2011 *Dima Grigoriev* and *Vladimir Shpilrain*, [50], first employ tropical semirings as platforms for cryptographic schemes. Many other cryptosystems based on semirings are investigated in [9], [11], [42] and [90].

References

- [1] Aji S., McEliece R. (2000), *The generalized distributive law*, IEEE Trans. Inform. Theory 46 (2000), 325 – 343.
- [2] Allauzen C., Mohri M. (2003), *Efficient algorithms for testing the twin primes property*, J. Autom. Lang. Combin. 8 (2003), 117 – 144.
- [3] Allauzen C., Mohri M. (2009), *Linear-Space Computation of the Edit-Distance between a String and a Finite Automaton*, arXiv:0904.4686v1 [cs.FL] 29 Apr 2009.
- [4] Allauzen C., Mohri M., Roark B. (2008), *General algorithms for testing the ambiguity of finite automata*, In Proceedings of Twelfth International Conference Developments in Language Theory (DLT 2008). volume 5257 of Lecture Notes in Computer Science, Kyoto, Japan, September 2008. Springer, Heidelberg, Germany.
- [5] Akian M., Bapat R., Gaubert S. (2007), *Max-plus algebras*. In L. Hogben, R. Brualdi, A. Greenbaum, R. Mathias (Eds.), Discrete mathematics and its applications: Vol. 39. Handbook of linear algebra. Boca Raton: Chapman & Hall/CRC. Chap. 25.
- [6] Akian M., Gaubert S., Guterman A. (2009), *Linear independence over tropical semirings and beyond*. In G. L. Litvinov, S. N. Sergeev (Eds.), Contemporary mathematics series: Vol. 495. Proceedings of the international conference on tropical and idempotent mathematics (pp. 1 – 38). Providence: AMS.
- [7] Akian M., Gaubert S., Kolokoltsov V. (2005), *Set Coverings and Invertibility of Functional Galois Connections*, – in [72], p. 19 – 52.
- [8] Akian M., Gaubert St., Nitiča V., Singer I. (2011), *Best approximation in max-plus semimodules*, Linear Algebra and its Applications, V. 435, Issue 12, 15 December 2011, Pages 3261 – 3296.
- [9] Anjaneyulu G., Vasudeva Reddy P., Reddy U. (2008), *Secured Digital Signature Scheme using Polynomials over Non-Commutative Division Semirings* IJCSNS International Journal of Computer Science and Network Security, VOL.8 No.8, August 2008, 278 – 284.
- [10] Anshel I., Anshel M., Goldfeld D. (1999), *An algebraic method for public-key cryptography*, Math. Res. Lett. 6, (1999) 1 – 5.

- [11] Atani R. E. (2007), *Public Key Cryptography Based on Semimodules over Quotient Semirings*, International Mathematical Forum 2, 2007, no. 52, 2561 – 2570.
- [12] Baccelli F., Cohen G., Olsder G., Quadrat J-P. (2001), *Synchronization and Linearity. An Algebra for Discrete Event Systems*, INRIA web edition, october 2001.
- [13] Barvinok A. (1993), *Combinatorial Optimization and Computations in the Ring of Polynomials*, DIMACS Technical Report 93 – 13, 1993.
- [14] Barvinok A. (2012), *Matrices with prescribed row and column sums*, arXiv:1010.5706v1 [math.CO] 27 Oct 2010
- [15] Barvinok A. (2012) *Thrifty approximations of convex bodies by polytopes*. arXiv:1206.3993v2 [math.MG] 6 Jul 2012.
- [16] Belluce L. P., Di Nola A. (2009), *Commutative Rings whose Ideals form an MV-algebra*, Mathematical Logic Quarterly, 55 (5), 468 – 486, 2009.
- [17] Bergstra J., Klop J. (1984), *The algebra of recursively defined processes and the algebra of regular processes*, in J. Paredaens (ed.): Automata, Languages and Programming, Lecture Notes in Computer Science No 172, Springer – Verlag, Berlin, 1984.
- [18] Berstel J., Perrin D., Reutenauer C. (2010), *Codes and Automata*, *Encyclopedia of Mathematics and its Applications No 129*, Cambridge University Press, 2010.
- [19] Bertelle C., Duchamp G., Khatatneh Kh. (2005), *Tables, Memorized Semirings and Applications*, arXiv:cs/0502081v1 [cs.MA] 20 Feb 2005.
- [20] Bistarelli St. (2004), *Semirings for Soft Constraint Solving and Programming*, Springer-Verlag, Berlin, Heidelberg, 2004.
- [21] Bokut L. A., Chen Y., Mo Q. (2012), *Gröbner-Shirshov bases for semirings*, arXiv:1208.0538v1 [math.RA] 20 Jul 2012.
- [22] Butkovič P. (2010), *Max-linear Systems: Theory and Algorithms*, Springer-Verlag London Limited, 2010.
- [23] Butkovič P., Aminu A. (2008). *Introduction to max-linear programming*. IMA Journal of Management Mathematics, 20(3), 1 – 17.
- [24] Butkovič P., Cuninghame-Green R. A. (2007). *The eigenproblem for matrix powers in max-algebra*, Linear Algebra and Its Applications, 421, 370 – 381.
- [25] Carta – Gerardino E., Babali P. (2010), *Weighted Automata and Recurrence Equations for regular languages*. arXiv:1007.1045v2 [cs.FL] 26 Jul 2010.
- [26] Conway J. (1971), *Regular Algebra and Finite Machines*, Chapman and Hall, London, 1971.
- [27] Crosswhite G. (2012), *Embracing divergence: a formalism for when your semiring is simply not complete, with applications in quantum simulation*, arXiv:1208.0659v2 [cs.FL] 5 Dec 2012.
- [28] Cuninghame-Green R. (1979), *Mini-max algebra*. Volume 166 of Lecture Notes in Economica and Mathematical Systems. Springer-Verlag, Berlin (1979).
- [29] Cuninghame-Green R. (1960), *Process synchronisation in a steelworks – a problem of feasibility*. In Banbury & Maitland (Eds.), Proc. 2nd int. conf. on operational research, London, English University Press, 1960, 323 – 328.
- [30] Danilov V., Karzanov A., Koshevoy G. (2012), *Planar flows and quadratic relations over semirings*, arXiv:1102.2578v2 [math.CO] 29 Jan 2012.
- [31] Dedekind R. (1894), *Über die Theorie der ganzen algebraischen Zahlen*, Supplement XI to P. G. Lejeune Dirichlet: Vorlesung über Zahlentheorie 4 Aufl., Druck und Verlag, Braunschweig, 1894.
- [32] Del Moral P., Doisy M. (1998), *Maslov idempotent probability calculus I*, Theory Probab. Appl. 43 (1998), 562 – 576.
- [33] Del Moral P., Doisy M. (1999), *Maslov idempotent probability calculus II*, Theory Probab. Appl. 44 (1999), 319 – 332.

- [34] Desharnais J., Möller B., Struth G. (2011), *Algebraic notion of termination*, Logical Methods in Computer Science Vol. 7 (1:1) 2011, pp. 1 – 29.
- [35] Deshpande A. (2010), *Max-Plus Representation for the Fundamental Solution of the Time-Varying Differential Riccati Equation*, arXiv:0903.0405v3 [math.OC] 27 Dec 2010.
- [36] Develin M., Santos F., Sturmfels B. (2004), *On the rank of a tropical matrix*, arXiv:math/0312114v2 [math.CO] 23 May 2004.
- [37] Dickenstein A., Feichtner E., Sturmfels B. (2007) *Tropical discriminants*. J. Amer. Math. Soc., 20(4): 1111 – 1133, 2007.
- [38] Di Nola A., Gerla B. (2005), *Algebras of Łukasiewicz’s Logic and their Semiring Reducts*, Idempotent Mathematics and Mathematical Physics, 131 – 144, Contemp. Math., 377, Amer. Math. Soc., 2005.
- [39] Di Nola A., Russo C. (2011), *Semiring and semimodule issues in MV-algebras*, arXiv:1002.4013v6 [math.RA] 20 Sep 2011.
- [40] Droste M., Vogler H. (2012), *The Chomsky-Schutzenberger Theorem for Quantitative Context-Free Languages*, arXiv:1208.3942v1 [cs.FL] 20 Aug 2012.
- [41] Durcheva M., Trendafilov I. (2012), *Public Key Cryptosystem Based on Max - Semirings*, Appl. Math. in Eng. and Econ. - 38th Int. Conf., AIP Conf. Proc., Vol. 1497 (2012) 357 – 364.
- [42] Dwivedi A., Ojha D., Sharma A., Mishra A. (2011), *A Key-Agreement Protocol using Polynomials Root Problem over Non-Commutative Division Semirings*, International Journal of Computer Information Systems, Vol. 2, No. 3 (2011) 60 – 69.
- [43] Eilenberg S. (1974), *Automata, Languages, and Machines*, vol A, Academic Press, New York, 1974.
- [44] Eriksson N., Ranestad K., Sturmfels B., Sullivant S. (2005), *Phylogenetic algebraic geometry*, In Projective varieties with unexpected properties, 2005, 237 – 255.
- [45] Ésik Z., Maletti A. (2010), *Simulation vs. Equivalence*, arXiv:1004.2426v1 [cs.FL] 14 Apr 2010.
- [46] Fleming W., Kaise H., Sheu Sh. (2009), *Max-plus Stochastic Control and Risk-sensitivity*. arXiv:0901.3007v1 [math.OC] 20 Jan 2009.
- [47] Fülöp Z., Vogler H. (2012), *Characterizing Weighted MSO for Trees by Branching Transitive Closure Logics*, arXiv:1208.5317v1 [cs.FL] 27 Aug 2012.
- [48] Golan J. (1999), *Semirings and Their Applications*, Kluwer, Dordrecht, 1999.
- [49] Golan J. (2005), *Some recent applications of semiring theory*, INTERNATIONAL CONFERENCE ON ALGEBRA IN MEMORY OF KOSTIA BEIDAR, National Cheng Kung University, Tainan, March 6 – 12, 2005.
- [50] Grigoriev D., Shpilrain V. (2011), *Tropical cryptography*, Max-Planck-Institut für Mathematik Preprint Series 11, 2011.
- [51] Gunawardena J. (editor) (1998), *Idempotency*, Publications of the Isaac Newton Institute, Cambridge: Vol. 11. Cambridge, Cambridge University Press, 1998.
- [52] Harel D. (1979), *First-Order Dynamic Logic*, Lecture Notes in Computer Science V.68, Springer-Verlag, Berlin, 1979.
- [53] Heidergott B., Olsder G., van der Woude J. (2005), *Max plus at work: modeling and analysis of synchronized systems. A course on max-plus algebra*. Princeton: Princeton University Press.
- [54] Hept K., Theobald Th. (2009), *Tropical bases by regular projections*. Proc. Amer. Math. Soc., 137(7): 2233 – 2241, 2009.
- [55] Hoare C. (1969), *An axiomatic basis for computer programming*, Comm. ACM 12 (1969), 576 – 580.
- [56] Ilić V. (2011), *Entropy Semiring Forward-backward Algorithm for HMM Entropy Computation*, arXiv:1108.0347v1 [cs.IT] 1 Aug 2011.

- [57] Itenberg I., Mikhalkin G., Shustin E. (2009), *Tropical Algebraic Geometry*, Oberwolfach Seminars, Volume 35, Birkhäuser, Basel – Boston – Berlin, 2009.
- [58] Izhakian Z., Knebusch M., Rowen L. (2011), *Layered tropical mathematics*, Preprint at arXiv:0912.1398, 2011.
- [59] Izhakian Z., Knebusch M., Rowen L. (2011), *Supertropical monoids: Basics, canonical factorization, and lifting ghosts to tangibles*, preprint at arXiv:1108.1880, 2011.
- [60] Izhakian Z., Knebusch M., Rowen L. (2012), *Categories of layered semirings*, arXiv:1207.3488v1 [math.RA] 15 Jul 2012.
- [61] Kambites M., Render E. (2007), *Rational semigroup automata*, arXiv:0708.0947v1 [math.RA] 7 Aug 2007.
- [62] Karoui N., Meziou A. (2008), *Max-plus decomposition of supermartingales and convex order. Applications to American options and portfolio insurance*, The Annals of Probability 2008, Vol. 36, No. 2, 647 – 697
- [63] Katz R., Schneider H., Sergeev S. (2010), *Commuting matrices in max-algebra* (Preprint 2010/03). University of Birmingham, School of Mathematics.
- [64] Kimmig A., Van den Broeck G., Raedt L. (2012), *Algebraic Model Counting*, arXiv:1211.4475v1 [cs.LO] 19 Nov 2012.
- [65] Kleene S. (1956), *Representation of events in nerve nets and finite automata*, in C. E. Shannon & J. McCarthy (eds.): Automata Studies, Princeton Univ. Press, Princeton, 1956.
- [66] Klokoltsov V., Maslov V. (1997), *Idempotent analysis and its applications*, Dordrecht: Kluwer Academic Publishers, 1997.
- [67] Krivulin N. (2012), *The Max-Plus Algebra Approach in Modelling of Queueing Networks*. arXiv:1212.0895v1 [math.OC] 4 Dec 2012
- [68] Li Y., Wang Q., Li Sh. (2012), *On Quotients of Formal Power Series*, arXiv:1203.2236v1 [cs.FL] 10 Mar 2012.
- [69] Litvinov G. (2012), *Dequantization of Mathematics, idempotent semirings and fuzzy sets*, arXiv:1209.1718v1 [math.RA] 8 Sep 2012.
- [70] Litvinov G. (2012), *Idempotent and tropical mathematics. Complexity of algorithms and interval analysis*, arXiv:1209.1721v1 [math.NA] 8 Sep 2012.
- [71] Litvinov G. (2007), *The Maslov dequantization, idempotent and tropical mathematics: a very brief introduction*. J. of Math. Sciences, 140(3): 426 – 444, 2007.
- [72] Litvinov G., Maslov V. (2005), *Idempotent analysis and mathematical physics*. In Contemporary mathematics: Vol. 377. International workshop, February 3 – 10, 2003, Erwin Schrödinger International Institute for Mathematical Physics, Vienna, Austria. Providence: American Mathematical Society.
- [73] Litvinov G., Maslov V., Rodionov A., Sobolevski A. (2010), *Universal algorithms, mathematics of semirings and parallel computations*, arXiv:1005.1252v1 [math.NA] 7 May 2010.
- [74] Litvinov G., Rodionov A., Sergeev S., Sobolevski A. (2012), *Universal algorithms for solving the matrix Bellman equations over semiring*, arXiv:1209.5011v3 [math.RA] 21 Dec 2012.
- [75] Luttenberger M., Schlund M. (2013), *An Extension of Parikh's Theorem beyond Idempotence*, arXiv:1112.2864v4 [cs.FL] 5 Feb 2013.
- [76] McEneaney W. (2005) *Systems & control: foundations & applications. Max-plus methods for nonlinear control and estimation*. Boston: Birkhäuser.
- [77] Marcolli M., Thorngren R. (2012), *Thermodynamic semirings*, arXiv:1108.2874v2 [math.QA] 4 Jun 2012.
- [78] Markwig H., Markwig Th., Shustin E. (2012), *Tropical surface singularities*. arXiv:1106.2676v2 [math.AG] 14 Sep 2012

- [79] Maslov V. (1986), *New superposition principle for optimization problems*, Sem. sur les Equations avec Dérivées Partielles 1985/6, Centre Mathématique de l'Ecole Polytechnique Palaiseau, 1986, esp. 24.
- [80] Maslov V. (2010), *Tropical Mathematics and the Financial Catastrophe of the 17th Century. Thermoconomics of Russia in the Early 20th Century*, Russian Journal of Mathematical Physics, Vol. 17, No. 1, 2010, pp. 126 – 140.
- [81] Maslov V., Sambourskiĭ S. (1992), *Idempotent Analysis*, Advances in Soviet Mathematics No 13, Amer. Math. Soc., Providence, R.I., 1992.
- [82] Maze G., Monico C. Rosenthal J. (2007), *Public key cryptography based on semigroup actions*, Advances in Mathematics of Communications, Volume 1, No. 4, (2007) 489 – 507.
- [83] Maze G., Monico C. Rosenthal J. (2002), *Public key cryptography based on simple modules over simple rings*, in Proc. of the 15-th Int. Symp. on the Math. Theory of Networks and Systems (eds. D. Gilliam and J. Rosenthal), University of Notre Dame, August 2002, 1 – 8.
- [84] Maze G., Monico C. Rosenthal J. (2002), *A Public Key Cryptosystem Based on Actions by Semigroups*, ISIT 2002, Lausanne, Switzerland, June 30 -July 5, 2002.
- [85] Merlet G. (2008), *Law of Large Numbers for products of random matrices with coefficients in the max-plus semiring*, preprint, Version of February 2, 2008.
- [86] Mikhalkin G. (2000), *Real algebraic curves, the moment map and amoebas*, Ann. Math. (2) 151 (2000), 309-326.
- [87] Mikhalkin G. (2005), *Enumerative tropical algebraic geometry in R^2* . J. Amer. Math. Soc., 18(2): 313 – 377, 2005.
- [88] Mikhalkin G. (2006), *Tropical geometry and its applications*, In International Congress of Mathematicians. Vol. II, 827 – 852, Eur. Math. Soc., Zürich, 2006.
- [89] Mikhalkin G., Zharkov I., *Tropical eigenwave and intermediate jacobians*, arXiv:1302.0252v1 [math.AG] 1 Feb 2013.
- [90] Ojha D., Pandey N., Kumar A., Kumar B. (2010), *Commitment scheme on polynomials over division semiring*, Int. journ. of adv. eng. sci. and technol., Vol No. 1, Issue No. 1 (2010) 61 – 63.
- [91] Pachter L., Sturmfels B. (2004), *Tropical geometry of statistical models*. Proc. Natl. Acad. Sci. USA 101 (46) (2004) 16132 – 16137.
- [92] Pachter L., Sturmfels B. – editors (2005). *Algebraic statistics for computational biology*. Cambridge University Press, New York, 2005.
- [93] Passare M., Tsikh A. (2005), *Amoebas: their spines and their contours*. In Idempotent mathematics and mathematical physics, volume 377 of Contemp. Math., pages 275 – 288. Amer. Math. Soc., Providence, RI, 2005.
- [94] Payne S. (2009), *Fibers of tropicalization*. Math. Z., 262(2): 301 – 311, 2009.
- [95] Perrin D., Pin J-E. (2004), *Infinite words, automata, semigroups, logic and games*, Elsevier Academic Press, 2004.
- [96] Purbhoo K. (2008), *A Nullstellensatz for amoebas*. Duke Math. J., 141(3): 407 – 445, 2008.
- [97] Richter-Gerbert J., Sturmfels B., Theobald T. (2005), *First steps in tropical geometry*, Idempotent mathematics and mathematical physics, volume 377 of Contemp. Math., Amer. Math. Soc. (2005) 289 – 317.
- [98] Salomaa A., Soittola M. (1978), *Automata-theoretic Aspects of Formal Power Series*, Springer-Verlag, Berlin, 1978.
- [99] Schützenberger M. (1961), *On the definition of a family of automata*, Inform. Control 4 (1961) 245 – 270.
- [100] Sergeev S. (2012), *An application of the max-plus spectral theory to an ultradiscrete analogue of the Lax pair*, arXiv:1112.3546v2 [math.RA] 6 Jun 2012.

- [101] Sergeev S. (2009), *Max-algebraic powers of irreducible matrices in the periodic regime: an application of cyclic classes*. Linear Algebra and Its Applications, 431, 1325 – 1339.
- [102] Sergeev S. (2009), *Cyclic classes and attraction cones in max algebra* (Preprint 2009/05). University of Birmingham, School of Mathematics.
- [103] Sergeev S., Schneider H. (2010), *CSR expansions of matrix powers in max-algebra* (Preprint 2010/02). University of Birmingham, School of Mathematics.
- [104] Sergeev S., Schneider H., Butkovič P. (2009), *On visualization scaling, subeigenvectors and Kleene stars in max algebra*. Linear Algebra and Its Applications, 431, 2395 – 2406.
- [105] Simon I. (1988), *Recognizable sets with multiplicities in the tropical semiring*, in M. P. Chytil et al. (eds.): Mathematical Foundations for Computer Science, 1988, Lecture Notes in Computer Science No 324, Springer-Verlag, Berlin, 1988.
- [106] Shustin E. (2005), *Patchworking singular algebraic curves, non-Archimedean amoebas and enumerative geometry* (2005), arXiv:math/0211278v7 [math.AG] 13 May 2005.
- [107] Shustin E., Izhakian Z. (2005), *A tropical Nullstellensatz*, arXiv:math/0508413v2 [math.AC] 12 Sep 2005.
- [108] Slavin K. R. (2007), *Public key cryptography using matrices*, February 2007, US Patent 10260818.
- [109] Sturmfels B., Yu J. (2008), *Tropical implicitization and mixed fiber polytopes*. In Software for algebraic geometry, volume 148 of IMA Vol. Math. Appl., pages 111 – 131. Springer, New York, 2008.
- [110] Sturmfels B., Tevelev J. (2008), *Elimination theory for tropical varieties*. Math. Res. Lett., 15(3): 543 – 562, 2008.
- [111] Tevelev J. (2007), *Compactifications of subvarieties of tori*. Amer. J. Math., 129(4):1087 – 1104, 2007.
- [112] Theobald Th. (2003), *Computing amoebas*. Experiment. Math., 11(4), 2003, 513 – 526.
- [113] Trendafilov I., Durcheva M. (2010), *Discrete logarithms in finite fields – some algorithms for computing. New public key cryptosystem*, Appl. Math. in Eng. and Econ. – 36th Int. Conf. AIP Conf. Proc., Vol. 1293 (2010) 295 – 302.
- [114] I. Trendafilov, M. Durcheva (2011), *New Public Key Cryptosystem Based on Semirings and Semimodules*, Appl. Math. in Eng. and Econ. – 37th Int. Conf. AIP Conf. Proc., Vol. 1410 (2011) 331 – 338.
- [115] Vandiver H. S. (1934), *Note on a simple type of algebra in which cancellation law of addition does not hold*, Bull. Amer. Math. Soc. 40 (1934), 914 – 920.
- [116] Viro O. (2001), *Dequantization of real algebraic geometry on a logarithmic paper*, in Proceedings of the 3rd European Congress of Mathematicians, Progress in Mathematics No 201, Birkhäuser Verlag, Basel, 2001.
- [117] Viro O. (2010), *Hyperfields for tropical geometry I. Hyperfields and dequantization*, arXiv:1006.3034v2 [math.AG] 7 Sep 2010.
- [118] Vorobyov N. N. (1967), *Extremal algebra of positive matrices*, Elektronische Informationsverarbeitung und Kybernetik, 3, 39 – 71 (in Russian).
- [119] Vorobyov N. N. (1970), *Extremal algebra of nonnegative matrices*, Elektronische Informationsverarbeitung und Kybernetik, 6, 303 – 311 (in Russian).
- [120] Worthington J. (2009), *A Bialgebraic Approach to Automata and Formal Language Theory*, arXiv:0807.4553v4 [math.RA] 30 Oct 2009.

Author: Ivan Trendafilov, assoc. prof., Department "Algebra and geometry", FAMI, TU–Sofia, *e-mail:* ivan_d_trendafilov@abv.bg

Постъпила на 01.11.2013

Рецензент проф. д-р д-р дхк Емил Николов

ПОДПОЛУПРЪСТЕНИ НА ТРИЪГЪЛНИЦИ С ЕДНА И СЪЩА КОНФИГУРАЦИЯ

Иван Трендафилов, Димитринка Владева

Резюме: В статията [9] изследваме подполупръстени на полупръстена от ендоморфизми на крайна верига, състоящи се от ендоморфизмите α , за които $\text{Im}(\alpha) \leq 3$. Тези полупръстени се наричат триъгълници. Тук доказваме, че в някои триъгълници има изоморфни подполупръстени.

Ключови думи: полупръстен, полупръстен от ендоморфизми на крайна верига, симплициален комплекс.

SUBSEMRINGS OF THE TRIANGLES WITH THE SAME CONFIGURATION

Ivan Trendafilov, Dimitrinka Vladeva

Abstract: In [9] we investigate subsemirings of the endomorphism semiring of a finite chain consisting of the endomorphisms α such that $\text{Im}(\alpha) \leq 3$. These semirings are called triangles. Here we prove that in some triangles there are isomorphic subsemirings.

Keywords: semiring, endomorphism semiring of a finite chain, simplicial complex.

1 Introduction and preliminaries

The endomorphism semirings of a finite semilattice is nowadays well-established, see [2] – [4], [6] and [8] – [10]. Basic facts for semirings can be found in the book [1]. Concerning background of simplicial complexes, algebraic topology and combinatorics a reader is referred to [5] and [7].

An algebra $R = (R, +, \cdot)$ with two binary operations $+$ and $\cdot$ on R , is called a *semiring* if: **1.** $(R, +)$ is a commutative semigroup, **2.** $(R, \cdot)$ is a semigroup,

3. both distributive laws hold $x \cdot (y + z) = x \cdot y + x \cdot z$ and $(x + y) \cdot z = x \cdot z + y \cdot z$ for any $x, y, z \in R$.

Let $R = (R, +, \cdot)$ be a semiring. If a neutral element 0 of the semigroup $(R, +)$ exists and $0x = 0$, or $x0 = 0$, it is called a *left* or a *right zero*, respectively, for all $x \in R$. If $0 \cdot x = x \cdot 0 = 0$ for all $x \in R$, then it is called *zero*. An element e of a semigroup $(R, \cdot)$ is called a *left (right) identity* provided that $ex = x$, or $xe = x$,

respectively, for all $x \in R$. If a neutral element 1 of the semigroup $(R, \cdot)$ exists, it is called *identity*.

For a join-semilattice $(\mathcal{M}, \vee)$ set $\mathcal{E}_{\mathcal{M}}$ of the endomorphisms of $\mathcal{M}$ is a semiring with respect to the addition and multiplication defined by:

- $h = f + g$ when $h(x) = f(x) \vee g(x)$ for all $x \in \mathcal{M}$,
- $h = f \cdot g$ when $h(x) = f(g(x))$ for all $x \in \mathcal{M}$.

This semiring is called the *endomorphism semiring* of $\mathcal{M}$.

In this article all semilattices are finite chains. Following [8] we fix a finite chain $\mathcal{C}_n = (\{0, 1, \dots, n-1\}, \vee)$ and denote the endomorphism semiring of this chain with $\widehat{\mathcal{E}}_{\mathcal{C}_n}$. We do not assume that $\alpha(0) = 0$ for arbitrary $\alpha \in \widehat{\mathcal{E}}_{\mathcal{C}_n}$. So, there is not a zero in endomorphism semiring $\widehat{\mathcal{E}}_{\mathcal{C}_n}$. Subsemirings $\mathcal{E}_{\mathcal{C}_n}^{(a)}$, where $a \in \mathcal{C}_n$, of the semiring $\widehat{\mathcal{E}}_{\mathcal{C}_n}$, consisting of all endomorphisms α with fixed point a , are considered in [8]. If $\alpha \in \widehat{\mathcal{E}}_{\mathcal{C}_n}$ such that $f(k) = i_k$ for any $k \in \mathcal{C}_n$ we denote α as an ordered n -tuple $\wr i_0, i_1, i_2, \dots, i_{n-1} \wr$.

In the present paper we give a new treatment of the subsemirings of endomorphism semiring $\widehat{\mathcal{E}}_{\mathcal{C}_n}$ of a finite chain. We investigate endomorphisms $\alpha \in \widehat{\mathcal{E}}_{\mathcal{C}_n}$ such that $|\text{Im}(\alpha)| \leq 3$, where $n \geq 3$. The set of these endomorphisms is a *2-simplex* with vertices constant endomorphisms $\bar{a} = \wr \underbrace{a, \dots, a}_n \wr$ and proper sides

all the *1-simplices*. This set is a semiring and is called a *triangle*, see [8], denoted by $\Delta^{(n)}\{a, b, c\}$, where $a, b, c \in \mathcal{C}_n$, $a < b < c$, are fixed elements.

So, set of endomorphisms α such that $\alpha(0) = \dots = \alpha(k-1) = a$,

$$\alpha(k) = \dots = \alpha(k+\ell-1) = b, \alpha(k+\ell) = \dots = \alpha(n-1) = c$$

or briefly $\alpha = a_k b_\ell c_{n-k-\ell}$, where $0 \leq k \leq n-1$, $0 \leq \ell \leq n-1$ and $0 \leq n-k-\ell \leq n-1$ is actually the triangle $\Delta^{(n)}\{a, b, c\}$. The order of this semiring is $\binom{n+2}{2}$.

Let $a \in \mathcal{C}_n$. For every endomorphism $\bar{a} = \wr a a \dots a \wr$ the elements of

$$\mathcal{N}_n^{[a]} = \{\alpha \mid \alpha \in \widehat{\mathcal{E}}_{\mathcal{C}_n}, \alpha^{n_a} = \bar{a} \text{ for some natural number } n_a\}$$

are called *a-nilpotent endomorphisms*.

2 Triangles with the same configuration

The ordered triple $(b-a, c-b, n-c)$ is called a *configuration* of the triangle $\Delta^{(n)}\{a, b, c\}$. Triangles $\Delta^{(n)}\{a, b, c\}$ and $\Delta^{(n_1)}\{a_1, b_1, c_1\}$ are called *triangles with the same configuration* if $b_1 - a_1 = b - a$, $c_1 - b_1 = c - b$ and $n_1 - c_1 = n - c$. It is easy to see that, if $\Delta^{(n)}\{a, b, c\}$ and $\Delta^{(n_1)}\{a_1, b_1, c_1\}$ are triangles with the same configuration, then $a_1 = a$, $b_1 = b$ and $c_1 = c$.

Example 1. Let us consider two triangles with the same configuration: $\Delta^{(5)}\{0, 2, 3\}$ (Fig. 1) and $\Delta^{(6)}\{1, 3, 4\}$ (Fig. 2).

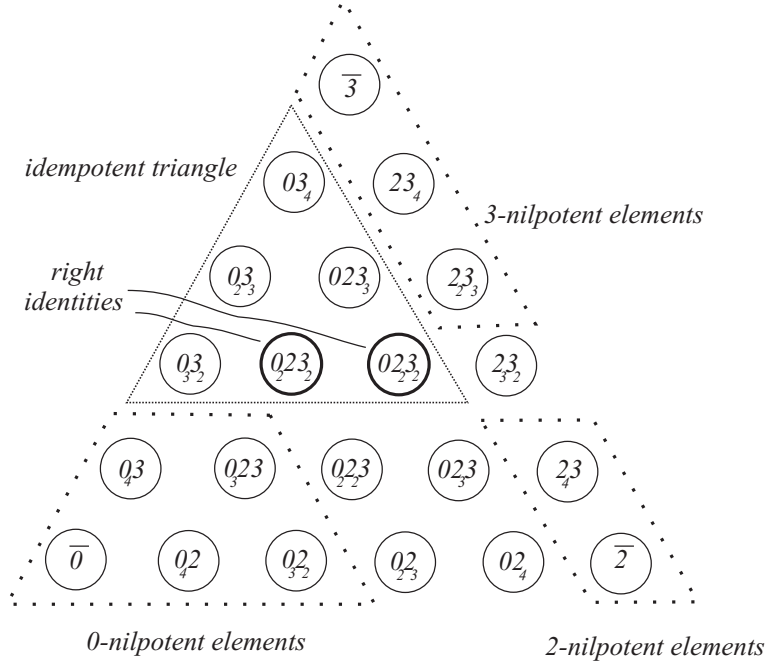


Figure 1

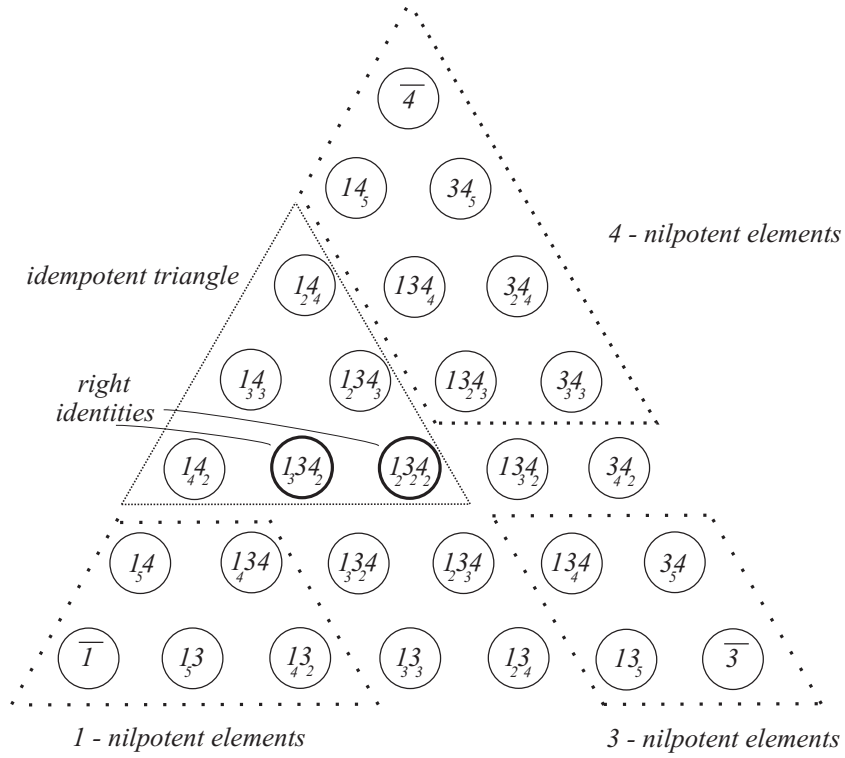


Figure 2

We observe that the the following semirings have the same order:

$$|\mathcal{DN}_0^4 \left(\Delta^{(5)} \{0, 2, 3\} \right)| = |\mathcal{DN}_1^5 \left(\Delta^{(6)} \{1, 3, 4\} \right)| = 15,$$

$$|N^{[0]} \left(\Delta^{(5)} \{0, 2, 3\} \right)| = |N^{[1]} \left(\Delta^{(6)} \{1, 3, 4\} \right)| = 5,$$

$$|L_{par} \left(\Delta^{(5)} \{0, 2, 3\} \right)| = |L_{par} \left(\Delta^{(6)} \{1, 3, 4\} \right)| = 4,$$

$$\begin{aligned}
|L_{\Delta}(\Delta^{(5)}\{0, 2, 3\})| &= |L_{\Delta}(\Delta^{(6)}\{1, 3, 4\})| = 1, \\
|R_{\Delta}(\Delta^{(5)}\{0, 2, 3\})| &= |R_{\Delta}(\Delta^{(6)}\{1, 3, 4\})| = 3, \\
|\mathcal{RI}(\Delta^{(5)}\{0, 2, 3\})| &= |\mathcal{RI}(\Delta^{(6)}\{1, 3, 4\})| = 2.
\end{aligned}$$

It is interesting to know are there isomorphic subsemirings of $\Delta^{(5)}\{0, 2, 3\}$ and $\Delta^{(6)}\{1, 3, 4\}$, respectively.

The main result of the paper is the following

Theorem 2. *Let $\Delta^{(n)}\{a, b, c\}$ and $\Delta^{(n_1)}\{a_1, b_1, c_1\}$ be triangles with the same configuration. Then:*

- (1) $\mathcal{DN}_a^{n-a-1}(\Delta^{(n)}\{a, b, c\}) \cong \mathcal{DN}_{a_1}^{n_1-a_1-1}(\Delta^{(n_1)}\{a_1, b_1, c_1\})$;
- (2) $N^{[a]}(\Delta^{(n)}\{a, b, c\}) \cong N^{[a_1]}(\Delta^{(n_1)}\{a_1, b_1, c_1\})$;
- (3) $L_{par}(\Delta^{(n)}\{a, b, c\}) \cong L_{par}(\Delta^{(n_1)}\{a_1, b_1, c_1\})$;
- (4) $L_{\Delta}(\Delta^{(n)}\{a, b, c\}) \cong L_{\Delta}(\Delta^{(n_1)}\{a_1, b_1, c_1\})$;
- (5) $R_{\Delta}(\Delta^{(n)}\{a, b, c\}) \cong R_{\Delta}(\Delta^{(n_1)}\{a_1, b_1, c_1\})$;
- (6) $\mathcal{RI}(\Delta^{(n)}\{a, b, c\}) \cong \mathcal{RI}(\Delta^{(n_1)}\{a_1, b_1, c_1\})$.

For the proof of the theorem we needs of two lemmas.

Lemma 3. *Let $\alpha, \beta \in \Delta^{(n)}\{a, b, c\}$, where $\alpha = a_k b_{\ell} c_m$, $\beta = a_{k_0} b_{\ell_0} c_{m_0}$, $k + \ell + m = k_0 + \ell_0 + m_0 = n$ and $m \leq m_0$. If $m_0 \geq m + \ell$, then $\alpha + \beta = \beta$. If $m_0 < m + \ell$, then $\alpha + \beta = \gamma$, where $\gamma = a_{\tilde{k}} b_{n-m_0-\tilde{k}} c_{m_0}$ and $\tilde{k} = \min\{k, k_0\}$.*

Proof. If $m_0 \geq m + \ell$, it follows $\alpha < \alpha_1 = a_{n-m_0} c_{m_0}$. Then $\alpha < \alpha_1 < \beta$. Hence $\alpha + \beta = \beta$.

Let $m_0 < m + \ell = n - k$. So, we have $k < n - m_0$. On the other hand $k_0 = n - m_0 - \ell_0$ and since $\ell_0 \geq 0$, it follows $k_0 \leq n - m_0$. Thus, for $\tilde{k} = \min\{k, k_0\}$ also follows $\tilde{k} < n - m_0$. Hence the endomorphism $\gamma = a_{\tilde{k}} b_{n-m_0-\tilde{k}} c_{m_0}$ is well-defined.

For any $i \in \mathcal{C}_n$ such that $0 \leq i \leq \tilde{k}$ we have $\alpha(i) = \beta(i) = a$. Since $\gamma(i) = a$, it follows $\gamma(i) = \alpha(i) + \beta(i)$.

For any $i \in \mathcal{C}_n$ such that $\tilde{k} \leq i \leq n - m_0$ we have either $\alpha(i) = b$, or $\beta(i) = b$, or these two equalities are fulfilled. Since $\gamma(i) = b$, it follows $\gamma(i) = \alpha(i) + \beta(i)$.

At last, for any $i \in \mathcal{C}_n$, where $n - m_0 < i \leq n - 1$, we have $\beta(i) = c$. Since $\alpha(i) = b$ or $\alpha(i) = c$, then from $\gamma(i) = c$, it follows $\gamma(i) = \alpha(i) + \beta(i)$. $\square$

Lemma 4. Let $\alpha, \beta \in \Delta^{(n)}\{a, b, c\}$, where $\alpha = a_k b_\ell c_m$, $\beta = a_{k_0} b_{\ell_0} c_{m_0}$ and $k + \ell + m = k_0 + \ell_0 + m_0 = n$. For $\delta = \alpha \cdot \beta$, it follows:

- (a) If $c \leq k_0 + 1$, then $\delta = \bar{a}$;
- (b) If $b \leq k_0 + 1$ and $k_0 + 1 < c \leq k_0 + \ell_0 + 1$, then $\delta = a_{k+\ell} b_m$;
- (c) If $b \leq k_0 + 1$ and $k_0 + \ell_0 + 1 < c$, then $\delta = a_{k+\ell} c_m$;
- (d) If $a \leq k_0 + 1$, $k_0 + 1 < b \leq k_0 + \ell_0 + 1$ and $k_0 + \ell_0 + 1 < c$, then $\delta = \alpha = a_k b_\ell c_m$;
- (e) If $a \leq k_0 + 1$ and $k_0 + \ell_0 + 1 < b$, then $\delta = a_k c_{n-k}$.

Proof. (a) From $c \leq k_0 + 1$, it follows, that the endomorphism β is of type $\ll a, a, a \gg$. Hence $\delta = \bar{a}$.

(b) From $b \leq k_0 + 1$, it follows $\beta(a) = \beta(b) = a$ and from $k_0 + 1 < c \leq k_0 + \ell_0 + 1$ we find that $\beta(c) = b$. So, the endomorphism β is of type $\ll a, a, b \gg$. Hence $\delta = a_{k+\ell} b_m$. Let us note that from these arguments we can not find the type of the endomorphism δ — it can be $\ll a, a, a \gg$, or $\ll a, a, b \gg$, or $\ll a, b, b \gg$, or $\ll b, b, b \gg$.

(c) From $b \leq k_0 + 1$, it follows $\beta(a) = \beta(b) = a$ and from $k_0 + \ell_0 + 1 < c$ we find that $\beta(c) = c$. So, the endomorphism β is of type $\ll a, a, c \gg$. Hence $\delta = a_{k+\ell} c_m$.

(d) From $a \leq k_0 + 1$, it follows $\beta(a) = a$ and from $k_0 + 1 < b \leq k_0 + \ell_0 + 1$ we find $\beta(b) = b$ and from $k_0 + \ell_0 + 1 < c$, it follows $\beta(c) = c$. Thus, from $\square$, follows that β is a right identity of the triangle $\Delta^{(n)}\{a, b, c\}$. Thus we find that $\delta = \alpha = a_k b_\ell c_m$.

(e) From $a \leq k_0 + 1$, it follows $\beta(a) = a$ and from $k_0 + \ell_0 + 1 < b$ we have $\beta(b) = \beta(c) = c$. So, the endomorphism β is of type $\ll a, c, c \gg$. Hence, $\delta = a_k c_{n-k}$. $\square$

Proof of the theorem. It is no loss of generality to assume that $n < n_1$. Now, we define the map

$$\Phi : \Delta^{(n)}\{a, b, c\} \rightarrow \Delta^{(n_1)}\{a_1, b_1, c_1\},$$

such that if $\alpha = a_k b_\ell c_m \in \Delta^{(n)}\{a, b, c\}$, where $k + \ell + m = n$, then

$$\Phi(\alpha) = (a_1)_{n_1-\ell-m} (b_1)_\ell (c_1)_m.$$

(1) We shall prove that this map is an isomorphism between the semirings $\mathcal{DN}_a^{n-a-1}(\Delta^{(n)}\{a, b, c\})$ and $\mathcal{DN}_{a_1}^{n_1-a_1-1}(\Delta^{(n_1)}\{a_1, b_1, c_1\})$.

Let $\alpha, \beta \in \mathcal{DN}_a^{n-a-1}(\Delta^{(n)}\{a, b, c\})$, where $\alpha = a_k b_\ell c_m$, $\beta = a_{k_0} b_{\ell_0} c_{m_0}$, $k + \ell + m = k_0 + \ell_0 + m_0 = n$ and $m < m_0$. Since a is a fixed point of the endomorphisms α and β , it follows $a \leq k + 1$ and $a \leq k_0 + 1$.

If we have $m_0 \geq m + \ell$, then, from Lemma 3, it follows $\alpha + \beta = \beta$. Now $\Phi(\alpha + \beta) = \Phi(\beta) = (a_1)_{n_1-\ell_0-m_0} (b_1)_{\ell_0} (c_1)_{m_0}$. On the other hand $\Phi(\alpha) = (a_1)_{n_1-\ell-m} (b_1)_\ell (c_1)_m \leq (a_1)_{n-m_0} (c_1)_{m_0} \leq \Phi(\beta)$. Hence, $\Phi(\alpha + \beta) = \Phi(\alpha) + \Phi(\beta)$.

If we have $m_0 < m + \ell$, then, from Lemma 3, it follows $\alpha + \beta = \gamma = a_{\tilde{k}} b_{n-m_0-\tilde{k}} c_{m_0}$, where $\tilde{k} = \min\{k, k_0\}$. The images of these endomorphisms are

$$\Phi(\alpha) = (a_1)_{n_1-\ell-m}(b_1)_\ell(c_1)_m, \quad \Phi(\beta) = (a_1)_{n_1-\ell_0-m_0}(b_1)_{\ell_0}(c_1)_{m_0}$$

$$\text{and } \Phi(\gamma) = (a_1)_{n_1-n+\tilde{k}}(b_1)_{n-m_0-\tilde{k}}(c_1)_{m_0}.$$

Since $n_1 - \ell - m = n_1 - n + k$, $n_1 - \ell_0 - m_0 = n_1 - n + k_0$ and $\tilde{k} = \min\{k, k_0\}$, it follows that $n_1 - n + \tilde{k} = \min(n_1 - n + k, n_1 - n + k_0)$. Now we can put $n_1 - n + k = p$, $n_1 - n + k_0 = p_0$, $n_1 - n + \tilde{k} = \tilde{p}$. So, we obtain $\tilde{p} = \min(p, p_0)$ and $n - m_0 - \tilde{k} = n_1 - m_0 - \tilde{p}$. Hence we find

$$\Phi(\alpha) = (a_1)_p(b_1)_\ell(c_1)_m, \quad \Phi(\beta) = (a_1)_{p_0}(b_1)_{\ell_0}(c_1)_{m_0}$$

$$\text{and } \Phi(\gamma) = (a_1)_{\tilde{p}}(b_1)_{n_1-m_0-\tilde{p}}(c_1)_{m_0}.$$

Now from Lemma 3 for the triangle $\triangle^{(n_1)}\{a_1, b_1, c_1\}$, it follows that $\Phi(\gamma) = \Phi(\alpha) + \Phi(\beta)$. Hence, in all cases we prove that

$$\Phi(\alpha + \beta) = \Phi(\alpha) + \Phi(\beta).$$

Now we consider the endomorphism $\delta = \alpha \cdot \beta$ in all five cases from Lemma 4.

Case 1. Let $c \leq k_0 + 1$. From Lemma 4 **(a)**, it follows, that $\delta = \bar{a}$. Then the images of the considered endomorphisms are:

$$\Phi(\alpha) = (a_1)_{n_1-\ell-m}(b_1)_\ell(c_1)_m, \quad \Phi(\beta) = (a_1)_{n_1-\ell_0-m_0}(b_1)_{\ell_0}(c_1)_{m_0}$$

$$\text{and } \Phi(\delta) = \Phi(\bar{a}) = \bar{a}_1.$$

By putting $n_1 - \ell - m = n_1 - n + k = p$ and $n_1 - \ell_0 - m_0 = n_1 - n + k_0 = p_0$ we can express $\Phi(\alpha) = (a_1)_p(b_1)_\ell(c_1)_m$ and $\Phi(\beta) = (a_1)_{p_0}(b_1)_{\ell_0}(c_1)_{m_0}$. Since

$$c \leq k_0 + 1 = n - \ell_0 - m_0 + 1 \Rightarrow \ell_0 + m_0 - 1 \leq n - c = n_1 - c_1 \Rightarrow$$

$$c_1 \leq n_1 - \ell_0 - m_0 + 1 = p_0 + 1,$$

from Lemma **(a)** applied to $\triangle^{(n_1)}\{a_1, b_1, c_1\}$, it follows that $\Phi(\alpha) \cdot \Phi(\beta) = \bar{a}_1$. So, we prove $\Phi(\alpha) \cdot \Phi(\beta) = \Phi(\alpha \cdot \beta)$.

Case 2. Let $b \leq k_0 + 1$ and $k_0 + 1 < c \leq k_0 + \ell_0 + 1$. Then from Lemma 4 **(b)**, it follows $\delta = a_{k+\ell} b_m$. For the images of the considered endomorphisms we have

$$\Phi(\alpha) = (a_1)_{n_1-\ell-m}(b_1)_\ell(c_1)_m, \quad \Phi(\beta) = (a_1)_{n_1-\ell_0-m_0}(b_1)_{\ell_0}(c_1)_{m_0}$$

$$\text{and } \Phi(\delta) = (a_1)_{n_1-m}(b_1)_m.$$

As in the previous case we put $n_1 - \ell - m = n_1 - n + k = p$ и $n_1 - \ell_0 - m_0 = n_1 - n + k_0 = p_0$. Thus we have $\Phi(\alpha) = (a_1)_p(b_1)_\ell(c_1)_m$ and $\Phi(\beta) = (a_1)_{p_0}(b_1)_{\ell_0}(c_1)_{m_0}$.

Now from $b \leq k_0 + 1$ we have $b \leq n - \ell_0 - m_0 + 1$. Then $\ell_0 + m_0 + 1 \leq n - b = n_1 - b_1$ which implies $b_1 \leq n_1 - \ell_0 - m_0 + 1 = p_0 + 1$. Similarly, from $k_0 + 1 < c$, it follows $p_0 + 1 < c_1$. From the inequality $c \leq k_0 + \ell_0 + 1 = n - m_0 + 1$, it follows $m_0 - 1 \leq n - c = n_1 - c_1$ and then $c_1 \leq n_1 - m_0 + 1 = p_0 + \ell_0 + 1$.

So, inequalities $b_1 \leq p_0 + 1$ and $p_0 + 1 < c_1 \leq p_0 + \ell_0 + 1$ are fulfilled. From Lemma 4 (b), applied to $\triangle^{(n_1)}\{a_1, b_1, c_1\}$, it follows that $\Phi(\alpha) \cdot \Phi(\beta) = (a_1)_{p+\ell} (b_1)_{n_1-p-\ell} = (a_1)_{n_1-m} (b_1)_m = \Phi(\delta)$. Hence, $\Phi(\alpha) \cdot \Phi(\beta) = \Phi(\alpha \cdot \beta)$.

Case 3. Let $b \leq k_0 + 1$ and $k_0 + \ell_0 + 1 < c$. From Lemma (c), it follows $\delta = a_{k+\ell} c_m$. Then the images of the endomorphisms α, β and δ are

$$\Phi(\alpha) = (a_1)_{n_1-\ell-m} (b_1)_\ell (c_1)_m, \quad \Phi(\beta) = (a_1)_{n_1-\ell_0-m_0} (b_1)_{\ell_0} (c_1)_{m_0}$$

$$\text{and } \Phi(\delta) = (a_1)_{n_1-m} (c_1)_m.$$

By putting $n_1 - \ell - m = n_1 - n + k = p$ и $n_1 - \ell_0 - m_0 = n_1 - n + k_0 = p_0$ we can express $\Phi(\alpha) = (a_1)_p (b_1)_\ell (c_1)_m$ and $\Phi(\beta) = (a_1)_{p_0} (b_1)_{\ell_0} (c_1)_{m_0}$.

From $b \leq k_0 + 1$, as in the previous case, we find $b_1 \leq p_0 + 1$. From $c > k_0 + \ell_0 + 1 = n - m_0 + 1$, it follows $m_0 - 1 > n - c = n_1 - c_1$ and then $c_1 > n_1 - m_0 + 1 = p_0 + \ell_0 + 1$.

Since $b_1 \leq p_0 + 1$ and $p_0 + \ell_0 + 1 < c_1$, we apply Lemma 4 (c) for the triangle $\triangle^{(n_1)}\{a_1, b_1, c_1\}$ and obtain that $\Phi(\alpha) \cdot \Phi(\beta) = (a_1)_{p+\ell} (c_1)_{n_1-p-\ell} = (a_1)_{n_1-m} (c_1)_m = \Phi(\delta)$. Hence, $\Phi(\alpha) \cdot \Phi(\beta) = \Phi(\alpha \cdot \beta)$.

Case 4. Let $a \leq k_0 + 1$, $k_0 + 1 < b \leq k_0 + \ell_0 + 1$ and $k_0 + \ell_0 + 1 < c$. Now from Lemma 4 (d) it follows $\delta = \alpha = a_k b_\ell c_m$. For the images of the endomorphisms α, β and $\delta = \alpha$ we have

$$\Phi(\delta) = \Phi(\alpha) = (a_1)_{n_1-\ell-m} (b_1)_\ell (c_1)_m \text{ and } \Phi(\beta) = (a_1)_{n_1-\ell_0-m_0} (b_1)_{\ell_0} (c_1)_{m_0}.$$

As in the previous cases we put $n_1 - \ell - m = n_1 - n + k = p$ and $n_1 - \ell_0 - m_0 = n_1 - n + k_0 = p_0$. So, we have $\Phi(\delta) = \Phi(\alpha) = (a_1)_p (b_1)_\ell (c_1)_m$ and $\Phi(\beta) = (a_1)_{p_0} (b_1)_{\ell_0} (c_1)_{m_0}$.

By similar reasonings as in case 2 from $a \leq k_0 + 1$ we find $a_1 \leq p_0 + 1$ and also from $k_0 + 1 < b \leq k_0 + \ell_0 + 1$ we obtain $p_0 + 1 < b_1 \leq p_0 + \ell_0 + 1$. In case 3 we show that $k_0 + \ell_0 + 1 < c$ implies $p_0 + \ell_0 + 1 < c_1$.

Thus, from the inequalities $a_1 \leq p_0 + 1$, $p_0 + 1 < b_1 \leq p_0 + \ell_0 + 1$ and $p_0 + \ell_0 + 1 < c_1$, by applying Lemma 4 (d) for the triangle $\triangle^{(n_1)}\{a_1, b_1, c_1\}$, it follows $\Phi(\alpha) \cdot \Phi(\beta) = \Phi(\alpha)$. From $\Phi(\delta) = \Phi(\alpha)$ we find $\Phi(\alpha) \cdot \Phi(\beta) = \Phi(\alpha \cdot \beta)$.

Case 5. Let $a \leq k_0 + 1$ and $k_0 + \ell_0 + 1 < b$. Now from Lemma 4 (e), it follows $\delta = a_k c_{n-k}$. For the images of the considered endomorphisms we have

$$\Phi(\alpha) = (a_1)_{n_1-\ell-m} (b_1)_\ell (c_1)_m, \quad \Phi(\beta) = (a_1)_{n_1-\ell_0-m_0} (b_1)_{\ell_0} (c_1)_{m_0}$$

$$\text{and } \Phi(\delta) = (a_1)_{n_1-n+k} (c_1)_{n-k}.$$

As in all previous cases we put $n_1 - \ell - m = n_1 - n + k = p$ and $n_1 - \ell_0 - m_0 = n_1 - n + k_0 = p_0$. So, we obtain $\Phi(\alpha) = (a_1)_p(b_1)_\ell(c_1)_m$ and $\Phi(\beta) = (a_1)_{p_0}(b_1)_{\ell_0}(c_1)_{m_0}$.

From $a \leq k_0 + 1$, it follows $a_1 \leq p_0 + 1$ and from $k_0 + \ell_0 + 1 < b$ we find $p_0 + \ell_0 + 1 < b_1$. Now from Lemma 4 (e) for the triangle $\Delta^{(n_1)}\{a_1, b_1, c_1\}$ it follows $\Phi(\alpha) \cdot \Phi(\beta) = (a_1)_p(c_1)_{n_1-p} = (a_1)_{n_1-n+k}(c_1)_{n-k} = \Phi(\delta)$.

Hence, in all cases

$$\Phi(\alpha) \cdot \Phi(\beta) = \Phi(\alpha \cdot \beta).$$

So, we prove

$$\mathcal{DN}_a^{n-a-1} \left(\Delta^{(n)}\{a, b, c\} \right) \cong \mathcal{DN}_{a_1}^{n_1-a_1-1} \left(\Delta^{(n_1)}\{a_1, b_1, c_1\} \right),$$

(2) Now we shall establish that the correspondence Φ is an isomorphism between the semiring of a -nilpotent elements $N^{[a]} \left(\Delta^{(n)}\{a, b, c\} \right)$ and the semiring of a_1 -nilpotent elements $N^{[a_1]} \left(\Delta^{(n_1)}\{a_1, b_1, c_1\} \right)$.

The endomorphism $\alpha = a_k b_\ell c_m$ is a -nilpotent if and only if $\alpha(a) = \alpha(b) = a$ and either $\alpha(c) = a$, or $\alpha(c) = b$. This means that $b \leq k + 1$ and $c \leq k + \ell + 1$. Since

$$b \leq k + 1 \iff b_1 \leq p + 1 \text{ and } c \leq k + \ell + 1 \iff c_1 \leq p + \ell + 1,$$

where $p = n_1 - n + k$, it follows that the endomorphism α is a -nilpotent if and only if the endomorphism $\Phi(\alpha) = (a_1)_p(b_1)_\ell(c_1)_m$ is a_1 -nilpotent.

So, we prove

$$N^{[a]} \left(\Delta^{(n)}\{a, b, c\} \right) \cong N^{[a_1]} \left(\Delta^{(n_1)}\{a_1, b_1, c_1\} \right).$$

(3) Now we shall obtain that the correspondence Φ is an isomorphism between the semirings $L_{par} \left(\Delta^{(n)}\{a, b, c\} \right)$ and $L_{par} \left(\Delta^{(n_1)}\{a_1, b_1, c_1\} \right)$.

The endomorphism $\alpha = a_k b_\ell c_m$ is an element of the semiring $L_{par} \left(\Delta^{(n)}\{a, b, c\} \right)$ if and only if it is of a type $\ll a, b, b \gg$. Hence $\alpha(a) = a$ and $\alpha(b) = \alpha(c) = b$. Explicitly this means $a \leq k + 1$ and $k + 1 < b < c \leq k + \ell + 1$. Since

$$a \leq k + 1 \iff a_1 \leq p + 1$$

$$\text{and } k + 1 < b < c \leq k + \ell + 1 \iff p + 1 < b_1 < c_1 \leq p + \ell + 1,$$

where $p = n_1 - n + k$, it follows that $\alpha \in L_{par} \left(\Delta^{(n)}\{a, b, c\} \right)$ if and only if $\Phi(\alpha) = (a_1)_p(b_1)_\ell(c_1)_m \in L_{par} \left(\Delta^{(n_1)}\{a_1, b_1, c_1\} \right)$.

So, we prove

$$L_{par} \left(\Delta^{(n)}\{a, b, c\} \right) \cong L_{par} \left(\Delta^{(n_1)}\{a_1, b_1, c_1\} \right).$$

(4) Now we shall prove that the correspondence Φ is an isomorphism between the semirings $L_{\Delta}(\Delta^{(n)}\{a, b, c\})$ and $L_{\Delta}(\Delta^{(n_1)}\{a_1, b_1, c_1\})$.

The endomorphism $\alpha = a_k b_{\ell} c_m$ is an element of the semiring $L_{\Delta}(\Delta^{(n)}\{a, b, c\})$ if and only if it is of a type $\ll a, a, c \gg$. Thus $\alpha(a) = \alpha(b) = a$ and $\alpha(c) = c$, but this just means that $b \leq k + 1$ и $k + \ell + 1 < c$. Since

$$b \leq k + 1 \iff b_1 \leq p + 1 \text{ and } k + \ell + 1 < c \iff p + \ell + 1 < c_1,$$

where $p = n_1 - n + k$, it follows that $\alpha \in L_{\Delta}(\Delta^{(n)}\{a, b, c\})$ if and only if $\Phi(\alpha) = (a_1)_p (b_1)_{\ell} (c_1)_m \in L_{\Delta}(\Delta^{(n_1)}\{a_1, b_1, c_1\})$.

So, we prove

$$L_{\Delta}(\Delta^{(n)}\{a, b, c\}) \cong L_{\Delta}(\Delta^{(n_1)}\{a_1, b_1, c_1\}).$$

(5) Now we shall establish that the correspondence Φ is an isomorphism between the semirings $R_{\Delta}(\Delta^{(n)}\{a, b, c\})$ and $R_{\Delta}(\Delta^{(n_1)}\{a_1, b_1, c_1\})$.

The endomorphism $\alpha = a_k b_{\ell} c_m$ is an element of the semiring $R_{\Delta}(\Delta^{(n)}\{a, b, c\})$ if and only if it is of a type $\ll a, c, c \gg$. Hence, $\alpha(a) = a$ and $\alpha(b) = \alpha(c) = c$. This means that $a \leq k + 1$ and $k + \ell + 1 < b$. Since

$$a \leq k + 1 \iff a_1 \leq p + 1 \text{ and } k + \ell + 1 < b \iff p + \ell + 1 < b_1,$$

where $p = n_1 - n + k$, it follows that $\alpha \in R_{\Delta}(\Delta^{(n)}\{a, b, c\})$ if and only if $\Phi(\alpha) = (a_1)_p (b_1)_{\ell} (c_1)_m \in R_{\Delta}(\Delta^{(n_1)}\{a_1, b_1, c_1\})$.

