



ISSN 1311-0829

**ГОДИШНИК НА ТЕХНИЧЕСКИ
УНИВЕРСИТЕТ-СОФИЯ**
Том 64, книга 2, 2014



**PROCEEDINGS OF TECHNICAL
UNIVERSITY OF SOFIA**
Volume 64, Issue 2, 2014

РЕДАКЦИОННА КОЛЕГИЯ

главен редактор

проф. дтн Емил НИКОЛОВ

зам. главен редактор

проф. дтн Елена ШОЙКОВА

членове

проф. дтн Георги ПОПОВ

проф. дтн Иван КОРОБКО

проф. дфн Иван УЗУНОВ

проф. дтн Иван ЯЧЕВ

проф. дтн Кети ПЕЕВА

проф. дтн Ганчо БОЖИЛОВ

проф. д-р Бончо БОНЕВ

проф. д-р Евелина ПЕНЧЕВА

проф. д-р Иво МАЛАКОВ

проф. д-р Младен ВЕЛЕВ

проф. д-р Огнян НАКОВ

секретар-организатор

инж. Мария ДУХЛЕВА

EDITORIAL BOARD

Editor -in -Chief

Prof. D.Sc. Emil NIKOLOV

Editor -in -Vice -Chief

Prof. D.Sc. Elena SHOYKOVA

Editors

Prof. D.Sc. Georgi POPOV

Prof. D.Sc. Ivan KOROBKO

Prof. D.Sc. Ivan UZUNOV

Prof. D.Sc. Ivan YACHEV

Prof. D.Sc. Ketii PEEVA

Prof. D.Sc. Gantcho BOJILOV

Prof. Ph.D. Boncho BONEV

Prof. Ph.D. Evelina PENCHEVA

Prof. Ph.D. Ivo MALAKOV

Prof. Ph.D. Mladen VELEV

Prof. Ph.D. Ognyan NAKOV

Organizing Secretary

Eng. Maria DUHLEVA

Технически университет-София
София 1000, бул. "Кл. Охридски" 8
България <http://tu-sofia.bg>

Technical University of Sofia
Sofia, 1000, boul. Kliment Ohridski 8
Bulgaria <http://tu-sofia.bg>



© Технически Университет-София
© Technical University of Sofia
All rights reserved

ISSN 1311-0829

СЪДЪРЖАНИЕ том 64, книга 2

1. Светозар Андреев	9
<i>Нов метод за ремонт на топологията на РСВ с джъмperi, реализирани чрез селективна електрохимична метализация на повърхността на солдер маската</i>	
2. Радосвет Арnaudов	17
<i>Метод за извличане на ефективните диелектрична и магнитни проникновения на многослойни микроелектронни подложки от S-параметри</i>	
3. Тотю Тотев	27
<i>Възможни технологии за редуциране на азотните емисии при изгарянето на лигнитни въглища</i>	
4. Тотю Тотев	37
<i>Оценка на текущото състояние на абсорберите на СОИ на блокове 7 и 8 в ТЕЦ „Марица Изток 2“</i>	
5. Тотю Тотев	47
<i>Възможни решения за повишаване ефективността на сероочистващите инсталации на блокове 7 и 8 в ТЕЦ „Марица Изток 2“</i>	
6. Ивайло Ганев.	57
<i>Изследване на работата на инсталацията за производство на електроенергия от сметищен газ на депо „СУХОДОЛ“</i>	
7. Ивайло Ганев.	65
<i>Намаляване на високотемпературната корозия при котлите работещи с алтернативно гориво от отпадъци</i>	
8. Галина Тодорова	73
<i>Определяне на дискретни стойности от полетата на преместванията посредством автоматизиран метод на координатните мрежи</i>	
9. Галина Тодорова	83
<i>Определяне на дискретни стойности от полетата на деформациите посредством автоматизиран метод на координатните мрежи</i>	
10. Станьо Колев, Юлиан Боянов, Илия Илиев, Стойчо Манев.	93
<i>Синтез на PRS кодове от по-висок ред</i>	
11. Тодор Цветков, Илия Илиев.	99
<i>Основни методи за контрол на мощността и намаляване на интерференцията при когнитивно радио</i>	
12. Лиляна Дочева	109
<i>Обработка на изображения с LabView - отделяне на контури</i>	
13. Лиляна Дочева	117
<i>Обработка на изображения с LabView - цифрови филтри</i>	
14. Росица Величкова	123
<i>Динамика на центробежното разпръскване на течности</i>	
15. Румен Мишков, Станислав Дърмонски	133
<i>Нелинейно адаптивно управление с асимптотична оценка на параметри - част 1: метод за синтез</i>	
16. Румен Мишков, Станислав Дърмонски	143
<i>Нелинейно адаптивно управление с асимптотична оценка на параметри - част 2: синтез на адаптивно векторно управление за асинхронен двигател</i>	

17. Йордан Кралев, Цоньо Славов, Петко Петков	153
<i>Синтез и реализация на линейно квадратичен регулатор за управление на двуколесен робот</i>	
18. Емил Рац, Веселин Василев	163
<i>Влияние на честотата на превключване върху ефективността на преобразуване при дву- и трипотенциални IGBT инвертори</i>	
19. Христина Миланова, Красимира Проданова, Йорданка Панева	171
<i>Определяне на статистически значимите фактори за поява на алгоневродистрофия след фрактура на дистален радиус</i>	
20. Емил Николов.	179
<i>Основи на обобщено дробно смятане и някои приложения в теория на управлението - част I</i>	
21. Емил Николов.	189
<i>Основи на обобщено дробно смятане и някои приложения в теория на управлението - част II</i>	
22. Нина Николова	199
<i>Основи на теорията и проектирането на линейни репетитивни системи за управление- част I</i>	
23. Нина Николова	209
<i>Основи на теорията и проектирането на линейни репетитивни системи за управление- част II</i>	
24. Огнян Каменов	217
<i>Бягащи солитарно-вълнови решения на еволюционното уравнение на Кортевег-де Вриз от по-висок ред (HOKDV)</i>	
25. Огнян Каменов	227
<i>Точно кноидално решение на еволюционното уравнение на Кортевег-де Вриз от по-висок ред (HOKDV): групово свойство на пространствените отклонения</i>	
26. Огнян Каменов	233
<i>Абсолютна сходимост на пространствените отклонения. Солитарно-вълново решение на еволюционното уравнение на Кортевег-де Вриз от по-висок ред (HOKDV)</i>	
27. Борис Киров, Васил Гълъбов, Весела Карлова-Сергиева	241
<i>Интегрирана автоматизирана система за детекция на патогени в течни проби от хранителни продукти - етапи на развитие и области на приложение</i>	
28. Борис Киров, Васил Гълъбов	247
<i>Уеб-базирана платформа за автоматичен анализ на данни получени от високопроизводителни биомедицински тестове</i>	
29. Десислава Стоицева-Деличева	251
<i>Експериментална статична оптимизация на процеса сушене в конвективна сушилка с периодично действие, с гарантиране точност на сушенето</i>	
30. Десислава Стоицева-Деличева	259
<i>Импулсно сушене на плодове със симетричен период на импулса</i>	
31. Димитър Николов.	267
<i>Микромошно токозахранване от топлинната енергия на околната среда</i>	
32. Христо Карамисhev.	277
<i>IEC 61499 базирано управление на реконфигурираща се производствена станция</i>	

CONTENTS volume 64, Issue 2

1. Svetozar Andreev	9
<i>Novel Approach of PCB Lay-Out Repair by Jumpers Built through Selective Electrochemical Metallization of the Solder Stop Mask Surface</i>	
2. Radosvet Arnaudov	17
<i>Method for Extraction of Effective Dielectric and Magnetic Constants of Multilayer Microelectronic Substrates from S-parameters</i>	
3. Totyo Totev	27
<i>Technological Possibilities for Nox Reduction in Lignite-Fired Boilers</i>	
4. Totyo Totev	37
<i>Assessment of the Current State of FGD Absorbers for Unit 7 and Unit 8 at “Maritsa East 2” TPP</i>	
5. Totyo Totev	47
<i>Possible Solutions for Increasing the Efficiency of the Flue-Gas Desulfurization of Unit 7 and 8 at “Maritsa East 2” TPP</i>	
6. Ivaylo Ganev	57
<i>Investigation of the Operation Conditions of the Installation for Electricity Production from Landfill Gas in Landfill “SUHODOL”</i>	
7. Ivaylo Ganev	65
<i>Reduction of the High Temperature Corrosion in Boilers Utilizing Alternative Refuse Derived Fuel</i>	
8. Galina Todorova	73
<i>Determination of the Discrete Values of the Displacement Fields by Automated Grid Method</i>	
9. Galina Todorova	83
<i>Determination of the Discrete Values of the Strain Fields by Automated Grid Method</i>	
10. Stanio Kolev, Juan Boyanov, Ilia Iliev, Stoicho Manev	93
<i>Regime Synthesis of PRS Polynomial of Higher Degree</i>	
11. Todor Tsvetkov, Ilia Iliev	99
<i>Fundamental Methods for Power Control and Interference Mitigation in Cognitive Radio</i>	
12. Liljana Docheva	109
<i>Image Processing with LabView - Edge Detection</i>	
13. Liljana Docheva	117
<i>Image Processing with LabView - Digital Filters</i>	
14. Rositsa Velichkova	123
<i>Dynamics of Centrifugal Spraying of Liquid</i>	
15. Rumen Mishkov, Stanislav Darmonski	133
<i>Nonlinear Adaptive Control with Asymptotic Parameter Estimation - Part 1: Design Approach</i>	
16. Rumen Mishkov, Stanislav Darmonski	143
<i>Nonlinear Adaptive Control with Asymptotic Parameter Estimation - Part 2: Application to Induction Motor Adaptive Tracking Vector Control System Design</i>	
17. Jordan Kravev, Tsonyo Slavov, Petko Petkov	153
<i>Design and Implementation of Cascade LQR Controller for Two-Wheeled Robot Control</i>	

18. Emil Ratz, Veselin Vasilev.	163
<i>Switching Frequency Influence on the Conversion Efficiency in Two- and Three-Level IGBT Inverters</i>	
19. Hristina Milanova, Krassimira Prodanova, Jordanka Paneva.	171
<i>Determination of Statistically Significant Factors for Algoneurodistrophy after Distal Radius Fracture</i>	
20. Emil Nikolov.	179
<i>Foundations of Generalized Fractional Calculus and Some Applications in the Control Theory - Part I</i>	
21. Emil Nikolov.	189
<i>Foundations of Generalized Fractional Calculus and Some Applications in the Control Theory - Part II</i>	
22. Nina Nikolova.	199
<i>Basics of the Theory and Design of Linear Repetitive Control Systems - Part I</i>	
23. Nina Nikolova.	209
<i>Basics of the Theory and Design of Linear Repetitive Control Systems - Part II</i>	
24. Ognyan Kamenov.	217
<i>Travelling Solitary-Wave Solutions of Higher-Order Korteweg - de Vries Evolution Equation (HOKDV)</i>	
25. Ognyan Kamenov.	227
<i>Exact Cnoidal Solution of Higher-Order Korteweg - de Vries Evolution Equation (HOKDV): Group Property of Spatial Displacements</i>	
26. Ognyan Kamenov.	233
<i>Absolute Convergence of Spatial Displacements. Solitary-Wave Solution of Higher-Order Korteweg - de Vries Evolution Equation (HOKDV)</i>	
27. Boris Kirov, Vassil Galabov, Vessela Karlova-Sergieva.	241
<i>Integrated Automated System for Pathogen Detection in Liquid Food Samples - Stages of Development and Application Fields</i>	
28. Boris Kirov, Vassil Galabov	247
<i>A Web-Based Platform for the Automatic Analysis of Data Derived from High-Throughput Biomedical Tests</i>	
29. Desislava Stoitseva-Delicheva	251
<i>Experimental Static Optimisation of Drying in Convective Dryer that Guarantees Precision in Drying</i>	
30. Desislava Stoitseva-Delicheva	259
<i>Impulse Drying of Fruits with Symmetric Pulse Period</i>	
31. Dimitar Nikolov	267
<i>Energy Harvesting through Utilizing Waste Thermal Environmental Energy</i>	
32. Hristo Karamishev	277
<i>IEC 61499-BASED Control of Reconfigurable Processing Station</i>	

Author's Index - Volume 64, Issue 2

<i>author</i>	<i>page</i>	<i>author</i>	<i>page</i>
1 Svetozar Andreev	9	17 Rumen Mishkov	133, 143
2 Radosvet Arnaudov	17	18 Dimitar Nikolov	267
3 Juan Boyanov	93	19 Emil Nikolov	179, 189
4 Stanislav Darmonski	133, 143	20 Nina Nikolova	199, 209
5 Liljana Docheva	109, 117	21 Jordanka Paneva	171
6 Vassil Galabov	241, 247	22 Petko Petkov	153
7 Ivaylo Ganey	57, 65	23 Krassimira Prodanova	171
8 Ilia Iliev	93, 99	24 Emil Ratz	163
9 Ognyan Kamenov	217, 227, 233	25 Tsonyo Slavov	153
10 Hristo Karamishev	277	26 Desislava Stoitseva	251, 259
11 Vessela Karlova	241	27 Galina Todorova	73, 83
12 Boris Kirov	241, 247	28 Totyo Totev	27, 37, 47
13 Stanio Kolev	93	29 Todor Tsvetkov	99
14 Jordan Kralev	153	30 Veselin Vasilev	163
15 Stoicho Manev	93	31 Rositsa Velichkova	123
16 Hristina Milanova	171		

Volume 64 Issue 2

pages

286

articles

33

authors

31

НОВ МЕТОД ЗА РЕМОНТ НА ТОПОЛОГИЯТА НА РСВ С ДЖЪМПЕРИ, РЕАЛИЗИРАНИ ЧРЕЗ СЕЛЕКТИВНА ЕЛЕКТРОХИМИЧНА МЕТАЛИЗАЦИЯ НА ПОВЪРХНОСТТА НА СОЛДЕР МАСКАТА

Светозар Андреев

Резюме: Настоящата статия описва нов метод за реализирането на допълнителен проводящ слой върху печатната платка (PCB) за възстановителни цели, чрез прилагането на селективна електрохимична метализация на повърхността на солдер маската. Вместо стандартната PCB технология, при която се използват процеси на пробиване на отвори и метализацията им за постигането на двустранно опроводяване, тук се разглежда възможността за използване на солдер маската като диелектрична основа. Върху нея се изгражда нов проводящ меден слой чрез познати химични и електрохимични операции и така се създават нови проводящи шини. Тази статия представя резултати от проведените технологични експерименти в търсенето на лесен и евтин начин за поправяне на топологията, чрез внедряването на електрохимично изградени проводящи джъмperi – мостове.

Ключови думи: Печатна платка (PCB), солдер маска, селективно електрохимично отлагане, активиране на диелектрик, джъмperi.

NOVEL APPROACH OF PCB LAY-OUT REPAIR BY JUMPERS BUILT THROUGH SELECTIVE ELECTROCHEMICAL METALLIZATION OF THE SOLDER STOP MASK SURFACE

Svetozar Andreev

Abstract: The present article describes a novel approach for the development of additional conductive layer on the printed circuit board (PCB) for repair purposes, by applying selective electrochemical metallization of the solder mask surface. Instead of the standard PCB technology, in which drilling and metallizing processes are performed for obtaining a double layered structure, here the possibility for usage of solder resist as a dielectric layer basis is discussed. On this resist a new conductive copper film is built by means of well-known chemical and electrochemical operations and new jumpers are created. This paper reveals investigations of the conducted technological experiments in research of easy and low-cost way for topology lay-out repair by insertion of electrochemically grown jumpers - bridges.

Keywords: Printed circuit board (PCB), solder resist stop mask, selective electrochemical deposition, dielectric surface activation, repairable jumpers.

I. INTRODUCTION

The continuous development of the microelectronic technologies and materials has led to the creation of new electronic components with larger functional properties and smaller dimensions. This fact eases the designers in building their conception of the electronic circuitry, but in the same time imposes a challenge to the manufacturers of PCBs - basic building blocks of the electronic devices and systems. The PCB is a tool that provides assembly of components, electrical interconnection and signal routing, automation of the assembly operations, miniaturization and a number of constructional and operational properties of the electronic product. These conditions have fostered the construction of many different types of PCBs and technology for their realization [1]. Modern techniques and materials allow realization of circuits with multiple conductive levels that provide the complexity of the circuitry and high integration of the elements.

The most common and known technology for production of PCBs [2, 3] has shown that for realization of two-layered structures, holes' drilling in the base material through the insulating layer is adopted. The next step is activation of the dielectric surface in the holes (vias) openings, in order to provide electrical interconnection between the two metal levels. For the production of multilayered printed circuit boards, the process is reduced to the preparation of several double layered structures, which are stacked and glued together by a suitable insulating material (Prepreg) for lamination. Then vias drilling and metallization in the whole stack are needed again.

II. OBJECTIVES

Suppose that the task of preparing a multilayer printed circuit board is given. It's realization with two conductive layers will increase the trace routing area and accordingly dimensions of the whole PCB structure. Obviously, the solution of this problem is to prepare a PCB with 3, 4 or more interconnection levels. By the standard PCB technology it could be realized in the following steps: production of a double layer PCB with drilling and via metallization processes; Prepreg material sticking on both sides of the obtained structure; second drilling and metallization processes. Figure 1 shows cross-section of a structure, produced in this way.

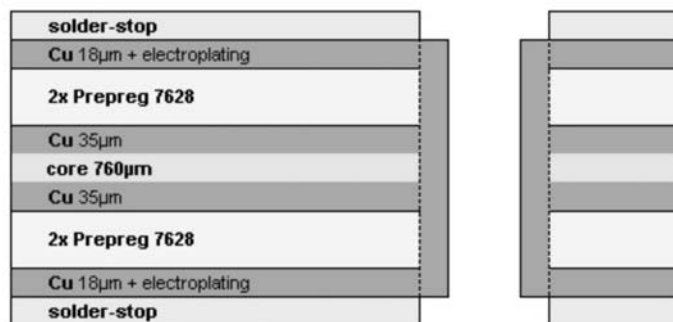


Fig.1. Cross-section of four layer PCB substrate with metalized through via and solder mask.

A. Purpose

The basic idea of the proposed method is implementation of solder resist as a dielectric material to insulate two trace at their intersection. Generally, the solder resists are largely used in the final stage of PCB production as top preservative layer [4]. They may be photoimageable and are applied to those parts of the printed circuit board, which are not to be tinned during subsequent soldering process. They have excellent dielectric properties and are used as insulating coatings in fine line technology, SMT, as well as for multilayers. Table 1 shows briefly some electrical properties of the solder mask Elpemer 2467 and IS400 Prepreg material [5].

Table 1.

Property	Result	
	Elpemer 2467 Solder resist	IS400 Prepreg
Dielectric strenght	160 – 190 kV/mm	48 kV/mm
Surface resistance	2×10^{14} Ohm	3×10^{12} Ohm
Specific volume resistivity	1×10^{16} Ohm.cm	4×10^{14} Ohm.cm
Insulation resistance	Class H and T	-

The solder resist is a two component epoxy photosensitive resin and is applied by screen printing at the last stage of PCB production. Solder resist processing consists of the following steps: after solder mask deposition, it must be dried – 30 minutes at 70 – 75 °C. After the exposure, developing is performed in 1% of Na₂CO₃ – temperature of the solution 30⁰ C. The final thermal curing is realized at 150 °C for 60 minutes.

In order to provide metallization onto the dielectric solder resist layer, it is necessary to activate (to make conductive) its surface, allowing subsequent electroplating. There are two main approaches for dielectric surface activation. In the first approach [6], thin chemical (electroless) film is formed, followed by electrochemical growth to the desired layer thickness. The technology is known as “palladium activation”. When applying the second approach, deposition of fluid activator is performed with subsequent thermal treatment. Thus direct electroplating is made possible because of the activator conductivity. Examples include some of the fluid activator solutions used in PCB production. The experiments were conducted with Activator 310 from “LPKF Laser & Electronics AG” according to the knowledge about the best results achieved. The activator comprises water solution of carbon particles and organic binders with potential of hydrogen (pH) in the range 9,6 to 10,4 (alkaline features). To achieve electro-conducting properties, the activator is treated in the following manner: 1.) the photoresist-coated substrate is dipped in the activator solution for 15 minutes, followed by 2.) drying and stabilization at 60°C for 15 minutes. A black conductive layer of carbon is formed and direct electroplating is applied. After the experiments, it was obvious that a fabrication of new conductive layer through easier and cheaper technology route is achieved. This capability, related primarily to the second conductive copper layer, was made possible by the usage of Activator 310, instead of vacuum technologies. Figure 2 (a - f) describes the exemplary steps of technology roadmap for a new conductive copper layer on the very top of the solder mask.

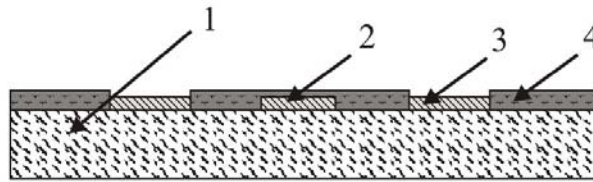


Fig.2 (a). Basic PCB substrate with the screen printed, developed and cured solder resist.

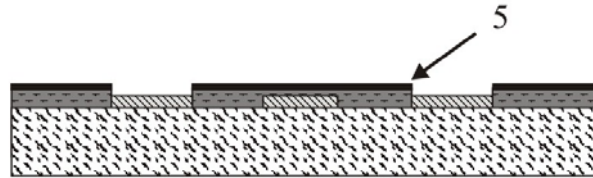


Fig.2 (b). Covering of the surface with activator 310.

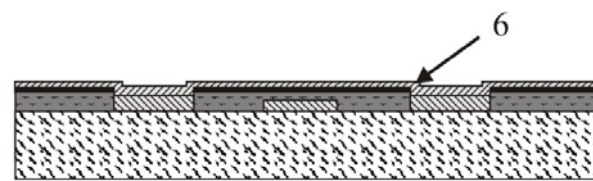


Fig.2 (c). Electrochemical metallization of the substrate.

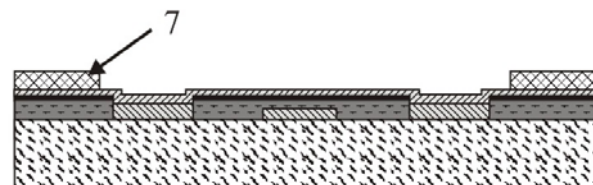


Fig.2 (d). Additional photoresist mask for the upper level topology.

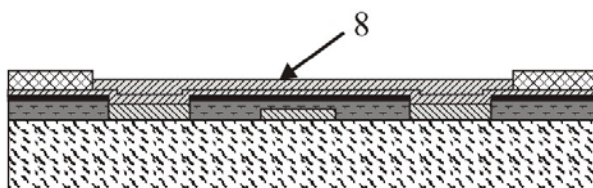


Fig.2 (e). Subsequent selective thick electroplating.

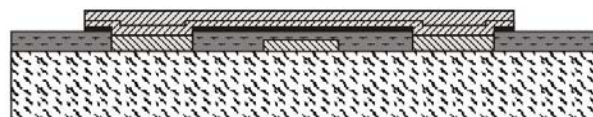


Fig.2 (f). Ready structure with stripped photoresist layers and etched thin copper layer.

Fig.2. Technology roadmap. (1) Dielectric substrate of the base material. (2) Trace. (3) Contact pad. (4) Solder mask. (5) Activator 310 layer. (6) Thin copper layer. (7) Photoresistive mask. (8) Thick copper layer.

First, the basic PCB substrate with the screen printed, developed and cured solder resist is prepared. The contact pads, which have to connect with the newly built conductive level, are opened and chemically cleaned. This is followed by covering of the surface with activator in a manner, described above. The next step is direct electrochemical metallization of the substrate in electrolyte bath. For copper deposition, a sulfuric-acid electrolyte, which works at room temperature, was used. When choosing a suitable regime, (e .g. current density and process duration), very thin copper layer was obtained. Such layer plays the role of a seed basis for the subsequent electrochemical growth of second functional and conductive level (jumpers). The deposition of this Cu seed layer substitutes the expensive vacuum evaporation or sputtering processes. An additional photoresist mask is built to form the upper level topology openings for subsequent selective thick electroplating. The completed structure is then dipped into stripping solution in order to remove the photoresist layer down to the level of Cu seed layer, which is then “flash” etched in a standard copper etcher.

B. Problems

In order to obtain best adhesion between the contact pads (opened in the solder resist mask) and the seed copper layer (for building jumpers), the activator must be removed from the contact pads. Previous investigations [7] have shown that the application of a buffer activator layer, containing carbon particles, is an obstacle for the good adhesion between two copper surfaces. It was suggested in the literature [7] a method for local removal of the activator, based on the application of reverse potential in the beginning of the electrochemical process. Unfortunately, this method is not appropriate in our case, because of the copper topology lay-out which is electrically disconnected. Due to this fact another approach was adopted and demonstrated sufficient results. It's principle is schematically revealed on figure 3. The copper contact pads are treated by an etching solution composed of nitric acid, sulfuric acid and hydrochloric acid. Ordinary this solution is applied to polish copper surfaces.

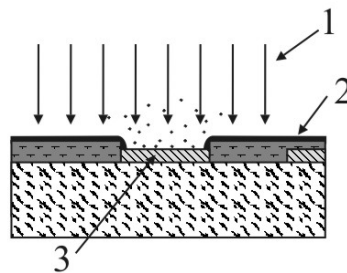


Fig.3. Cleaning of the contact pad surface. (1) Etching solution. (2) Activator layer. (3) Copper contact pad.

The activator layer on the top of the solder mask consists of carbon particles, that do not react with the acids and the activator remains unsolved. Furthermore, the etching solution is able to penetrate through the activator and reacts with the copper in the solder mask openings. This chemical reaction lifts off the carbon particles and cleans the copper surface, but preserve electrical contact between the activator edges and contact pad surface.

III. EXPERIMENTAL RESULTS

The developed process allows fabrication of second conductive layer on the top of solder resist mask in multilayer PCB structures. Figures 4, 5 and 6 show microscopic photographs of cross-sections of such layer, built by means of activator, according to the afore described procedure. This chemical procedure also enhances the treatment of vertical walls of the solder mask, which is not always so effective when using vacuum methods.

For the present experiments a standard base material FR4 was used with 2 mm substrate thickness. The lower copper layer is with $48 \div 50 \mu\text{m}$ thickness (standard material). The upper copper layer is with $90 \div 95 \mu\text{m}$ thicknesses, but it can be decreased or increased by changing the duration of electrochemical metallization process time. The image in figure 4 demonstrates the sections of the lower copper layer traces (3) that are embedded in the solder resist (2) and the upper copper layer, deposited by the method described. Figures 5 and 6 show the connection of the two copper layers at the via area (the circle 5) and a trace (2) of the lower trace layer between two metalized via holes.

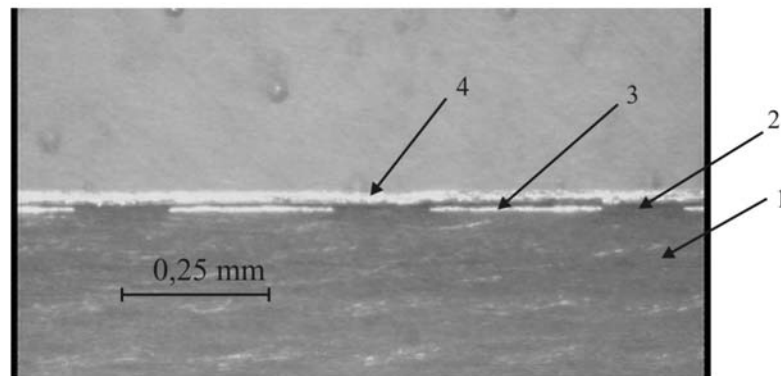


Fig.4. Microscopic photograph of cross-section. (1) Dielectric layer of the base material. (2) Solder resist layer. (3) Lower copper layer. (4) Upper copper layer.

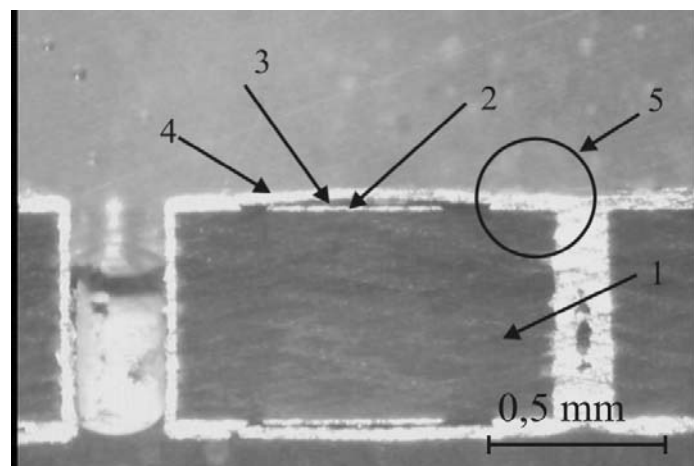


Fig.5. Microscopic photograph of cross-section. (1) Dielectric layer of the base material. (2) Lower copper layer. (3) Solder resist layer. (4) Upper copper layer. (5) Connection between the lower and the upper copper layer in the via area.

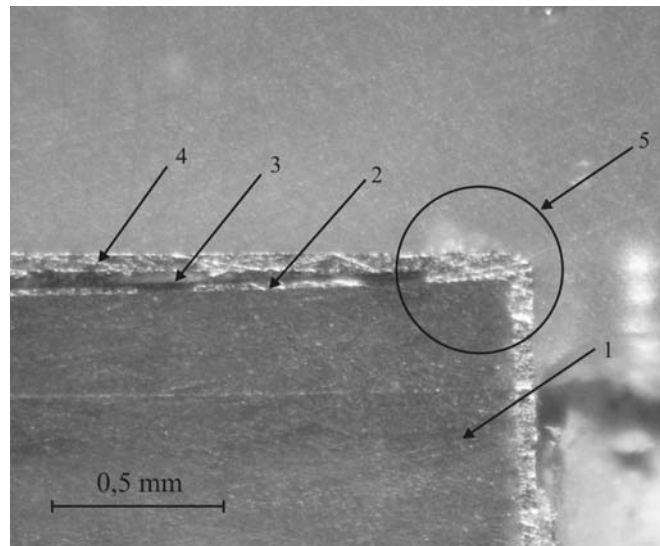


Fig.6. Microscopic photograph of cross-section. (1) Dielectric layer of the base material. (2) Lower copper layer. (3) Solder resist layer. (4) Upper copper layer. (5) Connection between the lower and the upper copper layer in the via area.

IV. CONCLUSION

This paper describes the fabrication of second conductive copper layer on the top of solder resist mask, used as insulator, on a printed circuit board for repair purposes, by means of forming additional solid Cu jumpers. The proposed technology roadmap is based on standard and less costly PCB method of creating partially conductive fluid activator (on carbon basis), applied in the direct selective electroplating. The experimental results have shown that this method is applicable in many practical cases. The usual repair procedures of soldering wire jumpers are omitted and substituted by electrochemically grown Cu bridges (jumpers). Further investigations will be performed for obtaining larger areas of the jumper level metallization and implementation in high-volume PCB production technologies.

ACKNOWLEDGEMENT

This work has been sponsored by Scopes project №IZ74Z0_137353 “Skills development for young researchers and educational personnel in nano- and microelectronic curricula: implementation of methods for bilateral knowledge transfer between universities and SMEs”.

REFERENCES

- [1] Арнаудов Р., Ф. Филипов, *Хибридни микромодули в електрониката*, изд. ТУ-София, 1998.
- [2] www.micron20.com
- [3] <http://www.setpcb.bg>
- [4] <http://www.peters.de>

[5] <http://www.isola-group.com/>

[6] Borianna R. Tzaneva, *Electroless deposition of copper and nickel on anodized aluminum*, Bulg. J. Chem. 2 (2013)61-68

[7] Svetozar Andreev, Valentin Videkov, Radosvet Arnaudov, Bojidar Avdjiiski, Nikola Yordanov, *Development of horizontal elements in 3-D microcontacts*, Electronics Packaging Manufacturing, IEEE Transactions on (Volume:29, Issue: 2)

Автор: Светозар Кръстев Андреев, гл. ас. д-р, катедра „Микроелектроника“, Факултет Електронна Техника и Технологии, Технически Университет - София, E-mail address: svetozar_a@tu-sofia.bg

Постъпила на 11.12.2013

Рецензент доц. д-л Радосвет Арnaudов

МЕТОД ЗА ИЗВЛИЧАНЕ НА ЕФЕКТИВНИТЕ ДИЕЛЕКТРИЧНА И МАГНИТНИ ПРОНИЦАЕМОСТИ НА МНОГОСЛОЙНИ МИКРОЕЛЕКТРОННИ ПОДЛОЖКИ ОТ S-ПАРАМЕТРИ

Радосвет Арnaudов

Резюме: Показана е методология за извличането на ефективните диелектрична и магнитна проницаемости на микролентови предавателни линии върху многослойни микроелектронни подложки от измерени или симулирани S-параметри, използвайки тестови структури върху чип за директни „измервания върху пластина“. Методологията се състои от: 1) формирането на свързващи структури върху чип, използвани в калибрационни и извличащи такива – предавателни линии, шлейфове и контактни площадки; 2) извличане на ефективните диелектрична и магнитна проницаемости директно от характеристикния импеданс на линиите и константата на разпространение в тези структури, напълно описани от измерените им или ЕМ-симулирани S-параметри.

Ключови думи: Ефективни диелектрична и магнитна константи, многослойни подложки, константа на разпространение, характеристичен импеданс, измервания и тестове върху пластина, калибрационни и извличащи структури, S-параметри.

METHOD FOR EXTRACTION OF EFFECTIVE DIELECTRIC AND MAGNETIC CONSTANTS OF MULTILAYER MICROELECTRONIC SUBSTRATES FROM S-PARAMETERS

Radosvet Arnaudov

Abstract: Methodology for extracting the effective dielectric and magnetic constants of microstrip transmission lines on multilayer microelectronic substrates, from measured or simulated S-parameters data, using on-chip test structures, has been demonstrated. The methodology consists of: 1) building on-chip interconnect structures usually implemented in calibration and de-embedding procedures in microwave on-wafer test and measurements – transmission lines, stubs and pad launchers; 2) extracting the effective dielectric and magnetic constants straightforward from the characteristic impedance and propagation constant of these structures, fully described by measured or EM-simulated S-parameters

Keywords: Effective dielectric and magnetic constants, multilayer substrates, propagation constant, characteristic impedance, on-wafer test and measurements, calibration and de-embedding structures, S-parameters

1. INTRODUCTION

Frequently these microelectronic substrates possess an inherently lossy characteristic (in case of semiconductors), which circumstance deteriorate their performance or puts the accuracy of active and passive elements modeling under question. At frequencies where the dimensions are not electrically small, it is necessary to use complex distributed models of investigation with full wave numerical methods such as FDTD, FEM, MoM and PEEC. The basic key to build successful models and perform genuine electromagnetic simulations of topology layout is obtaining reliable information about wave propagation in multilayer metal/dielectric/semiconductor systems. This is knowledge about effective dielectric and magnetic constants, derived straightforwardly from the propagation constant and characteristic impedance of transmission lines, described by scattering parameters.

Previous research has demonstrated S -parameter characterization of interconnect transmission lines, based on two-port unbalanced measurements, R_i - L_i - G_i - C_i modeling and extraction of characteristic impedance Z_C and propagation constant γ [1], [2]. The core of represented approach is the same but differs in some aspects from the well-known procedure: a.) we rather implement and measure one-port open-end stubs instead of relatively long transmission lines with two ports); b.) short-end stubs are not included in the measurement test set-up in order to eliminate the inserted parasitic inductance of grounding through-hole vias and existing obstacle to build them by some technologies; c.) 2-port measurements are conducted on a transmission line with the same length, width and contact pads (launchers) geometry as the open-end stub; d.) Z_C and γ are extracted directly from S -parameter data of the one-port capacitive (open) and inductive (short) stubs; e.) “open” and “short” procedures are carried out mathematically in circuit simulator, thus eliminating the physical lay-out errors. In many cases, existing de-embedding structures and some of the TRL calibration standards in a test set-up could be easily implemented to acquire the necessary one-port stub S -parameters for calculations of the propagation constant. In some preceding research work [7] had only been presented extraction of the dielectric constant, while accepting the relative magnetic permeability of the dielectric or semiconductor propagation media to be unity, as typical for these substrate materials. In this approach is demonstrated explicit evaluation both of ϵ_{eff} and μ_{eff} .

2. THEORY OF TRANSMISSION LINE STUBS

2.1. Implementation of Stubs for γ and Z_C Extraction

Conventional small signal z -, y -, and $ABCD$ -parameters, are not quite suitable for high frequency interconnect characterization, because “open” and “short” terminations, required to measure this data, cannot be easily implemented in “on-wafer” applications and deteriorate performance by insertion of impedance parasitics. The “short” circuit terminations possess excessive parasitic inductance of GND vias, while “open” ones have external capacitance, due to the fringing effect of the edge electric field at higher frequencies. S -parameter measurements, defined in terms of incident and reflected waves in a controlled 50- Ω measurement system, reliably characterize interconnection high frequency responses.

The input impedance Z_{in} of a given interconnect transmission line can be readily derived from the simulated or measured two-port S -parameters [2]. Placing the S -parameters in a schematic simulator and providing ideal ground connection at one of the ports can give us information about the input impedance, when the line is shorted to ground. The same is valid if one of the ports is left open.

$$\dot{Z}_{InShort_Stub} = Z_0 \cdot \frac{1 + S_{11\ short}}{1 - S_{11\ short}} \quad (1a)$$

$$\dot{Z}_{InOpen_Stub} = Z_0 \cdot \frac{1 + S_{11\ open}}{1 - S_{11\ open}} \quad (1b)$$

From transmission line theory and Telegrapher equations $Z_{InShort}$ and Z_{InOpen} for short lines with length $l < \lambda / 4$, the input impedance of one regular two-conductor and lossy transmission line, when the load Z_L is 0 (short) or ∞ (open), could be presented also as:

$$\dot{Z}_{InShort} = \dot{Z}_C \cdot \tanh(\gamma \cdot l) \quad (2a)$$

$$\dot{Z}_{InOpen} = \dot{Z}_C / \tanh(\gamma \cdot l) \quad (2b)$$

First equation defines the losses in metal layers and includes skin-effect. Second equation is connected to the substrate dielectric losses, caused by leakage in the substrate ($\tan \delta$) or some semiconductor conductivity σ .

Let us equalize input impedances from (1a) and (2a). The same is valid for (1b) and (2b). For simplicity we shall work from now further on with:

$$\dot{Z}_{InShort_Stub} = \dot{Z}_{InShort} ; \dot{Z}_{InOpen_Stub} = \dot{Z}_{InOpen} \quad (3)$$

After multiplying (2a) and (2b) and substituting $Z_{InputShort}$ and $Z_{InputOpen}$ from equation (1a) and (1b), we obtain the following expressions for the characteristic impedance Z_C , where Z_0 is the system impedance 50 Ω :

$$\dot{Z}_C = \sqrt{\dot{Z}_{InOpen} \cdot \dot{Z}_{InShort}} \quad (4a)$$

$$\dot{Z}_C = Z_0 \cdot \sqrt{\frac{(1 + S_{11\ short}) \cdot (1 + S_{11\ open})}{(1 - S_{11\ short}) \cdot (1 - S_{11\ open})}} \quad (4b)$$

After some algebra transformations by substitution of (1), (2) and (3) in (4) is obtained:

$$X = \sqrt{\frac{\dot{Z}_{InShort}}{\dot{Z}_{InOpen}}} = \frac{\dot{Z}_{InShort}}{\dot{Z}_C} = \frac{\dot{Z}_C}{\dot{Z}_{InOpen}} \quad (4c)$$

where X is hyperbolic tangence of the propagation constant γ multiplied by the physical line length l :

$$\tanh(\gamma \cdot l) = \sqrt{\frac{\dot{Z}_{InShort}}{\dot{Z}_{InOpen}}} \quad (4d)$$

Effective dielectric permittivity ϵ_{eff} and magnetic permeability μ_{eff} are functions of the shape and electro-physical transmission line parameters. They can be extracted from the complex propagation constant γ and characteristic impedance Z_C and generally are also complex numbers for arbitrary homogenous and isotropic propagation media with losses [4, 5]:

$$\varepsilon = -j \frac{\gamma}{\omega Z_C} \quad (5)$$

$$\mu = -j \frac{\gamma Z_C}{\omega} \quad (6)$$

Here ω – angular frequency, γ – complex propagation constant and Z_C is characteristic impedance. From (4c) and (4d) is determined:

$$\gamma = \frac{1}{l} a \tanh \sqrt{\frac{\dot{Z}_{InShort}}{\dot{Z}_{InOpen}}} \quad (7)$$

where l is physical length of the transmission line, $Z_{InShort}$ is the input impedance obtained from (1a) and Z_{InOpen} is the input impedance obtained from (1b). After substitution of (7) and (4b) into (5) and (6), ε and μ are directly derived as absolute constants in terms of S -parameters. To obtain their relative values must be performed normalization by the vacuum constants ε_0 and μ_0 .

2.2. Considerations for Approach Justification

From the theory of waveguide transmission lines equations (5) and (6) are valid for TM (E) and TE (H) modes in guided structures with equal cross-sections (a , b) and bounded propagation media, transverse to the direction of wave propagation. TEM-wave in microstrip can be presented as a superposition of TE and TM-waves in four-wall waveguide filled in with dielectric and possessing the same cross-section geometry.