So, we prove

$$R_{\Delta}(\Delta^{(n)}\{a, b, c\}) \cong R_{\Delta}(\Delta^{(n_1)}\{a_1, b_1, c_1\}).$$

(6) At last we shall prove that the map Φ is an isomorphism between the semirings $\mathcal{RI}(\Delta^{(n)}\{a, b, c\})$ and $\mathcal{RI}(\Delta^{(n_1)}\{a_1, b_1, c_1\})$.

The endomorphism $\alpha = a_k b_{\ell} c_m$ is an element of the semiring $\mathcal{RI}(\Delta^{(n)}\{a, b, c\})$ if and only if it is of a type $\ll a, b, c \gg$. This just means that $a \leq k + 1$, $k + 1 < b \leq k + \ell + 1$ and $k + \ell + 1 < c$. Since $a \leq k + 1 \iff a_1 \leq p + 1$,

$$k + 1 < b \leq k + \ell + 1 \iff p + 1 < b_1 \leq p + \ell + 1$$

$$\text{and } k + \ell + 1 < c \iff p + \ell + 1 < c_1,$$

where $p = n_1 - n + k$, it follows that $\alpha \in \mathcal{RI}(\Delta^{(n)}\{a, b, c\})$ if and only if $\Phi(\alpha) = (a_1)_p (b_1)_{\ell} (c_1)_m \in \mathcal{RI}(\Delta^{(n_1)}\{a_1, b_1, c_1\})$. So, we prove

$$\mathcal{RI}(\Delta^{(n)}\{a, b, c\}) \cong \mathcal{RI}(\Delta^{(n_1)}\{a_1, b_1, c_1\}). \quad \square$$

Immediately from the last theorem we have

Corollary 5. a. The subsemiring of $\Delta^{(n)}\{a, b, c\}$ consisting of all endomorphisms with fixed points a и b is isomorphic to the subsemiring of $\Delta^{(n_1)}\{a_1, b_1, c_1\}$ consisting of all endomorphisms with fixed points a_1 and b_1 .

b. The subsemiring of $\Delta^{(n)}\{a, b, c\}$ consisting of all endomorphisms with fixed points a и c is isomorphic to the subsemiring of $\Delta^{(n_1)}\{a_1, b_1, c_1\}$ consisting of all endomorphisms with fixed points a_1 and c_1 .

Let us note that the subsemiring of $\Delta^{(n)}\{a, b, c\}$ consisting of all endomorphisms with fixed points b и c and the subsemiring of $\Delta^{(n_1)}\{a_1, b_1, c_1\}$ consisting of all endomorphisms with fixed points b_1 and c_1 are of orders $(c - b)(b + 1)$ and $(c_1 - b_1)(b_1 + 1)$, respectively, see the last table in [8].

References

- [1] Golan J. (1999), *Semirings and Their Applications*, Kluwer, Dordrecht, 1999.
- [2] Izhakian Z., Rhodes J., Steinberg B. (2011), *Representation theory of finite semigroups over semirings*, Journal of Algebra, 336 (2011) 139 – 157.
- [3] Ježek J., Kepka T., Maròti M. (2009), *The endomorphism semiring of a semilattice*, Semigroup Forum, 78, pp. 21 – 26, 2009.
- [4] Katsov Y., Nam T. G., Zumbrägel J. (2011), *On Simplicity of Semirings and Complete Semirings*, arXiv:1105.5591v1 [math.RA], 27 May, 2011.
- [5] Kozlov D. (2008), *Combinatorial Algebraic Topology*, Springer-Verlag Berlin, Heidelberg, 2008.
- [6] Monico Ch. (2004), *On finite congruence-simple semirings*, Journal of Algebra, 271 (2004) 846 – 854.
- [7] Stanley R. (1999), *Enumerative combinatorics*, Vol. 2, Cambridge University Press, 1999.
- [8] Trendafilov I., Vladeva D. (2013), *Idempotent Elements of the Endomorphism Semiring of a Finite Chain*, ISRN Algebra, vol. 2013, Article ID 120231, 9 pages, 2013.
- [9] Trendafilov I., Vladeva D. (2013), *Combinatorial Results for Geometric Structures in Endomorphism Semirings*, Appl. Math. in Eng. and Econ. – 39th. Int. Conf. (2013) AIP Conf. Proc.
- [10] Zumbrägel J. (2008), *Classification of finite congruence-simple semirings with zero*, Journal of Algebra and Its Applications, vol. 7, no. 3, pp. 363–377, 2008.

Authors: Ivan Trendafilov, assoc. prof., Department "Algebra and geometry", FAMI, TU–Sofia, *e-mail:* ivan_d_trendafilov@tu-sofia.bg

Dimitrinka Vladeva, assoc. prof., Department "Mathematics and physics", LTU, Sofia, *e-mail:* d_vladeva@abv.bg

Постъпила на 01.11.2013

Рецензент доц. д-р Георги Бижев

МОДЕЛИ И АНАЛИЗ НА ПРОЦЕСА ПЛАВНО ДРОСЕЛИРАНЕ В РЕГУЛИРАЩИТЕ ОРГАНИ - СТАЦИОНАРЕН РЕЖИМ, ЗАГУБИ НА МОЩНОСТ - I част

Е. Николов, Н. Г. Николова

Резюме: Темата на настоящата статия е плавното дроселиране на принудено движещ се флуид в тръбопроводи, както и съответстващите модели на статиката на процеса. Целта е изводът и систематизирането на аналитичните стационарни модели на разхода на потока, както и динамични загуби на мощност и енергия при плавно дроселиране в регулиращите органи. Решена е задачата за функционален анализ на аналитични модели. Използвани са известни класически методи. Определени са същественияте разлики и репараметризацията на изследваните модели. Резултатите са приложими в анализа и синтеза на робастни системи за управление.

Ключови думи: стационарни модели на дроселиране на флуид в регулиращите органи, функционален анализ, многопараметрична 2D-визуализация

MODELS AND ANALYSIS OF THE SMOOTH FLOW CONTROL IN THE CONTROL VALVES - STATIONARY MODE, POWER LOSSES - part I

E. Nikolov, N. G. Nikolova

Abstract: The subject of this article is the smooth flow control of the constrained moving fluid in pipelines as well as the corresponding models of the smooth flow control statics. The aim is the systematization of the analytical non-stationary models of: the volume flow, and the static losses, under the smooth flow control of liquids in the control valves. The task for the functional analysis of the analytical models has been solved. A known classical method has been used. The total differentials and reparametrisation of the examined models have been determined. The results are applicable in the analysis and synthesis of robust featured control systems.

Key words: stationary models of the smooth flow control, functional analysis, multiparametric 2D-visualisation.

ВЪВЕДЕНИЕ

Регулиращи органи (PO) са основен елемент в системите за автоматизация на технологични процеси. Предназначени са да управляват чрез дроселиране обемния разход на несвиваеми, свиваеми, хомогенни и нехомогенни принудено движещи се флуиди в закрити легла. Серийно се произвеждат профилирани PO за плавно дроселиране с линейни PO_{lin} и експоненциални (логаритмични, равнопро-

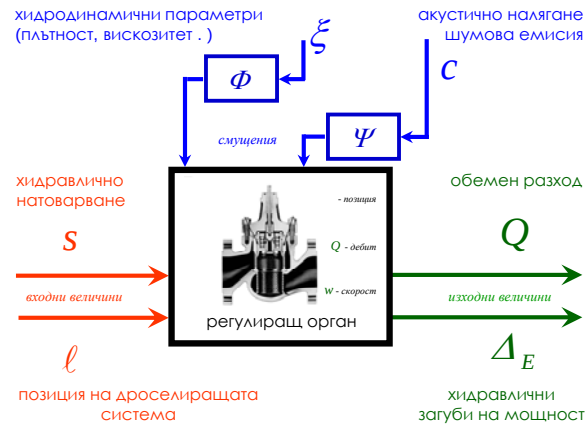
центни) PO_{exp} пропускни характеристики δ (1) [1,3]. Акустичният шум в PO при дроселиране [6] е нежелан феномен в системите за управление. Той е подпродукт от преобразуването на енергията, източник е на параметрична априорна неопределеност и е свързан с неоправдани загуби на мощност и енергия [3] в системите за управление. Шумът в PO [2,4,6] е следствие от механични вибрации (механичен резонанс) при турбулентния режим на движение на флуида, в съответствие с емитираните от потока пулсации, от звуков удар при преобразуването на кинетичната E_k в енергия на налягането E_p при до-звукова скорост на движение на флуида или от турбулизация на потока флуид, свързана с кавитация, суперкавитация или пулверизация. Шумовите емисии в PO са от акустично налягане с: *механичен произход* (резултат на механичните вибрации от турбулентния режим на движение на флуида в PO); *аеродинамичен произход* (резултат на преобразуването на E_k в E_p , при преминаването на свиваемия флуид през PO , скоростта му нараства и става съизмерима със звуковата - скоростта на разпространение на звука в съответната среда на флуида); *хидродинамичен произход* (това е шумът от движението на несвиваем флуид през PO и принадлежащата му хидравлична линия, резултат от проявата на турбулизация, на кавитация или на пулверизация). Шумовите емисии съществуват и в стационарен и в нестационарен режим на функциониране на PO . Акустичните характеристики на PO с плавно дроселиране са обект на разглежданията в [6], а механичните - в [1,4].

Целта на работата е систематизацията и анализа на експлоатационните характеристики на PO в условия без и с наличие на шумова емисия в стационарен режим и количествена оценка на влиянието, което оказва акустичната шумова емисия върху основните величини, определящи процеса на плавно дроселиране. Поставени са за решаване следните задачи: • моделиране на експлоатационните характеристики на PO в нормални условия и при наличието на шумова емисия в PO ; • оценка на последствията от шумовата емисия върху характеристиките на PO в експлоатационни условия и върху хидравличните загуби на мощност при плавно дроселиране; • визуализация на характеристиките в стационарен режим на функциониране на PO .

МОДЕЛИРАНЕ И СИСТЕМАТИЗАЦИЯ НА ЕКСПЛОАТАЦИОННИТЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ НА РЕГУЛИРАЩИТЕ ОРГАНИ

В [1 ÷ 12] е разгледан стационарният режим на процеса на плавно дроселиране (фиг.1) на принудено движещ се флуид в PO . За входни величини са приети позицията l на дроселиращата система на PO и хидравличното натоварване $s = \Delta P_{PO} / \Delta P_{PO_{max}}$, определено с пада на налягане ΔP ; за изходни величини - обемният разход Q (q в относителни единици), хидравличните загуби на мощност ΔE , а за смущаващи процеса величини - хидравличните параметри на флуида ξ (плътност, вискозитет . .) и шумовата емисия с акустично налягане s_L (с) [1 ÷ 6]. Настоящата работа обобщава аналитично изведените модели за Q и ΔE в [5 ÷ 9]. Те са систематизирани (1) ÷ (10) в табл.1 както за двата вида PO_{lin} и PO_{exp} (носещи индекс „lin“ и респективно „exp“), така и за условията на стационарен режим и

при отсъствие, и при наличие на акустична шумова емисия с налягане s_L . За случая на последната, показаните в табл.1 модели са означени с индекса „■“. Заедно с моделите на Q и Δ_E в табл.1 за PO_{lin} и PO_{exp} са показани и аналитичните зависимости за системата „плавно дроселиране“ за: • пълните предавателните коефициенти Δq (3) ÷ (5) на разхода по l и по s ; • падът на налягане ΔP (6); • пълните предавателни коефициенти $\delta \Delta_E$ (6) на хидравличните загуби на мощност по l и по s . Последните са определящи характеристики на PO като неотменни елементи на системите за управление, с което табл.1 представя пълна аналитична картина на стационарния режим на плавното дроселиране.



Фиг.1

Табл.1

$$\delta_{lin}(l) = l \quad (1) \quad \delta_{exp}(l) = e^{n(l-1)}$$

$$q_{exp} = \left(1 - s \left(1 - e^{2n(1-l)}\right)\right)^{-0.5} \quad (2) \quad q_{exp}^{\blacksquare} = \left(1 - s \left(1 - e^{2n(1-l)}\right)\right)^{-0.5} 0,125 (5,25 l - 1)^{1,85} (1-l)^{e^{0,45ns}}$$

$$\Delta q_{exp} = \frac{dq_{exp}}{dl} \Delta l + \frac{dq_{exp}}{ds} \Delta s \quad (3) \quad \Delta q_{exp}^{\blacksquare} = \frac{dq_{exp}^{\blacksquare}}{dl} \Delta l + \frac{dq_{exp}^{\blacksquare}}{ds} \Delta s$$

$$\frac{dq_{exp}}{dl} = \frac{nse^{2n(1-l)}}{\left(1 - s \left(1 - e^{2n(1-l)}\right)\right)^{1.5}} \quad (4) \quad \frac{dq_{exp}^{\blacksquare}}{dl} = \frac{nse^{2n(1-l)}}{\left(1 - s \left(1 - e^{2n(1-l)}\right)\right)^{1.5}} + \frac{0,5a(1-l)^{be^{lns}}}{(al)^{0.5}} +$$

$$+ (al)^{0.5} \left(-be^{lns}(1-l)^{be^{lns}-1} + ns \log(1-l) be^{lns}(1-l)^{be^{lns}}\right)$$

$$\frac{dq_{exp}}{ds} = \frac{-0,5(-1 + e^{2n(1-l)})}{\left(1 - s \left(1 - e^{2n(1-l)}\right)\right)^{1.5}} \quad (5) \quad \frac{dq_{exp}^{\blacksquare}}{ds} = \frac{-0,5(-1 + e^{2n(1-l)})}{\left(1 - s \left(1 - e^{2n(1-l)}\right)\right)^{1.5}} + lbn(al)^{0.5} \log(1-l) e^{lns}(1-l)^{be^{lns}-1}$$

$$\Delta P_{exp} = \left(1 - s \left(1 - e^{2n(1-l)}\right)\right)^{-1} \quad (6) \quad \Delta P_{exp}^{\blacksquare} = \left(\left(1 - s \left(1 - e^{2n(1-l)}\right)\right)^{-0.5} + (al)^{0.5}(1-l)^{be^{lns}}\right)^2$$

$$\Delta E_{exp} = s \left(1 - s \left(1 - e^{2n(1-l)}\right)\right)^{-0.5} \quad (7) \quad \Delta E_{exp}^{\blacksquare} = \left(1 - e^{-n(1-l)}\right) \left(\left(1 - s \left(1 - e^{2n(1-l)}\right)\right)^{-0.5} + (al)^{0.5}(1-l)^{be^{lns}}\right)$$

$$\delta \Delta E_{exp} = \frac{d\Delta E_{exp}}{dl} \Delta l + \frac{d\Delta E_{exp}}{ds} \Delta s \quad (8) \quad \delta \Delta E_{exp}^{\blacksquare} = \frac{d\Delta E_{exp}^{\blacksquare}}{dl} \Delta l + \frac{d\Delta E_{exp}^{\blacksquare}}{ds} \Delta s$$

$$\frac{d\Delta E_{exp}}{dl} = \frac{nse^{2n(1-l)}(1 - e^{2n(1-l)})}{\left(1 - s \left(1 - e^{2n(1-l)}\right)\right)^{1.5}} + \frac{2ne^{2n(1-l)}}{\left(1 - s \left(1 - e^{2n(1-l)}\right)\right)^{0.5}} \quad (9) \quad \frac{d\Delta E_{exp}^{\blacksquare}}{dl} = 2ne^{2n(1-l)} \left(\left(1 - l\right)^{be^{lns}}(al)^{0.5} + \left(1 - s \left(1 - e^{2n(1-l)}\right)\right)^{-0.5}\right) +$$

$$+ \left(1 - e^{2n(1-l)}\right) \left(\frac{nse^{2n(1-l)}}{\left(1 - s \left(1 - e^{2n(1-l)}\right)\right)^{1.5}} + \frac{0,5a(1-l)^{be^{lns}}}{(al)^{0.5}} + \right.$$

$$\left. + (al)^{0.5} \left(-be^{lns}(1-l)^{be^{lns}-1} + ns \log(1-l) be^{lns}(1-l)^{be^{lns}}\right)\right)$$

$$\frac{d \Delta_{E \exp}}{d s} = \frac{-0,5 \left(1 - e^{2n(1-l)}\right) \left(-1 + e^{2n(1-l)}\right)}{\left(1 - s \left(1 - e^{2n(1-l)}\right)\right)^{1,5}} \quad (10)$$

$$\frac{d \Delta_{E \exp}^{\blacksquare}}{d s} = \left(1 - e^{2n(1-l)}\right) \left(\frac{-0,5 \left(-1 + e^{2n(1-l)}\right)}{\left(1 - s \left(1 - e^{2n(1-l)}\right)\right)^{1,5}} + \right. \\ \left. + l b n (a l)^{0,5} \log (1-l) e^{l n s} (1-l)^{b e^{l n s}-1} \right)$$

$$q_{lin} = \left(1 - s \left(1 - l^{-2}\right)\right)^{-0,5} \quad (2.)$$

$$q_{lin}^{\blacksquare} = \left(1 - s \left(1 - l^{-2}\right)\right)^{-0,5} - 0,25 (l - 0,1)^{0,15} (1-l)^{e^{5 l s}}$$

$$\Delta q_{lin} = \frac{d q_{lin}}{d l} \Delta l + \frac{d q_{lin}}{d s} \Delta s \quad (3.)$$

$$\Delta q_{lin}^{\blacksquare} = \frac{d q_{lin}^{\blacksquare}}{d l} \Delta l + \frac{d q_{lin}^{\blacksquare}}{d s} \Delta s$$

$$\frac{d q_{lin}}{d l} = \frac{s}{l^3 \left(1 - s \left(1 - l^{-2}\right)\right)^{1,5}} \quad (4.)$$

$$\frac{d q_{lin}^{\blacksquare}}{d l} = \frac{s}{l^3 \left(1 - s \left(1 - l^{-2}\right)\right)^{1,5}} + \frac{0,5 a (1-l)^{b e^{l n s}}}{(a l)^{0,5}} + (a l)^{0,5} \times \\ \times \left(-b e^{l n s} (1-l)^{b e^{l n s}-1} + n s \log (1-l) b e^{l n s} (1-l)^{b e^{l n s}}\right)$$

$$\frac{d q_{lin}}{d s} = \frac{-0,5 \left(-1 + l^{-2}\right)}{\left(1 - s \left(1 - l^{-2}\right)\right)^{1,5}} \quad (5.)$$

$$\frac{d q_{lin}^{\blacksquare}}{d s} = \frac{-0,5 \left(-1 + l^{-2}\right)}{\left(1 - s \left(1 - l^{-2}\right)\right)^{1,5}} + l b n (a l)^{0,5} \log (1-l) e^{l n s} (1-l)^{b e^{l n s}-1}$$

$$\Delta P_{lin} = \left(1 - s \left(1 - l^{-2}\right)\right)^{-1} \quad (6.)$$

$$\Delta P_{lin}^{\blacksquare} = \left(\left(1 - s \left(1 - l^{-2}\right)\right)^{-0,5} + (a l)^{0,5} (1-l)^{b e^{l s}}\right)^2$$

$$\Delta_{E lin} = (1-l) \left(1 - s \left(1 - l^{-2}\right)\right)^{-0,5} \quad (7.)$$

$$\Delta_{E lin}^{\blacksquare} = (1-l) \left(\left(1 - s \left(1 - l^{-2}\right)\right)^{-0,5} + (a l)^{0,5} (1-l)^{b e^{l s}}\right)$$

$$\delta \Delta_{E lin} = \frac{d \Delta_{E lin}}{d l} \Delta l + \frac{d \Delta_{E lin}}{d s} \Delta s \quad (8.)$$

$$\delta \Delta_{E lin}^{\blacksquare} = \frac{d \Delta_{E lin}^{\blacksquare}}{d l} \Delta l + \frac{d \Delta_{E lin}^{\blacksquare}}{d s} \Delta s$$

$$\frac{d \Delta_{E lin}}{d l} = \frac{2}{l^3 \left(1 - s \left(1 - l^{-2}\right)\right)^{0,5}} + \\ + \frac{\left(1 - l^{-2}\right) s}{l^3 \left(1 - s \left(1 - l^{-2}\right)\right)^{1,5}} \quad (9.)$$

$$\frac{d \Delta_{E lin}^{\blacksquare}}{d l} = \frac{2 \left(1 - l^{b e^{l s}} (a l)^{0,5} + \left(1 - s \left(1 - l^{-2}\right)\right)^{-0,5}\right)}{l^3} + \\ + \left(1 - l^{-2}\right) \left(\frac{s}{l^3 \left(1 - s \left(1 - l^{-2}\right)\right)^{1,5}} + \frac{0,5 a (1-l)^{b e^{l s}}}{(a l)^{0,5}} + \right. \\ \left. + (a l)^{0,5} \left(-b e^{l s} (1-l)^{b e^{l s}-1} + s \log (1-l) b e^{l s} (1-l)^{b e^{l s}}\right) \right)$$

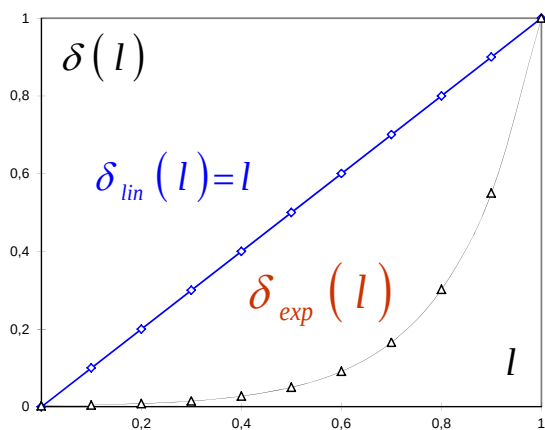
$$\frac{d \Delta_{E lin}}{d s} = \frac{-0,5 \left(-1 + l^{-2}\right) \left(1 - l^{-2}\right)}{\left(1 - s \left(1 - l^{-2}\right)\right)^{1,5}} \quad (10.)$$

$$\frac{d \Delta_{E lin}^{\blacksquare}}{d s} = \left(1 - l^{-2}\right) \left(\frac{-0,5 \left(-1 + l^{-2}\right)}{\left(1 - s \left(1 - l^{-2}\right)\right)^{1,5}} + \right. \\ \left. + l b (a l)^{0,5} \log (1-l) e^{l s} (1-l)^{b e^{l s}-1} \right)$$

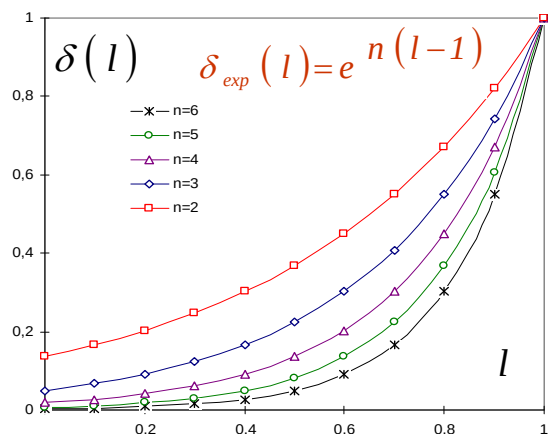
ВИЗУАЛИЗАЦИЯ НА ЕКСПЛОАТАЦИОННИТЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ НА РЕГУЛИРАЩЕТЕ ОРГАНИ

Моделите, показани в табл.1 са симулирани, а стационарните експлоатационни характеристики на PO_{lin} и PO_{exp} са илюстрирани паралелно за видовете PO на:

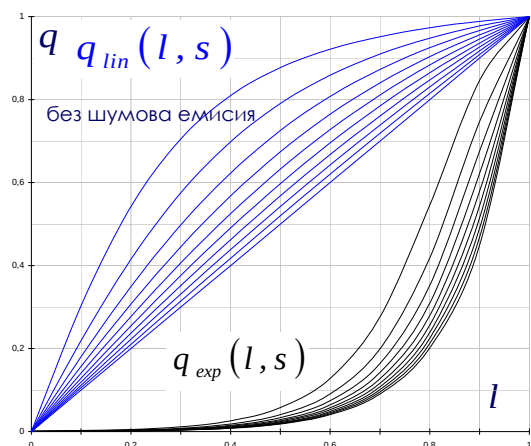
- фиг.2 - теоретичната пропускна способност $\delta(l)$ (1);
- фиг.3 - експлоатационната характеристика $q(l, s)$ (2) по метода на 2D-визуализация със „замразени параметри“ при вариации на s , респективно на l ;
- фиг.4 - експлоатационната характеристика на разхода $q(l, s)$ (2) по метода на параметрична (в относителни единици) 3D-визуализация;
- фиг.5 - експлоатационната характеристика на хидравличните загуби на мощност $\Delta_E(l, s)$ (7) по метода на параметрична 3D-визуализация;
- фиг.6 - пълният предавателен коефициент по разход $\Delta q(l, s)$ (3)÷(5) на PO в системите за управление по метода на параметрична 3D-визуализация;



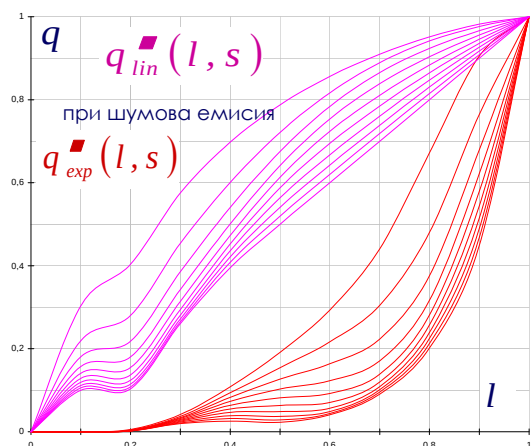
Фиг.2.а



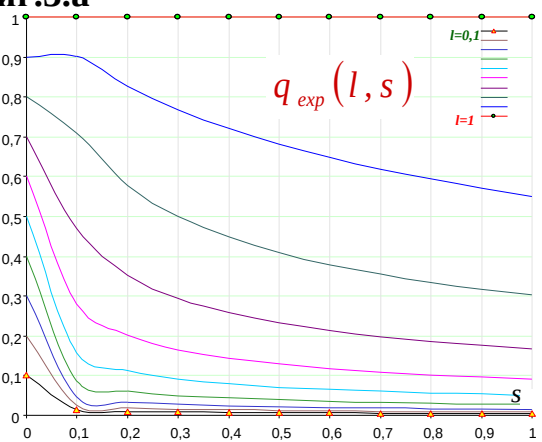
Фиг.2.б



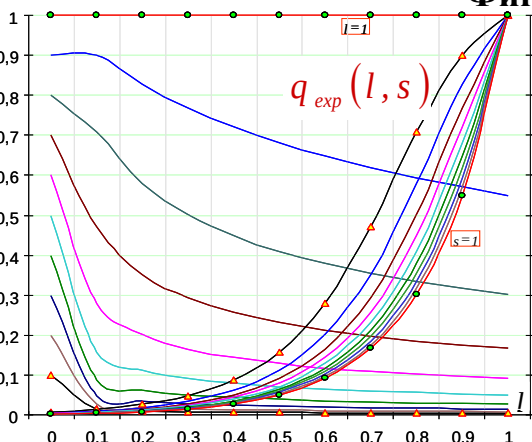
Фиг.3.а



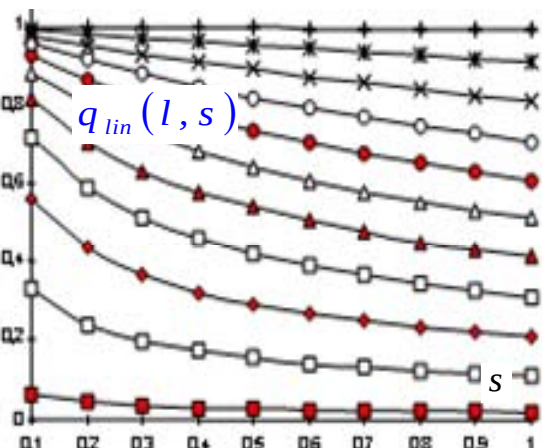
Фиг.3.б



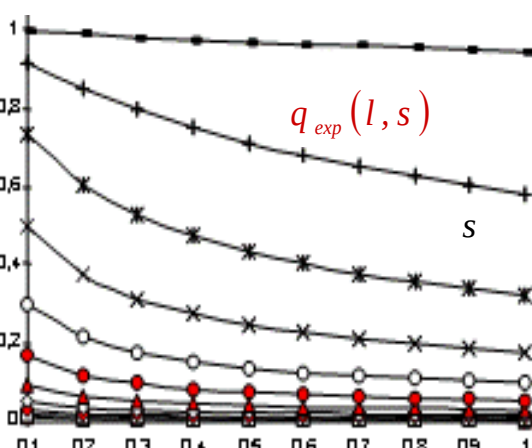
Фиг.3.с



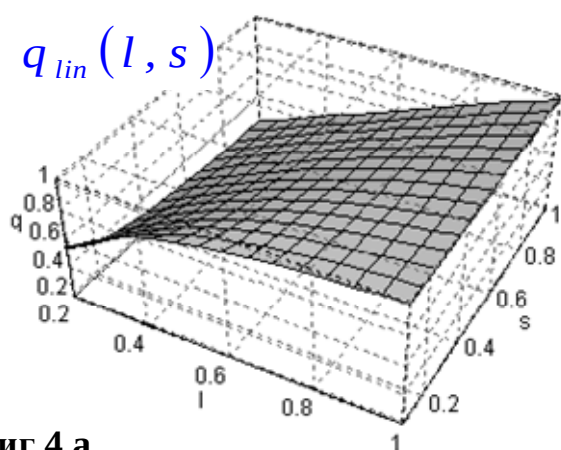
Фиг.3.д



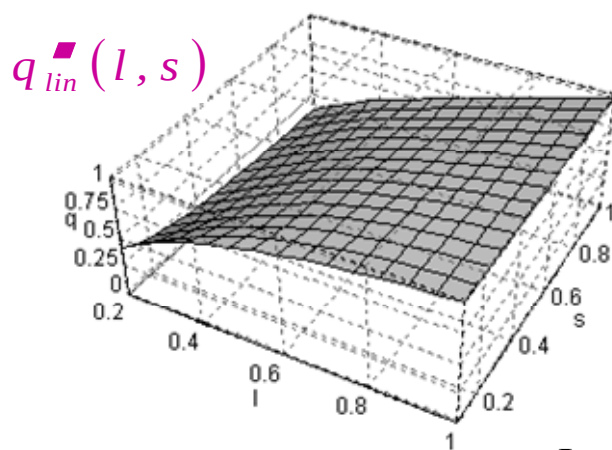
Фиг.3.е



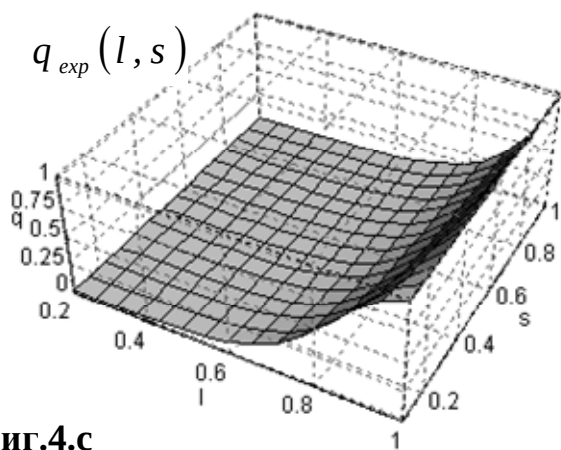
Фиг.3.ф



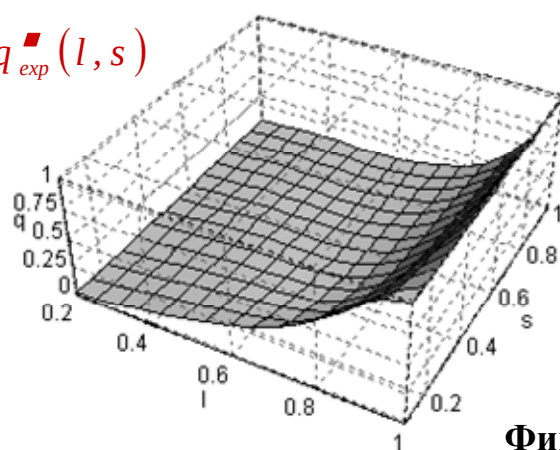
Фиг.4.а



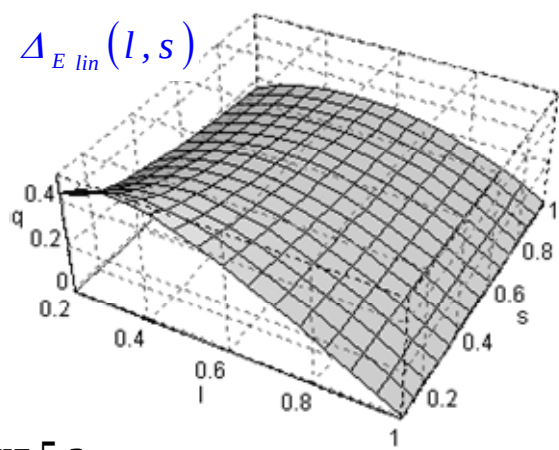
Фиг.4.б



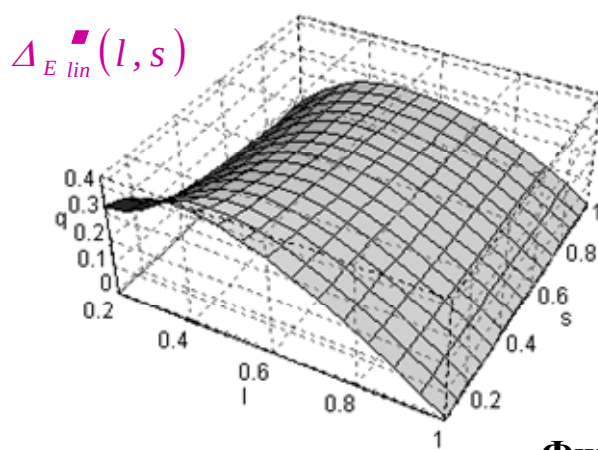
Фиг.4.с



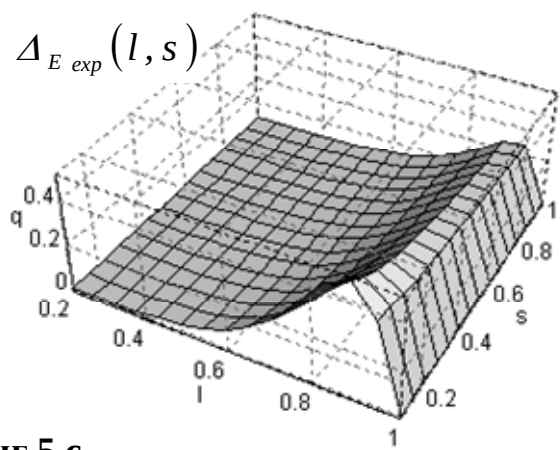
Фиг.4.д



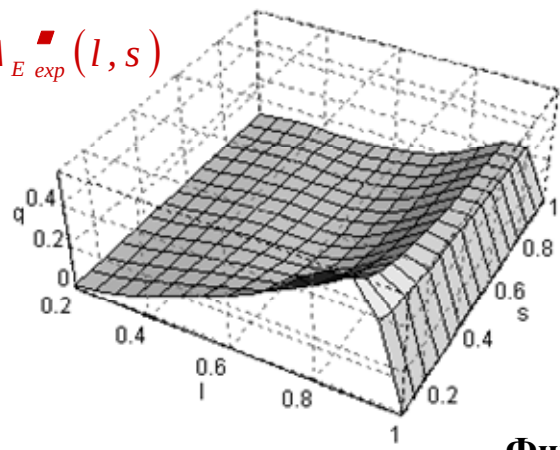
Фиг.5.а



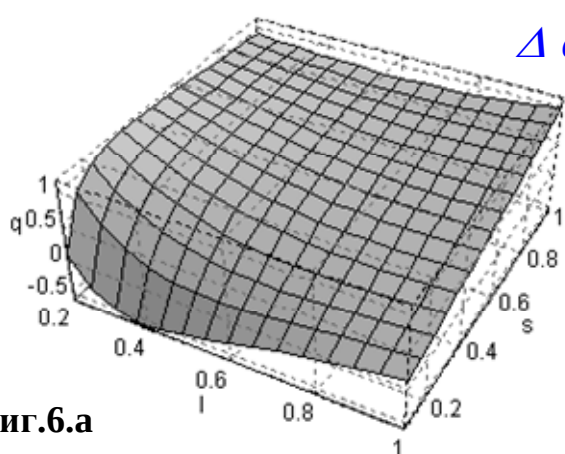
Фиг.5.б



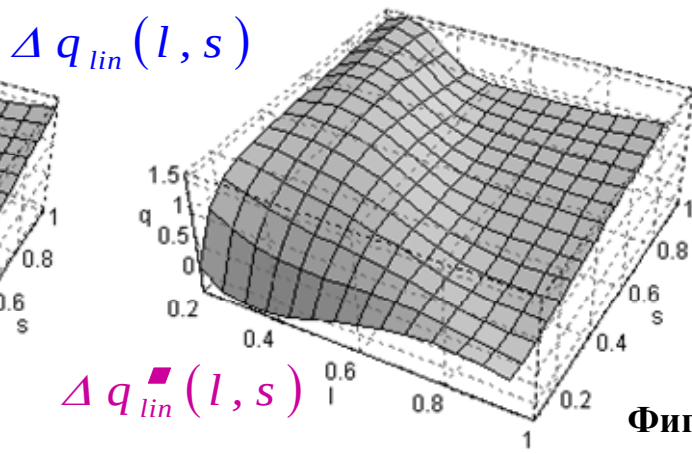
Фиг.5.с



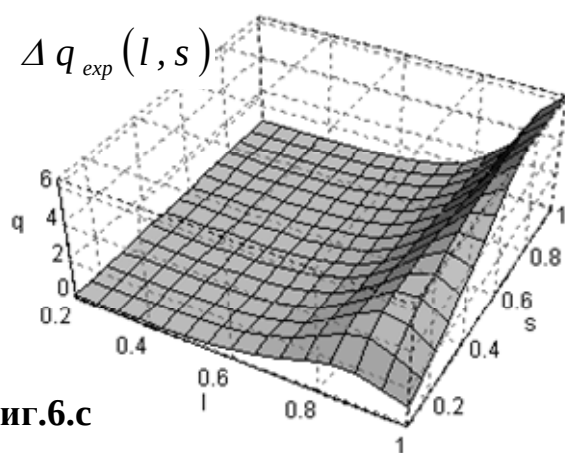
Фиг.5.д



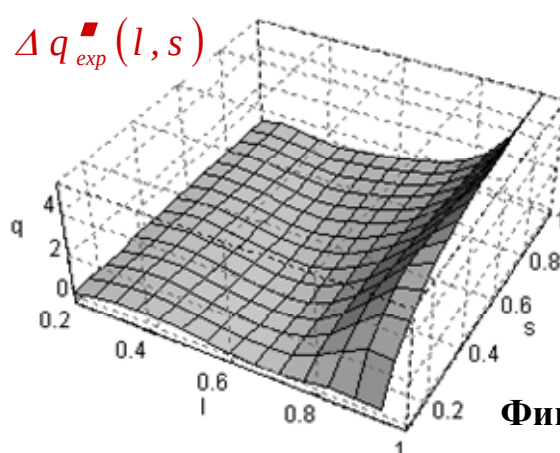
Фиг.6.а



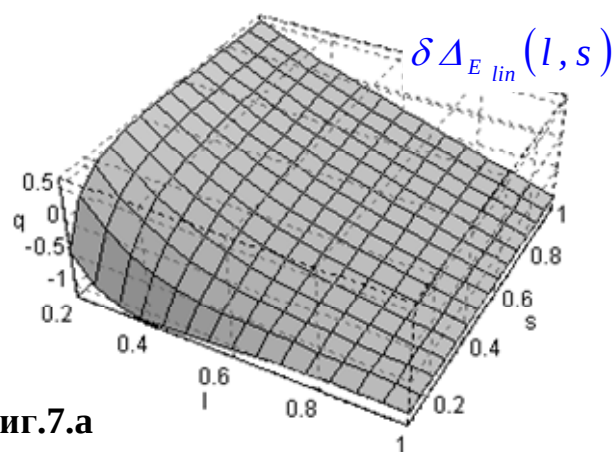
Фиг.6.б



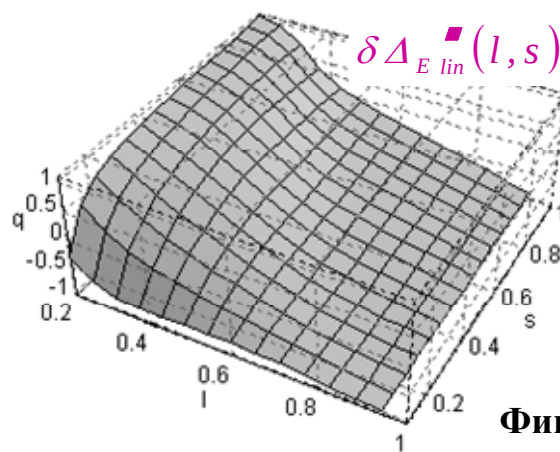
Фиг.6.с



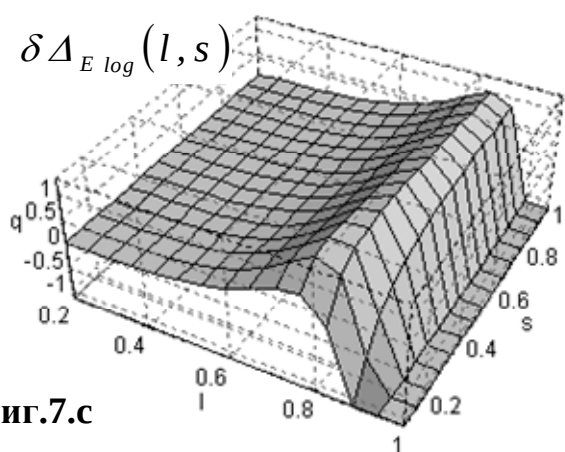
Фиг.6.д



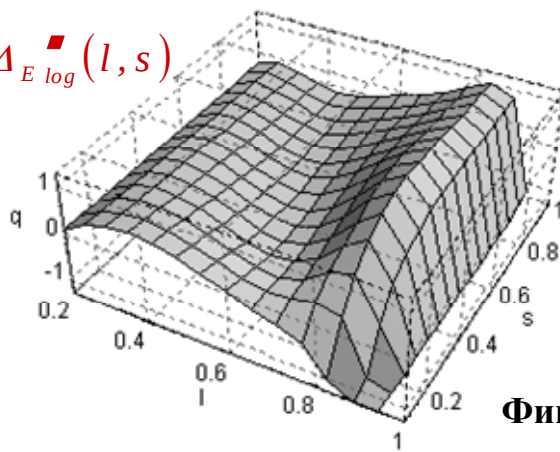
Фиг.7.а



Фиг.7.б



Фиг.7.с



Фиг.7.д

• фиг.7 - пълният предавателен коефициент по загуби на мощност $\delta \Delta_E$ (7) ÷ (9) на PO в системите за управление по метода на параметрична 3D-визуализация. От показаните визуализации е очевидна и нелинейността, и нееднозначността на експлоатационните характеристики, както и силното влияние върху стационарните експлоатационни характеристики от появата на шумова емисия.

АНАЛИЗ И ОЦЕНКА НА ВЪЗДЕЙСТВИЕТО НА АКУСТИЧНАТА ШУМОВА ЕМИСИЯ В СТАЦИОНАРЕН РЕЖИМ

Оценка на въздействието на акустичната шумова емисия върху стационарните експлоатационни характеристики на системата „плавно дроселиране“ е показана визуално с помощта на разликата в разходните характеристики $q^{\bullet}(l,s) - q(l,s)$ на фиг.8, както и на фиг.9 чрез разликата на пълния предавателен коефициент по разход $\Delta q^{\bullet}(l,s) - \Delta q(l,s)$. Анализът показва, че въздействието на SL върху характеристиките: • при PO_{lin} се отразява с намаляване на разхода q , а при PO_{exp} - с неговото увеличаване, но с много по-малка абсолютна стойност (фиг.8); • при PO_{lin} се отразява с увеличаване на предавателния коефициент Δq (което би означавало загуба на устойчивост на системата за управление), а при PO_{exp} - с неговото осезаемо намаляване (фиг.9).

Оценка на въздействието на акустичната шумова емисия върху стационарните експлоатационни характеристики на системата „плавно дроселиране“ е проведена и чрез функционален анализ на експлоатационната характеристика на коефициента $\Delta q(l,s)$ (3), при който параметричното множество $\{l,s\}$ се разделя на две подмножества за Δq . Това са подмножествата на параметричните области $\{l^{\epsilon_o}, s^{\epsilon_o}\}$ (11) и на $\{l^o, s^o\}$ (12). В първата област $\{l^{\epsilon_o}, s^{\epsilon_o}\}$ промените на Δq са съществени, даже и при малки флуктуации в стойностите на параметрите около някаква база в $\{l^o, s^o\}$. Тя определя параметрически смутените процеси в системата за управление (използваща съответния PO) от дроселирането. Втората (определена с множеството $\{l^o, s^o\} \subseteq \Lambda_{\Delta q}$) е областта $\Lambda_{\Delta q}$ (13) на линейния режим (OLP) на дроселиране с $\Delta q(l,s) = const$, независеща от направлението на въздействието $\{l^o, s^o\}$. Решението на системата уравнения (14) определя $\{l^o, s^o\}$, т.е. OLP при плавно дроселиране $\Lambda_{\Delta q}$, а размерът на $\Lambda_{\Delta q}(l,s)$ се изразява аналитично с (15). Областта $\Lambda_{\Delta q}$ на линейния стационарен режим на функциониране на PO е *обобщен показател* за размера на въздействието на акустичната шумова емисия с налягане SL върху експлоатационни характеристики на системата.

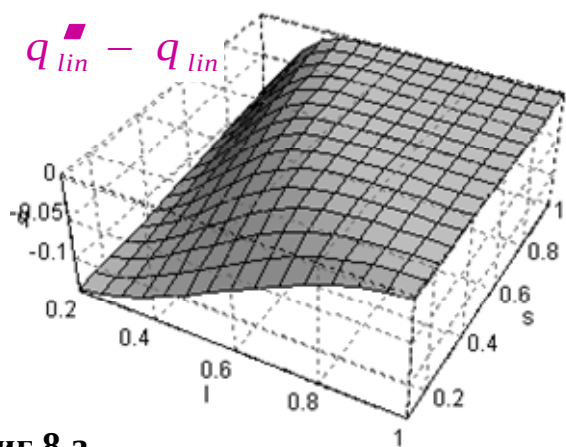
$$l \in [0,1]; s \in [0,1]; \{l^{\epsilon_o}, s^{\epsilon_o}\} \in \{l,s\} ; \cup \Delta q^{\epsilon_o}(\{l^{\epsilon_o}, s^{\epsilon_o}\} \leftrightarrow \Delta q(l^{\epsilon_o}, s^{\epsilon_o}) \neq const) \quad (11)$$

$$l \in [0,1]; s \in [0,1]; \{l^o, s^o\} \in \{l,s\} ; \cup \Delta q^o(\{l^o, s^o\} \leftrightarrow \Delta q(l^o, s^o) = const) \quad (12)$$

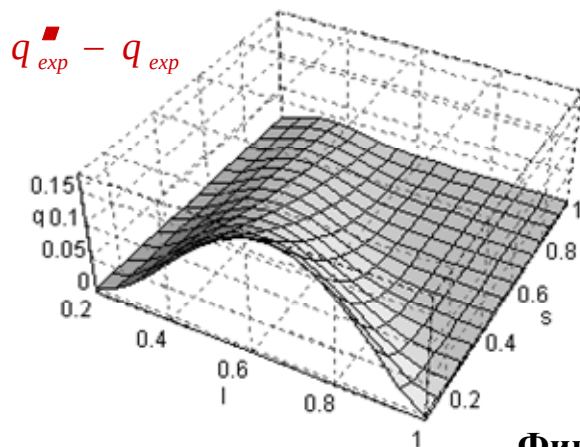
$$\forall l^o \forall s^o \exists \Lambda_{\Delta q}(\{l^o, s^o\} \leftrightarrow \Delta q(l^o, s^o) = const) \quad (13)$$

$$\left| \frac{\partial \Delta q(l,s)}{\partial l} = 0 ; \frac{\partial \Delta q(l,s)}{\partial s} = 0 \right. \quad (14)$$

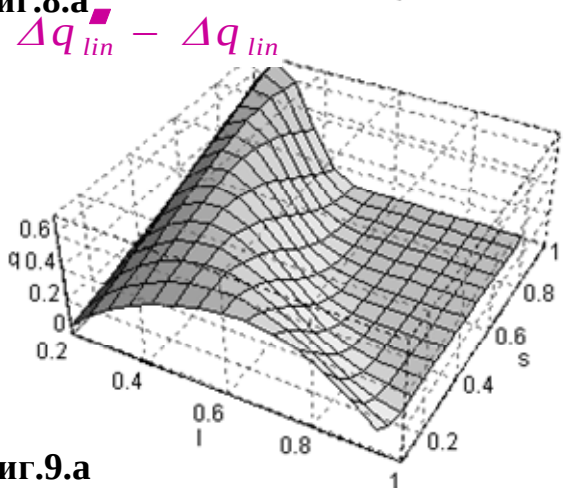
$$\Lambda_{\Delta q}(l,s)_{\{\Delta q = const\}} = \iint_{l^o, s^o} \Delta q(l,s) dl ds \quad (15)$$



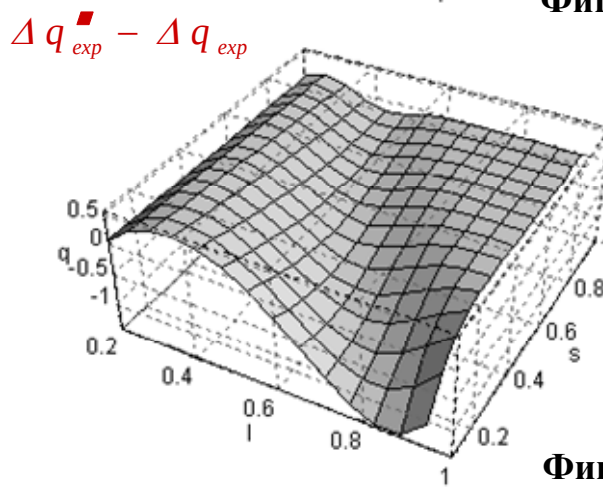
Фиг.8.a



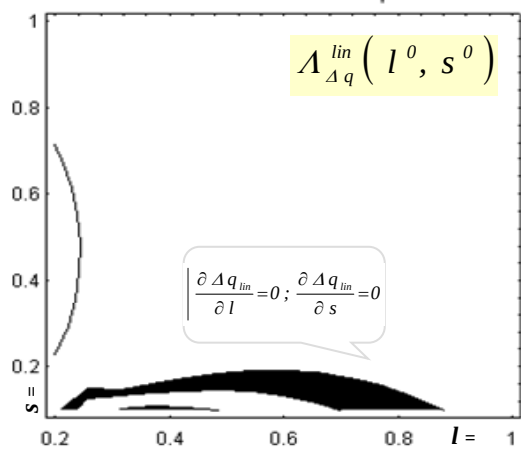
Фиг.8.b



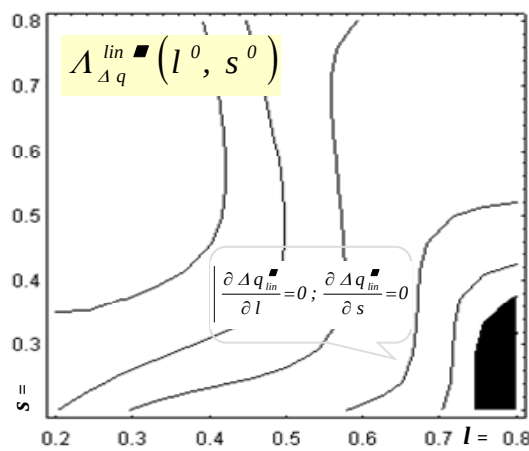
Фиг.9.a



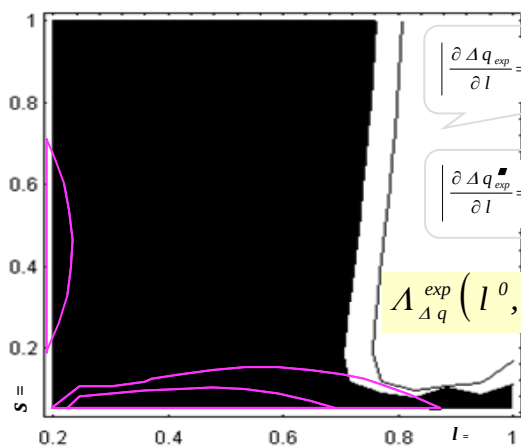
Фиг.9.b



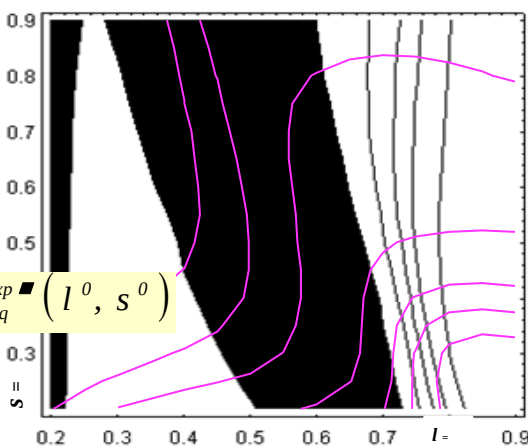
Фиг.10.a



Фиг.10.b



Фиг.10.c



Фиг.10.d

Резултатите от оценката на въздействието на шумовата емисия върху стационарните експлоатационни характеристики с използване на методите на функционалния анализ и параметричен 2D-плот са визуализирани на фиг.10 с помощта на оцветените в черен цвят зони. Те изобразяват размерите на *обобщения показател* (областта на линейни стационарни режими), както и на въздействието на шумовата емисия върху експлоатационните характеристики.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Проведеното изследване и резултатите от анализа на стационарните експлоатационни характеристики определят *PO* като нелинеен елемент в системите за управление. Акустичната шумовата емисия в *PO* внася допълнителен размер на параметрични флуктуации и загуби на мощност при плавното дроселиране. Този факт изисква и налага необходимостта от използването на методи за редукция на акустичния шум и за ефективни робастни методи за управление в условията на шумова емисия в *PO*. Новото и оригинално в настоящата работа са:

- предложените и систематизирани аналитични модели на величините, характеризиращи стационарния режим на плавно дроселиране, както и техния функционален анализ;
- аналитичните оценки на размера на въздействието на шумовата емисия върху стационарните експлоатационни характеристики;
- представянето на стационарните характеристики на процеса с използване на методите на 2D - 3D-визуализация със „замразени параметри“ и на параметричен 2D-плот.

ЛИТЕРАТУРА

- [1] **Baumann H. D.** (1971), *Control Valve Sound Pressure Level Prediction*, - Instruments and Control Systems, February 1971, 122-138
- [2] **Reed C., Viller R.** (1976), *Comment déterminer le bruit d'une vanne de réglage*, - Mesures, Vol.41, No 11, novembre 1976, 33-46
- [3] **Гонек Ф.** (1989), *Регулирующие клапаны и управляемость процессов*, - Приборы и системы управления, кн.1,1989, 14-21
- [4] **Westcott D.** (1993), *Fugitive Emission in Control Valves*, - Control and Instrument, May 1993, 28-31
- [5] **Nikolov E.** (1997), *Analysis and Models of the Noise in Control Valves*, # Journal Automatica and Informatics, © 1997 Union of Automatics and Informatics, ISSN 0861-7562, 3/ 1997, 9-18
- [6.a] **Nikolov E.** (1999), *Models of the Processes in the Control Valves*, - Annuaire de l'ESIEE, scientifiques publications 1999, Edd. Chambre de commerce et de l'industrie de France, Paris, 408-415
- [6.b] **Nikolov E.** (1999), *Models of the Processes in the Control Valves*, In Proc. of 2-nd International Conference CLIMBING & WALKING ROBOTS'99 (CLAWAR'99), Session 1.1 "Theory and Simulation", University of Portsmouth, UK, September 13-15, 1999, 33-44
- [7] **Nikolov E.** (2000), *Models and Analysis of the Smooth Flow Control*, - Journal Automatica and Informatics, © 2000 Union of Automatics and Informatics, ISSN 0861-7562, 4/ 2000, 7-20
- [8] **Nikolov E.** (2003), *Applied Methods for Process Control - part I (frequency methods and systems with robust performances)*, © 2003 Publishing House of Technical University of Sofia, Sofia 2003, II-nd Ed., ISBN 954-438-334-4, 2003, 358 p.
- [9] **Nikolov E.** (2003), *Control Instrumentations - part II (control algorithms, intelligent actuator, noise reduction control valves)*, © 2003 Publishing House of Technical University of Sofia, Sofia 2003, II-nd Ed., ISBN 954-438-336-6, 2003, 296 p.
- [10] **Nikolova N., E. Nikolov** (2006), *Energy saving algorithms and control system*, In Proc of IFAC ESC 2006 WS: Energy saving control in plants and buildings, October 2 - 5, 2006 Bansko, Bulgaria, © 2006 IFAC, ISBN-10: 954-9641-47-3, ISBN-13: 978-954-9641-47-9, 141-146
- [11] **Nikolov E., N. Nikolova** (2006), *Analysis of energy losses in the valve of control system*, In Proc of IFAC ESC 2006 WS: Energy saving control in plants and buildings, October 2 - 5, 2006 Bansko, Bulgaria, © 2006 IFAC, ISBN-10:954-9641-47-3, ISBN-13:978-954-9641-47-9, 135-140
- [12] **Nikolov E.** (2010), *Robust Fractional Control (Approaches Predictive and Algebraic, Distributed Control Systems)*, © 2010 Ed. of Technical University Sofia, 2010, ISBN 978-954-438-851-5, 375 p.

Автори: Емил Николов, проф. дтн- катедра „Автоматизация на Непрекъснатите Производства”, Факултет Автоматика, Технически Университет - София, E-mail address: nicoloff@tu-sofia.bg ; Нина Г. Николова, доц. д-р - катедра „Автоматизация на Непрекъснатите Производства”, Факултет Автоматика, Технически Университет - София, E-mail address: ninan@tu-sofia.bg

Постъпила на 24.09.2013

Рецензент чл. кор. проф. дтн П. Петков

МОДЕЛИ И АНАЛИЗ НА ПРОЦЕСА ПЛАВНО ДРОСЕЛИРАНЕ В РЕГУЛИРАЩИТЕ ОРГАНИ - НЕСТАЦИОНАРЕН РЕЖИМ, ЕНЕРГИЙНИ ЗАГУБИ - II част

Е. Николов, Н. Г. Николова

Резюме: Темата на настоящата статия е плавното дроселиране на принудено движещ се флуид в тръбопроводи, както и съответстващите модели на динамика на процеса. Целта е изводът и систематизирането на аналитичните нестационарни модели на скоростта, разхода на потока, както и динамични загуби на мощност и енергия при плавно дроселиране в регулиращите органи. Решена е задачата за функционален анализ на аналитични модели. Използвани са известни класически методи. Определени са съществени разлики и репараметризацията на изследваните модели. Резултатите са приложими в анализа и синтеза на робастни системи за управление.