Generally, $k_{cmn}^2 = k_d^2 + \gamma^2$; $k_d = \omega \sqrt{\mu \varepsilon}$, where k_{cmn} are wave numbers (Eigen-values) of the different m , n cut-off modes, while k_d counts for unbounded dielectric lossy media (μ and ε are complex absolute constants). As far as our investigated microstrip lines are regular and support quasi-TEM waves, they do not possess cut-off modes ($f_{cmn} = 0^+$), so that $k_{cmn} = 0$ and $\gamma = jk_d$. It can be stated that ε_{eff} and μ_{eff} depend on the shape of the guiding structure, while $\mu = \mu' - j\mu''$ and $\varepsilon = \varepsilon' - j\varepsilon''$ refer to the features of the unbounded propagation media. If $k_{cmn} = k_d$ we have cut-off regime and $\gamma_{mn} = 0$; $k_{cmn} > k_d$, then $\gamma_{mn} = \alpha_{mn}$ is real and evanescent modes occur; $k_{cmn} < k_d$, then $\gamma_{mn} = j\beta_{mn}$ is imaginary and propagation takes place. Also from the reference [5]:

$$Z_{CTE_{mn}} = \frac{\omega \mu}{k_d \sqrt{1 - \left(\frac{f_{cmn}}{f}\right)^2}} \quad (8)$$

$$Z_{CTM_{mn}} = \frac{k_d}{\omega \varepsilon} \sqrt{1 - \left(\frac{f_{cmn}}{f}\right)^2} \quad (9)$$

$$f_{cmn} = \frac{1}{2\sqrt{\mu \varepsilon}} \sqrt{\left(\frac{m}{a}\right)^2 + \left(\frac{n}{b}\right)^2} \quad (10)$$

$$k_{cmn} = \sqrt{\left(\frac{m\pi}{a}\right)^2 + \left(\frac{n\pi}{b}\right)^2} = \omega_{cmn} \sqrt{\mu \varepsilon} \quad (11)$$

In the above equations Z_{CTM} and Z_{CTE} are characteristic impedances of the equivalent rectangular waveguide (with four metal walls), filled-in with dielectric material for TM and TE-modes, respectively. Indices m , n are integer numbers 0, 1, 2..., for the

cut-off modes. The transverse cross-sectional aperture possesses dimensions a -width and b -height, which corresponds to a two-conductor parallel-plate waveguide (microstrip), with the same strip width - w and substrate height - h . It can be easily proved from (8)-(11) by multiplication and division of equations (8) and (9), that for TEM-wave propagation, its characteristic impedance Z_C and constant γ are derived at the conditions $m=n=0$ (parallel-plate fundamental mode $TM_{00}, f_{cmn}=0$). If hybrid wave modes exist, then implement (8), (9), (10) to determine f_{cmn} and $Z_{CTM} \neq Z_{CTE}$. For lossless and lossy microstrip lines with excited TEM-waves are valid expressions (12) and (13), respectively [3, 5].

$$Z_{CTEM}^2 = Z_{CTM_{mn}} Z_{CTE_{mn}} = \frac{\mu_{eff}}{\epsilon_{eff}} \quad (12a)$$

$$\frac{Z_{CTE}}{Z_{CTM}} = \frac{\omega^2 \mu_{eff} \epsilon_{eff}}{k_d^2} = 1; \gamma = j\omega \sqrt{\mu_{eff} \epsilon_{eff}} \quad (12b)$$

$$\gamma_{lossy} = \sqrt{j\omega \mu_{eff} (j\omega \epsilon_{eff} + \sigma_{sub})} \quad (13a)$$

$$Z_{CTEM_{lossy}} = \sqrt{\frac{j\omega \mu_{eff}}{j\omega \epsilon_{eff} + \sigma_{sub}}} = F(w, h) \sqrt{\frac{j\omega \mu}{j\omega \epsilon + \sigma_{sub}}} \quad (13b)$$

In the above equations subscript “*eff*” designates shape dependency both of ϵ and μ in bounded propagation media from the microstrip width - w , and substrate height - h ; expression $F(w, h) = [\ln(8h/w + 0.25w/h)]/2\pi$ in (13b) is widely described in technical literature by number of authors [1, 2, 4] in case of $w/h < 1$; σ_{sub} presents substrate conductance for poor dielectrics and semiconductor materials; ϵ and μ are absolute complex constants for unbounded propagation media. In fact $\epsilon_{eff} = \epsilon/F(w, h)$ and $\mu_{eff} = \mu F(w, h)$. Imaginary part ϵ'' is σ_{sub}/ω .

Excitation of TEM wave is ensured either by coaxial connector feeding, or ground-signal-ground (G-S-G) type of micro-probes.

2.3. Basics of the Proposed Methodology

The proposed algorithm for extraction of microstrip line ϵ_{eff} and μ_{eff} can be summarized as follows:

1. Measure the scattering parameters S_{11} , S_{21} , S_{12} and S_{22} of microstrip transmission line TRL ($W_x, L_x < \lambda_{line}/4$).
2. De-embed the launcher pads impedances.
3. Place in circuit simulator and find $S_{ii \text{ open}}$ and $S_{ii \text{ short}}$
4. Use (1a) and (1b) to find $Z_{InShort_Stub}$ and Z_{InOpen_Stub}
5. Use (4) to find Z_C of the transmission line (TRL).
6. Measure the geometry length of the TRL and find the propagation constant γ by means of (7). Substitute γ and Z_C in (5), (6) and extract the effective dielectric constants ϵ_{eff} and μ_{eff} . There exists an option to modify the proposed algorithm in the following way - item 1 can be substituted with:
 - One-port measurements of the “open” stub by means of the set-up on Fig. 1.a) or Fig.1.c).
 - One-port measurement of “short” stub by means of the set-up on Fig.1.d). Thus

the “artificial” obtaining of “short” and “open” stubs by circuit simulator from two-port measured S -parameters data of a transmission line (W_x , L_x) is omitted, but lay-out parasitics are added.

Using this algorithm and calibration structures it is possible to investigate transmission line configurations with lengths L_x and widths W_x . On Fig.1.a) is shown microstrip TRL stub. One-port measurement can give us information about the input impedances when the TRL is open. Two-port measurements using transmission-reflect-line (TRL) standards “thru” and “open”, like those depicted on Fig.1.b) and Fig.1.c), provide enough information for extraction [6].

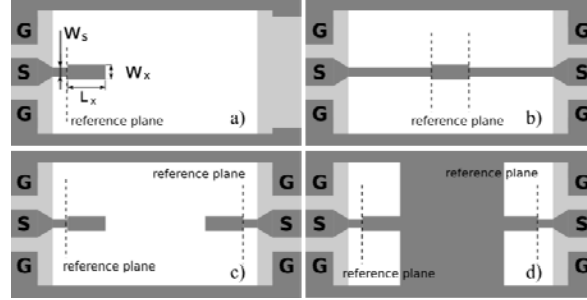


Fig.1. Application of “on-wafer” test structures: a) One-port measurement of the investigated “open” stub; b) Two-port measurement of the investigated stub as a transmission line; c) De-embedding structure with two “open” stubs; d) De-embedding structure with two “short” stubs. The reference planes are determined by calibration procedures.

3. EXPERIMENTAL RESULTS AND DISCUSSION

Verification of the proposed method was done through electromagnetic simulations and measured S -parameters of microstrip transmission lines (MSL) on GaAs and SiGe structures. In the presented work this task is fulfilled by the method of moments (MoM) implementation in EM simulations and “on-wafer” probe station measurements.

EM simulation parameters of the semiconductor substrates are given on Fig.2. The presented study is a natural continuation of our previous work [7], but now expanded and supplemented with the possibilities to investigate magnetic permeability also. One interesting goal is to point out some features of non-magnetic conductive dielectrics to possess μ in the vicinity of unity.

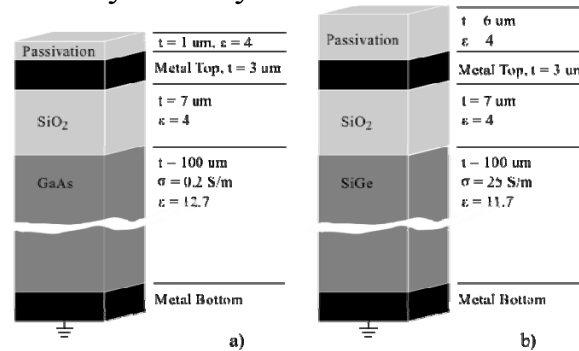


Fig.2. Multilayer dielectric/semiconductor substrates applied in electromagnetic simulator for extraction of S -parameters: a) semi-insulating substrate – GaAs. b) conductive substrate - SiGe.

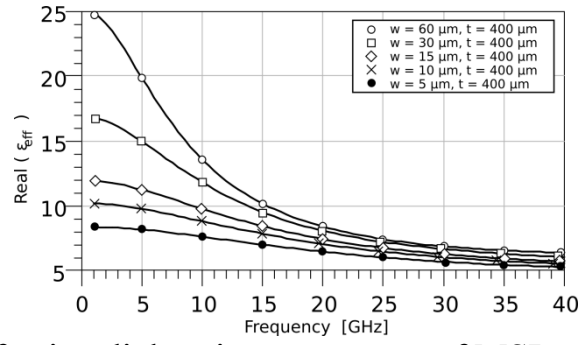


Fig.3. Real part of effective dielectric constant ϵ_{eff} of MSL on conductive substrate (SiGe) extracted from EM simulations; widths $W_x = 5, 10, 15, 30, 60 \mu\text{m}$ @ length $L_x = 300 \mu\text{m}$, $t = 400 \mu\text{m}$ and $\sigma = 25 \text{ S/m}$.

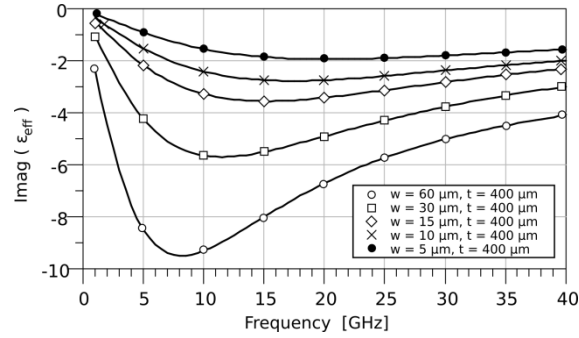


Fig.4. Imaginary part of effective dielectric constant ϵ_{eff} of MSL on conductive substrate (SiGe) extracted from EM simulations; widths $W_x = 5, 10, 15, 30, 60 \mu\text{m}$ @ length $L_x = 300 \mu\text{m}$, $t = 400 \mu\text{m}$ and $\sigma = 25 \text{ S/m}$.

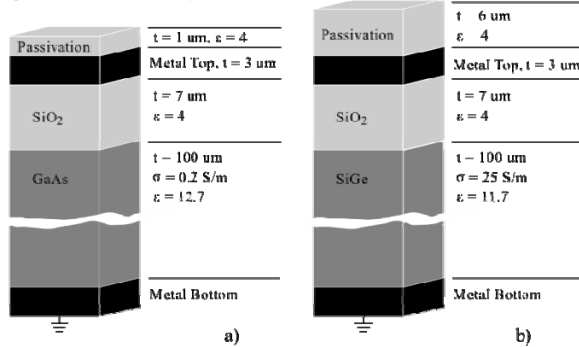


Fig.5. Multilayer dielectric/semiconductor substrates applied in electromagnetic simulator for extraction of S -parameters: a) semi-insulating substrate – GaAs. b) conductive substrate - SiGe.

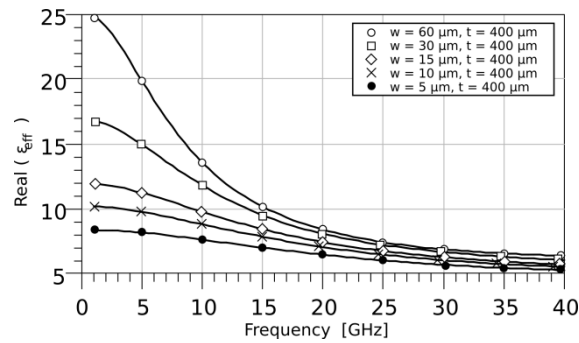


Fig.6. Real part of effective dielectric constant ϵ_{eff} of MSL on conductive substrate (SiGe) extracted from EM simulations; widths $W_x = 5, 10, 15, 30, 60 \mu\text{m}$ @ length $L_x = 300 \mu\text{m}$, $t = 400 \mu\text{m}$ and $\sigma = 25 \text{ S/m}$.

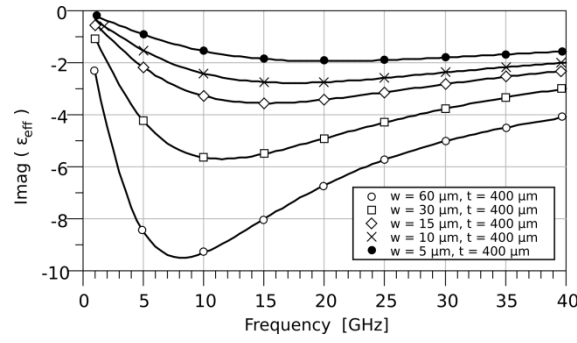


Fig.7. Imaginary part of effective dielectric constant ϵ_{eff} of MSL on conductive substrate (SiGe) extracted from EM simulations; widths $W_x=5, 10, 15, 30, 60 \mu\text{m}$ @ length $L_x=300 \mu\text{m}$, $t=400 \mu\text{m}$ and $\sigma=25 \text{ S/m}$.

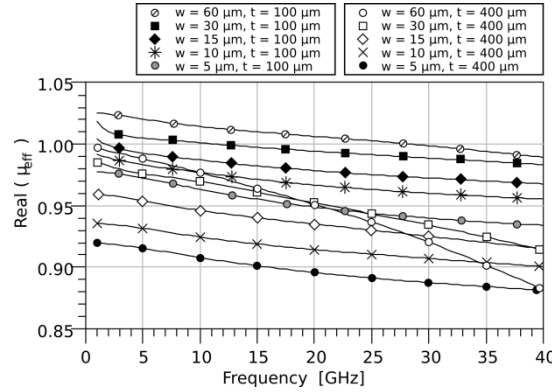


Fig.8. Comparison of MSL μ_{eff} on conductive SiGe substrates with thicknesses $t=100 \mu\text{m}$ and $400 \mu\text{m}$ by pairs of identical lines, $\sigma=25 \text{ S/m}$.

It can be considered that in first approximation Z_C of MSL depends on the ratio h/w (substrate thickness/MSL width) multiplied by square root of the ratio μ/ϵ . The values of ϵ_{eff} in lossy MSL exceed those in lossless ones, due to (13b) and the Maxwell-Wagner mechanism [7]. Also, lossless microstrip lines (MSL) exhibit always $\epsilon_{eff} < \epsilon$. As conductance σ approaches zero, MSL becomes lossless and μ_{eff} aims at unity, especially for wider transmission lines and thinner substrates.

4. CONCLUSIONS

The achieved accuracy of the proposed method depends extremely on the choice of function $F(w, h)$, which may be determined as “coefficient of the MSL shape”. From EM field theory of microstrip lines it is well-known fact, that the above mentioned coefficient is connected predominantly with “fringe effect” of electric field power lines on the interface air/substrate and their curvature at this boundary. This circumstance is the reason for appearance of “quasi – TEM” wave in such inhomogeneous structures as a clear distinction from the pure TEM wave, propagating in coaxial cables. Fortunately, the problem is dealt by a huge number of authors and different approaches (with different accuracy of $F(w, h)$) are available in the topical literature.

A clear impact of the proposed method is implementation of mathematical “short” and “open” of stubs in circuits’ simulators, which eliminates insertion of impedance

parasitic in test structures. The physical “short” circuit terminations possess excessive parasitic inductance of GND vias, while “open” ones have excessive capacitance, due to the fringing effect of edge electric field at the open stub end. It is enough to obtain the S -parameters’ data of a simple microstrip line and derivation of ϵ_{eff} and μ_{eff} is executed straightly forward.

The attentive reader may observe some strange discrepancies in the presented figures. For example in Fig. 3, 7, below some frequencies, the real part value of ϵ_{eff} is bigger than the relative constant ϵ_r of SiGe substrate material - 11.7; this phenomenon can be explained with the existence of predominant “slow” and “skin” waves in the structure [3, 7], depending on the substrate conductivity and transmission line geometry. The observed effect strengthens when substrate thickness and strip width increase, too. So, in these regions the proposed function $F(w, h)$ can’t be used for direct extraction of the physical constants, its validity is only applied in quasi-TEM approximation of the wave propagation. In case of pure TEM waves, the values of effective and relative constants coincide.

Another interesting phenomenon is noticed on Fig. 6, 8. At the widest MSL dimension 60 μm , the imaginary part of μ_{eff} has some positive values, while the real part is bigger than unity – at first glance a contradiction with the material science! But this peculiarity may be explained with either excitation of evanescent modes and “patch antenna” radiation effect, or occurrence of some “meta material” features – propagation of “backward” wave. It should be studied explicitly in further investigations of different lay-out configurations and substrate conductivities.

REFERENCES

- [1] W. R. Eisenstadt and Y. Eo, **“S-Parameter-Based IC Interconnect Transmission Line Characterization,”** *IEEE Trans. Comp. Hybrid, Manuf. Technol.*, vol. 15, no. 4, pp. 483-490, Aug. 1992.
- [2] Yungseon Eo, W. R. Eisenstadt, **“High-Speed VLSI Interconnect Modeling Based on S-Parameter Measurements,”** *IEEE Trans. Comp. Hybrid, Manuf. Technol.*, vol. 16, no. 5, pp. 555-562, Aug. 1993.
- [3] Hideki Hasegawa, M. Furukawa, H. Yanai, **“Properties of Microstrip Line on Si-SiO₂ System,”** *IEEE Trans. Microwave Theory Tech.*, vol. MTT-19, no. 11, pp. 869-881, Nov. 1971.
- [4] R. Garg et al, ***Microstrip Antenna Design Handbook***, Norwood, U.S.A.: Artech House Inc., 2001.
- [5] N. Marcuvitz, ***Waveguide Handbook***, New York: Peter Peregrinus Ltd., 1986.
- [6] Ming-Hsiang et al, **“A Cascade Open-Short-Thru (COST) Method for Microwave On-Wafer Characterization and Automatic Measurements,”** *IEICE Trans. Electron.*, vol. E88-C, no. 5, pp. 845-850, May 2005.

[7] R. Arnaudov, R. Borisov, “**S-Parameter-Based Extraction of Effective Dielectric Constant,**” *19th Telecommunications Forum TELFOR*, pp. 900-903, Belgrade, Serbia, 2011, ISBN: 978-1-4577-1498-6.

Автор: Радосвет Арнаудов, доц. д-р инж., катедра „Микроелектроника“, Факултет Електронна Техника и Технологии, Технически Университет - София, E-mail address: rarn@tu-sofia.bg

Постъпила на 11.12.2013

Рецензент доц. д-р Валентин Видеков

ВЪЗМОЖНИ ТЕХНОЛОГИИ ЗА РЕДУЦИРАНЕ НА АЗОТНИТЕ ЕМИСИИ ПРИ ИЗГАРЯНЕТО НА ЛИГНИТНИ ВЪГЛИЩА

Тотьо Тотев

Резюме: *Необходимостта от извършването на настоящата оценка е свързана с повишените екологични изисквания, които предстои да бъдат приложени към енергийните блокове изгарящи лигнитни въглища от басейна „Марица Изток“. Принципно възможните технологични решения могат да бъдат насочени в две посоки. Първични мероприятия, които са свеждат до промени в организацията на горивния процес или вторични действия, свързани с очистване на димните газове от азотни оксиди след като те са били образувани по време на горенето. В настоящото разглеждане се акцентира на първия подход.*

Ключови думи: *органични горива, горивни инсталации, азотни оксиди.*

TECHNOLOGICAL POSSIBILITIES FOR NO_x REDUCTION IN LIGNITE-FIRED BOILERS

Totyo Totev

Abstract: *The necessity of the current assessment is related to the higher pending environmental requirements regarding the lignite-fired boilers in the “Maritsa East” basin. In general, the possible technological solutions can be divided in two directions. Primary measures that are limited to changes in the organization of the combustion process and secondary measures concerning nitrogen oxides purifying from the flue-gas after their formation. This research focuses on the first approach.*

Keywords: *fossil fuels, combustion installations, nitrogen oxides.*

1. ВЪВЕДЕНИЕ

Необходимостта от извършването на настоящата оценка е свързана с повишените екологични изисквания [1-7], които предстои да бъдат приложени към енергийните блокове изгарящи лигнитни въглища от басейна „Марица Изток“. Тези изисквания са посочени много ясно и категорично в следните нормативни документи:

- Директива 2001/80/ЕС на ЕВРОПЕЙСКИЯТ ПАРЛАМЕНТ И НА СЪВЕТЪТ от 21 Октомври 2001 по ограничаването на емисии на определени замърсители във въздуха от големи горивни инсталации - Приложение IV;

- НАРЕДБА № 10 от 6.10.2003 г. за норми за допустими емисии (концентрации в отпадъчни газове) на серен диоксид, азотни оксиди и общ прах, изпускани в атмосферния въздух от големи горивни инсталации, Издадена от Министъра на околната среда и водите, Министъра на икономиката, Министъра на енергетиката и енергийните ресурси, Министъра на регионалното развитие и благоустройството и Министъра на здравеопазването, обн., ДВ, бр. 93 от 21.10.2003 г.т. 5, р. 4, № 710б - Приложение IV
- Комплексно разрешително на ТЕЦ "Марица Изток 2" ЕАД, с. Ковачево, № 50/2005г (актуализирано с Решение №50-Н0-И0-А1/2010 г.).

Конкретните нива на праховите и газовите замърсители във всички по-горе посочени документи се лимитират на следните стойности:

- За енергийни котли № 11 и № 12

Параметър	Норми за допустими емисии (mg/Nm ³) 6% кислород	
прах	50	
SO ₂	92% десулфуризация	
NO _x	До 31.12.2015г.	От 01.01.2016г.
	500	200
CO	250	

- За енергийни котли от № 1 до № 8 и за енергийни котли № 9 и № 10

Параметър	Норми за допустими емисии (mg/Nm ³) 6% кислород	
прах	50	
SO ₂	94% десулфуризация	
NO _x	До 31.12.2015г.	От 01.01.2016г.
	500	200
CO	250	

За да се установят концентрациите на азотните емисии изпускани в атмосферата от котлите, които са в експлоатация, е проведено, измерване на изходящите димни газове след тях. Получени са следните данни за концентрация на азотни оксиди (NO_x) и въглероден диоксид (CO) в отпадните газове:

Обобщени данни за концентрации на NO_x и CO в отпадните газове на парогенератори тип ПК38-4 (Котли ст. № 1 ÷ 8) и П62 (Котли ст. № 10 и 11) на територията на „ТЕЦ Марица изток 2” ЕАД

Параметър	Котел ст. №									
	1	2	3	4	5	6	7	8	10	11
NO _x , mg/Nm ³ (O ₂ =6 %)	374	353	408	422	371	468	400	418	232	310
CO, mg/Nm ³ (O ₂ =6 %)	76	54	85	107	87	24	55	66	53	33

От получените резултати е видно, че след като към „днешния ден“, българската енергетика изпълнява успешно изискванията за редукция на серните емисии, то в „утрешния“ предстои да бъдат въведени нови технологични решения, които да редуцират и азотните емисии в димните газове.

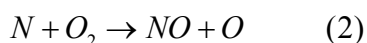
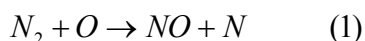
2. ВИДОВЕ АЗОТНИ ОКСИДИ И ТЕХНОЛОГИИ ЗА ТЯХНОТО НАМАЛЯВАНЕ, РЕАЛИЗУЕМИ В ГОРИВНИ ИНСТАЛАЦИИ

При високи температури, характерни за пешните камери, оксидите на азота се подреждат в зависимост от своята термодинамична устойчивост в следния ред NO , N_2O , NO_2 , N_2O_3 , N_2O_4 , N_2O_5 . Основно значение за разглежданите от нас условия, от изброените азотни оксиди, имат NO и NO_2 .

По експериментален път е установено, че около 95 % от напускащите парогенератора азотни оксиди (NO_x) представляват азотен оксид (NO) и само 5 % са азотен диоксид (NO_2). В последствие попадайки заедно с димните газове в атмосферата азотният оксид, в резултат на химични превръщания се окислява до поустойчивия в тези условия азотен диоксид. Според някои изследователи на разстояние от 3 до 6 километра от комина, в атмосферата, повече от 60 % от съдържащите се в газовете азотни оксиди се превръщат в азотен диоксид.

Образуването на NO_x в горивния процес, често се обяснява чрез наличието на азот, който е постъпил в горивната камера, по различен път. Азотът може да произхожда от атмосферния въздух – в който случай продукт се нарича *"топлинни NO_x "*. Азотът може да бъде органично свързан азот, който се намира във всички въглища и във всички течни горива, в този случай продуктът от него се нарича *"горивни NO_x "*.

Механизмите, описващи формирането на *"топлинни NO_x "* са описани за първи път от Зелдович и по-късно допълнението на този механизъм се нарича „удължен механизъм на Зелдович“:



Тъй като равновесните стойности прогнозираны по този механизъм са по-високи от тези, които са измерени в действителност, обикновено се приема, че резултатите са процент от тези получени според уравнение (1), като резултат от високата енергия на активиране от 317 kJ/mol . По-добро оценка за формирането на *"топлинни NO_x "* може да бъде получена, ако се използва стенд в който се поставя загрята смес на N_2 , O_2 , и аргон. Този тест показва, че *"топлинни NO_x "* могат да бъдат предсказани чрез следното уравнение:

$$d[NO] = K_1 e^{(-K_2/T)} [N_2][O_2]^{1/2} dt \quad (4)$$

Където

[.....] – част от мол

T – температура;

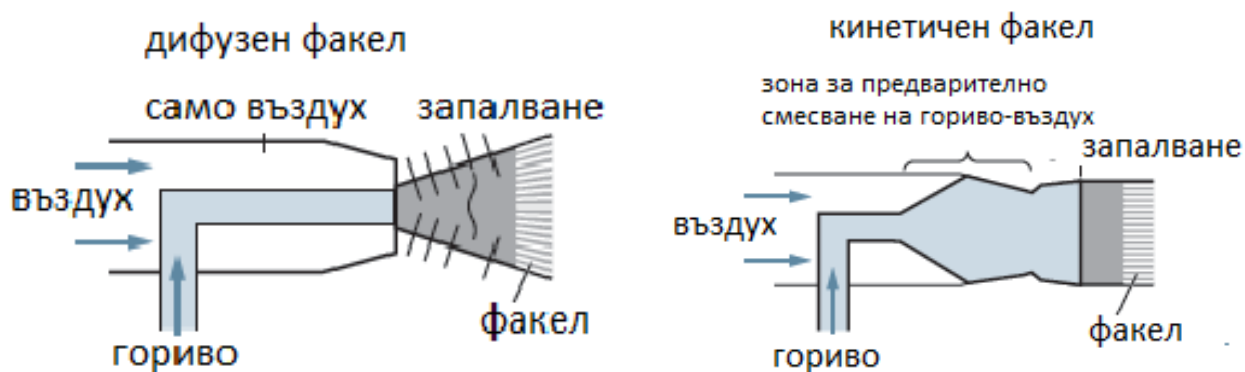
t – времето;

K_1, K_2 – const

От (4) може да се види че *"топлинните NO_x "* може да бъдат намалени чрез намаляване на времето, температурата или концентрациите на N_2 и O_2 . Фактът, че температурата в това уравнение е в експоненциалната функция, ясно показва значението ѝ при контрола на *"топлинните NO_x "*. На практика, механизмите на Зелдович демонстрирани чрез (4) са достатъчни за прогнозиране на NO_x само в региони, които са по посока на фронта на горенето.

Фенимор въвежда фразата *"бързи NO "*, за да опише генерираните NO „близо“ до фронта на пламъка, за които, поради много краткото време на престой, механизмът на Зелдович се оказва неприложим. *"Бързите NO "* са резултат от бързата реакция на образували се съединения между въглеродородни радикали с молекулен азот. По-късно тези съединения могат да се преобразуват в NO_x . Последващи изследвания на De Soete показват, че както и при реакциите на Зелдович, температура във всички случаи намалява *"бързите NO "*.

Допълнителен O_2 увеличава NO за богати на гориво дифузен фронт на пламък, обаче, намалява NO за бедни на гориво предварително смесен фронт на пламъка (фиг.1).



Фиг.1. Зони в дифузен и в кинетичен факел

Въпреки че кинетиката на превръщането на органично свързаните азотни съединения участващите в изкопаемите горива все още не са добре разбрани, многобройни проучвания са показали, че *"горивните NO_x "* силно се влияят от тях. Те имат важно място при формирането на NO_x от течено гориво, както и доминиращо такова при генерирането на NO_x при изгарянето на въглища.

Резултати от тестове получени при изгарянето на горива в смес от кислород и въглероден диоксид (за да се изключат *"топлинните NO_x "*) показват забележителен корелация между процента N в мазут с генерираните NO_x .

Подобни тестове с различни видове въглища не са довели до сходни резултати. При различните тестове не се наблюдава видима корелация между количеството на свързания азот в гориво и *"горивните NO_x "*. Ясно е, че степента на превръщането на азота в гориво в *"горивните NO_x "* не е постоянна. Вместо от количеството на азот в горивото, *"горивните NO_x "* се променят в широки граници, в зависимост от вида на въглищата. Някои изследвания показват, че *"горивните NO_x "* могат да достигнат до 80 % от общото количество на неконтролирани при горенето изпускани NO_x .

Приносът на „горивните NO_x “ е най-голям за тези въглища, които имат най-голямо количество летлив азот, който обикновено е пропорционален на общото количество летливите вещества във въглищата. Най-малко са („горивните NO_x “) когато азотът се задържа в стабилно състояние (във кокса).

Значително се повишава конверсията (преобразуването) от азот в горивото в „горивните NO_x “, при условие, че гориво-приготвящите системи осигуряват достатъчно кислород до азота в горивото, когато той е в газообразно състояние. Просто казано, съединенията, които се получават от частиците въглища (като летливи вещества), като HCN и NH_3 , са относително нестабилна и ще се разпаднат до безвредни N_2 при условие, че не преминават през зони богати на кислород и обратно, ако те преминат през зони богати на кислород се окисляват до NO .

Ниско азотните прахоприготвящи въглищни горивни системи са проектирани предимно така, че да се сведе до минимум вероятността летливия азот да се преобразува в NO_x чрез създаване на ранно възпламеняване и контролиране на наличността на O_2 с помощта на въздушни и горивни етапни техники.

При въздушната етапна техника, част от общия въздух, необходим за пълното изгаряне на горивото не се подава в началото на горивния процес. Чрез вариране на количеството въздух на първия етап, изгарянето на частиците въглища или капчица течна гориво може да бъде прекъсвано в различни етапи на реакцията, поради липса на кислород. След което се оставя да продължи допълнително там където балансът гориво-въздух е изпълнен за пълното изгаряне – въвежда се въздух (втори етап на подаване на въздуха).

За контрола на NO_x , идеалното количество въздуха за първия стадий ще бъде това, което е достатъчно за генериране на температури необходими за получаване на газообразни продукти от горенето, но недостатъчно, за завършване на реакцията до NO .

Горивни системи за минимизиране образуването на NO_x

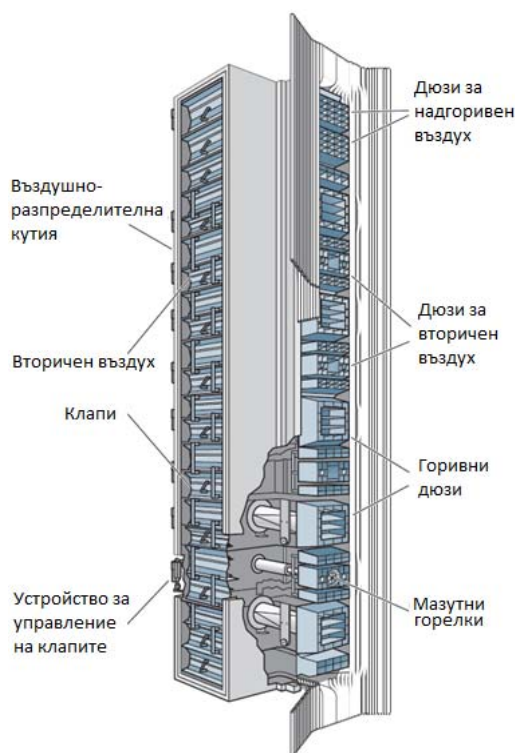
Горивните системи предназначени за свеждане до минимум образуването на NO_x , работят на основата на контролиране на азотопреобразуването (на основната част от гориво-азотните съединения от горивото в газовата фаза) в условията на „богата на гориво смес“. В тази атмосфера от недостиг на кислород, настъпва максимална степен на разпад на междинните азотните съединения до N_2 . След доставянето на останалия въздух, благодарение на бавната скоростта на горене се намалява температурата на върха на пламъка, което води до ограничаване на производството на „топлинни NO_x “ в последните етапи на горене.

Ранните изследвания на „ NO_x емисии“, генерирани при различни видове горивни инсталации показват, че при котлите притежаващи горивни системи, чийто потоци тангират към една въображаема окръжност образуват два пъти по-малко NO_x емисии, сравнени с тези котли чийто системи са хоризонтални (т.е. не образуват вихър в центъра на пешната камера). Притоците на страничните съседни потоци създава една, въртяща се около пламъка обвивка, който насър-

чава масовото смесване за пълното изгаряне на горивото. Дългите дифузни пламъци излизаци от всеки ъгъл, както и големите вътрешни газови рециркулации, генерирани от кълбовидния факел, умереното смесване на горивото и въздуха са в основата на същността на нискогенериращите NO_x горивни системи.

Ниско азотна тангенциална горивна среда с въздух за доизгаряне

Както е показано на фиг.2, при първата модификация се добавя въздух в горелката над най-горната възглища дюза. Така нареченият *overfire air (OFA)* или *надгоривен въздух (НГВ)* отклоняват приблизително 20 % от общия необходим за горенето въздух над праховата горелка. Като резултат количеството въздух необходим за горенето във факела на нивото на горелката е близо до стехиометричните нива. На фиг.3 е показано влиянието на надстехиометричния въздух, който се подава чрез надгоривния въздух, върху редукцията на NO_x емисиите.



Фиг.2. НГВ приближен до горелката

Очевиден е ефектът от намалението на общия излишък на въздух върху нивата на NO_x . Този ефект се дължи най-вече на намалението на наличния кислород и от съседните горелки във факела. При постоянен брой работещи горелки диференциално намалява общия излишък на въздух, а се увеличава дела на НГВ. Това намалява наличния кислород във факела в още по-голяма степен. Глобални и локални техники постепенно са се развили и са предназначени да сведат до минимум наличието на O_2 по време на критичните първите фази на горенето, когато летливите азотни видове се формират. Поетапното горене минимизира емисиите на NO_x , защото първоначалните, богати на гориво условия допринасят за образуването на N_2 от летливи азотни видове.

НГВ като постановката, която задава горене в стехиометрични условията, е използвана повече от 30 години.



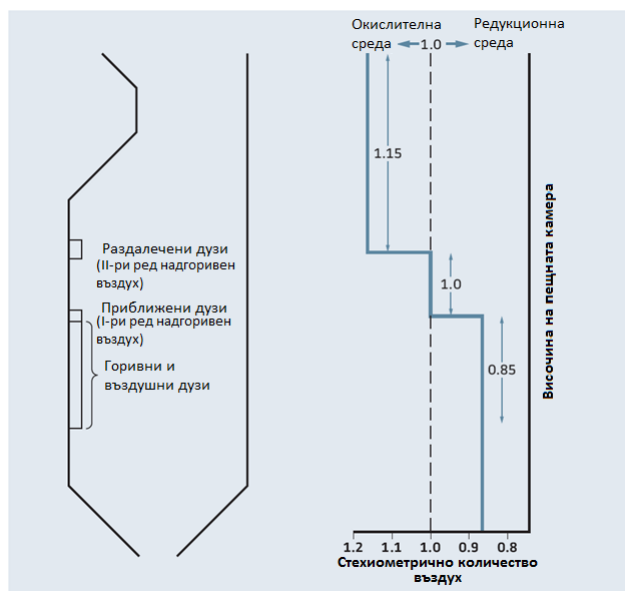
Фиг.3. Влияние на НГВ върху степента на редукция на азотните оксиди

Усилията на изследователите са довели до по-нататъшно развитие на оригиналната концепция за "близко свързани" отвори на НГВ (свързани с горелката), до следващата логична стъпка: вертикално разположение на НГВ с един или повече разделени нива (разделени от горелката), с цел да увеличите времето на работа в условия на субстехиометрични или близки до стехиометричните условия (фиг.4 и фиг.5.).

В следствие на проведеното мащабно лабораторно тестване при различна конфигурация на НГВ, на фиг.6 са представени резултати за степента на редукция на азотните емисии.

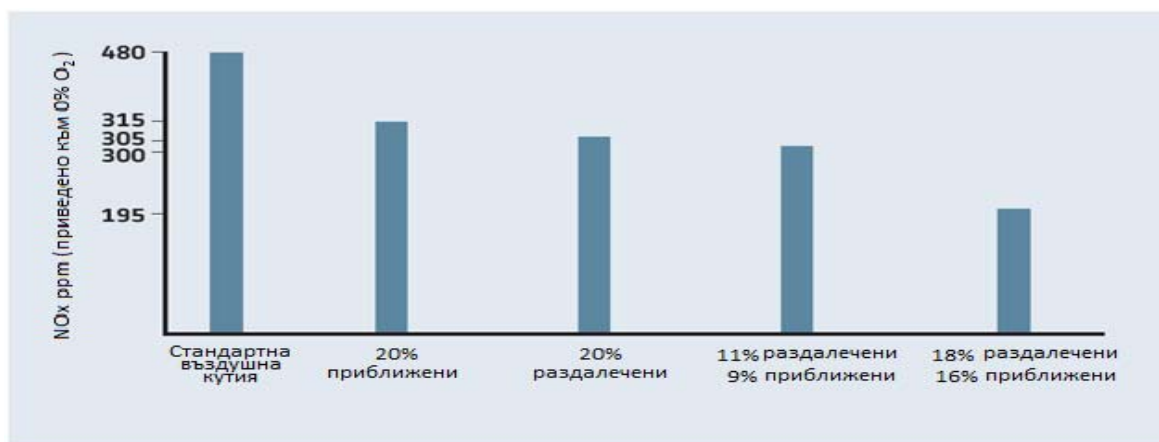


Фиг.4. НГВ близко свързан до горелката



Фиг.5. Изменение на коефициента на излишък на въздух по височина на пещта

Локалната стратегия, която допринася за намаляване на NO_x е свързана с бързо запалване и намаляване на кислорода в близост до горелка. Това е наложително за постигане на максимална преобразуване на летливите азотни HCN и NH_3 , последвана от последващо намаление до N_2 в гориво глобален режим. Свързаният пламък с въглищните дюзи и богатите/постните на гориво потоци са двете местни концепции, които се използва в момента.

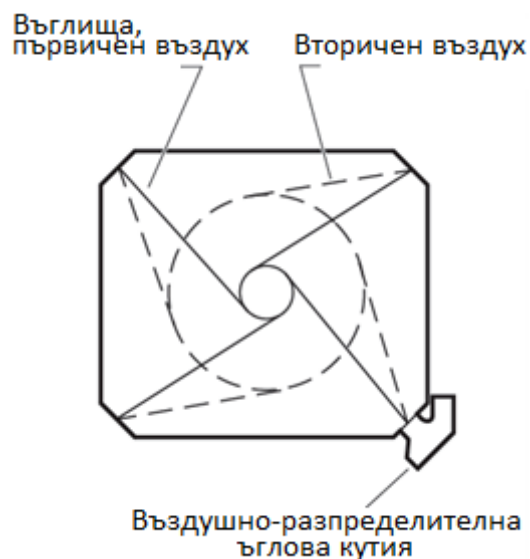


Фиг.6. Влияние на разположението на НГВ в пещта върху образуването на азотните оксиди

Ниско азотна концентрична горивна среда

През 1980 г. фирмата ALSTOM развива прахоприготвяща система, гарантираща ниско азотна концентрична горивна среда (LNCFS™) (НАКГС).

В допълнение към „близко свързан НГВ“ до горелката и подаването на въздух през раздалечени от горелката дюзи, LNCFS™ представлява хоризонтално изместени на вторичен въздух по отношение на горивните струи (фиг.7).



Фиг.7. *Хоризонтално изместени на вторичен въздух по отношение на горивните струи*

3. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

На основата на направения анализ по-горе могат да бъдат извършени следните обобщения:

1. Концентрациите на азотни оксиди, които се получават при изгарянето на български лигнитни въглища са такива, че прилагането на първични методи за редукция биха били достатъчни за да се изпълнят изискванията на нормативните документи;
2. Пещната аеродинамиката на разгледаните по-горе конструкции много наподобява тази, която се реализира и в момента, т.е. конструктивните изменения, които биха се реализирали няма да бъдат значими;
3. Подаването на въздух на етапи, позволява на постъпващото в пещта гориво да инициира горене по начин, който позволява то да се освободи от съдържащия се в него азот в сравнително ниска кислородна среда;
4. НГВ заедно с въздуха отклонен от посоката на въглищната струя осигурява окислителя необходим за завършване на горене с адекватно смесване. Бъдещите конструктивни изменения трябва да гарантират известно разделение на потока (макар и за кратко време), като се използва технологията, концентрична горивна среда. Тази концепция остава благоприятно, тъй като това увеличава концентрацията на кислород до изпарителните нагревни повърхности на котела (до стените). Хоризонталната въздушна постановка е особено важно при изгаряне на въглища, които имат пепел с висок потенциал за шлаковане, каквито са българските лигнитни въглища.
5. Концентричната горивна среда, осигурява достатъчна концентрация на кислород до стената, което свежда до минимум потенциалната високо-температурна корозия;

6. Финото смилане на въглища осигурява по-малки частици, които се нуждаят от по-малко време за пребиваване в пещта, позволяващи адекватна постановка за намаляване на NO_x докато все още поддържа добра горивна ефективност.

ЛИТЕРАТУРА

- [1] Carl Bozzuto, Clean Combustion Technologies, A Reference Book on Steam Generation and Emissions Control, Published by www.alstom.com2000, Day Hill Road Windsor, Connecticut 06095 ALSTOM Power, Inc.2009
- [2] Ya. B. Zel'Dovich, "The Oxidation of Nitrogen in Combustion and Explosions," *Acta Physicochimica (USSR)*, 21: 577-628, 1946
- [3] D. J. MacKinnon, "Nitric Oxide Formation at High Temperature," *Air Pollution Control Association Journal*, 24: 237-239, 1974
- [4] C. P. Fenimore, "Formation of Nitric Oxide from Fuel Nitrogen in Ethylene Flames," *Combustion and Flame*, 19: 289-296, 1972
- [5] G. De Soete, "Mechanism of Nitric Oxide Formation from Ammonia and Amines in Hydrocarbon Flames," *Revue de L-Institut Français du Pétrole et Annales Des Combustible Liquides*, 28: 95-108, 1973
- [6] W. W. Habelt, "The Influence of Coal Oxygen to Coal Nitrogen Ratio on NO_x Formation," Presented at the 70th Annual American Institute of Chemical Engineers Meeting, New York, November 13-17, 1977
- [7] D. W. Pershing and J. O. L. Wendt, "Pulverized Coal Combustion: The Influence of Flame Temperature and Coal Composition on Thermal and Fuel NO_x ," 16th Symposium (International) on Combustion, The Combustion Institute, 1976, p. 389

Автор: Тотю Иванов Тотев, доц. д-р инж., катедра „Топлоенергетика и ядрена енергетика“, Енергомашиностроителен Факултет, Технически Университет - София, E-mail address: t-totev@tu-sofia.bg

Постъпила на 12.03.2014

Рецензент доц. д-р Никола Станков

ОЦЕНКА НА ТЕКУЩОТО СЪСТОЯНИЕ НА АБСОРБЕРИТЕ НА СОИ НА БЛОКОВЕ 7 И 8 В ТЕЦ „МАРИЦА ИЗТОК 2“

Тотьо Тотев

Резюме: На основата на натурни измервания и изчислителна програма е пресметната ефективността на работата – степеня на десулфуризация на СОИ на Блокове 7 и 8 в ТЕЦ „Марица Изток 2“. Заложените входни параметри съответстват на данните от информационно-управляващата система. Отчетените стойности и параметри, оказващи влияние върху работата на абсорбера са: височина на абсорбера, концентрация на O_2 и SO_2 на входа, скорост на потока димни газове, предварително налягане на разпръскващите суспензия дюзи, обменен дебит на дюзите и др.

Ключови думи: степен на десулфуризация, натурни изпитания, регресионен модел.

ASSESSMENT OF THE CURRENT STATE OF FGD ABSORBERS FOR UNIT 7 AND UNIT 8 AT “MARITSA EAST 2” TPP

Totyo Totev

Abstract: Based on on-site measurements and computational program the desulfurization efficiency of the Flue-gas desulfurization systems for Unit 7 and Unit 8 at “Maritsa East 2” TPP is calculated. The initial conditions and parameters are consistent with the data from the operational digital control system. The reported parameters and values influencing the operation of the absorber are: absorber's height, concentration of O_2 and SO_2 on the inlet, flue gas flow velocity, initial pressure of the spray nozzles, volume flow of the nozzles etc.

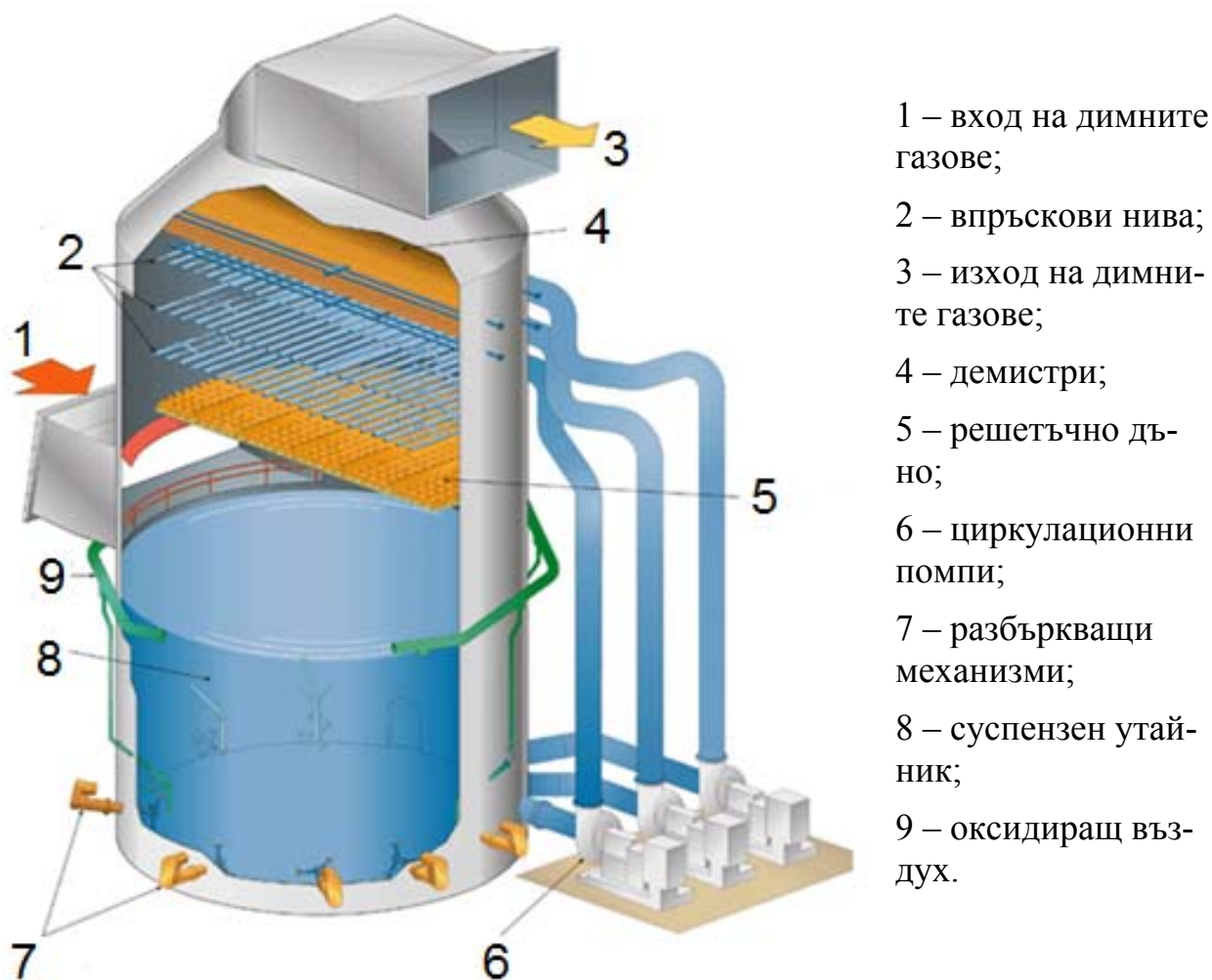
Keywords: desulfurization efficiency, on-site measurements, regression model.

1. ВЪВЕДЕНИЕ

В края на 90-те години двата 210 MW блока 7 и 8 на централата, изгаряща местни лигнитни въглища ТЕЦ „Марица Изток 2“ са оборудвани със сероочистващи инсталации на база мокро очистване с варовик (фиг.1). Към всеки от блоковете е монтиран отделен абсорбер. Към момента на монтаж СОИ е проектирана за минимален коефициент на сероочистване 90% в съответствие с изискванията на ЕС за изгаряне на богати на сяра местни въглища, поради факта че българските лигнитни въглища се отличават с особено високо съдържание на сяра, което води отчасти до $20\,000\text{ mg/m}^3$ съдържание на SO_2 в непречистения

газ. Поръчката за допълнително оборудване е възложена на консорциума SHU/Klöckner-INA в Дуйсбург. Към обема на доставка наред с абсорберите и техните хранящи съоръжения принадлежат и барабанно-топкови мелници за смилане на подавания варовик. Към тогавашният момент не са предвидени инсталации за обезводняване на гипса чрез използването на вакуумни лентови филтри и последващо производство на гипс. Вместо това всеки абсорбер е оборудван с хидроциклони за варовикова суспензия в комбинация със събирателен резервоар за суспензията. Отвеждането на отпадъчните води от СОИ се осъществява със сравнително висок дебит на варовиковата суспензия.

В съответствие с новите предписания на ЕС е наложително преоборудване на наличните СОИ с цел постигане на коефициент на сероочистване 96%. Посредством реализираната изчислителна програма е направена оценка на серочистващата възможност на изградените скрубери и е установено реалното състояние на абсорберите. Въз основа на това може да се определи до каква степен текущата степен на очистване не съответства на новите нормативни европейски разпоредби.



Фиг.1. Принципна схема на СОИ

2. ЕКСПЕРИМЕНТАЛНИ ДАННИ ЗА РАБОТАТА НА СОИ НА БЛОК 8 В ТЕЦ „МАРИЦА ИЗТОК 2“

На 9-ти април 2014 се осъществи мрежово измерване за определяне на степента на почистване от SO_2 за СОИ № 8 в ТЕЦ „Марица Изток 2“. По време на изпитанията са осъществени следните измервания:

- на вход: Определяне на концентрацията на SO_2 и O_2 на входа на сероочистващата инсталация. Измервателната площадка и пробовземните точки са показани на фиг.2.

- на изход: определяне на концентрацията на SO_2 и O_2 на изхода от сероочистващата инсталация. Измервателната площадка и пробовземните точки са показани на фиг.3.

Изпитанията на вход са осъществени в 3 забора. За пробовземни точки 1 и 3 измерванията са извършени в 4 дълбочини (фиг.4), а за пробовземна точка 2 – в 5 дълбочини (фиг.4).

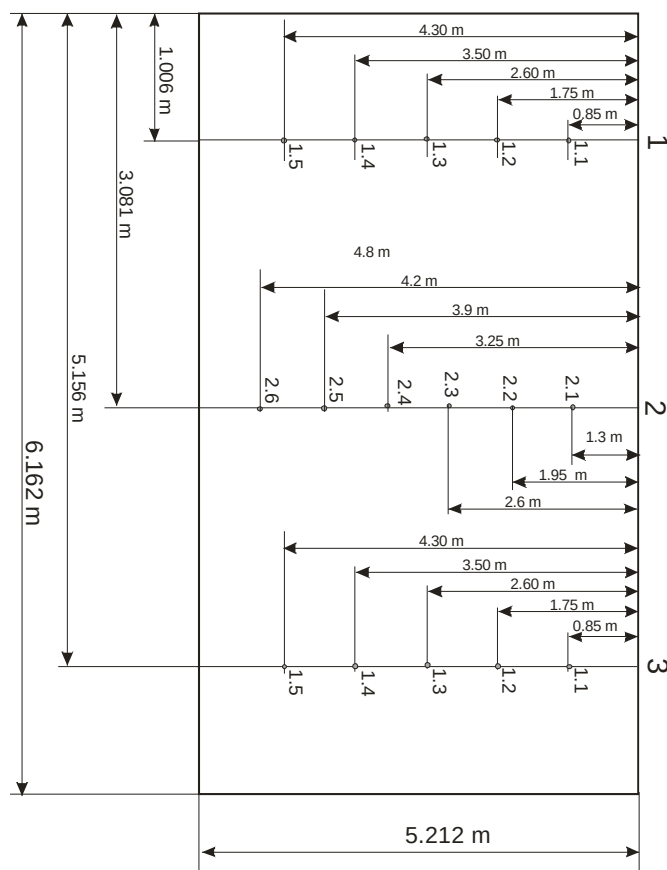
Изпитанията на изхода са реализирани в 1 забор на 4 дълбочини.



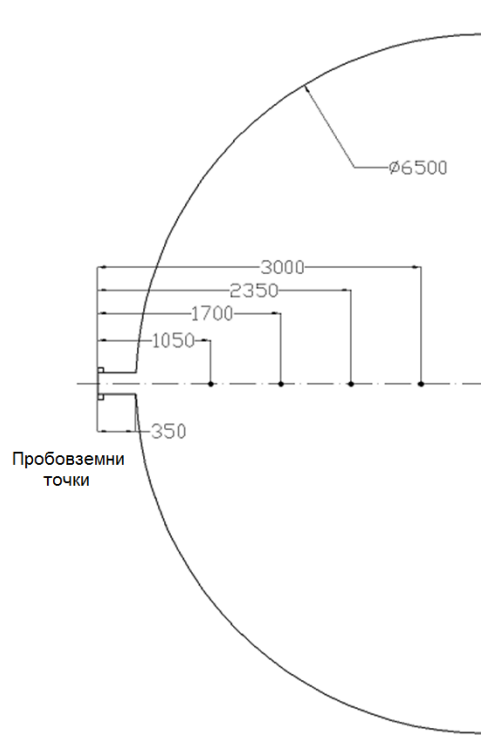
Фиг.2. Пробовземни точки - вход



Фиг.3. Пробовземни точки - изход



Фиг.4. Пробовземни точки - вход



Фиг.5. Пробовземни точки - изход

Резултати от мрежовите измервания на вход на СОИ №8 са представени в табл.1.

Табл.1.

	SO ₂ (mg/Nm ³ , 6% O ₂)	O ₂ (vol. сyx %)
Средно за точка № 1	15 239	8,8
Средно за точка № 2	15 417	8,9
Средно за точка № 3	15 541	8,5
Средно общо	15 399	8,7

Резултати от мрежовите измервания на изход на СОИ №8 са представени в табл.2

Табл.2

	SO ₂ (mg/Nm ³ , 6% O ₂)	O ₂ (vol. сyx %)
Средно	1 617	9,3
Средно	1 582	9,4
Средно	1 574	9,2
Средно общо	1 591	9,3

Степента на почистване на димните газове от СОИ на блок № 8 според получените резултати е 89,7 %

3. ОПИСАНИЕ НА ИЗЧИСЛИТЕЛНА ПРОЦЕДУРА ЗА ОЦЕНКА ЕФЕКТИВНО НА РАБОТАТА НА СОИ

Изчислителната програма за оценка ефективността на работа на абсорбера представлява емпиричен модел, изчисляващ с висока точност около 20 различни контролни и работни параметри на СОИ. Химизмът на процеса на извличане на серния диоксид се определя в значителна степен от рН в инсталациите за мокро сероочистване с варовик.

В производственият процес, обаче е наложително поддържане на рН в определени толеранси, защото прекомерно високата му стойност влошава възможностите за регулиране на абсорбера и води до увеличение на количеството на отделяния заедно с гипса варовик. Големината и предварителното налягане на дюзите имат съществено значение при изчисленията, тъй като образуваните суспензни капчици определят площта на масообмен и по този начин въздействат върху процеса на очистване на димните газове. Съответно чрез въвеждане в програмата на експлоатационните параметри на дюзите (предварително налягане, пропускателна способност за една дюза - табл.3) е възможно точно изчисление на размера на капката, а оттам и въздействието върху коефициента на отделяне на серния диоксид. Отчетена е и посоката на разпръскване. При двойните ексцентрични дюзи, допълнителната посока на разпръскване нагоре води до нарастване на височината на абсорбиране. По правило се изхожда от факта, че малките дюзи (т.е. голям брой на дюзите) образуват капки с малък размер, с което се постига голяма площ на масообмен. Капката от дюзите е пропорционална на техния размер (изходящия диаметър, респективно обемния дебит на дюзата). Предварителното налягане също указва положително въздействие върху процеса на капкообразуване, защото е право пропорционално на площта на масообмен.

Височината на абсорбиране също е от значение за коефициента на очистване, защото височината на падане на капките през абсорбционното пространство влияе върху ефективността на очистването на димните газове. Посоката на протичане в абсорбера също въздейства върху процеса на абсорбция на серния диоксид. Тази полезна информация е натрупана при изследвания на редица абсорбери в цял свят през средата на 90-те години. Причина за увеличение коефициента на сероочистване с нарастване на скоростта е обстоятелството, че по-високата относителна скорост подобрява конвективния масообмен. Освен това по-високата скорост на димните газове създава /аналогично на реакторите с кипящ слой/ повишено налягане в потока върху падащите капки и оттам води до натрупване на по-голяма маса на капките в абсорбционното пространство (Hold up).

Структурата на изчислителната програма включва:

- регресионен анализ на резултати от DCS - стойност на рН, L/G (отношение суспензия/димни газове), съдържание на SO₂, скорост на абсорбиране;
- регресионен анализ на база - размер на капката, височина на абсорбиране, вид на дюзата;

- зависимост - коефициент на сероочистване $\eta = 1 - e^{-A} e^B$;
- $A = f(L/G, w, p \text{ на дюзата}, V \text{ на дюзата}, \text{тип на дюзата})$;
- $B = f(\text{концентрация на } SO_2, pH)$;
- вътрешно изчисление на капката на база параметри на дюзата: предварително налягане, обемен дебит за един отвор, ъгъл на разпръскване;
- проверка и съгласуване на програмата към резултатите от DCS.

Табл.3.

Характеристики на впръскващите дюзи

ДТН дюзи – впръскрови нива № 1, № 2 и № 3		
Вид на дюзата	-	Кух конус
Посока на разпръскване	-	Двустранна
Ъгъл на разпръскване	[°]	120
Диаметър d10 (Vol.)	[µm]	1,150
Диаметър d50 (Vol.)	[µm]	3,660
Диаметър d90 (Vol.)	[µm]	6,800
ТН дюзи – впръскрово ниво № 4		
Вид на дюзата	-	Кух конус
Посока на разпръскване	-	Едностранна
Ъгъл на разпръскване	[°]	120
Диаметър d ₁₀ (Vol.)	[µm]	1,100
Диаметър d ₅₀ (Vol.)	[µm]	3,990
Диаметър d ₉₀ (Vol.)	[µm]	7,480

Работните данни за проверка на абсорбери бяха предоставени от ТЕЦ. За контролното изчисление на абсорбера на ТЕЦ „Марица Изток 2” са използвани изключително стабилни производствени параметри на блок 8 при висока мощност - 214 – 217 MWeI. Останалите важни работни параметри бяха определени от спецификацията на дюзите и чертеж на абсорбера. Следните данни са залегнали в контролното изчисление:

- SO_2 -концентрация в непречистения газ, O_2 -концентрация в димния газ, обемен дебит на димния газ (нормален, мокър газ) преди абсорбера;
- скорост в абсорбера - изчислена от обемния дебит на наситения димен газ (нормален, мокър газ) към абсорбера и коригирана за работна температура 66,4°C и диаметър на абсорбера 15 m;

- обемен дебит за един отвор на дюза - изчислен на база брой на дюзите на едно ниво (120 дюзи) от чертежа на абсорбера при обемен дебит $10\,000\text{ m}^3/\text{h}$. Данните са проверени според информация от доставчика Spraying Systems за монтираните – двойно-ексцентрични дюзис кух конус (за впръскови нива от № 1 до № 3) и еднопосочни разпръскващи ексцентрични дюзи кух конус - за впръсково ниво № 4;

- средна височина на абсорбиране - образува се от разстоянието от долния ръб на входния канал за непречистен въздух до центъра между 4-те впръскови нива. Долният ръб на входящата тръба на непречистения газ лежи съгласно чертежа на абсорбера на височина 13,8 m, а четирите нива на дюзите – съответно на 21,5 m; 23,5 m; 25,5 m и 27,5 m. Средната стойност на разликата във височината на абсорбиране възлиза следователно на 10,7 m;

- предварително налягане на дюзите - съгласно данни на производителя на дюзите Spraying Systems и контролирано спрямо параметрите на циркуляционната помпа.

4. РЕЗУЛТАТИ

Входните и изходни параметри в програмата на абсорбера са представени в две различни колони (табл.4), което позволява сравнителен анализ на въздействието им върху коефициента на очистване. Входните параметри на инсталацията са: рН, концентрацията на серен диоксид в непречистения газ, скорост на протичане на газа в абсорбера, височина на абсорбиране, предварително налягане и големина на дюзите, обемен дебит на димния газ. В съседната част от реда се въвежда желания коефициент на сероочистване, на чиято база се изчислява необходимия за помпите обемен дебит на циркулиращата среда. След това се въвежда актуалния или инсталиран обемен дебит, което позволява изчисление чрез програмата на коефициента на сероочистване. При първоначалното контролно изчисление бе заложена оптималната за режима на абсорбиране стойност на рН = 5,7. Подобна стойност позволява безпроблемно регулиране на абсорбери без вторично използване на отделяния гипс. Натрупаният практически опит доказва, че по-високите стойности на рН биха ограничили производството, тъй като в подобни случаи съществува риск от недостатъчно разтваряне на варовика и оттам “засипване” на абсорбера с варовик.

5. АНАЛИЗ НА ПОЛУЧЕНИТЕ РЕЗУЛТАТИ

Както е видно от лявата колона (Стойност I), при указване на специфичните за абсорбера данни за съдържание на SO_2 в непречистения газ от $15\,600\text{ mg}/\text{m}^3$ (нормален, сух газ) и предварително зададен коефициент на сероочистване от 90% е изчислен необходимия сумарен обемен дебит през всичките 4 нива на дюзите в размер на $37\,772\text{ m}^3/\text{h}$.

След това в долните редове на база предварително зададен инсталиран обемен дебит на циркулиращата среда - $37\,772\text{ m}^3/\text{h}$ е изчислен коефициент на сероочистване 90,17%, въз основата на който чрез преизчисление получаваме концентрация на SO_2 $1363\text{ mg}/\text{Nm}^3$ в очистения газ.

Табл. 4.

Структура на входните и изходните данни от изчислителната програма и резултати

Работни параметри на абсорбера на СОИ			
Параметър	Стойност I	Стойност II	Единици
pH	5,7	5,7	-
SO ₂ концентрация в димните газове	15 600	18 000	mg/m ³
O ₂ концентрация в димните газове	9	9	% (об. сух газ)
Скорост на ДГ в абсорбера	3,38	3,38	m/s
Средна височина на абсорбиране	10,7	10,7	m
Предварително налягане в дюзата	0,55	0,55	bar
Обемен дебит през отвор на дюза	42	42	m ³ /h
X _{дюза} (0=противоток, 1= двоен ексцентрицитет, 2 = правоток)	0,8	0,8	-
Обемен дебит на димните газове на вход	1 620 000	1 620 000	m ³ /h
Изчисление на количеството суспензия при предварително зададен коефициент на сероочистване			
Входни данни			
η (кпд)	90,00	96,00	%
Резултати			
L/G на база концентрация на O ₂	23,32	35,84	l/m ³
Количество суспензия	37 772	58 066	m ³ /h

Изчисление на коефициента на сероочистване при предварително зададено количество суспензия			
Входни данни			
Количество суспензия	37 772	58 066	m ³ /h
Резултати			
L/G на база концентрация на O ₂	24,69	24,69	l/m ³
η = 1 - e ^{-A} e ^B при предварително зададено L/G	90,17	95,89	-

В дясната колона (Стойност II) за сравнение са показани резултатите от изчисленията при степен на десулфуризация от 96 % при малко по-високо съдържание на SO₂ в димните газове – 18 000 mg/m³.

Програмата пресмята при същата конфигурация на абсорбера и сравними работни параметри необходимия обемен дебит на циркулиращата среда в размер на 58 000 m³/h. Това означава, че за изпълнение на поставените изисквания е необходимо почти 50 % увеличение на количеството суспензия. Получените резултати съответстват на стойностите на параметрите, отчитани от информационно-управляващата система на обекта.

Получените количествени зависимости могат да служат за добра основа на последващи етапи, изследващи конкретни възможности за подобряване на степента на сероочистване на СОИ на Блокове №7 и № 8 в ТЕЦ „Марица Изток 2”.

ЛИТЕРАТУРА

- [1] С. Бойчева, Системи и устройства за опазване на околната среда в топлоенергийни обекти, Технически Университет - София, 2011.
- [2] Investigation of FGD Unit 7-8 "Maritsa East 2" in order to offer measures for increasing the desulphurization of the flue-gas effectiveness up to 96%, Heiting Consulting, 2014
- [3] CFD study on efficiency improvements for the FGD scrubbers, W. Hoffmann, S. Binkowski, H. Mayr, 2011
- [4] Prediction of SO₂ removal efficiency for wet Flue Gas Desulfurization, Binlin Dou, Weiguo Pan, Qiang Jin, Wenhuan Wang, Yu Li, Energy Conversion and Management, 50 (2009) 2547-2553
- [5] Simulation of the operation of an industrial wet flue gas desulfurization system, L.E. Kallinikos, E.I. Farsari, D.N. Spartinos, Fuel Processing Technology, 91 (2010) 1794-1802.
- [6] A model for performance optimization of wet flue gas desulfurization systems of power plants, Yi Zhong, Xiang Gao, Wang Huo, Fuel Processing Technology, 89 (2008) 1025-1032.
- [7] A simple realistic modeling of full-scale wet limestone FGD units, F.J. Gutierrez Ortiz, Chemical Engineering Journal, 165 (2010) 426-439.
- [8] A Technology optimization of wet flue gas desulfurization process, Hrastel I, Gerbec M, Stergarsek A, Chem Eng Technol, 30 (2007) 220-233.

Автор: Тотьо Иванов Тотев, доц. д-р инж., катедра „Топлоенергетика и ядрена енергетика“, Енергомашиностроителен Факултет, Технически Университет - София, E-mail address: t-totev@tu-sofia.bg

Постъпила на 10.06.2014

Рецензент проф. д-р Бончо Бонев

ВЪЗМОЖНИ РЕШЕНИЯ ЗА ПОВИШАВАНЕ ЕФЕКТИВНОСТТА НА СЕРООЧИСТВАЩИТЕ ИНСТАЛАЦИИ НА БЛОКОВЕ 7 И 8 В ТЕЦ „МАРИЦА ИЗТОК 2“

Тотьо Тотев

Резюме: На основата на анализ на наличните особености на сероочистващата инсталация и натрупания световен и европейски опит са дефинирани и оценени различни технологични решения за повишаване ефективността на работата – степента на десулфуризация на СОИ на блокове 7 и 8 в ТЕЦ „Марица Изток 2“.

Ключови думи: степен на десулфуризация, допълнително дюзово ниво; решеткичен пръстен, стени пръстен

POSSIBLE SOLUTIONS FOR INCREASING THE EFFICIENCY OF THE FLUE-GAS DESULFURIZATION OF UNIT 7 AND 8 AT “MARITSA EAST 2” TPP

Totyo Totev

Abstract: Based on the analysis of the present features of the flue-gas desulfurization system and the experience worldwide different measures for increasing the efficiency of FGD Unit 7 and Unit 8 at “TPP Maritsa East 2” are defined and assessed.

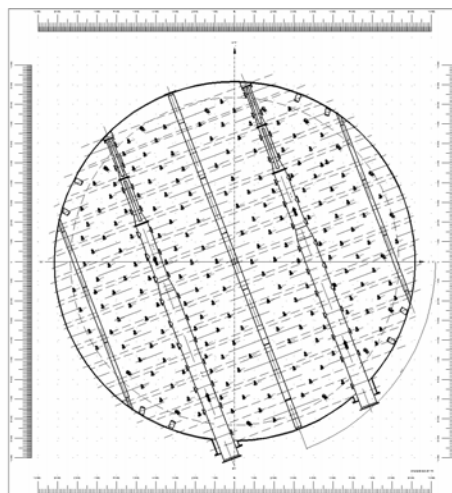
Keywords: desulfurization efficiency, additional spray level, tray, wall rings.

1. ВЪВЕДЕНИЕ

Съществени параметри, влияещи върху коефициента на очистване на серния диоксид при абсорбери с разпръскващи дюзи бяха вече разяснени и представени в [1]. В настоящия материал следва оценка на тези параметри при доставения от SHU абсорбер.

➤ **Брой и големина на дюзите:** Всяко ниво при SHU-абсорберите съдържа само 120 дюзи, което спрямо сечението на абсорбера отговаря на 0,68 дюзи на кв.м. Съвременните абсорбери се конструират с двойно по-голяма плътност на дюзите /1,3 до 1,5 дюзи на кв.м./. Т.е. наложителен е монтаж на двойно повече дюзи. Съществуващите по-големите дюзи на SHU се отличават с по-голям размер на капката, което определя една съответно по-малка площ на масопреминаване. Освен това поради по-ниската плътност на разполагане на дюзите са възможни пропуски в процеса на овлажняване, което от своя страна е предпоставка за байпас на димния газ. Горепоменатите недостатъци водят до спад на коефициента на сероочистване с около $1 \div 2$ %;

- **Предварително налягане на дюзите:** За дюзи с двойна ексцентричност и кух конус тази стойност в момента е 0,55 bar. За осигуряване на достатъчно малък размер на капката според актуалните стандарти е необходима стойност на предварителното налягане от 0,8 до 1,0 bar. Ниското предварително налягане влошава коефициента на сероочистване на димните газове с 1÷2 % процента;
- **Скорост на димния газ:** Скоростта на димния газ, т.е. оразмеряването на диаметъра на абсорбера е била подбрана добре. Приблизителен обхват на скорост от 3,5 до 4,0 m/s за осигуряване на процеса на материален обмен в абсорбера и постигане на ефекта Hold-Up върху масата на капките. Скорост от 3,4 m/s е оптимална за SHU – абсорбери;
- **Височина на абсорбиране:** Тук следва да се изходи от обстоятелството, че по финансови съображения е бил избран абсорбер с 4 /вместо с 5/ нива на дюзите. От този факт произтичат по-ниските височина на конструкцията и също така височина на абсорбиране (10,7 m). С 5 нива на дюзите е възможна по-голяма равномерност на овлажняване по цялата височина.
- **Конструктивно изпълнение на нивата на разпръсквателните дюзи:** Нивата на разпръсквателните дюзи (фиг.1) се характеризират с подвеждане на нагнетателен тръбопровод /без външно разделение/ до централен канал в центъра на абсорбера и вътрешно разпределение към отделните странични тръбни дюзи. Недостатък на това специално конструктивно изпълнение посредством тръбна дюза (проявяващ се преди всичко при висока пропускателна способност от около 10000 m³/h) са големите размери на канала (диаметърът на входа е от 1300 mm) и значителното заето пространство при мястото на абсорбиране. Този факт снижават интензивността на овлажняване и равномерното разпределение на капките. В близост до основния канал се образува при стенно течение с байпас-ефект. Димният газ протича предимно през него, което от своя страна води до влошаване на коефициента на сероочистване. По-добре би било, ако 10 000 m³/h бъдат разделени на два вилкообразни клона конструктивното решение, предпочетено от фирмите Hoogovens /Холандия/ и Andritz /Австрия/ в техните абсорбери:



Фиг.1. Конструктивно изпълнение на абсорбер Hoogovens с главен канал на разпръскващата глава и външно вилкообразно разклонение за две главни тръби, респ. два главни канала

➤ **Загуба на варовикова суспензия при стените на абсорбера**

По информация от техническата литература е известно, че при използваните в химичната индустрия абсорбционни колони от пълнители се наблюдава повече или по-слабо изразено протичане по периферията на абсорбционен разтвор. При някои тестове и изследвания за пилотна инсталация с диаметър на тръбата 200 mm бе измерено, че повече от 90 % от впръсканата течност се стича по стените.

Доставчикът на СОИ е изразил мнение, че също и при големи инсталации за мокро очистване с варовик е налице значителна загуба на варовикова суспензия по стените на инсталацията. Поради тази причина в началото на 90-те години в Германия са били измерени загубите на разпръскания през дюзите суспензионен разтвор в стените на две инсталации за мокро сероочистване с варовик - с диаметър 18,5 m /в централа на база кафяви въглища/ и 7,5 m /в централа, използваща каменни въглища/. Измерванията са били проведени при подаване на въздух и ръчно измерване на обема на течността, изтичаща по стената от входната тръба за непречистен газ. Измерената стойност на входа на непречистения димен газ бе преизчислена на база обиколка на абсорбера. При опитите бяха използвани комбинации от различни нива на впръскващите дюзи.

Резултат от измерванията:

- **Загуба при стените** - абсорбер в централа с каменни въглища (диаметър 7,5 m): **60 до 72 %**;
- **Загуба при стените** – абсорбер при централа с кафяви въглища (диаметър 18,5 m): **28 до 33 %**.

Този факт може да бъде обяснен с промяната на съотношението между повърхността на масообмен и обема на абсорбера. Т.е. при една и съща височина на абсорбиране малките абсорбери разполагат с по-малък работен обем.

При блокове 7/8 на ТЕЦ „Марица Изток 2” диаметърът на абсорбера възлиза на 15 m, така определяме загуби по стените на впръскания през дюзите суспензионен концентрат от порядъка на около 40%.

Това би означавало, че от 40 000 m³/h инжектирана в абсорбера варовикова суспензия само около 24 000 m³/h вземат участие в процеса на очистване на серния диоксид.

Накрая може да се обобщи, че инсталацията за мокро сероочистване с варовик в ТЕЦ „Марица Изток 2” е конструирана и разработена от SHU по съображения за оптимизиране на разходите.

Важни фактори при конструктивното изпълнение – като големина и брой на дюзите, предварително налягане и конструктивно изпълнение на тръбната дюза, бяха оценени по технологични съображения като ограничаващи капацитета на абсорбера, поради което не бяха възприети като оптимално решение за постигане на висок коефициент на сероочистване.

2. АНАЛИЗ НА ФАКТОРИТЕ ВЛИЯЕЩИ ВЪРХУ НИСКИЯ КОЕФИЦИЕНТ НА ОЧИСТВАНЕ НА ДИМНИТЕ ГАЗОВЕ ОТ СЕРЕН ДИОКСИД

•Големина на утайника на абсорбера

Големината на утайника на абсорбера е от съществено значение за процеса на кристализация на гипса и разтварянето на варовиковите частици. Тези частици се нуждаят от минимално време на престой в утайника. В противен случай не е гарантирано цялостното им разтваряне при определена рН – стойност на суспензията и варовикът се изнася от абсорбера заедно с гипса като остатъчен карбонат в големи количества. Големината на утайника играе важна роля и за кристализацията на гипса. За бърза проверка на времето на престой разделяме големината на утайника на количеството на циркулиращата варовикова суспензия. При инсталации за мокро сероочистване с варовик е правилно да се приеме, че **минималното време на престой е 4 минути** /опитна величина и стойност, която се залага от производителите при конструиране на СОИ/.

При диаметър 15 m утайникът има площ на сечението 176,7 m². От системата KKS е отчетено, че нивото на запълване на абсорбера е **9,8 m**. За обема на утайника се получава:

обем на утайника: 1 770 m³.

Ако разделим този обем на общото количество на циркулиращата среда, получаваме: **време на престой в утайника = 2,66 min.**

Това време е твърде недостатъчно за пълно разтваряне на варовика и кристализация на гипса.

При контролното изчисление на размера на утайника бе констатирано също така, че нивото на запълване по време на работа се регулира единствено на 75% (KKS-схема) – съответно на 9,8 m. За оптимизиране на процеса на сероочистване нивото на запълване следва да се вдигне на почти 100 %. Средното ниво на запълване се избира обикновено на около 0,5 до 1,0 m под долния ръб на входната тръба за непречистен газ. По този начин се гарантира оптимален работен режим при напорната страна на помпите. Съблюдаването на това правило води и до увеличение на времето на престой с повече от 20 %. Новото ниво трябва да бъде вдигнато с около 3 m и да възлиза приблизително на:

ниво на запълване на утайника – зададено ниво: 12,7 m.

•Мощност на разбъркващия механизъм

От решаващо значение за пълно разтваряне на варовика е не само големината на утайника, а и мощността на разбъркващия механизъм, поради което тя също бе предмет на проверка.

При изчислението на разбъркващия механизъм на утайника е правилно да се изхожда от около 80 W/m³ обем на утайника /опитно извлечена стойност от големи абсорбери със странично разположени бъркалки/. При ТЕЦ „Марица Изток 2” се използват странични разбъркващи механизми на Ekato с единична мощност 55 KW. Сумарната мощност на всичките 5 инсталирани механизма възлиза на:

сумарна мощност на разбъркващите механизми: 275 KW.

Ако разделим това число на обема на утайника, получаваме мощността за единица обем:

специфична мощност на разбъркващия механизъм: 155 W/m^3 .

Тази мощност е по-голяма от минималната изискуема стойност от 80 W/m^3 . Високата мощност на разбъркване следва да компенсира до известна степен недостатъчното време на престой в утайника.

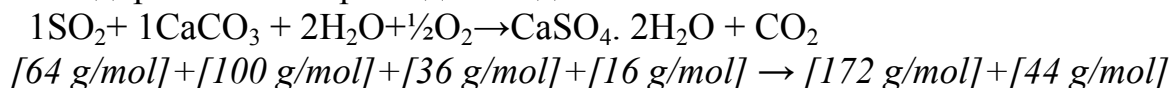
• Подаване на оксидиращ въздух

Наред с мощността на разбъркващия механизъм и времето на престой в утайника от съществено значение за разтварянето на варовика представлява ефективното подаване на въздух, който очиства варовиковите частици при отделянето на CO_2 и подобрява по този начин тяхната разтворимост.

Основната задача на подавания въздух се състои в преобразуване на получения при извличането на серния диоксид и съдържащ се във варовиковата суспензия водороден сулфит в сулфат /гипс/.

Отначало SHU – абсорберът е бил оборудван с тръбна дюза за подаване на въздух. Това подаване на оксидиращ въздух, обаче, е било недостатъчно, поради което във варовиковата суспензия се е образувал сулфит, което сериозно е затруднявало производствения процес. Поради тази причина правоприменикът на SHU - KlöcknerINA – фирма RWE Solutions оборудва бъркачния механизъм /производство на Ekato/ с нова система за подаване на оксидиращ въздух. Ekato внедри нова Wingjet – система в абсорбера на ТЕЦ „Марица Изток”, който бе предварително тестван в някои немски СОИ.

Независимо от ефективността на подаване на оксидиращ въздух е извършена проверка на количеството оксидиращ въздух на абсорбирания серен диоксид (оксидация на наличния във варовиковата суспензия сулфит в сулфат) при максимално съдържание на серния диоксид:



SO_2 -маса (при $18\,000 \text{ mg/m}^3$ SO_2 -съдържание) – $18,335 \text{ kg/h}$;

Необходимо стехиометрично количество на кислорода:

$$16/64 \times 18,335 = 4,584 \text{ kg/h};$$

Плътност на O_2 : $1,17 \text{ g/l}$;

Стехиометрично необходим обем дебит на O_2 : $3\,918 \text{ m}^3/\text{h}$;

Стехиометрично количество на необходимия въздух: $18\,657 \text{ m}^3/\text{h}$.

Според документацията инсталираният компресор Howden осигурява обем дебит на въздуха от $34\,000 \text{ m}^3/\text{h}$. Това означава, че е налице **свръх-стехиометрия на въздуха от 1,82**.

Световният опит при използването на бъркачни механизми в СОИ-абсорбери доказва, че стехиометрия 1,8 е напълно достатъчна.

Т.е. тази система не се нуждае от подобрения.

3. ПРЕДЛОЖЕНИЯ ЗА ПОВИШАВАНЕ ЕФЕКТИВНОСТТА НА ОЧИСТВАНЕ В ТОЗИ АБСОРБЕР

3.1. Монтаж на решетъчни дъна /Tray/

Тези решетъчни дъна (фиг.2) изпълняват функциите на решетъчно дъно с относително голям процент свободна площ /около 45 до 50 %/. Обикновено тези дъна се разполагат под най-долното ниво дюзи, защото това позволява улавяне на максимално количество варовикова суспензия. Събраната върху дъната суспензия поражда вътрешен масообмен между димния газ и суспензията на абсорбера. Поради загубата на налягане при протичане на газа в размер на около **6 mbar** се постига равномерно разпределение на постъпващия газ по цялото сечение на абсорбера. Някои от новите СОИ в Германия са оборудвани с решетъчни дъна Tray. Тази мярка е приложена също и спрямо вече изградени СОИ. И в двата случая опитните резултати са изцяло положителни. На фиг.2 е представено конструктивно изпълнение на решетъчни дъна. По данни от производителите на сероочистващи инсталации тази мярка е еквивалентна по своята ефективност приблизително на едно допълнително ниво от разпръскващи дюзи. Т.е. за ТЕЦ „Марица Изток” мярката би действала като допълнително ниво дюзи с обемен дебит **10 000 m³/h.**



Фиг.2.

Фиг.2. Монтаж на стенни пръстени

Тази мярка бе реализирана при абсорбери в различни от Германия европейски страни и в САЩ. Предназначението на пръстените (фиг.3) е да предотврати байпас на димни газове в близост до стената на абсорбера. Едновременно с това пръстените улавят стичащата се по стената течност /загуба на течност поради изтичане по стената/ и я диспергират под формата на капки обратно в абсорбционното пространство. За абсорбера на ТЕЦ „Марица Изток 2” може да бъде извършен монтаж на два стенни пръстена на различна височина.

Пръстен №1 – на около 1 m под най-ниското ниво на разпръскване – на кота **20,5 m.**

Пръстен № 2 – на около 1 m под ниво 3, на кота **24,5 m.** Дълбочината на **стенния пръстен** възлиза на **600 mm** и съответства на разстоянието между дюзите и

стената на абсорбера. По правило тя се избира в зависимост от диаметъра на абсорбера и хидродинамиката в съответствие със скоростта в празна тръба на абсорбера. За абсорберите на ТЕЦ „Марица Изток 2” скоростта на димните газове се увеличава **от 3,38 на 4,0 m/s** поради **стеснение на сечението при стенния пръстен**. В резултат от това повторно диспергираната течност от стената се смесва отново, а благодарение на повишената скорост се обособява като капков вихров слой, подобряващ процеса на масопреминаване. Стенни пръстени като допълнително оборудване се използват в Германия, Дания, САЩ. Един от производителите на СОИ въведе монтаж на стенни пръстени още при производството на инсталациите. По негова информация тази мярка е довела до икономия на циркулиращата среда с около 20%. Причинената от двата пръстена загуба на налягането възлиза на около **2 mbar**.

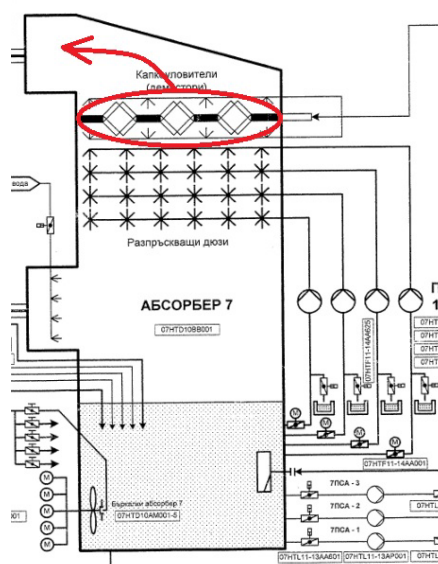


Фиг.3. Стенни пръстени - конзола от стенни пръстени с монтирани чрез болтове полипропиленови предпазни планки

3.3. Допълнително ниво дюзи

Тази мярка изисква високи инвестиционни разходи. Немските СОИ при ТЕЦ на кафяви и каменни въглища в Германия, които в края на 80-те години бяха преоборудвани с допълнително ниво дюзи, съдържаха резервно ниво, състоящо се от представляващо щуцер в мантията на абсорбера под или над наличното ниво дюзи и бетонен фундамент за циркулационните помпи и техните мотори (фиг.4). Подобно резервно съоръжение липсва в ТЕЦ „Марица Изток 2”, т.е. следва да бъде допълнително изградено. За целта се предлага демонтаж на наличния хоризонтално разположен капкоуловител и разполагане на негово място на допълнителното 5-то ниво дюзи. В този случай следва да бъде демонтиран хоризонтално разположения пластинчат капкоуловител (покривообразен вариант на Мунтерс-Ойроформ, Аахен), а в хоризонталния канал за димни газове след 90°-коляно да бъдат монтирани 2 пластинчати капкоуловителя. На долното изображение е представен така описания вариант.

По принцип това място е достатъчно за разполагане на 5-то допълнително ниво разпръскващи дюзи. Преди това, обаче следва да се провери дали статиката на абсорбера ще издържи допълнителното натоварване. Освен това подлежи на проверка и мястото за фундамента на помпите.