Ключови думи: модели на нестационарното дроселиране на флуид в регулиращите органи, функционален анализ, многопараметрична 2D-визуализация

MODELS AND ANALYSIS OF THE SMOOTH FLOW CONTROL IN THE CONTROL VALVES - NON-STATIONARY MODE, ENERGY LOSSES - part II

E. Nikolov, N. G. Nikolova

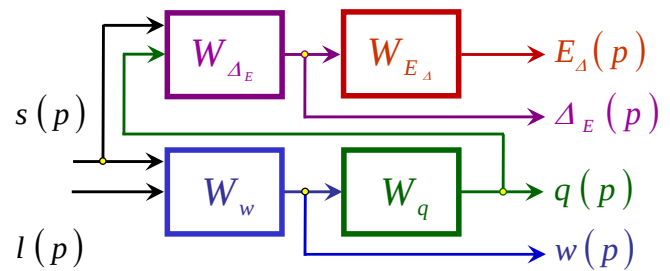
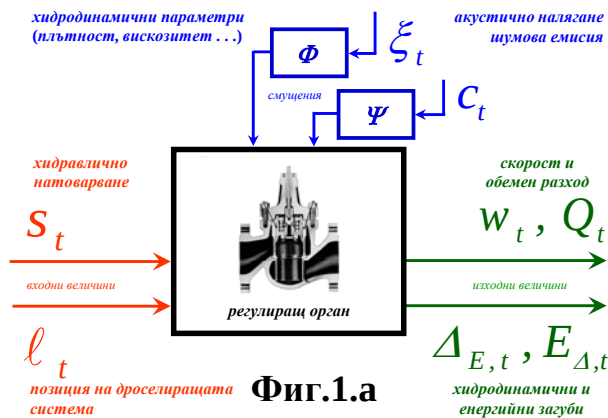
Abstract: The subject of this article is the smooth flow control of the constrained moving fluid in pipelines as well as the corresponding models of the smooth flow control dynamics. The aim is the systematization of the analytical non-stationary models of: the speed changes, the volume flow, and the dynamic losses, under the smooth flow control of liquids in the control valves. The task for the functional analysis of the analytical models has been solved. A known classical method has been used. The total differentials and reparametrisation of the examined models have been determined. The results are applicable in the analysis and synthesis of robust featured control systems.

Key words: models of the smooth flow control, functional analysis, multiparametric 2D-visualisation.

ВЪВЕДЕНИЕ

В [1 ÷ 11] е разгледан нестационарният процес на плавно дроселиране (фиг.1) на флуид в регулиращите органи (РО). За входни величини са приети позицията l на дроселиращата система на РО и натоварването s ; за изходни величини - скоростта w , обемният разход Q , хидравличните загуби на мощност ΔE и загубите

на енергия E_{Δ} , а за смушаващи процеса величини - хидродинамичните параметри на флуида и шумовата емисия с акустично налягане s_L [1÷6]. Целта на настоящата разработка е да се изследват особеностите на процеса на плавно дроселиране в PO . Задачите, които тя си поставя, са: моделирането на процесите и анализът на динамичните модели на основните физически величини, в т.ч. и на хидродинамичните загуби на енергия, характеризиращи дроселирането в PO .



ИЗПОЛЗВАНИ МЕТОДИ, АНАЛИТИЧЕН ИНСТРУМЕНТАРИУМ И РЕШЕНИЕ

За адекватна илюстрация и аналитичен модел на нестационарното принудено движение на флуид в закрити легла при плавно дроселиране в PO е прието [8,9]. Уравнението на **Euler** (1) за количеството на движение на идеална течност. Приложено за зоната на свиване на потока флуид при затваряне на PO , уравнението описва изменението на скоростта w на флуида в тази зона при скокообразна промяна на позицията на дроселиращата система на PO от l^* до l^0 ($l^0 < l^*$). Уравнението (1) е динамичен модел на изменението на скоростта w на потока флуид през PO в класа на специалните уравнения на **Ricatti**, където f_l е пропускното сечение на линията (непосредствено преди и след PO), а s е хидравличното натоварване. Зависимостта (1) е уравнение на баланса на силите (с дименсия $kg.m/s^2$) върху елементарен обем от транспортирания в линията на PO флуид. По членно в него са отчетени действащите: инерционни сили $m dw/dt$; сили на вискозно триене $\rho f_l w^2$; сили на външното въздействие $P_3 f$, в баланс на силата на противодействието на входния поток $P_2 f$, където m е масата на флуида (например от фланец до фланец на PO на разстояние L). Уравнението (1) моделира изменението на скоростта w в PO при скокообразен не единичен входен сигнал от страна на позицията l .

СКОРОСТ. В изпълнение на поставените пред настоящата работа задачи за моделиране на величините, характеризиращи плавно дроселиране в PO , се търси решение на (1) за скоростта w при конкретни начални условия. За решението на уравнението на **Ricatti** (1), в работата се използва методът на **Green**-функциите, показан системно в [4,10÷12]. Уравнението (1) се отнася в класа уравненията (2), като се търси неговото решение при указаните в (2) начални условия. С помощта на използвания метод са определени съответстващите на (1),(2) стандартизираща функция $\varpi(t)$ (3) и **Green**-функцията $g^F(t)$ (4) за указаните начални

условия $(u(0)=u_0, t \geq 0)$, където w_0 е началната скорост на флуида в PO като режим фактор на процеса. С помощта на $G^F(t)$ е определено еднозначно и решението (5) на уравнението на **Ricatti** (1),(2). То представлява преходната функция $w(t) \hat{=} h_w(t)$ на изменението на скоростта w при указаните начални условия $(u(0)=u_0, t \geq 0)$. Използваният метод на **Green**-функциите за решение на (1),(2) предоставя в директен вид и възможността с намерената $G^F(t)$ (4) да бъде определена аналитично предавателната функция $w_w(p)$ (6) на моделираната с (1) динамична система за количеството на движение на идеална течност в PO . Нататък в работа времевите и честотните характеристики на динамичната система (1),(2) по отношение на w са моделирани, симулирани и анализирани. Така достигнатото аналитично описание скоростта е определящо в изводите (основаващи се на структурен модел на процесите, показан на фиг.1) на аналитичните модели на обемния разход, хидравличните загуби на мощност и хидродинамичните загуби на енергия при плавното дроселиране в PO .

$$m \frac{dw}{dt} + \rho f_1 w^2 = \Delta P_{cb} f \Leftrightarrow \frac{dw}{dt} + r w^2 = h l$$

$$\left(\Delta P_{cb} = P_2 - P_3; r = \frac{D_1^2}{D^2 L}; h(s) = \frac{4 \Delta P_{PO}}{\rho L D}; L = \frac{4m}{\rho \pi D^2}; s = \frac{\Delta P_{PO}}{\Delta P_{PO \max}} \right) \quad (1)$$

$$\frac{du(t)}{dt} + a(t)u(t) = f(t), \left(u \hat{=} w; a \hat{=} r = \frac{D_1^2}{D^2 L}; f \hat{=} h l = \frac{4 \Delta P_{PO} l}{\rho L D} \right)$$

$$u(0) = u_0, t \geq 0, (w(0) = w_0, t \geq 0) \quad (2)$$

$$\varpi(t) = f(t) + u_0 \delta(t - t_0) \hat{=} h l(t) + w_0 \delta(t - t_0) \quad (3)$$

$$G^F(t, \tau) = 1(t - \tau) e^{\left(- \int_{\tau}^t a(y) dy \right)} \hat{=} 1(t - \tau) e^{\left(- \int_{\tau}^t r w(y) dy \right)}$$

$$G^F(t) \hat{=} e^{\left(- \int_{t_0}^t a(y) dy \right)} e^{\left(\int_{t_0}^t a(y) dy \right)} \hat{=} e^{-t r w(t)} e^{(r w_0) t}, ((t - t_0) \geq 0) \quad (4)$$

$$u(t) \hat{=} w(t) \hat{=} \int_{t_0}^t G^F(t, \tau) \cdot \varpi(\tau) d\tau \hat{=} \int_{t_0}^t e^{\left(- \int_{\tau}^t r w(y) dy \right)} h l(\tau) d\tau + w_0 e^{\left(- \int_{t_0}^t r w(y) dy \right)} \hat{=} h_w(t) \quad (5)$$

$$W_w(p) = \frac{w(p)}{l(p)} = \int_0^{\infty} e^{-p t} G^F(t) dt \tau = \int_0^{\infty} e^{-p t} e^{\left(- \int_{t_0}^t r w(y) dy \right)} e^{\left(\int_{t_0}^t r w(y) dy \right)} d\tau = \frac{a(w_0) p + 1}{b(w_0(t)) p + 1} \quad (6)$$

АНАЛИТИЧНО МОДЕЛИРАНЕ НА ФИЗИЧЕСКИТЕ ВЕЛИЧИНИ, ОПРЕДЕЛЯЩИ ПЛАВНОТО ДРОСЕЛИРАНЕ В РЕГУЛИРАЩИТЕ ОРГАНИ

РАЗХОД. При вече известно аналитично решение (5),(6) на (1),(2) за промяната на скоростта w (фиг.1) като функция на позицията l на PO ($w(l, t), w(l, p)$), следва да се отчете и зависимостта на обемния разход $q(w, t)$ от скоростта с нестационарното диференциално уравнение (7). То е модел на инерционна динамична система, в която времеконстантата $T(s)$ и предавателният коефициент $k(s)$ са функции на натоварването s . Съответстващата на (7) предавателна функция

$w_{wq}(p)$ (8) основателно може да бъде използвана в аналитичното определяне на предавателната функция $w_q(p)$ (9), моделираща зависимостта на промяната на разхода q като функция от измененията на l на PO . С отчитането на известната [5 ÷ 8] статична характеристика на PO (10), където $\sigma(l)$ е теоретичната пропускна способност на PO , аналитичен израз за $w_q(p)$ се трансформира в (11). В работата динамичните времеви и честотни характеристики на изменението на обемния разход на флуид q през PO като функция на l и на s са моделирани, симулирани и анализирани.

ХИДРАВЛИЧНИ ЗАГУБИ НА МОЩНОСТ. Известна е [4,5] зависимостта (12) за хидравличните загуби на мощност Δ_E от разхода q при плавно дроселиране на флуида в PO . Аналогично на по-горе направените аналитични изводи, свързани с последователно съединени динамични системи (фиг.1), предавателната функция $w_{\Delta_E}(p)$, дефинираща зависимостта на Δ_E като функция от измененията на l и на s на PO , е определена с (13). Динамичните времеви и честотни характеристики на изменението на загубите на мощност Δ_E в PO от промените на l и на s са моделирани, симулирани и анализирани нататък в работата.

ХИДРОДИНАМИЧНИ ЗАГУБИ НА ЕНЕРГИЯ. При известен модел на хидравличните загуби на мощност Δ_E (13) в процеса на дроселиране в PO , хидродинамичните загуби на енергия E_A се определят с (14), (15). Динамичните времеви и честотни характеристики на изменението на загубите на енергия E_A в PO като функция на l и s са моделирани, симулирани и анализирани в работата.

$$T(s) \frac{dq(t)}{dt} + q(t) = k(s) \cdot w(t), \quad (q = Q/Q_{max}, 0 \leq q \leq 1) \quad (7)$$

$$w_{wq}(p) = \frac{q(p)}{w(p)} = \frac{k(s)}{T(s)p+1}, \quad (T(s) \rightarrow 0^+) \quad (8)$$

$$w_q(p) = \frac{q(p)}{l(p)} = w_w(p) \cdot w_{wq}(p) = \frac{(a(w_0)p+1)}{(b(w_0(t))p+1)} \cdot \frac{k(s)}{(T(s)p+1)} \quad (9)$$

$$q \Big|_{\substack{p=0 \\ t=\infty}} \equiv q(l,s) = (1-s(1-\sigma^{-2}(l)))^{-0.5} \equiv k(s) \quad (10)$$

$$w_q(p) = \frac{q(p)}{l(p)} = \frac{(a(w_0)p+1)}{(b(w_0(t))p+1)} \cdot \frac{(1-s(1-\sigma^{-2}(l)))^{-0.5}}{(T(s)p+1)} \quad (11)$$

$$\Delta_E = c \cdot s \cdot q(l,s), \quad (c = \Delta P_{max} Q_{max} = const) \quad (12)$$

$$w_{\Delta_E}(p) = \frac{\Delta_E(p)}{l(p)} = c \cdot s \cdot w_w(p) \cdot w_{wq}(p) = c \cdot s \cdot \frac{(a(w_0)p+1)}{(b(w_0(t))p+1)} \cdot \frac{(1-s(1-\sigma^{-2}(l)))^{-0.5}}{(T(s)p+1)} \quad (13)$$

$$E_A(t) = \Delta_E(t) \cdot t = \Delta P(t) \cdot Q(t) \cdot t \quad (14)$$

$$E_A(t) = \int_0^t \Delta_E(t) dt \quad (15)$$

$$W_{E_A}(p) = \frac{E_A(p)}{l(p)} = \frac{c s}{p} \frac{(a(w_0)p+1)}{(b(w_0(t))p+1)} \cdot \frac{(1-s(1-\sigma^{-2}))^{-0.5}}{p(T(s)p+1)} \quad (16)$$

$$k_w(t, w_0) = \frac{d(w(t)/w_0)}{dt} \quad (17)$$

$$\nabla_w(t, w_0) = \frac{\partial(w(t)/w_0)}{\partial t} \Delta t + \frac{\partial(w(t)/w_0)}{\partial w_0} \Delta w_0 \quad (18)$$

$$k_q(t, w_0) = \frac{d(q(t)/w_0)}{dt} \quad (19)$$

$$\nabla_q(t, w_0) = \frac{\partial(q(t, w_0))}{\partial t} \Delta t + \frac{\partial(q(t, w_0))}{\partial w_0} \Delta w_0 \quad (20)$$

ХАРАКТЕРИСТИКИ НА ПЛАВНОТО ДРОСЕЛИРАНЕ

Определените по-горе в работата аналитични модели на основните величини w, q, Δ_E, E_A , характеризиращи плавното дроселиране, са симулирани. Резултатите от симулирането визуализират характеристиките на процеса. Те са показани по метода на 2D-визуализация със „замразени параметри“ както следва на:

- фиг.2 - скоростта w (5),(6) на принудено движещия се флуид през PO с преходната функция $h_w(t, (a_{w_0}/b_{w_0}))$ и с честотните характеристики $w_w(j\omega, (a_{w_0}/b_{w_0}))$;
- фиг.3 - дебита (обемния разход) q (7),(11) на флуида през PO с преходната функция $h_q(t, \tau, s)$ и честотните характеристики $w_q(j\omega, \tau, s)$, където $\tau = a(w_0)/b(w_0)$;
- фиг.4 - хидравличните загуби на мощност Δ_E (12),(13) в PO с преходната функция $h_{\Delta_E}(t, \tau, s)$ и с честотните характеристики $w_{\Delta_E}(j\omega, \tau, s)$, където $\tau = a(w_0)/b(w_0)$;
- фиг.5 - хидродинамичните загуби на енергия E_A (14)÷(16) в PO с преходната функция $h_{E_A}(t, \tau, s)$ и честотните характеристики $w_{E_A}(j\omega, \tau, s)$, където $\tau = a(w_0)/b(w_0)$.

От визуализациите на характеристиките по указания метод е очевидна съществена зависимост в нестационарен режим на основните величини (w, q, Δ_E, E_A) на процеса от режимния фактор w_0 и натоварването s , изразяваща се в репараметризация и реструктуриране на моделите. Размерът на последните се оценява и визуализира съответно с помощта на:

- предавателния коефициент по скорост k_w (17) - фиг.6;
- чувствителността на предавателния коефициент по скорост ∇_w (18) - фиг.7;
- предавателния коефициент по дебит k_q (19) - фиг.8;
- чувствителността ∇_q на предавателния коефициент по дебит (20) на процеса-фиг.9.

Визуализациите на характеристиките (фиг.2 ÷ фиг.9) не отчитат репараметризицията/реструктурирането от страна на акустичната шумовата емисия ($c=0$) в резултат на кавитация (в случаите на несвиваем флуид, течност) или на движение на флуида с дозвукова скорост (в случаите на свиваем флуид, газ).

За сравнение, с използване на метода на многопараметричната 2D-визуализация [5,6] и съответните аналитични модели [1 ÷ 5], в настоящата работа са показани и характеристиките на процеса плавно дроселиране в експоненциални (exp) и в линейни (lin) PO с отчитане на наличието на акустична шумова емисия ($c=1$) на :

- фиг.10 по дебит (21) $w_q(j\omega, \tau, s, c)$;
- фиг.11 по загуби на мощност (22) $w_{\Delta_E}(j\omega, \tau, s, c)$.

$$w_{q,exp}(p) = \frac{(a(w_0)p+1)}{(b(w_0(t))p+1)} \cdot \frac{(1-s(1-e^{2n(1-l)}))^{-0.5} \cdot 0,125(5,25l-1)^{1,85}(1-l)^{e^{0,45nsl}}}{(T(s)p+1)} \quad (21.a)$$

$$w_{q,lin}(p) = \frac{(a(w_0)p+1)}{(b(w_0(t))p+1)} \cdot \frac{(1-s(1-l^{-2}))^{-0.5} - 0,25(l-0,1)^{0,15}(1-l)^{e^{5ls}}}{(T(s)p+1)} \quad (21.b)$$

$$w_{\Delta_E,exp}(p) = c \cdot s \cdot \frac{(a(w_0)p+1)}{(b(w_0(t))p+1)} \cdot \frac{(1-s(1-e^{2n(1-l)}))^{-0.5} \cdot 0,125(5,25l-1)^{1,85}(1-l)^{e^{0,45nsl}}}{(T(s)p+1)} \quad (22.a)$$

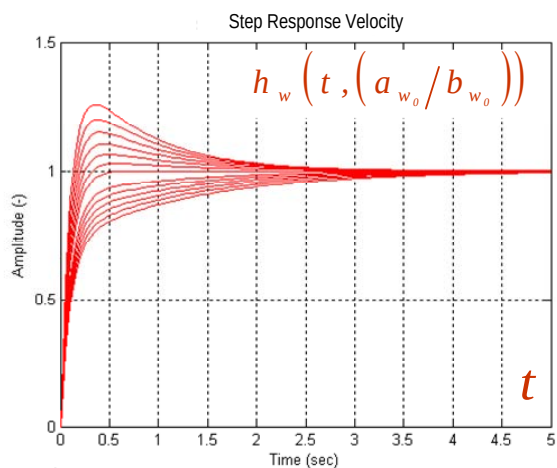
$$w_{\Delta_E,lin}(p) = c \cdot s \cdot \frac{(a(w_0)p+1)}{(b(w_0(t))p+1)} \cdot \frac{(1-s(1-l^{-2}))^{-0.5} - 0,25(l-0,1)^{0,15}(1-l)^{e^{5ls}}}{(T(s)p+1)} \quad (22.b)$$

Репараметризирането/реструктурирането на моделите с използването на този втори метод на 2D-визуализация е представено с параметричното множество на изобразяващи точки на честотните характеристики на процеса при хармонична промяна на l от пълно отваряне до пълно затваряне на PO във функция на s и SL , те определено показват една по-пълна и реална картина на нестационарния процес на плавно дроселиране в PO .

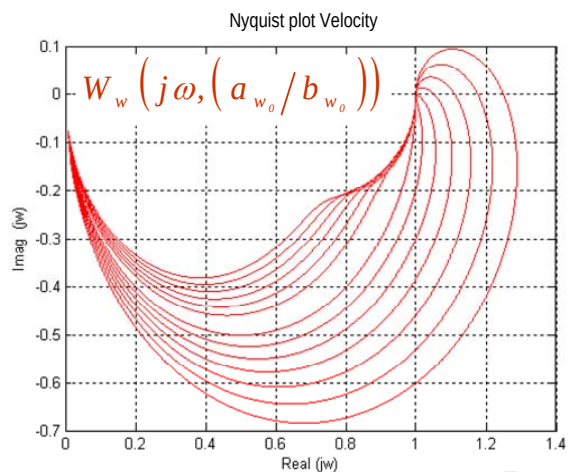
АНАЛИЗ НА РЕЗУЛТАТИТЕ

Резултатите от анализа на процесите на изменение на физическите величини, характеризиращи плавно дроселиране в нестационарен режим ($w, q, \Delta_E, E_{\Delta}$) по двата използвани метода показват, че репараметризирането и реструктурирането на моделите, в резултат на съвместното действие и на акустичния шум SL , и на натоварването s при дроселиране:

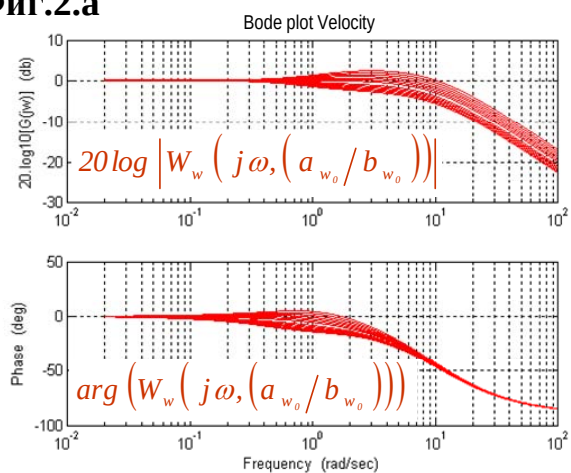
- са значителни в сравнение с нестационарния режим без акустичен шум;
- като аналитично отражение на проявата на режимните фактори върху процеса, предявяват необходимостта от използването на робастни и системи за управление в постигане на желано качество в експлоатационни производствени условия.



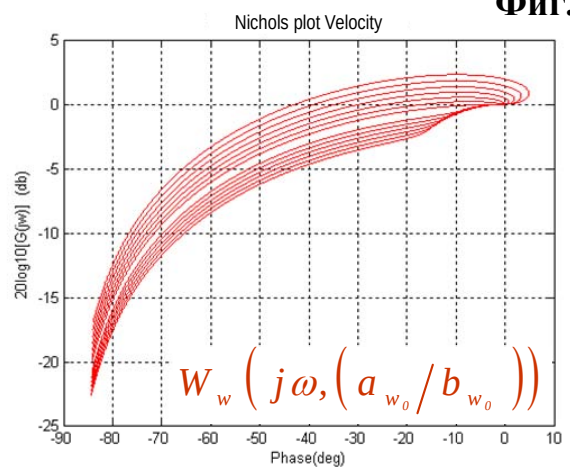
Фиг.2.а



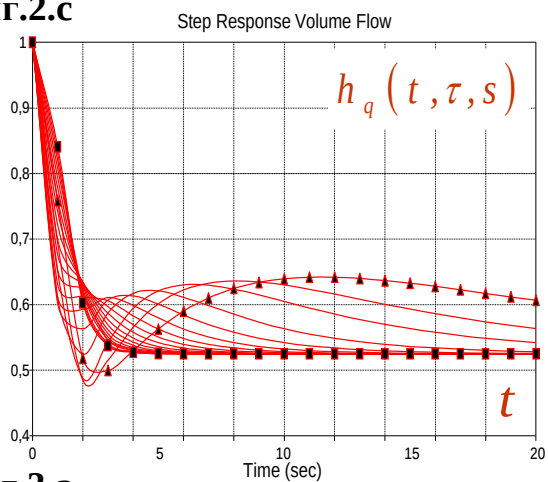
Фиг.2.б



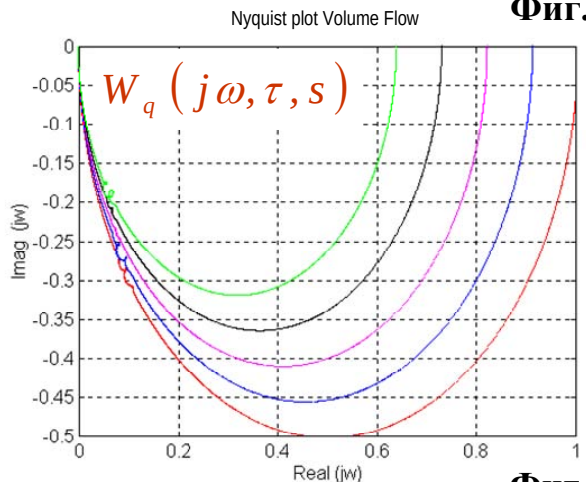
Фиг.2.с



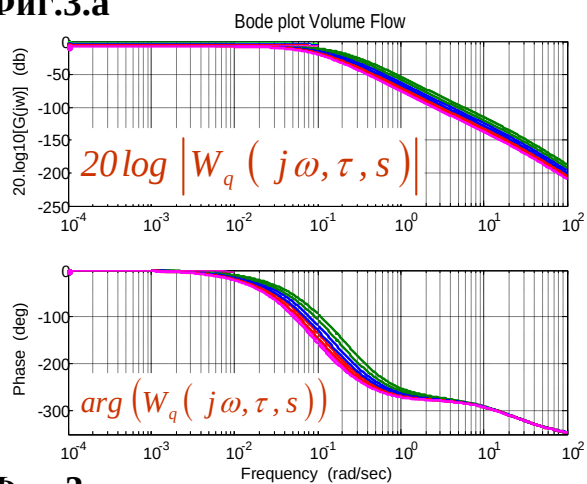
Фиг.2.д



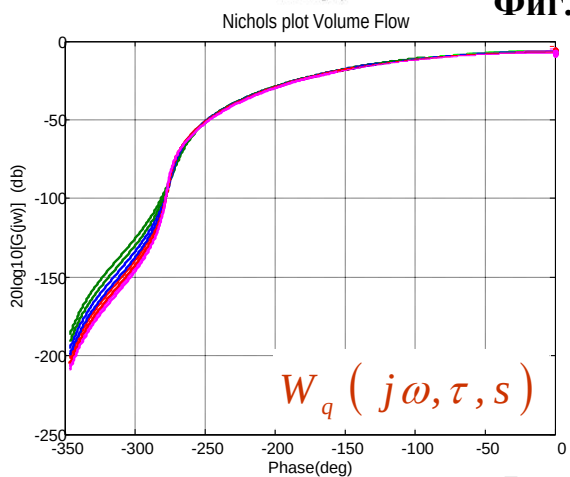
Фиг.3.а



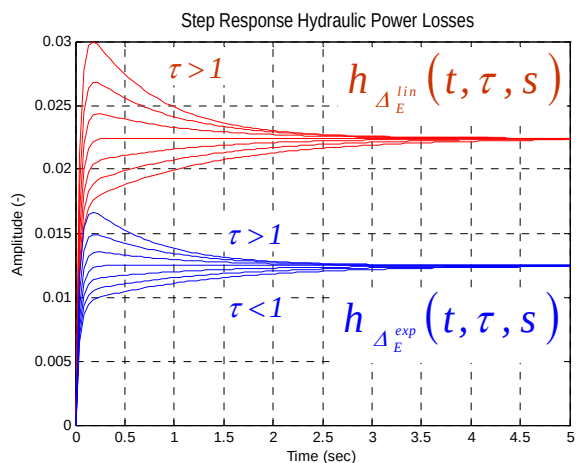
Фиг.3.б



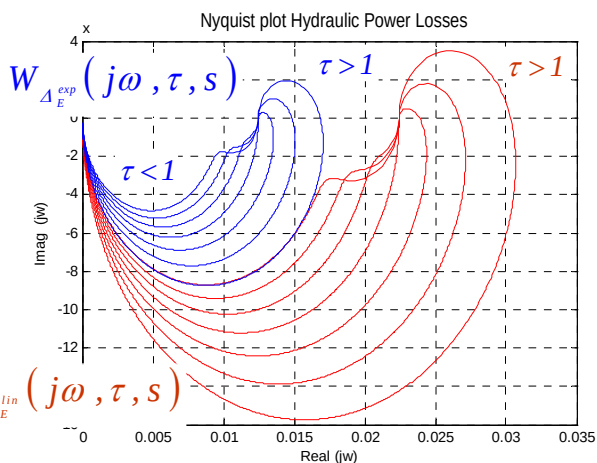
Фиг.3.с



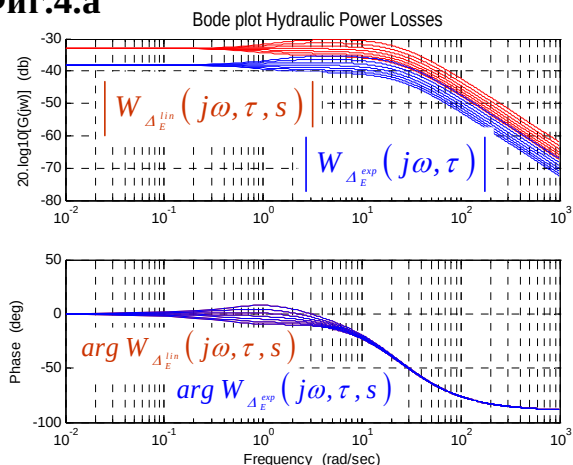
Фиг.3.д



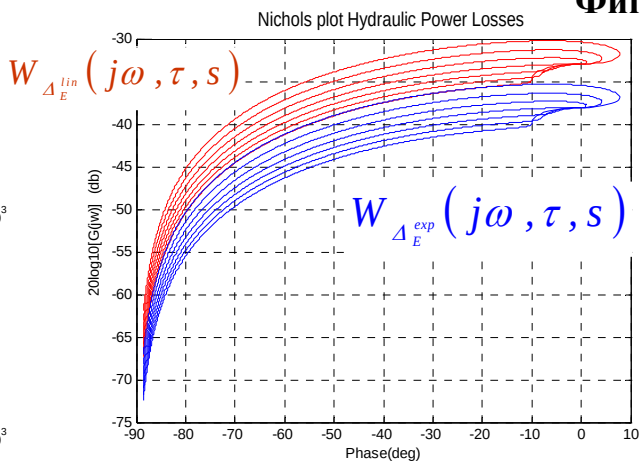
Фиг.4.а



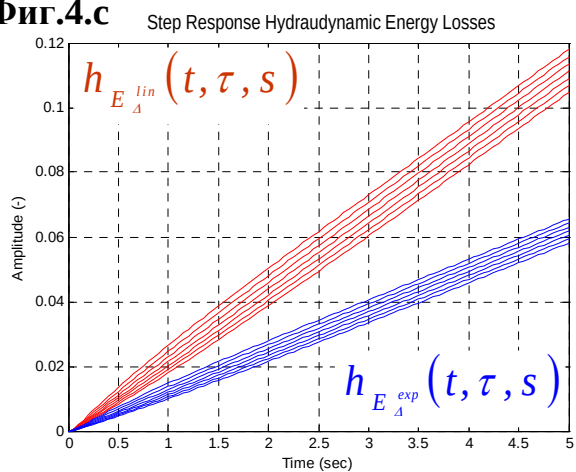
Фиг.4.б



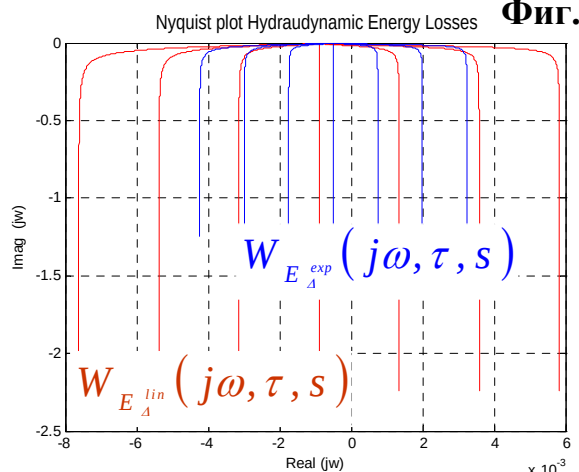
Фиг.4.с



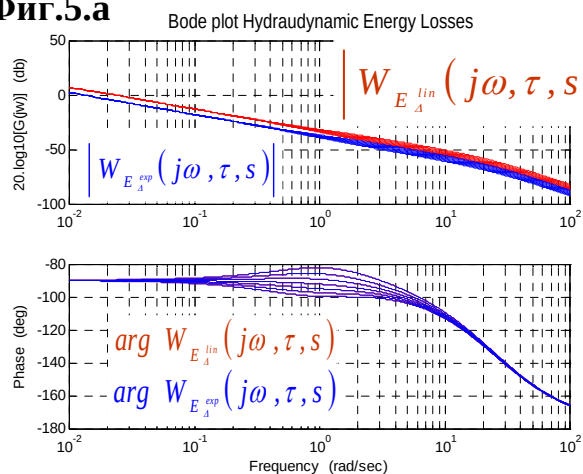
Фиг.4.д



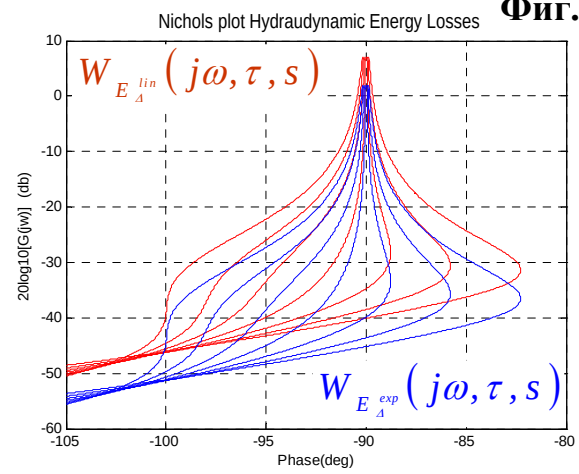
Фиг.5.а



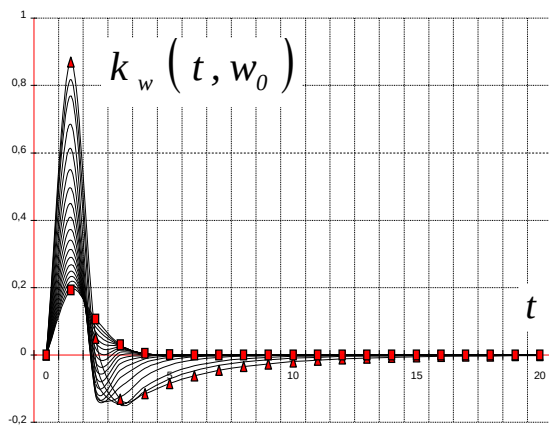
Фиг.5.б



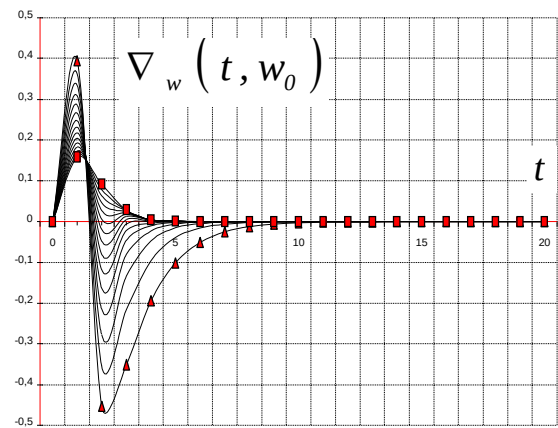
Фиг.5.с



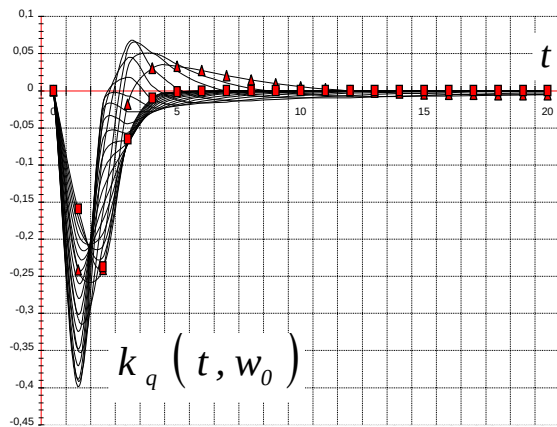
Фиг.5.д



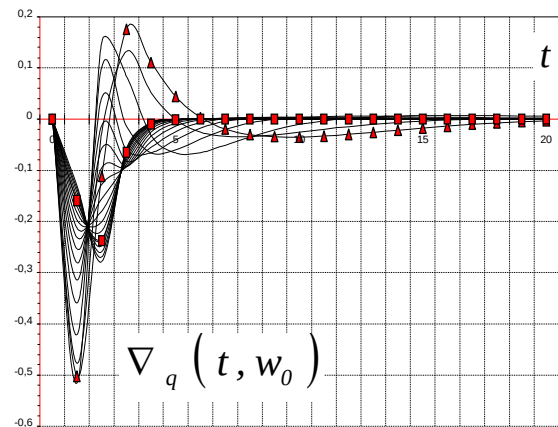
Фиг.6



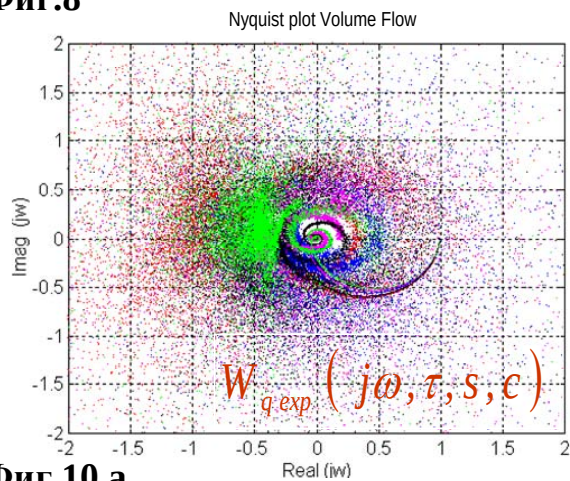
Фиг.7



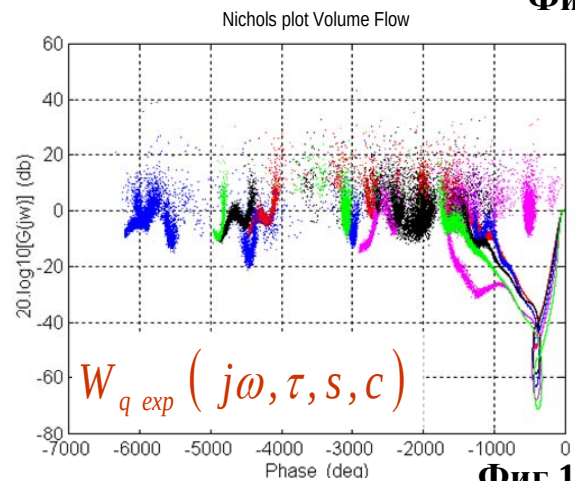
Фиг.8



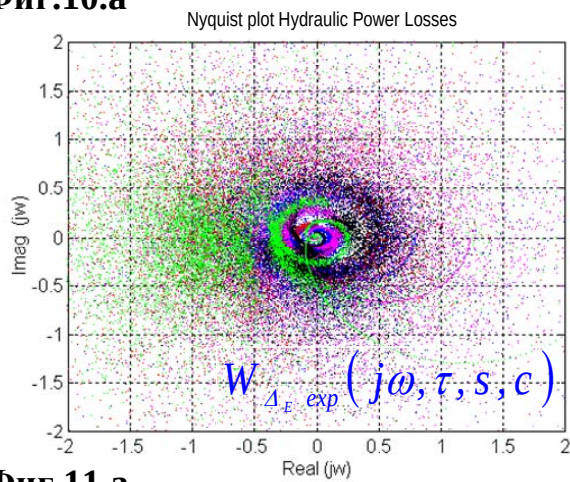
Фиг.9



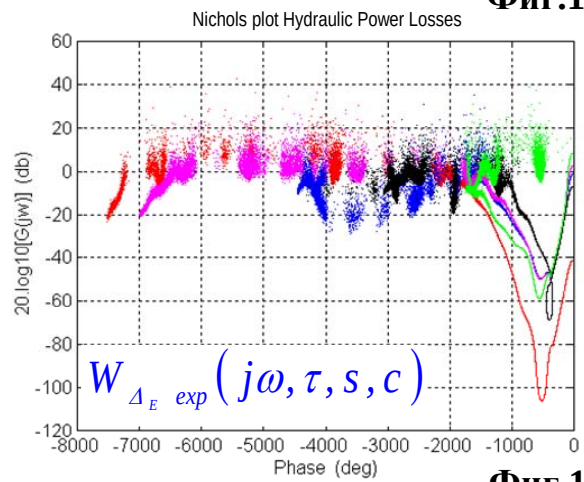
Фиг.10.a



Фиг.10.b



Фиг.11.a



Фиг.11.b

Новото и оригинално в настоящата работа са:

- предложените аналитични модели на величините скорост, дебит, загуби на мощност и енергия, характеризиращи нестационарния режим на плавно дроселиране, както и техния функционален анализ;
- решението на уравнението за количеството на движение на *Euler* в класа на специалните уравнения на *Ricatti* с използване на метода на *Green*-функциите;
- визуализацията на характеристиките на процеса с използване на методите на *2D*-визуализация със „замразени параметри“ и на многопараметричната *2D*-визуализация.

Достигнатите резултати в работата се използват [12] за: формиране на началните условия при робастен синтез на системи за управление при априорна неопределеност; робастен анализ на устойчивостта и качеството на системи за управление; основа на стратегията за съчетано противодействие на външните смущенията и на постоянно действащи в системите фактори, репараметризиращи и/или реструктуриращи обекта за управление.

ЛИТЕРАТУРА

- [1] **Baumann H. D.** (1971), *Control Valve Sound Pressure Level Prediction*, - Instruments and Control Systems, February 1971, 122-138
- [2] **Reed C., Viller R.** (1976), *Comment déterminer le bruit d'une vanne de réglage*, - Mesures, Vol.41, No 11, novembre 1976, 33-46
- [3] **Гонек Ф.** (1989), *Регулирующие клапаны и управляемость процессов*, - Приборы и системы управления, кн.1,1989, 14-21
- [4] **Westcott D.** (1993), *Fugitive Emission in Control Valves*, - Control and Instrument, May 1993, 28-31
- [5] **Nikolov E.** (1997), *Analysis and Models of the Noise in Control Valves*, - Journal Automatica and Informatics, © 1997 Union of Automatics and Informatics, ISSN 0861-7562, 3/ 1997, 9-18
- [6.a] **Nikolov E.** (1999), *Models of the Processes in the Control Valves*, - Annuaire de l'ESIEE, scientifiques publications 1999, Edd. Chambre de commerce et de l'industrie de France, Paris, 408-415
- [6.b] **Nikolov E.** (1999), *Models of the Processes in the Control Valves*, In Proc. of 2-nd International Conference CLIMBING & WALKING ROBOTS'99 (CLAWAR'99), Session 1.1 "Theory and Simulation", University of Portsmouth, UK, September 13-15, 1999, 33-44
- [7] **Nikolov E.** (2000), *Models and Analysis of the Smooth Flow Control*, - Journal Automatica and Informatics, © 2000 Union of Automatics and Informatics, ISSN 0861-7562, 4/ 2000, 7-20
- [8] **Nikolov E.** (2003), *Applied Methods for Process Control - part I (frequency methods and systems with robust performances)*, © 2003 Publishing House of Technical University of Sofia, Sofia 2003, II-nd Edd., ISBN 954-438-334-4, 2003, 358 p.
- [9] **Nikolov E.** (2003), *Control Instrumentations - part II (control algorithms, intelligent actuator, noise reduction control valves)*, © 2003 Publishing House of Technical University of Sofia, Sofia 2003, II-nd Edd., ISBN 954-438-336-6, 2003, 296 p.
- [10] **Nikolova N., E. Nikolov** (2006), *Energy saving algorithms and control system*, In Proc of IFAC ESC 2006 WS: Energy saving control in plants and buildings, October 2 - 5, 2006 Bansko, Bulgaria, © 2006 IFAC, ISBN-10: 954-9641-47-3, ISBN-13: 978-954-9641-47-9, 141-146
- [11] **Nikolov E., N. Nikolova** (2006), *Analysis of energy losses in the valve of control system*, In Proc of IFAC ESC 2006 WS: Energy saving control in plants and buildings, October 2 - 5, 2006 Bansko, Bulgaria, © 2006 IFAC, ISBN-10:954-9641-47-3, ISBN-13:978-954-9641-47-9, 135-140
- [12] **Nikolov E.** (2010), *Robust Fractional Control (Approaches Predictive and Algebraic, Distributed Control Systems)*, © 2010 Ed. of Technical University Sofia, 2010, ISBN 978-954-438-851-5, 375 p.

Автори: Емил Николов, проф. дтн- катедра „Автоматизация на Непрекъснатите Производства“, Факултет Автоматика, Технически Университет - София, E-mail address: nicoloff@tu-sofia.bg ; Нина Г. Николова, доц. д-р - катедра „Автоматизация на Непрекъснатите Производства“, Факултет Автоматика, Технически Университет - София, E-mail address: ninan@tu-sofia.bg

Постъпила на 24.09.2013

Рецензент чл. кор. проф. дтн П. Петков

РЕКУРЕНТНИ НЕВРОННИ МРЕЖИ В ПАЗАРНИЯ И ФИНАНСОВИЯ СЕКТОР НА ИКОНОМИКАТА

Александър Ефремов

Резюме: В статията се дискутира приложението на директните и рекурентните невронни мрежи (НМ) в методологии за моделиране на кредитния риск; на чувствителността на индивидите към оферти за предлагани продукти (на етапа на оптимизацията на пазарни стратегии) и др. Входни величини на НМ са характеристики на индивидите, като възраст, доход, семейно положение, макроикономически фактори и др. Изходи са вероятността кредитоискател коректно да обслужва кредит; вероятността индивид да откликне на реклама на продукт и т.н. в статията е използвано описание на НМ във вид, позволяващ лесен преход от директна към рекурентна НМ. За това представяне е описан методът на обратното разпространение на грешката. Заключениета са свързани с приложимостта на НМ в засегнатите приложни области като се обсъжда използването на директни и рекурентни НМ за описание на статични и динамични зависимости.

Ключови думи: невронна мрежа, динамичен модел, кредитен риск, оптимизация на стратегии, модел на търсене

RECURRENT ARTIFICIAL NEURAL NETWORKS IN MARKET AND FINANCE SECTORS

Alexander Efremov

Abstract: In this paper is discussed the application of direct and recurrent artificial neural networks (ANN) in some methodologies for credit risk models; for dynamic propensity scoring (used in strategy optimization), etc. Inputs of ANN could be the available individuals' characteristics, like age, income, marital status, bureau data, etc. the outputs are the probability the applicants to have a good performance, the individuals' response to some actions, etc. The formulation of ANN structure, used in the paper, simplifies the transition from direct to recurrent network. The main conclusions are regarding the ANN applicability in the selected application areas. From this perspective are discussed both direct and recurrent ANN for a representation of static and dynamic relations.

Keywords: neural networks, dynamic model, credit risk, strategy optimization, demand model

1. Introduction

ANN-s have many applications. Now-a-days a plenty of networks' types and training algorithms are available. A new area for ANN is the credit risk and market strategies optimization. The main reason for not paying enough attention to these mathematical representations in the mentioned fields is that ANN-s cannot be verified with the available a-priori information about the investigated system. Such verification is needed, as the uncertainty level in the real-life data is very high (in marketing and finance), which may cause illogical relations between the factors and the outputs.

An example of model verification with a-priori information is the following. It is preliminary known that the factor 'annual income' is positively correlated with the output 'probability of good', and 'county court judgment' is negatively correlated with that output. When work with linear or logistic models (traditionally used for credit scoring) it is easy to check, if the model preserves these expected trends. What is only needed is to check the sign of parameters' estimates (it should be positive for 'annual income' and negative for 'county court judgment'). But when work with ANN, such a conclusion, based on the network parameters cannot be made. The reason is that generally, ANN parameters (weights) have no physical meaning.

In some countries (like USA), the rejected credit applicants may require from the financial institution the 5 major reasons they to be rejected. This information comes straightforward from the linear/logistic model estimates but again, if ANN is used, such information cannot be extracted.

Nevertheless ANN is a powerful tool, which can be used at different stages, during the model development. One of the main advantages of the networks is that they can be used for a representation of strongly non-linear systems. This is the case in the credit risk and in the market strategies optimization, where the investigated system is the individual. ANN can be used for data cleaning, building of propensity models, demand models, "fast and dirty" models, assisting the final model development, etc.

Applications for credit risk assessment

A frequently used technique in the system identification is to generate "fast and dirty" models at the stage of data preprocessing and more precisely for data cleaning. The idea is to use a model, which estimates the possible values of missing data or to fill statistically correct values after shaving outliers. At this stage of the overall system identification cycle, the analyst does not want to spend much time in building such models (this is the reason the models to be named "fast and dirty"). Usually, there are no strict requirements these system representations to be logical and to fit with the available a-priori information. Also, it is well known that individuals' behavior is strongly non-linear w.r.t. some factors. For these reasons, ANN-s are very suitable for data cleaning. If a linear or logistic model is used and the variables are continuous, some non-linear input-output transformations have to be applied and after that, an analysis should be performed in order to select the most appropriate transformations, which improve the model accuracy. But ANN-s don't require such actions, which saves time. On the other hand, keeping in mind that the networks are capable to manage with unknown non-linearities, it is expected that the resulting fast and dirty ANN-s will provide more accurate predictions.

Other application of ANN is when segment the total population. There are subpopulation analyses based on fast and dirty models. Here the goal is to answer the question: “How different are some segments?” before to start building models on the corresponding subpopulations.

The main two types of scorecards in the credit risk assessment are related to the application for a credit (application scorecards) and how people service their loans (behavioral scorecards). First models explain only the static part of the individuals’ behavior, as the data doesn’t contain information about the dynamics. They are used to predict the risk level, associated with credit applicants. On the other hand, the behavioral models represent the dynamic performance of the accepted applicants. Hence for application scorecards, feedforward (fast and dirty) ANN-s can be used, but for behavioral scorecards, recurrent ANN-s would be preferable.

Applications for market strategy optimization

There are different tasks associated with market strategy optimization. One task is to optimize the retailers’ actions, applied on the market, like price, discount, advertisement, product display, etc. Here ANN can be used as a demand model, which predicts the potential demand, if a set of retailers actions are applied.

Other task is to isolate the optimal subset of offers, which mostly fits to the needs and interests of a specific customer. Usually, to solve such an optimization problem, a set of propensity scores has to be generated. In this case ANN-s can be used as propensity models. In marketing, there is no requirement from a regulatory perspective, which insists the model to be well interpreted.

In the next sections is presented a realization of an algorithm for training of recurrent neural networks. It can be also applied to direct (feedforward) networks [1].

2. Neuron and notation

ANN is a system of interconnected neurons. The neuron structure is presented on Figure 1. Generally it has many inputs and one output. In this document, the k -th value of the i -th input (or factor) is denoted with $\varphi_{i,k}$ and the output is y_k . The input data is processing by the neuron in two steps. The first step is to calculate the propagation function $s(\varphi_k)$. Usually it is a weighted sum of the inputs. Each weight (neuron parameter) represents the sensitivity of the neuron output w.r.t. the corresponding input. The i -th parameter is denoted with θ_i . In addition to all weighted factors, a bias (intercept) term is added in the sum. The bias is denoted with θ_0 and a fictive (constant) factor $\varphi_{0,k} = 1$ is introduced. With this notation, the propagation function for the k -th observation can be written as

$$s(\varphi_k) = s_k = \theta_0 + \theta_1\varphi_{1,k} + \dots + \theta_n\varphi_{n,k}.$$

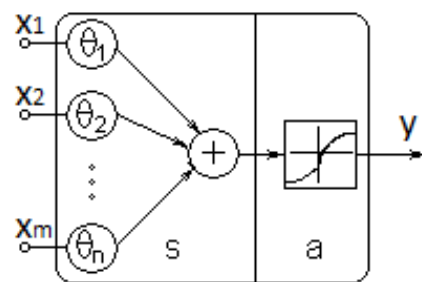


Figure 1. Artificial neuron

With n is denoted the number of neuron inputs. Let all parameters and factors are collected in the vectors

$$\theta = [\theta_0 \ \theta_1 \ \dots \ \theta_n]^T \text{ and } \varphi_k = [\varphi_{0,k} \ \varphi_{1,k} \ \dots \ \varphi_{n,k}]^T.$$

Then the above linear combination can be written in the compact form

$$s_k = \theta^T \varphi_k.$$

Note that because the bias term is introduced, then $\theta, \varphi_k \in R^{n+1}$.

The second step of data processing is a transformation of the weighted sum by a function, named activation or transfer function. It is denoted with $a(s)$, so the neuron output is

$$y_k = a(s_k).$$

Examples of typical activation functions, which are frequently used in practice are:

– linear function

$$a(s) = s$$

–logistic function

$$a(s) = \frac{1}{1 + e^{-s}}$$

– log-sigmoid function within -1 and 1

$$a(s) = \frac{2}{1 + e^{-2s}} - 1.$$

3. Neural networks, architectures and notation

The neurons in the ANN-s are arranged in layers. The first layer is named input layer and the last one is the output layer. All layers except the last are hidden layers as their outputs are not observed.

There are many types of ANN-s.

According to one classification, they can be split into direct and recurrent. On Figure 2 is presented a direct network, where the neurons are connected with direct links from first to the last (output) layer. Here the signals are propagated only in one direction – from the outputs of a hidden layer to the inputs of the next layer. There are no feedbacks (loops) i.e. the inputs/factors for a

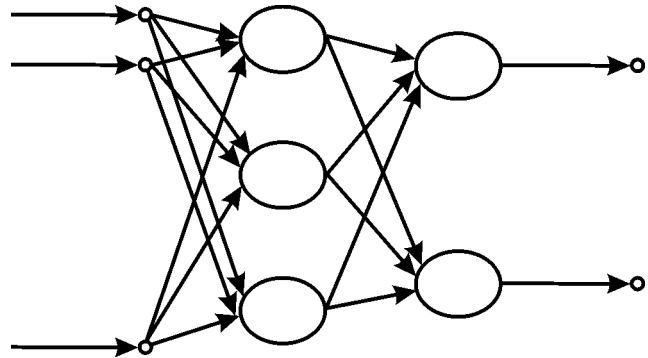


Figure 2. Direct neural network

given layer don't depend on the outputs of the same and the next layers. With such a mathematical representation can be explained only the static part of the investigated system behavior. On the other hand, the recurrent ANN-s have feedback connections in their structure. This means that the time factor plays role in the networks performance. As a result, the recurrent ANN-s can represent dynamic systems behavior. Examples of recurrent ANN-s are given on Figure 3.

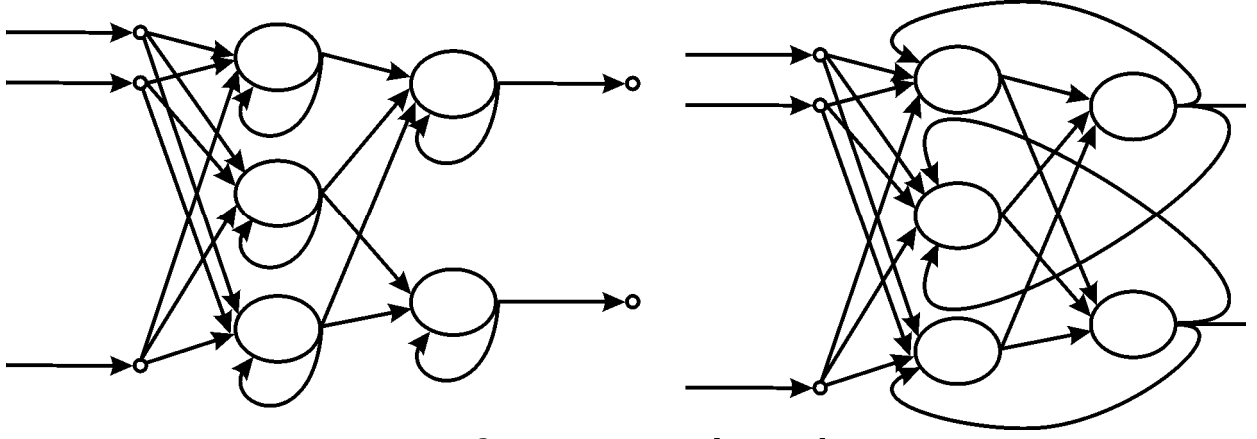


Figure 3. Recurrent neural networks

In the considerations below is assumed that the recurrent ANN has only feedbacks from the output to the inputs of the corresponding neurons, as shown on figure 3 – the first ANN topology. There is one time sample delay associated with the feedbacks, i.e. each neuron output depends on its previous value. This simplifies the explanation of the backpropagation method. It is also assumed, that if the argument of $a(s_k)$ is the vector

$$s_k = [s_1(\varphi_k) \quad s_2(\varphi_k) \quad \dots \quad s_m(\varphi_k)]^T,$$

e.g. of all propagation functions of a given layer, then $a(s_k)$ is the vector

$$a(s_k) = [a(s_{1,k}) \quad a(s_{2,k}) \quad \dots \quad a(s_{m,k})]^T$$

of all neurons' outputs from that layer. With other words the transformation $a(.)$ is applied on s_k elementwise.

The notation, when introduce ANN layers into consideration is presented below. Let a network has m inputs u_k and ℓ outputs $\hat{y}_k$ ($u_k \in R^m$ and $\hat{y}_k \in R^\ell$), the number of layers is l , the number of inputs for the r -th layer (for $r = \overline{1, l}$) is m_r and the number of outputs (equal to the number of neurons in that layer) is ℓ_r . The linear functions and outputs of the r -th layer are denoted with $s_k^{[r]} = s(\varphi_k^{[r]})$ and $y_k^{[r]} = a(s_k^{[r]})$ respectively. Note that $s_k^{[r]}, y_k^{[r]} \in R^{\ell_r}$ and the last (l -th) layer output is the ANN output i.e.

$$y_k^{[l]} \equiv \hat{y}_k,$$

which consists of $\ell_l = \ell$ components.

The inputs/factors for the r -th layer are the ℓ_{r-1} outputs $y_k^{[r-1]}$ of $r-1$ -th layer (for $r = \overline{2, l}$) and the ℓ_r factors $\varphi_{b,k}^{[r]} = y_{k-1}^{[r]}$, which are the back propagated outputs of the neurons from the layer. These variables are gathered in the vector $\varphi_k^{[r]}$ with $m_r + 1$ components (here $m_r = \ell_{r-1} + \ell_r$). The first element of this vector is the additional

fictive factor $\varphi_{0,k}^{[r]} = 1$ and as it was mentioned above, it is introduced to account for the constant term (bias, intercept), i.e.

$$\varphi_k^{[r]} = [1 \quad y_k^{[r-1]T} \quad \varphi_{b,k}^{[r]T}]^T = [1 \quad y_k^{[r-1]T} \quad y_{k-1}^{[r]T}]^T.$$

If ANN is a feedforward (direct), then the inputs of the first layer are gathered in the vector $\varphi_k^{[1]} = [1 \quad u_k^T]^T$, which are also inputs of the network and also $\varphi_k^{[r]} = [1 \quad y_k^{[r-1]T}]^T$. For consistency with the notation the number of inputs (without the bias) m of the first layer is denoted also with ℓ_0 . In this case $m_1 = \ell_0 + \ell_1$.

The vector function $s_k^{[r]}$, which depends on $\varphi_k^{[r]}$ can be written in the following matrix form

$$s_k^{[r]} = \Theta^{[r]} \varphi_k^{[r]}.$$

The parameter matrix $\Theta^{[r]} = [\theta_0^{[r]} \quad \theta_f^{[r]} \quad \theta_b^{[r]}] \in R^{\ell_r \times m_r}$ of the r -th layer is

$$\Theta^{[r]} = \begin{bmatrix} \theta_{0,1}^{[r]} & \theta_{f,11}^{[r]} & \cdots & \theta_{f,1\ell_{r-1}}^{[r]} & \theta_{b,1}^{[r]} & 0 & \cdots & 0 \\ \theta_{0,2}^{[r]} & \theta_{f,21}^{[r]} & \cdots & \theta_{f,2\ell_{r-1}}^{[r]} & 0 & \theta_{b,2}^{[r]} & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \theta_{0,\ell_r}^{[r]} & \theta_{f,\ell_r 1}^{[r]} & \cdots & \theta_{f,\ell_r \ell_{r-1}}^{[r]} & 0 & 0 & \cdots & \theta_{b,\ell_r}^{[r]} \end{bmatrix}.$$

Each row of $\Theta^{[r]}$ contains the parameters of the corresponding neuron from the layer. Actually the j -th neuron from the r -th layer represents how the j -th output from that layer depends on the outputs from the previous, $r-1$ -th layer (or the ANN inputs, for $r=1$) and the feedback signal. By using the above notation, this relation can be written as

$$y_{j,k}^{[r]} = a(s_{j,k}^{[r]}(\varphi_k^{[r]})),$$

where the propagation function $s_{j,k}^{[r]}$ is

$$s_{j,k}^{[r]} = \Theta_j^{[r]} \varphi_k^{[r]} = \theta_{0,j}^{[r]} + \theta_{f,j1}^{[r]} \varphi_{1,k}^{[r]} + \dots + \theta_{f,j\ell_{r-1}}^{[r]} \varphi_{\ell_{r-1},k}^{[r]} + \theta_{b,j}^{[r]} \varphi_{\ell_{r-1}+j,k}^{[r]}.$$

4. Backpropagation method

Probably the most wide-spread method for training of multi-layer neural networks is the backpropagation method (the name comes from “backward propagation of errors”). This method is able to manage with large scale learning problems (with many parameters and complicated topologies) [3]. It can be split into three parts. They are signals propagation, errors propagation and parameter update.