Фиг.4. Принципна схема на абсорбер с допълнително ниво разпръскващи дюзи и изместване на капкоуловителя

Пето допълнително ниво ще доведе до увеличение с около 1 m на средната височина на абсорбиране. Едновременно с това е възможно разполагане на допълнителни дюзи (еквивалентни на допълнителни 10 % циркуляционна среда – т.е. сумарен обем дебит от **11 000 m³/h**). По изчисления коефициентът на сероочистване следва да бъде с около **4,5% по-висок** – т.е. **94,3 %** при **18 000 mg/m³ съдържание на SO₂**. Приблизителна потребляема мощност за допълнителната циркуляционна помпа: **810 KW**. Очаквано повишение на налягането след реализация на 5-то ниво дюзи: около **2 mbar**.

4. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В табл.1 са посочени мерки под формата на допълнително количество на циркулиращата среда, както и постижими коефициенти на сероочистване при различните способы на подобрение

Табл.1

Мярка	Степен на очисти- ване на SO ₂ , %	Допълни- телно очисти- ване на SO ₂ , %	Обем дебит на циркулира- щата среда – еквивалент, m ³ /h	Осигурява допълнителна циркуляция, m ³ /h
Актуално положение	89,9	липсва	40 000	липсва
Адипинова киселина	94,5	+ 4,6	52 000	12 000
Повишаване налягане- то. Предавателен механиз- ъм на помпата	93,2	+ 3,3	47 000	7 000
Решетъчно дъно /tray/	94,0	+ 4,1	50 000	10 000
Стенен пръстен	92,4	+ 2,5	45 500	5 500
Допълнително ниво дюзи	94,3	+ 4,4	51 000	11 000

Както е видно от табл.1, оценката на корективните мерки е възможна както чрез реалното повишение на коефициента на сероочистване, така и чрез еквивалентното им въздействие върху повишението на количеството на циркулиращата среда. Както е отбелязано за постигане на коефициент на сероочистване 96 % при $18\,000\text{ mg/m}^3$ съдържание на SO_2 в непречистения газ е необходимо еквивалентно количество от около $19\,000\text{ m}^3/\text{h}$ суспензия. Съгласно данните от таблицата тази цел може да бъде постигната чрез сумиране/комбинация от мерки - например повишение на налягането на помпата при същевременно използване на адипинова киселина. С цел препоръка на най-подходящата мярка от техническо и икономическо естество в следващата част е представена оценка на отделните корективни мерки на база инвестиционни /ориентировъчни стойности/ и експлоатационни разходи.

ЛИТЕРАТУРА

- [1] Т.Тотев, Оценка на текущото състояние на абсорберите на СОИ на блокове 7 и 8 в ТЕЦ „Марица Изток 2“, Известия на ТУ-София, 2014, под печат.
- [2] Investigation of FGD Unit 7-8 "Maritsa East 2" in order to offer measures for increasing the desulphurization of the flue-gas effectiveness up to 96%, Heiting Consulting, 2014
- [3] Aerodynamic characteristics of flue gas desulfurization spray towers, J.A. Michalski, Ind. Eng. Chem., 39 (2000) 3314-3324
- [4]. Optimum values of process parameters of the "wet limestone flue gas desulfurization system", J.Warych, M. Szymonowski, Chem. Eng. Technol., 25 (2002) 427-432
- [5]. Modeling of limestone slurry scrubbing in spray towers with forced oxidation, M.S. Thesis, The Univ. of Texas at Austin, USA 2000.
- [6]. Prediction of SO_2 removal efficiency for wet flue gas desulfurization, B. Dou, W. Pan, Q. Jin, W. Wang, Y. Li, Energy Concers. Manage, 50 (2009) 2547-2553
- [7]. Optimization of a wet FGD pilot plant using fine limestone and organic acids, Frandsen J BW, Kiil S, Johnsson JE, Chem Eng Sci, 56 (2001) 3275-3287
- [8]. Gas absorption in a moving drop containing suspended solids, Munginstein A., Fichman M., Gutfinger C., Int Journal of Multiphase Flow, 27 (2001) 1079-94

Автор: Тотьо Иванов Тотев, доц. д-р инж., катедра „Топлоенергетика и ядрена енергетика“, Енергомашиностроителен Факултет, Технически Университет - София, E-mail address: t-totev@tu-sofia.bg

Постъпила на 30.06.2014

Рецензент проф. д-р Бончо Бонев

ИЗСЛЕДВАНЕ НА РАБОТАТА НА ИНСТАЛАЦИЯТА ЗА ПРОИЗВОДСТВО НА ЕЛЕКТРОЕНЕРГИЯ ОТ СМЕТИЩЕН ГАЗ НА ДЕПО „СУХОДОЛ”

Ивайло Ганев

Резюме: Настоящото изследване представлява анализ на експерименталните данни за тригодишен период от енергопроизводството от инсталацията за оползотворяване на сметния газ от депо за неопасни отпадъци „Суходол”. Експеримента е на базата на ежемесечно отчитане на количеството произведена електроенергия. В следствие на извършения анализ са установени сезонните колебания на произведената електроенергия при експлоатацията на генериращата мощност. По обратен баланс е получен в годишен и месечен план оползотвореното количество сметен газ. Оценен е и екологичния ефект получен при оползотворяването на сметния газ за производство на електроенергия.

Ключови думи: сметен газ, енергия от отпадъци,

INVESTIGATION OF THE OPERATION CONDITIONS OF THE INSTALLATION FOR ELECTRICITY PRODUCTION FROM LANDFILL GAS IN LANDFILL “SUHODOL”

Ivaylo Ganey

Abstract: The present work presents an analysis of the experimentally measured results of the energy production from the installation for landfill gas utilization (LFG) at municipal solid waste landfill “Suhodol”. The experiment was carried out within a period of three years and is based on monthly monitoring of the amount of electricity produced. In this analysis, the seasonal fluctuations of electricity produced in the exploitation of the generated power were observed. The annual and monthly rate of LFG consumption was obtained using reverse balance method. The ecological effect resulting from the LFG utilization for electricity production was also obtained.

Keywords: landfill gas, energy from landfill gas utilization

1. ВЪВЕДЕНИЕ

През м. февруари 2011 г. на депо Суходол е въведен в експлоатация генератор, работещ с енергоносител сметен газ. Инсталираната електрическа мощност е

834 kW [5]. Това е първият и единствен по рода си източник на електроенергия от сметищен газ работещ в Р. България. Настоящото изследване е извършено на базата на заснетите данни за работата и особеностите при експлоатацията на тази генерираща мощност. До момента инсталацията за оползотворяването на сметищния газ се захранва само с малка част от генерирания в депо. Оценен е и екологичния ефект от работата на тази инсталация. Получените данни позволяват да се направи по-правилна преценка за потенциалните проблеми при изграждане на подобни инсталации и на други депа за отпадъци у нас.

2. ЕКСПЕРИМЕНТ

Експерименталните данни са получени от реално работеща инсталация, т.е. те са снети при пасивен експеримент.

Продължителността на периода на изследване е три години.

Избраният интервал на измерване е един месец. При този сравнително голям интервал от време фактически се работи с месечната интегралната оценка на полученото количество енергия, като същевременно се намалява вероятността от получаването на резултати със стохастичен характер. Генерирането на сметищен газ се влияе от множество фактори и то не е константно. Данните се записват на 1-во число на всеки месец и представляват произведената от генериращата инсталация бруто електроенергия.

В последните три години не са включени нови газови кладенци, т.е. в този аспект получените данни са при еднакви условия.

В направените анализи, са отчетени и продължителните спирания за ремонти на съоръжението, които оказват влияние върху получените резултати.

За изчисляването на разхода на сметищен газ по обратен баланс са използвани характеристиките на генератора.

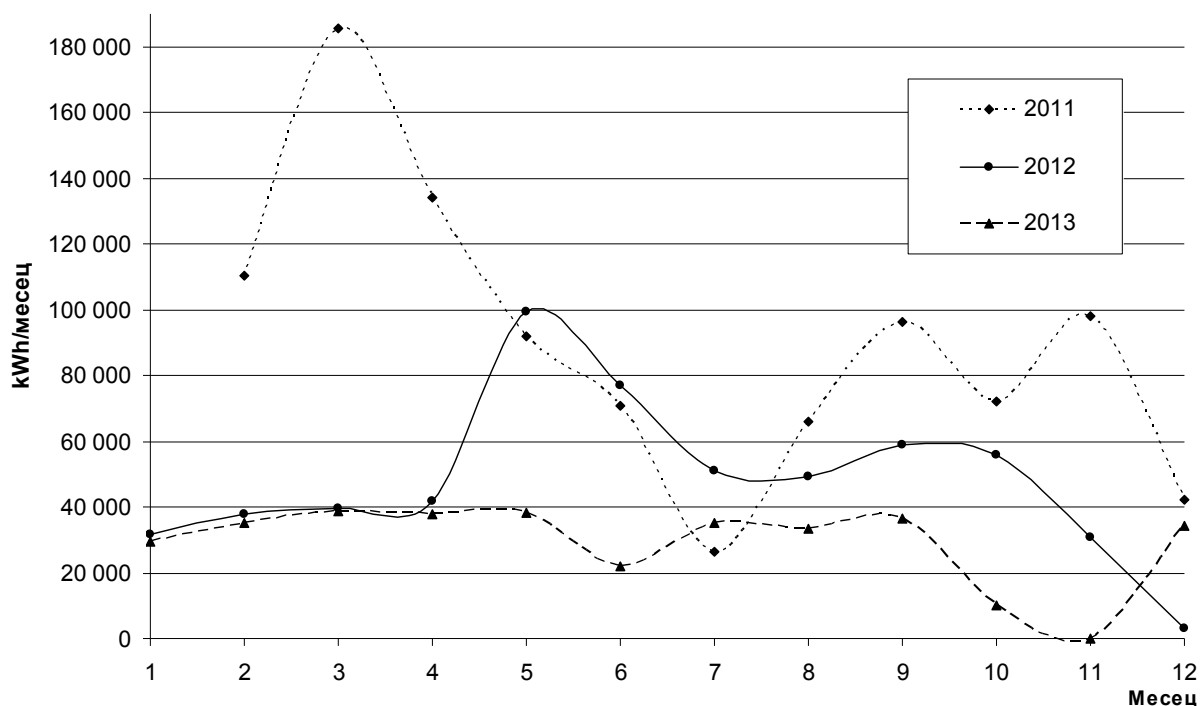
3. ЕКСПЕРИМЕНТАЛНИ ДАННИ

Данните за месечното електропроизводство за различните години са представени на фиг.1.

Основните периоди в които инсталацията е била принудително спряна (в ремонт) са: за 2011 г. – месеците 07 и 12, за 2012 г. – месец 12, за 2013 г. – месеците 6, 10 и 11, като през целият месец ноември не е произведен нито един киловатчас.

Характерното за този тип инсталации за производство на електроенергия е, че не може да се акумулира сметищен газ в тялото на депото, или по-точното е акумулира се малки обеми. Разликата в режимите между работеща и спряна инсталация от гледна точка на състоянието на депото е, че при работещ двигател има извличане с вакуум (макар и малък разреждането е от порядъка на 10 мм воден стълб, измерено при кладенците), докато при спрян двигател в депото се създава минимално свърхналягане и сметищния газ изтича от тялото на депото. Фактически тази минимална акумулираща способност на депото се използва при сегашната схема на експлоатация на инсталацията – това се изразява в редуване на режими на работа и „почивка”. Тази практика се наложи, поради

обстоятелството, че инсталацията е оразмерена за работа с сметищния газ, генериран от цялото депо, а фактически към момента се черпи газ само от малка част от депото, където депонираните отпадъци са съответно на възраст от 14 и 19 години.



Фиг.1. Електропроизводство месечно

При тази ситуация при недостиг на газ за непрекъсната работа на инсталацията (от гледна точка на надеждност, производителите не допускат работа с товар под 50%) режимите на работа фактически се определят от концентрацията на метан в сметищния газ. Двигателят се стартира при концентрация на метана над 50% и работи до достигането на концентрация на метана 30%. Под тази концентрация горивната смес става взривоопасна. В периода на работа двигателят работи при константен товар (зададен от оператора) и променлив дебит поради нестационарния състав на сметищния газ [7].

4. АНАЛИЗ И ОБРАБОТКА НА ЕКСПЕРИМЕНТАЛНИ ДАННИ

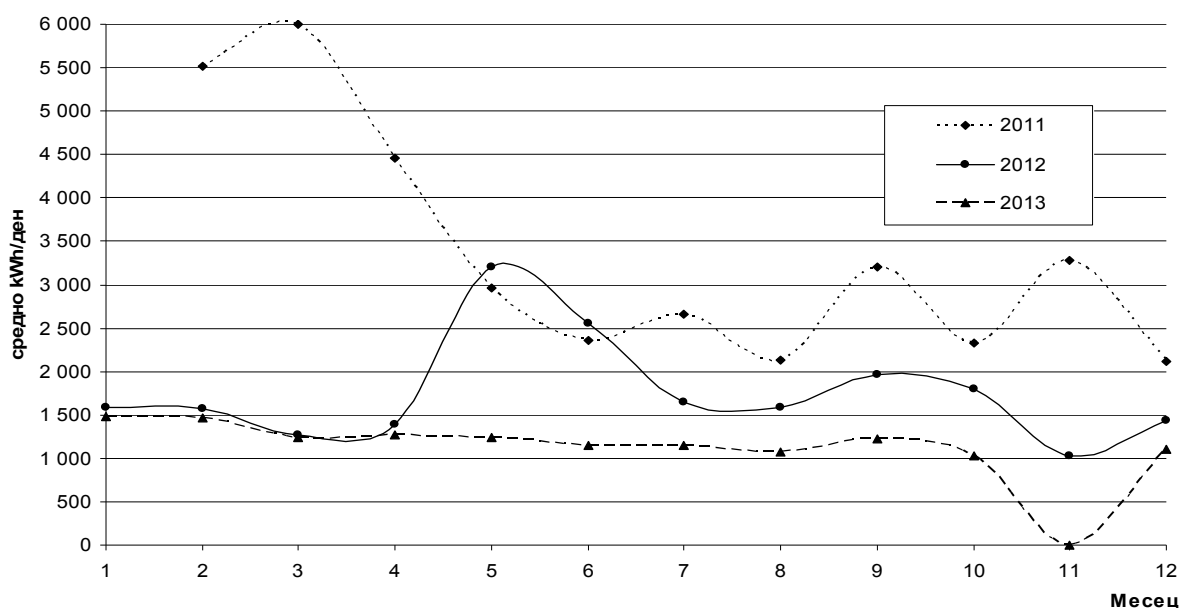
На базата на данните за електропроизводството, представени на фиг.1 и с отчитане на дните за престой на машината поради ремонти се получават следните стойности за среднодневно електропроизводство за отделните месеци, представени на фиг.2. На фиг.3 са представени средномесечните температури за гр.София [6]. По време на ексеримента се установи, че температурата на околната среда е едно от основните външни смущения на система депо – инсталация за оползотворяване на сметищен газ.

Данните за първата година (2011) показват, един типичен преходен процес. В началото, при въвеждането в експлоатация на инсталацията, в депото е било акумулирало значително количество потенциал за генериране на сметищен газ и са се активизирали процесите на газообразуване. Този процес е приключил след около 5 месеца. Последващите колебания в електропроизводството се обясняват

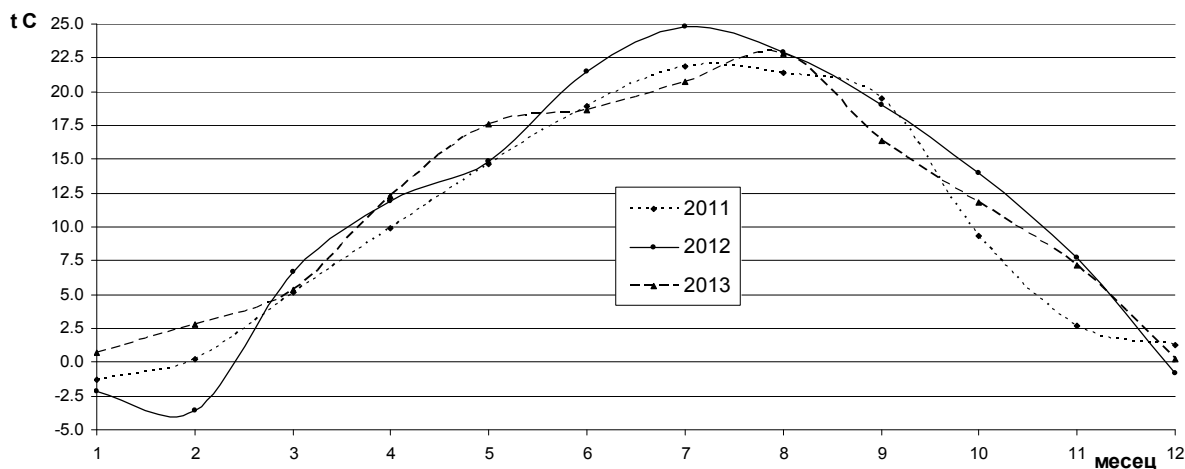
с опитите да се достигне по-високо ниво на стационарния режим на работа на системата, а не толкова във вариациите при генерирането на газ.

От наблюдавания период годината 2012 е с най-големи температурни амплитуди. Относително по-студената зима, особено месеците февруари и март показва намаляване на газообразуването в този период и със затопляне на времето рязко се подобриха условията за производство на сметищен газ, респективно на електропроизводство. Също неблагоприятно за експлоатация на инсталацията се оказва и горещото време, при което се получава значително повишаване на температурата на сметищния газ и това води до промяна на вискозитета му, и чести сработвания на защитата поради високата му температура.

Следващата година - 2013 е характерна със сравнително константно електропроизводство, с изключение на месец ноември, когато инсталацията беше спряна поради ремонт. Това е годината в която има и най-малки температурни разлики.



Фиг.2. Електропроизводство среднодневно за различните месеци



Фиг.3. Средномесечни температури

В обобщение може да се каже, че в относително по-топлите и влажни месеци (пролет и есен) се генерира повече сметищен газ, т.е. имаме ясно изразена връзка между газообразуването и атмосферните условия.

В табл.1 са представени стойности за среднодневно и теоретично годишно електропроизводство (в случаи на безаварийна работа на инсталацията) и действителното произведената електроенергия.

Табл.1. Електропроизводство

Електропроизводство		2011	2012	2013
Среднодневно	kWh	3 365	1 755	1 216
Годишно (теоретично)	MWh	1 110	641	444
Годишно (реално)	MWh	994	575	350
Работа в % от максималната	%	89.55%	89.89%	79.04%

Оценката на количеството оползотворения метан и сметищен газ е получена на базата на обратния баланс на инсталацията [8]:

$$Q_{\text{CH}_4} = P_{\text{el}} / (\eta \cdot B), \quad (1)$$

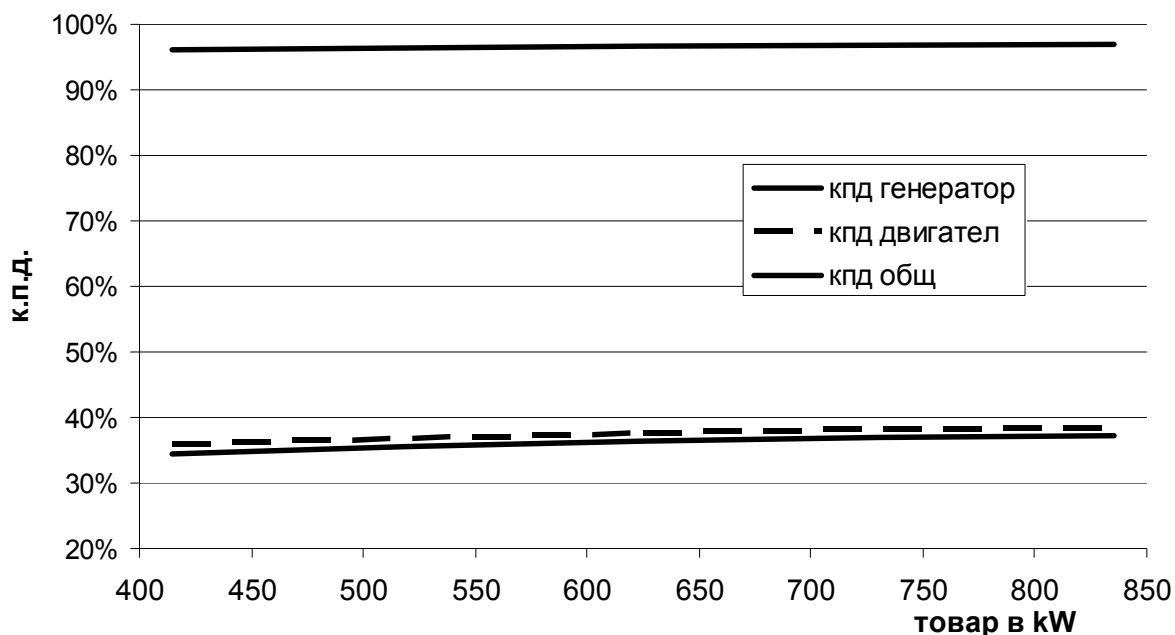
където: Q_{CH_4} = количество оползотворен метан; P_{el} – количество произведена енергия; η – к.п.д. на инсталацията; B – калоричност на метана в kW/Nm^3 – 9.7 kW/Nm^3 ; P_{el} – разглеждаме произведената енергия за година.

Или количеството уловен и оползотворен сметищен газ е

$$Q_{\text{CG}} = 2 \cdot Q_{\text{CH}_4} \quad (2)$$

Стандартно се приема, че в сметищния газ съдържанието на метан е 50%.

Характеристики за к.п.д. на двигателя и генератора в зависимост от товара са дадени от производителя [5] са представени на фиг.4.



Фиг.4. Характеристики на инсталацията

В изследвания период инсталацията е работила в режим на 50% товар или 417 kW. В този случаи общия к.п.д. е $\eta = 34.46\%$

Следователно количеството оползотворен метан и сметищен газ са представени в табл.2 .

Табл.2. Оползотворен метан и сметищен газ

Оползотворен		2011	2012	2013
Метан	Nm ³ /г.	297 488	172 247	104 981
Сметищен газ (50% CH ₄)	Nm ³ /г.	594 976	344 494	209 962

5. АНАЛИЗ НА ЕКОЛОГИЧНИЯ ЕФЕКТ

Оценката на екологичния ефект е редуцирането на емисиите парникови газове благодарение на оползотворяването на сметищния газ.

Сравнението се прави на базата на оценката на свободно изтичащия метан в атмосферата и намаленото количество на изтичащ метан в следствие на изгарянето му.

Останалите компоненти на сметищния газ се явяват баластни газове и не претърпяват съществени изменения в процеса на горене.

Съгласно четвъртия доклад за промените в климата [1] възприетия коефициент за привеждането на парниковите газове към еквивалентни единици въглероден диоксид, метана е с 25 пъти по-голям парников ефект от въглеродния диоксид (за 100 годишен период).

Метанът е с относителна плътност 0.717 kg/Nm³.

Получават се следните данни за количеството оползотворен метан изразено в килограми и килограми еквиваленти CO₂ емисии, представени в табл.3.

Табл.3. Оползотворен метан в еквивалентни единици CO₂

Оползотворен		2011	2012	2013	ОБЩО
Метан	Mg	427	247	151	824
Еквивалентни емисии CO ₂	Mg	10 665	6 175	3 764	20 604

Според въведените специфични CO₂ емисии за производството на енергия от различни енергоносители е приета, че при източник гориво, произлизащо от биомаса, тези емисии се считат за нулеви [2], тъй като се предполага, че изгарянето на биогоривата не допринасят за увеличаване нетна стойност на CO₂ в атмосферата [3]. Следователно годишният екологичен ефект и общия екологичен ефект от работата на инсталацията могат да се оценят съгласно еквивалентите емисии на, представени в табл.3.

6. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

От направеното изследване, базирано на експериментални данни от експлоатацията на единственият в България генератор работещ с първично гориво сметищен газ се установи влиянието на атмосферните условия върху генерирането на сметищин газ от депото и респективно производителността на инсталацията. В заключение може да се каже, че най-благоприятни условия за работа на инсталацията са периодите с умерени температури и нормална влажност.

Оценени са количеството произведена енергия спрямо максимално очакваната – т.е. загубите от непроизведена енергия поради аварийни ремонти на инсталацията. Голяма част от принудителните спирания се дължат и на работа при екстремни температури на въздуха както студени, така и горещи дни.

На базата на изчисленият разход на сметищен газ, респективно метан е извършена оценка на действителния екологичен ефект от работа на инсталацията, който за изследвания период е ~ 21 хил. тона редуцирани емисии CO₂.

Настоящото изследване стана възможно благодарение на оказаното ни съдействие от: собственика на инсталацията за оползотворяване на сметищния газ от депо Суходол – Столична община, „Чистота Искър” ЕООД, отговаряща за експлоатацията на инсталацията и гл.ас. инж. Боян Димитров (ТУ-София), участвал активно за при реализацията на експеримента.

ЛИТЕРАТУРА

- [1] IPCC Fourth Assessment Report (AR4) Climate Change 2007: The Physical Science Basis, Contribution of Working Group I to the Fourth Assessment Report of the Intergovernmental Panel on Climate Change, Solomon, S., D. Qin, M. Manning, Z. Chen, M. Marquis, K.B. Averyt, M. Tignor and H.L. Miller (eds.), [Cambridge University Press](http://www.ipcc.ch), Cambridge, United Kingdom and New York, NY, USA, www.ipcc.ch, стр. 210-214
- [2] Combustion Fuels - Carbon Dioxide Emission, www.engineeringtoolbox.com
- [3] Direct Emissions from Stationary Combustion Sources. Climate leaders greenhouse gas inventory protocol core module guidance, May 2008, www.epa.gov/climateleadership
- [4] Guidelines to Defra / DECC's GHG Conversion Factors for Company Reporting, 2012, www.gov.uk/government
- [5] JMS 316 GS-N.L., Technical Specification, www.ge-energy.com
- [6] Месечни обобщения на температурите, www.stringmeteo.com
- [7] Димитров, Б. Д. Изследване на енергийната и екологична ефективност при обезвреждане на сметищен газ, Автореф. Дис., 2014

[8] Ганев, И.Г. Верификация на моделите, използвани за прогнозиране на средния годишен добив на сметищен газ от депо „Суходол”, Годишник на Технически Университет - София, ISSN 1311-0829, т. 62, кн.3, 2012, стр. 193 - 198

Автор: Ивайло Ганев, доц. д-р, катедра “Енергетика и машиностроене”, Колеж по енергетика и електроника, Технически университет - София, E-mail address: iganev@tu-sofia.bg

Постъпила на 12.03.2014

Рецензент доц. д-р Огнян Бекриев

НАМАЛЯВАНЕ НА ВИСОКОТЕМПЕРАТУРНАТА КОРОЗИЯ ПРИ КОТЛИТЕ РАБОТЕЩИ С АЛТЕРНАТИВНО ГОРИВО ОТ ОТПАДЪЦИ

Ивайло Ганев

Резюме: В България предстои изграждане на инсталация за оползотворяване на алтернативно гориво получено след преработката на твърди битови отпадъци RDF (Refuse derived fuel). Изгарянето на горива, получени чрез преработката на отпадъци освен предимства има и недостатъци, като основният недостатък е свързан с повишен риск от високотемпературна корозия на котлите, спрямо същата за котли работещи с конвенционални горива. В настоящата работа са изследвани условия за намаляване на високотемпературната корозия в съоръжения изгарящи RDF чрез избора на работни параметри на котела, така, че при нормалната му работа да бъдат избегнати опасните температурни режими от гледна точка на корозията. В заключение са дефинирани граничните стойности на параметрите на котела за изгаряна на RDF с оглед избягването на високотемпературната корозия.

Ключови думи: RDF, енергия от отпадъци, високотемпературна корозия

REDUCTION OF THE HIGH TEMPERATURE CORROSION IN BOILERS UTILIZING ALTERNATIVE REFUSE DERIVED FUEL

Ivaylo Ganey

Abstract: Recently, an installation for combustion of alternative - refuse derived fuel (RDF) has to be developed in Bulgaria. The RDF shall be produced from solid household waste matter. The RDF combustion has many advantages but also some disadvantages. The biggest disadvantage is related to the increased risk of high temperature corrosion of the boilers using RDF in comparison with those operating with conventional fuels. In the present study, the possible conditions for reduction of the risk of high temperature corrosion were investigated for furnaces firing RDF. In order to avoid the high temperature regime causing corrosion the optimal operating parameters at the boiler's usual load were specified. Finally, the boundary conditions of the RDF boiler were defined.

Key words: RDF, Waste to energy, High temperature corrosion

1. ВЪВЕДЕНИЕ

В „Топлофикация София” ЕАД предстои да се реализира първата у нас инсталация за енергийно оползотворяване на алтернативното гориво получено от от-

падъци RDF . Това гориво се получава от преработката на твърди битови отпадъци в изграждащия се завод за механо-биологично третиране на отпадъците на гр. София [4,14,15]. Предимствата на енергийното оползотворяване на горивото от отпадъците са следните:

- Намалява се обема на отпадъци за депониране;
- Полученият отпадък е стабилизирен;
- Използва се гориво – местен енергоносител, с ниска цена;
- Получената енергия е по-евтина;
- Биомасата и биоразградимата част на отпадъците се считат с нулев отпечатък на CO₂.

Но горивата от отпадъци, съдържат високи концентрации на алкални съединения както и хлор, в димните газове, преди да постъпят в газоочистващата част на инсталацията.

Високо-температурната корозия е проблем за котлите изгарящи отпадъци или горива получени при преработката на отпадъци, поради високото съдържание на пепел в тези горива (достига до ~30%) и с оглед на съдържащите се химични вещества, не на последно място корозионноагресивна хлор и соли на алкални метали. Освен това, тежките метали като цинк и олово водят до ниски температури на топене на пепелта, което допълнително повишава риска от корозия.

По време на работа, алкалните хлориди и други съединения, съдържащи се в горещите димни газове [3] се отлагат по топлоотдаващите части като екранните мембрани, паропрегреватели и др. Натрупването на тези съединения намаляват топлообмена. Освен това тези натрупвания са силно корозионноагресивни. С други думи корозионните проблеми ограничават ефективността на котела и изискват повече средства за поддръжка, подмяна и ремонтни разходи.

2. ЦЕЛ НА ПРОУЧВАНЕТО

Целта на настоящото проучване е да се изследва възможността за ограничаване на този вид корозия чрез избора на параметри на прегрятата пара. От термодинамична гледна точка е желателно да се увеличат параметрите на прегрятата пара (температурата и налягането p), но в действителност това не е възможно, защото с увеличаването на температурата освен намаляването на механична здравина на тръбопроводите намалява и устойчивостта на корозия на материала на тръбите. Получените от отпадъци горива са със завишени корозионноагресивни свойства поради високите концентрации на някои специфични компоненти и пепел, които липсват или са в значително по-ниски концентрации например при въглищата, поради което котлите работят безпроблемно при температури на прегрятата пара от 650° C и налягане 110 bar [1,2].

3. ДАННИ ЗА СЪДЪРЖАНИЕТО НА RDF

от съществуващите инсталации за производство на rdf са изведени обобщени данни за състава на този тип горива, дадени в табл.1 [8]. В състава на горивата получени чрез преработката на отпадъци често се наблюдават известни концентрации от хлор или метални хлориди. По време на горенето, наличният в състава

на отпадъците хлор се превръща в газообразна солна киселина (HCl). В [3,6] например е установено, че при съдържание на 0.5% Cl в състава на RDF, получената солна киселина е около 580 ppm.

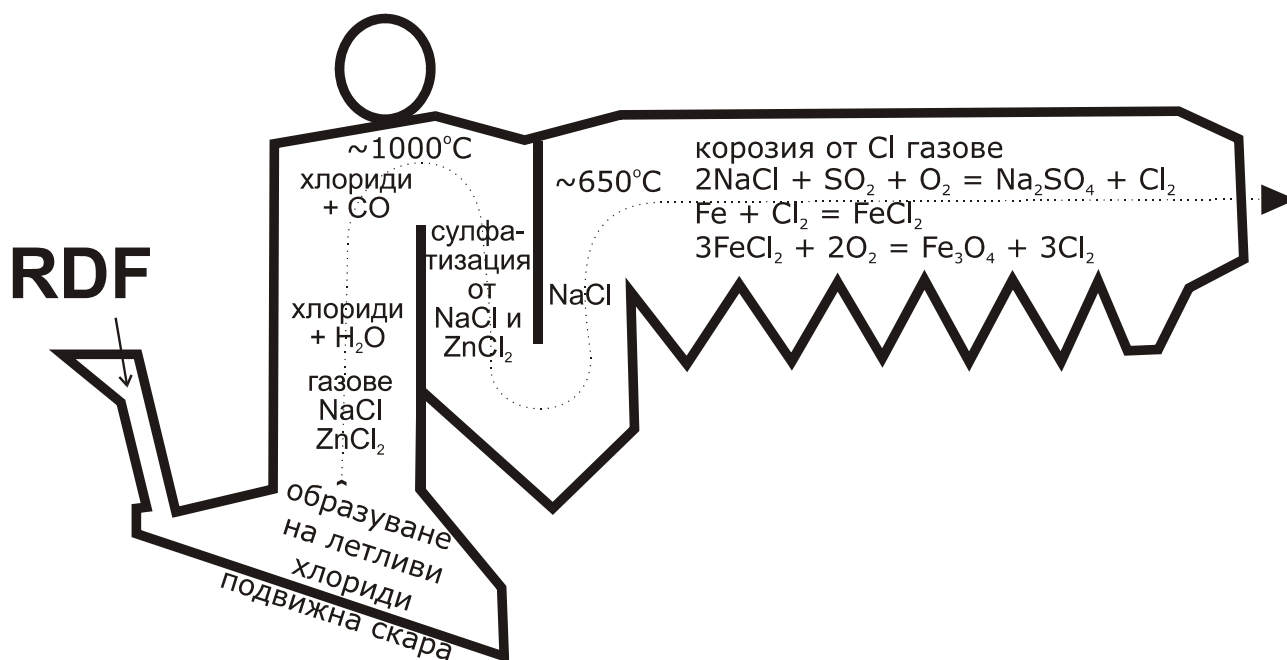
Табл.1. Състав на RDF

ОБЩО ЗА RDF		ПЕПЕЛ ОТ RDF	
Влагосъдържане в %	5-15	Пепел на суха маса в %	25
Елементен състав на RDF в % (на суха маса)		Състав на суха пепел в g/ kg	
C	46	K	11
H	6.2	Na	22
O	32	Al	48
S	0.2	Si	138
N	0.77	Fe	18
Cl	0.53	Ca	192
		Mg	11
		P	5.1
		Ti	11
		Ba	1.8

Съгласно [3], механизмът на високотемпературната корозия се определя въз основа на веществата с най-висока концентрация в състава на отлаганията върху металните повърхности в следствие на корозията. Разглеждат се следните механизми: окисление от метални оксиди, сулфидиране от метални сулфиди, сулфидиране и окисление от смеси съдържащи сулфиди и оксиди, карбидизация от метални карбиди, и хлориране на метали до метални хлориди. Преобладаващи са два от механизмите: окисление и сулфидиране [5, 3]. Механизмът на окисление се наблюдава при температури над 450° C и се състои от три основни етапа: (а) окисление на наличната в състава на водните пари солна киселина или взаимодействие на метални хлориди с железни оксиди от металните повърхности; (б) проникване на хлор (Cl₂) през защитния оксиден слой, водещо до образуването на железни и други метални оксиди; (в) окисление на металните хлориди до съответните оксиди, свързано с освобождаването на хлор, който продължава да атакува металната повърхност, съгласно стъпка (б).

Другият често срещан механизъм на високотемпературна корозия протича при наличие на течни или твърди отлагания от кондензирали хлориди, които взаимодействат с газообразните SO₂ и SO₃ до алкални сулфати [3]. Според [3] наличието на отлагания допринася за корозията по два начина: (а) хлоридите участват в реакции, подобни на описаното по-горе активно окисление в газовата фаза; (б) присъствието на хлориди в състава на отлаганията може да доведе до образуването на *евтектични смеси*, т.е. смеси с ниска точка на топене, които атакуват защитния оксид слой на метална повърхност.

На фиг.1 схематично е представено разпределението на корозионните процеси при хоризонтален котел (с параметри 400° C и налягане 40 bar), работещ с горива получени чрез преработката на отпадъци [4, 3].



Фиг.1. Разпределение на корозионните процеси при хоризонтален котел

Различни фактори влияят на степента на високотемпературната корозия в котлите изгарящи горива получени от отпадъци: наличието на високи концентрации на хлор и сяра в състава на твърдите битови отпадъци, работната температура на горивната камера, температурни флукутации в определени участъци, което може да наруши защитния оксиден слой и други. Основните фактори са:

Температура на повърхността на металните тръби: При висока температура на повърхността на метала на тръбните пакети се получават високи радиационни потоци и неадекватна скорост на пренос на топлина от метала към флуида вътре в тръбата, което води до стопяването на отлаганията и ускоряване на скоростта на корозия [9].

Температурата на изгорелите газове: От нея зависят степента на отлагане, както и състава на отлаганията върху тръбните пакети. От температурния градиент между температурата на газовете и тази на метална повърхност зависи степента на кондензацията на изпарените летливи хлориди и др. Освен това, при голям температурен градиент възникват термични напрежения, които могат да доведат до разрушаване на защитния оксиден слой [3].

Температурни колебания: Горивото получено при преработката на отпадъци не е хомогенно. Неговият физичен и химичен състав, и съответно калоричността му се менят. Това определя и възникващите температурни колебания на газовете в горивната камера и в целия газов тракт. Тези температурни колебания водят до увеличаване на скоростта на корозия няколко пъти.

Дифузията на хлор през пукнатините и порите на отлаганията увеличава скоростта на корозия на металните повърхности, тъй като наличието на хлориди, сулфиди и алкални соли и соли на тежки метали в отлаганията засяга физико-химични им свойства. Степента на корозия нараства с увеличаване на дебелината на отлаганията. В същото време, сулфатирането на алкалните хлориди в газовата фаза понижава скоростта на корозия, тъй като изразени корозионноагресивни свойства на сулфатите се наблюдават при по-висока температура.

4. ИЗСЛЕДВАНЕ НА ВЪЗМОЖНОСТИТЕ ЗА ИЗБЯГВАНЕ НА ВИСОКОТЕМПЕРАТУРНАТА КОРОЗИЯ

Основният начин за намаляването на риска от високотемпературната корозия е избора на котли с по-ниски параметри. Днес почти всички RDF котли работят при температура на прегрялата парата в интервала $400-440^{\circ}\text{C}$ [1, 3].

Все още не е намерен подходящ материал, осигуряващ производство на икономически ефективна високо-легирана стомана, позволяваща значително по-високи температури на прегрялата пара. Тръбите на паропрегревателя на котлите работещи с гориво от отпадъци обикновено се изработват от материал 15Mo3 [3].

Както бе отбелязано по-горе, високотемпературната корозия зависи не само от температурата на парата, но и от останалите параметри на котела като, скорост на димните газове, система за управление на горивния процес и др.

Особено критичен параметър е температурата на димните газове, преминаващи през тръбите на паропрегревателя, защото това е мястото, където метала на тръбопроводите е с най-висока температура. Проучванията показват, че температура на димните газове по-висока от $\sim 650^{\circ}\text{C}$ преди паропрегревателните повърхности води до рязко увеличаване на степента на корозия [1, 3, 8, 12].

За графичното представяне на риска от високотемпературна корозия, се използват корозионни диаграми. В тези диаграми по абсцисата и ордината са нанесени съответно температурите на газовете и на стената на тръбните пакети.

Въпреки, че при корозионните диаграми не се отчитат проектни параметри на котлите, използваните материали и др. те се използват за представяне на тенденциите за корозия и с тях трябва да е съобразен избора на котел работещ с гориво от отпадъци.

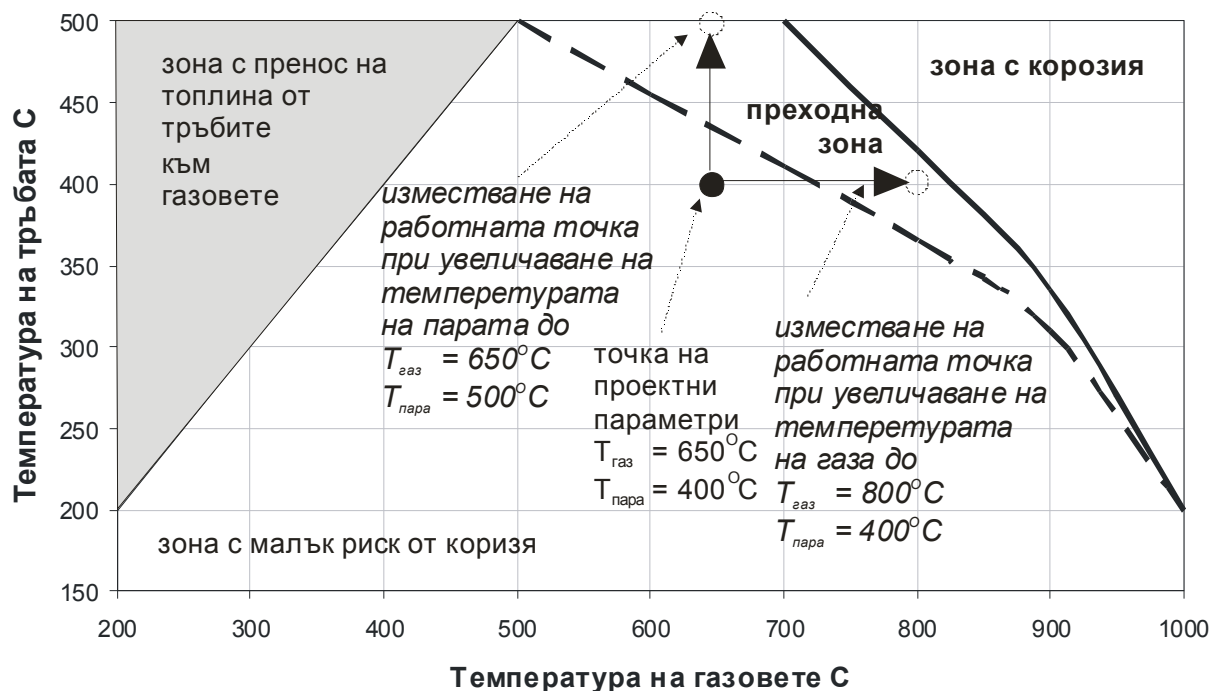
Критични точки от гледна точка на корозията са паропрегревателите, защото температурата на парата е висока и изпарителната част на котела, където газовете са с висока температура. Представяме корозионната диаграма за паропрегревателя и изпарителните екрани.

На фиг.2 е показана корозионната диаграма на паропрегревателя за котли работещи с горива от отпадъци.

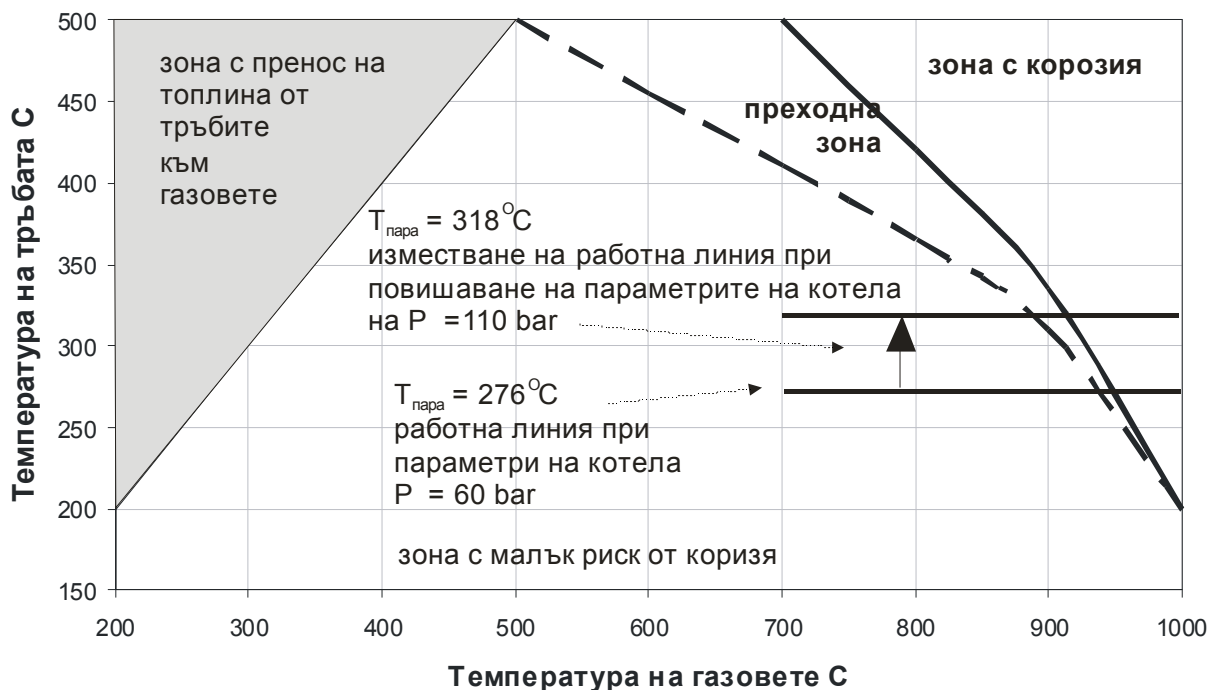
Подбраната проектна работна точка е с параметри на прегрялата пара в паропрегревателя $T = 400^{\circ}\text{C}$ и на газовете $T = 650^{\circ}\text{C}$. Повишаването на която и да е от двете температури води до повишаване на температурата на метала на тръбите и от там се навлиза в работните зони, където корозията е много по-голяма. Подбраната проектна точка е съобразена и с факта, че горивото е с променливи параметри и ще има колебания в температурите на газовете и парата.

На фиг.3 е показана корозионната диаграма на изпарителната повърхност на котела. Корозията на изпарителните повърхности на котела зависи от налягането на парата, защото от него зависи температурата на изпаряване. Разгледан е случаят на повишение на налягането, от 60 до 110 bar, защото 60 bar е налягането, при което работят котлите изгарящи отпадъци, а 110 bar е работното налягането на съществуващите енергийни котли в централата. С повишаване на налягането от 60 на 110 bar температурата на изпаряване на водата се увеличава, респек-

тивно и тази на тръбите с $\sim 42^{\circ}\text{C}$ (в зоната на изпарение), където димните газове също са с много висока температура [13]. Увеличаването на работното налягане на котела води до увеличаването и на температурата на изпарение на водата, което увеличава риска от корозия.



Фиг.2. Корозионна диаграма за паропрегревателя



Фиг.3. Корозионна диаграма за изпарителната част на котела

6. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Този тип диаграми илюстрират основно как се увеличава риска от корозия при промяна на различни параметри на котела. От представените диаграми могат да бъдат направени следните изводи, които да послужат като основа при избора на параметри на котли работещи с горива от отпадъци.

Котлите предназначени за работа с горива получени от отпадъци са със завишен риск от високотемпературна корозия. За избягването ѝ е необходимо котлите да работят при по-ниски параметри, т.е. максимално налягане от 60 bar и температура на прегрята пара до 440⁰С.

При тези параметрите обаче, котелът не може да бъде свързан към общия парен колектор на ТЕЦ София, храняващ съществуващите турбогенератори, които работят при по-високи параметри. Това означава, че инсталацията за изгаряне и оползотворяване на RDF следва да бъде оборудвана със самостоятелна турбина (работеща с по-ниски параметри от съществуващите).

Въпреки теоретично по-лошата ефективност (произхождаща от по-ниските параметри на котела и турбината), усложняването и оскъпяването на инсталацията (поради необходимостта от доставяне на отделна турбина) използването на RDF горивото като енергоносител носи повече ползи и добра икономическа рентабилност, съобразявайки се с ограничителните условия при избор на оборудване наложени от факторите обуславящи високотемпературната корозия.

БЛАГОДАРНОСТИ

Авторът благодари на Столична община, Топлофикация София ЕАД и проектантите на Инсталацията за изгаряне на RDF за предоставените данни.

ЛИТЕРАТУРА:

- [1] Viklund P. High temperature corrosion during waste incineration, TRITA-CHE Report 2011:18, ISSN 1654-1081, ISBN 978-91-7415-895-3
- [2] Lai G.Y., High temperature corrosion and materials applications, ASM International, Materials Park, 2007
- [3] Lee S.-H., Themelis N.J. and Castaldi M.J. High-Temperature Corrosion in Waste-to-Energy Boilers, Journal of Thermal Spray Technology, Volume 16(1) p. 1-7, March 2007
- [4] Holm N.Ch., Lasse T., Tsenova Ts. and Petrov V. (2013) Construction of cogeneration installation in Sofia with RDF utilization, Proceedings of the XVIII National Scientific Conference with International Participation (FPMP) 2013, Chive Ed. Boncho Bonev, Vol. 1, p. 115-125, 15 - 18 September 2013, Publish House of TU-Sofia, held in Sozopol, Bulgaria, 2013
- [5] Albina D.O. Theory and Experience on Corrosion of Waterwall and Superheater Tubes of Waste-To-Energy Facilities. Master thesis, Columbia University, 2005
- [6] Themelis N.J. Chlorine Balance in a Waste-To-Energy Facility, Earth Engineering Center, Columbia University, 2005

- [7] Kawahara Y. High Temperature Corrosion Mechanisms and Effect of Alloying Elements for Materials Used in Waste Incineration Environment, Corros. Sci., 2002, 44(2), p 223
- [8] Karlsson S., Åmand L-E. and Pettersson J. (2011). Reducing High Temperature Corrosion when Burning Waste by Adding Digested Sewage Sludge, Swedish - Finnish Flame Days, January 26-27 2011 in Piteå, Sweden, The Swedish and Finnish National Committees of the International Flame Research Foundation (IFRF) and The Scandinavian - Nordic Section of the Combustion Institute (SNCI)
- [9] Rademarkers P., Hesselings W. and Wetering J. Review on Corrosion in Waste Incinerators, and Possible Effect of Bromine. TNO Industrial Technology, 2002
- [10] Holcomb G.R., Hot Corrosion in a Temperature Gradient, Mater. Corros., 2000, 51(8), p 564-569
- [11] Милчев В. Техническа термодинамика, Издателство на Техническият Университет София, 1997, ISBN 954-438-111-2
- [12] Йовчев М. Корозия на топлоенергийни и ядреноенергийни обекти, Издателство Техника, 1985
- [13] Термодинамични свойства на вода и водна пара в състояние на насищане. <http://www.hvac-eco.com/bg/hvac-manual.html>
- [14] Ganev I. and Naydenova I. Energy efficiency in refuse derived fuel utilization. RECENT, 2014, In process for publication.
- [15] Задание за определяне на обхвата и съдържанието на доклада за ОВОС на Инвестиционно предложение за „Изграждане на инсталация за комбинирано производство на енергия в София с оползотворяване на RDF отпадък” <http://toplo.bg/data/ufiles/files/ToRforEIA.pdf>

Автор: Ивайло Ганев, доц. д-р, катедра Енергетика и машиностроене, Колеж по енергетика и електроника, Технически университет - София, E-mail address: iganev@tu-sofia.bg

Постъпила на 13.05.2014

Рецензент доц. д-р Илияна Найденова

ОПРЕДЕЛЯНЕ НА ДИСКРЕТНИ СТОЙНОСТИ ОТ ПОЛЕТАТА НА ПРЕМЕСТВАНИЯТА ПОСРЕДСТВОМ АВТОМАТИЗИРАН МЕТОД НА КООРДИНАТНИТЕ МРЕЖИ

Галина Тодорова

Резюме: Разработена и приложена е експериментална методика с използване на автоматизиран метод на координатните мрежи за изследване на плоско пробно тяло с концентратор на напреженията. Представени са експериментални резултати за преместванията, получени посредством разработена за целта програмна система, които са сравнени с резултати, получени по Метода на крайните елементи. Направена е оценка на неопределеността от измерването.

Ключови думи: автоматизиран мрежов метод, експериментално определяне на премествания, неопределеност

DETERMINATION OF THE DISCRETE VALUES OF THE DISPLACEMENT FIELDS BY AUTOMATED GRID METHOD

Galina Todorova

Abstract: A methodology for automated implementation of an experiment using the coordinate-grid method is developed and applied to flat sample with stress concentrator. The experimentally obtained displacements by means of a specially designed program system are presented and compared with those, derived by FEM analyses. The uncertainty of the results is evaluated too.

Keywords: automated coordinate-grid method, experimental determination of displacements, uncertainty

1. ВЪВЕДЕНИЕ

Методите за регистриране на премествания и деформации чрез използване на мрежи са създадени около средата на 20 век [1]. Те са били реализирани с наличните към момента средства и апаратура като шаблони и микроскопи. Тези методи дават възможност да се проследи развитието на полетата на преместванията и деформациите на изследваните обекти във времето под влияние на външно натоварване.

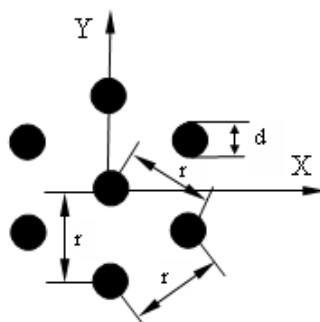
Съвременната цифрова техника разкрива нови, значително по-добри възможности, за реализиране на експерименталните техники, основани на регистриране и обработка на изображения – в това число и метода на координатните мрежи. При този метод върху повърхността на изследвания обект се нанася мрежа с из-

брана геометрия [1,2,3]. Конфигурацията на мрежата се регистрира веднъж преди прилагане на натоварването върху обекта, а след това през определени интервали от време в процеса на неговото деформиране. Измененията, които настъпват в равнинната област от пробно тяло, върху която е нанесена мрежата, ако то се деформира при условията на равнинно напрегнато състояние (РНС) или равнинно деформирано състояние (РДС), се регистрират в дискретен режим чрез заснемане с цифров микроскоп и компютър. Цифровата обработка на подходящо избрани изображения измежду регистрираните позволява да се даде качествена и количествена оценка за полето на преместване и/или деформация на наблюдаваната област от пробното тяло. След мащабиране резултатите се представят в дискретен или интерполиран вид.

2. ПРИНЦИП НА МЕТОДА

Мрежа се нанася върху плоски пробни тела посредством подходяща технология – например с използване на фоторезисти за метали и сплави [1]. Мрежите, които са намерили приложение, са правоъгълни [1,2] или хексагонални [3]. Най-често те се отпечатват върху наблюдаваната повърхност посредством маркери с форма на кръгове, къси отсечки или линии.

В настоящата работа е използвана хексагонална мрежа, която е нанесена чрез маркери. Мрежата има два характерни параметъра - разстояние между центровете на тежест на два съседни маркера – r и диаметър на маркера - d (фиг.1). Параметрите на мрежата при това експериментално изследване са: $r=1\text{mm}$ и $d\approx 0.25\text{ mm}$.



Фиг.1. Недеформирана хексагонална мрежа

3. РЕАЛИЗАЦИЯ НА МЕТОДА

Методът на координатните мрежи е автоматизиран посредством разработена от автора методика, при която в паметта на компютър се регистрират изображения на недеформираната и деформираната мрежа (Bitmap формат) и програмна система, която обработва заснетите изображения. Целите на обработката на изображенията са изчисляване положението на центровете на тежест на маркерите от мрежата и определяне векторите на преместване на тези центрове. В резултат от изчисленията на програмната система се получават векторните полета на преместване вследствие от деформациите на наблюдаваната повърхност.

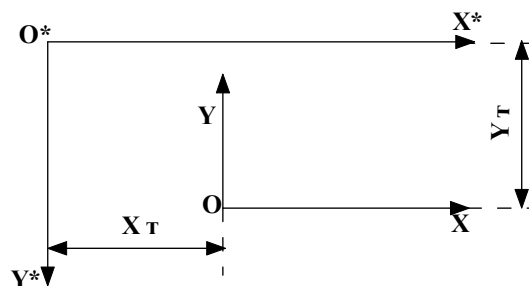
Разработената програмна система реализира следните основни операции:

- Трансформиране на цветни изображение към полутонови;

- Филтриране на полутонови изображения с цел повишаване на контраста между маркерите от мрежата и фона [4],[5];
- Сегментиране на полутонови изображения с цел отделяне на маркерите на мрежата от фона. Получените бинарни изображения съдържат маркерите на мрежата;
- Премахване на маркерите, чиито контур пресича контура на анализираната област;
- Определяне на координатите на центровете на тежест на маркерите от бинарните изображения спрямо координатната система на изображенията;
- Определяне на съответстващи си маркери от мрежата от две последователни изображения и съответно от начално (реперно) и текущото изображение;
- Трансформация на координатите на центровете на тежест на маркерите от координатната система на пикселите на изображенията $O^*X^*Y^*$ към координатна система OXY с начало център на избран пиксел (фиг.2).

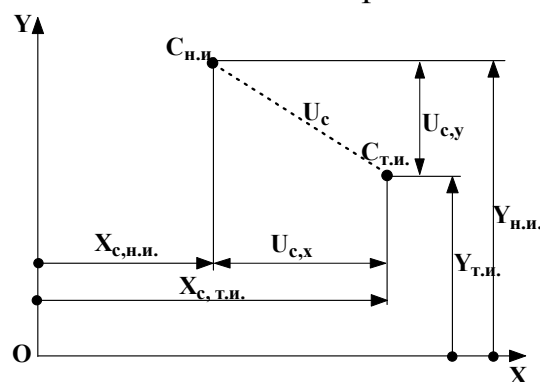
Трансформацията се извършва посредством зависимостта (1), илюстрирана на фиг.2:

$$x = x^* - x_T + 0.5 \text{ [pixels]} \quad y = y_T - y^* + 0.5 \text{ [pixels]} \quad (1)$$



Фиг.2. Трансформация на координатна система на изображението- $O^*X^*Y^*$ в OXY

- Изчисляване на преместванията по направление на ос X - $U_{c,x}$ и по направление на ос Y - $U_{c,y}$ на съответстващи си маркери от мрежата посредством координатите на техните центровете на тежест (фиг.3).



Фиг.3. Премествания $U_{c,x}$, $U_{c,y}$ и U_c

Преместването по направление на ос X на маркер с център на тежест C - $U_{c,x}$ се определя от [6]:

$$U_{c,x} = X_{c,т.и.} - X_{c,н.и.} \quad (2)$$

Преместването по направление на ос Y на маркер с център на тежест C - $U_{c,y}$ се определя от [6]:

$$U_{c,y} = Y_{c,т.и.} - Y_{c,н.и.} \quad (3)$$

където:

$X_{c,т.и.}$ - координата по ос X в OXY на център C от текущото изображение;

$X_{c,н.и.}$ - координата по ос X в OXY на център C от началното изображение;

$Y_{c,т.и.}$ - координата по ос Y в OXY на център C от текущото изображение;

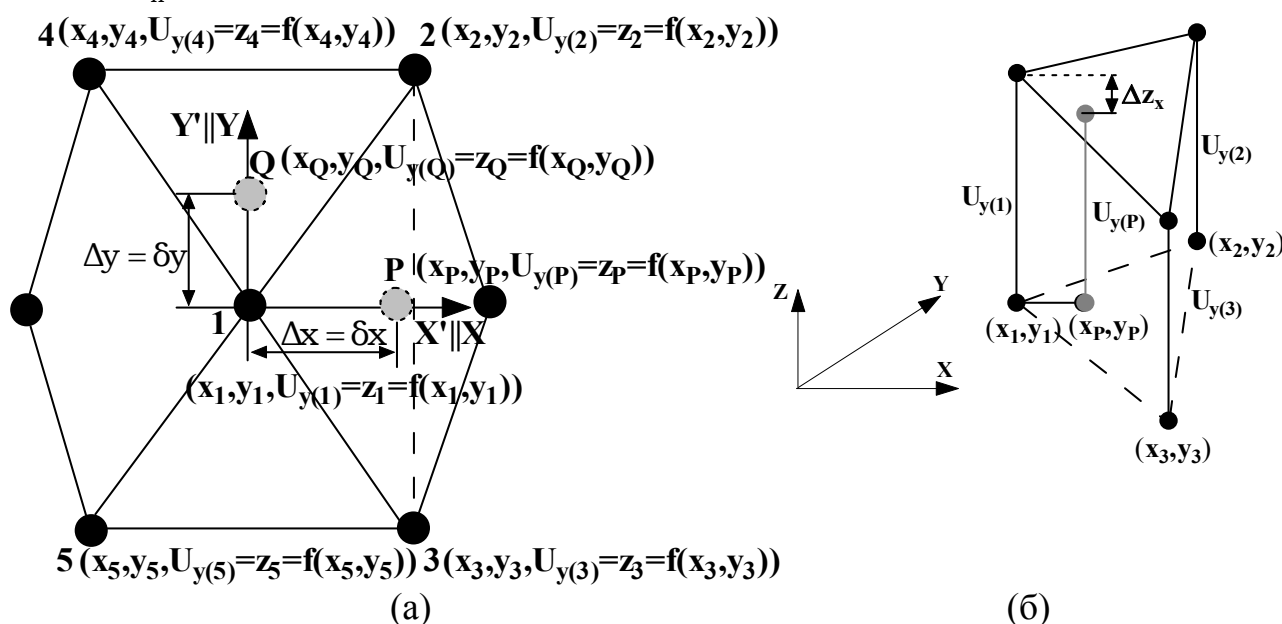
$Y_{c,н.и.}$ - координата по ос Y в OXY на център C от началното изображение.

• Оценка на неопределеността на резултатите за преместванията

При изчисляване на неопределеността на векторите на преместванията се използва способ, основан на предположението, че експерименталните стойности се отличават от точните със сумата от случайните и систематичните грешки. Неопределеността за всяка дискретна стойност се приема равна на линейния член от разлагането на функцията на преместването $U = f(x, y)$ в ред на Тейлор [7,8]. Редът на Тейлор за функция на две променливи има вида [9]:

$$f(x + \Delta x, y + \Delta y) = f(x, y) + \frac{1}{1!} \left(\frac{\partial}{\partial x} \Delta x + \frac{\partial}{\partial y} \Delta y \right) f(x, y) + \dots + R_n, \quad (4)$$

където R_n е остатъчен член



Фиг.4. Маркери от мрежата, които се използват за оценка на неопределеността в пресметнатите дискретни стойности на преместването
(а) Двумерно представяне (б) Тримерно представяне

За оценяване на неопределеността на дискретните стойности на преместванията е необходимо да се изчислят най-голямото линейно отклонение в положението на центровете на тежест на маркерите от мрежата по ос X- δx и по ос Y- δy от началното изображение, което съответства на недеформирано състояние.

Допуска се, че грешката при определянето на координатите на центровете на тежест в деформирано състояние не превишава максималните линейни отклонения в недеформирано състояние - δx и δy .

Маркери от мрежата, които участват при оценяване на неопределеността при $\delta x > 0$ и $\delta y > 0$ са посочени на фиг.4.

Функцията f от реда на Тейлор (3), която зависи от координатите x и y , представя преместването по направление на ос Y - U_y .

За оценяване на неопределеността на преместването U_y в точка 1 (фиг.4) е необходимо да се изчислят:

- координатите на точки P и Q посредством:

$$x_P = x_1 + \delta_x$$

$$y_P = y_1$$

$$x_Q = x_1$$

$$y_Q = y_1 + \delta_y ;$$

-стойността на преместването по ос Y в точка P - $z_P = U_y(P)$ посредством:

$$z_P = a_1 z_1 + a_2 z_2 + a_3 z_3 \quad (5)$$

където a_1, a_2 и a_3 са тегловни коефициенти, които се определят от линейната система уравнения:

$$\begin{cases} a_1 x_1 + a_2 x_2 + a_3 x_3 = x_P \\ a_1 y_1 + a_2 y_2 + a_3 y_3 = y_P \\ a_1 + a_2 + a_3 = 1 \end{cases} \quad (6)$$

- нарастването по ос X на разглежданата стойност на преместването $U_y(1)$:

$$\Delta z_x = z_P - z_1 \quad (7)$$

Аналогично се подхожда за триъгълника, определен от точките с координати $(x_1, y_1), (x_2, y_2)$ и (x_4, y_4) , при което се изчислява нарастването по ос Y :

$$\Delta z_y = z_Q - z_1 \quad (8)$$

Изчислява се нарастването на изчислената дискретна стойност $z_1 = U_y(1)$ в квадрант I, определен от точките $P, 1$ и Q :

$$\Delta z = \Delta z_x + \Delta z_y \quad (9)$$

Нарастването, определено от линейния член на Тейлор, дава оценка на неопределеността на заглежданата дискретна стойност в квадрант I, определен от осите X' и Y' .

Аналогично се подхожда за другите три квадранта, определени от осите X' и Y' , при което се избират максималната и минималната неопределеност на разглежданата дискретна стойност на преместването.

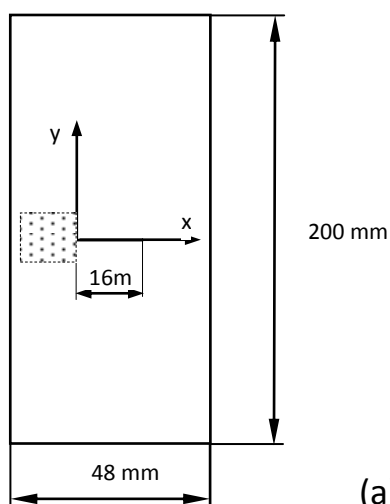
●Машабиране на преместванията

Изчислява се броят на пикселите, които съответстват на средната стойност на радиуса за всички центрове на тежест, които участват в определянето на преместванията, като се има предвид, че използваната за експеримента мрежа е хексагонална с $r=1\text{mm}$. Програмната система е реализирана в среда за разработка Delphi.

4. ЕКСПЕРИМЕНТ

Пробните тела са изработени от листова нисковъглеродна стомана с дебелина 1,5mm и имат централен изрез с ширина 0,1 mm, ориентиран под ъгъл $\beta=90^\circ$ спрямо приложеното външно натоварване. Геометрията на пробното тяло и областта, подложена на анализ е показана на фиг.5.

Използвана е машина за изпитване на материали Instron 1185 (фиг.5.б). Машината се задвижва електромеханично, което я прави подходяща за изследвания посредством автоматизирания метод на координатните мрежи, тъй като при нейната работа няма вибрации, които са характерни за машините с хидравличното задвижване. Пробното тяло се деформира чрез плавно натоварване на опън със скорост на подвижния захват на машината– 1,5mm/min. Проследява се деформирането на мрежата в областта около единия връх на предварително създадения изрез (фиг.5.а).



(а)



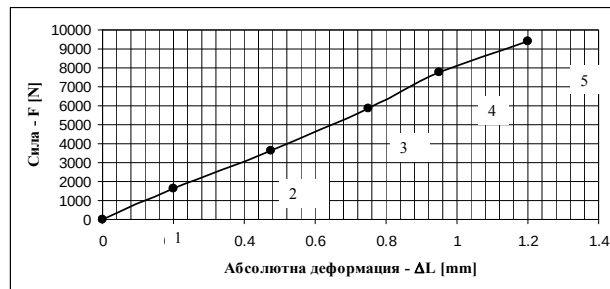
(б)

Фиг.5. (а) Геометрия на пробното тяло с концентратор на напреженията. Изследваната област е посочена с прекъсната линия; (б) Условия, при които се провежда експериментът

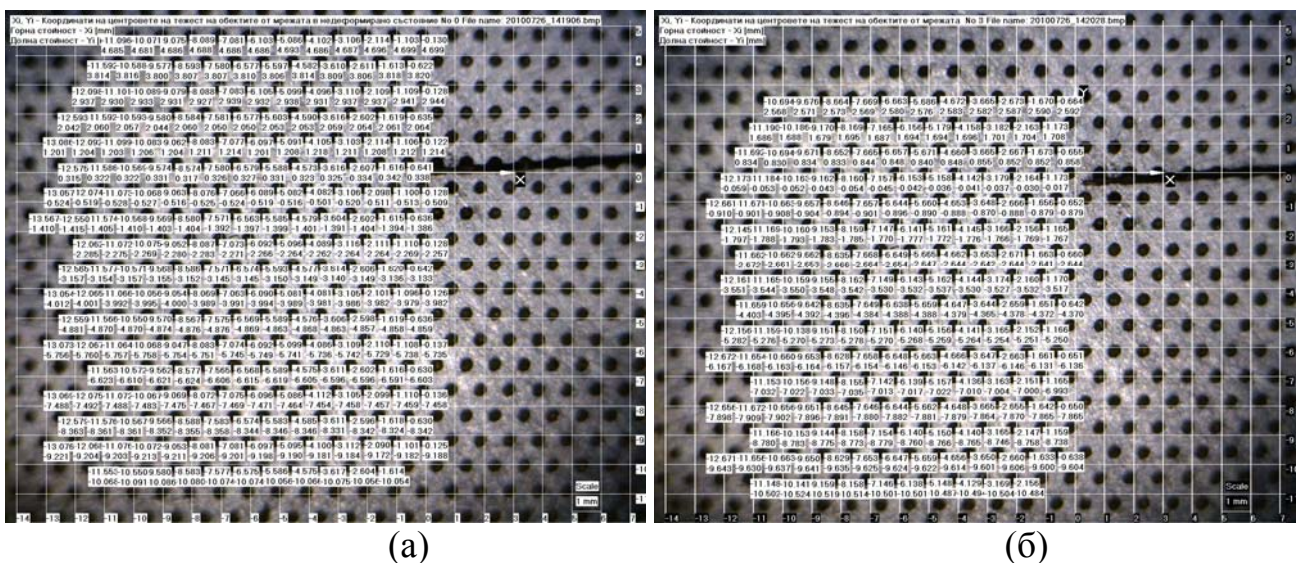
Промените, които настъпват в резултат от натоварването на тялото се регистрират през приблизително равни интервали от време с помощта на цифров микроскоп, състоящ се от микроскоп с вградена CMOS матрица и компютър (фиг.5б). Разделителна способност на CMOS матрицата е 1280/1024 пиксела. Микроскопът е неподвижно закрепен към корпуса на машината. Неподвижното зрително поле на микроскопа осигурява неподвижна координатна система, спрямо която да се изчисляват преместванията на центровете на тежест на маркерите от мрежата. На фиг.6 е показана кривата на деформиране на пробното тяло, с концентратор на напреженията. На всяка точка от кривата съответства заснето изображение.

Две от изображенията, които са подложени на обработка с цел количествено определяне на стойностите на преместванията на центровете на тежест на маркерите от мрежата са показани на фиг.7. Големините на компонентите на векторите на преместване по направление на двете оси се изчисляват само за маркерите от мрежата, които не напускат зрителното поле на обектива на микроскопа

по време на процеса на деформиране. Впоследствие се избират само центровете на тежест на тези маркери от мрежата, които са разположени пред концентратора на напреженията (фиг.5а).



Фиг.6. Крива на деформиране на пробното тяло с концентратор на напреженията



Фиг.7 Изображения на мрежа върху пробното тяло с пукнатина под ъгъл $\beta=90^\circ$ (а) преди натоварване – $F=0$ [N]; (б) при натоварване $F=5880$ [N]

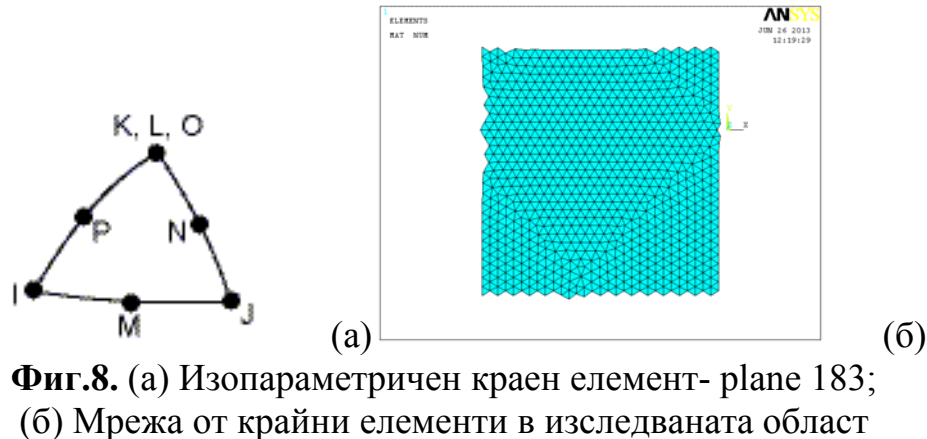
Етикетите в изображенията от фиг.7 съдържат координатите на центровете на тежест в милиметри на маркерите от мрежата спрямо неподвижна координатна система ОХУ с начало върха на концентратора в недеформирано състояние.

5. РЕЗУЛТАТИ

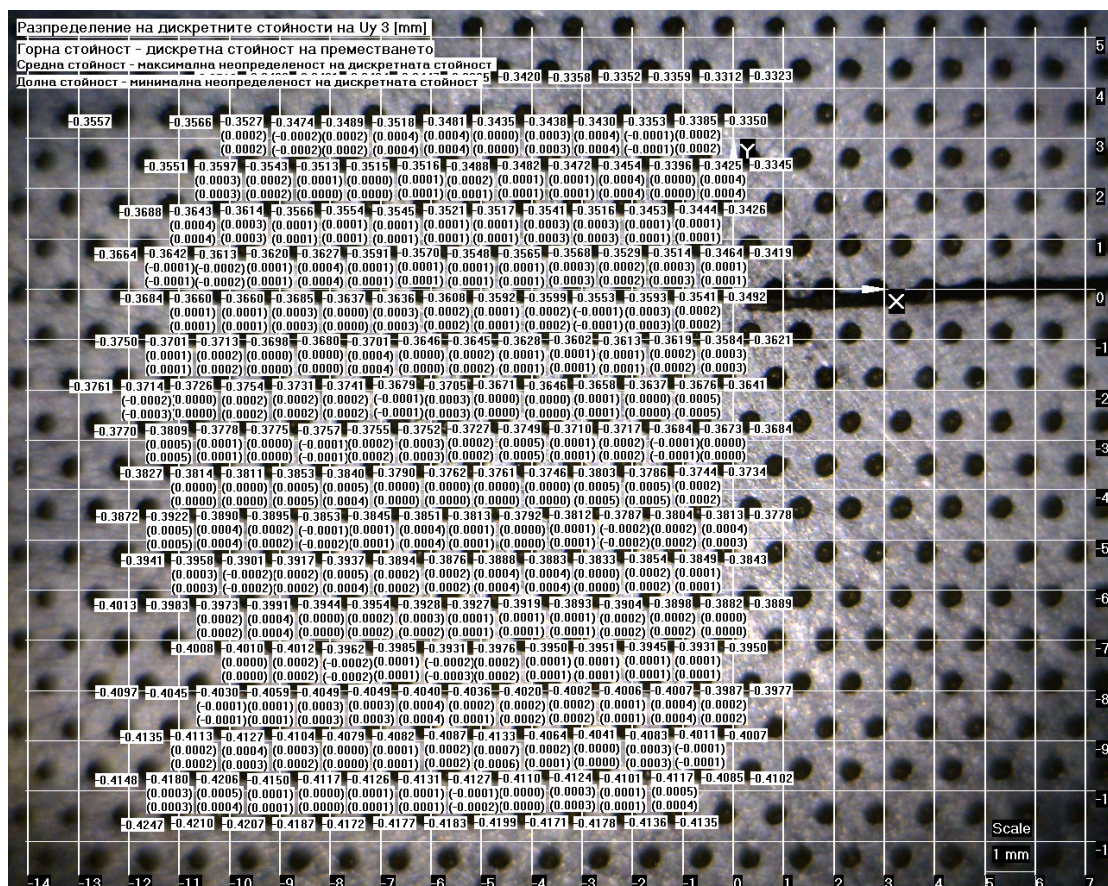
На фиг.9 и фиг.10.а са показани експериментално получените разпределения на преместванията посредством автоматизирания метод на координатните мрежи по направление на ос Y за случай на концентратор, разположен под ъгъл 90° спрямо приложеното външно натоварване. Анализиранията област има приблизително размери 13mm/14mm.

Началото на координатната система е в левия край на концентратора на напреженията в недеформирано състояние (фиг.5). Полето на преместването е представено чрез дискретните стойности (фиг.9) и чрез области с приблизително еднакви премествания (фиг.10.а). Последните създават нагледна представа и полесно могат да бъдат сравнени с числени резултати, получени по Метода на крайните елементи (МКЕ). На фиг.9 с по-малък шрифт е посочена оценката на

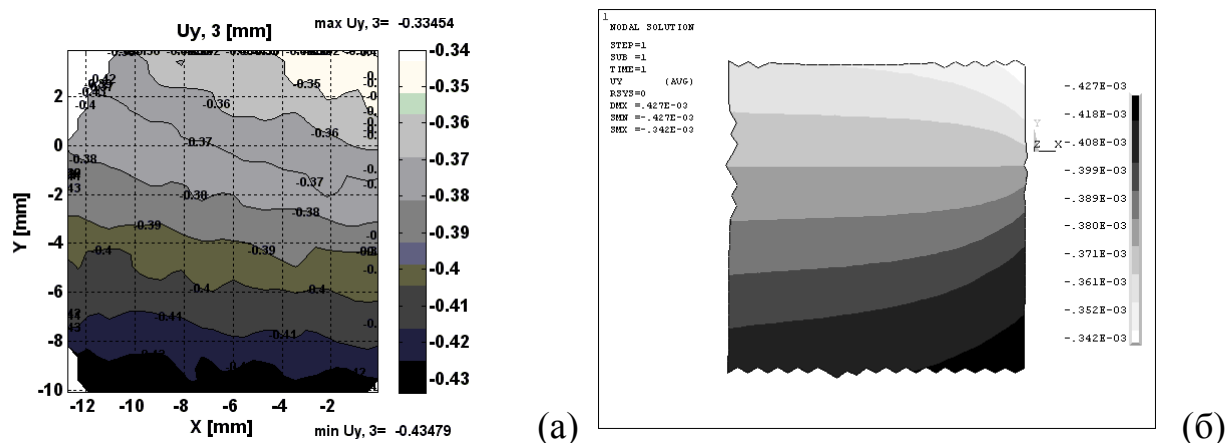
неопределеността на съответната дискретна стойност на преместването U_{y3} , което отговаря на т.3 от фиг.6. На фиг.10.б е представено численото разпределение на преместването U_{y3} с цел сравнение с експерименталното. Числените разпределения са получени посредством програмен продукт Ansys, който работи по МКЕ. Численият модел на изследвания процес, реализиран чрез програма Ansys използва дискретизация с изопараметрични 8-възлови крайни елементи - plane 183 (фиг.8.а). Зададената дължината на ръба на елемента е 0,5 mm.



Числените резултати се отнасят само за експериментално изследваната област. Мрежата от крайни елементи в тази област е показана на фиг.8.б. Използваният материален модел е линеен изотропен, определен от модул на еластичност $E=2,06 \cdot 10^{11}$ [Pa] и коефициент на Поасон $\mu=0,28$.



Фиг.9. Дискретни стойности на преместването U_{y3} [mm] при $F=5880$ [N] и съответстващите им максимална и минимална неопределеност



Фиг.10. (а) Разпределение на експерименталните стойности на U_{y3} [mm] след линейна интерполация (б) Числено разпределение на U_{y3} [m], получено по МКЕ при $F=5880$ [N]

Относителна разлика между числените и експерименталните стойности на преместването U_y по правата, определена от положението на концентратора се определя като:

$$\Delta U_{y3,\min} = \frac{U_{y3, \text{числ.ст.}} - \min U_{y3, \text{експ.ст.}}}{U_{y3, \text{числ.ст.}}} = \frac{-0.375 - (-0.3749)}{-0.375} \cdot 100 = 0.02\%$$

$$\Delta U_{y3,\max} = \frac{U_{y3, \text{числ.ст.}} - \max U_{y3, \text{експ.ст.}}}{U_{y3, \text{числ.ст.}}} = \frac{-0.375 - (-0.3581)}{-0.375} \cdot 100 = 4.5\%$$

При проследяването на измененията на експерименталните и числени разпределения на преместването U_y могат да се направят следните заключения:

Експерименталните и числените разпределения на преместването по направление на ос Y са близки по форма на изолиниите и по стойности.

Неравномерността в разпределенията на преместванията вероятно се дължи на неравномерността на структурата на материала на пробните тела, който е изграден от кристали с различна форма и големина. Първоначално процесът на деформиране протича в по-податливите области на материала. Основание за това предположение дава изглаждането на изолиниите с увеличаване на натоварването.

6. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

1. Разработена е методика, по която са направени серия експерименти с използване на метода на координатните мрежи.
2. Методът на координатните мрежи е автоматизиран чрез разработена от автора програмна система, която извършва обработка на заснетите по време на експеримент изображения и определя на положението на центровете на тежест на маркерите от мрежата, както и техните премествания.
3. Разработената програмна система позволява изчисляване на дискретни стойности от полетата на преместванията и дава оценка на съответстващата им неопределеност.

4. Представените експериментални резултати, получени по автоматизирания метод на координатните мрежи, са сравнени с числени резултати, получени по МКЕ. Относителната разлика между експерименталните и числени стойности на преместванията е приемлива по отношение на инженерни пресмятания.
5. Експерименталните резултати показват, че използването на цифров микроскоп с CMOS сензор, чиято резолюция е 1280x1024 пиксела при оптично увеличение 30X е напълно подходящо при изследвания посредством автоматизирания метод на координатните мрежи.
6. Методът на координатните мрежи има добър потенциал за решаване на равнинни задачи като изследване на плоски тела с концентратори на напреженията - пукнатини или технологични прорези с определена форма, ориентирани под различен ъгъл спрямо външното натоварване.

ЛИТЕРАТУРА

- [1] Parks V.J. (1969) The grid method, Experimental Mechanics, Vol.9, No.7, (July), p. 27N-33N, ISSN 0014-4851
- [2] Матвиенко Ю.Г. (2006), Модели и критерии механики разрушения, Физматлит, ISBN 2-9221-0669-4, Russia, стр. 197
- [3] Vavrik D., Zemankova J. (2004) Crack instability in ductile materials analyzed by the method of interpolated ellipses, Experimental Mechanics, Vol.44, No.4, (August), p.327-335, ISSN 0014-4851
- [4] Лазарова М., Ангелова М. (2007), Ръководство за лабораторни упражнения по компютърно зрение и разпознаване на образи, ТУ-София, ISBN 978-954-438-675-7, стр.12
- [5] Bovik, A. (2009) The essential guide to image processing, Elsevier, ISBN: 978-0-12-374457-9, p.42
- [6] Върбанов Х., Тепавичаров А., Ганев Т. (1992) Приложна теория на еластичността и пластичността, Техника, ISBN 954-03-0043-6, София, стр.23
- [7] Дель Г.Д., Новиков Н.А (1979), Метод делительных сеток, Москва, Машиностроение, стр.8
- [8] Радев Х., Метрология и измервателна техника книга-справочник, том 1, ISBN:978-954-334-077-4, Софтрейд, София, стр.168
- [9] Димова-Нанчева В. и др. (1975) Методическо ръководство за решаване на задачи по висша математика – част 1, Техника, София, стр.231

Автор: Галина Тодорова, гл. ас., катедра „Съпротивление на материалите”, Факултет по транспорта, Технически Университет - София, E-mail address: gtodor@tu-sofia.bg

Постъпила на 12.03.2014

Рецензент доц. д-р инж. Георги Стойчев

ОПРЕДЕЛЯНЕ НА ДИСКРЕТНИ СТОЙНОСТИ ОТ ПОЛЕТАТА НА ДЕФОРМАЦИИТЕ ПОСРЕДСТВОМ АВТОМАТИЗИРАН МЕТОД НА КООРДИНАТНИТЕ МРЕЖИ

Галина Тодорова

Резюме: Разработена и приложена е експериментална методика с използване на автоматизиран метод на координатните мрежи за определяне на деформации. Представени са експериментални резултати за деформациите, получени посредством разработена за целта програмна система. Направена е оценка на неопределеността на резултатите.

Ключови думи: автоматизиран метод на координатните мрежи, експериментално определяне на деформации

DETERMINATION OF THE DISCRETE VALUES OF THE STRAIN FIELDS BY AUTOMATED GRID METHOD

Galina Todorova

Abstract: A methodology for automated implementation of an experiment using the coordinate-grid method is developed and applied to the determination of strains. The experimentally obtained strains by means of a specially designed program system are presented. The uncertainty of the results is evaluated too.

Keywords: automated grid method, experimental determination of strains

1. ВЪВЕДЕНИЕ

Методите за експериментално определяне на преместванията и деформациите с помощта на мрежи са създадени в средата на миналия век [1]. Тези методи дават възможност да се проследи развитието на полетата на преместванията и деформациите на изследваните обекти във времето под влияние на външно натоварване. За тяхното измерване първоначално са били използвани специални шаблони и микроскопи.