Signals propagation

If the network is a feedforward, in order to produce the output $\hat{y}_k$, the signals are propagated from the inputs, through the layers (from the first to the last one) to the ANN's outputs. If there are feedback links, the inner directions are followed in order to determine the set of factors that contribute to each layer outputs.

The propagation function for the first layer is

$$s_k^{[1]} = s(\varphi_k^{[1]}) = \Theta^{[1]} \varphi_k^{[1]},$$

where $\varphi_k^{[1]} = [1 \quad u_k^T \quad y_{k-1}^{[1]T}]^T$. The next transformation can be written as

$$y_k^{[1]} = a(s(\varphi_k^{[1]})).$$

In the same way are formed the shifted back propagated outputs, which are also factors for the layer. They are gathered in the vector $\varphi_{b,k}^{[2]}$. Hence the whole regressors' vector becomes

$$\varphi_k^{[2]} = [1 \quad y_k^{[1]T} \quad y_{k-1}^{[2]T}]^T.$$

Following this sequence of transformations and gathering all chain functions in one, for the ANN output, as a function of the input vector, we get

$$\hat{y}_k = a(s(\varphi_k^{[l-1]})) = \dots = a(s(a(s(\dots(s(u_k, y_{k-1}^{[1]}))\dots))))).$$

Errors propagation

The second part of the method – the errors propagation is associated with the training process. The discrepancy between the real data and the network performance is defined in terms of the residual

$$e_k = y_k - \hat{y}_k.$$

This process takes part in the parameters update in the following way. Let

$$\mathcal{F}(\theta) = \sum_i \sum_k e_{i,k}^2$$

is the objective function, which is the sum of squares of all residuals and θ is a vector, containing all ANN parameters. Starting from the output layer, the gradients $\nabla_{\theta_i^{[r]}} \mathcal{F}$ of the objective function w.r.t. the parameters of the i -th neuron from the r -

th layer, are determined. Let the non-zero elements of $\Theta_i^{[r]}$ are arranged in a vector $\theta_i^{[r]}$ such that first ℓ_{r-1} elements are the intercept and the parameters, connected with the outputs from the previous layer (forward links) and the remaining element is related to the feedback connection, i.e.

$$\theta_i^{[r]} = [\theta_{0,i}^{[r]} \quad \theta_{f,i}^{[r]T} \quad \theta_{b,i}^{[r]T}]^T.$$

Let also the factors are split in the same way as

$$\varphi_k^{[r]} = [1 \quad y_k^{[r-1]T} \quad y_{k-1}^{[r]T}]^T.$$

For the last layer the parameters $\theta_i^{[l]}$ of the i -th neuron affects only the i -th output. Hence, by using the chain rule for differentiation of a composition of functions, applied to $\frac{\partial \mathcal{F}}{\partial \theta_{0,i}^{[l]}}$ we have

$$\frac{\partial \mathcal{F}}{\partial \theta_{0,i}^{[l]}} = \sum_k \frac{\partial \mathcal{F}}{\partial e_{i,k}} \frac{\partial e_{i,k}}{\partial y_{i,k}^{[l]}} \frac{\partial y_{i,k}^{[l]}}{\partial s_{i,k}^{[l]}} \frac{\partial s_{i,k}^{[l]}}{\partial \theta_{0,i}^{[l]}} = -2 \sum_k e_{i,k} \alpha_{i,k}^{[l]} \gamma_{0,i,k}^{[l]}. \quad (1)$$

The derivative $\alpha_{i,k}^{[l]} = \frac{\partial a(s_{i,k}^{[l]})}{\partial s_{i,k}^{[l]}}$ is the same for all neuron parameters and the derivative

$$\gamma_{0,i,k}^{[l]} = \frac{\partial s_{i,k}^{[l]}}{\partial \theta_{0,i}^{[l]}} = 1, \quad (2)$$

as the propagation function is linear w.r.t. the parameters.

The elements of $\nabla \mathcal{F}$, associated with the vector $\theta_{f,i}^{[l]}$ are

$$\nabla_{\theta_{f,i}^{[l]}} \mathcal{F} = \sum_k \frac{\partial \mathcal{F}}{\partial e_{i,k}} \frac{\partial e_{i,k}}{\partial y_{i,k}^{[l]}} \frac{\partial y_{i,k}^{[l]}}{\partial s_{i,k}^{[l]}} \nabla_{\theta_{f,i}^{[l]}} s_{i,k}^{[l]} = -2 \sum_k e_{i,k} \alpha_{i,k}^{[l]} \gamma_{f,i,k}^{[l]T}. \quad (3)$$

The gradient $\gamma_{f,i,k}^{[l]} = \nabla_{\theta_{f,i}^{[l]}} s_{i,k}^{[l]}$ (column vector) can be written as

$$\gamma_{f,i,k}^{[l]} = y_k^{[l-1]} + \theta_{b,i} \alpha_{i,k-1}^{[l]} \gamma_{f,i,k-1}^{[l]}. \quad (4)$$

The elements of $\nabla \mathcal{F}$, w.r.t. the parameters related to the feedbacks, are

$$\frac{\partial \mathcal{F}}{\partial \theta_{b,i}^{[l]}} = \sum_k \sum_k \frac{\partial \mathcal{F}}{\partial e_{i,k}} \frac{\partial e_{i,k}}{\partial y_{i,k}^{[l]}} \frac{\partial y_{i,k}^{[l]}}{\partial s_{i,k}^{[l]}} \frac{\partial s_{i,k}^{[l]}}{\partial \theta_{b,i}^{[l]}} = -2 \sum_k e_{i,k} \alpha_{i,k}^{[l]} \gamma_{b,i,k}^{[l]}. \quad (5)$$

The derivative $\gamma_{b,i,k}^{[l]} = \frac{\partial s_{i,k}^{[l]}}{\partial \theta_{b,i}^{[l]}}$ can be written as

$$\gamma_{b,i,k}^{[l]} = y_{k-1}^{[l]} + \theta_{b,i} \alpha_{i,k-1}^{[l]} \gamma_{b,i,k-1}^{[l]}. \quad (6)$$

The relations (2), (4) and (6) can be gathered in one expression, which is

$$\gamma_{i,k}^{[l]} = \phi_k^{[l]} + \theta_{b,i} \alpha_{i,k-1}^{[l]} \gamma_{i,k-1}^{[l]},$$

where the gradient $\gamma_{i,k}^{[l]}$ is the vector with the following structure:

$$\gamma_{i,k}^{[l]} = \nabla_{\theta_i^{[l]}} s_{i,k}^{[l]} = [\gamma_{0,i,k}^{[l]} \quad \gamma_{f,i,k}^{[l]T} \quad \gamma_{b,i,k}^{[l]}]^T.$$

Then, combining (1), (3) and (5), for the gradient of the objective function

$$\nabla_{\theta_i^{[l]}} \mathcal{F} = \left[\frac{\partial \mathcal{F}}{\partial \theta_{0,i}^{[l]}} \quad \nabla_{\theta_{f,i}^{[l]}} \mathcal{F} \quad \frac{\partial \mathcal{F}}{\partial \theta_{b,i}^{[l]}} \right]^T$$

w.r.t. the parameters of the i -th neuron from the last layer, we have

$$\nabla_{\theta_i^{[l]}} \mathcal{F} = -2 \sum_k e_{i,k} \alpha_{i,k}^{[l]} \gamma_{i,k}^{[l]T}.$$

The three components of the gradient of $\mathcal{F}(\theta)$ w.r.t. the i -th neuron from the layer, before the last one, are

$$\begin{aligned} \frac{\partial \mathcal{F}}{\partial \theta_{0,i}^{[l-1]}} &= -2 \sum_k \left(\sum_{j=1}^{\ell} e_{j,k} \alpha_{j,k}^{[l]} \theta_{ij} \right) \alpha_{i,k}^{[l-1]} \gamma_{0,i,k}^{[l-1]} \\ &\quad - 2 \sum_k \left(\sum_{j=1}^{\ell} e_{j,k} \alpha_{j,k}^{[l]} \theta_{b,j} \alpha_{j,k-1}^{[l]} \theta_{ij} \right) \alpha_{i,k-1}^{[l-1]} \gamma_{0,i,k-1}^{[l-1]}, \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\nabla_{\theta_{f,i}^{[l-1]}} \mathcal{F} &= -2 \sum_k \left(\sum_{j=1}^{\ell} e_{j,k} \alpha_{j,k}^{[l]} \theta_{ij} \right) \alpha_{i,k}^{[l-1]} \gamma_{f,i,k}^{[l-1]T} \\
&\quad - 2 \sum_k \left(\sum_{j=1}^{\ell} e_{j,k} \alpha_{j,k}^{[l]} \theta_{b,j} \alpha_{j,k-1}^{[l]} \theta_{ij} \right) \alpha_{i,k-1}^{[l-1]} \gamma_{f,i,k-1}^{[l-1]T}, \\
\frac{\partial \mathcal{F}}{\partial \theta_{b,i}^{[l-1]}} &= -2 \sum_k \left(\sum_{j=1}^{\ell} e_{j,k} \alpha_{j,k}^{[l]} \theta_{ij} \right) \alpha_{i,k}^{[l-1]} \gamma_{b,i,k}^{[l-1]} \\
&\quad - 2 \sum_k \left(\sum_{j=1}^{\ell} e_{j,k} \alpha_{j,k}^{[l]} \theta_{b,j} \alpha_{j,k-1}^{[l]} \theta_{ij} \right) \alpha_{i,k-1}^{[l-1]} \gamma_{b,i,k-1}^{[l-1]}.
\end{aligned}$$

Then the gradient of $\mathcal{F}(\theta)$ w.r.t. the parameters of the i -th neuron from the next to the last layer becomes

$$\begin{aligned}
\nabla_{\theta_i^{[l-1]}} \mathcal{F} &= -2 \sum_k \left(\sum_{j=1}^{\ell} e_{j,k} \alpha_{j,k}^{[l]} \theta_{ij} \right) \alpha_{i,k}^{[l-1]} \gamma_{i,k}^{[l-1]T} \\
&\quad - 2 \sum_k \left(\sum_{j=1}^{\ell} e_{j,k} \alpha_{j,k}^{[l]} \theta_{b,j} \alpha_{j,k-1}^{[l]} \theta_{ij} \right) \alpha_{i,k-1}^{[l-1]} \gamma_{i,k-1}^{[l-1]T}.
\end{aligned}$$

Applying the same logic, the gradient $\nabla_{\theta_i^{[l-2]}} \mathcal{F}$ can be determined, etc.

Parameter update

The third part of the backpropagation method is the parameter update. There are different formulas for the update of θ , which depend on the optimization method. But in general

$$\theta^{(h+1)} = \theta^{(h)} + \Delta \theta^{(h)}.$$

For instance, once the overall gradient is calculated, the parameter update, when use first order optimization method, is

$$\Delta \theta^{(h)} = -\mu \nabla_{\theta} \mathcal{F}(\theta).$$

Here $\nabla \mathcal{F}(\theta) \in R^p$ is the overall gradient of $\mathcal{F}(\theta)$ w.r.t. all ANN parameters and p is the number of parameters of the whole ANN. The step size parameter μ is a scalar or a matrix, which is used to adjust the speed and precision of the optimization process. If the optimization method is from a second order, then μ depends on the Hessian $\nabla_{\theta}^2 \mathcal{F}(\theta) \in R^{p \times p}$. In [1] is presented an application of the first order optimization method Gauss-Newton, where μ depends on an approximation of the Hessian.

5. Summary and further discussions

ANN-s have important advantages, compared with the linear and logistic models, used in marketing and finance industries. The major advantage of the networks is their ability to represent non-linear behavior and as it is well known, the individuals' behavior is strongly non-linear.

ANN-s can be used for modelling of many, completely different aspects of the investigated system, but the training process remains the same. For instance it is not necessary at the preprocessing stage to apply non-linear transformations on the input-output processes. This is very important, when the system identification cycle is applied without (or with limited) human intervention.

Now-a-days, a huge amount of data, regarding the individuals' performance is available. From this perspective, the above mentioned potential of ANN-s, combining with the possibility of an automated model development is a premise for their successful usage in solving of big data problems. Another premise in this direction is that they are appropriate for cases, where the a-priori information is absent or is limited.

Currently, in many application areas static models are used. In these cases the direct ANN-s can be used in different stages of the modeling process. As mentioned earlier, they can be used for data cleaning in finance; for segmentation analysis; as final demand or propensity models, etc.

There is a trend, observed within the last decade, to move the focus on dynamic models in fields, where static models are traditionally used. A good example is the finance industry. Usually, the datasets used for application scorecards represent only the static part of individuals' behavior – here the data is a snapshot of the individual's status at the moment of application for a credit. But even in this case there is a possibility dynamic data to be extracted from credit bureaus. Another example is marketing, where an appropriate application of the dynamic theory at the modeling stage may significantly increase the demand models accuracy [2]. Other examples can be given from the medicine, politics, sociology, etc. In these areas the recurrent ANN-s could be the key for extracting of dynamic information from data.

References

[1] Efremov, A. An Application of Artificial Neural Networks in the Credit Risk Management Systems. Proceedings of Technical University of Sofia, International Conference Automatics'2012, Faculty of Automatics, Sozopol, Bulgaria, Volume 62, № 2, pp. 61-67, ISSN 1311-0829, 1-4 June, 2012.

[2] Efremov, A. Multivariate Time-Varying System Identification at Incomplete Information, Technical University of Sofia, Faculty of Automatics, Ph.D. 2008.

[3] Rojas, R., J. Feldman. Neural Networks: A Systematic Introduction, Springer-Verlag, Berlin, New-York, 1996. ISBN: 978-3540605058.

Author: Alexander Krasimirov Efremov, Ph.D., assistant at Department of Industrial Automation, Technical University of Sofia, E-mail address: aeefremov@gmail.com, URL: <http://anp.tu-sofia.bg/aeefremov/index.htm>

Received 05 November 2013

Reviewer: Prof. D.Sc. E. Nikolov

ЧИСЛЕНО УСТОЙЧИВ АЛГОРИТЪМ ЗА ОБУЧЕНИЕ НА НЕВРОННИ МРЕЖИ ЗА ДАННИ С ГОЛЯМА РАЗМЕРНОСТ

Александър Ефремов

Резюме: Представен е алгоритъм за обучение на директни невронни мрежи (НМ). Той се базира на числено устойчив вариант на метода Гаус-Нютон, използван при реализацията на метода на обратното разпространение на грешката, за обучение на НМ. Алгоритмът е високо ефективен, особено за голям брой данни. Той е разработен за софтуерът MDS (Model Development Studio) на компанията Experian Ltd. Експериментите са свързани с дейности по избора на структурата на НМ. Заключениета са свързани с приложимостта на алгоритъма в области, като финанси и пазарни системи.

Ключови думи: невронна мрежа, Гаус-Нютон, декомпозиция по собствени стойности, задача с голяма размерност, финанси, пазарни системи

A LARGE SCALE NUMERICALLY STABLE ALGORITHM FOR TRAINING OF NEURAL NETWORKS

Alexander Efremov

Abstract: The paper presents an algorithm for training of direct artificial neural networks (ANN). A numerically stable implementation of the Gauss-Newton method is developed for the realization of the backpropagation method. The algorithm is highly effective for big datasets. It is designed for the software MDS (Model Development Studio), developed by Experian Ltd. The experiments are focused on ANN's structure determination. The conclusions are regarding the applicability of the proposed algorithm in application areas, like finance and marketing.

Keywords: neural networks, Gauss-Newton, eigenvalue decomposition, large scale problem, finance, marketing

1. Introduction

In many application areas there is a need to extract information from rough data. When the data samples are from a big dimension, frequently this extraction process is named data mining. In most of the cases this process is reduced to a modeling and the resulting mathematical representation is the extracted information. There are many examples, where the deterministic ingredient in the data is associated only with the static part of the system behavior. This is the case in sociology, finance (e.g. application scoring), medicine etc. The investigated systems in these areas are nonlinear. Al-

so there are many factors affecting the outcome processes. In addition to that, the a-priori information is not enough even to deduct an initial analytical model.

The artificial neural networks have the potential to account for these systems' specifics. They are powerful tools, which can represent arbitrary non-linear behavior [2]. Their structure is naturally multivariable – with many inputs and outputs. Now-a-days there are well developed methods for black-box modeling, but when deal with large scale problems, the model development time may increase drastically. Hence, for such problems, highly efficient training algorithms are needed.

2. Gauss-Newton Method

The presented algorithm of the backpropagation method utilizes Gauss-Newton (GN) optimization method [1]. It is used when the objective function is a residual sum of squares. A numerically stable realization, based on eigenvalue decomposition (EVD) is used. The factorization methods provide numerically stable results and lead to a fast convergence of the estimates.

Idea of the method

GN is a first order optimization method, as it uses the gradient of the objective function. Unlike Newton-Raphson (NR), GN doesn't require the calculation of the full Hessian. At each iteration of GN, an approximation of the Hessian is constructed. The gradient and the approximated Hessian are used for determination of the step size and the descent direction. A step-size parameter adjusts further the step length, based on the accumulated information about the shape of the objective function.

The advantage of GN is that avoiding the calculation of the full Hessian the method complexity may decrease drastically (this is the case when train ANN). On the other hand, if the current ANN is away from the optimal and the objective function cannot be approximated as a quadratic function of the parameters, the accuracy of both GN and NR decreases. But when the trajectory approaches the optimum, usually the approximation approaches the full Hessian. Also, the quadratic model of the objective function, which is used in the deduction of NR, becomes a more accurate representation of the surface of the objective function. In this case both GR and NR also have similar behavior. This effect is explained in the next subsection

From the last considerations follows that these methods perform in a similar way and in many real-life cases, GN is more preferable, as it is less complex then NR. For this reason, GN is selected for training of ANN-s in MDS.

GN derivation

GN is presented in terms of NR. A general updating formula of the estimates is

$$\theta^{(h+1)} = \theta^{(h)} + \Delta\theta^{(h)},$$

where the parameters correction in NR is $\Delta\theta^{(h)} = -H^{-(h)}g^{(i)}$. Here $H^{-(h)}$ is the inversed Hessian at the h -th iteration. The objective function is

$$F(\theta) = e^T e.$$

where e is the vector $e = [e_1^T \ e_2^T \ \dots \ e_N^T]^T$, containing the residuals, associated with all dependent variables for the observation interval (the number of observations is N). It is a function of θ , as $e_k = y_k - \hat{y}_k(\theta)$. The gradient of $F(\theta)$ w.r.t. $\theta \in R^p$ is

$$g = \nabla^T F(\theta) = 2J_e^T e \in \mathbb{R}^p, \quad (1)$$

where g is a column vector and J_e is the Jacobian of e with the structure

$$J_e = \nabla_{\theta} e = \begin{bmatrix} \nabla_{\theta} e_1 \\ \nabla_{\theta} e_2 \\ \vdots \\ \nabla_{\theta} e_N \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\partial e_{1,1}}{\partial \theta_1} & \frac{\partial e_{1,1}}{\partial \theta_2} & \cdots & \frac{\partial e_{1,1}}{\partial \theta_p} \\ \frac{\partial e_{2,1}}{\partial \theta_1} & \frac{\partial e_{2,1}}{\partial \theta_2} & \cdots & \frac{\partial e_{2,1}}{\partial \theta_p} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{\partial e_{\ell,1}}{\partial \theta_1} & \frac{\partial e_{\ell,1}}{\partial \theta_2} & \cdots & \frac{\partial e_{\ell,1}}{\partial \theta_p} \\ \frac{\partial e_{1,2}}{\partial \theta_1} & \frac{\partial e_{1,2}}{\partial \theta_2} & \cdots & \frac{\partial e_{1,2}}{\partial \theta_p} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{\partial e_{\ell,N}}{\partial \theta_1} & \frac{\partial e_{\ell,N}}{\partial \theta_2} & \cdots & \frac{\partial e_{\ell,N}}{\partial \theta_p} \end{bmatrix} \in \mathbb{R}^{\ell N \times p}.$$

The full Hessian H of $F(\theta)$ is

$$H = \nabla^2 F(\theta) = 2J_e^T J_e + 2H_e \circ_3 e \in \mathbb{R}^{p \times p}. \quad (2)$$

Because e and θ are vectors, $H_e = \nabla_{\theta}^2 e \in \mathbb{R}^{p \times p \times N}$ is a 3-rd order tensor. With ' $\circ_3$ ' is denoted the multiplication between e and H_e across the third dimension of H_e .

The specific view of (1) and (2) is due to the fact that $F(\theta)$ is a residual sum of squares. The second term in (2) significantly increases the complexity of $\Delta\theta$ in NR. On the other hand, in GN this term is omitted and instead of H is used

$$\tilde{H} = 2J_e^T J_e. \quad (3)$$

As it was mentioned, if $\theta^{(h)}$ is away from the optimum, frequently the quadratic model of $F(\theta)$ is not very accurate. Hence it is meaningless to predict a precise correction $\Delta\theta^{(h)}$, based on H . On the other hand, if $\theta^{(h)}$ approaches the optimum, the second term in (2) $2H_e \circ_3 e \rightarrow 0$, as the residual decreases and also the correlation between e and H_e decreases. Hence neglecting the tensor term would not decrease sensibly the convergence rate but, as the computation burden is reduced, the CPU work would not be a bottle-neck of the algorithm performance.

Step-size parameter

The step-size parameter $s^{(h)}$ is a scalar, which adjusts further the length of $\Delta\theta^{(h)}$. It improves the convergence, when the quadratic approximation is not fitting well with $F(\theta)$. One way to select appropriate value of $s^{(h)}$ is to account for the previous values of the objective function. Other way is to track the angle $\alpha = \langle \Delta\theta^{(h-1)}, \Delta\theta^{(h)} \rangle$.

E.g. $s^{(h)}$ grows if α is small.

Numerically stable realization of GN

The matrix $\tilde{H}$ should be inverted, in order to calculate $\Delta\theta^{(h)}$. A numerically stable realization of GN can be obtained by the Tikhonov regularization. In this case the optimization method is named Levenberg-Marquardt (LM). Here (9.2) becomes

$$\theta^{(h+1)} = \theta^{(h)} - (J_e^{(h)T} J_e^{(h)} + \delta I)^{-1} J_e^{(h)T} e^{(h)}. \quad (4)$$

If $\delta \rightarrow 0$, (4) becomes the standard GN update and if $\delta \rightarrow \infty$, (4) approaches the basic gradient (first order) optimization method, where the step size has a negligible length and the descent direction coincides with the antigradient one.

The main disadvantage of LM is that δ is preliminary unknown. This parameter is numerically adjusted, by an incorporated optimization algorithm in LM. This is connected with additional data passes. But in marketing and credit risk, where the observations are $10^5 - 10^7$ and the potential factors are $10^3 - 10^6$, an iterative determination of δ may lead to significant slowing down of the modeling process.

A conceptually different approach for a numerically stable solution can be constructed by using of factorization methods. One way is to decompose the matrix, to be inverted. In the considered case, the Hessian approximation is a real, square and symmetric matrix (see (3)). In this case EVD is appropriate to use. It is

$$\tilde{H} = V D V^T = [V_1 \quad V_2] \begin{bmatrix} D_1 & 0 \\ 0 & D_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_1^T \\ V_2^T \end{bmatrix},$$

where D is diagonal matrix, containing the eigenvalues of $\tilde{H}$, arranged in a decreased order and V is orthogonal. Let D_1 contains the significant eigenvalues (in terms of a preliminary set threshold) of $\tilde{H}$ and D_2 – the remaining eigenvalues. Then $\tilde{H} \approx V_1 D_1 V_1^T$ and for the numerically stable inverse, we get

$$\tilde{H}^{-1} \approx V_1 D_1^{-1} V_1^T.$$

The updating formula of the estimates becomes

$$\theta^{(h+1)} = \theta^{(h)} - V_1 D_1^{-1} V_1^T J_e^{(h)T} e^{(h)}.$$

In this way the eigenvalues in D_2 , which would lead to numerical errors, don't take part in the training. Hence, the update of θ is performed in a subspace of the parameter space, where numerical problems are not occurring. Moreover, the approach with EVD, doesn't require additional data passes and for this reason it is used in the GN realization.

3. Notation

The notation, used in the following considerations, is introduced below. With u_k is denoted the input of the network (k is the index of the current observation). The system output is y_k and the ANN output is $\hat{y}_k$.

The inputs of a given neuron are gathered in the vector φ_k . The neuron is processed in two steps. The first step is to calculate the propagation function $s_k = s(\varphi_k)$, assumed below as $s_k = \theta^T \varphi_k$, (here θ is the neuron parameter vector). First element of θ is the intercept and is denoted with θ_0 . The corresponding element of the regressors vector is $\varphi_{0,k} = 1$. The second step is a transformation of s_k by the activation function $a(s)$ (usually non-linear). The neuron output becomes

$$y_k = a(s_k(\varphi_k)).$$

All neurons in ANN are arranged in layers. First one is named input layer and the last is the output layer. All layers except the last one are hidden. It is assumed below that, if the argument of $a(s_k)$ is a vector, then it is a vector as well. For instance, the data processing through a given layer with m neurons is

$$s_k = [s_1(\varphi_k) \quad s_2(\varphi_k) \quad \dots \quad s_m(\varphi_k)]^T,$$

$$a(s_k) = [a(s_{1,k}) \quad a(s_{2,k}) \quad \dots \quad a(s_{m,k})]^T.$$

With other words the transformation $a(\cdot)$ is applied on s_k elementwise.

Let an ANN has m inputs u_k and ℓ outputs $\hat{y}_k$, the number of layers is l , the number of inputs of the r -th layer is m_r ($m_1 = m$) and the number of layer outputs is ℓ_r ($\ell_l = \ell$). The propagation functions and outputs of the r -th layer are $s_k^{[r]}$ and $y_k^{[r]} = a(s_k^{[r]})$. Note that $s_k^{[r]}, y_k^{[r]} \in R^{\ell_r}$ and $y_k^{[l]} \equiv \hat{y}_k$.

The inputs of the r -th layer are $y_k^{[r-1]}$. They are gathered in the vector $\varphi_k^{[r]} = [1 \quad y_k^{[r-1]T}]^T \in R^{z_r}$, where $z_r = m_r + 1 = \ell_{r-1} + 1$. Note that $\varphi_k^{[1]} = [1 \quad u_k^T]^T$.

For consistency with the notation the number of inputs (without the bias) for the first layer can be denoted with $\ell_0 = m_1 = m$.

The vector function $s_k^{[r]}$ represents the propagation part of the transformation process, performed by the r -layer. It can be written in the following matrix form

$$s_k^{[r]} = \Theta^{[r]} \varphi_k^{[r]}, \quad \text{where} \quad \Theta^{[r]} = \begin{bmatrix} \theta_{10}^{[r]} & \theta_{11}^{[r]} & \dots & \theta_{1m_r}^{[r]} \\ \theta_{20}^{[r]} & \theta_{21}^{[r]} & \dots & \theta_{2m_r}^{[r]} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \theta_{\ell_r 0}^{[r]} & \theta_{\ell_r 1}^{[r]} & \dots & \theta_{\ell_r m_r}^{[r]} \end{bmatrix} \in R^{\ell_r \times z_r}.$$

The j -th neuron output is $y_{j,k}^{[r]} = a(s_{j,k}^{[r]}(\varphi_k^{[r]}))$, where

$$s_{j,k}^{[r]} = \Theta_{j \cdot}^{[r]} \varphi_k^{[r]} = \theta_{j0}^{[r]} + \theta_{j1}^{[r]} \varphi_{1,k}^{[r]} + \dots + \theta_{jm_r}^{[r]} \varphi_{m_r,k}^{[r]}.$$

4. Jacobian matrix of the residual

The major part in development of the training algorithm is the deduction of the Jacobian matrix J_e for the general case. The way of J_e determination is explained below in two steps. The first step in the deduction is to represent the residual e_k as a function of the unknown matrices $\Theta^{[1]}$, $\Theta^{[2]}$ and $\Theta^{[l]}$. The reason is that the first derivatives of e_k are different for each layer. The second step is to determine these derivatives.

Residual as a function of layers parameters

Because the residual is $e_k = y_k - \hat{y}_k(\theta)$, it is convenient to represent $\hat{y}_k$, instead of e_k as a function of $\Theta^{[1]}$, $\Theta^{[2]}$ and $\Theta^{[l]}$. The output of the last layer is a result of the activation functions applied to the elements of $s_k^{[l]}$ i.e.

$$\hat{y}_k = \hat{y}_k(s_k^{[l]}).$$

On the other hand, $s_k^{[l]}$ depends on $\Theta^{[l]}$ and $\phi_k^{[l]}$, so

$$s_k^{[l]} = s_k^{[l]}(\Theta^{[l]}, \phi_k^{[l]}). \quad (5)$$

In this way $\hat{y}_k$, represented as a function of $\Theta^{[l]}$, is

$$\hat{y}_k(\Theta^{[l]}) = \hat{y}_k(s_k^{[l]}(\Theta^{[l]}, \phi_k^{[l]})). \quad (6)$$

In the considerations, the propagation function is linear w.r.t. Θ and $\hat{y}_k = a(s)$ is generally non-linear function of Θ . The vector $\phi_k^{[l]}$ contains the element $\phi_{0,k}^{[l]} = 1$ corresponding to the bias and the outputs of the $l-1$ -st layer, i.e.

$$\phi_k^{[l]} = [1 \quad y_k^{[l-1]T}]^T. \quad (7)$$

By analogy with (5), $s_k^{[l-1]}$ depends on the parameter matrix $\Theta^{[l-1]}$ and the input vector $\phi_k^{[l-1]}$ of the next to the last layer, that is

$$s_k^{[l-1]} = s_k^{[l-1]}(\Theta^{[l-1]}, \phi_k^{[l-1]}). \quad (8)$$

Thus, for $\hat{y}_k$, represented as a function of $\Theta^{[l-1]}$, is obtained the relation

$$\hat{y}_k(\Theta^{[l-1]}) = \hat{y}_k(s_k^{[l]}(s_k^{[l-1]}(\Theta^{[l-1]}, \phi_k^{[l-1]}))).$$

Following this sequence of transformations and gathering all functions in one, the representation of $\hat{y}_k$ as a function of the parameters from the r -th layer is

$$\hat{y}_k(\Theta^{[r]}) = \hat{y}_k(s_k^{[l]}(s_k^{[l-1]}(\dots s_k^{[r]}(\Theta^{[r]}, \phi_k^{[r]})\dots))).$$

For the residual we get

$$e_k = y_k - \hat{y}_k = e_k(s_k^{[l]}(s_k^{[l-1]}(\dots s_k^{[r]}(\Theta^{[r]}, \phi_k^{[r]})\dots))).$$

Derivatives of the residual w.r.t. ANN parameters

Before to continue with the deduction, the following notation is introduced. Let the vector $\theta^{[r]} = \text{vec}((\Theta^{[r]})^T)$ for $r = \overline{1, l}$, contains the parameters of the corresponding layer. The first z_r elements of $\theta^{[r]}$ are the parameters of the first neuron, the next z_r elements are the parameters of the second one, etc. Let also the vector $\theta \in R^p$ contains all parameters of ANN and has the following structure

$$\theta = [\text{vec}(\theta^{[1]})^T \quad \text{vec}(\theta^{[2]})^T \quad \dots \quad \text{vec}(\theta^{[l]})^T]^T. \quad (9)$$

Its dimension is $p = \sum_{r=1}^l \ell_r z_r$.

The following Jacobians are also introduced:

$$\begin{aligned} J_{e,k} &\in R^{\ell \times p} && \text{-- the Jacobian of } e_k \text{ w.r.t. } \theta \quad (J_{e,k} = \nabla_{\theta} e_k) \\ J_{\hat{y},k} &\in R^{\ell \times p} && \text{-- the Jacobian of } \hat{y}_k \text{ w.r.t. } \theta \quad (J_{\hat{y},k} = \nabla_{\theta} \hat{y}_k) \\ J_{\hat{y},k}^{[r]} &\in R^{\ell \times p} && \text{-- the Jacobian of } \hat{y}_k \text{ w.r.t. } \theta^{[r]} \quad (J_{\hat{y},k}^{[r]} = \nabla_{\theta^{[r]}} \hat{y}_k) \\ J_{\hat{y},k}^{[l]} &\in R^{\ell \times \ell} && \text{-- the Jacobian of } \hat{y}_k \text{ w.r.t. } s_k^{[l]} \quad (J_{\hat{y},k}^{[l]} = \nabla_{s_k^{[l]}} \hat{y}_k) \end{aligned}$$

$J_{ss,k}^{[r+1]} \in R^{\ell_{r+1} \times m_{r+1}}$ – the Jacobian of $s_k^{[r+1]}$ w.r.t. $s_k^{[r]}$ ($J_{ss,k}^{[r+1]} = \nabla_{s_k^{[r]}} s_k^{[r+1]}$)

$J_{s,k}^{[r]} \in R^{\ell_r \times \ell_r z_r}$ – the Jacobian of $s_k^{[r]}$ w.r.t. $\theta^{[r]}$ ($J_{s\theta,k}^{[r]} = \nabla_{\theta^{[r]}} s_k^{[r]}$).

As the objective function is

$$\mathcal{F}(\theta) = e^T e = \sum_{k=1}^N e_k^T e_k, \quad (10)$$

the gradient $g \in R^p$ of $\mathcal{F}(\theta)$ w.r.t. the ANN parameters can be written as

$$g = \nabla^T \mathcal{F}(\theta) = 2 \sum_{k=1}^N J_{e,k}^T e_k,$$

where

$$J_{e,k} = \nabla_{\theta} e_k = -\nabla_{\theta} \hat{y}_k = -J_{\hat{y},k}.$$

For the gradient of the objective function we get

$$g = -2 \sum_{k=1}^N J_{\hat{y},k}^T e_k.$$

The chain rule $\frac{\partial u(v(x))}{\partial x} = \frac{\partial u}{\partial v} \frac{\partial v}{\partial x}$ for computing the derivative of a composite function $u(v(x))$ is used below. In the multivariable case, the rule can be written as

$$\nabla_x u(v(x)) = \nabla_v u \nabla_x v.$$

From (6), (7) and (8) are obtained the following expressions for the Jacobians

$$\begin{aligned} J_{\hat{y},k}^{[l]} &= J_{\hat{y}s,k}^{[l]} J_{s,k}^{[l]}, \\ J_{\hat{y},k}^{[l-1]} &= J_{\hat{y}s,k}^{[l]} J_{ss,k}^{[l]} J_{s,k}^{[l-1]}, \end{aligned} \quad (11)$$

$$\dots, \\ J_{\hat{y},k}^{[r]} = J_{\hat{y}s,k}^{[l]} J_{ss,k}^{[l]} J_{ss,k}^{[l-1]} \dots J_{ss,k}^{[r+1]} J_{s,k}^{[r]}.$$

These matrices are parts of the full Jacobian $J_{\hat{y},k}$ of the k -th observation, which is

$$J_{\hat{y},k} = [J_{\hat{y},k}^{[1]} \quad J_{\hat{y},k}^{[2]} \quad \dots \quad J_{\hat{y},k}^{[l]}].$$

Its structure corresponds directly to (9).

To simplify the deduction, the index k is omitted below. The matrix $J_{ss}^{[r+1]}$ is

$$J_{ss}^{[r+1]} = \nabla_{s^{[r]}} s^{[r+1]} = \begin{bmatrix} \frac{\partial s_1^{[r+1]}}{\partial s_1^{[r]}} & \dots & \frac{\partial s_1^{[r+1]}}{\partial s_{m_{r+1}}^{[r]}} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{\partial s_{\ell_{r+1}}^{[r+1]}}{\partial s_1^{[r]}} & \dots & \frac{\partial s_{\ell_{r+1}}^{[r+1]}}{\partial s_{m_{r+1}}^{[r]}} \end{bmatrix}.$$

ANN representation with a set of matrices is easier for $J_{ss}^{[r+1]}$ determination. Then, in the next considerations, the propagation function $s^{[r+1]}$ will be written as

$$s^{[r+1]} = \Theta^{[r+1]} \varphi^{[r+1]}. \quad (12)$$

The vector $\varphi^{[r+1]}$ depends on $s^{[r]}$, so after differentiating of (12) w.r.t. this argument

and using (11) is obtained the Jacobian

$$J_{ss}^{[r+1]} = J_{s\varphi}^{[r+1]} J_{\varphi s}^{[r+1]} = \Theta^{[r+1]} J_{\varphi s}^{[r+1]}.$$

$J_{\varphi s}^{[r+1]} = \nabla_{s^{[r]}} \varphi^{[r+1]} \in R^{z_{r+1} \times \ell_r}$, for $r = \overline{1, l-1}$ is the Jacobian of $\varphi^{[r+1]}$ w.r.t. $s^{[r]}$.

The first element of $\varphi^{[r+1]}$ (the bias) is not a function of $s^{[r]}$. Hence the first row of $J_{\varphi s}^{[r+1]}$ consists of zeros. Each of the remaining elements of $\varphi^{[r+1]}$ depends on the corresponding element of $s^{[r]}$, (because the j -th neuron output from the r -th layer $y_j^{[r]}$, depends only on $s_j^{[r]}$), i.e. $\varphi_j^{[r+1]} = y_j^{[r]} = a(s_j^{[r]})$. Hence, the Jacobian $J_{\varphi s}^{[r+1]}$ has the structure

$$J_{\varphi s}^{[r+1]} = \begin{bmatrix} 0 & \dots & 0 \\ \frac{\partial a(s_1^{[r]})}{\partial s_1^{[r]}} & & 0 \\ & \ddots & \\ 0 & & \frac{\partial a(s_{\ell_r}^{[r]})}{\partial s_{\ell_r}^{[r]}} \end{bmatrix}. \quad (13)$$

Shortly (13) can be written as $J_{\varphi s}^{[r+1]} = [0_{n_r} \quad \nabla a(s^{[r]})]^T$ and $J_{ss}^{[r+1]}$ finally becomes

$$J_{ss}^{[r+1]} = \Theta^{[r+1]} [0_{\ell_r} \quad \nabla a(s^{[r]})]^T = [\Theta^{[r+1]}]_{2:z_{r+1}} \nabla a(s^{[r]}).$$

For the gradient of the objective function we get

$$g = -2 \sum_{k=1}^N J_{\hat{y},k}^T e_k, \quad (14)$$

where

$$J_{\hat{y},k} = [J_{\hat{y},k}^{[1]} \quad J_{\hat{y},k}^{[2]} \quad \dots \quad J_{\hat{y},k}^{[l]}],$$

$$J_{\hat{y},k}^{[r]} = J_{\hat{y}s,k}^{[l]} J_{ss,k}^{[l]} J_{ss,k}^{[l-1]} \dots J_{ss,k}^{[r+1]} J_{s,k}^{[r]}.$$

In order to accelerate the algorithm, all calculations across the observations (from $k=1$ to N) should be avoided. Instead, the aggregation in (10) and (14) has to be performed across the signals. This, combined with a parallel implementation of the algorithm leads to a significant reduction of the training time.

5. Experiments

Two experiments are presented below. First one is connected with the structure of ANN with two layers. This experiment is based on the following simulation scenario. A set of input-output data with $N=10000$ observations is generated, by using of ANN with $m=30$ inputs and $\ell=5$ outputs. The input (vector) signal is uniformly distributed and $u_k \sim U(-1, 1)$. An additive output noise is also generated, which has a standard deviation $\sigma_\varepsilon = \frac{1}{3} \sigma_{y_d}$, where y_d is the deterministic output of the network.

The accuracy of ANN-s with different structures (number of neurons per layer is changed) are compared, where the goodness of fit is in terms of VAF (Variance Accounted For) statistic. A cross-validation is performed in order to avoid ANN overfitting, where 60% of the data is used for training, 20% for the termination rule of the algorithm and 20% for validation (VAF calculation).

		layer 2																	
neur. numb		1		2		3		4		5		6		7		8		9	
layer 1		p	VAF	p	VAF	p	VAF	p	VAF	p	VAF	p	VAF	p	VAF	p	VAF	p	VAF
	1	37	44.9	41	45.0	45	45.0	49	45.0	53	45.0	57	45.0	61	45.0	65	45.0	69	45.0
	2	69	46.3	74	83.5	79	83.5	84	83.5	89	83.5	94	83.5	99	83.5	104	83.5	109	83.5
	3	101	46.3	107	79.3	113	84.8	119	84.8	125	85.9	131	85.9	137	84.4	143	84.8	149	84.8
	4	133	46.9	140	84.6	147	86.0	154	85.4	161	85.0	168	86.1	175	86.2	182	86.1	189	87.3
	5	165	47.6	173	86.7	181	88.4	189	86.3	197	85.7	205	88.6	213	88.6	221	88.6	229	88.7
	6	197	47.5	206	87.8	215	89.1	224	88.8	233	89.9	242	89.2	251	90.0	260	90.0	269	90.0
	7	229	48.4	239	90.0	249	90.1	259	90.0	269	90.3	279	90.0	289	90.3	299	90.0	309	90.4
	8	261	48.5	272	90.0	283	90.3	294	90.1	305	90.3	316	90.8	327	90.8	338	90.9	349	90.9
	9	293	48.2	305	90.0	317	90.9	329	90.7	341	89.8	353	90.9	365	90.0	377	90.7	389	91.4

Table 1. Average VAF of the 5 outputs of ANN-s with different structure.

The results are presented in table 1. A general conclusion can be made that with an increase of the number of model parameters (within the limits of the experiment), the model accuracy also increases. Also, the precision of ANN depends on the number of neurons per layer. A sensible increase of VAF is observed, when add neurons to the first layer. An explanation is that this layer has more inputs and therefore more degrees of freedom are introduced by adding a neuron to that layer. But ANN-s with the same degrees of freedom have significantly different behavior. For instance when the network has 5 neurons per layer or 6 in the first layer and 2 in the second, the parameters are $p=197$. In these cases VAF is 85.7% and 47.5% respectively. This difference can be explained with the following considerations. If all inputs are processed only through one neuron, than their variations are reduced only to a variation of the neuron's output. And then, regardless of the number of neurons in the next layers, a sensible ANN improvement could not be observed (if the first layer has 1 neuron, then VAF is around 45%). On the other hand, if the neurons in the input layer are more, then the neurons in the second layer can participate more effectively in the training process.

The next experiment is a comparison between ANN and the most frequently used models for credit risk assessment – the linear and logistic models. The real data in the experiment is provided by Experian Ltd. It represents a static aspect of the behavior of credit applicants. The observations are 50283 and the independent characteristics (continuous) are 25. The dependent is binary. Three models are built –linear, logistic and ANN with one hidden layer with 4 neurons. The activation functions are logistic. 80% of the overall data set is used for modeling/training and the remaining 20% are used for validation. The models accuracy is measured by VAF. The result is:

$VAF_{LIN} = 19.68\%$, $VAF_{LOG} = 20.02\%$ and $VAF_{ANN} = 26.8\%$.

Theoretically, the logistic model is more appropriate for binary dependent variables. In the finance sector, the obtained values for VAF_{LIN} and VAF_{LOG} are acceptable, as the uncertainty level in this sector is very high and the models are used for discrimination, but not for approximation of the individuals behavior. In terms of ANN, both linear and logistic models can be presented with a single neuron (with linear and logistic activation function). From this point of view, ANN with one hidden layer has a greater potential to represent the non-linear individuals behavior. This leads to the significant improvement in explaining the dependent variations, which is more than 6%.

6. Conclusions

GN method provides a good balance between computational complexity and precision of parameters update (which is related to the number of iterations and hence to the data passes and the training time). Usually, as the influence of the data uncertainty is significant in areas like finance and marketing, the number of observations is around $10^4 - 10^7$. GN can be parallelized (even into hundreds threads, when utilizes GPU-s (Graphical Processing Unit)) and formulated in terms of factors but not of observations, as mentioned in section 4. This accelerates further ANN's training. The network structure determination is not explained in details, but the conclusion from the first experiment provides a useful direction in solving this task.

The second experiment, with the real data, shows that the usage of ANN-s can sensibly improve the model accuracy. In finance, ANN-s are not accepted from the business as final models, as the representation of the individuals' behavior has to be transparent in order to verify it with the available a-priori information. Also, in some countries the rejected applicants may require information, regarding the reasons to be rejected, which is generally impossible, when use a network (from this perspective, ANN is a black box). Nevertheless, the networks can be used at different stages of the system identification cycle.

References

- [1] Nocedal, J. and S. J. Wright. Numerical Optimization, Springer Series in Operations Research and Financial Engineering, Springer Science + Business Media, LLC, USA, 2006.
- [2] Zurada J. M. Introduction to Artificial Neural Systems, West Publishing Company, 1992

Author: Alexander Krasimirov Efremov, Ph.D., assistant at Department of Industrial Automation, Technical University of Sofia, E-mail address: aeefremov@gmail.com, URL: <http://anp.tu-sofia.bg/aeefremov/index.htm>

Received 05 November 2013

Reviewer: Prof. D.Sc. E. Nikolov

НЕЛИНЕЙНО УПРАВЛЕНИЕ НА ТРИФАЗНИ АСИНХРОННИ ДВИГАТЕЛИ С КОМПЕНСИРАНЕ НА КРЪСТОСАНИТЕ ВРЪЗКИ МЕЖДУ ЕЛЕКТРОМАГНИТНИЯ МОМЕНТ И СТАТОРНОТО ПОТОКОСЦЕПЛЕНИЕ

Станислав Енев

Резюме: В работата е предложена дискретна нелинейна система за управление на асинхронни двигатели. Основният закон за управление е синтезиран на база на точно дискретно описание на динамиката на двигателя в режим на управление по ток и чрез приложението му се постига входно-изходна линеаризация и компенсация на кръстосаните връзки между електромагнитния момент и статорното потокосцепление, което от своя страна улеснява цялостния синтез. В симулационна среда е създаден детайлен модел на системата и са получени резултати, показващи реализуемостта на предложената схема за управление и постигнатото качество.

Ключови думи: дискретни нелинейни системи, управление на асинхронни двигатели, входно-изходна линеаризация

NONLINEAR SPEED CONTROL OF THREE-PHASE INDUCTION MOTORS WITH TORQUE AND STATOR FLUX DECOUPLING

Stanislav Enev

Abstract: In this paper, a discrete-time nonlinear control scheme for induction motor control is proposed. The main control law is designed using an exact discrete-time model of the induction motor in current-fed mode of operation and achieves linearization and decoupling between motor torque and stator flux magnitude, which facilitates the overall design problem. A detailed model of the control system is developed and some simulation results illustrating the proposed control law feasibility and the achieved performance are presented.

Keywords: discrete-time nonlinear control, induction motor control, input-output linearization

1. Introduction

The induction motor is probably the most widely used electric machine in the industry. The related control problem, known for its difficulty, has received a lot of attention in the scientific literature. Different solutions were found, the most renowned be-

ing the so-called “field-oriented control” [1, 2, 3]. Nowadays, in one of its many variants and modifications, it is the industrial practice when high dynamic performance is required. Another approach, subject to scientific research, allowing potentially for superior performance and absolute decoupling between flux and torque, rather than only asymptotic (that is, in constant flux conditions) as in the field-oriented control case, is the input-output linearization based control [3, 4, 5, 6, 7, 8, 9]. Only few input-output linearization designs are based on a model of the motor containing stator flux components and define the squared stator flux as output [8, 9], while the most part define the rotor flux (squared) as electromagnetic output of the motor and use the respective description of the machine. It is true however, that the main operational aspects of the motor are far more clearly expressed in terms of rotor flux magnitude, thus more easily related to control goals. For field-oriented designs though, despite these properties and even the additional advantages of the rotor flux oriented control over the stator flux orientation scheme from control performance perspective, the latter scheme is probably more used in industrial drives, because it possess some implementation related advantages, e.g. lower sensitivity of flux estimation models. The input-output linearization approach can potentially eliminate some of the stator-flux orientation scheme disadvantages, such as the residual input coupling, while retaining its advantages.

In all cases design is typically performed using continuous-time descriptions of the motor, while control law is implemented using digital devices, being inherently a discrete-time process. This renders the task of proving and guaranteeing stability of the overall system (interconnection of two nonlinear systems) a very difficult, practically impossible task. In this sense, a control law, designed from a discrete-time model will potentially eliminate this problem. While for the full-order voltage command mode exact-discrete-time representation cannot be obtained, for the current-fed modes of operation it is possible, when the equations of the motor are written in a frame aligned with the rotor electrical position. For the rotor flux control case, a discrete-time field-oriented controller is proposed in [10, 11] and stability conditions are derived based on an exact discrete-time model of the motor dynamics. In [12, 13], an input-output linearization design based on the same discrete-time description is proposed and validated. In this paper, first an exact discrete-time model of the induction motor in current-fed mode with stator flux components in the description is presented. Then, an input-output linearizing and decoupling control law is derived using this exact description. Finally, a practical scheme implementing the proposed control law is modeled in Simulink environment and some simulation results are presented.

3. The stator flux model

Under the common assumptions for symmetrical construction, sinusoidal distribution of the field in the air-gap and linearity of magnetic circuits, the equivalent full-order two-phase model of the machine, expressed in the two-phase stator-fixed $\alpha\beta$ frame with stator flux linkages and stator currents as states, is given by:

$$\begin{aligned}
\dot{\varphi}_{s\alpha} &= -r_s i_{s\alpha} + u_{s\alpha} \\
\dot{\varphi}_{s\beta} &= -r_s i_{s\beta} + u_{s\beta} \\
\dot{i}_{s\alpha} &= -\gamma i_{s\alpha} - n_p \omega i_{s\beta} + \zeta \varphi_{s\alpha} + n_p (\sigma l_s)^{-1} \omega \varphi_{s\beta} + (\sigma l_s)^{-1} u_{s\alpha} \\
\dot{i}_{s\beta} &= -\gamma i_{s\beta} + n_p \omega i_{s\alpha} + \zeta \varphi_{s\beta} - n_p (\sigma l_s)^{-1} \omega \varphi_{s\alpha} + (\sigma l_s)^{-1} u_{s\beta}
\end{aligned}, \quad (1)$$

$$\tau_m = n_p (\varphi_{s\alpha} i_{s\beta} - \varphi_{s\beta} i_{s\alpha}), \quad (2)$$

where: $u_{s\alpha}(t)$, $u_{s\beta}(t)$ - stator voltages, $i_{s\alpha}(t)$, $i_{s\beta}(t)$ - stator currents, $\varphi_{s\alpha}(t)$, $\varphi_{s\beta}(t)$ - stator flux linkages, $\omega(t)$ - rotor speed, $\tau_m(t)$ - electromagnetic torque. The parameters in the model are defined as follows: $\sigma = 1 - m^2 (l_R l_s)^{-1}$, $\zeta = r_R (\sigma l_R l_s)^{-1}$, $\gamma = (l_R r_s + l_s r_R) (\sigma l_R l_s)^{-1}$, where: l_s - stator phase winding inductance, r_s - stator phase winding resistance, l_R - rotor phase winding inductance, r_R - rotor phase winding resistance, m - mutual inductance, n_p - number of pole-pairs.

In current-fed mode, the stators currents are effectively used as control inputs to the machine. In order to achieve such mode of operation, the introduction of current control scheme is required. Several types exist, the main ones using high-gain, typically PI, current control loops [3, 14], feedforward schemes [3] and, most often, hysteresis relay loops [14]. In [14], a thorough overview of current controllers for three-phase inverters can be found.

In order to introduce current-fed mode of operation based on this description of the motor, the stator voltages are eliminated in the flux equations by expressing them from the current dynamics. Thus, we have:

$$\begin{aligned}
\dot{\varphi}_{s\alpha} &= -\eta \varphi_{s\alpha} - n_p \omega \varphi_{s\beta} + \eta l_s i_{s\alpha} + \sigma l_s n_p \omega i_{s\beta} + \sigma l_s \dot{i}_{s\alpha} \\
\dot{\varphi}_{s\beta} &= -\eta \varphi_{s\beta} + n_p \omega \varphi_{s\alpha} + \eta l_s i_{s\beta} - \sigma l_s n_p \omega i_{s\alpha} + \sigma l_s \dot{i}_{s\beta}
\end{aligned}. \quad (3)$$

If rotor speed is considered as parameter in the description, it is seen that (3) represent a linear time-varying system, with stator currents as inputs and fluxes as states, and an additional output – the motor torque, being nonlinear function of inputs and states. As seen, the current derivatives also appear in the flux derivative expression, i.e., a direct feed-through between input and output exists.

2. Discrete-time representation of the stator flux model

The exact discrete-time representation of the motor dynamics is obtained in the frame aligned with the electrical rotor position (and rotating with the electrical rotor speed). Define the current and flux vectors in the considered frame (denoted with lower indices $*_{A(B)}$):

$$\mathbf{i}_{SAB} = [i_{sA}, i_{sB}]^T, \quad \boldsymbol{\varphi}_{SAB} = [\varphi_{sA}, \varphi_{sB}]^T,$$

and the transformation matrix between the stator-fixed and the rotating frame:

$$\mathbf{T} \equiv \mathbf{T}_{\alpha\beta \rightarrow AB} = \begin{bmatrix} \cos(n_p \theta) & \sin(n_p \theta) \\ -\sin(n_p \theta) & \cos(n_p \theta) \end{bmatrix}, \quad (4)$$

with: θ - rotor angular position

The description in the new frame is obtained as:

$$\dot{\varphi}_{SAB} = -\eta\varphi_{SAB} + \eta l_s i_{SAB} + \sigma l_s \dot{i}_{SAB}. \quad (5)$$

It is seen, that in this frame, the time-varying feature of the dynamics is eliminated and the system is linear time-invariant. For the torque we have:

$$\tau_m(t) = n_p (\varphi_{SA} i_{SB} - \varphi_{SB} i_{SA}). \quad (6)$$

Exact discrete-time model. The exact discrete-time representation of the motor dynamics is obtained from (5) assuming that stator currents are held constant during sampling periods, i.e. assuming zero-order holds at the inputs, that is:

$i_{SAB}(t) = i_{SAB}(t_k) = \text{const}$ for $t_k \leq t < t_{k+1}$ $t_k \equiv kT_s$, T_s - the sampling period.

For the flux equations we obtain [15]:

$$\varphi_{SAB}(t_{k+1}) = \varphi_{SAB}(t_k) e^{-\eta T_s} + l_s (1 - \sigma - e^{-\eta T_s}) i_{SAB}(t_k) + l_s \sigma i_{SAB}(t_{k+1}). \quad (7)$$

Though the motor torque is a nonlinear function of states, the particular function structure, along with the considered input excitation (zero-order holds on the stator currents in the rotating frame), enables it being exactly reconstructed from its samples by a form of exponential hold. The transfer function of the hold is given by $\frac{1 - e^{-(s+\eta)T_s}}{s + \eta}$.

This in turn gives the possibility to obtain exact discrete-time representation of the speed dynamics, assuming it being linear, of the form:

$$J\dot{\omega} = \tau_m - c\omega - \tau_L,$$

with: J - moment of inertia, referred to the rotor; c - viscous friction coefficient.

The overall discretization scheme is illustrated in Fig.1.

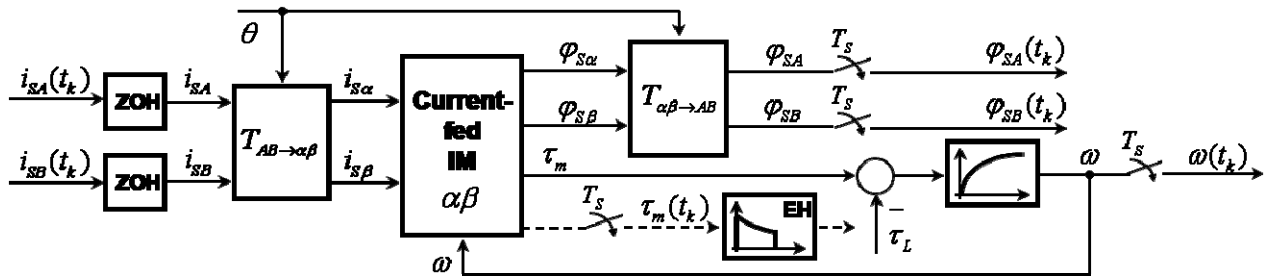


Fig.1. Discretization scheme.

The speed, at the sampling instants, is obtained as:

$$\omega(t_{k+1}) = e^{-cJ^{-1}T_s} \omega(t_k) + \frac{e^{-cJ^{-1}T_s} - e^{-\eta T_s}}{J\eta - c} \tau_m(t_k) - \frac{1}{J} \int_{t_k}^{t_{k+1}} e^{-cJ^{-1}(t_{k+1}-v)} \tau_L(v) dv, \quad (8)$$

In cases, when the load torque satisfies: $\tau_L(t) = \tau_L(t_k)$, for $t_k \leq t < t_{k+1}$, that is, it is constant during the sampling periods, the last term in (8) reduces to: $\frac{1 - e^{-cJ^{-1}T_s}}{c} \tau_L(t_k)$ (for $c = 0$, we have $J^{-1}T_s \tau_L(t_k)$). Thus, in these cases, a difference equation can also be written for the motor speed.

4. Control law design

The theoretical foundations of feedback linearization and the basic control design techniques extended for discrete-time systems can be found in [16]. Here it will be noted only that the basic structure of a control system using such control laws consists of two loops – an inner, in which the linearization is achieved, and an outer, linear loop, where a linear controller attributes the desired dynamics of the overall system. The model used here as basis for the control law design is given by:

$$\begin{aligned} x_1(t_{k+1}) &= e^{-\eta T_s} x_1(t_k) + l_s(1 - \sigma - e^{-\eta T_s}) x_3(t_k) + l_s \sigma u_1(t_k) \\ x_2(t_{k+1}) &= e^{-\eta T_s} x_2(t_k) + l_s(1 - \sigma - e^{-\eta T_s}) x_4(t_k) + l_s \sigma u_2(t_k), \\ x_3(t_{k+1}) &= u_1(t_k) \\ x_4(t_{k+1}) &= u_2(t_k) \end{aligned} \quad (9)$$

with: $[x_1(t_k), x_2(t_k), x_3(t_k), x_4(t_k)] \equiv [\varphi_{SA}(t_k), \varphi_{SB}(t_k), i_{SA}(t_k), i_{SB}(t_k)]$, $u_1(t_k), u_2(t_k)$ - the control inputs.

In order to put the model in required form for the design technique to be applied (a state-space form), the model (7) is augmented with two additional state variables - $x_3(t_k)$ and $x_4(t_k)$, and their respective equations, as in (9). This also renders the control law realizable from a practical point of view, since the added delay of one sampling period at each input of the system allows the time needed for the required calculations (the control law to be derived represents a static feedback). For control design, the induction motor is normally considered as TITO-system, with torque, rotor speed or position as the main output of mechanical nature and the flux magnitude (squared) as a second output of electromagnetic nature. Here, the controlled quantities are defined as follows:

$$\begin{aligned} y_1(t_k) &\equiv \tau_m(t_k) = n_p (x_1(t_k) x_4(t_k) - x_2(t_k) x_3(t_k)) \\ y_2(t_k) &= x_1(t_k) x_1(t_{k-1}) + x_2(t_k) x_2(t_{k-1}) - e^{-\eta T_s} (x_1^2(t_{k-1}) + x_2^2(t_{k-1})) \end{aligned} \quad (10)$$

The first output – $y_1(t_k)$ is defined as the motor torque. Thus, the speed dynamics (being linear) are not accounted for in the decoupling control, which renders it simpler and more robust because it doesn't include the mechanical parameters.

The rationale behind the definition of the second output can be found in [12] and [15]. Here, it is only noted that in steady state, the following holds:

$$y_2(t_k) \approx |\varphi_s(t_k)|^2 (1 - e^{-\eta T_s}). \quad (11)$$

By writing the expressions for $t = t_{k+1}$, the input-output description is put in the vector-matrix form as:

$$\begin{bmatrix} y_1(t_{k+1}) \\ y_2(t_{k+1}) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ a(t_k) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} b_{11}(t_k) & b_{12}(t_k) \\ b_{21}(t_k) & b_{22}(t_k) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_1(t_k) \\ u_2(t_k) \end{bmatrix}, \quad (12)$$

with $\mathbf{B}(t_k) \equiv \begin{bmatrix} b_{11}(t_k) & b_{12}(t_k) \\ b_{21}(t_k) & b_{22}(t_k) \end{bmatrix}$ - the decoupling matrix, and

$$\begin{aligned} a(t_k) &= l_s(1 - \sigma - e^{-\eta T_s})(x_1(t_k)x_3(t_k) + x_2(t_k)x_4(t_k)) \\ b_{11}(t_k) &= -n_p(e^{-\eta T_s}x_2(t_k) + l_s(1 - \sigma - e^{-\eta T_s})x_4(t_k)) \\ b_{12}(t_k) &= n_p(e^{-\eta T_s}x_1(t_k) + l_s(1 - \sigma - e^{-\eta T_s})x_3(t_k)) \\ b_{21}(t_k) &= l_s\sigma x_1(t_k) \\ b_{22}(t_k) &= l_s\sigma x_2(t_k) \end{aligned} \quad .$$

By introducing the control inputs as:

$$\begin{bmatrix} u_1(t_k) \\ u_2(t_k) \end{bmatrix} = \mathbf{B}^{-1}(t_k) \begin{bmatrix} v_1(t_k) \\ v_2(t_k) - a(t_k) \end{bmatrix}, \quad (13)$$

with: $v_1(t_k)$, $v_2(t_k)$ being the new input signals, the input-output relations for the obtained system are given by

$$\begin{bmatrix} y_1(t_{k+1}) \\ y_2(t_{k+1}) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} v_1(t_k) \\ v_2(t_k) \end{bmatrix}. \quad (14)$$

As seen from equations, no coupling exists between the two outputs which lags their respective input signals by one sampling period. It also noticed, that the obtained input-output dynamics are of second order, while the initial description is of fourth, so second order internal dynamics, unobservable from the outputs, exist. These must be such that the system states remain bounded while controlling the outputs, otherwise, the control law would be unuseful. No internal instabilities were observed during simulations, though, no formal stability analysis was carried out, due to the non-trivial definition of the second output. It is noted, that in the continuous-time case, with stator flux square as system output, the internal dynamics can be expressed in terms of the rotor flux components, which guarantees internal stability when input-output stability is achieved.

In order to introduce the control law, the matrix inversion in (13) must be possible, i.e. the decoupling matrix must be non-singular. A thorough discussion on this is given in [15]. In the continuous-time equivalent design case [8], this condition reduces to preventing the stator and rotor flux vectors from becoming orthogonal, which is equivalent to the requirement of having motor torque smaller than the pull-out torque for the current regime. Thus, an approach to ensure the realizability of the proposed

control law may consist of dynamically saturating the signal $v_1(t_k)$ (it can be viewed as torque reference).

5. Simulation setup and results

A *Simulink* model of the system, shown in Fig.2 was implemented. In the following are described the main blocks in the structure.

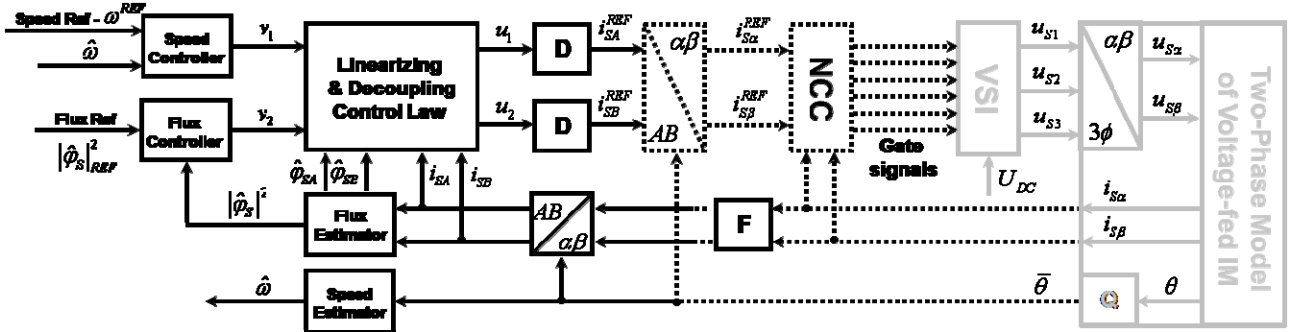


Fig.2. Control system diagram.

The values of the motor parameter used here are taken from [7] as follows: $r_s = 0,052 \Omega$, $l_s = 0,03175 \text{ H}$, $r_r = 0,07 \Omega$, $l_r = 0,0323 \text{ H}$, $m = 0,031 \text{ H}$, $n_p = 2$, $J = 0,41 \text{ kgm}^2$. The nominal power and the rated torque are $P_{nom} = 37 \text{ kW}$ and $\tau_{nom} = 240 \text{ Nm}$. The value of the viscous friction coefficient is set to $c = 10^{-4} \text{ Nms}$.

The DC-link voltage is set to $U_{DC} = 540 \text{ V}$. Optical encoder with 3600 ppr for position feedback is supposed and the position signal is quantized accordingly (the block **Q**).

Current control. The current controller (the block **NCC**) implements a discrete-time nonlinear current control scheme described in the following. Motor currents are sampled at frequency, multiple of the base sampling frequency used for main control law realization, and a vector error signal is formed as: $\mathbf{e}_i = \mathbf{i}_{S\alpha\beta}^{REF} - \mathbf{i}_{S\alpha\beta}$. The α - β plane is divided in six sectors symmetrically around each base vector, and depending on the zone in which the error vector $\mathbf{e}_i$ is situated, the appropriate gate signals are generated so that the respective SVM base voltage vector is applied to the motor (its three-phase equivalent). This current control scheme guarantees constant switching frequency of the inverter commutating elements.

Decoupling control law. The decoupling control law block implements (13) using estimates of the rotor flux linkage components supplied by the flux estimator rather than the exact values. The references for the current controller in the α - β plane are obtained by:

$$\begin{bmatrix} i_{S\alpha}^{REF}(t) \\ i_{S\beta}^{REF}(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos(n_p \theta(t)) & -\sin(n_p \theta(t)) \\ \sin(n_p \theta(t)) & \cos(n_p \theta(t)) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_1(t_{k-1}) \\ u_2(t_{k-1}) \end{bmatrix},$$

for $(t_k) \leq t < (t_{k+1})$.

As defined, the control inputs generated by (9) are delayed by one sampling period. It should be noted that while the control law is realized in the A-B frame, where the exact discrete-time model holds for constant stator currents during each sampling pe-

riod, the transformation matrix is time-varying when the rotor speed is non-zero. This in turns results in time-varying reference stator currents for non-zero rotor speed. Thus, in order to approximate better the assumed conditions, the transformation in the overall control law should be performed with a higher than the base sampling frequency, preferably with the sampling frequency of the current controller.

With black solid lines in the control system diagram (Fig. 2) are represented signals that are generated each base sampling period, while with the dotted lines are presented ones generated with the sampling frequency used for current control. For the simulation, a base sampling period of 1 ms is chosen, while a 10 kHz value is chosen for the current control sampling frequency (corresponding to a sampling period of $0,1\text{ ms}$). Before feeding the current signals to the decoupling law and the flux estimator, they are filtered digitally (the block **F**) with the faster sampling frequency. The chosen filter is the z.o.h. equivalent of a first-order filter with time constant of 10^{-4} s .

As noted, a proper initialization is required to avoid singularity issues at start-up. Here, this is done by assigning non-zero initial conditions at the outputs of the current signal filters.

Flux estimation and control loop. The stator flux linkage components are estimated simply through simulation of their equations in the model (7). The controller is designed, based on the following supposition:

$$y_2(t_k) \approx x_1^2(t_k) + x_2^2(t_k) - e^{-\eta T_s} (x_1^2(t_{k-1}) + x_2^2(t_{k-1})) = |\varphi_s(t_k)|^2 - e^{-\eta T_s} |\varphi_s(t_{k-1})|^2.$$

Thus, a discrete-time transfer function can be defined and the outer loop is configured as in Fig.3.

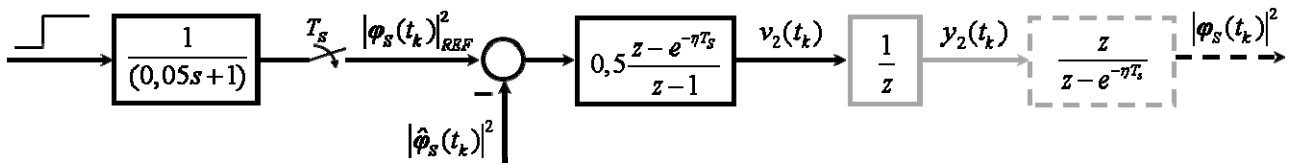


Fig.3. Flux control loop.

Speed control outer loop. The rotor speed is obtained by a first-order numerical integration of the quantized position feedback. The signal is then filtered through a first-order filter. The chosen transfer function of the filter and the overall control speed loop are shown in Fig.4.

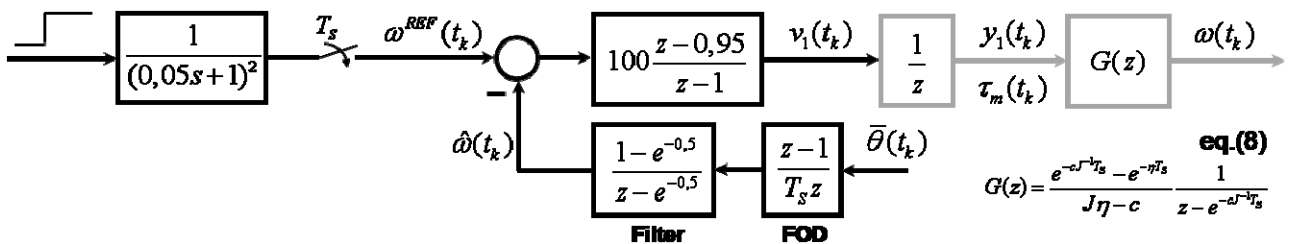


Fig.4. Speed control loop.

Some simulated transients are shown in Fig.5. At $t=1\text{ s}$, a load torque of 150 Nm is applied to the motor.

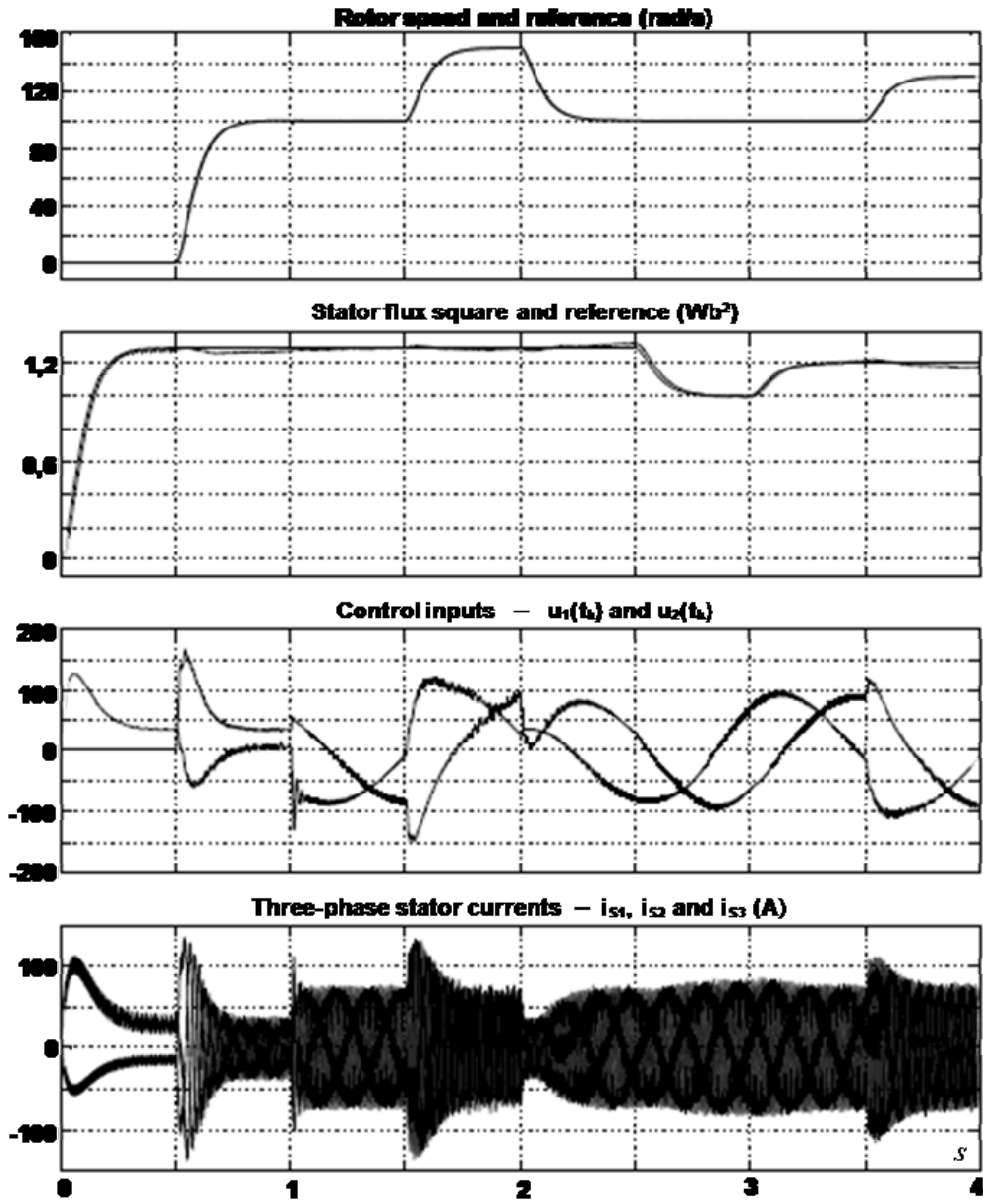


Fig.5. Simulated transients.

6. Conclusion

A discrete-time nonlinear input-output decoupling control law for induction motors is presented in the paper. The design is based on an exact discrete-time representation of the motor dynamics in current-fed operating mode. A practical implementation scheme is proposed and a detailed model including the full-order motor model and the current controls is developed in *Simulink* environment. The simulation results confirm the practical feasibility of the proposed algorithm and the expected performance. Indeed, motor torque (and ultimately speed) and stator flux are practically decoupled, with only small variations, seen in the stator flux magnitude during speed reference changes. No coupling is observed in the other direction. It can be argued with certainty, that the computational load, required for implementing the control scheme is well within the capabilities of modern digital signal controllers and the required switching patterns can be easily handled by existing power electronic devices.

From control law perspective, here, a different flux model arises, used also for flux estimation in the proposed control scheme. As seen from (7), the model is free from pure integration, which is an advantage over the so-called voltage model. On the other hand, rotor resistance is present in the equations, which brings back variability issues. Thus, some kind of a rotor resistance estimation scheme should be included in the overall control algorithm so that flux regulation is improved when rotor time constant mismatches are present. Simulations, carried out with mismatches in the rotor resistance value, showed no stability issues, of course, these resulted in poor flux regulation. Finally, the speed control subsystem can be implemented as a cascade control structure with the motor torque as inner variable. This will enable saturating, if needed, the torque reference for guaranteeing the realizability of the linearizing control law.

References

- [1] Leonhard W. (1996), **Control of Electrical Drives**, 2nd Edition, Berlin, Springer, 1996.
- [2] Bose B.K. (2006), **Power Electronics and Motor Drives Advances and Trends**, Elsevier 2006.
- [3] Chiasson J. (2005), **Modeling and High-Performance Control of Electric Machines**, Hoboken, New Jersey, John Wiley & Sons, Inc., 2005.
- [4] Marino R., Peresada, S., Valigi, P. (1993), **Adaptive input-output linearizing control of induction motor**, IEEE Transactions on Automatic Control, Vol 38, Issue 2, February 1993, pp. 208-221.
- [5] Benchaib A., Rachid, A., Audrezet, E. (1999), **Sliding Mode Input-Output Linearization and Field Orientation for Real-Time Control of Induction Motors**, IEEE Transactions on Power Electronics, Vol. 14, January 1999, Issue 1, pp. 3-13.
- [6] Bodson M., Chiasson, J., Novotnak, R. (1994), **High-Performance Induction Motor Control Via Input-Output Linearization**, IEEE Control Systems, August 1994, pp. 25-33.
- [7] Raumer T., Dion, J.M., Dugard, L., Thomas, J.L. (1994), **Applied Nonlinear Control of an Induction Motor Using Digital Signal Processing**, IEEE Trans. on Control Systems Technology, Vol.2, № 4, December 1994, pp. 327-335.
- [8] Luckjiff G., Wallace, I., Divan. D., (2001), **Feedback linearization of current regulated induction motors**, Power Electronics Specialists Conference – PESC, IEEE 32nd Annual, Volume 2, 2001, pp. 1173-1178.
- [9] El Moucary C., Mendes, E., Razeq, A. (2002), **Decoupled Direct Control for PWM Inverter-Fed Induction Motor Drives**, IEEE Transactions on Industry Applications, Vol. 38, № 5, September/October, 2002, pp. 1307-1315.
- [10] Ortega R., Taoutaou, D. **On Discrete-Time Control of Current-fed Induction Motors**, <http://www.supelec.fr/invi/lss/perso/ortega/papers>.
- [11] Taoutaou D., Puerto, R., Ortega, R., Loron. L. **A new field oriented discrete-time controller for current-fed induction motors**, <http://www.supelec.fr/invi/lss/perso/ortega/papers>.
- [12] Enev St. (2012), **Discrete-time input-output linearization of current-fed induction motors**, Proceedings of Technical University of Sofia, Vol 62, Issue 2, June 2012, pp. 45-52.
- [13] Enev St. (2012), **Discrete-time nonlinear control of three-phase induction motors**, International Conference, “Automatics and Informatics”, 3-7 Oct, 2012, Sofia, Bulgaria, pp. 75-78.
- [14] Kazmierkowski M.P., Malesani, L. (1998), **Current Control Techniques for Three-Phase Voltage-Source PWM Converters: A Survey**, IEEE Transactions on Industrial Electronics, Vol. 45, № 5, October 1998, pp. 691-703.
- [15] Enev St. (2013), **Discrete-time modeling and input-output linearization of current-fed induction motors for torque and stator flux decoupled control**. Cybernetics and Information Technologies. (под печат)
- [16] Soroush M., Kravaris, C. (1992), **Discrete-time nonlinear controller synthesis by input/output linearization**, AIChE Journal, Vol. 38, №12, December 1992, pp. 1923-1945.

Author: Stanislav Enchev Enev, Ph.D., assistant Professor at Department of Industrial Automation, Technical University of Sofia, E-mail address: enev@tu-sofia.bg

Received 07 November 2013

Reviewer: Prof. D.Sc. E. Nikolov

ДИСКРЕТЕН НЕЛИНЕЕН ЗАКОН ЗА УПРАВЛЕНИЕ НА АСИНХРОННИ ДВИГАТЕЛИ

Станислав Енев

Резюме: В работата е предложен дискретен нелинеен закон за управление на асинхронни двигатели. Законът е синтезиран на база на точно дискретно описание на динамиката на двигателя в режим на управление по ток и чрез приложението му се постига входно-изходна линеаризация и компенсация на кръстосаните връзки между електромагнитния момент и роторното потокосцепление. Получаването на управляващата променлива е свързано с решаването на съответно квадратно уравнение, като се избира решението, което гарантира, приемливи от физическа гледна точка, режими на работа на двигателя. Коментирани са и условията за реализуемост на предложения закон.

Ключови думи: дискретно нелинейно управление, асинхронни двигатели, входно-изходна линеаризация

A DISCRETE-TIME NONLINEAR CONTROL LAW FOR CURRENT-FED INDUCTION MOTORS

Stanislav Enev

Abstract: In this paper, a discrete-time nonlinear control law for the induction motor is proposed. It is designed using an exact discrete-time model of the induction motor in current-fed mode of operation and achieves linearization and decoupling between motor torque and rotor flux magnitude. The feedback law is obtained by solving a quadratic equation and guarantees physically acceptable time patterns for the motor variables. A discussion on the realizability conditions is presented.

Keywords: discrete-time nonlinear control, induction motor, input-output linearization

1. Introduction

The induction control problem, known for its difficulty, has received a lot of attention in the scientific literature. Different solutions were found, the most renowned being the so-called “field-oriented control” [1, 2]. Nowadays, in one of its many variants and modifications, it is the industrial practice when high dynamic performance is required. Another approach, subject of scientific research, allowing potentially for superior performance and absolute decoupling between flux and torque, rather than only

asymptotic (that is, in constant flux conditions) as in the field-oriented control case, is the input-output linearization based control [2, 3, 4].

In all cases design is typically performed using continuous-time descriptions of the motor, while control law is implemented using digital devices, being inherently a discrete-time process. This renders the task of proving and guaranteeing stability of the overall system (interconnection of two nonlinear systems) a very difficult, practically impossible task. In this sense, a control law designed from a discrete-time model will potentially eliminate this problem. While for the full-order voltage command mode exact-discrete-time representation cannot be obtained, for the current-fed modes of operation it is possible, when the equations of the motor are written in a frame aligned with the rotor electrical position. A discrete-time field-oriented controller is proposed in [5, 6] and stability conditions are derived based on an exact discrete-time model of the motor dynamics. In [7] an input-output linearization design based on the same discrete-time description is proposed and validated. There, a rotor flux square-like output function is defined so that the traditional continuous-time design procedure can be applied (the resulting control law from an input affine description is an affine function of the new input variable). Also, physically acceptable time patterns for the motor quantities are guaranteed with this output definition.

In this paper, an input-output linearizing design is performed, with the rotor flux square as electromagnetic output of the motor. It is seen, that in this case, quadratic input terms appear in the expressions of the output and a quadratic equation is solved in order to obtain the control inputs. A way to achieve physically acceptable regimes is incorporated in the control law. Realizability conditions are discussed.

3. Motor model in current-fed mode

For the modeling, the common assumptions for symmetrical construction, sinusoidal distribution of the field in the air-gap and linearity of magnetic circuits are adopted. With current control loops in place [8], the currents can be effectively used as control inputs to the motor and their dynamics can be neglected from the descriptions. Thus the following equivalent reduced-order two-phase model of the machine, expressed in the two-phase stator-fixed α - β is obtained:

$$\begin{aligned}\dot{\varphi}_{R\alpha} &= -\eta\varphi_{R\alpha} - n_p\omega\varphi_{R\beta} + m\eta i_{S\alpha} \\ \dot{\varphi}_{R\beta} &= -\eta\varphi_{R\beta} + n_p\omega\varphi_{R\alpha} + m\eta i_{S\beta}, \\ \tau_m &= \mu(\varphi_{R\alpha}i_{S\beta} - \varphi_{R\beta}i_{S\alpha})\end{aligned}\quad (1)$$

where: $i_{S\alpha}(t)$, $i_{S\beta}(t)$ - stator currents, $\varphi_{R\alpha}(t)$, $\varphi_{R\beta}(t)$ - rotor flux linkages, $\omega(t)$ - rotor speed, $\tau_m(t)$ - electromagnetic torque. The parameters in the model are defined as follows: $\eta = r_R l_R^{-1}$, $\mu = n_p m l_R^{-1}$, l_R - rotor phase winding inductance, r_R - rotor phase winding resistance, m - mutual inductance, n_p - number of pole-pairs.

The speed dynamics generally are described by:

$$J\dot{\omega} = \tau_m - c\omega - \tau_L, \quad (2)$$

with: J - the moment of inertia of the rotor, c - viscous friction coefficient, $\tau_L(t)$ - the load torque.

If rotor speed is considered as parameter in the description, it is seen that (1) represents a linear time-varying system, with stator currents as inputs and fluxes as states, and an additional output – the motor torque, being nonlinear function of inputs and states.

2. Discrete-time representation

Model (1) does not allow for exact discretization in the general case. On the other hand, as shown in [6,7], the respective description in a frame aligned with the rotor electrical position allows for exact discrete-time representation, assuming that the control inputs (the stator currents in that frame) are held constant during each sampling period. The details can be found in [7], it is only noted that the time-varying of the dynamics is eliminated in this frame at the cost of higher performance requirements from the current controllers. We have:

$$\begin{aligned}\varphi_{RA}(t_{k+1}) &= e^{-\eta T_s} \varphi_{RA}(t_k) + m(1 - e^{-\eta T_s}) i_{SA}(t_k) \\ \varphi_{RB}(t_{k+1}) &= e^{-\eta T_s} \varphi_{RB}(t_k) + m(1 - e^{-\eta T_s}) i_{SB}(t_k), \\ \tau(t_k) &= \mu(\varphi_{RA}(t_k) i_{SB}(t_k) - \varphi_{RB}(t_k) i_{SA}(t_k))\end{aligned}\quad (3)$$

with $t_k \equiv kT_s$, T_s - the sampling period, $\begin{bmatrix} i_{SA}(t) \\ i_{SB}(t) \end{bmatrix} = \mathbf{T}_{\alpha\beta \rightarrow AB}(t) \begin{bmatrix} i_{S\alpha}(t) \\ i_{S\beta}(t) \end{bmatrix}$, $\begin{bmatrix} \varphi_{SA}(t) \\ \varphi_{SB}(t) \end{bmatrix} = \mathbf{T}_{\alpha\beta \rightarrow AB}(t) \begin{bmatrix} \varphi_{S\alpha}(t) \\ \varphi_{S\beta}(t) \end{bmatrix}$,

$\mathbf{T}_{\alpha\beta \rightarrow AB}(t) = \begin{bmatrix} \cos(n_p \theta(t)) & \sin(n_p \theta(t)) \\ -\sin(n_p \theta(t)) & \cos(n_p \theta(t)) \end{bmatrix}$ - the transformation matrix between the stator-fixed and rotating frames and $\theta(t)$ - rotor angular position.

Though the motor torque is a nonlinear function of states, the particular function form, along with the considered input excitation (zero-order holds on the stator currents in the rotating frame) renders it being exactly reconstructed from its samples by a form of exponential hold. This in turn gives the possibility to obtain exact discrete-time representation of the speed dynamics of the form:

$$\omega(t_{k+1}) = e^{-cJ^{-1}T_s} \omega(t_k) + \frac{e^{-cJ^{-1}T_s} - e^{-\eta T_s}}{J\eta - c} \tau_m(t_k) - \frac{1}{J} \int_{t_k}^{t_{k+1}} e^{-cJ^{-1}(t_{k+1}-v)} \tau_L(v) dv. \quad (4)$$

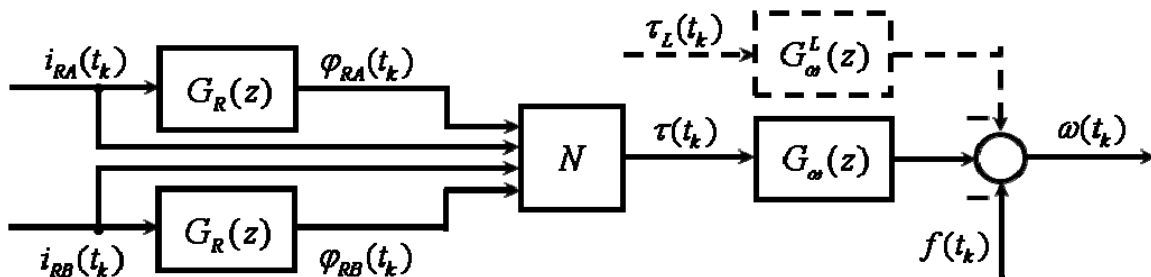


Fig.1. Model structure

The structure of the model is represented in Fig.1, with: $G_{R(\omega)}$ - being discrete-time linear first-order systems, N - the nonlinear static dependence, generating the motor torque, and $f_L(t_k) = J^{-1} \int_0^t e^{-cJ^{-1}(t-\nu)} \tau_L(\nu) d\nu \Big|_{t=t_k}$. In cases, when the load torque satisfies: $\tau_L(t) = \tau_L(t_k)$, for $t_k \leq t < t_{k+1}$, that is, it is constant during the sampling periods, the last term in (5) reduces to: $\frac{1-e^{-cJ^{-1}T_s}}{c} \tau_L(t_k)$ (for $c=0$, we have $J^{-1}T_s \tau_L(t_k)$) and a transfer function can be defined - G_{ω}^L .

4. Control law design

Since the design technique to be applied in the following will result in a static feedback control law, a delay of one sampling period is added at each input of model (3) in order to allow time for calculation in a practical implementation, and the model is augmented with the additional two state variables - $x_3(t_k)$ and $x_4(t_k)$, and their respective equations.

$$\begin{aligned} x_1(t_{k+1}) &= ax_1(t_k) + bx_3(t_k) \\ x_2(t_{k+1}) &= ax_2(t_k) + bx_4(t_k) \\ x_3(t_{k+1}) &= u_1(t_k) \\ x_4(t_{k+1}) &= u_2(t_k) \end{aligned} \quad (5)$$

with: $a = e^{-\eta T_s}$, $b = m(1 - e^{-\eta T_s})$, $[u_1(t_k), u_2(t_k)]^T = [i_{SA}(t_{k+1}), i_{SB}(t_{k+1})]^T$ - the control inputs, and $[x_1(t_k), x_2(t_k), x_3(t_k), x_4(t_k)]^T \equiv [\varphi_{RA}(t_k), \varphi_{RB}(t_k), i_{SA}(t_k), i_{SB}(t_k)]^T$.

For control design, the induction motor is normally considered as TITO-system, with torque, rotor speed or position as the main output of mechanical nature and the flux magnitude (squared) as a second output of electromagnetic nature. Here, the controlled quantities are defined as:

$$\begin{aligned} y_1(t_k) &\equiv \tau_m(t_k) = \mu(x_1(t_k)x_4(t_k) - x_2(t_k)x_3(t_k)) \\ y_2(t_k) &= x_1^2(t_k) + x_2^2(t_k) \end{aligned} \quad (6)$$

The outputs are written for successive sampling instants until an input variable appears in the expressions. We have:

$$\begin{aligned} y_1(t_{k+1}) &= \mu(x_1(t_{k+1})x_4(t_{k+1}) - x_2(t_{k+1})x_3(t_{k+1})) = \mu(ax_1(t_k) + bx_3(t_k))u_2(t_k) - \mu(ax_2(t_k) + bx_4(t_k))u_1(t_k) \\ y_2(t_{k+1}) &= x_1^2(t_{k+1}) + x_2^2(t_{k+1}) = (ax_1(t_k) + bx_3(t_k))^2 + (ax_2(t_k) + bx_4(t_k))^2 \\ y_2(t_{k+2}) &= (a(ax_1(t_k) + bx_3(t_k)) + bu_1(t_k))^2 + (a(ax_2(t_k) + bx_4(t_k)) + bu_2(t_k))^2 \end{aligned} \quad (7)$$

Then, a linearizing and decoupling control law is defined implicitly as:

$$\begin{aligned} \mu z_1(t_k)u_2(t_k) - \mu z_2(t_k)u_1(t_k) &= v_1(t_k) \\ (az_1(t_k) + bu_1(t_k))^2 + (az_2(t_k) + bu_2(t_k))^2 &= v_2(t_k) \end{aligned} \quad (8)$$

with: $z_1(t_k) = ax_1(t_k) + bx_3(t_k)$, $z_2(t_k) = ax_2(t_k) + bx_4(t_k)$, $v_1(t_k)$, $v_2(t_k)$ being the new input signals. In order to solve for $u_1(t_k)$ and $u_2(t_k)$, $u_2(t_k)$ is expressed from the first equation in (8) as:

$$u_2(t_k) = \frac{v_1(t_k) + \mu z_2(t_k)u_1(t_k)}{\mu z_1(t_k)}, \quad (9)$$

and substituted in the second. The following quadratic equation is obtained:

$$A(t_k)u_1^2(t_k) + B(t_k)u_1(t_k) + C(t_k) = 0, \quad (10)$$

with:

$$\begin{aligned} A(t_k) &= \mu^2 b^2 (z_1^2(t_k) + z_2^2(t_k)) \\ B(t_k) &= 2\mu^2 ab z_1(t_k)(z_1^2(t_k) + z_2^2(t_k)) + 2\mu b^2 z_2(t_k)v_1(t_k) \\ C(t_k) &= \mu^2 a^2 z_1^2(t_k)(z_1^2(t_k) + z_2^2(t_k)) + 2\mu ab z_1(t_k)z_2(t_k)v_1(t_k) + b^2 v_1^2(t_k) - \mu^2 z_1^2(t_k)v_2(t_k) \end{aligned} \quad (11)$$

For $u_1(t_k)$, we have:

$${}_{1,2}u_1(t_k) = \frac{-B(t_k) \pm \sqrt{B^2(t_k) - 4A(t_k)C(t_k)}}{2A(t_k)}. \quad (12)$$

Thus, with (12) and (9) in place, the input-output relations of the system (5) and (6) are represented by two decoupled linear systems, first and second-order respectively:

$$\begin{bmatrix} y_1(t_{k+1}) \\ y_2(t_{k+2}) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} v_1(t_k) \\ v_2(t_k) \end{bmatrix}. \quad (13)$$

Realizability issues analysis

Three conditions for the realization of the proposed control law appear:

$$A(t_k) \neq 0, \quad (14)$$

$$B^2(t_k) - 4A(t_k)C(t_k) \geq 0, \quad (15)$$

$$z_1(t_k) \neq 0. \quad (16)$$

These are effectively conditions for the existence of real, finite solutions for $u_1(t_k)$ and $u_2(t_k)$ from (9) and (12). Condition (14), basically reduces to the requirement of having non-zero rotor flux, which is inherent to motor operation and is straightforward to maintain.

By substituting the respective expressions in (15), it reduces to:

$$\mu^2 (z_1^2(t_k) + z_2^2(t_k))v_2(t_k) - b^2 v_1^2(t_k) \geq 0,$$

or:

$$v_1(t_k) \leq \frac{\mu}{b} \sqrt{v_2(t_k)v_2(t_{k-1})}, \quad (17)$$

which represents a constraint on the achievable torque in terms of the rotor flux magnitude. In steady-state, this constraint actually imposes no limitation, since the maxi-

mal available torque for the current regime can be “required” from the motor. In the general case, the restrictiveness of (15) is hard to analyze, but since (17) represents an explicit constraint on the torque reference ($v_1(t_k)$ can be seen as such), it can be used to saturate dynamically $v_1(t_k)$, so that (15) is satisfied.

At first it seems that condition (16) renders the proposed control law useless, but for $z_1(t_k) = 0$ from (12) we have: $u_1(t_k) = -\frac{v_1(t_k)}{\mu z_2(t_k)}$, and actually the solution for $u_2(t_k)$, obtained from (9) is not well defined, but not infinite. Thus, there’s no singularity in the control law. Any value can be chosen for $u_2(t_k)$ in these cases. Probably the most straightforward choice is to hold $u_2(t_k)$ at its previous value.

To complete the analysis, it is noticed, that the obtained input-output dynamics (13) are of third order, while the initial description is of fourth, so first-order internal dynamics, unobservable from the outputs, exist. These must be such that the system states remain bounded while controlling the outputs, otherwise, the control law would be unuseful. No internal instabilities were observed during simulations of the system behavior, though a formal analysis was not carried out.

Finally, physically unacceptable time patterns for the currents and fluxes can occur, while achieving the designed input-output relations. Indeed, given the quadratic form of the second output, the sign of one or both flux components can vary randomly without changing the value of the output. Such behavior was observed during simulations in cases when only one of the two possible solutions of (12) was fed as control input to the motor. Since such patterns require large control swings (physically unacceptable by their own), in order to eliminate these, the solution of (12), which minimizes the control change magnitude, is chosen as control input to the motor. The required effects with this approach were confirmed in simulations.

Proposed control law

The final form of the proposed control law is as follows:

$$u_1(t_k) : |u_1(t_k) - u_1(t_{k-1})| \rightarrow \min$$

$$u_2(t_k) = \begin{cases} \frac{v_1(t_k) + \mu z_2(t_k) u_1(t_k)}{\mu z_1(t_k)}, & z_1(t_k) \neq 0, \\ u_2(t_{k-1}), & z_1(t_k) = 0 \end{cases} \quad (18)$$

With (18) in place in (5), the resulting input-output dynamics is represented by the following block diagram Fig.2.

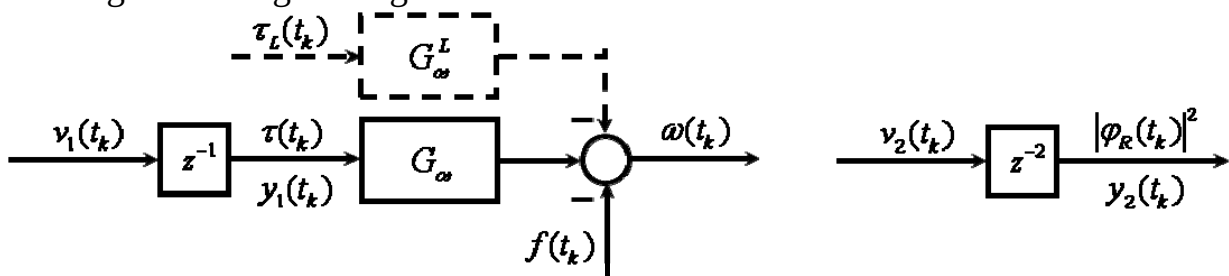


Fig.2. Equivalent system

Finally, the references to the current control loops are computed as:

$$\begin{bmatrix} i_{S\alpha}^{REF}(t) \\ i_{S\beta}^{REF}(t) \end{bmatrix} = \mathbf{T}_{AB \rightarrow \alpha\beta}(t) \begin{bmatrix} u_1(t_{k-1}) \\ u_2(t_{k-1}) \end{bmatrix}, \text{ for } t_k \leq t < t_{k+1}, \quad (19)$$

with: $\mathbf{T}_{AB \rightarrow \alpha\beta} = \mathbf{T}_{\alpha\beta \rightarrow AB}^{-1} = \mathbf{T}_{\alpha\beta \rightarrow AB}^T$.

6. Discussion and conclusion

A discrete-time nonlinear control law for induction motors is proposed in the paper. The design is based on an exact discrete-time representation of the motor dynamics in current-fed operating mode and represents an input-output feedback linearization design. The outputs definition leads to quadratic input terms and the feedback law is obtained by solving the respective quadratic equation. The control law is feasible for non-zero rotor flux. An additional condition must also be satisfied, representing a torque constraint, but it actually imposes no significant limitations performance-wise. While the control law is realized in the A-B frame, where the exact discrete-time model holds for constant stator currents during each sampling period, the transformation matrix is time-varying when the rotor speed is non-zero, which in turns results in time-varying references for the current control loops. Thus, as mentioned, higher performance current controls, as well as faster sampling rates in the currents and position signal acquisition channels, will be required. As presented in the paper, full-state (currents and fluxes) availability for feedback is assumed, which is not realistic for the fluxes, which are not usually measured. A practical implementation of the control law will require some kind of a flux estimation scheme.

Finally, the computational load, required for implementing the control law is certainly well within the capabilities of modern digital signal controllers.

References

- [1] Bose B.K. (2006), **Power Electronics and Motor Drives Advances and Trends**, Elsevier 2006.
- [2] Chiasson J. (2005), **Modeling and High-Performance Control of Electric Machines**, Hoboken, New Jersey, John Wiley & Sons, Inc., 2005.
- [3] Marino R., Peresada, S., Valigi, P. (1993), **Adaptive input-output linearizing control of induction motor**, IEEE Transactions on Automatic Control, Vol 38, Issue 2, February 1993, pp. 208-221.
- [4] Luckjiff G., Wallace, I., Divan. D., (2001), **Feedback linearization of current regulated induction motors**, Power Electronics Specialists Conference – PESC, IEEE 32nd Annual, Volume 2, 2001, pp. 1173-1178.
- [5] Ortega R., Taoutaou, D. **On Discrete-Time Control of Current-fed Induction Motors**, <http://www.supelec.fr/invi/lss/perso/ortega/papers>.
- [6] Taoutaou D., Puerto, R., Ortega, R., Loron. L. **A new field oriented discrete-time controller for current-fed induction motors**, <http://www.supelec.fr/invi/lss/perso/ortega/papers>.

- [7] Enev St. (2012), *Discrete-time input-output linearization of current-fed induction motors*, Proceedings of Technical University of Sofia, Vol 62, Issue 2, June 2012, pp. 45-52.
- [8] Kazmierkowski M.P., Malesani, L. (1998), *Current Control Techniques for Three-Phase Voltage-Source PWM Converters: A Survey*, IEEE Transactions on Industrial Electronics, Vol. 45, № 5, October 1998, pp. 691-703.

Author: Stanislav Enchev Enev, Ph.D., assistant Professor at Department of Industrial Automation, Technical University of Sofia, E-mail address: enev@tu-sofia.bg

Received 11 November 2013

Reviewer: Prof. D.Sc. E. Nikolov

ВЛИЯНИЕ НА ДЕБЕЛИНАТА НА ОРЕБРЯВАНЕТО ПРИ ПЛОЧИ С ОТВОРИ ВЪРХУ СОБСТВЕНИТЕ ИМ ЧЕСТОТИ

Иван Кралов

Резюме: В работата е изследвано влиянието на дебелината на оребвяването на отворите върху собствените честоти на тънкостенни метални плочи с отвори. Чрез промяната на ориентацията и дебелината на ребрата може да се влияе върху диапазоните и големините на изменение на собствените честоти. По този начин на следващ етап ще се търси оптималното им разпределение за да се избегне близостта до честотите на източниците на вибрации и звук.

Ключови думи: резонансни честоти, оребвени тънкостенни плочи с отвори, числен анализ.

INFLUENCE OF THE RIMMING WIDTH OF HOLES UPON RECTANGULAR PLATES NATURAL FREQUENCIES

Ivan Kralov

Abstract: The influence of the hole rimming width for thin rectangular metal plates upon their natural frequencies is treated in this study. Changing the orientation and width of the rims influences upon values and range of the natural frequencies. Thus, on the next step, their optimal position will be find to take them out of the range of the vibration and noise excitators. This will improve vibration and noise level of the constructions.

Keywords: resonant frequencies, rectangular plates with rimmed holes, numerical analysis.

1. Увод

Звукът представлява вълново движение в еластична среда [2]. Във всяка машина, апарат или уред има редица източници на трептения, като в повечето случаи те са в чуваемия честотен диапазон и следователно са източници на звук [7, 8]. Разпространението му през структурите на машината е известно като структурен шум, а той се предава от корпусните елементи на въздуха и от там достига до ушите на хората. Важни характеристики на конструктивните елементи следователно са степените на пропускане и снижаване /усилване/ на преминаващия звук. Когато честотите на източниците на вибрации /звук/

съвпадат с някои от честотите на елементите от конструкцията, последните изпадат в резонанс и съответно се увеличават многократно амплитудите на трептенията им. Ако честотите са в чуваемия диапазон, те стават съществен източник на звукови трептения.

Естественят начин за противодействие на такава ситуация е оптималното отдалечаване на честотата на източника от собствените честоти на конструкцията. Обикновено честотата на източника трудно се променя, тъй като зависи от същността на конструкцията му, която е функционално определена.

Другият начин на влияние е промяната на собствените честоти на елементите, при запазване на техните конструктивни, якостни и функционални параметри [4, 6]. Последното може да се извърши и чрез подходящ избор на начина и вида на закрепването им, чрез промяна на масовите и еластичните им параметри, чрез промяна на вътрешната им форма и др. Установено е, че при наличие на отвори в корпусните елементи, чрез различно тяхно оребряване може да се изменят някои от собствените им честоти [1, 3, 4].

Целта на настоящата работа е да се изследва влиянието на промяната на дебелината на реброто при различни видове оребряване на плочи с отвори върху стойностите и диапазона на изменение на собствените им честоти.

2. Модел, методика и резултати на изследването

Повечето машини, апарати или уреди имат външен корпус, който често е с правилни геометрични форми. В тази работа са изследвани измененията на собствените честоти на правоъгълна плоча с размери 450x300x8 mm, с два отвора. Първият отвор е с диаметър 50 mm, а вторият с диаметър 60 mm. Междусововото разстояние на отворите е 200 mm. Около двата отвора на всяка плоча има борд, чийто диаметър е с 30 mm по-голям от диаметъра на съответния отвор. Височината на бордовете е 10 mm. Ребрата, с които са оребрани плочите, са с височина от 0 до 10 mm (фиг.1). Ребрата са под наклон, като започват от ръба на плочата и стигат до борда, съгласно фиг.1. При еднакви гранични условия (запъване по четирите стени) е изменяна ширината на ребрата, както следва: 8 mm, 10 mm, 12 mm. Масата на плочите се променя, в зависимост от оребряването.

Определянето на собствените честоти е извършено числено с помощта на програмата ANSYS Workbench 10.0. За постигането на по-точни резултати използваната мрежа е претърпяла предварителна оптимизация.

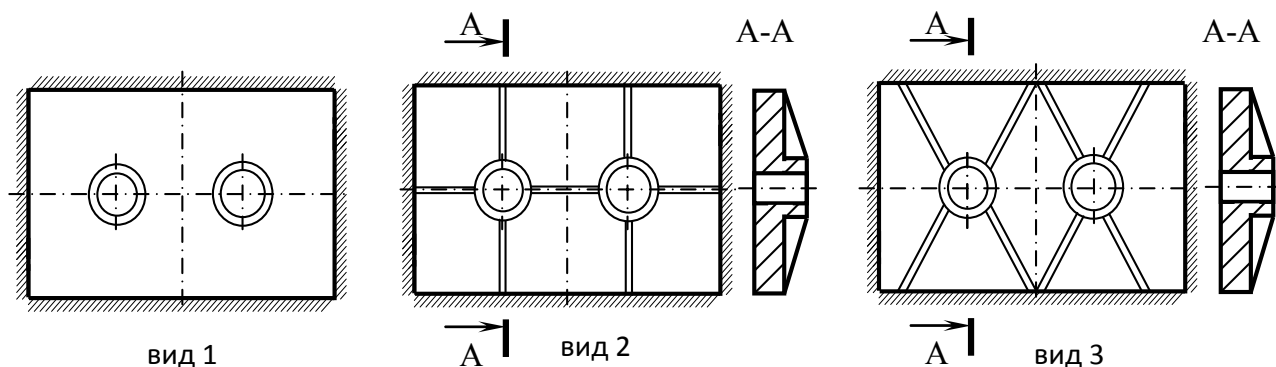
На база на сравнението на получените резултати от числено и експериментално определените собствени честоти на плочи, в предишни работи [3] се вижда, че има много добро съответствие между резултатите, получени по числен път, и тези от натурен експеримент при еднакви обекти на изследване. Това е основанието да се приеме, че получаваните по числен път с описаната програма собствени честоти на мембраните са достоверни.

3. Резултати и анализ

Стойностите на първите пет собствени честоти в Hz за всеки вид плоча, получени числено, са представени в табл.1.

Характеристиките на изследваните плочи са приети като за плочи от сив чугун и са следните: $\rho=7200 \text{ kg/m}^3$, $E=1,1 \cdot 10^{11} \text{ Pa}$, $\mu=0,28$.

Графично резултатите са показани и на фиг.2. По абсцисната ос на тази фигура е видът на плочата (както е даден схематично на фиг.1), дефиниращ начина на ребриване, а по ординатата са собствените честоти в Hz.



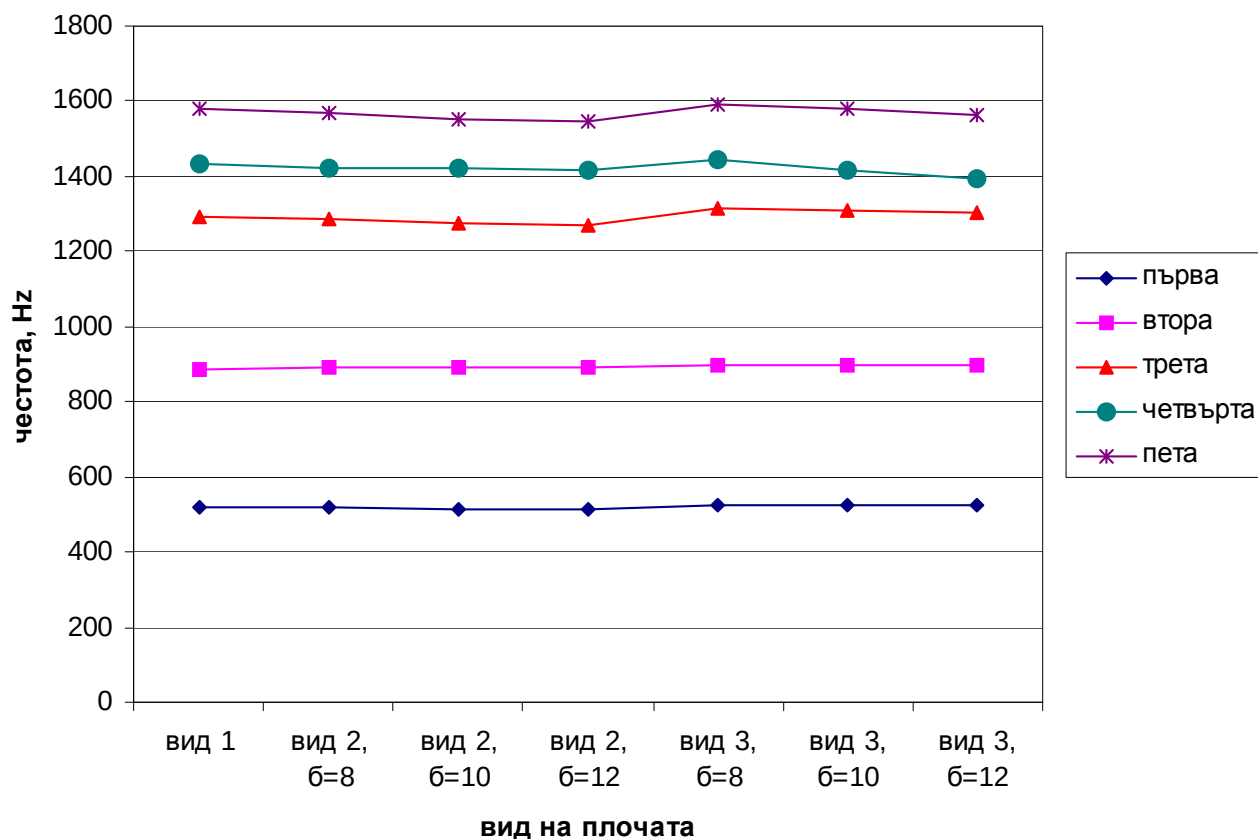
Фиг.1. Видове изследвани плочи

Дебелината на плочата е приета за постоянна при всяко ребриване. Независимо от промените, якостните и деформационни параметри на плочата остават в границите на допустимите.

Табл.1

Вид ребриване	Собствени честоти, Hz					Дебелина на реброто	Маса на плочата
	1-ва	2-ра	3-та	4-та	5-та	mm	kg
вид 1	518,64	888,61	1294,82	1432,48	1580,52	-	8,052
вид 2	517,34	890,55	1285,80	1424,06	1565,97	8 mm	8,712
вид 2	514,12	891,11	1277,92	1421,30	1553,44	10 mm	8,966
вид 2	511,58	892,27	1269,14	1417,44	1546,74	12 mm	9,234
вид 3	527,36	897,65	1316,57	1446,78	1589,35	8 mm	8,674
вид 3	526,16	898,79	1309,33	1414,47	1578,61	10 mm	8,925
вид 3	524,77	899,01	1302,51	1392,94	1564,30	12 mm	9,075
макс. разлика	2,99%	1,16%	3,60%	3,72%	2,68%	-	13%

СОБСТВЕНИ ЧЕСТОТИ



Фиг.2. Изменение на първите пет собствени честоти на изследваните плочи

Сравняването на резултатите показва, че:

- максималната разлика за всяка от първите пет собствени честоти при различна дебелина на оребвяване за разглежданите видове плочи не надхвърля 4%;
- леките изменения в първите пет собствени честоти на оребрените плочи с отвори зависи повече от вида на оребвяването, отколкото от изменението на дебелината на реброто;

4. Изводи

Оребвяването на бордовете на отворите в тънкостенни метални плочи с еднакви по височина, но с различна дебелина ребра, при запазване якостните и деформационни параметри и с отчитане на промяната на общата маса на плочата, влияе незначително върху нейните собствени честоти, които са в ниския и среден звуков диапазон. Следователно промяната на дебелината на ребрата не може да се използва за сериозно изменение на първите собствени честоти при корпусни плочи, отговарящи на ниските и средни звукови честоти. Следователно оребвяването на бордовете на отворите при корпусните елементи не може да се използва за сериозно влияние върху изменението на акустичната мощност на машини и агрегати в средните и ниските звукови честоти.

От направените изследвания не става ясно как би се променила картината при промяна и на размерите на ребрата при запазване на останалите параметри и гранични условия. Това би било обект на следващи изследвания.

Литература

- [1] Атанасов Д., Г. Полихронов, Ив. Кралов, **Влияние на размерите на реброто върху собствените честоти на тънки мембрани**, Международна конференция МОТАУТО'06, Варна, 2006;
- [2] Банов, С., Ив. Кралов, **Шум в транспортната техника**, ТУ-София, 2003.
- [3] Кралов, Ив., Г. Полихронов, Д. Атанасов, **Влияние на граничните условия върху собствените честоти на оребрени тънки мембрани**, Международна конференция МОТАУТО'06, Варна, 2006.
- [4] Кралов, Ив., Д. Атанасов, Г. Полихронов, **Влияние на оребвяването на плочи с отвори върху собствените честоти**, Механика на машините, бр. 74, стр. 34-37, Варна, 2007.
- [5] Чешанков, Б., **Теория на трептенията**, София, 1991.
- [6] Gorman, G., **Free Vibration Analysis of Rectangular Plates**, Elsevier, NH, USA, 1982.
- [7] Ohayon, R., C. Soize, **Structural Acoustics and Vibration**, Academic Press Limited, London, 1998.
- [8] Soedel, M., **Vibrations of Shells and Plates**, Marcel Decker Inc., IN, USA, 1982.

Благодарности

Авторът изказва благодарност на МОМН, фонд “Научни изследвания”, което финансира изследванията по тази работа чрез договор ДУНК 03/1, както и на своите колеги от НИЛ “Вибрации и акустичен шум” за подкрепата им.

Автор: Иван Кралов, доц. д-р инж. от катедра „Механика“ на Технически Университет – София, E-mail address: kralov@tu-sofia.bg

Постъпила на 07.10.2013

Рецензент доц. д-р Георги Полихронов

МОДЕЛИРАНЕ С 3D КРАЙНИ ЕЛЕМЕНТИ НА ВСЕНАСОЧЕНИ БОБИНИ ЗА БЕЗЖИЧНО ПРЕДАВАНЕ НА ЕНЕРГИЯ

Костадин Брандиски

Резюме: В работата е изследвана система от две индуктивно свързани бобини с използване на Метода на крайните елементи (МКЕ) в 3D област. Всяка бобина се състои от три взаимно перпендикулярни кръгови контура. По този начин се постига всенасоченост на енергийния трансфер в пространството и взаимната индуктивност между бобините ще се изменя по-малко при промяна позицията на втората бобина. Компютърните симулации са направени за поредица от положения на втората бобина спрямо първата. Намерени са зависимостите на взаимната индуктивност между бобините от азимуталния ъгъл и ъгъла на възвишение на втората бобина. Графиките на тези функции са представени и обсъдени. Направено е сравнение с две прости кръгови бобини и предимствата на новата конструкция по отношение на всенасочеността са потвърдени.

Ключови думи: безжично предаване на енергия, бобини, всенасоченост, Метод на крайните елементи.

3D FEM MODELLING OF OMNIDIRECTIONAL COILS FOR WIRELESS POWER TRANSFER

Kostadin Brandisky

Abstract: In this paper an inductively coupled system of two coils is modeled by 3D Finite Element Method (FEM). Each coil consists of three mutually orthogonal circular loops. In this way, omnidirectivity of the energy transfer is obtained and the mutual inductance between the coils is made less variable with the position of the receiving coil. The computer simulations are performed for a number of different positions of the secondary coil against the primary. The functions of the mutual inductance in respect to the azimuth and elevation angles of the reception coil are found. The graphs of these functions are obtained and discussed. Comparison is made with simple circular loop coils and the advantages of the proposed coil design are shown.

Keywords: wireless power transfer, coils, omnidirectivity, Finite Element Method.

1. Introduction

Wireless power transfer between remote devices is a modern direction in the present day electronic research. It is achieved usually by resonant converters. Such devices

will be very useful for wireless charging the batteries of electric cars, for wireless power supply of mobile devices – laptops, tablets, medical implants, etc.

They use in most of the cases inductive coupling power transfer applied between magnetic coils with a relatively low mutual inductance. The low mutual inductance is caused by the large distance between the primary and the secondary, usually between 0.5 and 5m (room distance). The presence of the resonance is necessary, because it is used to diminish the impedance of the coils and to compensate the low coupling coefficient. Unfortunately, there are cases with the simple planar coils, when the mutual inductance is nearly zero – when the primary and the secondary coils are orthogonal and the magnetic flux from the primary enters at 0° at the area of the secondary. This is negative effect, because in such positions there will be no transfer of energy and the device will not function properly. One way to cope with this situation is to include continuous active tracking of the signal of and to rotate the secondary coil when the signal is diminishing, thus trying to make the secondary in parallel to the primary and to increase the mutual magnetic flux and the mutual inductance. This requires complex electronics and is too expensive to apply for simple devices as the home electronics devices. The second way is to make the secondary consisting of three orthogonal coils, to ensure that at least in one coil there will be sufficient flux to ensure the necessary coupling factor (usually 0.5% to 0.05%). Such approach is shown in [1], where three rectangular planar coils are used in the secondary.

In this paper an improved approach is proposed, which includes three orthogonal circular coils both in the primary and in the secondary. This increases the mutual inductance with simple means and can make the inductive coupling more reliable. In this way, omnidirectivity of the energy transfer is obtained and the mutual inductance between the coils is made less variable to the position of the receiving coil. A number of computer simulations are performed for several different positions of the secondary coil against the primary. The functions of the mutual inductance in respect to the azimuth and elevation angles of the reception coil are found. The graphs of these functions are obtained and discussed. Comparison is made with simple circular loop coils and the advantages of the proposed coil design are clearly shown.

The construction of the coils, consisting of three orthogonal circular loops, is shown in Fig.1.

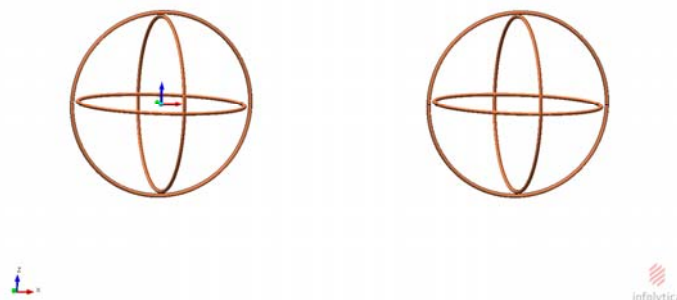


Fig.1: The geometry of the triple coils

When only single coils are used, the flux passing through the secondary coil is depending on the position of this coil. When the two coils have parallel planes (Fig.2), the mutual flux is maximum and the mutual inductance is also maximum. When the secondary coil is orthogonal to the primary coil (Fig.3), the mutual flux that passes through the secondary is minimum (or zero) and the mutual inductance is minimum. In these two cases the ratio of the mutual inductances can reach 5-20 times, which is not favorable for the energy transfer, because the transferred energy will differ substantially, and the efficiency will also be affected.