Съвременната цифрова техника разкрива нови и значително по-добри възможности за реализиране на експерименталните техники, основани на регистриране и обработка на изображения – в това число и метода на координатните мрежи. При този метод върху повърхността на изследвания обект се нанася мрежа с избрана геометрия [1,3,4,9]. Изображението на мрежата се регистрира преди прилагане на натоварването върху обекта, а след това през определени интервали от време в процеса на неговото деформиране. Измененията, които настъпват в равнинната област от пробно тяло, върху която е нанесена мрежата, се регистрират в дискретен режим чрез заснемане с цифров микроскоп и компютър. Послед-

ните се записват в дискретен режим с помощта на цифров микроскоп и подходяща компютърна система. Цифровата обработка на подходящо избрани изображения измежду регистрираните позволява да се даде качествена и количествена оценка за полето на преместване и/или деформация на наблюдаваната област от пробното тяло. След мащабиране резултатите се представят в дискретен и/или интерполиран вид.

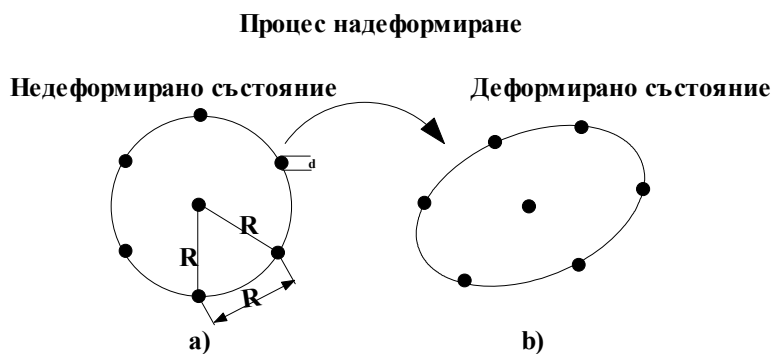
2. ЦЕЛ

С помощта на мрежовия метод и цифрова техника да се установи разпределението на деформациите пред концентратор на напреженията, разположен под ъгъл от 90° спрямо посоката натоварване на опън на плоско пробно тяло.

3. ПРИНЦИП НА МЕТОДА

Мрежа се нанася върху плоски пробни тела посредством подходяща технология – например с използване на фоторезисти за метали и сплави [1,4,8]. Мрежите, които са намерили приложение, са правоъгълни [1,3] или хексагонални [4]. Най-често те се отпечатват върху наблюдаваната повърхност посредством маркери с форма на кръг, квадрат, къса отсечка или прави линии.

В настоящата работа е използвана хексагонална мрежа с маркери, които представляват кръгове (фиг.1). Мрежата има два характерни параметъра – разстояние между центровете на тежест на два съседни маркера – r и диаметър на маркера – d (фиг.1). Параметрите на мрежата при докладваното експериментално изследване са: $r=1\text{ mm}$ и $d\approx 0.25\text{ mm}$.



Фиг.1. Недеформирана (а) и деформирана (б) хексагонална мрежа

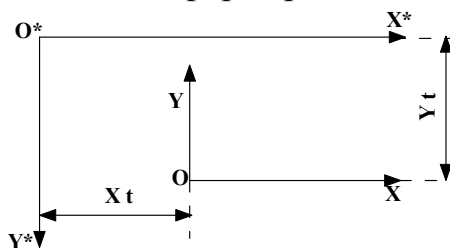
4. РЕАЛИЗАЦИЯ НА МЕТОДА

Методът на координатните мрежи е автоматизиран посредством разработена от автора методика, при която се в паметта на компютър се записват изображения на не деформираната и деформираната мрежа (Bitmap формат). Програмна система обработва заснетите изображения и изчислява положението на центровете на тежест на маркерите от мрежата, след което изчислява дискретни стойности от полета на преместване и деформация.

Разработената програмна система реализира следните основни операции:

- Трансформиране на цветно изображение към полутоново;
- Филтриране на полутоновото изображение с цел повишаване на контраста между обектите от мрежата и фона [5,6];

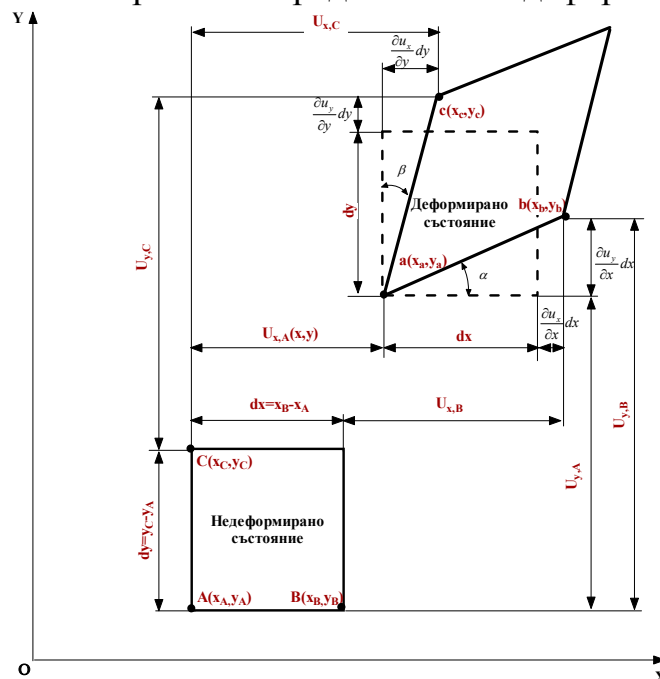
- Сегментиране на филтрираното изображение с цел отделяне на обектите на мрежата от фона [5,6]. Така получените двоични изображения съдържат само обектите на мрежата;
- Премахване на обектите, чиито контур пресича контура на анализираната област;
- Изчисляване на координатите на центровете на тежест на отделените обекти от мрежата по отношение на координатната система на цялото изображение;
- Определяне на съответстващи си обекти (маркери) от мрежата от две последователни изображения и съответно от начално (реперно) и текущото изображение;
- Трансформация на координатите на центровете на тежест на маркерите от мрежата от координатната система на изображението - $O^*X^*Y^*$ към координатна система, чиито център е центърът на избран пиксел - OXY (фиг.2). Центърът на избрания пиксел – «О» (фиг.2) съвпада с положението на върха на концентратора на напрежение в недеформирано състояние на пробното тяло.



Фиг.2. Трансформиране на координатната система $O^*X^*Y^*$ в OXY чрез X_t и Y_t

5. ИЗЧИСЛЯВАНЕ НА ДЕФОРМАЦИИТЕ

На фиг.3 е посочено геометричното представяне на деформациите.



Фиг.3. Геометрично представяне на деформациите

Линейните деформации в равнината OXY (фиг.3) в общия случай на големи линейни и ъглови деформации се определят от [2,8]:

$$\varepsilon_x = \frac{\partial U_x}{\partial x} + \frac{1}{2} \left[\frac{\partial U_x}{\partial x} + \frac{\partial U_x}{\partial y} \right] \quad (1)$$

$$\varepsilon_y = \frac{\partial U_y}{\partial y} + \frac{1}{2} \left[\frac{\partial U_y}{\partial x} + \frac{\partial U_y}{\partial y} \right] \quad (2)$$

Ъгловата деформация в равнината ОХУ (фиг.3) в общия случай се определя от [2,8]:

$$\gamma_{xy} = \frac{\partial U_y}{\partial x} + \frac{\partial U_x}{\partial y} + \frac{\partial U_x}{\partial x} \frac{\partial U_x}{\partial y} + \frac{\partial U_y}{\partial x} \frac{\partial U_y}{\partial y} \quad (3)$$

6. ПОСЛЕДОВАТЕЛНОСТ ПРИ ПРОГРАМНА РЕАЛИЗАЦИЯ

а) Избират се центрове на тежест на обектите на мрежата, които в недеформирано състояние съвпадат с върховете на правоъгълни триъгълници.

б) Посредством координатите на избраните центрове на тежест в недеформирано и съответстващото им деформирано състояние при използване на (1), (2) и (3) се изчисляват линейните деформации - ε_x , ε_y и ъгловата деформация - γ_{xy} .

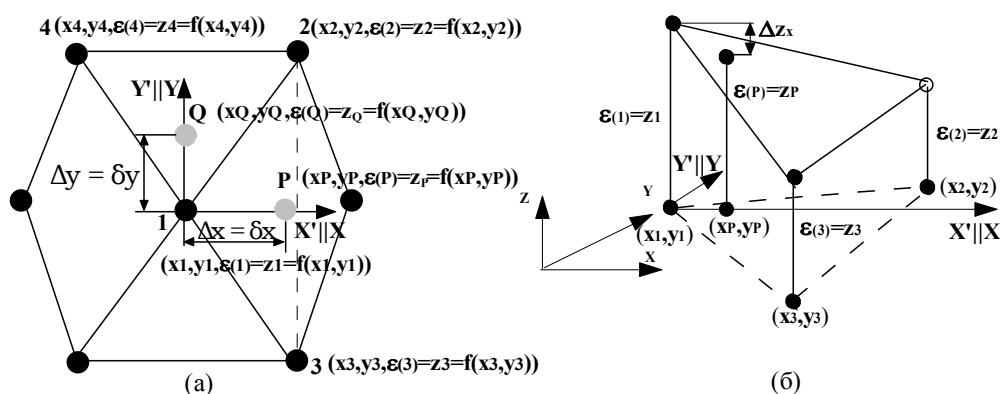
7. ОЦЕНКА НА НЕОПРЕДЕЛЕНОСТТА НА РЕЗУЛТАТИТЕ ЗА ДЕФОРМАЦИИТЕ

При изчисляване на големината на векторите на деформациите се използва предположението, че експерименталните стойности се отличават от точните със сумата от случайните и систематичните грешки [9]. Неопределеността за всяка дискретна стойност на дадена деформация се приема за равна на линейния член от разлагането на функцията на деформацията $\varepsilon = f(x, y)$ в ред на Тейлор [9].

Редът на Тейлор за функция на две променливи има вида [7]:

$$f(x + \Delta x, y + \Delta y) = f(x, y) + \frac{1}{1!} \left(\frac{\partial}{\partial x} \Delta x + \frac{\partial}{\partial y} \Delta y \right) f(x, y) + \dots + R_n \quad (4)$$

където R_n е остатъчен член.



Фиг.4. Обекти от мрежата, които се използват при оценяване на неопределеността в пресметнатите дискретни стойности на деформацията $\varepsilon = f(x, y)$

(а) Двумерно представяне (б) Тримерно представяне

За да се оцени неопределеността на дадена деформация е необходимо да се изчисли най-голямото линейно отклонение в положението на центровете на тежест на обектите от мрежата по ос X- δx и по ос Y- δy от началното изображение, което съответства на недеформирано състояние.

Допуска се, че грешката при определянето на координатите на центровете на тежест в деформирано състояние не превишава максималните линейни отклонения в недеформирано състояние δx и δy .

Обекти от мрежата, които участват при оценяване на неопределеността при $\delta x > 0$ и $\delta y > 0$ са посочени на фиг.4.

Функцията f от реда на Тейлор (4), която зависи от координатите x и y , представя деформация - ε .

За оценяване на неопределеността на деформацията ε_x , ε_y или γ_{xy} в точка 1 (фиг.4) е необходимо:

-да се изчислят:

- координатите на точки P и Q (Фиг.4б):

$$x_P = x_1 + \delta x$$

$$y_P = y_1$$

$$x_Q = x_1$$

$$y_Q = y_1 + \delta y ;$$

- стойността $z_P = \varepsilon(P)$ посредством:

$$z_P = a_1 z_1 + a_2 z_2 + a_3 z_3 \quad (5)$$

където a_1, a_2 и a_3 са теглови коефициенти, които се определят от линейната система уравнения:

$$\begin{cases} a_1 x_1 + a_2 x_2 + a_3 x_3 = x_5 \\ a_1 y_1 + a_2 y_2 + a_3 y_3 = y_5 \\ a_1 + a_2 + a_3 = 1 \end{cases} \quad (6)$$

- да се пресметне нарастването по ос X на разглежданата стойност на деформацията ε :

$$\Delta z_x = z_P - z_1 \quad (7)$$

- Аналогично се подхожда за триъгълника, определен от точките с координати $(x_1, y_1), (x_2, y_2)$ и (x_4, y_4) , при което се изчислява нарастването по ос Y на разглежданата стойност на деформацията ε :

$$\Delta z_y = z_Q - z_1 \quad (8)$$

- Изчислява се нарастването на изчислената дискретна стойност $z_1 = \varepsilon(1)$ в квадрант I, определен от точките P, 1 и Q:

$$\Delta z = \Delta z_x + \Delta z_y \quad (9)$$

Аналогично се подхожда за другите три квадранта, определени от осите X' и Y' , при което се избират максималната и минималната неопределеност на разглежданата деформация.

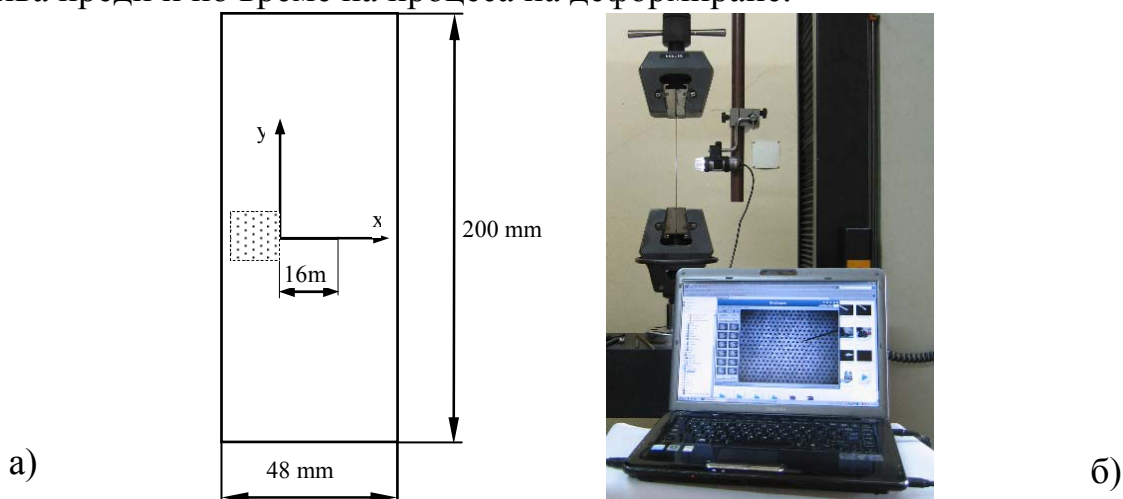
Минималното и максималното нараствания, определени от линейния член на Тейлор, дават оценка на неопределеността на заглежданата дискретна стойност на деформацията ε_x , ε_y и γ_{xy} .

Цифровата обработка на изображенията е осъществена чрез проектирана и разработена за целта програмна система. Програмната система е реализирана посредством среда за разработка Delphi.

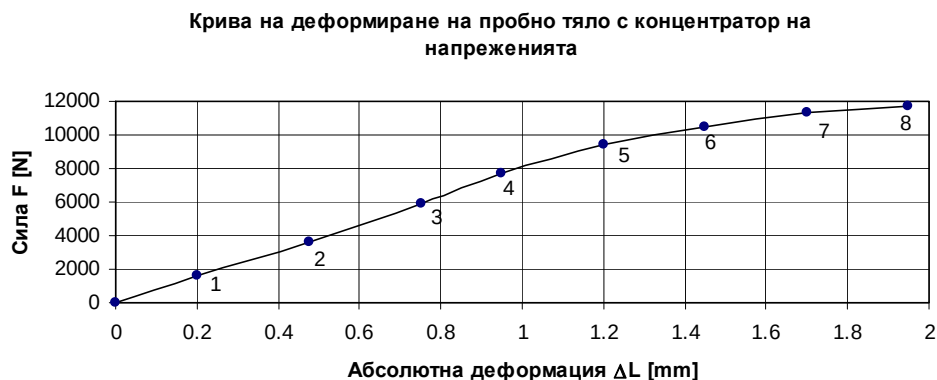
8. ЕКСПЕРИМЕНТ

Пробните тела са изработени от листова нисковъглеродна стомана с дебелина 1,5mm. В средна им част е направен прорез с размер 16x0,1mm (1/3 от ширината на пробното тяло), който е ориентиран под ъгъл от 90° спрямо посоката на външното натоварване. Геометрията и анализираната област (точкуваната зона) на пробното тяло е показана на фиг.5.а.

Използван е електро-механичен стенд Instron-1185 за физико-механични изпитвания. Деформацията на пробните тела е реализирана при скорост на натоварване от 0,5 mm/min. По време на експерименталното натоварване е изследвана деформацията на мрежата в областта на единия край на прореза. Промените в геометрията на мрежата са регистрирани с помощта на цифров микроскоп - Dino Light Pro (CMOS резолюция 1280x1024) на всеки 30s след началото на експеримента. Микроскопът е свързан към компютър (фиг.5-б), в който едновременно с изображението се записва и съответстващата му сила. Важно е да се отбележи, че цифровият микроскоп е закрепен неподвижно към корпуса на машината за изпитване. Неподвижното зрително поле на обектива на микроскопа осигурява неподвижна координатна система, по отношение на която реалното положение на центровете на тежест на обектите от мрежата може да се изчислява преди и по време на процеса на деформиране.



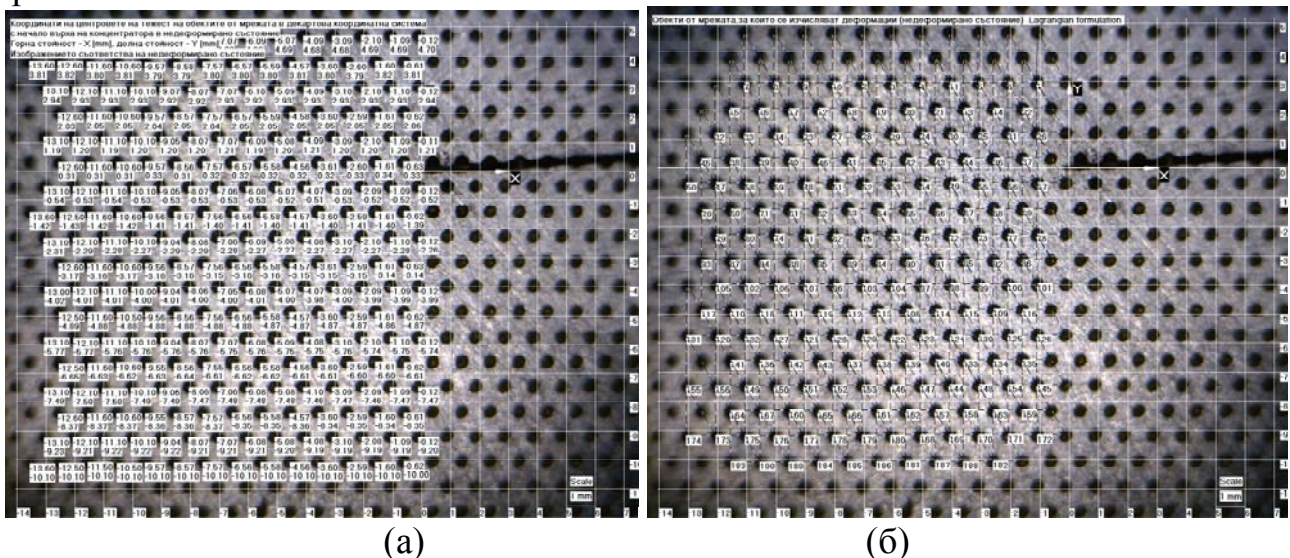
Фиг.5. (а) Геометрия на пробното тяло, концентратора на напрежение и анализираната област пред него / зоната с точките/ ; (б) Експериментална схема за регистриране на промените в геометрията на мрежата



Фиг.6. Крива на деформиране на пробно тяло с концентратор на напреженията, разположен под 90° спрямо посоката на натоварване

Кривата на деформиране на пробното тяло с концентратора е представена на фиг.6. Точките върху кривата (1÷8) съответстват на текущото време, в което са регистрирани цифрови изображения.

Две изображения, които отговарят на недеформирано състояние, са показани на фиг.7. В първото изображение (фиг.7а) са посочени координатите на центровете на тежест на обектите от мрежата (в mm) спрямо неподвижната координатна система ОХУ с начало, което съвпада с върха на концентратора. На фиг.7б е показана дискретизацията на изследваната област чрез правоъгълни триъгълници. Изчисляват се деформациите само на тези елементарни триъгълници, които не напускат зрителното поле на обектива на микроскопа по време на процеса на деформиране. При това интересът е фокусиран само върху онези точки, които са разположени пред концентратора на напреженията. Така дискретизираната област има приблизителни размери 12 mm x 13 mm и съдържа 190 елементарни триъгълника.

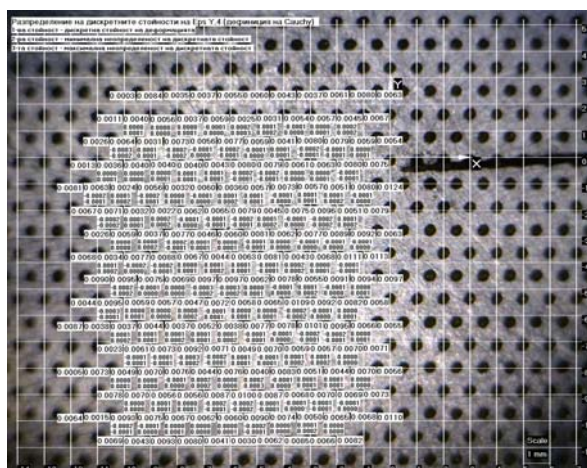


Фиг.7. Изображения на мрежата в недеформирано състояние на пробно тяло с прорез под 90° спрямо направлението на натоварване; (а) координати на центровете на тежест на обектите от мрежата (б) дискретизация на областта посредством елементарни правоъгълни триъгълници

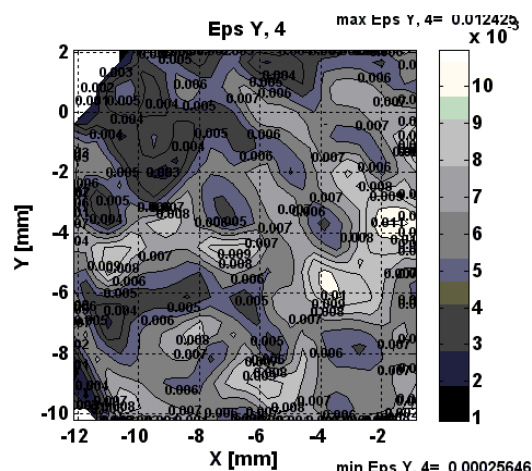
9. РЕЗУЛТАТИ И ДИСКУСИЯ

Фиг.8, фиг.9 и фиг.10 представят експерименталните резултати от разпределението на деформациите $\epsilon_{y,4}$, $\epsilon_{y,6}$ и $\epsilon_{y,8}$, получени чрез приложения автоматизиран вариант на мрежовия метод при използване на (1), (2) и (3), които отговарят на натоварване, съответно определено от т.4, т.6 и т.8 посочени на фиг.6.

Началото на координатната система (фиг.5.а) е в левия край на прореза. Разпределението на деформациите е представено чрез техните дискретни стойности (фиг.8а, фиг.9.а и фиг.10.а) и чрез областите на приблизително еднакви им стойности - линейно интерполирани разпределения (фиг.8.б, фиг.9.б и фиг.10.б).



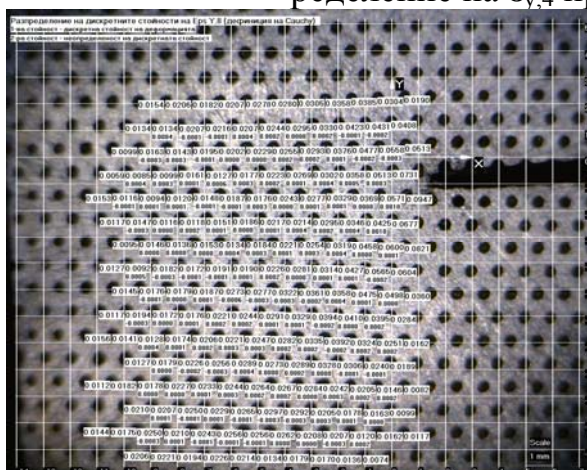
(a)



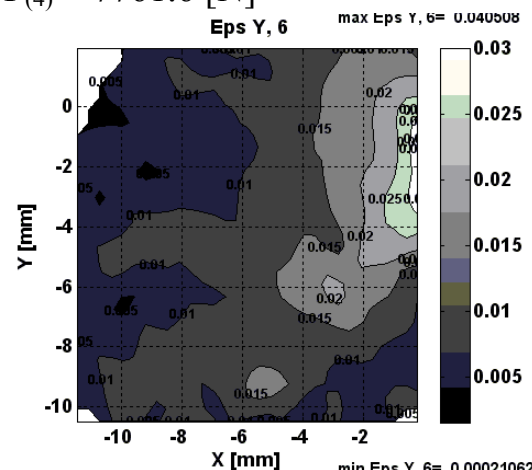
(б)

Фиг.8. Разпределение в изследваната област на деформацията $\epsilon_{y,4}$

(a) Дискретни стойности на $\epsilon_{y,4}$ при $F_{(4)} = 7761.6$ [N] и (б) Интерполирано разпределение на $\epsilon_{y,4}$ при $F_{(4)} = 7761.6$ [N]



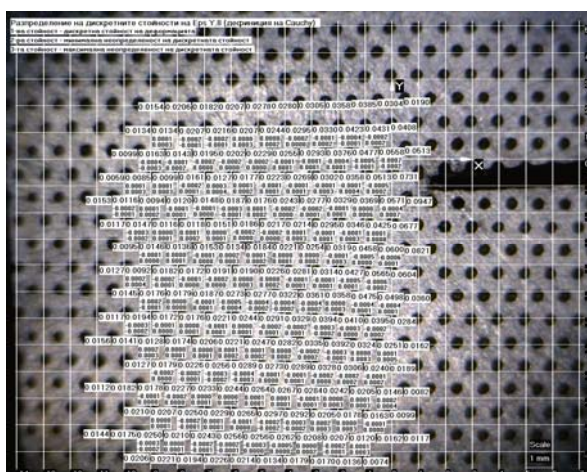
(a)



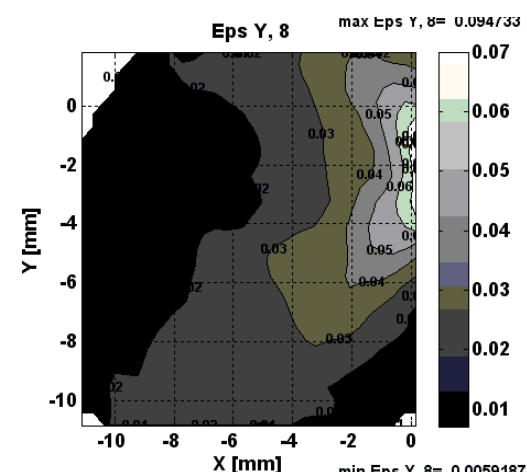
(б)

Фиг.9. Разпределение в изследваната област на деформацията $\epsilon_{y,6}$

(a) Дискретни стойности на $\epsilon_{y,6}$ при $F_{(6)} = 10466.4$ [N] и (б) Интерполирано разпределение на $\epsilon_{y,6}$ при $F_{(6)} = 10466.4$ [N]



(a)



(б)

Фиг.10. Разпределение в изследваната област на деформацията $\epsilon_{y,8}$

(a) Дискретни стойности на $\epsilon_{y,8}$ при $F_{(8)} = 11760$ [N] и (б) Интерполирано разпределение на $\epsilon_{y,8}$ при $F_{(8)} = 11760$ [N]

Направена е оценка на неопределеността на изчислените дискретни стойности на деформациите ε_x , ε_y , γ_{xy} посредством линейния член от развитието на функциите на деформациите в ред на Тейлор [7]. Минималната и максималната неопределеност на разглежданата дискретна стойност е представена на фиг.8.а, фиг.9.а и фиг.10.а с по-малък шрифт.

От представените резултати се вижда липсата на плавност на изолиниите, изчертани по получените експериментални резултати при по-малки стойности на силата F . С увеличаване на натоварването контурните линии стават все по-гладки, което дава основание да се направи предположението, че липсата на гладкост се дължи на структурната нехомогенност на реалния материал, от които са изработени пробните тела. Поради това локалните процеси на деформиране започват първоначално в обемите с повече дефекти в структурите.

10. ИЗВОДИ

1. Разработена е методика, по която са направени серия експерименти с използване на метода на координатните мрежи.
2. Методът на координатните мрежи е автоматизиран чрез разработена от автора програмна система, която извършва обработка на заснетите по време на експеримента изображения и определя положението на центровете на тежест на обектите от мрежата, както и техните премествания и деформации.
3. Разработената програмна система позволява изчисляване на дискретни стойности от полетата на преместванията и деформациите и дава оценка на съответстващата им неопределеност.
4. Методът на координатните мрежи има добър потенциал за решаване на равнинни задачи на Механиката на разрушаването при равнинно напрегнато състояние като изследване на плоски тела с концентратори на напреженията - пукнатини или технологични прорези с цел експериментално определяне на коефициенти на интензивност на напреженията при линейно поведение на материала или J-интеграл при нелинейно поведение на материала.

ЛИТЕРАТУРА

1. Parks V. J. (1969), The grid method, Experimental Mechanics, v.9, p.27-33
2. Parks V. J. Durelli (1967), A. J., On the definitions of strain and their use in large-strain analysis, Experimental Mechanics, v.7, p.279-280
3. Матвиенко Ю. Г. (2006), Модели и критерии механики разрушения, Физматлит, стр.197
4. Vavrik D., J. Zemankova (2004), Crack instability in ductile materials analyzed by the method of interpolated ellipses, Experimental Mechanics, v.44, p.327-335
5. Лазарова М., М. Ангелова (2007), Ръководство за лабораторни упражнения по компютърно зрение и разпознаване на образи, ТУ-София

6. Гочев Г. (2008) Компютърно зрение, Издателство на Технически Университет – София
7. Манолов С., А. Петрова-Денева, А. Генов, Н. Шополов (1977), Висша математика-част 1, София, Техника
8. Sadat A. B., M. Y. Reddy (1989) Plastic Strain Analysis of Machined Surface Region Using Fine grid etched by photoresist technique, Experimental Mechanics, v.29, p.346-349
9. Дель Г. Д., Н. А.Новиков (1979) Метод делительных сеток, Москва, Машиностроение, стр.8

Автор: Галина Тодорова, гл. ас., катедра „Съпротивление на материалите”, Факултет по транспорта, Технически Университет - София, E-mail address: gtodor@tu-sofia.bg

Постъпила на 12.03.2014

Рецензент доц. д-р инж. Георги Стойчев

СИНТЕЗ НА PRS КОДОВЕ ОТ ПО-ВИСОК РЕД

Станьо Колев, Юлиан Боянов, Илия Илиев, Стойчо Манев

Резюме: В тази статия е предложен математичен модел за синтез на PRS полиноми от по-висока степен. Тези полиноми биха могли да бъдат използвани в мобилни комуникационни системи с висока скорост за намаляване на последиците на Доплеровият ефект.

Ключови думи: PRS системи, Корелативно кодиране

SYNTHESIS OF PRS POLYNOMIAL OF HIGHER DEGREE

Stanio Kolev, Julian Boyanov, Ilia Iliev, Stoicho Manev

Abstract: In this article is presented a mathematical model for the synthesis of PRS polynomials of higher degree. These polynomials could be used in mobile communication systems with high speed to reduce the Doppler Effect.

Keywords: PRS systems, Correlative coding.

1. ВЪВЕДЕНИЕ

През последните години PRS системите намират широко приложение в цифровите комуникационни системи, особено в безжични OFDM (Orthogonal frequency division multiplexing) системи [5], [7] за намаляване на ефекта от ICI (Inter Carrier Interference). Основната цел на кодирането е повишаване на спектралната ефективност на честотната лента на канала за връзка, при наличните честотни ресурси. Една от най-ефективните технологии за висока спектрална ефективност е корелационното кодиране (PRS - Partial Response Signaling). Такъв вид технологии са били въведени от Лендер [2], през 1960 г., като възможен метод за предаване на информация. Този метод се различава от обикновената амплитудно-импулсна модулация по това, че е въведено контролирано количество на междусимволната интерференция (ISI). При корелационните методи за кодиране се използва междусимволната интерференция в моментите на дискретизиране на един, два или повече съседни символи. Вследствие на това се постига спектрално преобразуване на двоичния или с повече нива цифров поток, с което се повишава спектралната ефективност на честотната лента на канала за връзка, в сравнение със системите с нулева памет. Посредством корелацията на символите се получават сигнали със строго определени форми в приемника, именно това позволява да се откриват грешки от смущения по канала за връзка, чрез анализиране на формата на приетите носещи трептения. Сигналът, получен чрез PRS кодиране, е с три и повече нива [1].

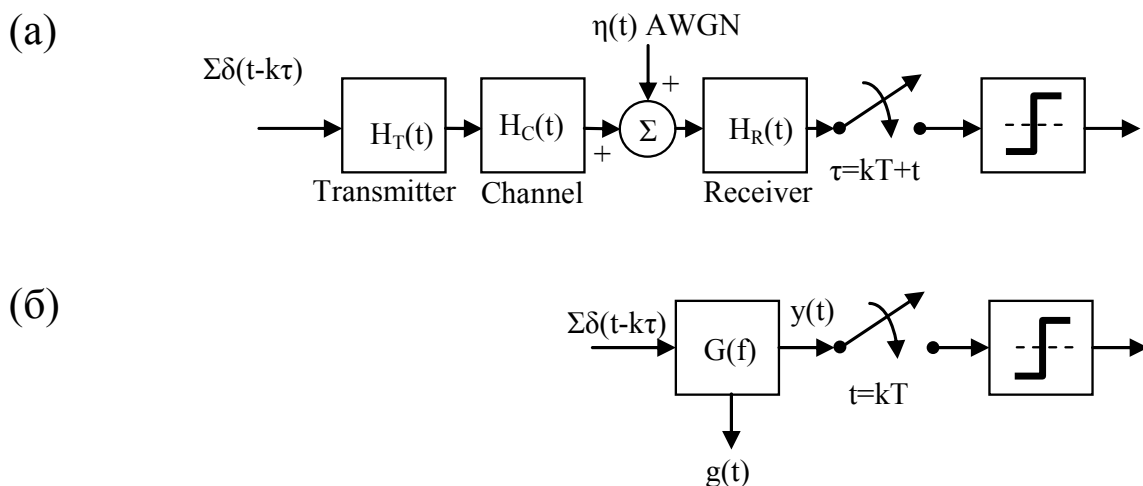
Както е показано и в [3], и [4], разликата между PRS и обикновената амплитудно-импулсна модулация (АИМ) се изяснява в основният труд на Найкуист, и там е описан един от неговите критерии за елиминиране на междусимволното влияние (ISI). Теорията на PRS системите е естествено разширение и обобщение на трудът на Найкуист. Комуникационните системи, изследвани от Найкуист, могат да бъдат моделирани чрез синхронна АИМ схема в основната лента, показана на фиг. 1.1а. Резултатите могат да бъдат приложени и за други линейно-модулационни схеми. Символите от редицата $\{a_k\}$ принадлежат на множеството от $\{0, 1, \dots, m-1\}$. $H_T(f)$ и $H_R(f)$ представляват честотни характеристики на предавателя и приемника, които са моделирани посредством съответните филтриращи звена. Каналът е моделиран като линеен филтър $H_C(f)$ с добавен бял Гаусов шум (AWGN) $\eta(t)$, притежаващ спектрална плътност N_0 . При липса на шум, системата се характеризира чрез общата честотно-предавателна функция $G(f) = H_T(f) \cdot H_C(f) \cdot H_R(f)$.

$H_R(f)$ може да бъде и честотната характеристика на приемника включващ еквилайзер. Сигналят на изхода на приемника, при условие че няма добавен шум, има вида [1]:

$$y(t) = \sum_K a_K \cdot g(t - K.T) \quad (1)$$

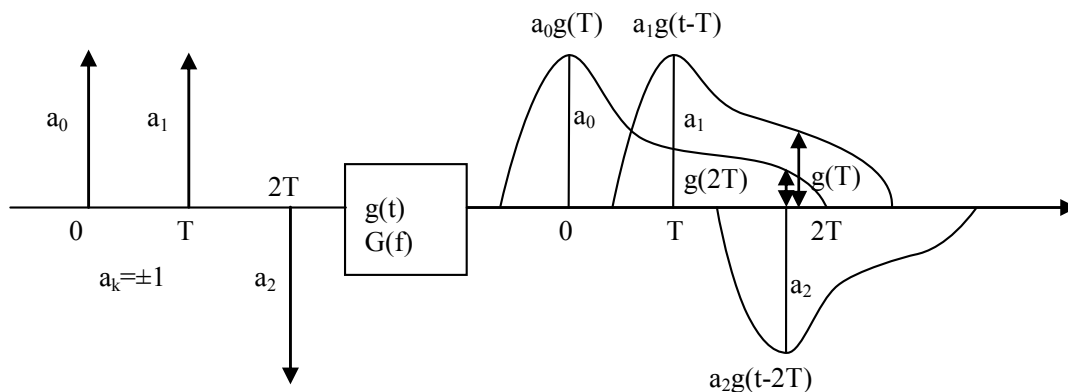
Принципът, на който се базира АИМ, е че приетите стойности без шум трябва да съответстват на стойностите на данните, тоест $y(nT)$ е еквивалентно на a_n . С други думи АИМ системата, представена чрез $G(f)$, комбинирана с модулатора, трябва да се разглежда като цифров канал без памет. От (1.1) се получава [1]:

$$y(nT) = a_n \cdot g(0) + \sum_{K \neq n} a_K \cdot g((n - K).T), \text{ където } n \text{ е естествено число} \quad (2)$$



Фиг.1. АИМ модел в основна лента (а) и еквивалентен модел без шум (б)

Първият член в (2) описва текущо предавания символ a_n , а вторият член представя междусимволната интерференция (ISI). Това е показано на фиг.2. Например текущата стойност на $a_2 = -1$ при $t = 2.T$. Междусимволната интерференция (ISI) от предишните символи е $g(T) + g(2T)$ [1].



Фиг.2. Входни носещи трептения и пример за интерференцията (ISI) между тях

2. АНАЛИТИЧЕН МОДЕЛ ЗА СИНТЕЗ НА PRS КОДОВЕ

За да се съсредоточи в по-голяма степен спектралната плътност на мощността на двоичния сигнал в нискочестотната област на спектъра му, е необходимо корелационният интервал на двоичните сигнали да обхваща повече от три тактови интервали. При корелираните и модифицираните корелирани сигнали корелационният интервал обхваща съответно два или три символа от информацията. Възможно е използването на по-дълги корелационни интервали, като в такива случаи се получава корелиран сигнал с много нива.

Може да се извърши например преобразуване на двоичния сигнал в корелиран сигнал с m нива, номерирани последователно от нула до $(m - 1)$, започвайки от най – ниското ниво. В този случай всички нива с четен номер се идентифицират като двоичен нулев символ, а всички нива с нечетен номер – като единичен символ от двоичен сигнал [4], [6]. Няма ограничение за броя на нивата m . Полиномите с които се описват PRS системите от n -та степен се базират на $1-D$ и $1+D$ полиноми (съответно описващи -Високо Честотен и Ниско Честотен филтър).

Например PRS система от първи клас и ред има следният полином: $1-D$ или $Y_n = X_n - X_{n-1}$, където Y_n е изходният сигнал на системата а X_n и X_{n-1} са входните сигнали.

В статията се предлага обобщен израз за синтез на полиноми за PRS системи[5]:

$$(a-D)^m \cdot (b+D)^n \quad n, m = 0, 1, 2, \dots \quad (3)$$

Въз основа на формула (3) може да се предложи следният алгоритъм за синтез на кодове с по-висок ред на степента на полиномите. Принципът на този алгоритъм на синтезиране на PRS класове от по-висок ред е следният : 1 и 2 клас са с положителни коефициенти, и a и b коефициентите на полинома са равни на 1 ($a=1$ и $b=1$), докато при 3 клас коефициента $b=2$. При повишаване на класа се получава – при 4 и 5 клас коефициенти a и b на полинома да са равни на 1, а при 6 клас коефициента $b=3$. По същият начин се синтезират полиноми от по-висок ред например за 7 и 8 клас – $a=1$ и $b=1$, а за 9 клас $b=4$ [5]:

1. Шести клас се създава чрез полином $(3-D).(1+D) = 3+2.D-D^2$, с коефициенти $(3, 2, -1)$ и $(1+D)^2.(1-D)^3 = 1-D-2.D^2+2.D^3+D^4-D^5$, с коефициенти $(1 -1 -2 2 1 -1)$.

2. Седми клас се създава чрез полином $(1+D).(1-D)^4 = 1-3.D+2.D^2+2.D^3-3.D^4+D^5$, с коефициенти $(1 -3 2 2 -3 1)$.

3. Осми клас се създава чрез полиноми $(1+D).(1-D)^5 = 1-4.D+5.D^2-5.D^3+4.D^4-D^5$, с коефициенти $(1 -4 5 0 -5 4 -1)$

4. Девети клас се създава чрез полином $(4-D).(1+D) = 4+3.D-D^2$, с коефициенти $(4+3-1)$

Преобразуването на двоичния сигнал в корелиран сигнал с много нива се извършва на два етапа. През първия етап се осъществява прекодиране на оригиналната двоична поредица $\{a\}$ в друга двоична поредица $\{b\}$ като се използва зависимостта[1]:

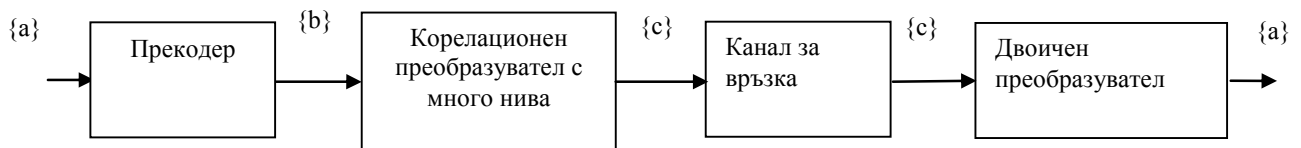
$$b_n = a_n \sum_{i=2}^n k_i b_{n+1-i} \bmod 2 = a_n \oplus k_2 b_{n-1} \oplus \dots \oplus k_n b_1, \quad (4)$$

където k_i са тегловните коефициенти за съответния клас корелирани сигнали. Когато стойността на k_i е нула или четно число, тогава произведението $k_i b_{n+1-i}$ е равно на нула.