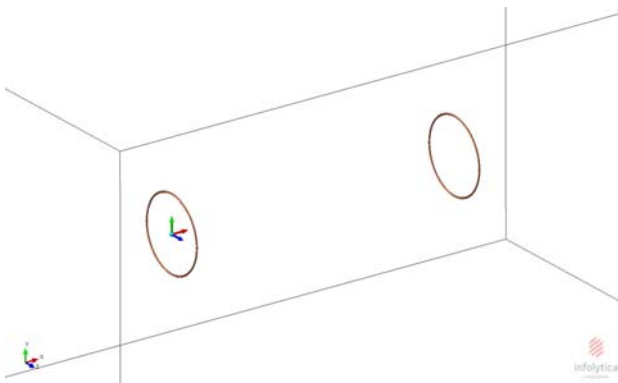


Fig.2: Parallel coils

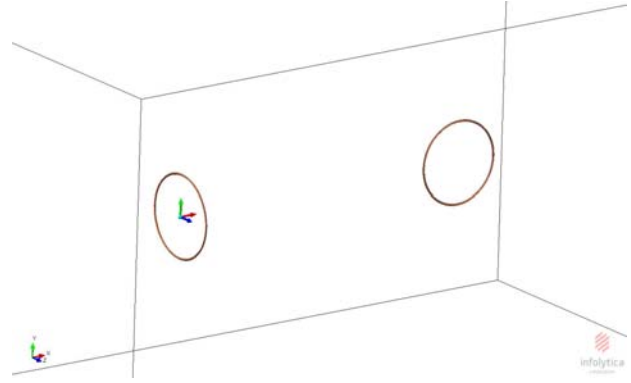
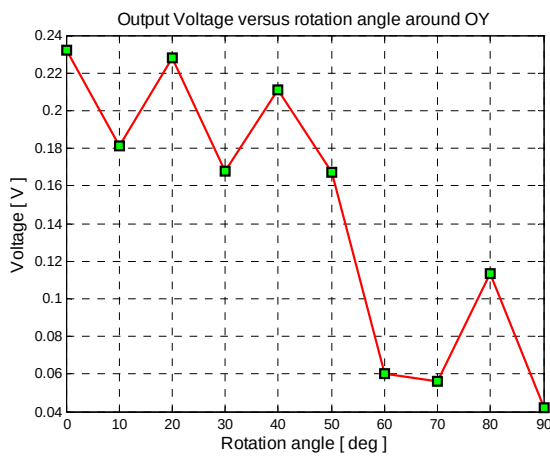
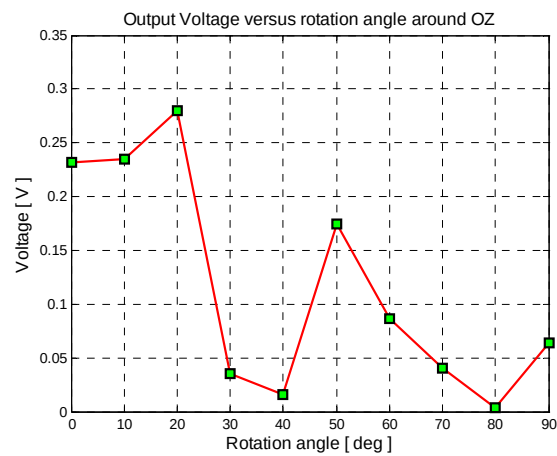


Fig.3: Orthogonal coils



(a)



(b)

Fig.4: Output voltage of the secondary coil versus:
(a) rotation around OY ; (b) rotation around OZ.

On Fig.4 the variation of the output voltage of the secondary coil is shown, when it is rotated from 0^0 to 90^0 around Y axis and around Z axis. The distance between the coils is preserved constant. It can be clearly seen that this voltage varies 6-50 times, depending on the angle between the coil planes. This means that the mutual inductance and the coupling factor will also vary in this proportion.

2. Methods

The process of inductive power transfer is described by the time-harmonic Poisson equation given below:

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(\nu_x \frac{\partial \dot{\vec{A}}}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\nu_y \frac{\partial \dot{\vec{A}}}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(\nu_z \frac{\partial \dot{\vec{A}}}{\partial z} \right) = -\dot{\vec{J}}_s + j\omega \sigma \dot{\vec{A}} \quad (1)$$

The Finite Element Method is used in this work to solve the equation (1) numerically. The equation (1) is solved using the 3D time-harmonic solver of the FEM package [2] using flux tangential boundary conditions on the outer boundaries (on the surrounding air box). The Flux Tangential boundary condition constrains to zero the normal component of the magnetic flux density.

The solution gives the distribution of the magnetic flux density over the region. Using the distribution of the magnetic flux density, the magnetic flux through the secondary coil is found, and also the voltage induced in this coil, when its circuit is open. The mutual inductance between the coils can be found by the well known formula, taken from the equation of the secondary for non-loaded linear transformer:

$$M = \frac{U_2}{\omega I_1} \quad (2)$$

where U_2 is the rms value of the secondary voltage, I_1 is the rms value of the primary current, ω is the angular frequency, $\omega = 2\pi f$.

When the secondary coil consists of one loop only, U_2 can be found easily from the Finite Element software. For the improved design with three orthogonal circular loops, it is an open question how to sum the output voltages of the three loops. The simple arithmetic summation of the phasors is possible by connecting the three loops in series. However, it turns out, that if such series connection is used, there are positions for which the output voltages of two loops will be opposite in phase, leading to full or partial cancelation of these voltages. It turned out better to get the rms values of the voltages of the three orthogonal loops and to sum them. This means that in the real design, there must be a rectifier after each of the three orthogonal loops of the secondary, charging a capacitor, and these capacitors have to be connected in series to sum the output DC voltages.

3. Results

The analyzed design with primary and secondary coils having three orthogonal loops (Fig.1) has been supplied by a current generator of 1 A rms at frequency 1 MHz. The two coils have diameters of 10 cm and are placed at a distance of 40 cm. Every loop has 10 turns and is made of copper. The distance between the coils is kept constant, equal to 40 cm. The position of the secondary coils is varied to test the omnidirectivity of the system. Instead rotating the secondary coil around the primary (which requires changing the air box around the coils in the FE mesh that is not practical), the rotation of the secondary coil around its own X, Y and Z axes is performed, which keeps the air box constant. The rotation has been performed from 0° to 90° with a step of 10° and 10 positions. The summing of the rms values of the voltages has been performed by the software. A control script has been created, that generates the model

and controls the rotation and the solution. The script is written in Visual Basic Script language. The created FE meshes have approximately 800000 tetrahedral elements and 150000 nodes. The computing time for one model is 4 minutes, and for the total of 30 rotations it is 120 minutes.

On Fig.5, the FE mesh for the orthogonal design secondary is shown.

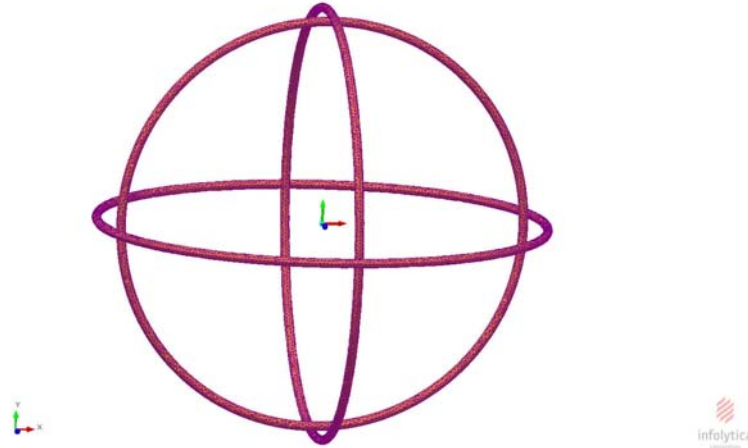


Fig.5: The Finite element mesh of the secondary coil

The variation of the output voltage with the rotation of the secondary coil consecutively around its three axes is shown below on Figs.6, 7 and 8.

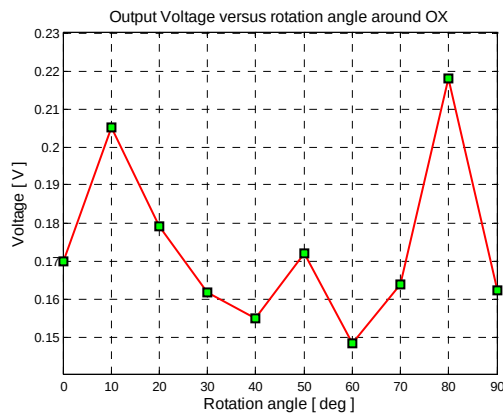


Fig.6: U_2 at rotation around OX

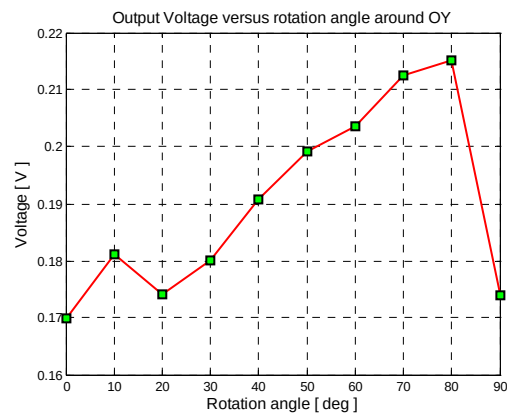


Fig.7: U_2 at rotation around OY

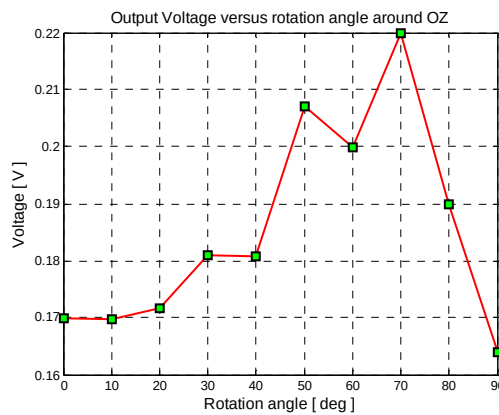


Fig.8: U_2 at rotation around OZ

From Figs.6, 7 and 8 it can be seen that the total output voltage varies in a smaller extent than in the case with the single loop coils. The variation of the output voltage with the rotations around the three axes is shown also in Table 1. It is seen that the variation around the mean value of U_2 is considerably smaller: from -14% to +25%. This can be seen from the results in Table 1:

Table 1: U_2 variation for the new design:

	U_{2min}	U_{2max}	U_{2aver}
Rotation on OX	0.148 (-14%)	0.218 (+25%)	0.173
Rotation on OY	0.17 (-10%)	0.215 (+13%)	0.19
Rotation on OZ	0.164 (-11%)	0.22 (+18%)	0.185

4. Conclusions

In this paper the results of the 3D FEM analysis of coils for inductive power transfer are shown. The results show that the design with three orthogonal loops is better than the design with one planar loop because of the smaller variation of the output voltage with the rotation of the secondary. The variation of the output voltage in the proposed configuration does not exceed 25% with respect to its average value. In contrast to that, in the conventional design the output voltage varies with more than six times ratio between the minimum and maximum value. The triple secondary coil requires summing the DC voltage of every orthogonal loop. For this purpose three rectifiers are needed. Such set-up however can be easily achieved.

REFERENCES

- [1] B. Lenaerts, R. Puers, Omnidirectional Inductive Powering for Biomedical Implants, Springer Science, 2009.
- [2] Infolytica, MagNet v. 7.3, 2D & 3D Tutorials, Montreal, Canada, 2012.

Автор: Костадин Брандиски, доц. д-р - катедра „Теоретична електротехника“, Факултет Автоматика, Технически университет - София, E-mail address: kbran@tu-sofia.bg

Received 27 June 2013

Reviewer: Associated Prof. Ph.D. S. Guninski

ПРОГРАМНА РЕАЛИЗАЦИЯ НА МЕТОДА LD CELP ЗА КОДИРАНЕ НА ГОВОРНИ СИГНАЛИ

Снежана Плешкова-Бекярска

Резюме: В статията е представена програмна реализация на метода LD-CELP за кодиране на говорни сигнали. Реализиран е потребителски интерфейс на алгоритъма за кодиране и декодиране LD-CELP. Направен е анализ на получения декодиран говорен сигнал по реализирания метод, като е използван хистограмен анализ за обективна оценка на изкривяванията, получени в процеса на кодиране и декодиране на говорните сигнали.

Ключови думи: кодиране на говорни сигнали, хистограмен анализ, потребителски интерфейс

SOFTWARE IMPLEMENTATION OF LD CELP METHOD FOR SPEECH CODING

Snejana Pleshkova - Bekiarska

Abstract: In this article is presented a software implementation of the LD CELP speech coding method. It is developed also a friendly user interface of the algorithm for LD CELP speech coding method. An analysis is made of the decoded with this method coded speech signal, using histogram analysis to objective distortion estimation of the decoded speech signal.

Keywords: speech signals coding, histogram analysis, user interface

1. Въведение

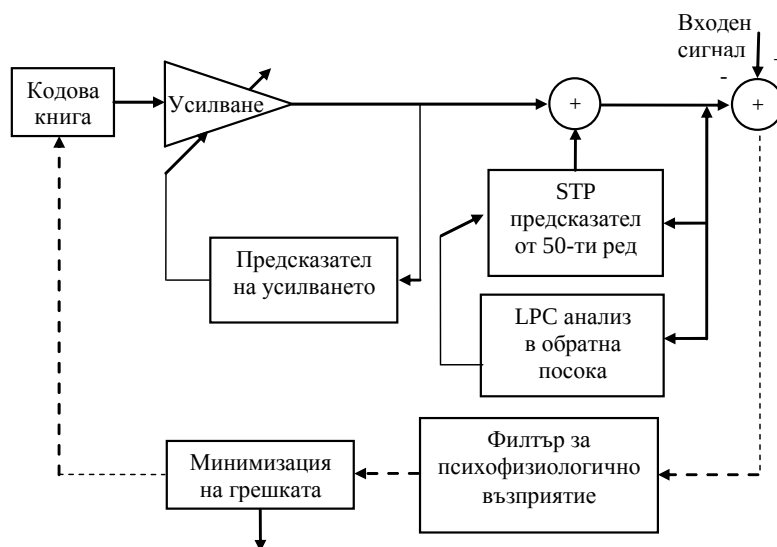
Кодирането на говорни сигнали е изключително актуално в мобилните комуникации, (VoIP), видеоконферентни системи, мултимедийни приложения и т.н. [1]. Актуалността на методите за кодиране на говорни сигнали се определя и от множеството стандарти, превърнали се в еталон за сравнение при разработката на нови методи и стандарти за кодиране на говорни сигнали [2]. Всички методи за кодиране на говорни сигнали се базират на свойствата и особеностите на говорния апарат на човека. Говорният апарат на човека следва да се разглежда като специфичен източник на звукови вълни и следва да се изследва и познава, както от физиологична гледна точка, така и от гледна точка на неговото моде-

лиране с цел създаване на технически средства за изкуствено синтезиране на говорни сигнали, кодиране, разпознаване и т.н.

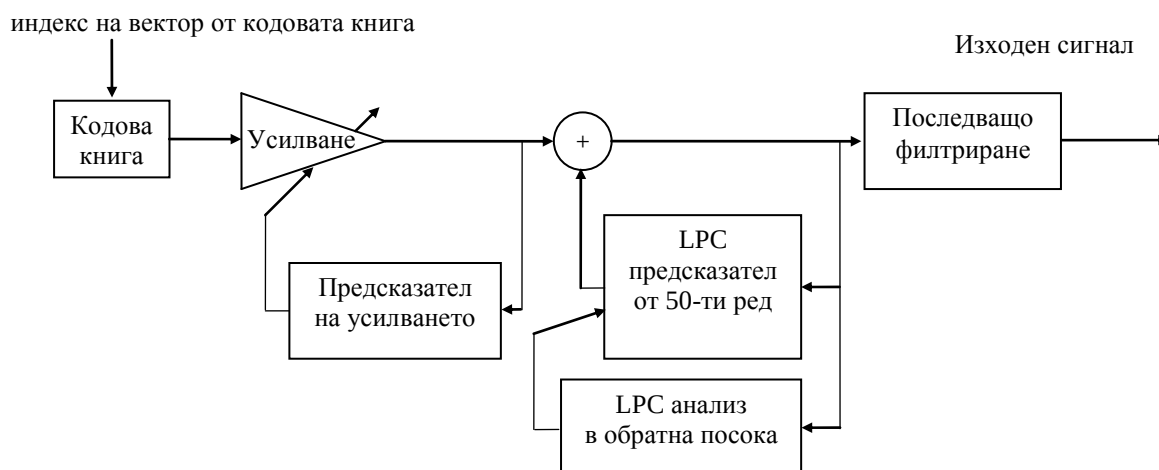
Методът [3], [5] за кодиране на говорни сигнали LD-CELP (Low Delay-Code Excited Linear Prediction), т.е. възбуждане чрез код и линейно предсказване с малко закъснение също се основава на свойствата на говорния апарат на човека. Целта на настоящата статия е да бъде разработена програмна реализация на метода LD-CELP и потребителски интерфейс за кодиране на говорни сигнали в комуникационни системи и мрежи за гласови комуникации.

2. Общи принципи на метода LD CELP за кодиране на говорни сигнали и обща функционална схема на LD CELP кодиращо и декодиращо устройство

Методът LD CELP (Low Delay Code Excited Linear Prediction) е разновидност на един от основните методи CELP за кодиране на говорни сигнали, но се характеризира не само с ниска скорост на предаване (16 kb/s) на говорната информация, но също така и с малка стойност на закъснение (low delay 2 ms) на приетия декодиран говорен сигнал спрямо предадения оригинален сигнал. На базата на метода LD CELP през 1994 година е създаден стандартът ITU/CCITT G.728 [4] за кодиране на говорни сигнали, който има универсално предназначение и се прилага в системи за гласови комуникации със скорост на предаване 16 kb/s. Основните предимства на LD-CELP метода са следните: намалява се вероятността за поява на грешки поради шумове и смущения в комуникационните канали, предава се значително по-малко количество допълнителна информация по канала за връзка (само индекс на вектор от кодовата книга) и значително се намалява закъснението. На фиг.1 е показана блоковата схема за кодиране на говорни сигнали по метода LD CELP, а на фиг.2 е показана блоковата схема за декодиране на говорни сигнали по метода LD CELP.



Фиг.1. Блокова схема за кодиране на говорни сигнали по метода LD CELP



Фиг.2. Блокова схема за декодиране на говорни сигнали по метода LD CELP

3. Алгоритми за кодиране и декодиране на говорни сигнали по метода LD CELP

Представените, съответно на фиг.1 и фиг.2, блокови схеми за кодиране и декодиране на говорни сигнали по метода LD CELP могат да се използват като основа за разработване на алгоритмите и програмна реализация на процесите на кодиране и декодиране на говорни сигнали по метода LD CELP.

На фиг.3 е показан разработеният алгоритъм, описващ последователността от действия при кодиране и декодиране на говорни сигнали по метода LD CELP.

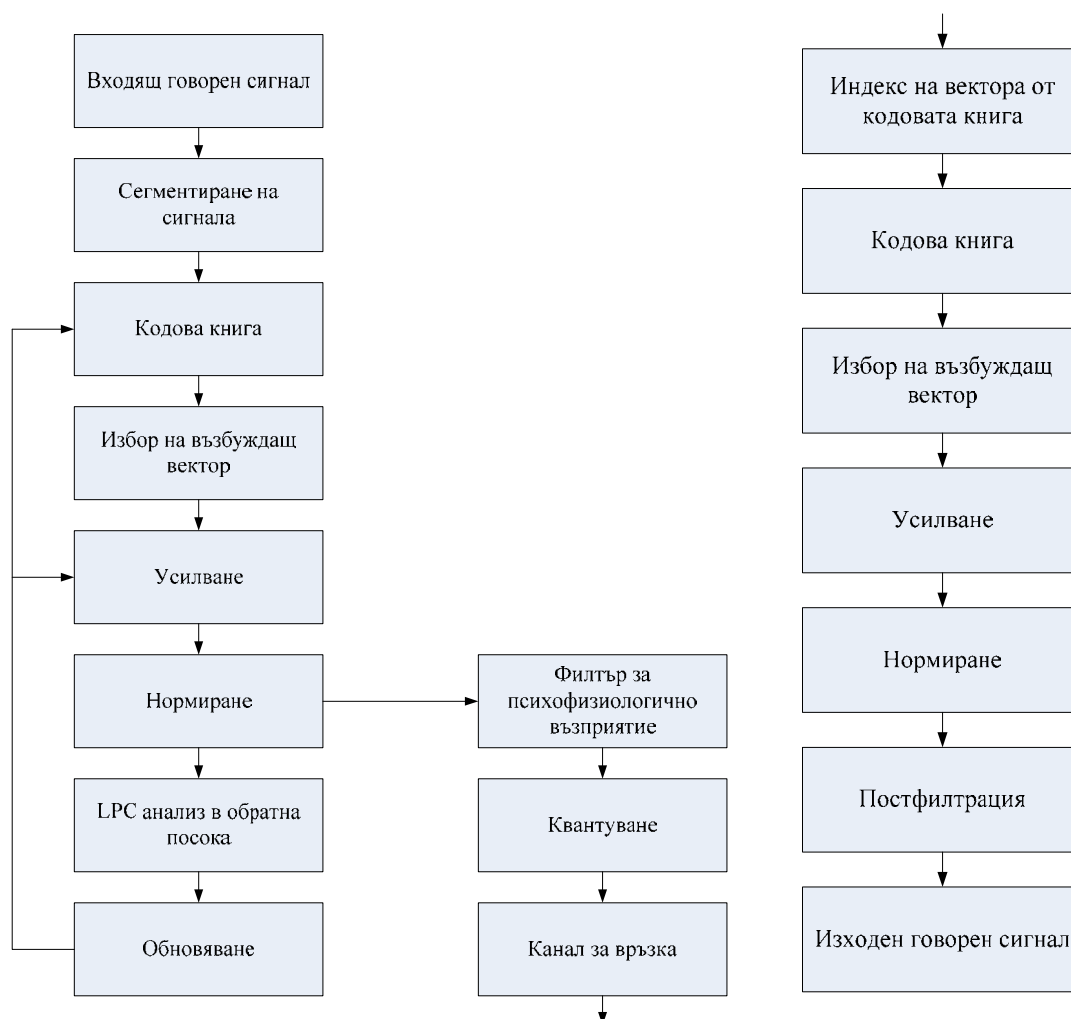
4. Програмна реализация на алгоритмите за кодиране и декодиране на говорни сигнали по метода LD CELP

Показаните на фиг.3 алгоритми, описващи последователността от действия при кодиране и декодиране на говорни сигнали по метода LD CELP са използвани при разработване на програмна реализация на метода LD CELP. Тя позволява кодиране и декодиране (компресия и декомпресия) на предварително записани на файл във формат *.raw говорни сигнали. Това е аудио формат, при който говорния сигнал чрез представя като импулсно кодова модулация (PCM), без хедъри (като при *.wav) и допълнения, в чист вид. Файловете, с които практически може да работи създадената програмна реализация, могат имат неограничен размер (т.е. ограничен само от параметрите на паметта на компютъра, който реализира действието на програмната система).

Параметрите на входните говорни сигнали съответстват на стандарта за цифрово представяне на говорни сигнали "PCM Signet Mono", а именно: честотна лента – 8 kHz и брой на разрядите на всяка дискретна стойност на говорния сигнал - 16 bits.

Разработката на програмната реализация на алгоритмите за кодиране и декодиране на говорни сигнали по метода LD CELP е извършена в две неразривно свързани части: потребителска част, реализирана чрез програмната система Borland Delphi, а втората част включва алгоритмичното решение на самия алгоритъм за LD CELP кодиране и декодиране, реализирано чрез програмната сис-

тема Visual C++. Различието в избора на програмните среди на двете части на програмната реализация на метода LD CELP може да се обоснове с предимството на програмната система Borland Delphi при създаването на потребителския интерфейс и бързодействието при реализация на сложни алгоритми (в случая LD CELP) чрез програмната система Visual C++.



Фиг.3. Разработеният алгоритъм, описващ последователността от действия при кодиране и декодиране на говорни сигнали по метода LD CELP

Разработената програмна система е реализирана основно за симулация на кодиране и декодиране по метода LD CELP на говорни сигнали, предварително записани на файлове, но би могла да се използва за кодиране на непрекъснат поток от данни за говорни сигнали в различни приложения на реално действащи системи и мрежи за гласови комуникации.

4.1. Потребителски интерфейс в програмната реализация на алгоритмите за кодиране и декодиране на говорни сигнали по метода LD CELP

Първата част на разработената програмна реализация на алгоритмите за кодиране и декодиране на говорни сигнали по метода LD CELP се състои от програмни модули, разработени чрез използване на графичните средства в програмната система Borland Delphi, чрез която много удобно, лесно и бързо е създаден потребителския интерфейс, необходим за създаване на удобство за потребителя

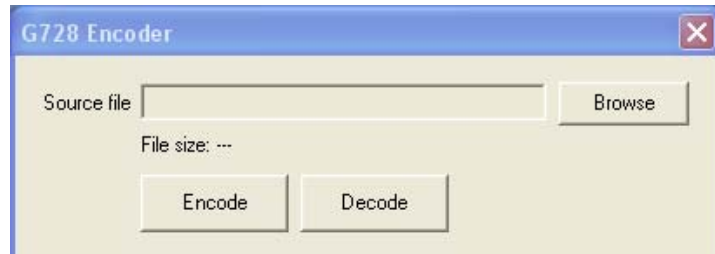
при многократни изпълнения и симулация на алгоритъма, реализиращ кодиращо/декодиращо устройство по метода LD-CELP и при възможност за интерактивно дефиниране на различни варианти на параметрите на алгоритъма, различни предварително записани файлове на тестови говорни сигнали и т.н. Може да се твърди, че едно от основните предимства на разработения потребителски интерфейс е простота, правилна логическа последователност на предвидените действия и максимално удобство за потребителя.

На фиг.4 е показан вида на екрана на компютъра на диалоговия прозорец на разработения потребителски интерфейс. Чрез него потребителят може да извършва следните интерактивни действия (чрез съответни бутони с наименования, широко прилагани в програмната среда на операционната система Windows) в хода на изпълнение на конкретна симулация на кодиране и декодиране по метода LD-CELP:

- Browse, бутон чрез който се добавя нов файл от предварително записани файлове на тестови говорни сигнали в стандартен аудио формат от типа *.raw аудио формат или по-точно „8 kHz 16-bit PCM Signet Mono“;

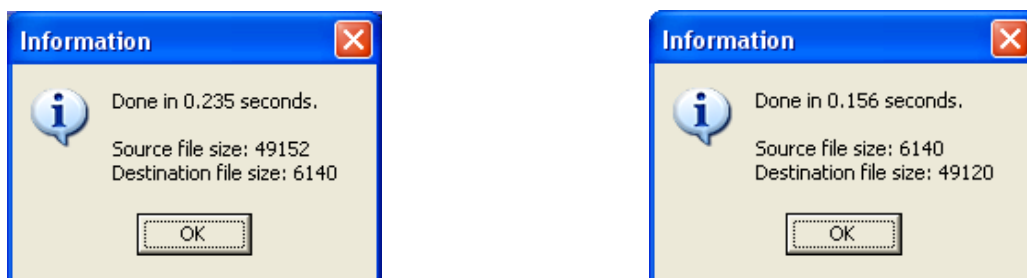
- Encode, бутон с помощта на който се стартира кодирането по LD-CELP метода на избрания файл съдържащ говорни сигнали;

- Decode, бутон с помощта на който се стартира декодирането по метода LD-CELP на кодирания вече входен сигнал съдържащ се в избрания аудио файл *.raw файл. За целта в полето Browse се записва името, с което е записан като файл *.raw кодирания говорен сигнал.



Фиг.4. Диалогов прозорец на разработения потребителски интерфейс

В разработения потребителски интерфейс е предвидена индикация за приключване на кодирането и декодирането чрез информационни прозорци (фиг.5), в които се индицира времето за изпълнение на алгоритъма за кодиране и декодиране на говорните сигнали по метода LD-CELP, а също така големината на входния, кодирания и декодиран файл в байтове, съответно.



Фиг.5. Информационни прозорци в потребителски интерфейс за индициране резултата от кодирането и декодирането

Кодираният *.raw файл се записва в директорията на избрания файл и към името му се добавя допълнението „encoded-“, например ако входящия файл е с име test.raw, името на кодирания файл е encoded-test.raw.

Декодираният файл се записва в директорията на кодирания сигнал като към името му се добавя допълнението „decoded-“, например ако кодираният файл е с име encoded-test.raw, декодираният файл е с име decoded-encoded-test.raw.

4.2. Реализация на алгоритмите за кодиране и декодиране на говорни сигнали по метода LD CELP във Visual C++

Реализацията на алгоритмите за кодиране и декодиране на говорни сигнали по метода LD CELP е осъществена в програмната среда Visual C++, в която основните програмни модули обхващат реализацията на алгоритъм за на 16kb/s кодиращо/декодиращо устройство по метода LD-CELP. Алгоритмът работи с фрагменти от говорния сигнал с големина 10ms , което съответства на 80 дискретни стойности от общо 8000 дискретни стойности в секунда или закъснение от 0.625ms , като цялото закъснение от действието на алгоритъма е 10.625ms . Програмата позволява алгоритъма за кодиране и декодиране да се изпълнява както за едноканално, така и за многоканално предаване на кодирания аудио информация в системи за гласови комуникации.

Основните функционални възможности на съвместната работа на разработените програмни модули се свежда до следното: прочитане на оригиналния входен, съдържащ говорни сигнали, аудио файл във формат *.raw файл, 8kHz 16-bit PCM Signet Mono; кодиране на аудио информацията за говорните сигнали в избрания входен файл по метода 16kb/s LD-CELP и записване на кодирания файл във формат *.raw; декодиране на аудио информацията за говорните сигнали в кодирания файл по метода 16kb/s LD-CELP и записване на декодирания файл във формат *.raw.

5. Резултати от програмна реализация на алгоритмите за кодиране и декодиране на говорни сигнали по метода LD CELP

Разработената програмна реализация на метода LD CELP е експериментално проверена. На фиг.6 са представени съответно времедиаграмите на оригиналния входен говорен сигнал, въведен от файл test.raw и декодирания чрез разработения алгоритъм говорен сигнал, записан като изходен файл с име decoded-encoded-test.raw..

Размерът на оригиналния входен файл е $V_{in}=49152$ байта, а на декодирания изходен файл $V_{dec}=49120$ байта, което показва на практика, че няма съществена загуба на аудио информацията при изпълнение на разработения алгоритъм за кодиране и декодиране по метода LD CELP.



Фиг.6. Времедиаграми на оригиналния и декодиран говорни сигнали

За сравнение обема или размера на кодирания, подлежащ на предаване чрез гласова комуникационна система файл, е значително по-малък $V_{cod} = 6140$ байта, което показва, че ефективността от кодирането е достатъчно голяма, ако се представи чрез съответен коефициент на компресия :

$$K_{LD\ CELP} = V_{in} / V_{cod} = 49152 / 6140 = 8.052 \quad (1)$$

При провеждане на експерименталните изследвания е направен хистограмен анализ с цел обективна оценка на изкривяванията, получени в процеса на кодиране и декодиране на говорните сигнали по метода LD CELP и чрез разработената програмна реализация.

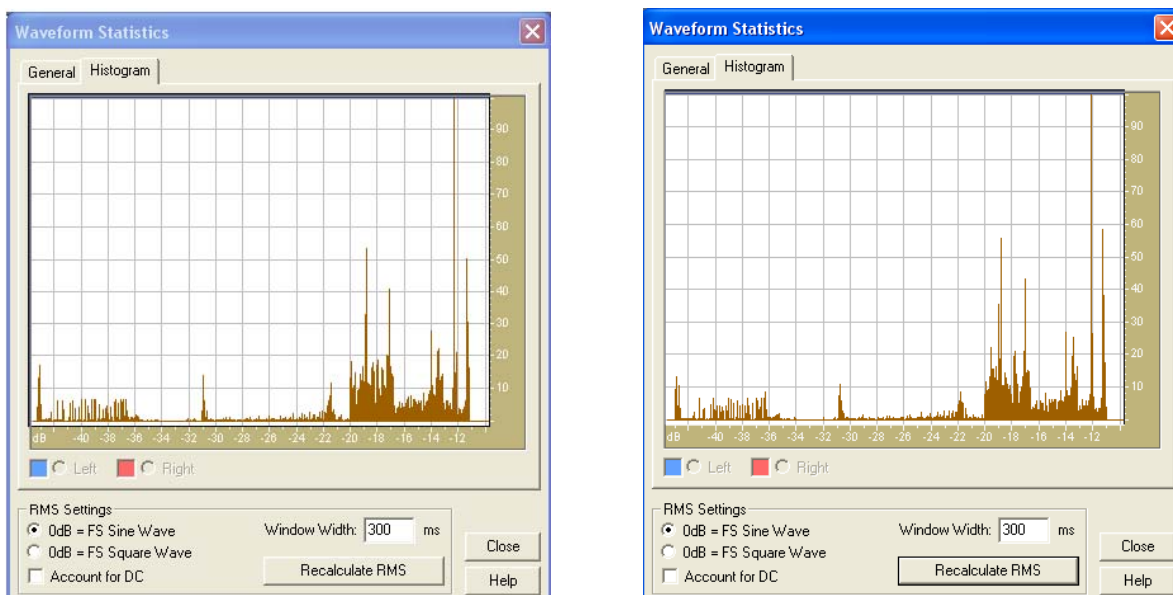
При анализа и при визуализацията на резултатите от този анализ е използван програмния продукт Adobe Audition 1.5.

Резултатите от хистограмния анализ с цел обективна оценка на изкривяванията, получени при декодиране на говорните сигнали по метода LD CELP чрез разработената програмна реализация са показани на фиг.7.

6. Заключение

Визуалното сравнение на времедиаграмите (фиг.6) и хистограмите (фиг.7) на оригиналния говорен и декодиран сигнал води до заключение, че оригиналния и декодиран говорни сигнали са почти идентични.

При прослушването (субективен тест) се установява, че те създават еднакво по качество слухово възприятие и само прецизен количествен анализ може да регистрира реалната им разлика, която е пренебрежимо малка и не променя заключението за достатъчно качество въз основа на обективната (чрез предложената методика) и субективна (при прослушване) оценка на декодирания говорен сигнал по метода LD CELP чрез разработената програмна реализация.



Фиг.7. Резултати от хистограмния анализ

Литература

- [1] Shroeder M. R., B. S. Atal, Code-Excited Linear Prediction (CELP): High Quality Speech at very Low Bit Rate. Proc. Int. Conf. Acoustics, Speech, and Signal Processing, pp. 937-940, March 1985.
- [2] <http://www.itu.int/net/itu-t/sigdb/genaudio/Speech Coding Standards.htm>
- [3] Kumar A. LD-CELP speech coding with nonlinear prediction. IEEE Signal Processing Letters, Volume 4, Issue 4, April 1997, pp. 89-91.
- [4] G.728 : Coding of speech at 16 kbit/s using low-delay code excited linear prediction. <http://www.itu.int/rec/T-REC-G.728/en>
- [5] Плешкова Сн. „Аудиотехника”, Издателство на ТУ-София, 2012 г.

Автор: Снежана Плешкова-Бекярска, доц. д-р от катедра „Радиокомуникации и Видеотехнологии”, Факултет Телекомуникации, Технически Университет - София, E-mail address: snegpl@tu-sofia.bg

Постъпила на 16.04.2013

Рецензент: проф. д-р Р. Арнаудов

ИЗСЛЕДВАНЕ НА БАНКА ФИЛТРИ ОТ ТИПА GAMMACHIRP ЗА КОДИРАНЕ НА АУДИО СИГНАЛИ

Снежана Плешкова-Бекярска

Резюме: В статията е представена програмна реализация на банка от филтри от типа Gammachirp, които се предлагат и могат да бъдат използвани при реализиране на различни варианти на методите за психоакустично кодиране на аудио сигнали. На базата на теорията за синтез и реализация на филтри от типа Gammachirp е разработен алгоритъм и програма, чрез която са изследвани както техните характеристики, така и приложението им като банка от филтри и е показано повишаването на ефективността на кодиране на аудио сигнали спрямо използваните в тези методи стандартни банки от филтри.

Ключови думи: кодиране на аудио сигнали, Gammachirp филтри, банка от филтри

RESEARCH OF GAMMACHIRP FILTER BANK FOR AUDIO SIGNAL CODING

Snejana Pleshkova - Bekiarska

Abstract: In this article is presented a software implementation of Gammachirp bank filters proposed and applied to the different variants of audio signals coding methods. On the base of the theory of synthesis and realization of Gammachirp filters is developed the algorithm and appropriate program suitable to investigate both their characteristics and their applications as filter banks and it is shown an effectiveness enhancement of audio signals coding to the ordinary filter banks applied in the same audio coding methods.

Keywords: audio signals coding, Gamma filters, bank filters

1. Въведение

Психоакустичното кодиране на звукови сигнали се основава на свойствата на слуховото възприятие на човека. Независимо, че прилагането на психоакустичното кодиране на сигналите не е нова идея, повечето методи за кодиране на аудио сигнали работят на принципа на отстраняване на излишната за слуховия апарат на човека информация от аудио сигналите преди тяхното окончателно формиране в кодира вид. Тази излишна информация се определя по време на анализа на сигнала според няколко психоакустични принципа, включващи прага

на чуваемост, критични честотни ленти, едновременно маскиране, разпространението на звуковите вълни по протежение на базиларната мембрана, времево маскиране. Комбинирането на тези принципи с основните правила за квантуване са довели до появата на теорията за ентропия на слуховото възприятие и количествено изследване на ограниченията, които могат да се постигнат при компресията на звука [1].

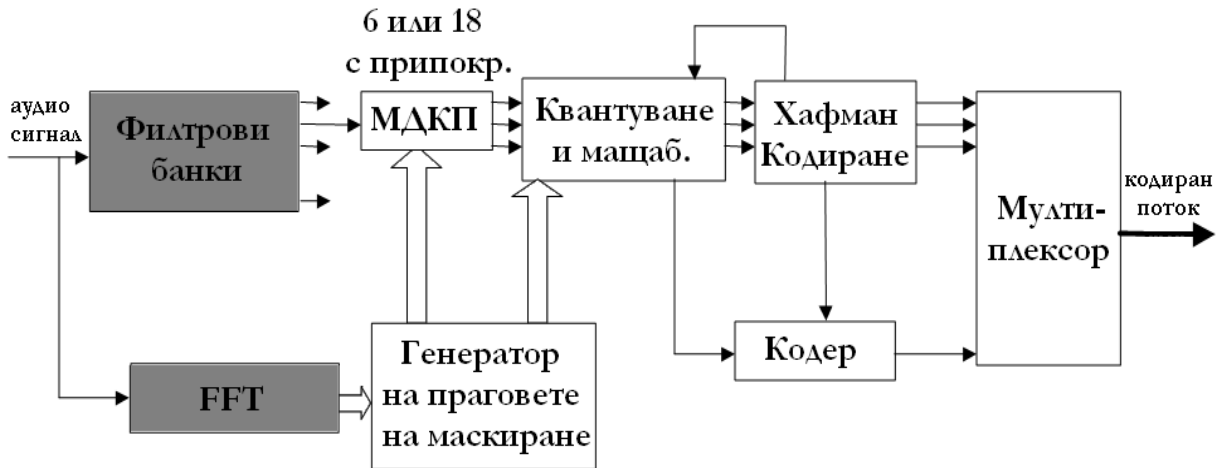
2. Общи принципи на методите за психоакустично кодиране

Във вътрешното ухо на слуховия апарат на човека се извършва преобразуване на звукови вълни условно означавано като „честота-място”, при което понятието „място” означава позицията по протежение на базиларната мембрана, чувствителна към съответната честота в звуковите вълни. Различни области или части на вътрешното ухо са свързани с множество от невронни рецептори, „настроени” да възприемат, т.е. да са чувствителни към определена честотна лента или съответна част от спектъра на звуковите вълни. Това означава, че вътрешното ухо може да се разглежда и моделира като банка от припокриващи се лентови филтри. Терминът “критични ленти” в психоакустичния модел на слуховото възприятие е функция на честотата и описва ширината на лентовите филтри по дължината на кохлеята, разположена във вътрешното ухо. На всяко място от базиларната мембрана съответства оптимална честота f_r , която предизвиква движение на базиларните власинки с максимална амплитуда, когато звуковата вълна е чист тон с такава честота. Разглеждайки базиларната мембрана като съвкупност от филтри, трябва да се дефинират и съответни специфични характеристики на тези филтри [2].

Особено важни при разработване на нови и повишаване на ефективността на вече известни и утвърдени методи за кодиране на аудио сигнали са следните характеристики на лентовите филтри:

- Различна ширина на честотната лента на всеки лентов филтър в банката;
- Несиметрична честотна характеристика на отделните филтри, което означава, че за конкретно място по протежение на базиларната мембрана с централна честота f_r звуковото възприятие спрямо честоти на разстояние $\pm \Delta f$ е различно. За лентов филтър с централна честота f_r това може да се разглежда като несиметрична амплитудно-честотна характеристика с по-стръмен наклон за по-високите честоти;
- Неравномерна честотна характеристика на различните филтри, което следва да се третира като нелинейност на чувствителността на базиларната мембрана. Установено е, че тази нелинейност може да се представи като удвояване на чувствителността на базиларната мембрана спрямо входното въздействие при съответно отместване по нейната дължина. От гледна точка на лентовите филтри, това означава, че максимумът на усиляване на филтър с централна честота f_r намалява при увеличаване на нивото на въздействието на звуковите вълни.

В стандарта ISO/MPEG Audio еднозначно са дефинирани параметрите и методите за синтез на лентовите филтри в банката от филтри. Разликата между отделните версии на MPEG Audio е в използването на различни по тип банки от филтри. На фиг.1 е представена блокова схема на кодиращо устройство за аудио сигнали по стандарта MPEG-1 Audio.



Фиг.1. Блокова схема на аудио кодер в MPEG -1 Audio

Като банка от лентови филтри в стандарта MPEG -1 Audio е прието да се използват лентови филтри от типа полифазни филтри. Целта на настоящата статия е да се подобри ефективността в действието кодиращото устройство в стандарта MPEG -1 Audio чрез предлагане на нов тип банка от филтри, състояща се от Gammachirp лентови филтри [3], [4] при обработка с цел филтрация на постъпващите за кодиране аудио сигнали.

3. Математическо описание на Gammachirp филтъра

Комплексната импулсна характеристика на филтъра [5] се задава с израза:

$$g_c(t) = at^{n-1}e^{-2\pi b\text{ERB}(f_r)t}e^{-j2\pi f_r t + jc \ln t + j\phi} \quad (1)$$

където,

$t > 0$ е време;

f - честота на въздействащия аудио сигнал;

a - амплитуда;

n - ред на филтъра;

b - параметър, който определя обвивката на филтъра;

f_r - централна честота;

c - параметър за честотно отместване;

ϕ - началната фаза;

$\text{ERB}(f_r)$ - еквивалентна честотна лента на филтъра при честота f_r със средни нива:

$$\text{ERB}(f_r) = 24.7 + 0.108f_r [\text{Hz}] \quad (2)$$

Когато $c = 0$ множителя $\ln t$ е нула и уравнението (1) се превръща в комплексната импулсна характеристика на Gammatone филтъра, който има обвивката на

функцията на гама разпределение и е разположен около честота f_r . Реално Gammachirp филтъра е разширение на Gammatone филтъра с множител за честотно отместване. След Фурие трансформация на импулсната характеристика от израз (1) за Gammachirp филтъра се получава както следва:

$$G_C(f) = \frac{a\Gamma(n+jc)e^{j\phi}}{[2\pi b\text{ERB}(f_r) + j2\pi(f-f_r)]^{n+jc}} = \frac{\bar{a}}{\left[2\pi\sqrt{\bar{b}^2 + (f-f_r)^2}e^{j\theta}\right]^{n+jc}} =$$

$$= \frac{\bar{a}}{\left[2\pi\sqrt{\bar{b}^2 + (f-f_r)^2}\right]^n e^{jn\theta}} \cdot \frac{1}{\left[2\pi\sqrt{\bar{b}^2 + (f-f_r)^2}\right]^{jc} e^{-c\theta}} \quad (3)$$

$$\theta = \arctan \frac{f-f_r}{\bar{b}}, \quad \bar{a} = a\Gamma(n+jc)e^{j\phi}, \quad \bar{b} = b\text{ERB}(f_r) \quad (4)$$

където: $\Gamma(n+jc)$ - гама разпределение на $n+jc$ с вероятност 1.

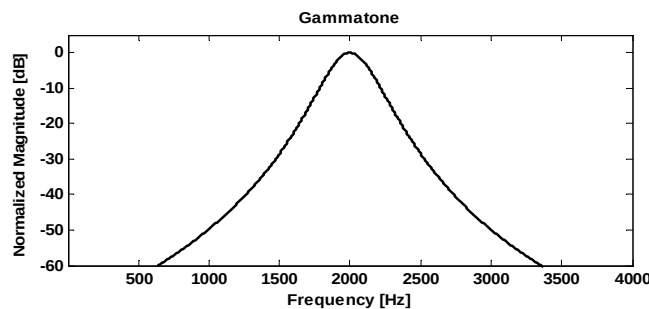
Първият множител $\bar{a}$ е константа. Вторият е спектърът на Gammatone филтъра $G_T(f)$. Третият е амплитудно-честотната характеристика на асиметричен филтър $H_A(f)$. Ако нормираме амплитудата, честотната характеристика на Gammachirp филтъра може да се представи с изказа:

$$G_C(f) = G_T(f) \cdot H_A(f) \quad (5)$$

Амплитудно-честотната характеристика е:

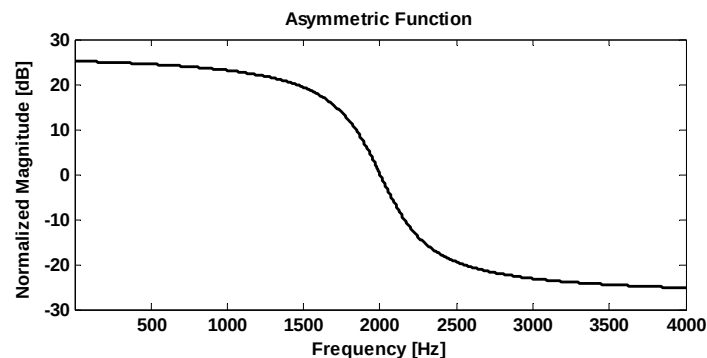
$$|G_T(f)| = |G_T(f)| \cdot |H_A(f)| = \frac{\bar{a}}{\left[2\pi\sqrt{\bar{b}^2 + (f-f_r)^2}\right]^n} \cdot e^{c\theta} \quad (6)$$

Ако положим $c=0 \Rightarrow |H_A(f)| = e^{c\theta} = 1$ тогава израз (6) представлява амплитудно-честотната характеристика $|G_T(f)|$ на Gammatone филтъра. Тя е представена на фиг.3. Параметрите на филтрите са: $c = -2$, $n = 4$, $b = 1.019$, $f_r = 2000 \text{ Hz}$.



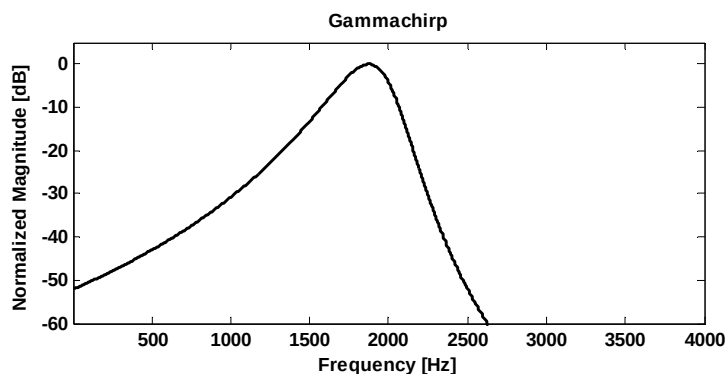
Фиг.2. Амплитудно-честотна характеристика на Gammatone филтъра

На фиг.3 е показана амплитудно-честотната характеристика на асиметричен филтър:



Фиг.3. Амплитудно-честотна характеристика на асиметричния филтър

Амплитудно-честотната характеристика на Gammachirp филтъра е представена на фиг.4. Тя е комбинация между АЧХ на двата филтъра.



Фиг.4. Амплитудно-честотна характеристика на Gammachirp филтъра

Докато АЧХ на Gammatone филтъра е почти симетрична по отношение на централната честота, асиметричният филтър има честотна асиметрия и това води до отместване на максимума на амплитудата при Gammachirp филтъра.

Честотата на максимума f_p се определя аналитично след приравняване на израз (7) на нула и решаване спрямо честотата:

$$f_p = f_r + \frac{c \cdot \bar{b}}{n} = f_r + \frac{c \cdot \text{ERB}(f_r)}{n} \quad (7)$$

Така големината на отместването на максимума е пропорционална на параметъра c и отношението на обвивката към n .

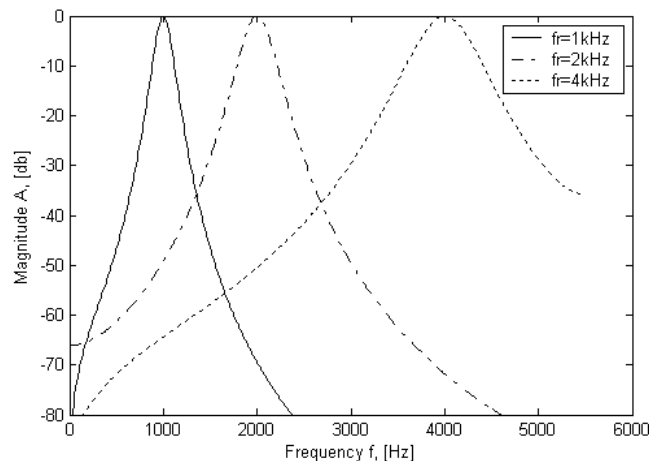
За точно описание за характеристиките на Gammachirp филтъра и асиметричния филтър, израз (5) може да се запише отново по отношение на значещите параметри:

$$G_C(f; n, b, c, f_r) = G_T(f; n, b, f_r) \cdot H_A(f; b, c, f_r) \quad (8)$$

Асиметричният филтър използва параметрите b , c , и f_r , докато Gammachirp филтъра използва n , b , и f_r .

4. Експериментални резултати

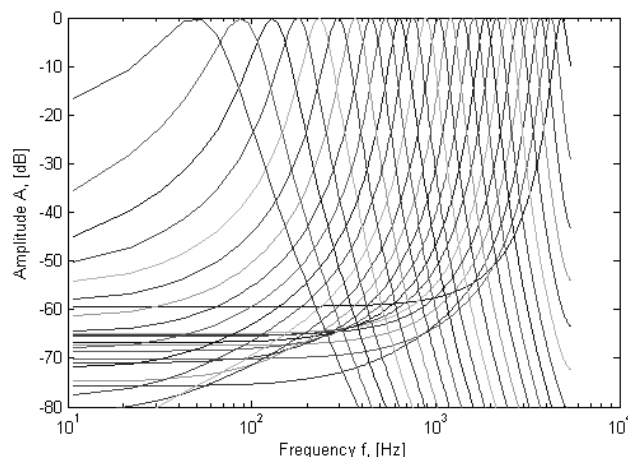
Резултатите от програмната реализация, реализирана в среда Matlab, на Gammachirp филтъра са представени графично. На фиг.5 е представен резултатът от действието на програмата след задаване на всички централни честоти и изчисляване на коефициентите на всеки от филтрите. По абсцисата е нанесена честотата. Забелязва се различната ширина на честотната лента на трите филтъра. Този с най-ниска централна честота е с най-тясна, а този с най-висока – с най-широка.



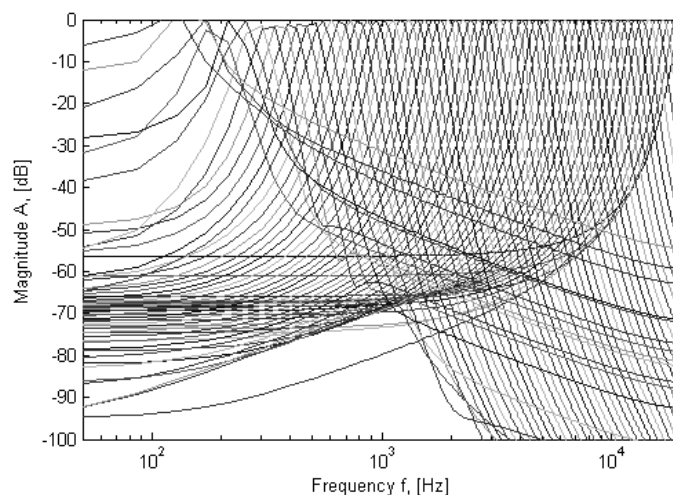
Фиг.5. АЧХ на банка от три Gammatone филтъра

На фиг.6 е представен резултатът от изпълнението на следните стъпки: задаване на честотата на дискретизация, броя на лентите и най-ниската стойност на централната честота. Програмата определя автоматично останалите централни честоти. По абсцисата отново е нанесена честотата, но в логаритмичен мащаб. Поради тази причина не се забелязва разликата в честотните ленти на различните филтри и изглежда, че тези с по-висока централна честота са по-тесни.

На фиг.7 са представени амплитудно-честотните характеристики (АЧХ) на банка от филтри, покриваща цялата честотна лента на аудио сигналите. Честотата на дискретизация е 44.1kHz, а броят на филтрите е 64. Такъв вид банка от филтри може успешно да се приложи за филтриране на аудио сигнали с честота на дискретизация 44.1kHz.

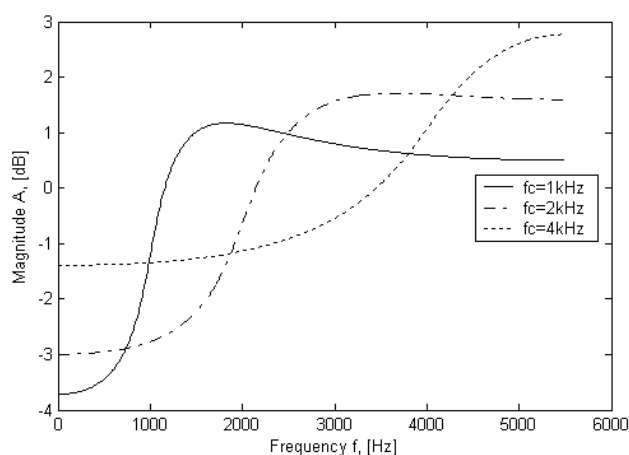


Фиг.6. АЧХ на филтърна банка от 24 Gammatone филтъра



Фиг.7. АЧХ на филтърна банка от 64 Gammatone филтъра

На фиг.8 е представен резултатът от изпълнението на подпрограма, с която се генерира файл с коефициенти на Gammatone филтрите. Чрез използване на стойностите на коефициентите на Gammatone филтрите от файла, се определят централните честоти и честотата на дискретизация. Представянето на АЧХ на фиг.8 само на три Gammatone филтри е прието за по-голяма прегледност.



Фиг.8. АЧХ на филтърна банка от 3 асиметрични компенсационни филтъра

В табл.1 са показани стойностите на времето за филтрация на тестови аудио сигнали с помощта на разработената програма в зависимост от броя на дискретните стойности в тези сигнали и броя на Gammatone филтрите в банката от филтри.

Табл.1

Брой отчети, n	Брой филтри в банката		
	3	24	128
1024	0.0150s	0.0930s	0.5150s
11692	-	0.9690s	6.2650s

4. Изводи и заключения

След анализ на получените експериментални резултати могат да се направят следните изводи:

- Предложената банка от Gammatone филтри удовлетворява изискванията на филтъра, описан в параграф 3. Представените експериментално получени АЧХ от фиг.5 съвпадат с теоретично определената АЧХ на Gammatone филтъра, показана на фиг.3. Така синтезираната банка филтри от фиг.6 отговаря точно на характеристиките на базиларната мембрана.
- Синтезираният асиметричен филтър също отговаря на модела, представен в параграф 3. Това се вижда при сравнение на фиг.4 и фиг.8. Както беше отбелязано в параграф 3 над централната честота има разминаване между двете графики, което се компенсира успешно при използване на предложения тип Gammatone филтър.
- От табл.1 могат да се направят изводи относно програмната реализация. Има линейна зависимост на броя на филтрите в банката и времето за изпълнение на филтрацията. При брой на филтрите 24 все още е възможна обработка в реално време, но при 128 това е невъзможно. Необходима е допълнителна оптимизация на програмния код в случай, че е необходим по-голям брой филтри.

Литература

- [1] Плешкова Сн. „Аудиотехника”, Издателство на ТУ-София, 2011 г.
- [2] Kahrs M., Brandenburg K., Applications of Digital Signal Processing to Audio and Acoustics, 2008, Kluwer Academic Publishers;
- [3] Irino T., Unoki M., 1999, An analysis/synthesis auditory filter bank based on an IIR implementation of the gammachirp, J. Acoust. Soc. Jap., Vol. 20, No. 5;
- [4] Park A., Using the gammachirp filter for auditory analysis of speech. 2009, 18.327: Wavelets and Filter banks;
- [5] Fastl H., Zwicker E., Psychoacoustics, Facts and Models, 1999, Springer

Автор: Снежана Плешкова-Бекярска, доц. д-р от катедра „Радиокомуникации и Видеотехнологии”, Факултет Телекомуникации, Технически Университет - София, E-mail address: snegpl@tu-sofia.bg

Постъпила на 12.11.2013

Рецензент: проф. д-р Димитър Димитров

ТЕРМИЧЕН АНАЛИЗ НА ДЪРВЕСИНА ОТ МЕКСИКАНСКИ БЯЛ КЕДЪР (*CUPRESSUS LUSITANICA*) ОГНЕЗАЩИТЕНА ЧРЕЗ ПЛАЗМЕНО-ПОДПОМОГНАТА ИМПРЕГНАЦИЯ СЪС ЗАБАВИТЕЛИ НА ГОРЕНЕТО

Диляна Господинова, Ивайло Иванов, Петър Динев, Люсиен Велева

Резюме: Плазмено подпомогнатата огнезащита чрез забавители на горенето на дърво, дървени изделия и целулозни материали е замислена и разработена като резултат от появата и развитието на плазмено подпомогната капилярна импрегнация. Предшестващото капилярната импрегнация плазмено химично активиране на повърхността променя съществено електрическата, химичната и капилярната активност на порестата повърхност, което от своя страна е причина за подобряване на основни характеристики на импрегнационния процес. Термичният анализ е използван по един нов начин, за да се разкрие влиянието на плазмено подпомогнатата капилярна импрегнация върху огнезащитата на дървесина от Мексикански бял кедър (*Cupressus Lusitanica*).

Ключови думи: диелектричен бариерен разряд, плазмено подпомогната капилярна импрегнация, забавител на горенето, дървесина от кедър.

INVESTIGATION ON PLASMA-AIDED FLAME RETARDATION OF MEXICAN WHITE CEDAR (*CUPRESSUS LUSITANICA*) WOOD BY THERMAL ANALYSIS

Dilyana Gospodinova, Ivaylo Ivanov, Peter Dineff, Lucien Veleva

Abstract: The plasma aided flame retardation of wood, wooden products and cellulosic fibrous materials has been conceived and developed as a result of plasma aided process of capillary impregnation. The plasma-chemical surface pre-treatment substantially alters its electrical, chemical and capillary activity, thus improving some impregnation process basic characteristics, such as penetration depth, solution spreading and adsorption speed, adsorbed solution capacity. Thermal analysis has been used to reveal the impact of a new phosphor and nitrogen containing flame retardant and plasma-aided capillary impregnation on flame retardation of Mexican white cedar wood. This study has been developed as part of a large investigation on plasma activated (functionalized) wood surface and flame retardant treated wood.

Keywords: dielectric barrier discharge, plasma aided capillary impregnation, flame retardants, Mexican white cedar (*Cupressus Lusitanica*) wood.

1. Introduction

The plasma aided flame retardation of wood, wooden products and cellulosic fibrous materials has been conceived and developed as a result of an original plasma aided process of capillary impregnation. The ability of the wood grain to adsorb water solution is of critical importance for the capillary impregnation of the wood, [1, 2, 3].

It is well known that heat treatment (drying) and machining reduces the chemical activity and wood wettability by modifying its water-reactive matrix in different ways. It was found earlier that the cold plasma pre-treatment of hard wood like cherry and oak improves such technological characteristics of the capillary impregnation process as solution spreading and flame retardant adsorption speed and quantity. The plasma-chemical surface pre-treatment modifies significantly the ionic and chemical activity of the wood surface as well as its capillary activity. As a result of that the technological characteristics of the capillary impregnation process were improved. This allows using the plasma aided retardation as a finishing process and applying it "in line" and "off line". A system of plasma device and applicators has been created to produce cold technological plasma through dielectric barrier discharge (DBD) at atmospheric pressure and room temperature, [1, 2, 3, 4 and 5].

Mexican white cedar, Cedar of Goa, Mexican cypress or White cedar (Scientific name: *Cupressus Lusitanica*) is a species of cypress native to Mexico and Central America (Guatemala, El Salvador and Honduras). *Cedro Blanco, Cedro de San Juan, Cypress Mexicano, Cypress de Portugal, Cypress Lusitanico* and *Teotlate* are distinctive names used in Mexico. It has also been introduced to Belize, Costa Rica and Nicaragua. It has been planted widely for commercial production: at high altitudes in Colombia, Bolivia and South Africa, and near sea level in New Zealand where it is fully naturalized.

White cedar is widely used for production of construction lumber, poles/posts, turned objects and musical instruments. But due to its fine-texture and surface inactivation it is difficult to apply flame retardants through capillary impregnation, [6, 7].

The objective of this paper was to study the effect of plasma pre-treatment on the wood surface functionalization as well as the effect of different surfactants on the ion activity of the new impregnation solution, both aiming to improve the *White cedar* wood flame retardation.

Some experimental results on *White cedar* thermal degradation (pyrolysis) depending on wood flame retardation under different conditions monitored by some methods of commonly used thermal analysis (*thermogravimetric analysis, TGA; differential thermal analysis, DTA; and differential scanning calorimetry, DSC*) are presented here: *i* - plasma-aided capillary impregnation for wood flame retardency improvement; *ii* - new phosphorous and nitrogen containing flame retardant impregnation solution for plasma-aided retardation; *iii* - conditioning of the applying impregnation solution with surfactants and spreaders.

2. Experimental investigation

White cedar soft wood (*Cupressus Lusitanica*, Yucatan, Mexico) with average dried weight: 470 kg/m³; basic specific gravity (basic: 12 % moisture content): 40/47; Janka hardness: 2 240 N; rupture strength or modulus of rupture: 76.40 MPa; elastic

strength or modulus of elasticity: 8.72 MPa; radial or *R-shrinkage*: 2.8 %; tangential or *T-shrinkage*: 5.9 %, and volumetric shrinkage: 8.1 %; T/R ratio: 2.1; and moisture content of 8.3 % was used in this investigation, Fig.1

Thermal analysis test samples were made from *White cedar* heartwood

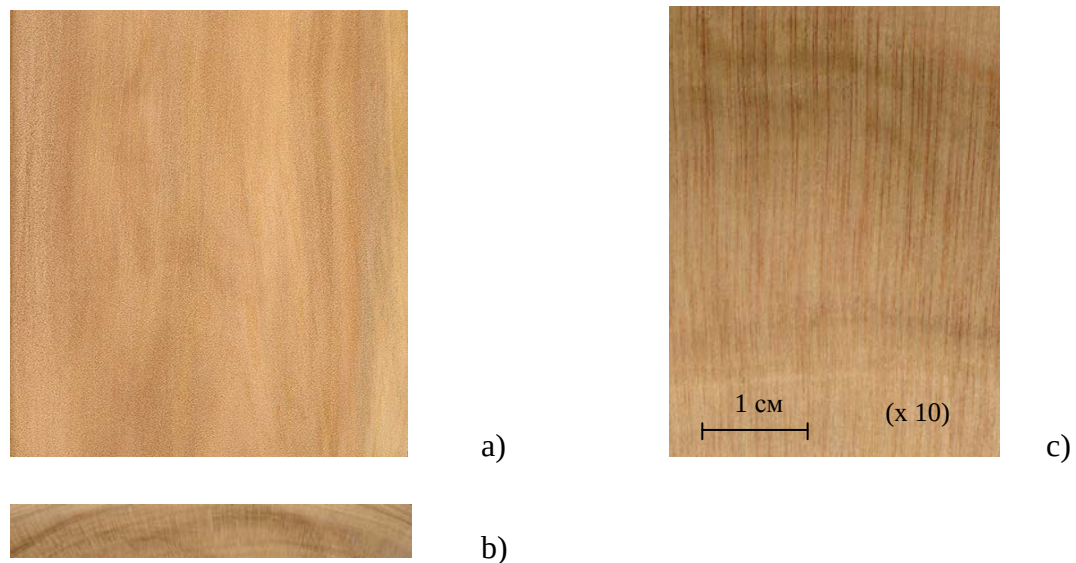


Fig.1. Flatsawn (a), quartersawn (c) surfaces of *White Cedar* wood sample, and an end grain view (b) of *White Cedar* (x 10).

On the basis of prior art, as well as on our own former experience in plasma aided impregnation, [3, 5], an oxidative (nitrogen oxides, NO_x) surface plasma pre-treatment has been applied on the test samples for 60 sec in a non-equilibrium cold plasma of dielectric barrier air discharge (DBD) at atmospheric pressure, industrial frequency (50 Hz) and 18 kV (RMS) or 25.4 kV (PV).

The DBD-technological plasma system consisted of coplanar shaped rectangular electrodes with one glass barrier (3 mm thick) closely arranged to the grounded electrode, with 6 mm operating distance between the high voltage electrode and the barrier, Fig 1a. The DBD was assured by a low frequency (50 Hz) voltage generator. The wood samples were disposed in operating volume and were treated for one minute (60 sec) under chosen operational regime, Fig.1b.

A halogen-free, *phosphorus and nitrogen containing flame retardant* has been used in this investigation as a 30 wt. % water solution. A new flame retardant product (*PhNFR*) based on ortho-phosphorous acid, urea and ammonia has been produced and studied. The impregnating flame retardant water solution (*PhFRIS*, dry substance of 30 wt. %; phosphorus content of about 13 wt. %, pH = 7÷8 and density of 1.15 g/cm³) was based on it. The replacement of the halogen containing flame retardants by halogen-free ones has been imposed by the toxicity of the halogens, [6].

The non-equilibrium air plasma treatment gives good results increasing the chemical, anionic and capillary surface activities. Anionic surfactants (AS, “*Aniticrystallin A*“, Chimatch, Ltd., Bulgaria) in quantity of 5 vol. %, and silicone super spreader (SSP, Y-17113, *Momentive Performance Materials GmbH & Co. KG*, Germany) in quantity of 0.1 vol. %, as well as their combinations, have been used to control the ion activity of the flame retardant impregnation water solution after surface plasma pre-treatment.

The capillary impregnation has been applied on bare (for comparison) and plasma pre-treated *White cedar* wood samples at atmospheric pressure by spraying the corresponding flame retardant solution (390 ml.m^{-2} or $390 \text{ cm}^3.\text{m}^{-2}$).

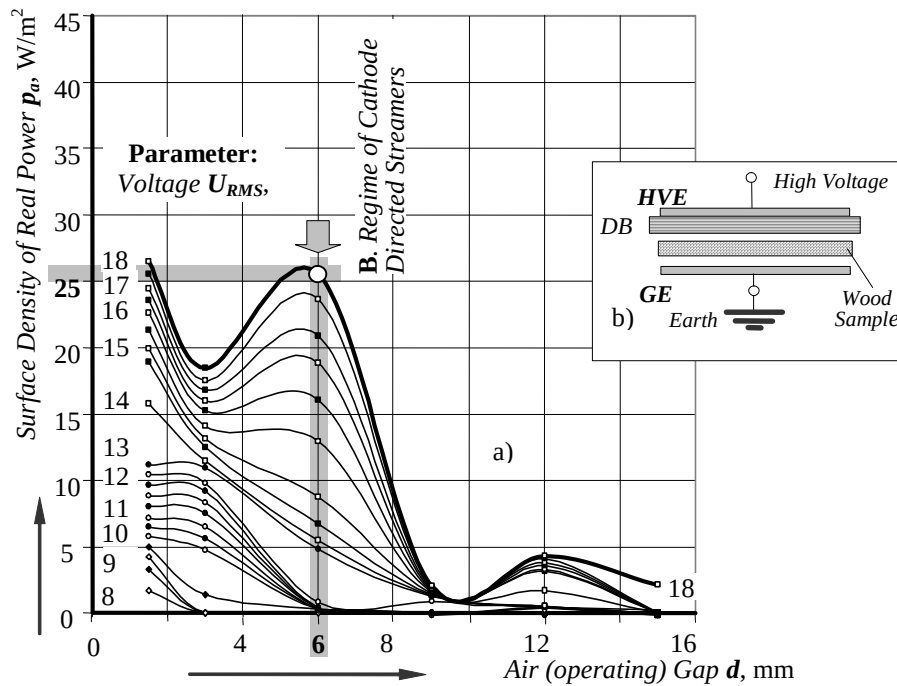


Fig.2. Dielectric barrier air discharge (DBD) in asymmetric coplanar electrode system with one (alkali glass) barrier (a), technological discharge characteristic " $p_a - U_{RMS}$ ", and pick and choose regime (b) of plasma pre-treatment at industrial frequency and 18 kV (RMS).

Thermal analysis – thermogravimetric analysis (TGA), differential scanning calorimetry (DSC), and differential thermal analysis (DTA), have been performed in air at a heating rate of 10°C/min within the temperature range of $25 \div 1000^\circ\text{C}$ using *Perkins-Elmer* equipment, [8, 9].

3. Experimental results and discussion

Flame-retardency effect on heat release and mass losses

The studied *plasma-aided capillary impregnation* was based on both: plasma pre-treatment of the wood surface, Fig.2; and flame retardant impregnating solution with ion activity optimization, expecting that an increase of the wood capillary activity and the impregnating solution adsorption speed and capacity would allow good enough flame retardant performance of porous wood surface [1, 2, and 5].

The *DBD*-surface activation effects or the expected surface reorganization and alteration of the chemical composition as a result of the plasma pre-treatment as well as the impregnation solution conditioning, have been directly monitored by the thermal behaviour of bare and flame retarded *White cedar* wood – by *TGA* and *DSC*-analyses, Fig.5, 6 and 7.

The pyrolysis characteristics of *White cedar* were investigated using a thermogravimetric (*TGA*) analyzer with differential scanning calorimetry (*DSC*) detector and a pack bed, Fig. 3.

In thermal analysis, the pyrolysis of hemicellulose and cellulose occurs quickly, with main weight loss of *hemicellulose* at $220 \div 315^\circ\text{C}$ and that of *cellulose* at

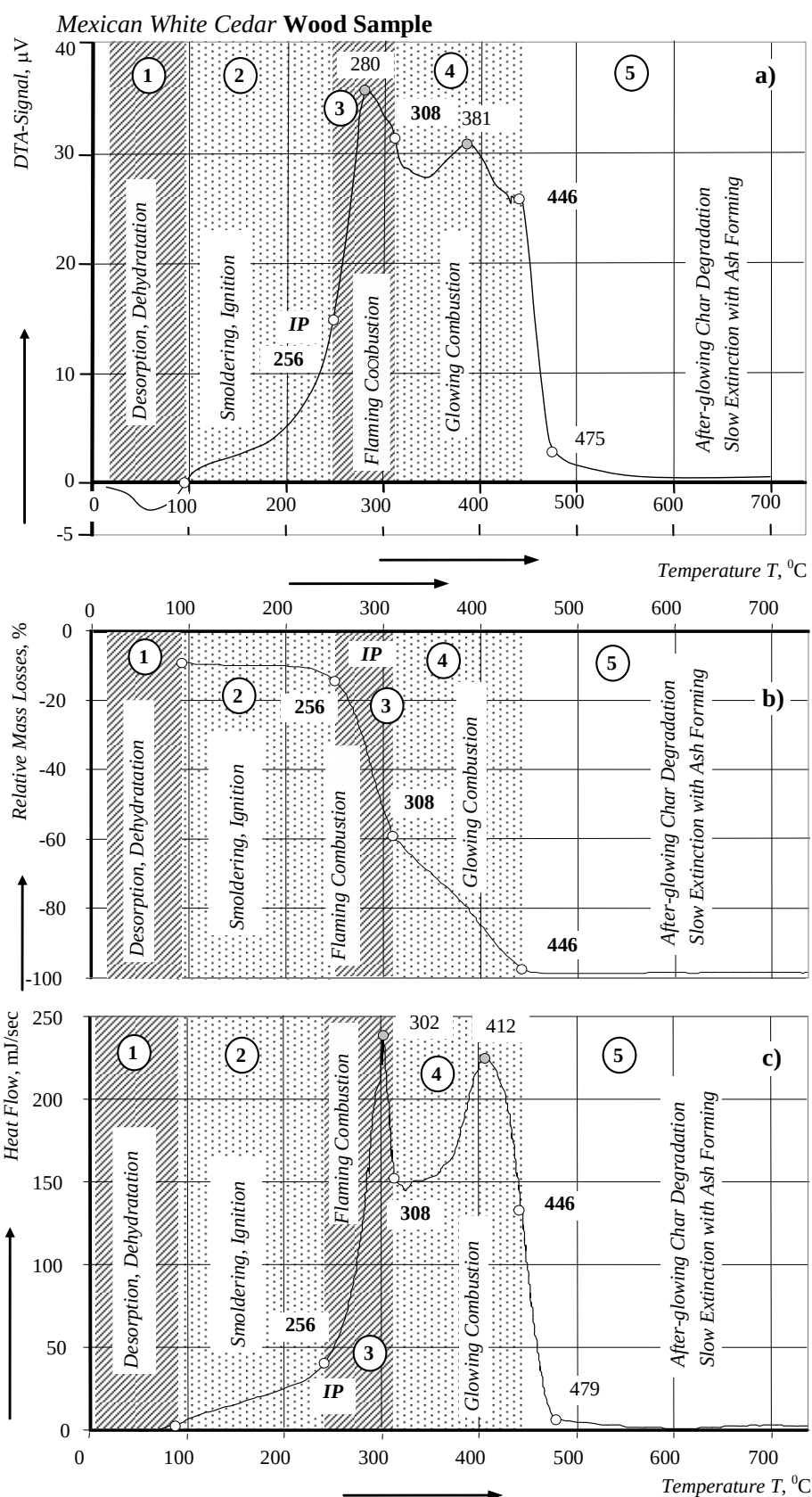


Fig.3. Thermal analysis - DTA, TGA and DSC-spectra of bare White Cedar wood (*Cupressus Lusitanica*, Yucatan, Mexico) samples in air (heating rate: 10°C per minute): wood pyrolysis stages identification (1, 2, 3, 4 and 5): **a** - by DTA-spectrum; **b** - by TGA-spectrum; **c** - by DSC-spectrum.

$315\div 400^{\circ}\text{C}$. However, *lignin* is more difficult to decompose and its mass loss happens in a temperature range from 160 to 900°C). Well known studies show that wood

Phosphorous and Nitrogen Containing **Flame Retardant** (PhNFR)

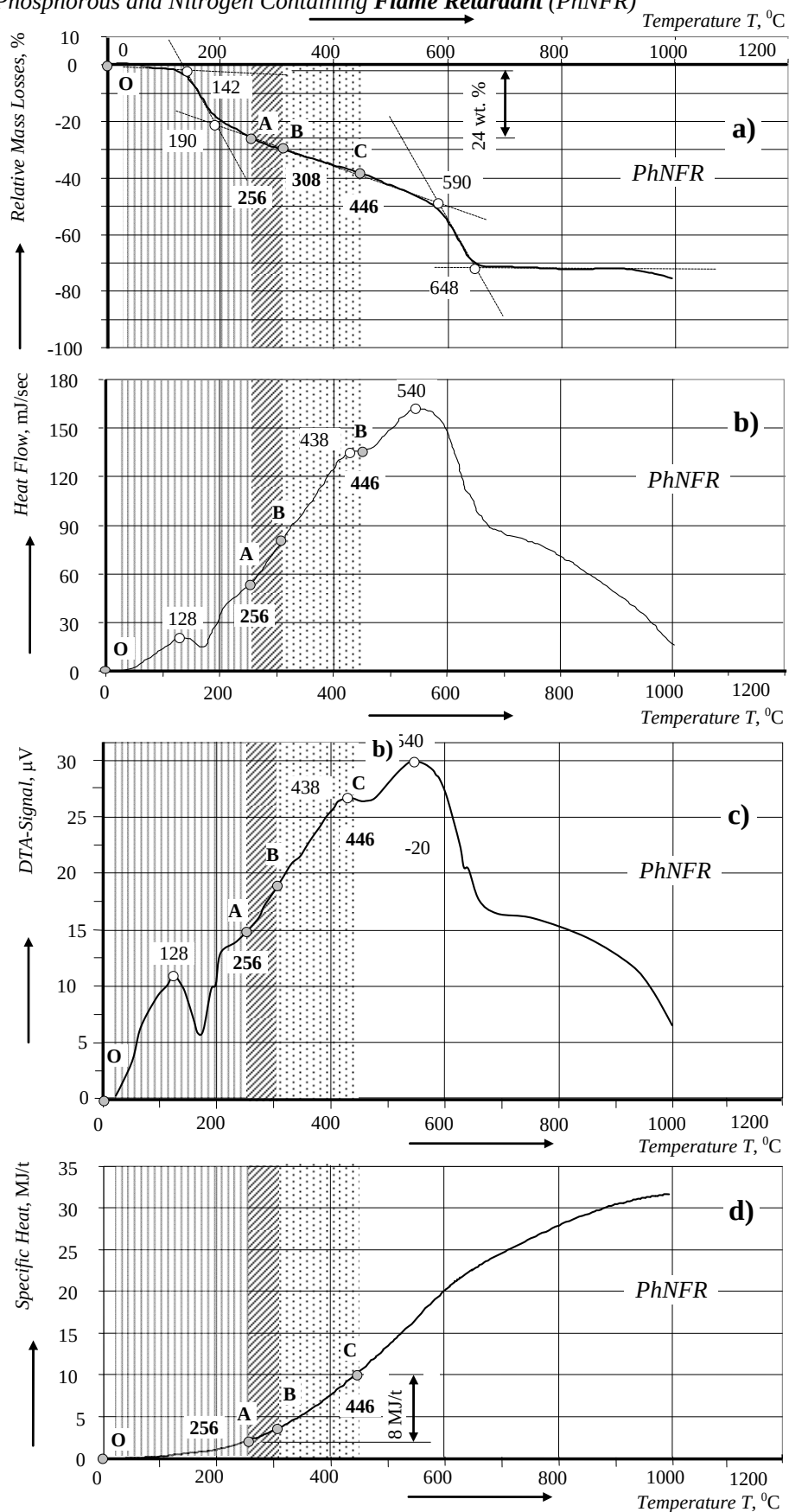


Fig.4. Thermal analysis - TGA, DSC and DTA-spectra of bare phosphorous and nitrogen containing flame retardant (PhNFR) dried sample in air (heating rate: 10 °C per minute) in the temperature area of flaming and glowing wood pyrolysis stages (A-B-C): **a** - TGA-spectrum; **b** - DSC-spectrum; **c** -

DTA-spectrum; **d** - specific heat (by unit weight of FR-sample) released during the interval of wood ignition (O-A), flaming (A-B) and glowing (B-C).

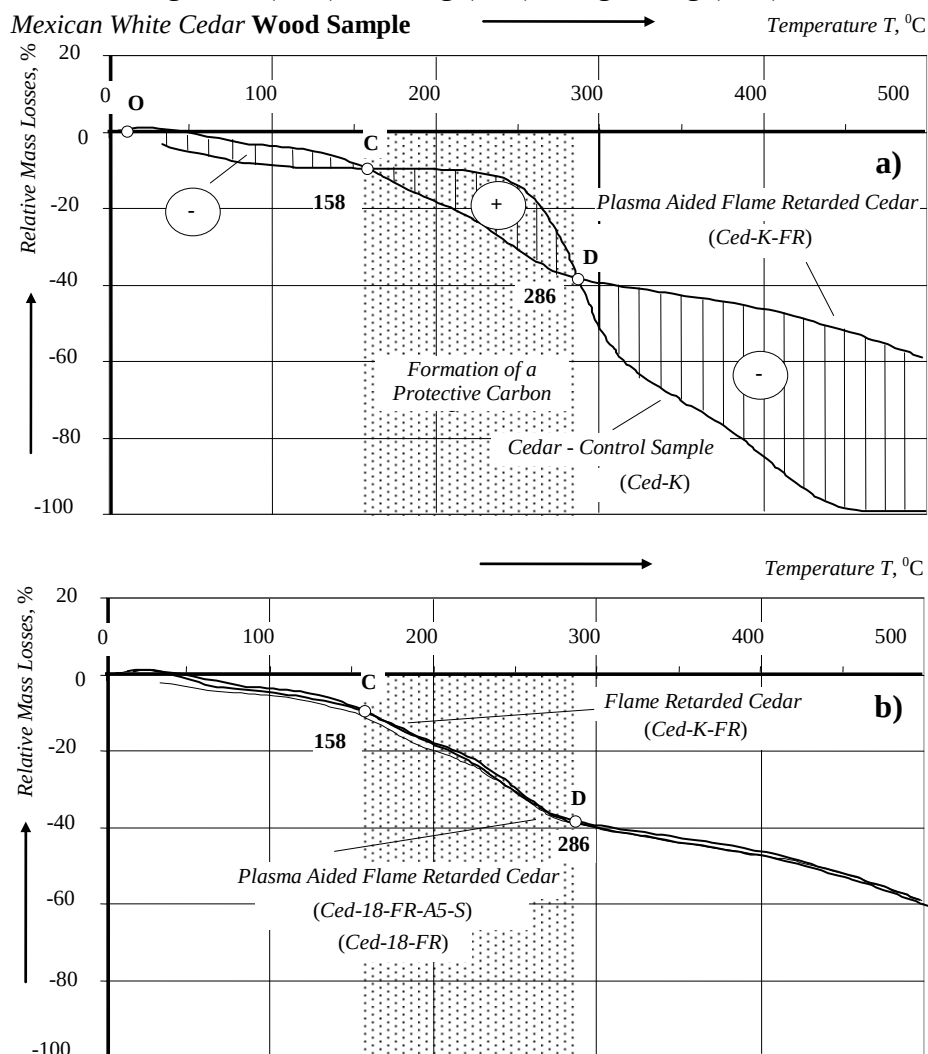


Fig.5. Thermal TGA-analysis: flame retardency effect illustrated by the difference between relative mass losses demonstrated by bare (Ced-K) White cedar (*Cupressus Lusitanica*, Yucatan, Mexico) samples, flame retarded (Ced-K-FR) samples (a) and plasma-flame retarded wood (Ced-18-FR; Ced-18-FR-A5-S) samples (b) during air flow pyrolysis in the temperature interval up to 500 °C shown by DSC spectra (heating rate: 10 °C per minute).

CD - temperature area of protective carbon layer formation.

pyrolysis can be divided into *four stages*: moisture evolution (dehydration), *hemicellulose* decomposition, *cellulose* decomposition and *lignin* decomposition [10, 11].

The pyrolysis characteristics of bare White cedar wood are shown in Fig. 3 - the fifth pyrolysis stages or temperature regimes with their critical points (stage transitions): S1 - *desorption, dehydration*; S2 - *smoldering, ignition*; S3 - *flaming*; S4 - *glowing, charring*; S5 - *slow extinction with ash forming*.

The pyrolysis characteristics of the new synthesized dried phosphor and nitrogen containing flame retardant (PhNFR) without surfactant and super spreader are shown in Fig. 4. The temperature area of *protective carbon layer formation* was found out between 158 and 286 °C, Fig.5.

The *ignition point (IP)* of White cedar wood was found at 256 °C, Fig.3.

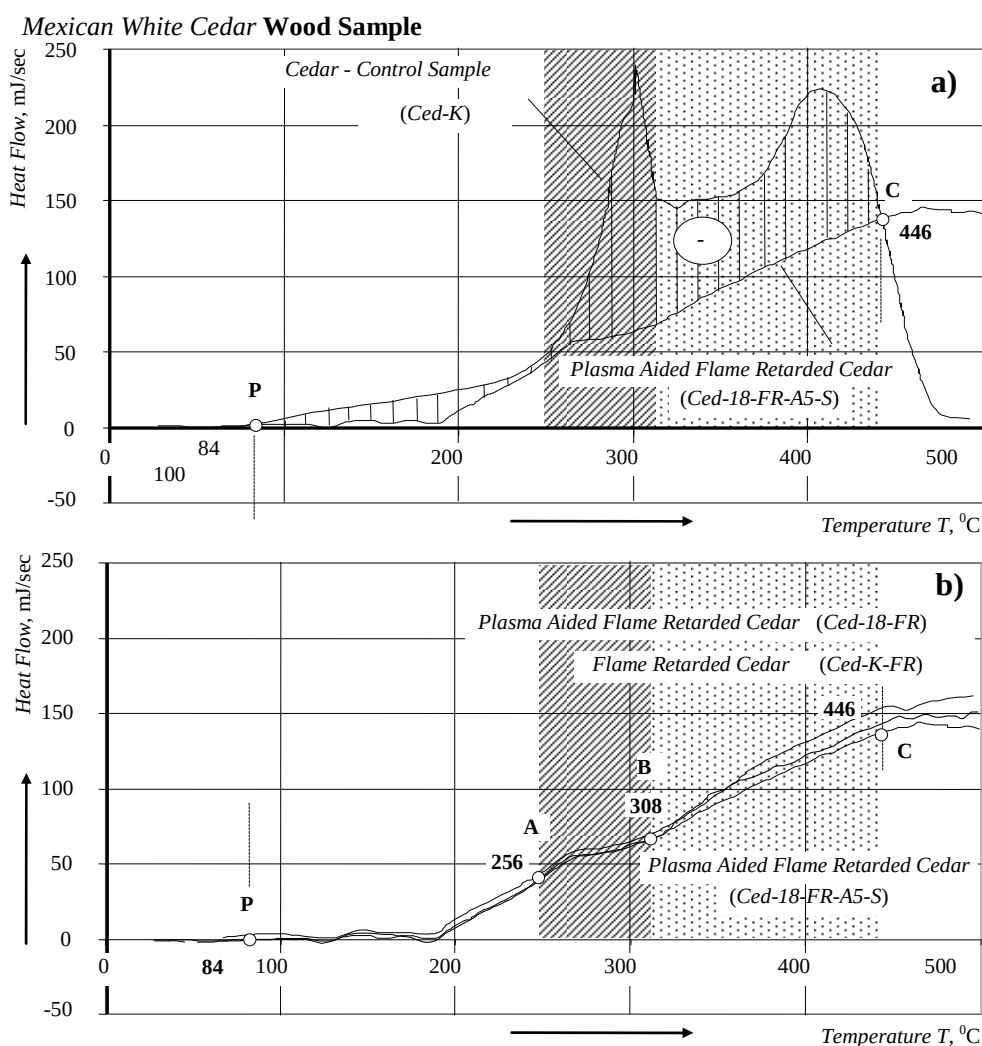


Fig.6. Thermal DSC-analysis: flame retardency effect illustrated by the difference between heat flows demonstrated by bare (*Ced-K*) White cedar (*Cupressus Lusitanica*, Yucatan, Mexico) samples, flame retarded (*Ced-K-FR*) wood samples (**a**) and plasma-flame retarded wood (*Ced-18-FR*; *Ced-18-FR-A5-S*) samples (**b**) during air flow pyrolysis in the temperature interval up to 500 °C shown by DSC spectra (heating rate: 10 °C per minute).

PC - protective temperature area with suppressed wood ignition, flaming and glowing.

4. Conclusion

The application of thermal analysis (*TGA*, *DTA*, and *DSC*) allows evaluating the *White cedar* wood decomposition (pyrolysis) under the influence of heat by setting pyrolysis stage temperature ranges and hemi-cellulose, cellulose and lignin characteristic temperature peaks.

Thermal analysis helps reveal and illustrate the impact of the newly produced phosphor and nitrogen containing flame retardant on *White cedar* wood behaviour (pyrolysis). It significantly reduces the heat release within the range of 84÷446 (565) °C by suppressing the flaming and glowing combustion of wood and decreases considerably the mass loss. This flame-retardant chemicals shift the *White cedar* wood thermal degradation to the *low temperature pathway* of non-combustible gases and greater proportion of remaining wood as char residue - the transition to glowing combustion is already taking place and the remaining char residue is 54.5 wt. % (against 20 wt. %

for bare *White cedar*); at the temperature of 465 °C the remaining char residue is 43.9 wt. % (against 1.2 wt. % for bare *White cedar*), Fig.5 and 7.

Thermal analysis enables studying the plasma aided capillary impregnation technology using water solution containing phosphorus flame retardant and its impact on *White cedar* wood plasma aided flame retardency. The experimental study of chemical, ion and capillary activity change of the *White cedar* wood surface using selected surfactant and spreader shows that it has no substantial contribution to the plasma aided flame retardency. The change of the impregnation solution ionic and capillary activity (*PhFRIS*) resulting from the anionic surfactant and silicon spreader application accelerates, increases the amount of the applied flame retardant and the depth of the capillary impregnation, but does not alter substantially the efficiency, neither in terms of heat release, nor in terms of mass losses, Fig.5, 6 and 7.

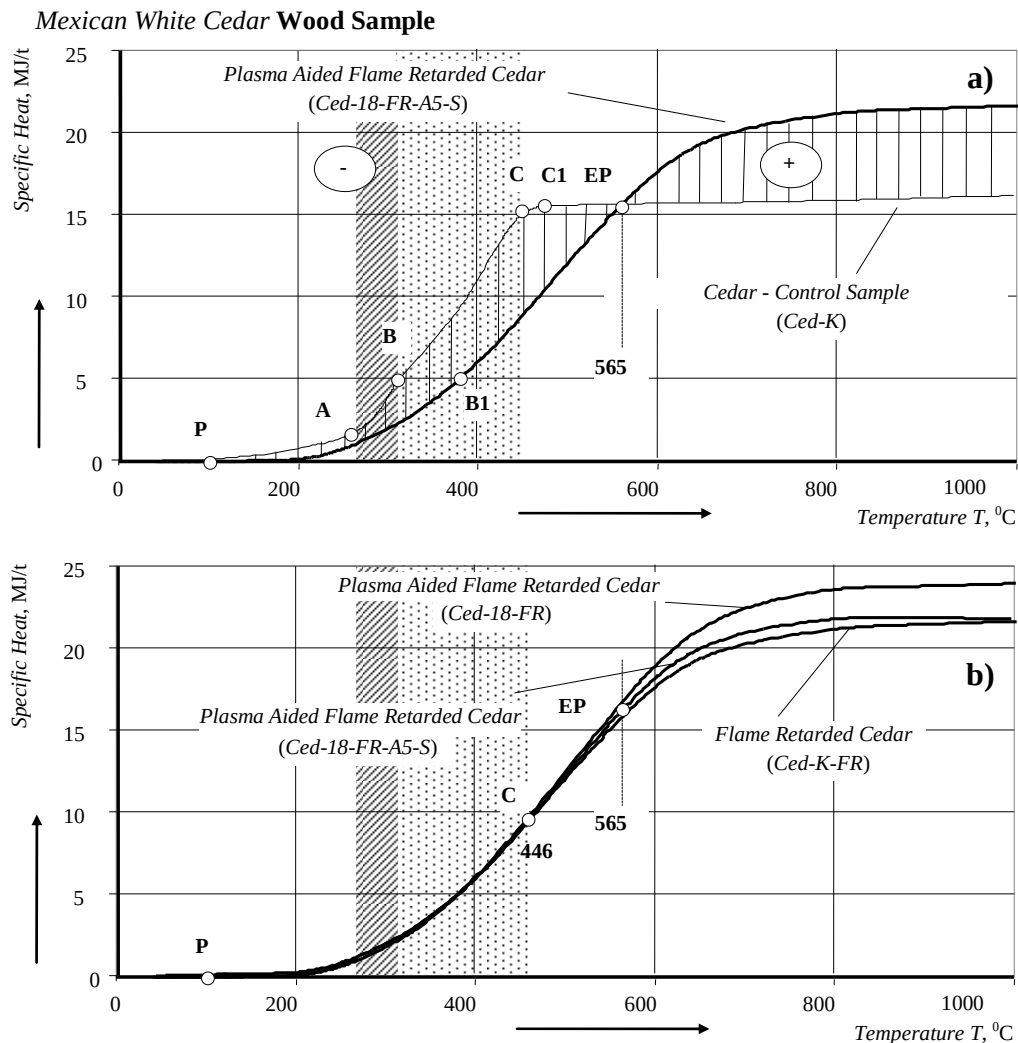


Fig.7. Thermal analysis: *integral flame retardency effect* illustrated by the difference between released specific (per unit mass of sample) heat demonstrated by bare (*Ced-K*) *White cedar* (*Cupressus Lusitanica*, Yucatan, Mexico) samples, flame retarded (*Ced-K-FR*) samples (**a**) and plasma-flame retarded wood (*Ced-18-FR*; *Ced-18-FR-A5-S*) samples (**b**) during air flow pyrolysis in the temperature interval up to 1 000 °C takes by TGA and DSC spectra (heating rate: 10 °C per minute).

P-EP - protective temperature area with suppressed wood ignition, flaming, glowing and after glowing char degradation.

References

- [1] Dineff, P., D. Gospodinova, L. Kostova, T. Vladkova, and E. Chen. (2008), ***Plasma aided surface technology for modification of materials referred to fire protection***, Problems of Atomic Science and Technology, 6; Series Plasma Physics (14), pp. 198÷200.
- [2] Dineff, P., L. Kostova. ***Method of plasma-chemical modification***, WO2006/133524 A3.
- [3] Dineff, P., D. Gospodinova. (2004) ***Atmospheric pressure plasma polymer modification - new visions, challenges and solutions***, II. International Conference on Challenges in Higher Education & Research in the 21-st Century, Sozopol, Bulgaria. Proceedings of Papers, Heron Press, Sofia, pp. 193÷196.
- [4] Sernek, M.(2002), ***Comparative analysis of inactivated wood surfaces***, PhD Thesis, Virginia Polytechnic Institute, Blacksburg.
- [5] Dineff, P., D. Gospodinova, L. Kostova, T. Vladkova, and C. Erfan. (2008) ***New attempt at plasma aided flame retardation in wood and cellulosic fibrous materials***, XX-th Congress of the Society of Chemist and Technologist of Macedonia “BICONGRESS 2008”, Ohrid, Macedonia, 17÷20 September. Proceedings of papers, 2008, PPM-11-E.
- [6] ***Flame Retardants – Frequently asked questions***, Website of European flame retardants association (EFRA): www.cefic-efra.org.
- [7] Hakkarainen, T., E. Mikkola, B. Östman, L. Tsantaridis, H. Brumer, P. Piispanen. (2005), ***Innovative eco-efficient high fire performance wood products for demanding applications***, State of the art., Inno Fire Wood, March, pp. 2÷47.
- [8] Helwig, M. (2004), ***Methods of testing the flammability of treated wood***, Meeting of working group COST Action E37: Sustainability through new technologies for enhanced wood durability, Hamburg, Germany, 08.÷09.11.2004.
- [9] Yang, H., R. Yan, H. Chen, D. Ho Lee, and C. Zheng. (2007), ***Characteristics of hemicellulose, cellulose and lignin pyrolysis***, Fuel, 86, pp. 1781÷1788.

Acknowledgments: The authors gratefully acknowledge the financial support of the Technical University of Sofia, for the Research Project 132ΠΔ0051-01.

Authors: Dilyana Gospodinova, Ivaylo Ivanov and Peter Dineff with the Department of Electrical Apparatus, Faculty of Electrical Engineering at the Technical University of Sofia; E-mail address: dilianang@abv.bg; dineff_pd@abv.bg; ivo_pmg@abv.bg; Lucien Veleva with the Applied Physics Department of CINVESTAV (Centro de Investigación y de Estudios Avanzados del Instituto Politécnico Nacional) – Mérida, Carretera Antigua a Progreso Km. 6, A.P. 73 Cordemex 97310, Mérida, Yucatán, Mexico; E-mail address: lucienveleva@yahoo.com.mx.

Received 02 November 2013

Reviewer Prof. Ph.D. M. Neznakomova

ТЕХНОЛОГИЯ НА НАСИЩАНЕ НА ПЕЧАТНИ ПЛАТКИ ПО МЕТОДА НА ПОВЪРХНОСТНИЯ МОНТАЖ - ДЕФЕКТИ И НАЧИНИ ЗА ОТСТРАНЯВАНЕТО ИМ

Анна Андонова, Симона Партинова

Резюме: В процеса на насищане на печатни платки, основна стратегия е да се сведат до минимум технологичните дефекти и смущения. Естествено, невъзможно е да се опишат в една статия всички подробности на технологията на насищане на печатни платки по метода на повърхностния монтаж, но главната ни цел е да определим причините за възникване на проблеми при монтажа и да определим насоки за тяхното предотвратяване. В статията са обобщени дългогодишни изследвания върху процеса, провеждани в ХИС АД и Pennatronics Inc. Относно критериите за качество – приемливост на продукцията или дефектност – сме се ръководили от стандарта IPC-A-610D, в който са дадени конкретни указания за проследяване резултатите от производствения процес.

Ключови думи: повърхностен монтаж, reflow спояване, печатни платки, дефекти

SMT REFLOW SOLDERING - TYPICAL DEFECTS AND SOLUTIONS

Anna Andonova, Simona Partinova

Abstract: A main strategy in the assembly process of PCBs is to reduce technological defects and faults to a minimum. It is not possible to describe all details of the SMT technology in a single article, but our main objective is to determine the key causes leading to problems and defaults during assembly as well as to define information for avoidance of such defects. The article summarizes years of research on the process conducted in HIC AD and Pennatronics Inc. The directives of the IPC-A-610D Standard are used as guidelines for determining production quality and acceptability.

Keywords: SMT, reflow soldering, PCB, defects,

1. Въведение

Технологията на насищане на компоненти с използване на повърхностен монтаж (SMT) води началото си от 60-те години на 20-ти век и до днес е доминираща в електронното производство. Нещо повече, тенденцията е към намаляване на размера на произвежданите устройства и същевременно увеличаване техните функции, работоспособност и надеждност, което води до сериозно усложняване на процеса на производство [1, 2, 3].

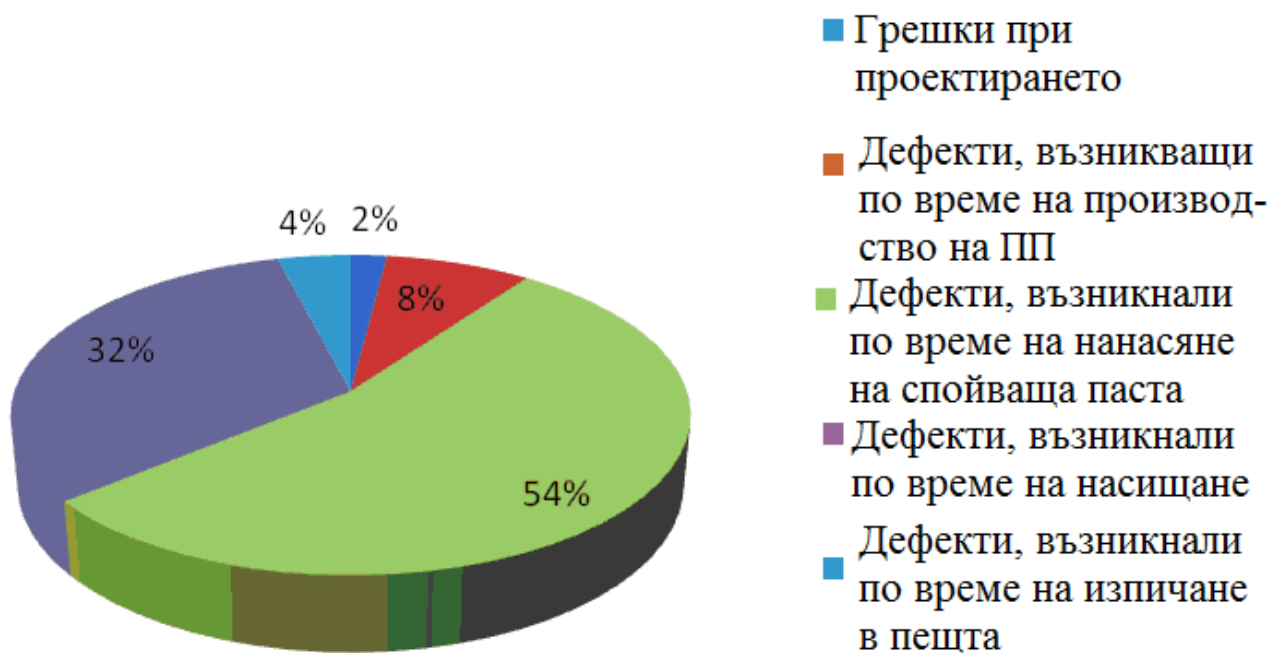
Спояването с технология „reflow” е един от ключовите процеси при автоматичния монтаж, по времето на който се проявяват дефектите върху печатните платки, независимо къде в процеса са допуснати грешки – от момента на проектиране до момента на самото спояване.

За настоящия анализ са използвани данните, получени от две конвейърни линии, инсталирани в Pennatronics Inc и състоящи се както следва от: Принтер за нанасяне на спойваща паста SPF2- Panasonic; Система за визуален контрол на нанесената спойваща паста Cyberoptics 2000; Автоматичен диспенсер за нанасяне на лепило HDPx- Panasonic (само за линия 1); Автомати за насищане на компоненти MSR и MPGR3 - Panasonic (за линия 1) и CM602- Panasonic (за линия 2); Пещ за спояване reflow Electrovert OmniMax и Устройства за автоматичен визуален контрол Mirtes MV-7x, както и допълнителна станция за рентгенов контрол Feinfocus.

Обобщаването и прилагането на технологичния опит в областта на автоматичния монтаж на печатни платки с използване на компоненти за повърхностен монтаж, в процеса на работа по различни проекти, доведе до повишаване надеждността на производството, облекчаване управлението на процеса и предотвратяването на възникването на типови дефекти.

2. Класификация на дефектите според източниците на тяхното възникване

Главните източници на проблеми при автоматичния монтаж можем да разделим на четири основни категории. Те се разпределят в процентно съотношение, както е показано на графиката от фиг.1. Статистическите данни за дефектиране са получени в периода от юли 2010г. до юли 2012 г., като са изследвани процесите на насищане на повече от 30 000 печатни платки.



Фиг.1. Процентно съотношение на дефектите според източниците на тяхното възникване

А) Грешки при проектирането – говорим за дефекти в процеса на насищане, но допуснати по време на проектиране на печатните платки, като неправилно разположение на компонентите върху повърхността, неправилно оразмеряване на площадките за спояване. Пример за такъв дефект е т.нар „Tombstone effect” или „Манхатън ефект” който се характеризира с повдигане на единия край на елемента, така че той не лежи върху повърхността за запояване. Една от причините за възникването на подобен дефект е различно проектирани размери на площадки на един и същ компонент - едната по-голяма по площ от другата. Така, върху по-голямата площадка се събира повече спойваща паста, която в процеса на спояване „изтегля” компонента и нарушава успоредността му с повърхността на платката.

Б) Дефекти, възникнали по време на производството на печатните платки: Най-често срещан проблем е замърсяване на спойващата повърхност. В резултат на това се влошава качеството на спойката, а също така могат да възникнат къси съединения между несвързани електрически изводи. Други дефекти от този вид са изкривяване на платките, овлажняване, което води до нарушаване на ламинирането; дефектен материал на защитната маска, която спира да изпълнява функциите си след нагриване в пещта за спояване; покриване на спойващи площадки със защитна маска или обозначителен печат, като с това се влошава качеството на спойката.

В) Дефекти причинени от технологични източници по време на преминаване на изделиято през конвейера за насищане: Това са най-често възникващите дефекти. Те са свързани със следните обстоятелства: окисляване на спойващата паста, запушване отворите на стенсила, неправилно програмиране на автоматите за насищане, което води до неправилно поставяне на компоненти или неправилна ориентация спрямо посоките x и y , замърсяване повърхността на платката или спойващите повърхности на компонентите, вибрации в конвейера или неправилно позициониране на платката в конвейера.

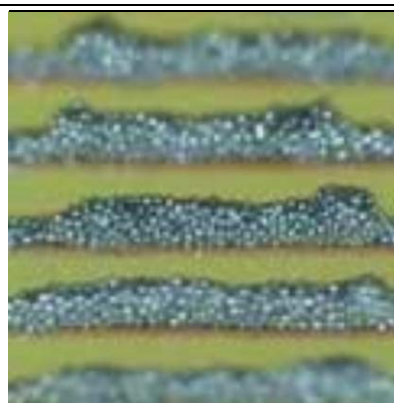
Г) Дефекти при процеса на спояване: Това са дефекти, причинени от неправилна температура в пещта за спояване – твърде висока или твърде ниска, неправилно програмиран профил на пещта – процесите на предварително нагриване или охлаждане са със сгрешени температури или продължителност. При спойка „вълна” може да се наблюдават грешки при обмокрянето на изводите с флюс, неправилно програмиране на височината на вълната λ или грешка при задаване скоростта на движение на конвейера.

3. Класификация на дефектите по видове и методи за тяхното отстраняване

По долу ще разгледаме някои често срещани дефекти в процеса на насищане на печатните платки, причините за тяхното възникване и коригиращите действия и методи за подобряване на технологичния процес.

- Неравномерно нанасяне на спойващата паста (фиг.2).

Причините за възникване на този дефект са механични деформации на стенсила или лошо отделяне на спойващата паста от апертурите му.



Фиг.2. Микроскопска снимка при неравномерно нанасяне на спойващата паста

Начините за отстраняване на тези проблеми, освен подмяната на дефектирания стенсила, са: почистване отворите на стенсила използвайки материали, които не отделят влакна, като се препоръчва това да се извършва на всеки 10-15 отпечатани платки; коригиране скоростта на разделяне стенсила от повърхността на платката, като тя се съобрази с препоръките на производителя на спойващата паста и големината на апертурите; проверка, дали спойващата паста отговаря на условието, че най-малката ширина на апертурите трябва да е 5 или повече пъти по-голяма от частиците в структурата на пастата; проверка, дали отворите в стенсила, по своята форма и големина, отговарят на изискванията на

стандарт IPC-7525 [4].

- Образуване на къси съединения по време на нанасяне на спойващата паста – разливане на пастата.

Най-разпространената причина за този дефект е недостатъчно опъване на стенсила върху рамката му и се отстранява чрез по-силно опъване и скъсяване на съединяващата мрежа. Освен това обаче, дефектът може да се дължи на слаба обмокряемост на пастата, като в такъв случай, се прави проверка на годността на пастата, контролира се работната температура в помещението (нанасянето на спойваща паста се извършва при температура 20-24°C и относителна влажност на въздуха 50-60%), или се намалява скоростта на движение на ракела. Също така, може да се направи проверка, дали при проектирането на стенсила е изпълнено условието площта на отворите му да е 75-90% от площта на контактните площадки.

- Площта на нанесената спойваща паста е по-малка от 80% от площта на контактните площадки (фиг.3).

Изследванията показват, че недостатъчното количество спойваща паста върху площадките може да се дължи на причини посочени в табл.1 по-долу. Резултатите са получени от изследване на два типа спойваща паста – Kester EP256 (Sn63 Pb37) и безоловна Kester 7032130810 (Sn96.5 Ag3.0 Cu0.5).

В тези случаи се предприема почистване на стенсила, проверка за засъхнала в отворите паста, проверка дали пастата отговаря на изискванията на платката. Проверява се и при необходимост се увеличава натиска на ракела върху стенсила. Трябва да отбележим, че в етапа на проектиране на стенсила не бива да се оставят отвори по-големи от 2x2

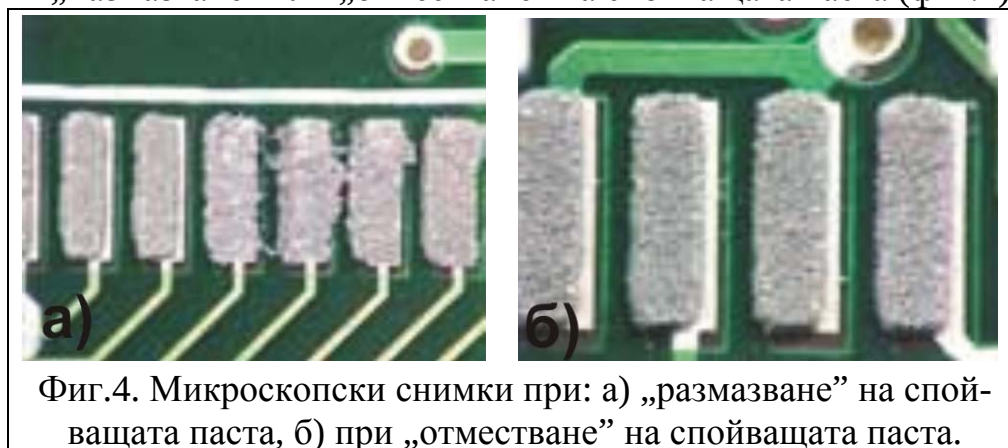


Фиг.3. Снимка на дефект поради липсваща паста

mm, а площадките на елементи, изискващи големи медни площи се проектират в стенсила като мрежа с отвори не по-големи от гореуказаните

Таблица 1. Причини за недостатъчно количество спойваща паста върху контактните площадки по отношение на възникналите дефекти		
Причина за дефекта	Sn63 Pb37	Sn96.5 Ag3.0 Cu0.5
Частично запушване отворите на стенсила	Да	Да
Твърде големи частици съставлящи спойващата паста	Не	Да
Грешно проектиран стенсил	Да	Да
Недостатъчен натиск на ракела	Да	Да

- „Размазване” или „отместване” на спойващата паста (фиг.4).



Фиг.4. Микроскопски снимки при: а) „размазване” на спойващата паста, б) при „отместване” на спойващата паста.

Този дефект обикновено възниква при лошо съвместяване на платката и стенсила и за отстраняването му е необходимо да се програмират отново и с по-голяма точност контролните репери.

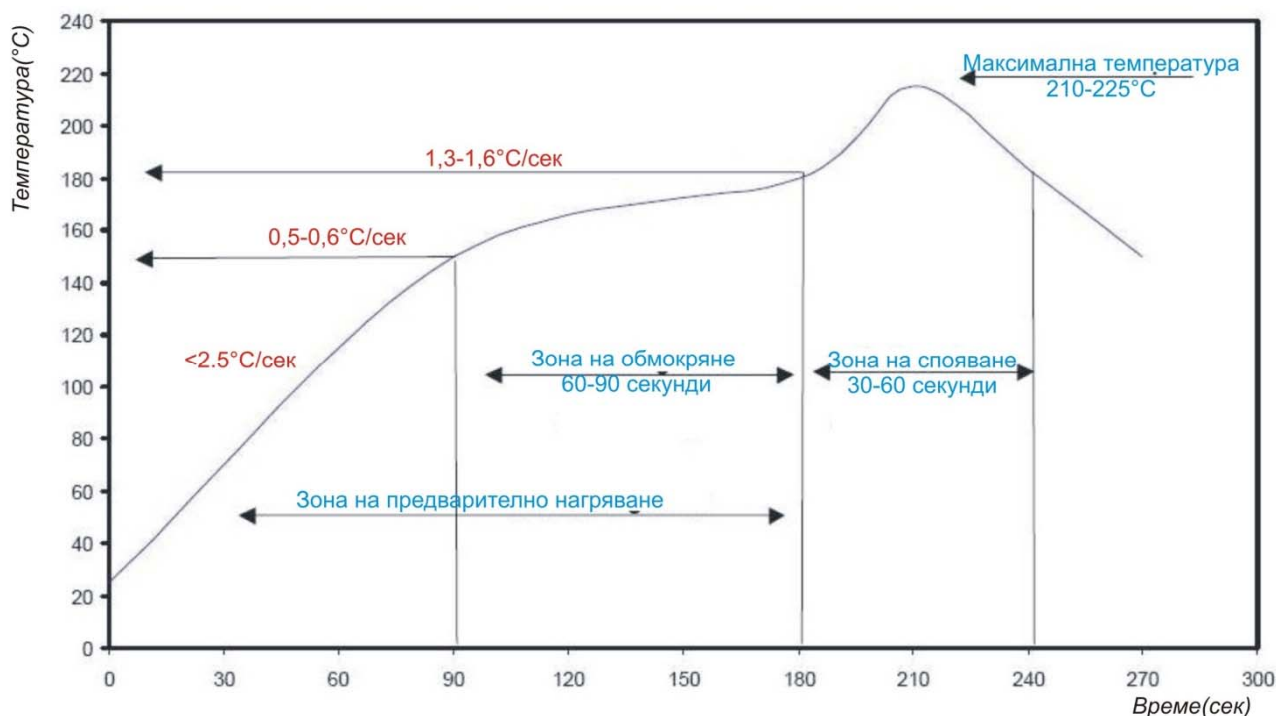
- Лошо разтапяне на спойващата паста в процеса на спояване.

Това също е един от често срещаните дефекти и се отстранява посредством подобряване технологичния режим на работа. Може да се срещне под няколко различни проявления.

Ако припоят е неравномерно разпределен по повърхността на контактните площадки във вид на полусферични острови, това е причинено от замърсяване на контактните площадки, ниска активност на флюса или твърде тънко финално покритие при HASL. Коригиращи действия се предприемат съответно според причината за възникване на дефекта: почистване повърхностите на платките преди процеса на нанасяне на спойващата паста, замяна на спойващата паста с такава, съдържаща по-активен флюс или връщане на нискокачествените платки на производителя им.

Отсъствието на добро обмокряне от спойваща паста върху контактните площадки и изводите на компонентите е признак, че съществува някакъв проблем с флюса – или има прегряване по време на процеса на спояване, което води до изгаряне на флюса и повторно окисляване на контактните повърхности, или флю-

сът е загубил защитните си свойства по време на предварителното нагряване преди спояване. И при двата случая се коригира температурния профил на пещта, така че формата и стойностите му да се приближат до идеалните (фиг.5).



Фиг.5. Идеален профил на пещ за спояване

Аналогично, ако наблюдаваме недобро обмокряне на всички или някои от изводите на големи интегрални схеми или такива с охлаждащ радиатор, това е признак, че температурният профил на пещта трябва да бъде променен, тъй като този тип корпуси изискват по-дълго време на загряване за образуване на добра спойка.

- Дефект „tombstone effect”.

Причината за възникване на този дефект е неравномерно разпределение на силите на повърхностното напрежение на противоположни изводи, което води до повдигане на единия край на компонента над контактната площадка. Такъв ефект се наблюдава, ако контактните площадки за компонента са неправилно проектирани с различни големина или ако някоя от тях е свързана с полигон от мед, без да е предвидено въвеждане на мостчета между площадката и останалата мед. Най-доброто разрешение на този проблем е препроектиране на платката.

- Наличие на зрънца спойваща паста след спояване (solder balls и solder beads).

Това е един от най-често срещаните дефекти. Причините за възникването му са предимно технологични и ще ги разгледаме по-подробно в табл.2, тъй като това са потенциални къси съединения.

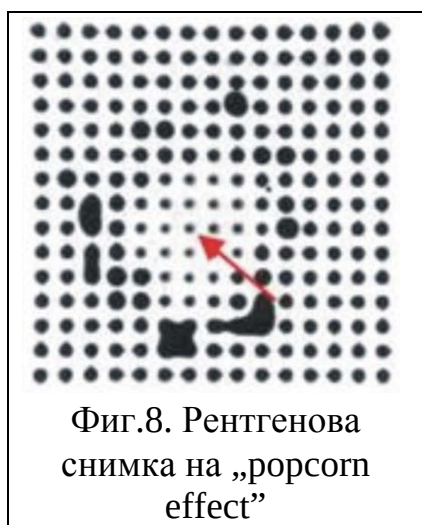
Таблица 2. Процентно съотношение на възникване на дефекти solder balls и solder beads

Визуално наблюдаван дефект	Причина за възникването му	Отстраняване на дефекта	Процентно съотношение на появянето на дефекта спрямо общата продукция
Големи зрънца спойваща паста непосредствено до изводите на компонентите или между тях (фиг.6)	- твърде голямо количество спойваща паста, нанесена в процеса на печат	В зоната на нанасяне на спойваща паста върху платката	12%
	- „размазване” на отпечатъка		3%
	- разливане на спойващата паста		17%
Наличие на малки зрънца спойваща паста върху контактните площадки, а спойка липсва или има ниска механична надеждност (фиг.7)	- лошо качество на спойващата паста	Следи се за спазване изискванията на производителите на спойващи пасты – да се отмива от стенсила паста, престояла върху него повече от 8 часа, времето между нанасяне на пастата и спояването да не е повече от 2-3 часа и стадия на стабилизация в пещта да не надвишава 1-2 минути	Не е наблюдаван в процеса на изследване
	- висока влажност в работното помещение		25%
	- дълъг интервал от време между нанасяне на пастата и спояването ѝ		15%
	- липса на флюс по време на спойката		6%
	- окисляване на частиците припой и спояваните повърхности		12%
Ако има малки зрънца спойваща паста върху платката, непосредствено около корпусите на компонентите и под тях	- малки частици прахообразен припой са се обединили в процеса на спойката, образувайки по-големи зрънца	Чрез промяна апертурите на стенсила	8%
	- бил е избран неправилен режим на спояване, което е довело до интензивно изпаряване на разтворителя на спойващата паста на етап предварително нагряване в пещта	Чрез коригиране температурите на профила	1%



- Дефекти, наблюдавани при компонентите в корпус BGA.

Тези компоненти са най-сложните от гледна точка на позициониране при автоматичен монтаж, спояване и контрол. Критериите за качество на монтаж са разгледани в стандарт IPC-A-610D [5], а изискванията към проектирането на платки с BGA корпуси – в стандарт IPC-7095A [2].



Един от най-разпространените дефекти е „porcupine effect”. Може да бъде установен само чрез рентгенов контрол (фиг.8). На монитора на рентгеновия апарат се вижда, че спойките под средата на чипа липсват (за това свидетелстват малките точки, които показват липса на механичен контакт), а по периферията има много къси съединения. Главната причина за възникване на този дефект е овлажняване на корпуса на компонента по време на съхранение. По време на спояването тази влага интензивно се изпарява и прави невъзможно или трудно спояването. Предотвратява се чрез съхранение в подходяща влагоустойчива опа-

ковка или изсушаване на компонентите, непосредствено преди монтирането им в пещ чрез нагряване при 125°C за 24 часа.

Други дефекти, установявани върху изводите на елементи от този тип са наблюдаемите чрез визуален контрол непълно разтопяване на спойващата паста в процеса на спойка (фиг.9) или наблюдаемите с рентген микропукнатини в спойката (фиг.10). И двата типа дефекти се дължат на неправилен температурен профил на спояване.

Разместването на компонентите в процеса на охлаждане след спояване, преди спойката да се е втвърдила, настъпващо в резултат на вибрации на конвейера, също както и неправилно зададените диаметри на отворите за запояване върху



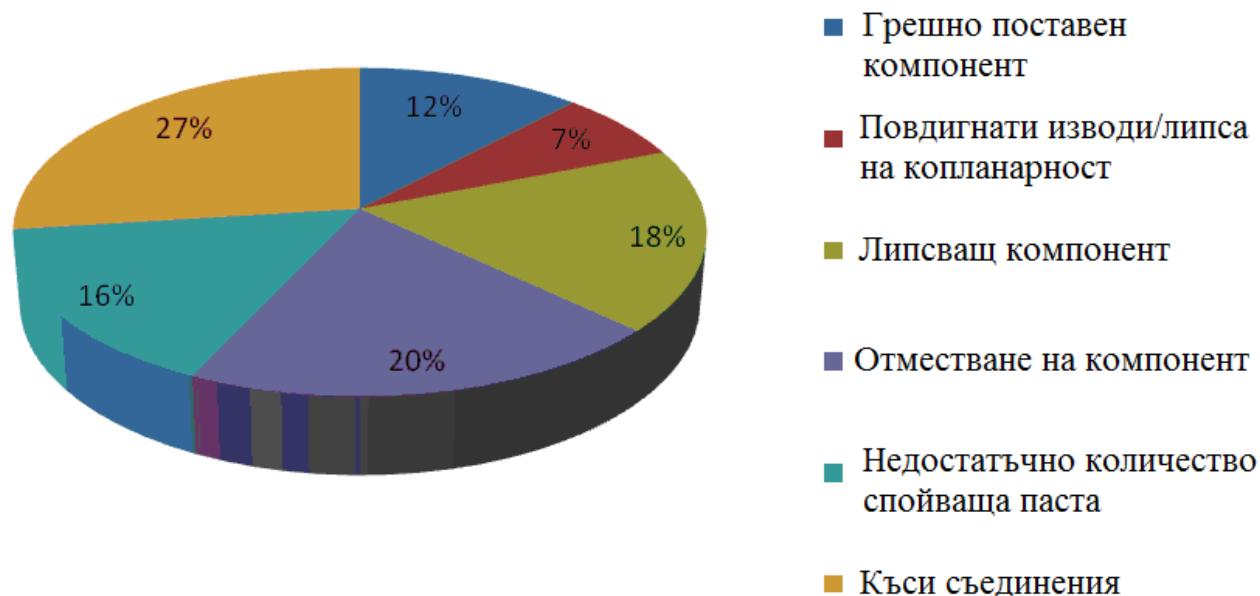
Фиг.11. Снимка от визуална инспекция за разместването на компоненти BGA по време на процеса на охлаждане

платките по време на разработването им водят до деформации и деструкции на спойките (фиг.11).