През втория етап на преобразуване на двоичния сигнал в корелиран сигнал $\{c\}$ с m нива се извършва сумиране на всички символи на двоичния сигнал $\{b\}$ в съответствие с уравнението[1]:

$$C_n = \sum_{i=1}^n k_i b_{n+1-i} = k_1 b_n + k_2 b_{n-1} + \dots + k_n b_1 \quad (5)$$

където k_i са отново тегловните коефициенти за съответния клас корелирани сигнали. По този начин двоичните поредици от "1" и "0" се преобразуват в четни или нечетни нива на корелирания сигнал с m нива. Това дава възможност всеки символ на корелирания сигнал да се декодира самостоятелно независимо от много символната корелация[1].



Фиг.3. Блокова схема за цифрово предаване на информация

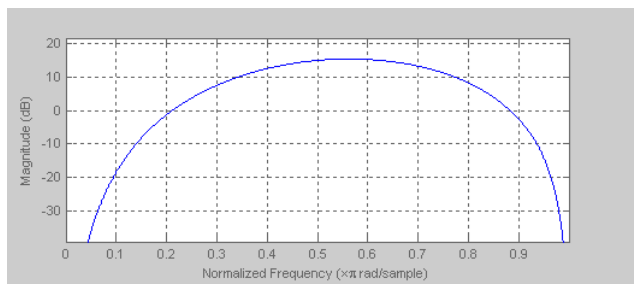
На фиг.3 е показана блоковата схема за цифрово предаване на информация, чрез корелирани сигнали с много нива. В този случай каналът за връзка съдържа основен средата за разпространение, модулатора и демодулатора на носещото трептене с радиочестота.

3. ИЗСЛЕДВАНИЯ

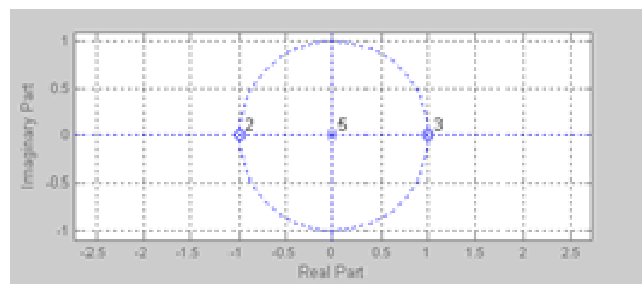
Направени са набор от изследвания при различни коефициенти на полиномите. Представени са Амплитудно-честотните характеристики и нулево-полюсните диаграми на кодиращите устройства със съответните полиноми

1) Полином с коефициенти: 1 -1 -2 2 1 -1

Представена е зависимостта на амплитудата от нормираната честота



Фиг.4. Амплитудно-честотна характеристика

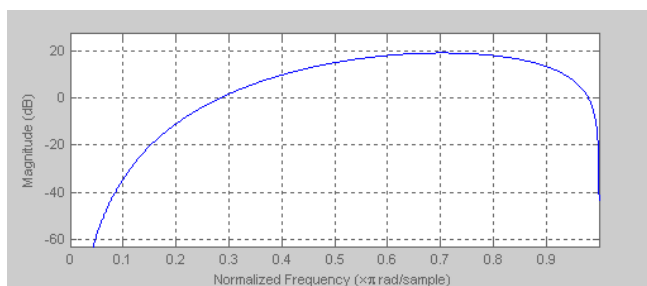


Фиг.5. Комплексна област на местоположението на нулите

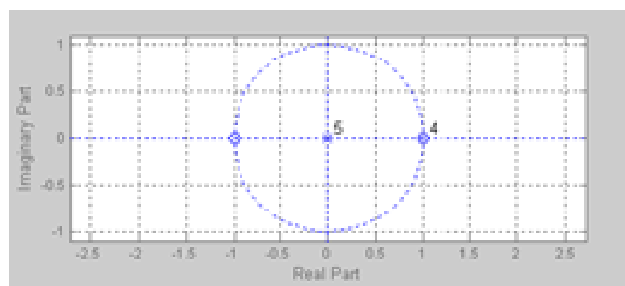
От вида на получената зависимост е видно, че характеристиката притежава характер, типичен за лентов филтър.

На фиг.5 е представено местоположението на нулите на филтриращата верига, изградена въз основа на полином с коефициенти: 1 -1 -2 2 1 -1

2) Полином с коефициенти: 1 -3 2 2 -3 1



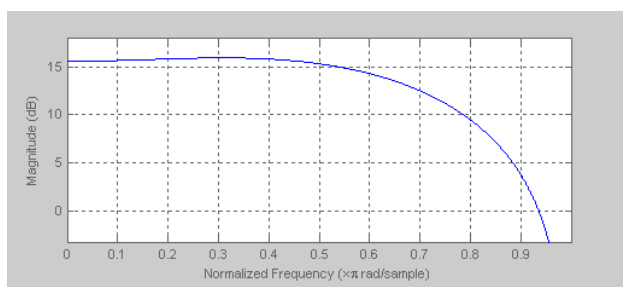
Фиг.6. Амплитудно-честотна характеристика



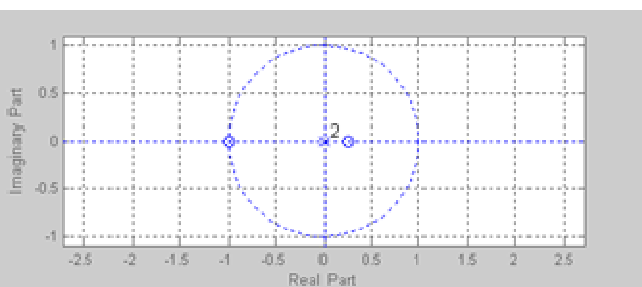
Фиг.7. Комплексна област на местоположението на нулите

От вида на получената зависимост е видно, че характеристиката притежава характер, типичен за лентов филтър с повдигане на характеристиката при високи честоти.

3) Полином с коефициенти: 4+3-1



Фиг.8. Амплитудно-честотна характеристика



Фиг.9. Комплексна област на местоположението на нулите

От вида на получената зависимост е видно, че характеристиката притежава характер, типичен за нискочестотен филтър.

4. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Предложен е подход за синтез на PRS полиноми от 6 и по-висок ред. Те могат да бъдат използвани в мобилни системи, изискващи високи скорости и големи стойности на Доплеровото отместване, за минимизиране на интерференцията между подносещите трептения в OFDM системите. Също така тези кодове могат да се използват за компресиране на информацията в записващи и възпроизвеждащи магнитни и оптични устройства.

ЛИТЕРАТУРА

- [1] Добрев, Д., Цифрови Радиорелейни станции, Техника, 1987
- [2] A. Lender, "The duobinary technique for high-speed data transmission," IEEE Trans. Commun. Elec., vol. 82, pp. 214-218, May 1963
- [3] Kamilo Feher, "Digital Communications", 1981 by Prentis Hall
- [4] P. Kabal and S. Pasupathy, "Partial response signaling," IEEE Trans. Commun., vol. COM-23, pp, 921-925, Sept. 1975
- [5] Колев С. „Корелационни методи за предаване на данни“, дисертация, 2013
- [6] F. Rusek and J.B. Anderson, "Maximal Capacity Partial Response Signaling," Communications 2007, ICC'07 IEEE International Conference_24-28 June 2007, pp. 821-826
- [7] Husna, A.N.; Kamilah, S.Y.S.; Ameruddin, B.; Mazlina, E."Intercarrier interference (ICI) analysis using correlative coding OFDM system "RF and Microwave Conference, 2004. RFM 2004. Proceedings

Автори: Илия Илиев, Технически университет София, доц. д-р, катедра „Радиокомуникации и Видеотехнологии“, Факултет по телекомуникации, Технически Университет - София, E-mail address: igiliev@tu-sofia.bg; Станьо Веселинов Колев, гл. ас. д-р, катедра „Радиокомуникации и Видеотехнологии“, Факултет по телекомуникации, Технически Университет - София, E-mail address: skolev@tu-sofia.bg; Юлиан Кирилов Боянов, Катедра Икономика, Индустриален Инженеринг и Мениджмънт, Стопански Факултет, Технически Университет - София, E-mail address: abagar111@gmail.com; Стойчо Велизаров Манев, гл. ас. д-р, катедра „Радиокомуникации и Видеотехнологии“, Факултет по телекомуникации, Технически Университет – София; E-mail address: smanev@tu-sofia.bg

Постъпила на 18.03.2014

Рецензент доц. д-р Калин Димитров

ОСНОВНИ МЕТОДИ ЗА КОНТРОЛ НА МОЩНОСТТА И НАМАЛЯВАНЕ НА ИНТЕРФЕРЕНЦИЯТА ПРИ КОГНИТИВНО РАДИО

Тодор Цветков, Илия Илиев

Резюме: В настоящата работа е направен обзор и анализ на основните методи за контрол на мощността и намаляване на интерференцията при когнитивно радио и са представени зависимости за регулиране на мощността за модел с една двойка вторични потребители. Дискутиран е един от основните параметри за оценка на средата - еквивалентна температура на смущенията (interference temperature). За анализ е използван модел на когнитивно радио, работещ в телевизионния обхват. При появата на повече от две нелицензирани устройства в радио мрежата се прилага централен и разпределен модел за регулиране на мощността.

Ключови думи: когнитивно радио, контрол на мощността, еквивалентна температура на смущенията

FUNDAMENTAL METHODS FOR POWER CONTROL AND INTERFERENCE MITIGATION IN COGNITIVE RADIO

Todor Tsvetkov, Iliia Iliev

Abstract: In this paper has been accomplished brief analysis on fundamental methods for power control and interference mitigation in cognitive radio. Basic aspects are considered in a power efficiency of single pair secondary users. Discussed is one of the main parameters in spectrum sensing - interference temperature. For further analysis is used cognitive radio model deployed in a TV broadcast system. Centralized and distributed solutions are applied, when multiple unlicensed devices occurs.

Keywords: cognitive radio, power control, interference temperature

1. ВЪВЕДЕНИЕ

Чрез детектиране на спектъра, когнитивното радио събира информация за обкръжаващата го радио среда. След анализиране на измерените данни, то може да адаптира своите собствени параметри, така че да не пречи на първичните потребители или да се възползва от появата на спектрална "пролука". Тя представлява честотна лента освободена за определено време от първичния потребител. Важна част от спектралното детектиране е т.нар. еквивалентна температура на смущенията (interference temperature), която се измерва в приемника и се използва за намаляване на влиянието на вторичните потребители върху първичните. Детектирането може да бъде по честота, по време и в пространството. С използ-

ването на ортогонални кодове се дава възможност на повече от един потребител да предава в една и съща честотна лента, по едно и също време, на едно и също място.

Използването на лицензиран честотен ресурс от вторичните потребители става само когато те не пречат на първичните потребители. Предаваните сигнали не трябва да превишават определени нива на смущения върху лицензираните потребители. За да се изпълни това условие всички вторични потребители трябва да имат устройства с функционалност на когнитивно радио за да анализират появата на първичен потребител и да определят в кой честотен обхват да предават. Друг важен момент при когнитивното радио е контролът на мощността. Той е нужен за да се намали интерференцията между отделните потребители и да се постигне определено ниво на качеството на обслужване.

В работата е направен обзор и анализ на основните методи за контрол на мощността и намаляване на интерференцията при когнитивно радио и са представени зависимости за регулиране на мощността за модел с една двойка вторични потребители. Разгледан е един от основните параметри за оценка на средата - еквивалентна температура на смущенията (interference temperature). За анализ е използван модел на когнитивно радио, работещ в телевизионния обхват. При появата на повече от две нелицензирани устройства в радио мрежата се прилага централен и разпределен модел за регулиране на мощността.

2. ЕКВИВАЛЕНТНА ТЕМПЕРАТУРА НА СМУЩЕНИЯТА

Ограничаването на предаваната мощност се затруднява поради мобилността и случайния характер на появяване на потребителите. За справяне с този проблем се въвежда допълнителен параметър за оценка, наречен еквивалентна температура на смущенията (interference temperature) [1]. Тя отразява граничната стойност на смущенията в приемника. Еквивалентната температура на смущенията е измерената приета мощност от всички останали радиопредаватели в определена честотна лента, заедно с нивото на шума. Тя се бележи с T_I и има размерност в Келвин. Дефинира се по следния начин [1]:

$$T_I(f_c, B) = \frac{P_I(f_c, B)}{kB} \quad (1)$$

където $P_I(f_c, B)$ е средната мощност на смущенията за централна честота f_c за честотна лента B . Константата на Болцман k е $1.38 \times 10^{-23} \text{JK}^{-1}$.

Заедно с еквивалентната температура на смущенията се въвежда праг на еквивалентна температура на смущенията, чиято стойност представлява максималната допустима интерференция за определена честотна лента в дадено географско място.

Всеки нелицензиран потребител решил да използва тази честотна лента трябва да гарантира, че неговите смущения заедно със съществуващите в канала няма да преминат определената граница на еквивалентна температура на смущенията в лицензирания приемник. Когато в определена честотна лента B прагът на еквивалентната температура на смущенията T_L не е преминат, то тя може да се използва от вторичните потребители стига те не причиняват по-голяма интерференция от kBT_L .

3. КОНТРОЛ НА МОЩНОСТТА

А. Описание на модела

Нека телевизионен предавател да излъчва сигнал с мощност P_{TV} на ефективно разстояние d_{TV} . Ефективното разстояние е максималната отдалеченост до телевизионен приемник, който успешно детектира и декодира излъчения сигнал. Вторичните потребители ще предават в област lxl , която е на разстояние d_l от най-близкия първичен приемник. Разстоянието от телевизионния предавател до i -тия вторичен приемник е d_i , а разстоянието от i -тия вторичен предавател до най-близкия първичен приемник е d_j . Качеството на обслужване ще се измерва чрез отношението сигнал/шум плюс смущение (SINR). N е броят на двойките вторични потребители (предавател и приемник), а P_i е мощността предавана от до i -тия предавател. Отношението сигнал/шум плюс смущение (SINR) на j -тия първичен приемник е $\gamma_{j,TV}$, а на вторичния приемник е $\gamma_{i,CR}$. Целта е да се минимизира мощността предадена от вторичните потребители [2]:

$$\min \sum_{i=1}^N P_i \quad (2)$$

Следователно трябва да бъдат спазени следните нива на отношението сигнал/шум плюс смущение (SINR):

$$\gamma_{j,TV} \geq \gamma_{TV}^{tar}, \forall j \quad (3)$$

$$\gamma_{i,CR} \geq \gamma_{CR}^{tar}, i = 1, \dots, N \quad (4)$$

където γ_{TV}^{tar} е минималното отношение сигнал/шум плюс смущение (SINR) на първичния потребител осигуряващо необходимото му качество на обслужване, а γ_{CR}^{tar} е минималното отношение сигнал/шум плюс смущение (SINR) на вторичния потребител осигуряващо съответното му качество на обслужване. Тъй като излъчената мощност и покритието на телевизионните предаватели е известно, изчисляването и спазването на горните нива се улеснява. За да се запази интегритета на двете мрежи, вторичния потребител трябва следва определени стойности на излъчваната мощност:

$$P_{CR}^{min} \leq P_{i,CR} \leq P_{CR}^{max}, i = 1, \dots, N \quad (5)$$

където P_{CR}^{min} и P_{CR}^{max} са съответно минималната и максималната позволена мощност на вторичните потребители. Потребителите на когнитивната радио мрежа се стремят към висока спектрална ефективност и ниски нива на интерференция спрямо първичните потребители и своите съседи във вторичната радио среда.

В. Контрол на мощността между два вторични потребителя

Това е най-опростения случай, в който участват един вторичен предавател и един вторичен приемник. Полученият сигнал на входа на приемника е подложен на ефектите от разпространението на електромагнитната вълна. Както при всяка една безжична комуникационна система това са фединг, отражение, дифракция, разсейване и други. Коефициента на загубите от разпространението на вълните излъчени от телевизионния предавател ще се отбелязват с α_{TV} , а коефициента на загубите от разпространението на вълните излъчени от предавателя в когнитивната радио мрежа с α_{CR} . Тъй като височината на антената на телевизионния предавател е доста по-голяма от антената на вторичния радио предавател, сле-

дователно коефициентът на загубите от разпространението на вълните излъчени от телевизионния предавател ще бъде по-малък от коефициента на загубите от разпространението на вълните излъчени от вторичния предавател:

$$\alpha_{TV} < \alpha_{CR} \quad (6)$$

Интерференцията между първичните и вторичните потребители зависи от много фактори като: вид на модулацията, форма на импулса и други. За да се отчете взаимното влияние на сигналите между лицензираните и нелицензираните потребители се въвежда коефициент на ортогоналност. Той се определя от взаимната корелация на получените сигнали на първичните и вторичните потребители. Коефициентът на ортогоналност за лицензирания потребител ще се отбелязва с f_{TV} , а коефициента на ортогоналност за нелицензирания потребител с f_{CR} . Следователно отношението сигнал/шум плюс смущение (SINR) в телевизионния приемник на възможно най-неудобното място ще бъде [2]:

$$\gamma_{TV} = \frac{P_{TV}/d_{TV}^{\alpha_{TV}}}{f_{CR}P_{CR}/d_j^{\alpha_{CR}} + \sigma^2} \quad (7)$$

Съответно отношението сигнал/шум плюс смущение (SINR) в когнитивния радио приемник ще бъде:

$$\gamma_{CR} = \frac{P_{CR}/d_{CR}^{\alpha_{CR}}}{f_{TV}P_{TV}/d_i^{\alpha_{TV}} + \sigma^2} \quad (8)$$

където d_{CR} е разстоянието между когнитивния предавател и когнитивния приемник, а σ^2 е дисперсията на шума.

Заместваме в $\gamma_{j,TV} \geq \gamma_{TV}^{tar}$ за да може да се осигури определено качество на обслужване на първичния потребител:

$$\gamma_{TV}^{tar} \leq \frac{P_{TV}/d_{TV}^{\alpha_{TV}}}{f_{CR}P_{CR}/d_j^{\alpha_{CR}} + \sigma^2} \quad (9)$$

След съответните преобразувания извеждаме максималната мощност P_{CR} , която може да бъде излъчвана от вторичния потребител за да осигури определеното качество на обслужване на първичния потребител:

$$P_{CR} \leq \left(\frac{P_{TV}}{d_{TV}^{\alpha_{TV}} \gamma_{TV}^{tar}} - \sigma^2 \right) \frac{d_j^{\alpha_{CR}}}{f_{CR}} \quad (10)$$

Заместваме в $\gamma_{i,CR} \geq \gamma_{CR}^{tar}$ за да осигурим определено качество на обслужване на самия вторичен потребител:

$$\gamma_{CR}^{tar} \leq \frac{P_{CR}/d_{CR}^{\alpha_{CR}}}{f_{TV}P_{TV}/d_i^{\alpha_{TV}} + \sigma^2} \quad (11)$$

След съответните преобразувания се определя минималната мощност P_{CR} , под която няма да може да се осигури определеното качество на обслужване на самия вторичен потребител:

$$P_{CR} \geq \left(\frac{f_{TV}P_{TV}}{d_i^{\alpha_{TV}}} + \sigma^2 \right) \gamma_{CR}^{tar} d_{CR}^{\alpha_{CR}} \quad (12)$$

Когато е известна мощността предавана от първичния потребител P_{TV} , дисперсията на шума σ^2 , разстоянието от първичния предавател до най-отдалечения

първичен приемник d_{TV} , разстоянието от вторичния предавател до вторичния приемник d_{CR} , разстоянието от първичния предавател до вторичен приемник d_i , разстоянието вторичния предавател до най-близкия първичен приемник d_j , нивото на отношението сигнал/шум плюс смущение (SINR) на първичния потребител γ_{TV}^{tar} и нивото на отношението сигнал/шум плюс смущение (SINR) на вторичния потребител γ_{CR}^{tar} , може да бъде осъществено предаване на информация между потребителите на когнитивната радио мрежа, стига нивата на предаваната мощност да са в следните граници:

$$\max(P_{CR}^{min}, P_{CR}^{down}) \leq P_{CR} \leq \min(P_{CR}^{up}, P_{CR}^{max}) \quad (13)$$

където $P_{CR}^{down} = \left(\frac{P_{TV}}{d_{TV}^{\alpha_{TV}} \gamma_{TV}^{tar}} - \sigma^2 \right) \frac{d_j^{\alpha_{CR}}}{f_{CR}}$ и $P_{CR}^{up} = \left(\frac{f_{TV} P_{TV}}{d_i^{\alpha_{TV}}} + \sigma^2 \right) \gamma_{CR}^{tar} d_{CR}^{\alpha_{CR}}$.

Стриктното спазване на горното условие осигурява необходимото за първичните потребители качество на обслужването, свежда до минимум интерференцията и дава възможност на вторичните потребители да извършат успешен обмен на информация помежду си.

С. Контрол на мощността между повече от два вторични потребителя

Наличието на повече от два потребителя във вторичната радио мрежа внася по-голяма интерференция, както между тях, така и към първичните потребители. Това налага допълнителни изчисления за да може да се гарантира качеството на обслужване на лицензираните и нелицензираните устройства. Съществуват два основни модела за справяне с нежелание смущения, както между отделните мрежи, така и между отделните потребители:

а) Централен модел

Отношението сигнал/шум плюс смущение (SINR) в телевизионния приемник на възможно най-неудобното място ще бъде:

$$\gamma_{TV} = \frac{P_{TV}/d_{TV}^{\alpha_{TV}}}{f_{CR} \sum P_{i,CR}/d_j^{\alpha_{CR}} + \sigma^2} \quad (14)$$

Съответно отношението сигнал/шум плюс смущение (SINR) в i -тия когнитивен радио приемник е:

$$\gamma_{i,CR} = \frac{G_{ii} P_{i,CR}}{\sum_{k \neq i} G_{ik} P_{k,CR} + f_{TV} P_{TV}/d_i^{\alpha_{TV}} + \sigma^2} \quad (15)$$

където G_{ik} е ефективността на връзката от k -тия вторичен предавател към i -тия вторичен приемник.

Множество от вторични потребители могат да използват един и същи радио канал стига да са изпълнени следните условия [2]:

1. Матрицата $[I - \Gamma_{CR}^{tar} Z]$ е обратима т.е. детерминантата ѝ не е 0.
2. Векторът на предаваната мощност P_{CR}^* удовлетворява неравенството $P_{CR}^{min} \leq P_{CR}^* \leq P_{CR}^{max}$, където

$$P_{CR}^* = [I - \Gamma_{CR}^{tar} Z]^{-1} u \quad (16)$$

3. Матрицата Γ^{tar} е диагонална матрица, където

$$\Gamma_{CR,ik}^{tar} = \begin{cases} \gamma_{i,CR}^{tar} & i = k \\ 0 & i \neq k \end{cases} \quad (17)$$

Матрицата I е единична матрица. Матрицата Z е неотрицателна матрица, където

$$Z_{ik} = \begin{cases} \frac{G_{ik}}{G_{ii}} & i \neq k \\ 0 & i = k \end{cases} \quad (18)$$

Векторът u има елементи:

$$u_i = \frac{\gamma_{i,CR}^{tar} \eta_i^2}{G_{ii}}, i = 1, \dots, N \quad (19)$$

Шумът и смущенията са:

$$\eta_i^2 = \frac{f_{TV} P_{TV}}{d_i^{\alpha_{TV}}} + \sigma^2 \quad (20)$$

4. Векторът на предаваната мощност P_{CR}^* удовлетворява също и следното неравенство:

$$\gamma_{TV}^{tar} \leq \frac{P_{TV}/d_{TV}^{\alpha_{TV}}}{f_{CR} \sum P_{i,CR}^*/d_j^{\alpha_{CR}} + \sigma^2} \quad (21)$$

Моделът с централно управление дава възможност да се натовари централния контролер на радиомрежата с всички онези сложни изчисления, които изискват твърде големи изчислителни ресурси от когнитивните потребители. Наличието на постоянно захранване в контролера на радиомрежата дава допълнителен ресурс към всяко едно мобилно устройство от вторичната мрежа. Централният контролер позволява по-висока степен на контрол върху когнитивната радио мрежа и свежда до минимум опитите за манипулирането ѝ. В практиката реализирането на клетъчната структура с централно управление излиза твърде скъпо и затова се предпочита разпределения модел.

b) Разпределен модел

За успешното регулиране на мощността при централния модел се обменя голямо количество контролна информация в канала за сигнализация. Също така, се изисква централен контролер и актуални данни за отделните връзки между вторичните потребители. Затова в практиката вместо централен модел се използва разпределен модел, който взима своите решения на базата на наличните локални данни.

Използвайки итерация от първи ред на Якобиан [3] се получава следното изискване за мощността на предаване на вторичните потребители:

$$P_{i,CR}(k+1) = \min \left(\frac{\gamma_{i,CR}^{tar}}{\gamma_{i,CR}(k)} P_i(k), P_{CR}^{max} \right), i = 1, \dots, N \quad (22)$$

За изчисляване на предаваната мощност на всяко отделно устройство е нужно само неговото отношение сигнал/шум плюс смущение (SINR) в съответния вторичен приемник, към който ще бъде предаван сигнала. Отношението сигнал/шум плюс смущение (SINR) бива получено от съответния нелицензиран потребител посредством обратната връзка в контролния канал.

Предложеният в (22) разпределен модел за регулиране на мощността не осигурява нужното качество на обслужване на първичния потребител. За справяне с този проблем се използва следното неравенство:

$$\gamma_{TV}^{tar} \leq \frac{P_{TV}/d_{TV}^{\alpha_{TV}}}{f_{CR} \sum P_{i,CR}^*/d_j^{\alpha_{CR}} + \sigma^2} \quad (23)$$

След съответните преобразувания извеждаме предаваната мощност $P_{i,CR}$, за вторичните потребители:

$$\sum_i P_{i,CR} = \left(\frac{P_{TV}}{d_{TV}^{\alpha_{TV}} \gamma_{TV}^{tar}} - \sigma^2 \right) \frac{d_l^{\alpha_{CR}}}{f_{CR}} \quad (24)$$

Допуска се, че $d_j \approx d_l$. Всички вторични потребители ще имат възможност взаимно да се контролират като обменят своята предавана мощност $P_{i,CR}$ помежду си. Възможно е избирането на вторични потребители - мениджъри, които ще контролират този процес и ще удостоверяват поддържането на качеството на обслужване на първичните потребители.

D. Използване на канала за обратна връзка на първичния потребител при регулирането на мощността

В повечето когнитивни системи за контрол на мощността се използва метода „слушай преди да говориш” (listen-before-talk). При него се детектира присъствието или отсъствието на първичния потребител преди да се достъпи канала за връзка. Основната част от изчисленията се правят на базата на получения сигнал от лицензиращия предавател. За да се гарантира напълно качеството на обслужване на лицензиращия приемник се правят изчисления за най-лошата ситуация в канала. При този метод не се позволява повишаването на пропускателната способност от вторичния потребител, когато първичната система не е максимално натоварена. Всичко това води до намаляване на производителността и прави метода „слушай преди да говориш” неоптимален. За да се постигне висока пропускателна способност от вторичния потребител без това да пречи на работата на първичния потребител се налага по-активно взаимодействие с лицензиращия приемник. По презумпция се допуска най-лошата ситуация, тъй като няма реална обратна връзка на интерференцията от първичния приемник. В някои практически системи тази връзка е налична. Това е обратната връзка за контрол на мощността в CDMA [4], индикаторът за качество на канала (Channel Quality Indicator) в HSDPA [4], потвърждение и отрицателно потвърждение (ACK/NACK) в клетъчните и безжичните WiFi мрежи [4] и LTE. Обратната връзка в тези системи може да помогне на вторичния потребител да измери реалната интерференция, която причинява на първичния приемник. Това дава възможност за оптимизиране в реално време на параметрите за предаване на вторичния предавател, така че да бъде използван оптимално капацитета на канала и едновременно с това да бъдат защитени първичните потребители от нежелани смущения. Методът с обратна връзка [5] е особено подходящ за системи използващи разпределения модел, където съществуват неопределен брой нелицензирани потребители. Той се адаптира към честите промени в радио средата и натоварването на мрежата. За постигането на тези цели когнитивното радио трябва да може да декодира информацията от контролните канали на системите използващи обратна връзка.

Този метод за регулиране на мощността не изисква използването на централен контролер или вторични потребители наречени мениджъри, които да следят за нивата на интерференция в мрежата. Не е необходима обмяна на контролна информация между нелицензираните потребители, което намалява натоварването и запазва ресурсите на устройството за по-дълъг период от време.

Първичният потребител използва прав и обратен канал. В правия канал се предават данни от лицензирания предавател към лицензирания приемник, а в обратния канал се връща контролна информация засягаща правилното приемане на данните, интерференцията и други от първичния приемник към първичния предавател. P_0 е мощността предавана от първичния предавател, а N е броят на вторичните потребители разположени около него. Следователно предаваната мощност P_{CR} от всички вторични потребители е:

$$P_{CR} = [P_1, \dots, P_N] \quad (25)$$

Първичните системи с обратна връзка обикновено предават във времеви интервали наречени слотове. Когнитивните устройства ще трябва да се синхронизират с тях чрез специални пилотни сигнали предавани в контролния канал на първичната система [6]. G_{ij} е ефективността на връзката от i -тия вторичен предавател към j -тия първичен приемник, а M_i са загубите от разпространение и фединг между нелицензирания предавател и лицензирания приемник. N_0 е спектралната плътност мощността на адитивния бял Гаусов шум (AWGN) в първичния приемник, а M_0 са загубите от разпространение и фединг между лицензирания предавател и приемник. Следователно отношението сигнал/шум плюс смущение (SINR) на j -тия първичен приемник ще бъде [5]:

$$\gamma_j = \frac{P_0 G_0 M_0}{N_0 + \sum_{i=1}^N P_i G_i M_i} \quad (26)$$

На базата на експоненциалното разпределение на загубите от разпространение и фединг M_0 се получава вероятността η_0 на първичния приемник да не постигане определено ниво на отношението сигнал/шум плюс смущение (SINR) [5]:

$$\eta_0 = 1 - e^{\left(-\frac{N_0 \gamma_0^{tar}}{P_0 G_0}\right)} \quad (27)$$

където γ_0^{tar} е минималното отношение сигнал/шум плюс смущение (SINR) на първичния потребител осигуряващо необходимото му качество на обслужване. Вероятността η_0 на първичния приемник да не постигане определено ниво на отношението сигнал/шум плюс смущение (SINR) при наличието на вторични предаватели трябва да бъде под определен праг η за да може да се гарантира същото качество на обслужване, както при тяхното отсъствие. Вторичните потребители могат да използват канала за връзка, когато е изпълнено условието:

$$\eta \geq \eta_0 \quad (28)$$

Постоянното наблюдение на данните предадени в канала за обратна връзка от първичния приемник към първичния предавател е ключово в поддържането на определено качество на обслужване на лицензирания потребител. Те за индика-

тор за всички събития, случили се през последния времеви слот между първичния предавател и първичния приемник. Например дали отношението сигнал/шум плюс смущение (SINR) на j -тия първичен приемник е било недостатъчно:

$$\gamma_j < \gamma_0^{tar} \quad (29)$$

Вторичните потребители се стремят да не смущават предаването на информация на първичните потребители. Разстоянието на което предават доста често е по-малко от това на лицензираните потребители. Следователно мощността им на предаване ще бъде много по-малка от теза на първичните потребители:

$$P_i \ll P_j \quad (30)$$

В този модел обмяната на информация между вторичните потребители не е необходима. Следователно много от вторичните потребители няма да са наясно с колко други потребители се конкурират. Благодарение на обратната връзка между първичния приемник и първичния предавател, те могат своевременно да адаптират своята мощност на предаване без да пречат на обмяната на информация между околните потребители.

4. ИЗВОДИ

В работата се дискутира един от основните параметри за оценка на средата - еквивалентна температура на смущенията (interference temperature) и са дадени неговите зависимости. Разгледан е модел на когнитивно радио, работещ в телевизионния обхват. Регулирането на мощността се извършва съгласно модел от една двойка вторични потребители. При появата на повече от две нелицензирани устройства в радио мрежата се прилага централен и разпределен модел за регулиране на мощността. В централния модел се използва централен контролер, който дава възможност за по-лесен и по-сигурен контрол над вторичните потребители. Всички по-сложни изчисления се прехвърлят към него и така се запазва за по-дълго време ограничения ресурс на когнитивните потребители. Реализирането на този модел е твърде скъпо и затова той не е предпочитан в практиката. Алтернативният разпределен модел няма нужда от централен контролер, когнитивните потребители общуват директно помежду си и взимат самостоятелно решенията за предаването от тях мощност. Този модел е по-лесен за реализация, но използва повече ресурси от вторичните потребители заради по-честото детектиране на спектъра, по-честата обмяна на информация между тях и поддържането на локална база данни с рейтингова система. За регулиране на мощността в клетъчните и безжичните WiFi, UMTS, LTE мрежи може да се приложи модел използващ информацията от канала за обратна връзка между първичния приемник и първичния предавател. Този метод осигурява надеждна защита на първичния потребител, тъй като обратната връзка дава информация за интерференцията от всички активни потребители в канала. Следователно не е необходима обмяна на контролна информация между нелицензираните потре-

бители, което намалява натоварването и запазва ресурсите на устройството за по-дълъг период от време.

В бъдещата научна работа се планира създаването на алгоритми по описаните методи за контрол на мощността. Ще се изследват получените резултати от приложението им в различни реални ситуации за постигане на по-добри резултати.

ЛИТЕРАТУРА

- [1] T. C. Clancy, "Dynamic Spectrum Access in Cognitive Radio Networks ", 2006
- [2] Y. Zhang, J. Zheng, H. Chen, "Cognitive Radio Networks: Architectures, Protocols, and Standards", CRC Press, 2010
- [3] D. Bertsekas, J. Tsitsiklis, "Parallel and Distributed Computation: Numerical Methods", Athena Scientific, 1997
- [4] 3GPP, "Technical Specification Group Radio Access Network, Physical Layer Procedures (FDD) (Release 10)", TS25.214 V10.6.0, 2012
- [5] S. Huang, X. Liu, Z. Ding, "Distributed Power Control for Cognitive User Access based on Primary Link Control Feedback", IEEE INFOCOM Conference, 2010
- [6] I. Akyildiz, W. Lee, M. Vuran, S. Mohanty, "NeXt generation/dynamic spectrum access/cognitive radio wireless networks: A survey" Computer Networks (Volume: 50, Pages: 2127–2159), 2006

Автори: Тодор Димитров Цветков, маг. инж., катедра „Радиокомуникации и Видеотехнологии”, Факултет по телекомуникации, Технически Университет - София; Илия Георгиев Илиев, доц. д-р, катедра „Радиокомуникации и Видеотехнологии”, Технически Университет - София, E-mail address: igiliev@tu-sofia.bg

Постъпила на 18.03.2014

Рецензент доц. д-р Росен Милетиев

ОБРАБОТКА НА ИЗОБРАЖЕНИЯ С LabVIEW – ОТДЕЛЯНЕ НА КОНТУРИ

Лиляна Дочева

Резюме: Отделянето на контури е широко приложима операция в областта на обработката на изображения, често използвана за откриване и извличане на характеристиките им. Тази статия представя кратко въведение относно приложението на операцията конволюция при обработка на изображения (в частност – отделяне на контури) с помощта на Labview. Представена е блок-диаграма на реализираните и приложени върху тестови изображения оператори за отделяне на контури. Използвани са изображения с различно качество, с цел сравняване на резултатите. В статията са поместени и обсъдени получените резултати.

Ключови думи: обработка на изображения, локални оператори, отделяне на контури, конволюция

IMAGE PROCESSING WITH LABVIEW - EDGE DETECTION

Liljana Docheva

Abstract: Edge detection is very useful tool in image processing, often uses in the areas of feature detection and feature extraction. This article presents a short introduction to convolution implementation for image processing (in particular - edge detection) using Labview. Labview block diagram for implementation of different two-dimensional convolution kernels, applied to test images, is given. Edge detectors are applied to images with different quality, in order to compare the results. The obtained results are presented and discussed.

Keywords: image processing, local operators, edge detector, convolution kernel, convolution matrix, mask, Labview

1. INTRODUCTION

Image processing allows analyzing the characteristics of images or modifying an image with aim to enhance or remove certain features. Unlike the approach in the analog images, digital image processing is performed by software via digital signal processors or computers. There are various program applications that provide an environment for implementation of different digital signal processing tools. Each of them has their own characteristics and advantages. LabVIEW is measurement and automation programming language that allows construction of different architectures by building different virtual instruments. The first version gives the opportunity to connect elec-

tronic instruments to computers, then later is added the ability to plug measurement devices directly into the computer. After this LabVIEW Image Analysis library for image acquisition is appeared [1]. This expands the opportunities for digital image processing. A lot of image processing operations can be implemented with the integrated in LabVIEW virtual instruments. In this article is described image edge detection with different two-dimensional convolution kernels. The aim of this research is to explore the most appropriate operators for realization by means of LabVIEW. These operators can be applied in neural network realized for image processing with LabVIEW.

2. EDGE DETECTION - CONVOLUTION BASED OPERATORS

There are too many ways to perform edge detection: fuzzy logic based algorithms, local operators, wavelet based algorithms and other. Wavelet based techniques characterize the nature of the transition for each edge in order to distinguish different types of edges. Local operators are applied to the input image to create the output image with pixels, obtained as weighted combination of the input pixels in the neighborhood. This article describes the most common methods - gradient and Laplacian. The gradient method searches for maximum and minimum in the first derivative of the image. The Laplacian method is looking for zerocrossings in the second derivative of the image [2,4]. Convolution is an important operation that is used to decide various image processing problems. Two dimensional convolution is defined as follows [3]:

$$R(i, j) = \sum_{m=-N}^N \sum_{n=-N}^N I(m, n) K(i - m, j - n), \quad (1)$$

where $I(m, n)$ is a pixel of the input image with coordinates (m, n) . Correspondingly $R(i, j)$ is a pixel of the resulting image with coordinates (i, j) and $K(i - m, j - n)$ is the convolution kernel. Any types image processing operations success depends of the image quality. It is interesting the dependence of considered edge detection operators of the image quality. For this purpose two test images with different quality are applied to the LabVIEW implementation of edge detector and the results are discussed below.

3. IMPLEMENTATION OF EDGE DETECTION WITH LABVIEW

Fig.1 depicts one way to build block diagram of edge detector, realized with LabVIEW.

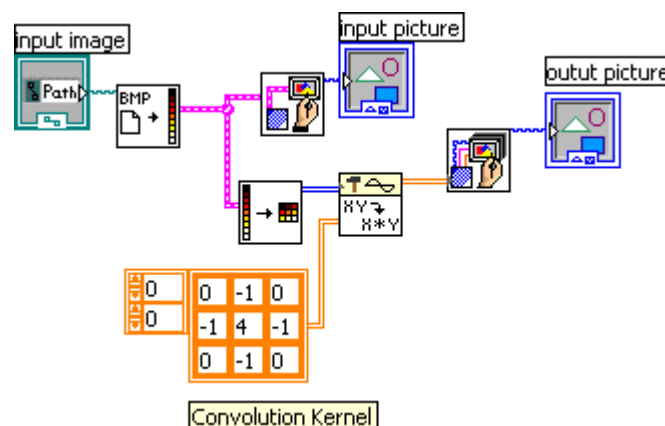


Fig.1. Block diagram of edge detector realized with LabVIEW

In order to realize the kernel, the convolution virtual instrument is used. For edge detection implementation the following virtual instruments are still required:

- Read BMP File to read a BMP file;
- Unflatten Pixmap to convert a cluster of image data into a 2D array;
- Draw Flattened Pixmap to draw a 24-bit RGB pixmap into a picture;
- Draw Unflattened Pixmap to convert a pixmap into a picture image.

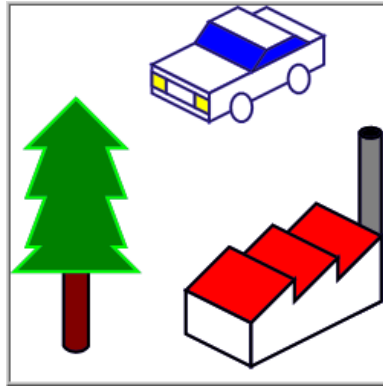


Fig.2. Input image for edge detector

For edge detector testing two images with different quality are applied. An image with homogeneous background and without noise is shown in fig.2. Two-dimensional convolution kernels are applied.

The results of the first edge operator application are presented in fig.3. Simplicity and quick computation are the Roberts cross operator main advantages. The two filter responses running at 45° are at the left and the center of the fig.3. At the right side is the combined image. The quality of edge detection is satisfactory, but there are missing some edges from the input image.

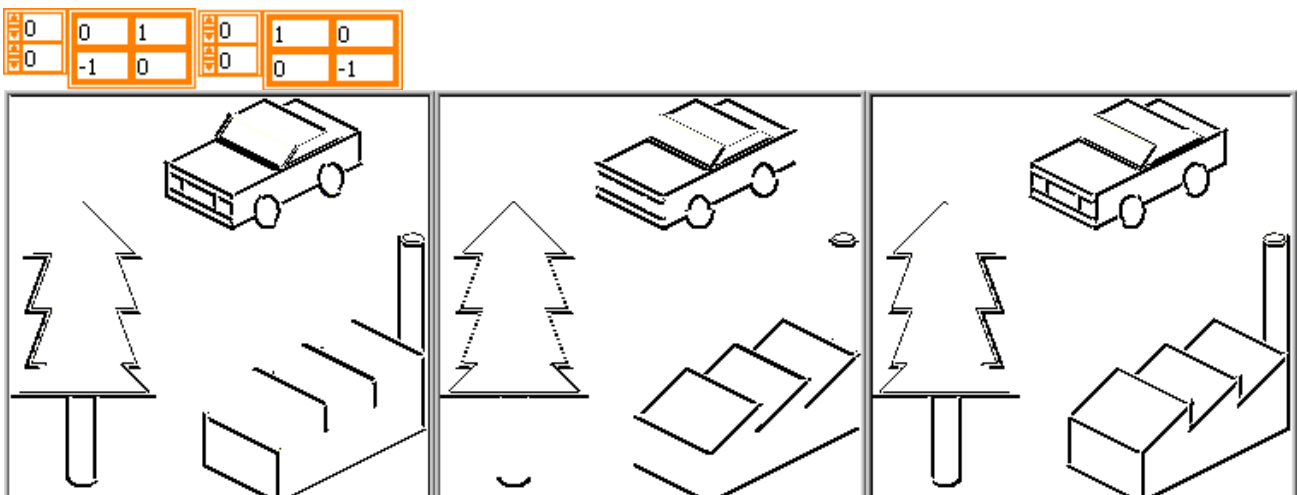


Fig.3. Roberts' cross operator

The next is Sobel operator – two 3×3 convolution kernels rotated by 90° each to other (fig.4). The two filter responses are at the left and the center of the fig. 4. At the right side is the combined image. The edges are denser, but there are missing some of them.