За да се предотвратят подобни дефекти се препоръчва да се намали скоростта на охлаждане на платките, да се стабилизира конвейера и да се следват изискванията на стандарти IPC7095A [3] и IPC7351 [4] при проектиране на платките.

В резултат от направените изследвания в процеса на реално производство и събраните статистически данни за типовете дефекти според вида на тяхното откриване,

данните могат да бъдат обобщени в графиката, показана на фиг.12.



Фиг.12. Процентно разпределение на дефектите според вида на тяхното проявяване

4. Заключение

Извършените изследвания доведоха до повишаване качеството на изделията, намаляване дефектите и загубите от преработване на платките. Важните условия, които се наложиха от извършения анализ на производствения процес са спазването на технологичните предписания, съблюдаване на изискванията на стандартите по качеството и въвеждане на междинен и краен контрол по цялата линия на производство, включително започвайки от процеса на проектиране и изработване на печатните платки, както и входящ контрол за материалите и компонентите, участващи в производствения процес. Усилията на проектанти, технолози и оператори с цел повишаване надеждността на изделията като резултат от извършеното изследване, се пренасочиха към преминаване от системи за контрол на качеството към система активни действия за осигуряване на високо качество на изделията.

Литература

- [1] Ning-Cheng Lee, Reflow soldering Processe and Troubleshooting> SMT, BGA, CSP and Flip Chip Technologies, LWP Limited, India, USA, 2012
- [2]SHI SHI Jian-wei,SONG Yao-zong, Solder Defects and Solutions in Reflow Soldering Process, Electronics Process Technology, No1, 2011
- [3] Eric Reno, Low-mass solution to 'tombstone' dilemma is identified, MDT, 2012
- [4] Стандарт IPC 7525
- [5] Стандарт IPC-A-610D
- [6] Стандарт IPC7095A
- [7] Стандарт IPC7351

Автори: Анна Андонова д-р, доцент - катедра „Микроелектроника“, ТУ София, E-mail address: ava@ecad.tu-sofia.bg; Симона Партинова, инженер, фирма „Pennatronics” Inc, California, Pennsylvania, USA, E-mail address: spartinova@pennatronics.com

Постъпила на 17.04.2013

Рецензент: доц. д-р Д. Тодоров

ОПИСАНИЕ МЕТОДОЛОГИЯТА НА АВТОМАТИЧЕН ВИЗУАЛЕН КОНТРОЛ ПРИ НАСИЩАНЕ НА ПЕЧАТНИ ПЛАТКИ

Симона Партинова, Анна Андонова

Резюме: В настоящата статия е направен системен анализ на процеса на автоматичен визуален контрол, реализиран посредством устройства за автоматична инспекция от второ поколение от серията Mirtec MV-7x, като е описана и методологията за автоматичен контрол с използване на тази система. Технологичната линия, върху която е прилагана настоящата методология е изградена и използвана във фирма „Pennatronics” Inc, California, Pennsylvania, USA.

Ключови думи: автоматичен визуален контрол, печатни платки, надеждност

DESCRIPTION OF METHODOLOGY FOR AUTOMATIC OPTICAL INSPECTION

Simona Partinova, Anna Andonova

Abstract: The present article is a systematic analysis of the process of Automatic Optical Inspection (AOI) performed using a Mirtec MV-7x system of the second generation. It describes the methodology of AOI using such a system as it is implemented at the PCB assembly line at „Pennatronics” Inc, California, Pennsylvania, USA.

Keywords: Automatic Optical Inspection (AOI), Printed Circuit Boards (PCB), PCB assembly, reliability

1. Въведение

В наши дни скоростта и ефективността на провеждане операциите по контрол на качеството на наситените печатни платки са параметри, които подлежат на оптимизация, тъй като те са определящи за цената и за повишаването на надеждността на крайното изделие. Инвестирането в система за автоматичен визуален контрол осигурява по-добро съотношение между цена и качество на електронните устройства.

При използване на технологията за контрол на качеството на наситени печатни платки чрез автоматичен визуален контрол могат да бъдат посочени следните предимства [1, 2]:

- диагностика, осъществявана без влияние на субективен фактор, т.е възможността за пропуснати дефекти от оператора се снижава практически до нула;

- възможност за ранно откриване на дефекти, възникнали в процеса на насищане и тяхното своевременно отстраняване преди процесите на тестване и настройка;

- възможност за установяване на технологични дефекти, още в процеса на насищане, което улеснява ранното коригиране на технологията още на етап „опитен образец”, или практически, при първа наситена печатна платка.

Това е най-същественият плюс на системата, тъй като позволява контрол върху технологичния процес върху цялата конвейерна линия от нанасянето на спойваща паста до спояването.

При осигурена добра обратна връзка на ниво технология и чрез използване средствата на анализа на дефектите, както и с прилагане методите на статистическото управление на процесите може да се реализира повишаване на качеството и понижаване на цената на изделията, като се съсредоточат ресурси върху решаване на главните проблеми, например върху дебелината на нанасяне на спойващата паста или за повишаване скоростта на насищане на компонентите.

Таблица 1-Сравнение на инспекцията на оператор и на машина за автоматичен визуален контрол



Минимизирането на честотата на пропускани дефекти към следващата контролна операция (рентгенов контрол или вътрешно-носемно и функционално тестване) снижава загубите за ремонт и опростява хардуерните тестваци установки.

Очевидно е, че не могат да бъдат допуснати критични дефекти да останат незабелязани по време на визуалния контрол, защото това ще доведе до влошаване на качеството.

В табл.1 е показан резултата от сравняване на визуална инспекция от оператор и от автоматичен визуален контрол. За целта на експеримента са изследвани 350 платки наситени с компоненти със следните параметри: брой компоненти на платка - 240, компоненти с отстояние между изводите 20 mils - 1, PLCC компоненти - 1. Платките са проверени от четирима оператори с използване на микроскоп с увеличение 30 пъти и лупа с 5 пъти увеличение. Операторите са разположени във възлови точки по конвейера, но след тях обаче качеството се проверява посредством автомати за визуален контрол.

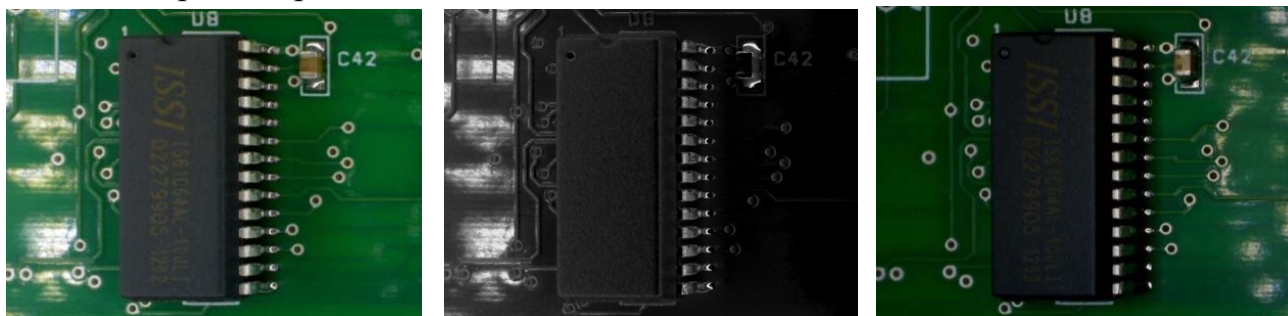
Резултатите от изследването показват, че има много фактори, които могат да повлияят на качеството на проверката, извършена от оператори, които не могат да поддържат еднаква ефективност през целия ден, което е естествено и неизбежно. Само машини могат да изпълняват многократно и последователно окачествяване без пропуски, произтичащи от субективен фактор.

Най-важният елемент от процеса на инспекция е възможността на оператора да установи точното местоположение на дефекта, правилно да установи неговата природа и причини за възникване, както и мерките необходими за отстраняването му. Съпоставяйки различни машини за автоматичен визуален контрол, трябва да се вземат предвид някои техни основни функции и ограничения (табл.2). В табл.2 са сравнени по технически характеристики и функционални особености машини от серията MV-7 произведени от MIRTEC и YTV F1 на Acrosemi. Трябва да се отбележи че машините от серията MIRTEC MV-7 са проектирани за контрол както по време на процеса на монтаж на платките, както непосредствено преди спояването, така и след него, така че те могат да бъдат поставени на две места в конвейера – преди и след reflow печта. Машините от серията YTV F1 са по-универсални и могат да работят във всяка точка от поточната линия. Те могат да бъдат конфигурирани за проверка качеството на печата на спойващата паста, преди и след „рефлоу“ както и на позицията за краен контрол.

Табл.2. Сравнение на машини за автоматичен визуален контрол		
Характеристики и ограничения	MV-7	YTV F1
Разпознаваеми дефекти	-За компонентите: позиция, отсъствие, грешен компонент, полярност, стойност -За изводите на компонентите: повдигнати, къси съединения -Проверка за копланарност на BGA - За спойки: липсващи, къси съединения, solder balls	-За компонентите: позиция, отсъствие, грешен компонент, полярност, -За изводите на компонентите:огънати, повдигнати, къси съединения - За спойки: липсващи, къси съединения, solder balls - За печат на спойваща паста
Максимален размер на платките	660 x 510mm (25.9" x 20.1")	560mm x 510mm (22" x 20")
Минимален размер на компонентите	01005	0201; 01005
Височинно разположение на компонентите спрямо камерата – top side	45mm (1.77")	50mm (2")
Височинно разположение на компонентите спрямо камерата - Bottom Side	50.8mm (2.0") измерено от долната повърхност на платката	50mm (2")
Характеристики на камерите разположени отгоре	5M pixel (2,456 x 2,058) резолюция /цветна	Thin Camera™ цветни камери с резолюция 1280 x 1024; 25 micron pixel
Бар- код опознавател/четец	2D и 3D разпознаване на бар-код	Опционална бар-код камера
Характеристики на страничните камери	Четири 5M pixel (2,592 x 1,954) резолюция /цветни	
Скорост на контрол	5,968 mm ² / sec (9.250in ² / sec)	До 5in ² / sec

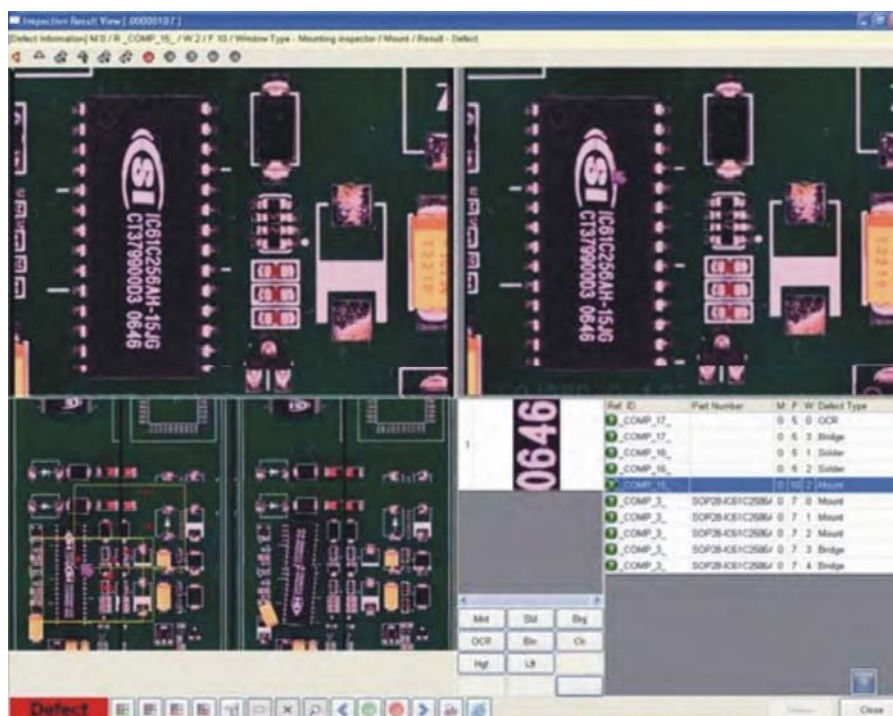
2. Методология на автоматичния визуален контрол

Автоматичният визуален контрол е автоматизиран контролен процес, извършван върху печатни платки в процеса на насищането им. Машината, посредством набор от камери, визуално сканира осветената от светлинни източници повърхност на обследваната платка. Броят на камерите, светлинните източници и осветителните техники, както и алгоритмите за инспекция варират в зависимост от вида и модела и системата. В най-общия случай камерите, разположени под различни ъгли „обхождат“ повърхността и показват детайли от нея чрез визуализация върху монитор (фиг.1). Това трябва да бъде взето под внимание при проектиране на платките, като компонентите се разполагат така, че високите от тях да не пречат при огледа на по-ниските.



Фиг.1. Визуализация на компонент с различна осветеност и под различен ъгъл

По време на автоматичния визуален контрол се откриват дефекти като неправилно нанесена спойваща паста, прекъснати печатни проводници, нарушения на технологичния допуск за минимални отстояния между компонентите, неправилно спояване, къси съединения, отместени или завъртени от позицията си компоненти, неправилна ориентация на поляритета, замърсявания по повърхността на платката, а също така погрешно монтирани типове компоненти.



Фиг.2. Дисплей на софтуера

Софтуерът на системите за визуален контрол се характеризира с лесен за използване графичен интерпретатор, позволяващ на оператора бързо да установи типа на дефекта, като едновременно с това може да проследява статистическите и програмираните данни (фиг.2) [2].

2.1. Системен анализ на автоматичния визуален контрол

Съществуват две основни концепции за използване на системите за автоматичен визуален контрол, а именно: еднократна инспекция на края на конвейера на производствената линия за автоматичен монтаж; проследяване на процесите посредством няколкократно инспекция по цялата технологична линия, както е показано на блоковата схема на фиг.3. В първия случай системата не осигурява всеобхватен анализ и е необходимо използването на допълнителен рентгенов контрол за установяване качеството на спойките, като дори в този случай не могат да бъдат предотвратени загуби от бракувани изделия. Те могат да бъдат избегнати или значително намалени при мониторинг на всяка операция. Така организирана производствена линия се счита за оптимална по отношение на качеството [3].

Изградена конвейерна линия, работеща по този алгоритъм осигурява мигновена обратна връзка при възникване на дефект и своевременно му коригиране, както и корекция на технологичния процес за по-нататъшното му избягване.

В табл.2.а. са показани дефектите, възникващи при процеса на асемблиране на печатни платки в зависимост от момента на възникването им, както и диагностицирането им от системата за автоматичен визуален контрол.

На базата на табл.2.а. може да бъде направен анализ на дефектите, а също на честотата и място на тяхното възникване, след което могат да бъдат предприети необходими и препоръчителни коригиращи действия.

В табл.3 са обобщени резултатите от изследвания, направени върху четири партии платки на различни клиенти, като за всяка партида са отчетени разходите, направени за ремонт на дефектиралите в процеса на производство платки, в зависимост от точката от конвейера за производство, в която са били установени тези дефекти. Разходите са дадени в проценти от общите разходи за ремонт при дефектиране. Изследването не отчита дефекти, настъпили по време на работа на изделията при клиента и върнати за доработка /или ремонт, но по своята същност е достатъчно пълно, за да могат резултатите му да се вземат предвид при анализиране на необходимостта от въвеждане на автоматичен визуален контрол и да покаже точките от конвейера, в които трябва да се разположи инспекцията.

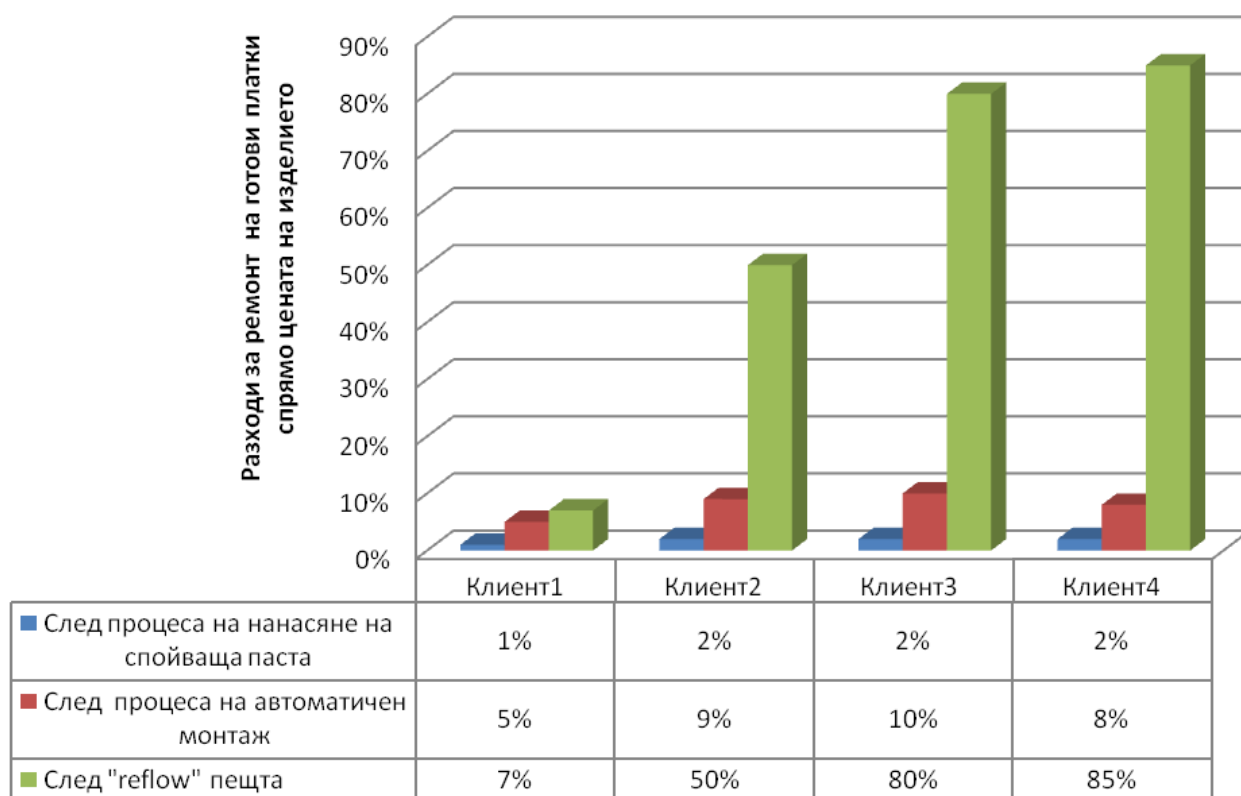
Изследването е извършено в период от два месеца в условията на реално производство на фирма „Pennatronics” Inc, California, Pennsylvania, USA и обхваща както брой платки както следва: За Клиент 1 – 480 платки, за Клиент 2 – 60 платки, за Клиент 3 – 200 платки и за клиент 4 – 500 платки. От графиката към табл.3 се вижда, че независимо от местоположението на настъпване на дефекта, колкото по-късно на конвейерната линия той е установен, толкова по-високи са разходите за отстраняването му, изчислени в загуби от труд и компоненти.



Фиг.3. Блокова схема на производствен процес на насищане на печатни платки, включващ автоматичен визуален контрол

Табл.2.а Видове дефекти според диагностицирането им			
Тип на дефекта	След нанасяне на спойваща паста	След автоматичен монтаж	След спояване
Недостатъчно количество паста	+	+	
Запушени отвори	+	+	
Къси съединения (от паста)	+	+	
Размазване/разливане на пастата	+	+	
Пропуснат компонент		+	+
Изкривен компонент		+	+
Полярност		+	+
Отместен компонент		+	+
Грешен компонент		+	+
Огънат или счупен извод на компонент		+	+
Излишно количество паста			+
Лоша спойка			+
Късо съединение			+

Таблица 3 - Релативно разпределение на разходите за ремонт на дефектирали платки



2.2 Ред на работа при използване на системи за автоматичен визуален контрол

- **Програмиране:**

Процесът на автоматичен визуален контрол се стартира с изработване на програма за инспекция. Съществуват няколко метода на „обучение“ на инспектиращата система, но двата най-разпространени от тях са „Алгоритмично програмиране“ и „Визуално съвпадение“.

Алгоритмичното програмиране е по-сложен метод, базиран върху специализиран софтуер, чрез който се създават програми за всеки наблюдаван обект, като се задават измервателни алгоритми за наблюдение. Обикновено при този метод се използват файлове, получени от системата за автоматично проектиране. Основният недостатък на този метод е по-голямото време за първоначално „обучение“ на системата.

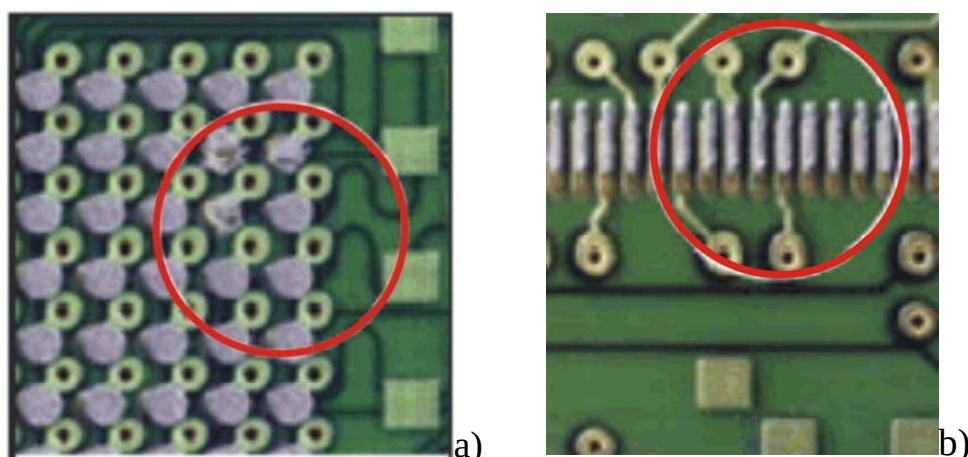
Методът на визуално съвпадение е изцяло базиран върху въвеждане на еталонна платка в системата под формата на изображения, отчитащи всеки обект с неговите специфични особености. След това обследваните платки се инспектират чрез съпоставяне на изображението на еталона и на платката за наблюдение и всяко несъвпадение се посочва като грешка. Операторът взема решение дали изображението на монитора показва дефект или е допустимо отклонение, което съответно може да бъде въведено в системата под формата на ново изображение с цел допълнително „обучаване“ на програмата или евентуални последващи

действия и наблюдения. Някои от системите за автоматичен визуален контрол имат възможност за програмиране извън процеса на производство, което води до намаляване на времето за въвеждане в производство на ново изделие, чрез намаляване времето за престой на конвейера.

Допуските и отклоненията от зададените от еталона параметри на всеки елемент на платката (компоненти, шина, спойка и прочие) се въвеждат в програмата предварително, с цел да се включват или изключват от системата нови дефекти. Въведените веднъж данни за отделните елементи на дизайна се съхраняват в бази данни, така че всеки от тях да може да бъде използван в различна конфигурация при програмиране на автоматичен визуален контрол на друга платка.

- Визуален контрол след нанасяне на спойващата паста

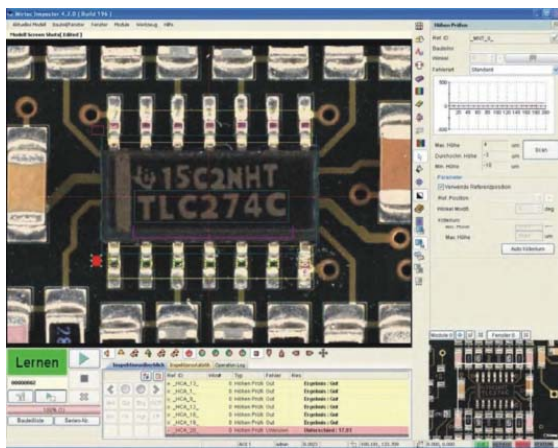
На този етап от насищане на платките автоматичният визуален контрол има за цел да потвърди или отхвърли правилното нанасяне на пастата и/или точките лепило върху повърхността. Обект на наблюдение са контактните площадки на компонентите. С помощта на различни режими на осветяване се провежда наблюдение и сравнение на нанесените паста или лепило. Следи се за недостатъчно или излишно количество паста (фиг.4.а и фиг.4.б), размазване на пастата, координатно отместване на печата, големина на точките лепило и правилното място на тяхното разположение. Констатираните евентуални дефекти водят до коригиране на технологичния процес, съответно според причината на възникването на дефекта – корекция на силата на натиска на rakelа, по-добро съвместяване на стенсила, намаляване/увеличаване количеството лепило, корекция в координатите на нанасяне или съвместяващите репери, дори ако е наложително изработването на нов стенсил.



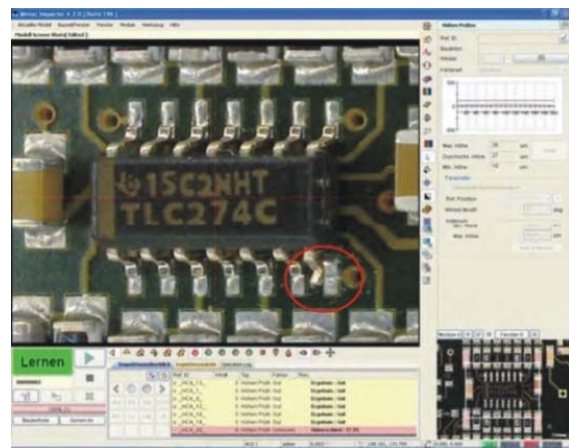
Фиг.4. Дефекти при нанасяне на спойваща паста

- Визуален контрол след автоматичния монтаж на компонентите

Предмет на проверка са отсъствието на компоненти, неправилното им разположение върху платката, полярността и верността на монтиране на типовете компоненти. Проверява се също за огънати, счупени изводи (фиг.5.а и фиг.5.б), отсъствие на копланарност (фиг.6).



a)



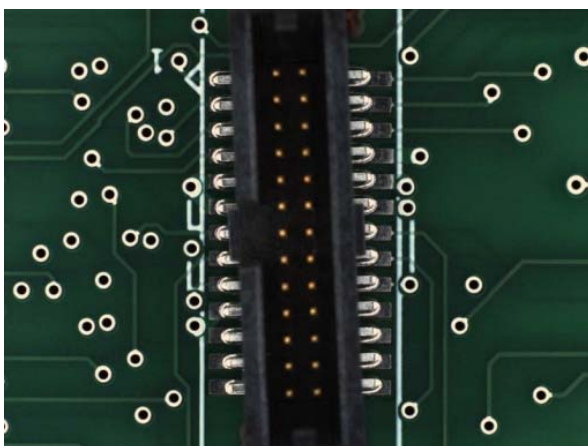
b)

Фиг.5. Регистриране на изкривен и повдигнат извод на компонент: а) визуализация от горна камера и б) странична камера

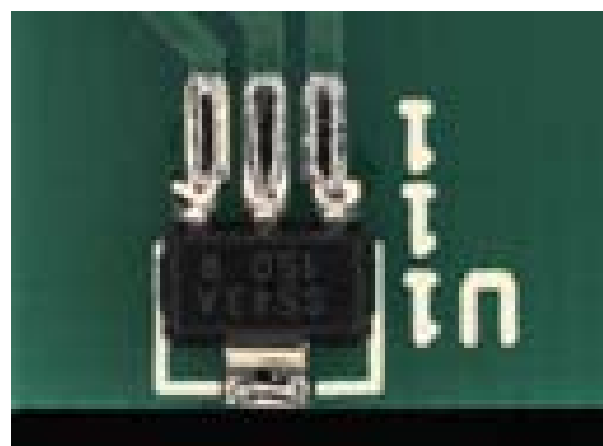
На този етап на технологията отстраняването на дефекти от оператора на конвейера е лесно, защото не се налага разпояване на вече споен компонент. При появяването на дефект, който е причинен от грешка в производствения процес, като например грешна ротация на компоненти или сгрешена полярност, още при първите инспектирани платки, процесът може да се коригира без да се налага спирането му. По този начин се предотвратява на бракуване на скъпо струващи компоненти или преработване на разполагането на такива с малка стъпка.

- Визуален контрол след спояване

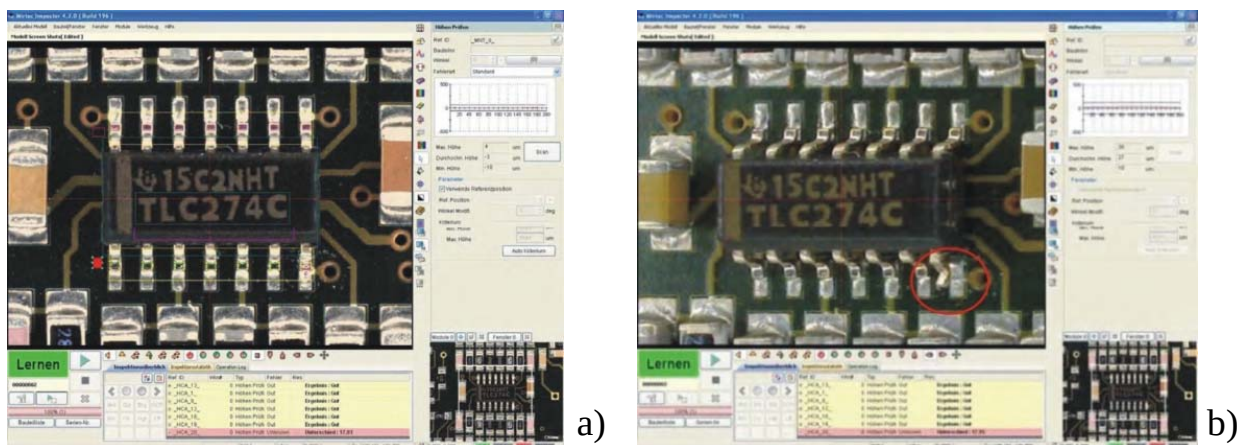
На този етап се провежда анализ на цялостността на спойките (фиг.7), проверява се за къси съединения, отместване на компонентите повече от допустимото от прилаганите стандарти и вертикално повдигане на единия край на компонентите, вследствие неравенство на силите на повърхностно напрежение на спойващата паста върху контактните площадки в процеса на спояване (фиг.8)



Фиг.6. Отместване на компонент



Фиг.7. Фрактура на спойка



Фиг.8. Дефект “tombstone”: а)визуализация от странична камера и
б) една от горните камери

3. Заключение

Доколкото непрекъснато се повишават изискванията към качеството на наситените печатни платки, то за фирмите, работещи в това направление основна цел е повишаване на надеждността на производството едновременно с понижаване на цената на готовите изделия.

Дефектите върху печатните платки могат да възникнат по време на всеки от процесите на производствената линия. Експериментално се доказва, че прилагането на системи за автоматичен визуален контрол само в края на линията не е оправдано от гледна точка на икономическите загуби от труд за ремонт и материали. По-доброто решение за предотвратяване на тези проблеми е разполагането на такива системи за контрол във възлови точки от производствения процес.

Литература

- [1] http://www.acrosemi.com/eng_YESTech_AOI_YTVF1.htm
- [2] *Mirtec MV-7 Series Inline AOI Systems* - 2009 MIRTEC Co.
- [3] *Datasheets and methodology of AOI by Tyco Electronics Automation Group*, www.automation.tycoelectronics.com ;

Автори: Симона Партинова, инженер, фирма „Pennatronics” Inc, California, Pennsylvania, USA, E-mail address: spartinova@pennatronics.com; Анна Андонова д-р, доцент - катедра „Микроелектроника”, ТУ София, E-mail address: ava@ecad.tu-sofia.bg

Постъпила на 17.04.2013

Рецензент: проф. д-р А. Бекярски

АНАЛИТИЧНО ОЦЕНЯВАНЕ НА ЗАКЪСНЕНИЯТА В ЛОКАЛНИ МРЕЖИ ОТ КОНТРОЛЕРИ

Николай Р. Каканаков

Резюме: *Работата представя методология за математическо моделиране на закъсненията в локални мрежи от контролери. Представен е кратък преглед на математическия апарат и са анализирани основните му приложения и проблемите при тях. Направен е анализ на начините за избор на параметри на модела, за получаване на най-точни резултати. Методологията е демонстрирана с пример, типичен за системите за мрежов контрол и следене.*

Ключови думи: *Мрежова математика, Комуникационни мрежи, Качество на услугата*

ANALYTICAL ESTIMATION OF THE DELAYS IN LOCAL NETWORKS

Nikolay Kakanakov

Abstract: *The paper aims to present a methodology for mathematical evaluation of the delays in local computer (or controller) network. A basic introduction to the popular apparatus of Network Calculus is present and further analysis on its strengths and weaknesses are provided. A brief discussion about the applications of Network Calculus is presented and the methodology for investigation is defined. The methodology is demonstrated with example scenario similar to a common measurement and control system.*

Keywords: *Network Calculus, Communication Networks, Quality of Service*

1. Въведение

Приложенията на комуникационните мрежи се разширяват постоянно. Терминът „компютърна“ мрежа вече може да се счита за непълен – в нея има свързани устройства, различни от персоналните компютри. Нуждата от постоянен обмен на информация между хора, устройства и организации поставя нови изисквания при проектирането на софтуерни и хардуерни приложения. Стандартите и технологиите, използвани в локалните компютърни мрежи, се адаптират и прилагат в мрежи от сензори, мрежи от устройства, мобилни мрежи, автоматика, телемедицина, теленаблюдение. Докато някои от тези приложения използват специализирани реализации на каналния слой и реализират отгоре TCP/IP комуникация, други разчитат на популярния Ethernet. Много мрежови приложения имат изисквания не само към пропускателна способност, но са чувствителни към закъснения. При такива приложения се налага гарантиране на качеството на услу-

гата (QoS). В повечето случаи, за да се гарантират изискванията на приложението, е необходимо още при проектирането да се провери дали изискванията са изпълними с наличната на пазара техника.

За приложенията, които трябва да работят в реално време, закъсненията трябва да са предвидими и да влизат в определени рамки. За такива реализации е необходимо да се приложи детерминистичен математически модел на комуникацията. Най-подходящи за целта са т.нар. Мрежова Математика (Network Calculus). За разлика от класическата теория на опашките, този апарат позволяват намиране на граничните, не средните стойности и то за отделните потоци в мрежата, не за агрегирания трафик.

2. Основи на Мрежовата Математика (Network Calculus)

Мрежовата Математика е колекция от теореми и изчислителни модели, базирани на Min-Plus алгебрата, които са приложени върху детерминистични системи от опашки в комуникационните мрежи. Те са модел, подобен на теорията на системите, но прилагат различна алгебра - събирането е заменено с намиране на минимум, а умножението - със събиране. Основите на Мрежовата Математика са поставени от изследванията на Круз [1, 2] върху поведението на трафика в комуникационни мрежи и изследванията на Парек и Галахър [3, 4] върху обслужването на трафика в мрежовите възли и „честното“ управление на опашки (Generalized Processor Sharing – GPS).

Основните входни параметри на Мрежовата Математика са: крива на пристигане на трафика, крива на обслужване на мрежовите възли и маршрут на трафика през възлите. Кривата на пристигане се дефинира чрез функцията, представяща кумулативната промяна във времето на броя битове, достигнали до мрежата. Кривата на обслужване се дефинира чрез функцията, представяща кумулативната промяна във времето на броя обслужени битове в даден мрежов възел. В повечето случаи тези функции са неравномерно нарастващи стъпаловидни функции. За да се приложи успешно апарата на Min-Plus алгебрата, тези функции се опростяват, като се представят като прави линии (или суми от прави линии), доближаващи се асимптотично до реалната [1, 3, 5].

2.1. Криви на пристигане

Математически кривите на пристигане се изразяват със следната дефиниция:

Дефиниция 1 (Крива на пристигане): Ако имаме постоянно нарастваща функция $\alpha(t)$, дефинирана за всяко $t \geq 0$, то можем да кажем че поток $A(t)$ е ограничен от крива на пристигане $\alpha(t)$, ако за всяко $t \geq s \geq 0$ важи следното:

$$A(t) - A(s) \leq \alpha(t - s) \quad (1)$$

Най-простия пример е периодичен трафик с еднакви по размер пакети. Кривата му на пристигане представлява стъпаловидна функция, но най-често се представя чрез права линия с наклон, равен на отношението между размера на пакета и периода. Трафикът в комуникационните мрежи може да се разглежда с приближение като т.нар. 'token bucket' (моделиран по метода на „кофа с жетони“).

Такъв трафик се описва с функция на права с начало размер на кофата и наклон – скоростта на изпразване на кофата. При работа с Интернет трафик, и при реализиране на качество на услугата, най-често се използват криви на пристигане от типа T-Spec, изразен с уравнението:

$$\alpha(t) = \min\{M + p.t, rt + b\}, \quad (2)$$

където параметрите са максимален размер на пакета – M, максимална скорост – p, средна скорост – r и брой пакети, които могат да се изпратят наведнъж (burst) – b. Наименованието произлиза от Traffic Specification [1, 5, 6].

2.2. Криви на обслужване

Дефиниция 2 (Крива на обслужване): Нека имаме мрежов елемент с входящ поток $B(t)$ и изходящ поток $B^*(t)$. Този мрежов елемент предоставя на потока крива на обслужване $\beta(t)$, ако съществува такова s, дефинирано за всяко $t \geq 0$, и $t \geq s \geq 0$ и удовлетворяващо следното неравенство:

$$B^*(t) - B(s) \geq \beta(t - s). \quad (3)$$

Най-простия пример е т.нар. сървър с постоянна скорост на обслужване. При него се дефинира крива на обслужване от типа $R.t$, където R е скоростта на обслужване (бита за секунда). Повечето устройства в Интернет използват IntServ, DifServ или RSVP за дефиниране на качеството на услугата. В такива случаи най-често кривата на обслужване се представя като R-Spec, дефинирана с скорост на обслужване (R) и отместване от началото на абсциса (S). Отместването физически представлява фиксираното закъснение от преминаване през устройството. Така се получава формулата

$$\beta(t) = R.[t - S]^+, \quad (4)$$

където операторът $\exp^+$ означава, че ако изразът е отрицателен, се замества с 0. Това отразява невъзможността да има отрицателно обслужване [2, 5, 7].

2.3. Свойства на Мрежовата Математика

Мрежовата Математика позволява чрез кривите на пристигане и обслужване да се определят границите на запълване на буфера на мрежовия елемент (запас на системата) и закъснението от престой в него. Това са две от основните теореми в Мрежовата Математика. Запасът (запълването на буфера) в системата се определя от вертикалното разстояние между кривите α и β (или между $A(t)$ и $B(t)$), а закъснението – от хоризонталното. Друга важна теорема дефинира връзката на кривите на пристигане и обслужване с кривата на напускане:

$$\beta(t) = \sup_{s \geq 0} [\alpha(t + s) - \beta(s)], \quad (5)$$

където $\sup$ изразява супремум (максимум в отворен интервал). Тази теорема произтича от дефиницията за крива на обслужване, но се дава във вид, по-удобен за изчисления [1, 5].

Ако приложим тези три теореми за типичните криви на пристигане (кофа с жетони) и обслужване – R-Spec (4), получаваме следните формули за закъснението (6), запаса (7) и кривата на напускане (8):

$$D \leq S + b / R \quad (6)$$

$$B \leq b + r.S \quad (7)$$

$$\beta = b + r.t + r.S \quad (8)$$

От тези формули могат да се изведат следните зависимости: закъснението не зависи от скоростта на трафика; запасът в системата не зависи от скоростта на обслужване на мрежовия възел; най-силно влияние върху запаса и закъснението оказва броят пакети, които могат да се изпратят наведнъж (burst size); изходният поток може да има увеличение на броя пакети, изпратени наведнъж с данните, натрупани от входния поток в периода на забавяне в мрежовия възел [1, 5].

Допълнително свойство на Мрежовата Математика е възможността да се изчисли закъснението от край до край при поредица от възли, като се знае маршрута на даден трафик в мрежата. Кривата на напускане на всеки възел се явява крива на пристигане на следващия. Системата от възли се конкатенира и се представя с една крива на обслужване. За система от два възела кривата на обслужване се представя с уравнението:

$$\beta^{1,2} = \inf_{t \geq s \geq 0} [\beta^1(s) + \beta^2(t-s)], \quad (9)$$

където $\inf$ изразява инфинум (минимум в отворен интервал). Точно на базата на това свойство по-сложните системи се разделят на поредица от по-прости или група мрежови възли се замества с един [1, 5].

Разглежданите дотук криви на обслужване описват мрежовия възел и как той обработва агрегирания трафик. За да се определи услугата, предоставена на всеки поток в зависимост от останалите, е необходимо да се знае механизма на мултиплексиране. Базовите разработки в Мрежовата Математика се съсредоточават върху няколко основни механизма за мултиплексиране – серийно (FIFO), приоритетно, обобщено споделяне на ресурса - GPS, WRR (Weighted Round Robin). Те се представят като R-Спес криви, но с модифицирани параметри. Преглед на най-разпространените криви на обслужване при различни механизми за мултиплексиране е представен в [7]. При FIFO обслужване всеки поток се обслужва със скорост, зависеща от скоростта на пристигане на другите потоци, като забавянето зависи от броя едновременно изпратени пакети от най-агресивния от другите потоци:

$$R_i = R - \sum_{j \neq i} r_j, \quad S_i = S + \frac{\sum_{j \neq i} b_j}{R} \quad (10)$$

При обслужване с фиксиран приоритет, потока с най-висок приоритет се обслужва непосредствено с цялата налична скорост, но може да се наложи да изчака пакети, които се обслужват в момента, дори и да са с по-нисък приоритет:

$$R_i = R - \sum_{j > i} r_j, \quad S_i = S + \frac{\sum_{j > i} b_j}{R - \sum_{j > i} r_j} + \frac{\max(M_j; j < i)}{R}. \quad (11)$$

При WRR обслужване скоростта, която се пада на всеки поток би трябвало да зависи само от квотата, която му е присвоена. На практика потока не е флуиден, затова трябва да се отчете размера на пакетите на другите потоци:

$$R_i = R \cdot \frac{w_i - M_i}{\sum_j w_j - M_i}, \quad S_i = S + \frac{\sum_{j \neq i} w_j}{R}. \quad (12)$$

Ако за всеки възел в мрежата се определи наблюдаван трафик – $\alpha^t(t)$ и фонов трафик – $\alpha^c(t)$, то може да се изведе зависимост на кривата на обслужване, предоставяна на наблюдавания трафик от този възел – $\beta^t(t)$:

$$\beta^t(t) = [\beta(t) - \alpha^c(t)]^+, \quad (13)$$

където $\beta(t)$ е кривата на обслужване на самия мрежов възел. Това уравнение представя идеята за т.нар. остатъчни (leftover) криви на обслужване, но на практика точната формула зависи от механизма за мултиплексиране в мрежовия възел. Ако в един мрежов възел влизат набор от потоци, то кривата на пристигане на агрегирания поток е равна на сума от кривите на пристигане на отделните потоци. Това свойство може да се използва при изследване на един тип трафик спрямо всички останали – тогава останалите трафици се агрегират и се представят като един [7].

2.4. Проблеми в Мрежова Математика

Базовите формулировки в Мрежовата Математика използват флуиден модел, където данните се разглеждат като непрекъснати и недискретни. Този модел не може да отчете нерегулярността от потоците с променливи рамери, преминаващи през мрежови възли със store-and-forward мултиплексиране (изчаква се пристигането на целия пакет преди да се анализира). За да се отчетат подобни нерегулярности, се въвежда концепцията за пакетизатор (packetizer). Идеята е да се раздели системата на мултиплексор с флуиден модел и пакетизатор, който забавя потока докато целия пакет се формира. Така, за система с крива на обслужване $S(t)$ и максимален размер на пакета $l_{\max}$, получаваме $[S(t) - l_{\max}]^+$ като крива на обслужване [8].

Друг съществен недостатък е, че системата се приема като работеща без загуба на пакети. Реалните системи със загуби могат да се моделират като тандем от флуиден мултиплексор без загуби и устройство за филтриране на пакети (traffic clipper). Подобно на регулатор, устройството за филтриране гарантира, че изходящия поток е в определена рамки, но не чрез забавяне, а чрез отхвърляне на пакети – т.е. това е устройство без вътрешен буфер. Тази концепция се въвежда за пръв път от Круз и Танеха [9].

Друг проблем при използването на Мрежовата Математика е, че прекалената абстракция на даден трафик прави изчисленията стойности за закъснението и запаса завишени. От друга страна, определянето на точни рамки на трафика може значително да усложни изчисленията, дори да ги направи невъзможни. Трудно е да се определи баланса между точност на резултата и сложност на изчисленията. Едно възможно решение е дискретизация на работния интервал с определена точност, за да се ограничи броя междинни изчисления. Пример за стесняване на границите, без да се увеличи значително изчислителната сложност, е заместването на представянето на трафика от моделиран с „кофа с жетони“, с моделиран по T-Spec.

3. Приложение на Мрежовата Математика

Основните приложения на Мрежовата Математика при изследване на локални мрежи могат да се разделят в две насоки – определяне на границите на закъснението и запаса в системата за всеки поток под влияние на останалите; определяне на най-добрите параметри на даден входящ в мрежата поток, за да се постигнат изискванията на всички потоци за качество на услугата (формиране на трафика – traffic shaping). Допълнително Мрежовата Математика се прилага в проектирането на мрежови протоколи и приложения, работещи върху системи с ограничени ресурси, като се използва възможността за определяне на максималните стойности за запаса в системата, откъдето могат да се предвидят размерите на необходимите буфери и памети.

В първата насока, като изходни данни се ползват кривите на пристигане на отделните потоци в мрежата и кривите на обслужване на мрежовите възли, а целта е да се определи максималното закъснение в мрежата. Докато в локални компютърни мрежи стохастичният анализ добива популярност, в сферата на автоматиката, системите за контрол, авиацията и автомобилистиката, предсказуемостта е критична. Закъснението в една система за контрол води до нестабилност и нужда от пренастройка. Анализ на влиянието на мрежовите закъснения върху стабилността на системи за контрол са представени в [10] и са описани на базата на Мрежова Математика и регулатор на Смит.

Втората насока решава обратната задача – определяне на скорост на изпразване и размер на кофата при моделиране с „кофа с жетони“, за да се постигне закъснение в определени граници. Тази задача е типична за определяне на качеството на услугата. За някои мрежови приложения, в мултимедийни системи, в системите за измерване и контрол, в автоматиката и други се прилага моделиране на потоците от данни така, че да се постигнат минимални закъснения за определен тип трафик. Това позволява да се зададат параметри за приоритетно обслужване в мрежовите възли на базата на предварителни изчисления за граничните условия.

3.1. Методика на изследването с Мрежова Математика

Първата стъпка е да се определи маршрута на всеки поток и да се изрази като последователност от възли без цикли. Следващата стъпка е да се определят кривите на обслужване на всеки от възлите. В повечето случаи параметрите на кривата на обслужване на мрежовите възли може да се извлекат от данните на производителя – скорост на обработка (пакети в секунда), скорост на входящ/изходящ интерфейс, време на достъп от мрежов интерфейс до централно обработващо устройство (процесор). Така лесно се дефинират параметрите на R-Spec кривата.

Следващата стъпка е да се определят всички потоци в мрежата и да се определи на кой възел се вливат и на кой възел излизат от изследвания път. Много е важно да се определят един или няколко потока, които да се изследват, за да могат останалите да се агрегират.

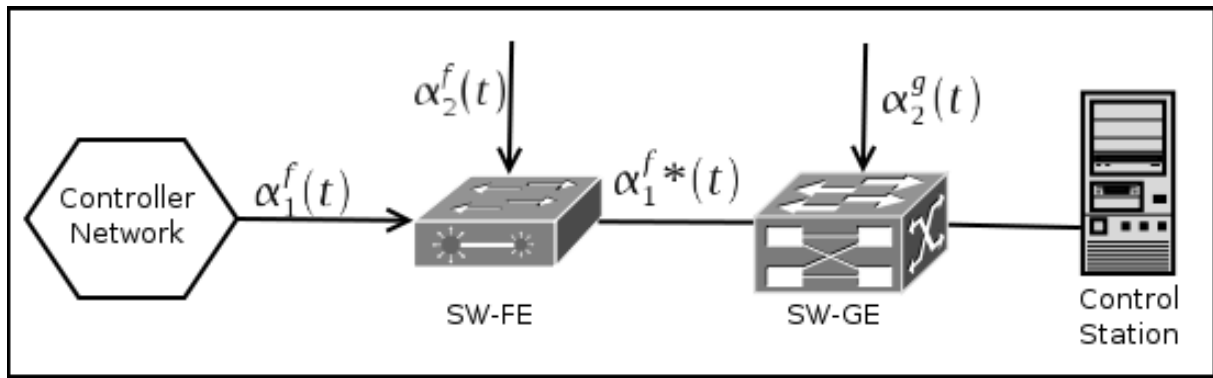
Определянето на кривите на пристигане не е толкова просто. В повечето случаи трафикът в мрежите е спорадичен с променливи по размер пакети и се описва с различни случайни процеси при различни разпределения. Въпреки, че има дял на Мрежовата Математика, който работи със случайни процеси – стохастична Мрежова Математика, в много случаи е необходим детерминистичен анализ. Преглед на различни криви на пристигане при непериодични процеси е представен в [6]. Силата на Мрежовата Математика е точно в това, че не е нужно точно описание на процеса на пристигане, нужни са само неговите граници, представени с кривата на пристигане. Повечето процеси могат да бъдат представени като моделирани с „кофа с жетони“ (token bucket). Тогава е необходимо след набор от изследвания да се определят най-подходящите скорост на изпразване и размер на кофата.

Ако в изследваната мрежа всички потоци се вливат от първия възел и излизат от последния, то кривите на обслужване на възлите могат да се конкатенират в една крива на обслужване по уравнение (8). Ако има потоци, които се включват на различни места в мрежата и излизат на различни, по-подходящо е да се приложи идеята за остатъчна крива на обслужване на всяка стъпка, използвайки уравнение (16) и да се сумират закъсненията за изследваните потоци. Тези два подхода отрязват две основни направления в управлението на качеството на услугата – съответно интегрирани и диференцирани услуги (IntServ и DiffServ).

Прилагайки тази методология е необходимо само да се изпълни изчислителната част. За тази част им разработени множество инструменти: CyNC toolbox, създаден за интеграция в Matlab/Simulink [11]; RTC toolbox за Matlab [12]; DISCO network calculator на Java [13], COINC toolbox на C++ [14]; и за подпомагане на изчисленията и графичен интерфейс за генериране на мрежови топологии RtaW-Pegase [15].

4. Пример за използване на Мрежова Математика при изследване в локални мрежи от контролери

За демонстрация на изложеното дотук е представен типичен пример от областта на разпределените вградени системи за мониторинг и контрол. Избрана е мрежа без цикли, без динамична смяна на маршрути и със симетрична работа на мрежовите устройства. Тя включва мрежа от контролери с интелигентен комутатор и сървър за събиране на информацията, свързан към друг комутатор - фиг.1. Така представена, мрежата може да се разглежда като част от типична мрежа за контрол и следене на параметри. Комутаторът в мрежата от контролери е със Fast Ethernet интерфейси и с управление на опашката със статичен приоритет (Strick Priority), като най-висок приоритет има потока за следене на данните към/от сървъра. Комутаторът при сървъра е с Gigabit Ethernet интерфейси и с WRR обслужване на опашките, което отразява типичен сценарий за йерархично свързана мрежа с централен комутатор свързващ различни мрежи от контролери.



Фиг.1. Примерна експериментална мрежа

Основният трафик в мрежата от контролери е периодичен, от типа:

$$\alpha_i^f(t) = L + L \cdot \left\lfloor \frac{t}{T} \right\rfloor, \quad (14)$$

където L е размера на пакета, а T е периода. Фоновият трафик в тази мрежа е от спорадични съобщения между контролерите и за обновяване на конфигурацията. Той може да се представи като моделиран по метода на „кофа с жетони“:

$$\alpha_2^f = r \cdot t + b, \quad (15)$$

където r е средната скорост на фоновия трафик, а b – максималния брой пакети, изпратени наведнъж. За стойността на b може да се приеме $3 \times \text{MTU}$ (Maximum Transmission Unit, като максималния размер на пакета в мрежата – за Ethernet около 1520 байта), защото трафика не е агресивен.

При тези параметри кривата на обслужване на първия комутатор спрямо периодичния трафик, прилагайки (12), (13) и (18):

$$\beta_i^f = R^f \left[t - \left\langle S^f + \frac{\text{MTU}}{R^f} \right\rangle \right]^+. \quad (16)$$

Горният индекс f указва, че става въпрос за Fast Ethernet комутатора, а долният – спрямо кой трафик се отчита.

Към вторият комутатор се влива един допълнителен фонов трафик. Най-подходящо е да се представи като T-Spec (2), тъй като е общ тип (може да включва HTTP, FTP и други). Кривата му на обслужване е следната:

$$\beta_i^g = R^g \cdot \frac{w_1 - L}{w_1 + w_2 - L} \cdot \left[t - \left(S^g + \frac{w_2}{R^g} \right) \right]^+. \quad (17)$$

Горният индекс g указва, че става въпрос за Fast Ethernet комутатора, а долният – спрямо кой трафик се отчита. За да се определи закъснението през втория комутатор, трябва да се определи как се е променила кривата на пристигане на периодичния поток, след преминаване през първия комутатор. В най-лошия случай, периодичният поток може да увеличи броя пакети, които изпраща наведнъж, в следствие от задържане в буфера на комутатора с произведението от своята скорост и забавянето в комутатора:

$$\alpha_i^g = \alpha_i^f + \frac{L}{T} \cdot \left(S^f + \frac{\text{MTU}}{R^f} \right). \quad (18)$$

За първият комутатор закъснението се определя от (6), (14) и (17):

$$D_1^f \leq S^f + \frac{MTU}{R^f} + \frac{L}{R^f}. \quad (19)$$

За втория комутатор закъснението се определя от (6), (17) и (18):

$$D_1^g \leq S^g + \frac{w_2}{R^g} + \frac{L + \frac{L}{T} \left(S^f + \frac{MTU}{R^f} \right)}{R^g \cdot \frac{w_1 - L}{w_1 + w_2 - L}}. \quad (20)$$

Ако се анализират уравнения (19) и (20), се забелязва, че прилагайки приоритетно и WRR обслужване на двата комутатора, не е необходимо да знаем много информация за фоновия трафик – максималният размер на пакетите в него и каква тежест му е зададена. Така, знаейки параметрите на комутаторите, можем да решим и двете основни задачи – по данните за периодичния трафик да определим закъснението и по желаното закъснение да определим как да оформим периодичния трафик. Единствената пречка е как да се представи тежестта на трафика при обслужване WRR в битове, не като отношение, което е необходимо за уравнение (20). Най-често отношението се прилага към MTU, за да се представи пакетната обработка – поне един пакет трябва да се отработи на всеки цикъл.

5. Заключение

Настоящата статия представя преглед на един математически апарат, който успешно може да бъде приложен при изчисление на параметрите на качеството на услугата в компютърни мрежи. Също така, този апарат успешно се прилага в определянето на максималните закъснения на различни потоци при Ethernet базирани системи за управление. Представени са основните положения в Мрежовата Математика, анализирани са най-популярните ѝ приложения и са анализирани някои от недостатъците в настоящите ѝ реализации. Описана е методология за моделиране на мрежи от контролери чрез Мрежова Математика, заедно с препоръки за избор на параметри. Методологията е демонстрирана с пример, който позволява да се демонстрират силните и слаби страни на модела. Предложената методология следва да се провери чрез насочени експерименти в бъдещата работа.

Литература

- [1] R. L. Cruz, **A calculus for network delay, part I: Network elements in isolation**, IEEE Trans. Inf. Theory, vol. 37, no. 1, pp. 114–131, Jan. 1991.
- [2] R. L. Cruz, **A calculus for network delay, part II: Network analysis**, IEEE Trans. Inf. Theory, vol. 37, no. 1, pp. 132–141, Jan. 1991.
- [3] A. K. Parekh and R. G. Gallager, **A generalized processor sharing approach to flow control in integrated services networks: The single-node case**, IEEE/ACM Trans. Netw., vol. 1, no. 3, pp. 344–357, June 1993.

- [4] A. K. Parekh and R. G. Gallager, **A generalized processor sharing approach to flow control in integrated services networks: The multiple-node case**, IEEE/ACM Trans. Netw., vol. 2, no. 2, pp. 137–150, Apr. 1994.
- [5] J.-Y. Le Boudec and P. Thiran, **Network Calculus A Theory of Deterministic Queuing Systems for the Internet**, Number 2050 in LNCS. Springer-Verlag, 2001.
- [6] S. Mao and S. S. Panwar, **A survey of envelope processes and their applications in quality of service provisioning**, IEEE Commun. Surveys, vol. 8, no. 3, pp. 2–19, 2006.
- [7] M. Fidler, **A Survey of Deterministic and Stochastic Service Curve Models in the Network Calculus**, IEEE Communication Surveys & Tutorials, vol. 12, no. 1, pp 59-86, 2010.
- [8] J.-Y. Le Boudec, **Some properties of variable length packet shapers**, IEEE/ACM Trans. Netw., vol. 10, no. 3, pp. 329–337, June 2002.
- [9] R. Cruz and M. Taneja, **An analysis of traffic clipping**, in Proc. Conference on Information Science and Systems, Princeton University, 1998.
- [10] Vataniski, N., Georges, J. P., Aubrun, C., Rondeau, E., & Jounela, S. L. J., **Control compensation based on upper bound delay in networked control systems**, 17th International Symposium on Mathematical Theory of Networks and Systems (MTNS). 2006.
- [11] H. Schioler, H. Schwefel, and M. Hansen, **CyNC - a Matlab/Simulink toolbox for network calculus**, in Proc. Valuetools, Oct. 2007.
- [12] E. Wandeler and L. Thiele, **Real-Time Calculus (RTC) Toolbox**, <http://www.mpa.ethz.ch/>, 2006.
- [13] N. Gollan, F. A. Zdarsky, I. Martinovic, and J. B. Schmitt, **The DISCO Network Calculator**, in Proc. MMB, Mar. 2008.
- [14] A. Bouillard and E. Thierry, **An algorithmic toolbox for network calculus**, Discrete Event Dynamic Systems, vol. 18, no. 1, pp. 3–49, Mar. 2008.
- [15] Boyer, M., Navet, N., Olive, X., & Thierry, E., **The PEGASE project: precise and scalable temporal analysis for aerospace communication systems with Network Calculus**, Leveraging Applications of Formal Methods, Verification, and Validation, 122-136, 2010.

Автор: Николай Р. Каканак, гл. ас. д-р - Виртуална лаборатория по Компютърни мрежи и Разпределени системи, катедра „Компютърни системи и технологии“, Технически Университет - София, филиал Пловдив, E-mail address: kakanak@tu-plovdiv.bg

Постъпила на 17.04.2013

Рецензент проф. д-р Г. Спасов