0	-1	-2	-1
0	0	0	0
1	2	1	0

0	-1	0	1
0	-2	0	2
-1	0	1	0

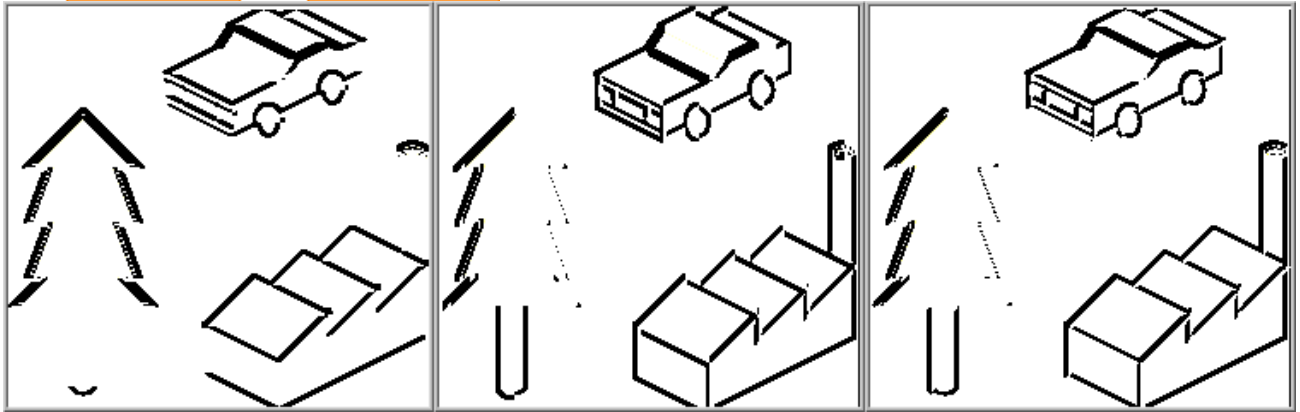


Fig.4. Sobel operator

The 3×3 Prewitt convolution kernels are presented in fig.5. The results are very similar to the obtained with the Sobel kernels.

In fig.6 the 5×5 Prewitt convolution kernels are shown. There isn't significant difference in the results, except the absence of some borders in the tree.

0	-1	-1	-1
0	0	0	0
1	1	1	1

0	-1	0	1
0	-1	0	1
-1	0	1	0

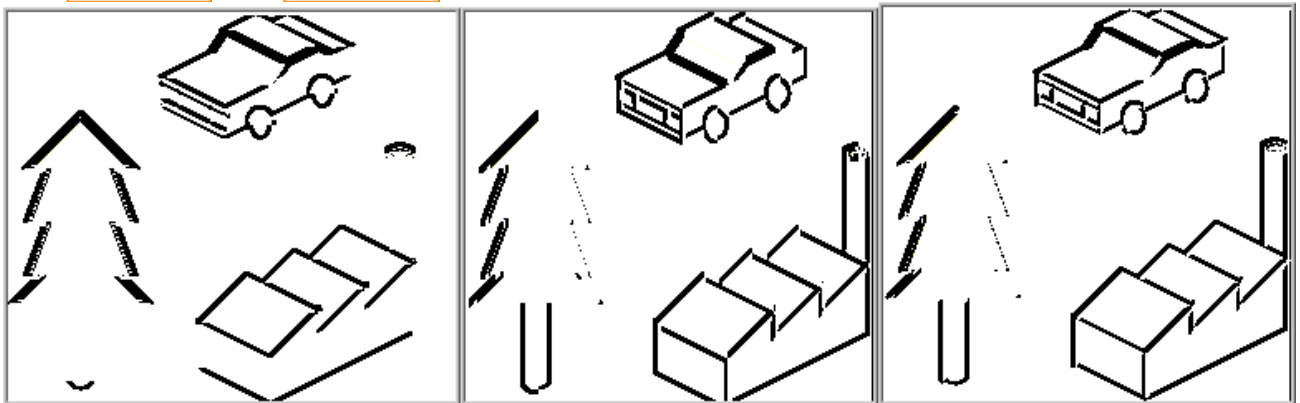


Fig.5. 3x3 Prewitt operator

0	-3	-3	-3	-3
-1	-1	-1	-1	-1
1	1	1	1	1
3	3	3	3	3

0	-3	-1	1	3
0	-3	-1	1	3
-3	-1	1	3	0
-3	-1	1	3	0

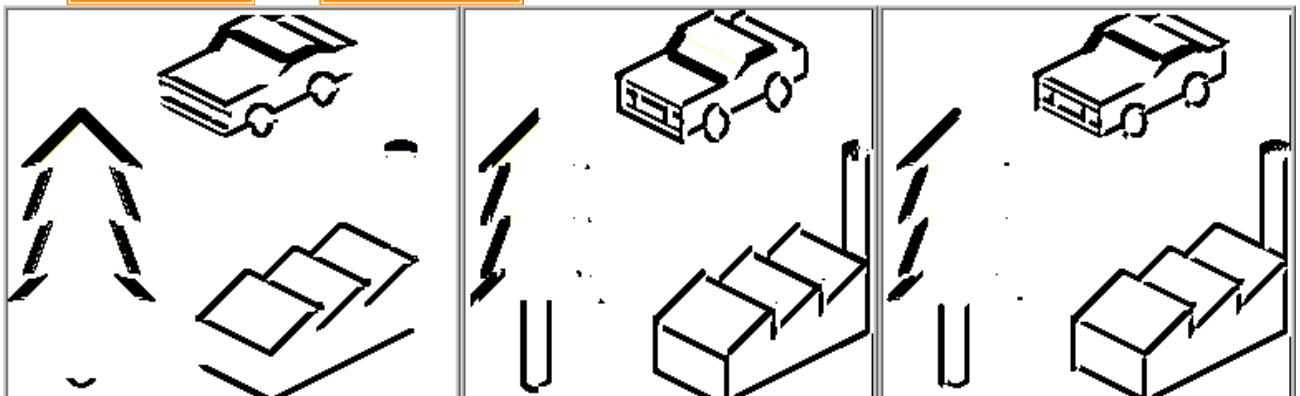


Fig.6. 5x5 Prewitt operator

The Laplacian filters are depicted in fig.7. It can be seen that the first two filters detect edges without distortion unlike the third filter.

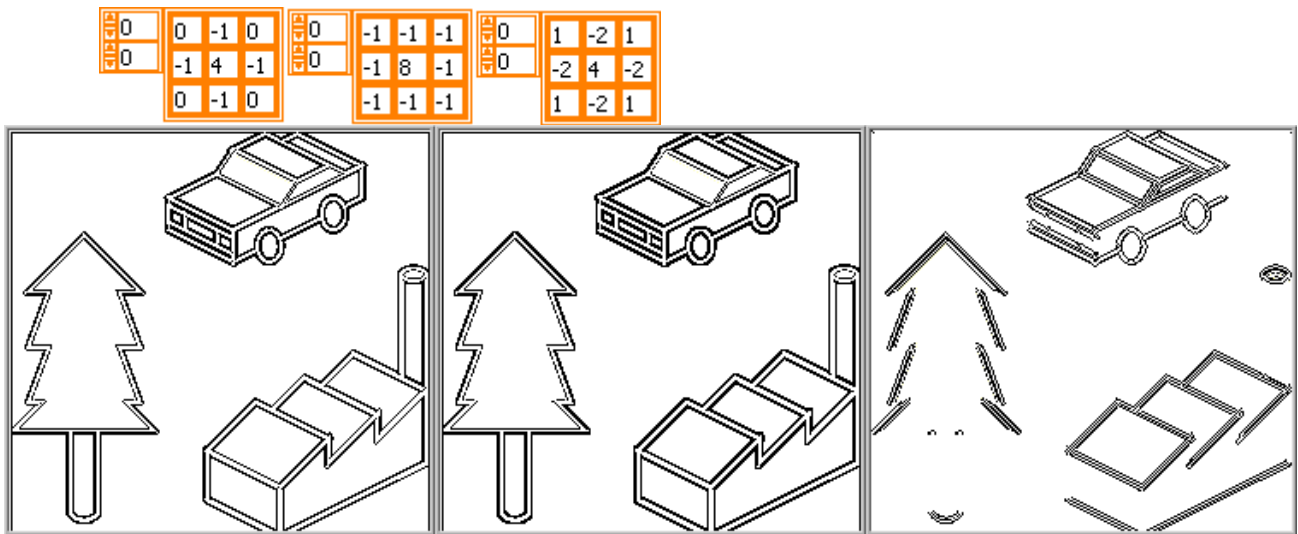


Fig.7. Laplacian filters

Although the Laplacian filter gives the best results, it can be seen that, the other operators detect the edges with sufficiently precision. What about an image (fig.8) with inhomogeneous background and added noise?

input picture



Fig.8. Input image for edge detector with inhomogeneous background and added noise

The first three images from fig.9 show the results of the Roberts cross operator in this case. On the right side of this figure are also shown the results of edge detection with experimentally obtained modified Roberts' operator. It can be seen the difference in the quality of the detected edges. There is a rupture of the contours in the combined image in both cases, but when edge detection with experimentally obtained modified Roberts' operator is applied, reducing of false edges is observed.

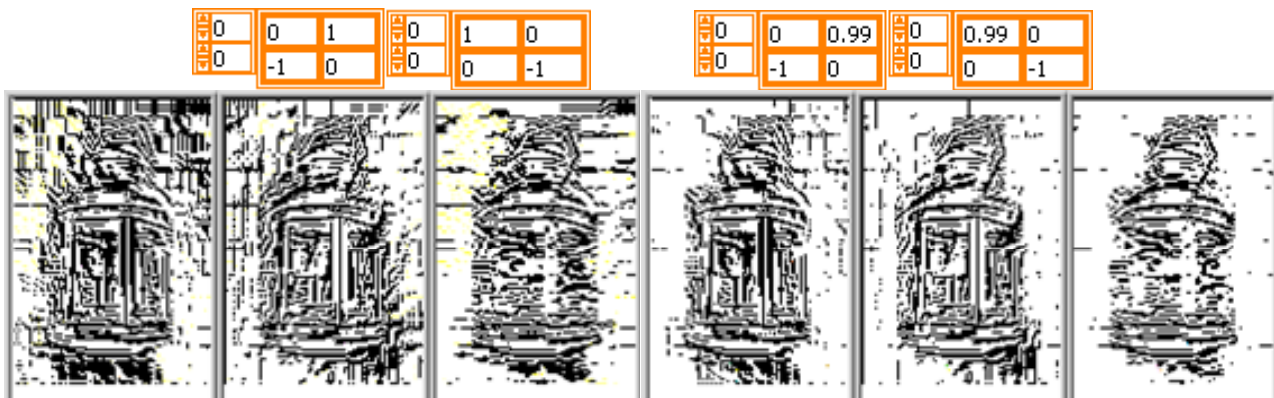


Fig.9. Roberts' cross operator and Modified Roberts' operator

Fig.10 depicts the results of the Sobel operator and the modified Sobel operator edge detection. The first two pictures (from left to right) show the effect of the horizontal and vertical lines separation respectively. The third picture presents the combined image. It can be seen from the next three pictures that application of experimentally obtained modified Sobel operator results in false edges reduction.

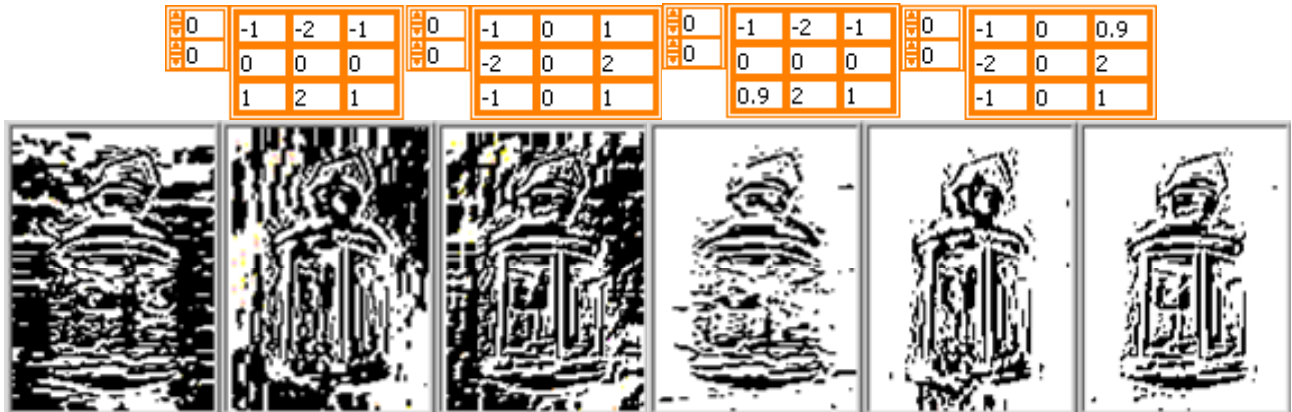


Fig.10. Sobel operator and modified Sobel operator

The separated edges with 3x3 Prewitt operator and modified Prewitt operator are shown in fig.11. The results are similar to that obtained by the Sobel operator.



Fig.11. 3x3 Prewitt operator and it's modification

There isn't significant difference in detected edges with 5x5 Prewitt operator (fig.12), compared with 3x3 Prewitt operator.



Fig.12. 5x5 Prewitt operator and 5x5 modified Prewitt operator

The LabView implementation of Laplacian filter don't give satisfactory results, when the image is with added noise (fig.13), but with modified filter coefficients the resulting images are improved (right side of fig.13).

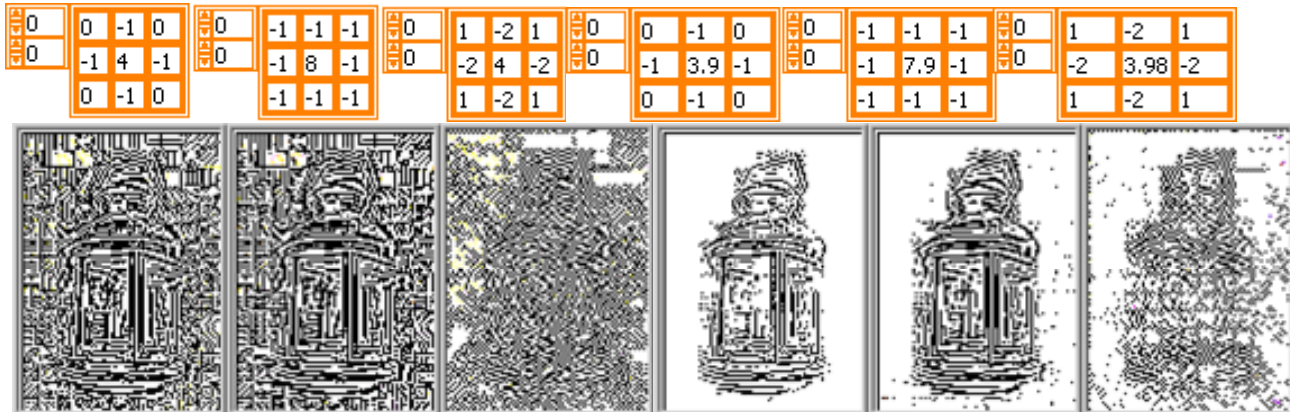


Fig.13. Laplacian filter operator and Laplacian filter

4. CONCLUSION

In this article LabView implementation of two-dimensional convolution kernels is presented. There are detected edges of two types of images: an image with homogeneous background and without noise and an image with inhomogeneous background and added noise.

In the first case the Laplacian filter detects edges better then the others considered local operators.

But the presence of noise and inhomogeneity in image background strongly affects the quality of edge detection.

It is shown that is sufficient a little modification of the LabView implemented convolution kernels coefficients to improve the quality of the edge detection.

The most appropriate operators can be applied to the neural network realized with LabVIEW for image processing purpose.

REFERENCES

- [1] Ch. Relf (2003), *Image acquisition and processing with LabVIEW*, CRC Press, 2004
- [2] Rao D., S. Patil, N. Babu, V. Muthukumar, *Implementation and Evaluation of Image Processing Algorithms on Reconfigurable Architecture using C-based Hardware Descriptive Languages*, International Journal of Theoretical and Applied Computer Sciences, GBS Publishers and Distributors (India) Volume 1 Number 1, 2006, pp. 9–34

[3] R. Ingold, *Image Processing:Local Operators*, 2004

[4] Shrivakshan G.T., Dr.C. Chandrasekar, *A Comparison of various Edge Detection Techniques used in Image Processing*, IJCSI International Journal of Computer Science Issues, Vol. 9, Issue 5, No 1, September 2012, pp. 269-276

Author: Liljana Docheva, Assist. Prof. PhD, Department "Radiocommunications and Videotehnogies", Faculty of Telecommunications, Technical University of Sofia, E-mail address: docheva@tu-sofia.bg

Received 14 April 2014

Reviewer: Assoc. Prof. PhD Ivo Draganov

ОБРАБОТКА НА ИЗОБРАЖЕНИЯ С LabVIEW - ЦИФРОВИ ФИЛТРИ

Лиляна Дочева

Резюме: В тази статия е обсъдено приложението на някои локални оператори за филтрация на изображения с помощта на Labview. Представени са резултатите от извършените обработки. Показана е блок-диаграма на реализираните и приложени върху тестовото изображение локални оператори. Показани са хистограмите на резултатните изображения.

Ключови думи: обработка на изображения, локални оператори, цифрови филтри, конволюция

IMAGE PROCESSING WITH LabVIEW - DIGITAL FILTERS

Liljana Docheva

Abstract: In this article an implementation of some local operators using Labview is considered. The local operators are used to perform image filtering. The results of the noise reducing and sharpening of the image are presented. Labview block diagram of different two-dimensional convolution kernels implementation that are applied to the test image is given. For the filter effect illustration the histograms of the resulting images are presented.

Keywords: image processing, local operators, digital filters, convolution kernel, convolution matrix, Labview

1. INTRODUCTION

Image Filtering is an important operation for improving the image quality. Thus enables further image processing. One is performed by software via digital signal processors or computers. For this purpose various program applications can be used. Each of them has their own characteristics and advantages. Such program application is LabVIEW - measurement and automation programming language that allows construction of different architectures using different virtual instruments. In this article is introduced implementation of digital filters for image processing with LabVIEW. These filters can be applied in neural network realized for image processing with LabVIEW. Two-dimensional convolution is used to implement local filters. The resulting image histograms are given to illustrate the filter effects in the output image.

2. IMAGE FILTERING

There are many methods for image filtering. Most important of them are based on operations convolution and correlation. With convolution can be implemented a number of filtering operations using local kernels. Correlation uses matching the image neighborhood with pattern or mask [1].

Image filtering, using local operators is used to perform smoothing, noise reducing, edge detection or sharpening. In this article is presented sharpening of the edges of image and noise reducing. Sharpening consists in isolating the edges and amplifying them and adding amplified edges back to the original image [2].

Image filtering, using local operators can be presented in equation (1).

$$R(x, y) = F\{I(x \pm \Delta x, y \pm \Delta y)\}, \quad (1)$$

where $I(x \pm \Delta x, y \pm \Delta y)$ is a pixel of the input image with coordinates $(x \pm \Delta x, y \pm \Delta y)$, correspondingly $R(i, j)$ is a pixel of the resulting image with coordinates (i, j) and F is an appropriate function. The output pixel is weighted combination of the gray values of pixels in the neighborhood of the input pixel. The size of the neighborhood and the pixel weights determine the action of the operator.

3. IMPLEMENTATION OF IMAGE FILTERING WITH LABVIEW

Fig.1 depicts one way of block diagram building for image filtering, realized with LabVIEW.

In order to realize the kernel, the convolution virtual instrument is used. For edge detection implementation the following virtual instruments are required:

- Read JPEG File to read a JPEG file;
- Unflatten Pixmap to converts a cluster of image data into a 2D array;
- Draw Flattened Pixmap to draw a 24-bit RGB pixmap into a picture;
- Draw Unflattened Pixmap to convert a pixmap into a picture image;
- Histogram to find the discrete histogram of the input sequence X ;
- Waveform Graph to display the histogram.

The histogram is created in order to point out the filter effect of the resulting images.

The test picture and image histogram are presented in fig.2.

Sharpening the edges of this image is obtained by means of the filters, presented in fig.3, fig.4, fig.5, fig.6.

The results can be seen too.

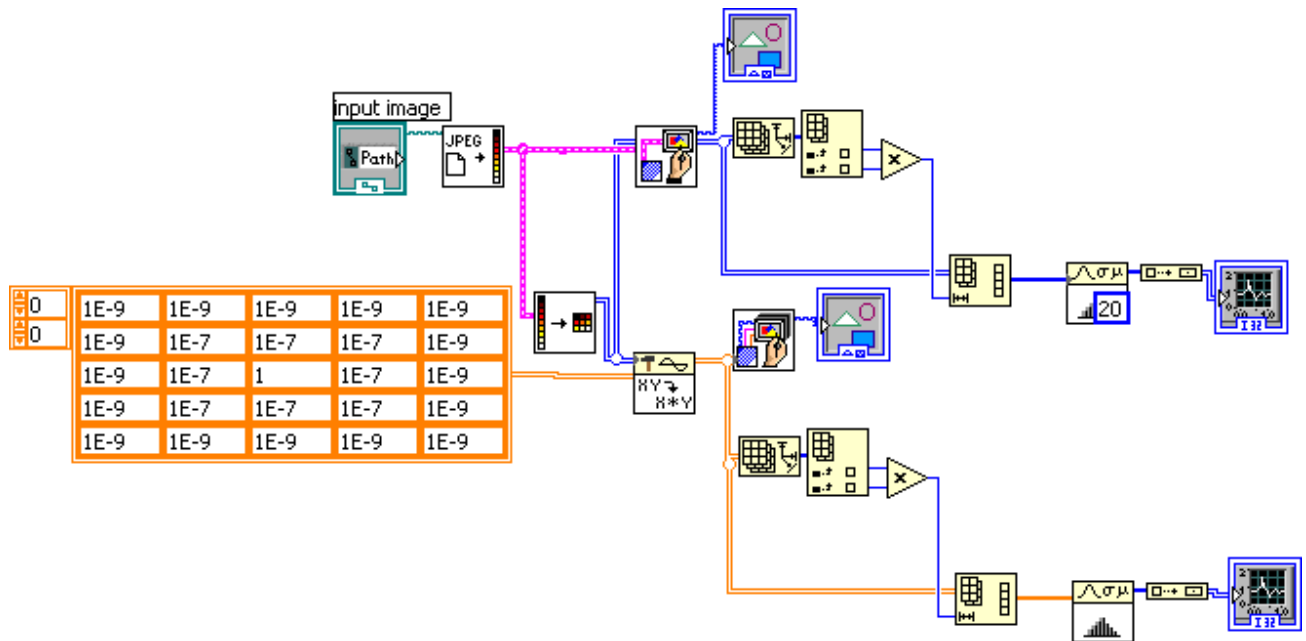


Fig.1. Block diagram of an image filtering implementation using LabVIEW

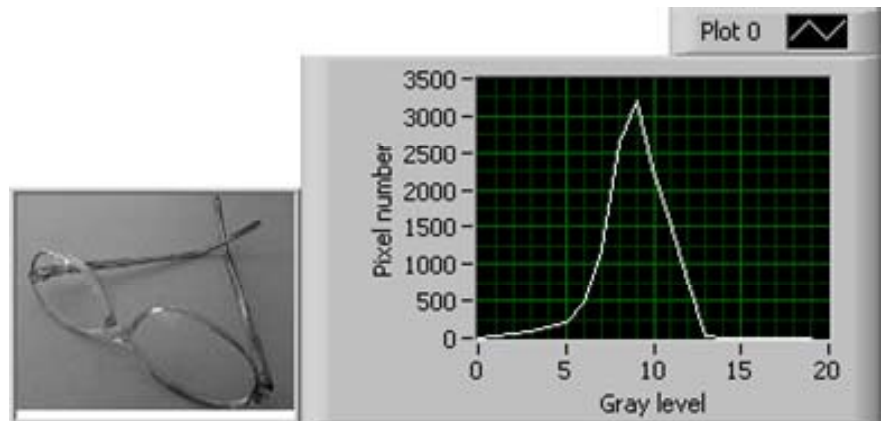


Fig.2. Input image for image filtering and the corresponding histogram

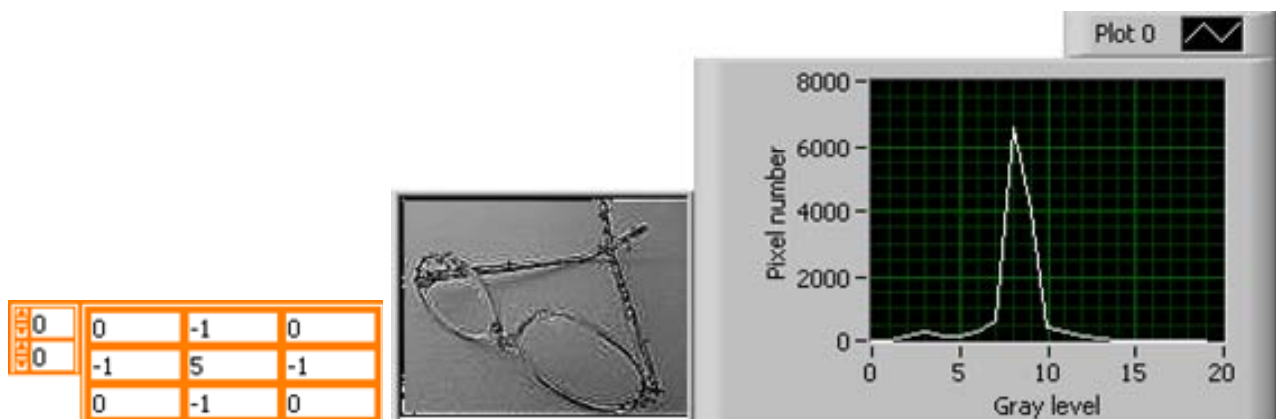


Fig.3. Sharpening the edges of the image

Filters sharpen an image by enhancing the color contrast around edges in the image. Fig.3, fig.4, fig.5, fig.6 shows that increasing the LabVIEW implemented sharpen filters coefficients lead to image quality decreasing.

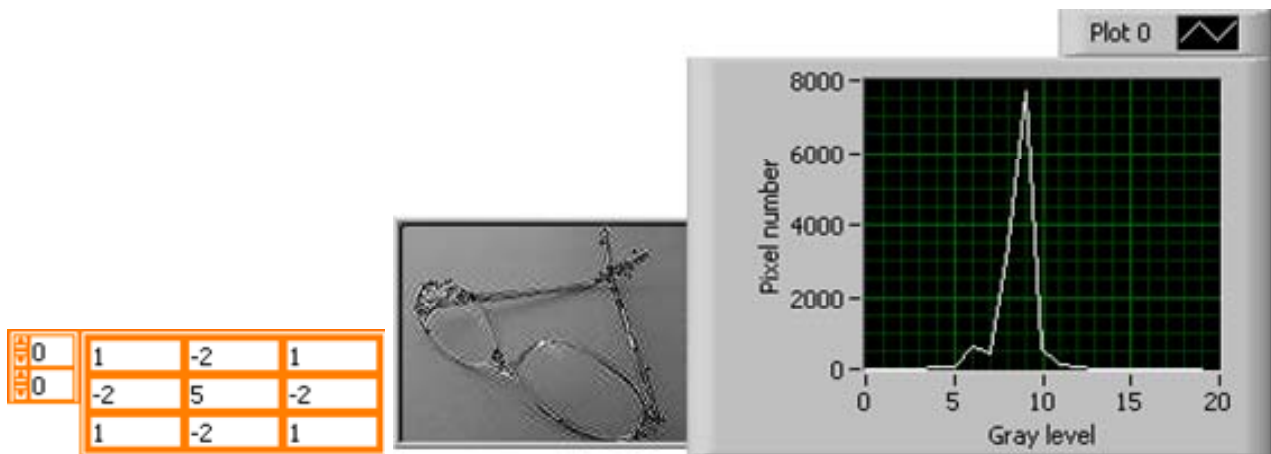


Fig.4. Sharpening the edges of the image

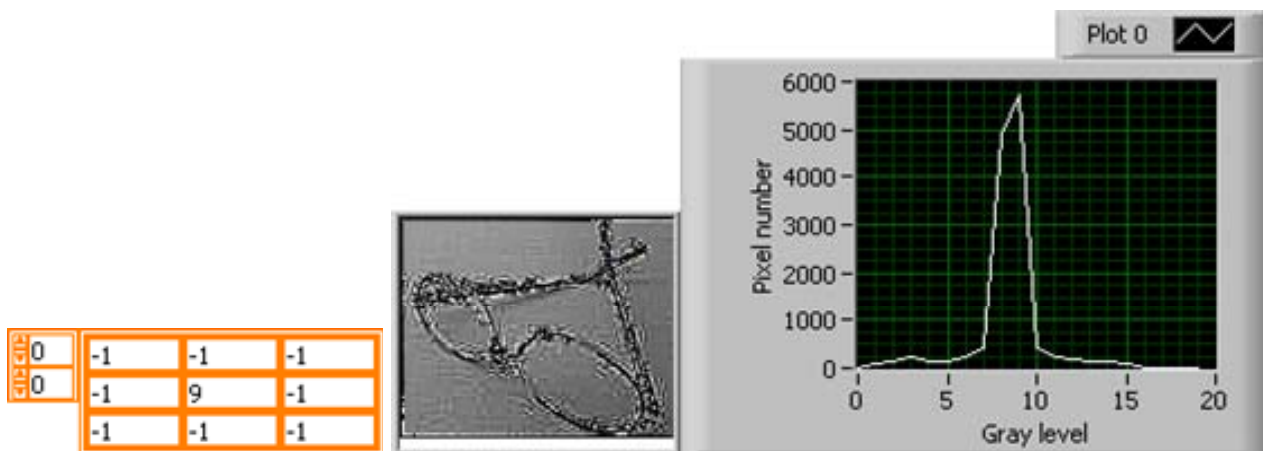


Fig.5. Sharpening the edges of the image

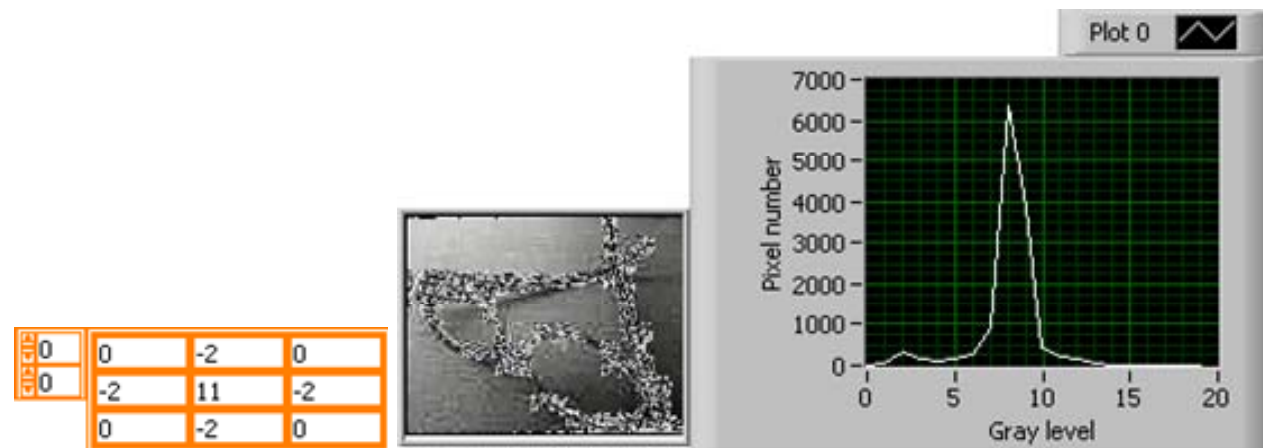


Fig.6. Sharpening the edges of the image

In purpose to perform noise reducing the local operators, shown in fig.7, fig.8 and fig.9 are used. The results can be seen too. When the LabVIEW implemented filters coefficients increase the image quality decreases.

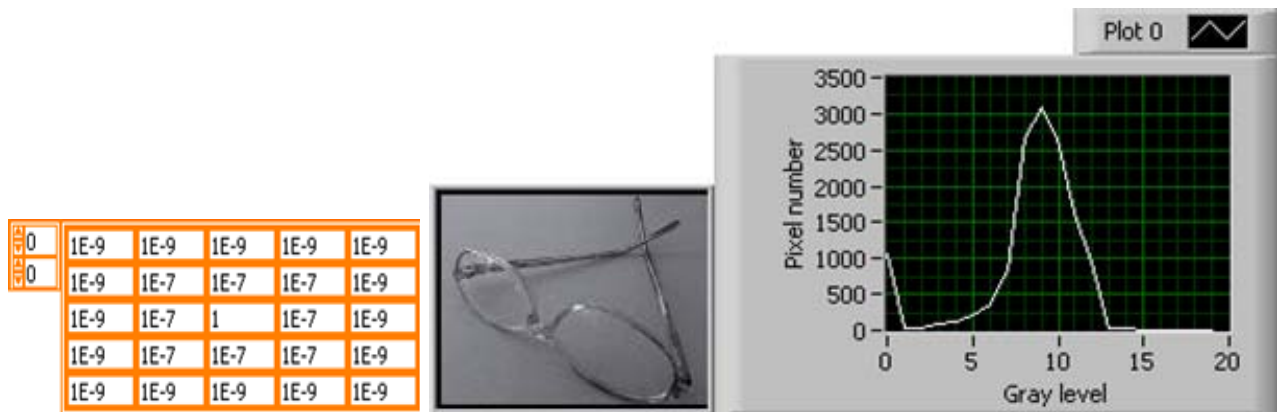


Fig.7. Noise reducing

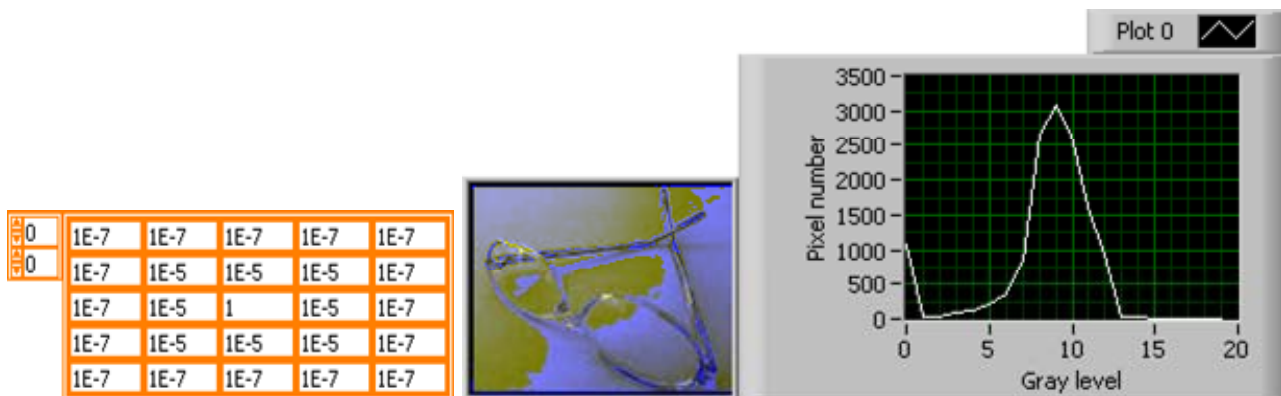


Fig.8. Noise reducing

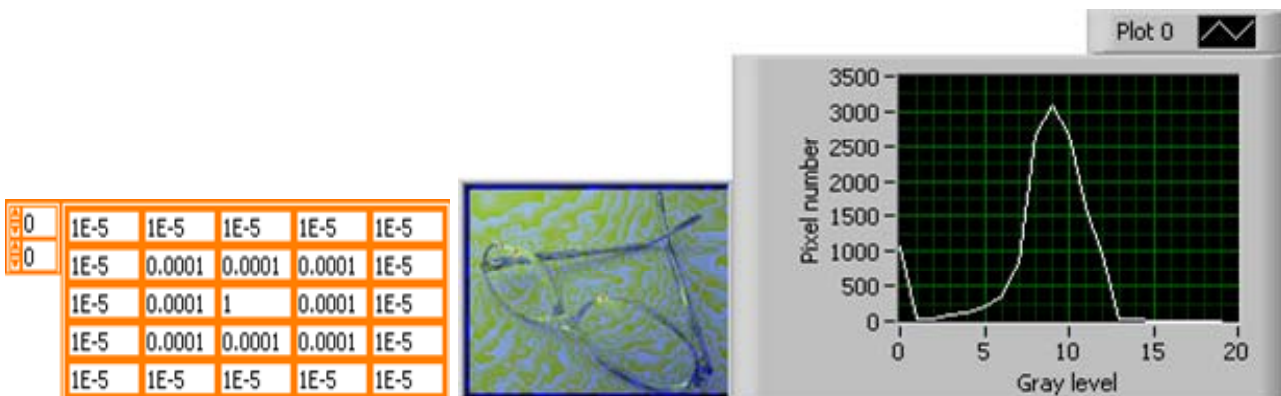


Fig.9. Noise reducing

4. CONCLUSION

In this article LabVIEW implementation of two-dimensional convolution kernels for image filtering is presented. With local operators sharpening of the edges of an image and noise reducing are performed. There can be seen the effects of the input image filtering by means of LabVIEW and the corresponding histograms.

The aim is to find appropriate filter that can be applied in neural network realized for image processing with LabVIEW.

REFERENCES

- [1] Shapiro L., G. Stockman, *Computer Vision*, NJ, USA, 2000
- [2] R. Ingold, *Image Processing:Local Operators*, 2004

Author: Liljana Docheva, Assist. Prof. PhD, Department "Radiocommunications and Videotehnogies", Faculty of Telecommunications, Technical University of Sofia, E-mail address: docheva@tu-sofia.bg

Received 14 April 2014

Reviewer: Assoc. Prof. PhD Ivo Draganov

ДИНАМИКА НА ЦЕНТРОБЕЖНОТО РАЗПРЪСКВАНЕ НА ТЕЧНОСТИ

Росица Величкова

Резюме: Изследва се динамиката и ефекта на разпръскване на вискозна, несви-
ваема, еднофазна течност, която изтича в тънък слой бързо въртящ се диск.
Анализира се процеса на разпръскване и разработване на течния филм на капки
по периферията на диска..

Ключови думи: динамика, разпръскване, течени капки

DYNAMICS OF CENTRIFUGAL SPRAYING OF LIQUID

Rositsa Velichkova

Abstract: In the present work is investigating the dynamics and effect of spraying of
viscosity incompressible monophasic liquid, which leakage at thin layer at rapidly ro-
tating disk. It is analyze the process of spraying and development of liquid film of
drops at periphery of the disc.

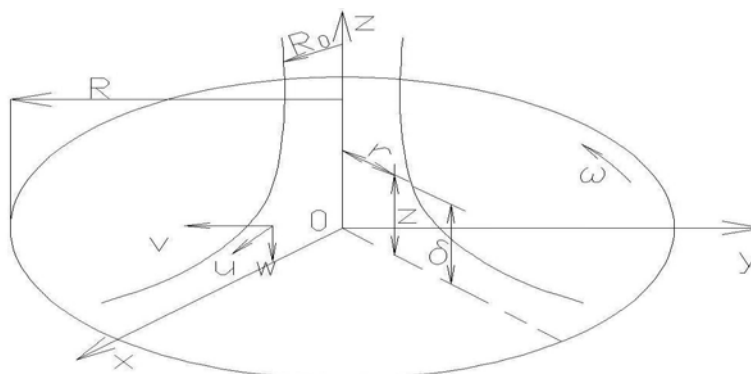
Keywords: dynamics, spraying, liquid drops

1. ВЪВЕДЕНИЕ, МАТЕМАТИЧЕСКИ МОДЕЛ НА ТЕЧЕНИЕТО

При изучаване на подобно течение е необходимо да се определи изменението на
дебелината на слоя течност по диска, разпределението на скорости и напреже-
ния, размер на преобладаващото количество капки в зависимост от началните
условия на задачата.

Тези условия се свеждат до следното:

- характеристика на разпръскваната течност: плътност, температура, визкозитет, дебит.
- параметри на разпръскващото устройство: диаметър на диска и честота на вър-
тене



Фиг.1.

Течението се разглежда в цилиндрична координатна система (съгласно фиг.1), r , θ , и z като скоростните компоненти по тях са съответно: радиална u , тангенциална v и вертикална (насочена надолу) по оста z - w .

За ососиметрично течение уравненията на Навие-Стокс имат вида:

$$u \frac{\partial u}{\partial r} - \frac{v^2}{r} + w \frac{\partial u}{\partial z} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial r} + \nu \left(\frac{\partial^2 u}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial u}{\partial r} + \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} \right) \quad (1)$$

$$u \frac{\partial v}{\partial r} + \frac{uv}{r} + w \frac{\partial v}{\partial z} = \nu \left(\frac{\partial^2 v}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial v}{\partial r} + \frac{\partial^2 v}{\partial z^2} \right) \quad (2)$$

$$u \frac{\partial w}{\partial r} + w \frac{\partial w}{\partial z} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial z} + \nu \left(\frac{\partial^2 w}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial w}{\partial r} + \frac{\partial^2 w}{\partial z^2} \right) \quad (3)$$

$$\frac{\partial u}{\partial r} + \frac{u}{r} \frac{\partial w}{\partial z} = 0 \quad (4)$$

Правят се следните приемания и опростявания:

- приема се, че радиуса на изтичащата струя r_0 е много по-малък от този на диска.

- с увеличаване на текущия радиус r бързо намаляват дебелината на слоя течност $\delta = \delta(r)$ и осевата скорост (по z) w . Това означава, че на определено разстояние от оста дебелината на слоя достатъчно намалява и осевата скорост с много малки в сравнение с радиалната

- като величини от по-малък порядък в (1)-(4) могат да се пренебрегнат производните по r , които се съдържат в горните уравнения за компонентата w

- приема се, че налягането в струята е равно на това в околната среда

$$\frac{\partial p}{\partial z} = 0; \frac{\partial p}{\partial r} = 0 \quad (5)$$

След тези опростявания системата (1)-(4) приема вида:

$$u \frac{\partial v}{\partial r} + \frac{uv}{r} + w \frac{\partial v}{\partial z} = \nu \frac{\partial^2 v}{\partial z^2} \quad (6)$$

$$\frac{\partial u}{\partial r} + \frac{u}{r} + \frac{\partial w}{\partial z} = 0 \quad (7)$$

$$\frac{\partial u}{\partial r} + \frac{u}{r} \frac{\partial w}{\partial z} = 0 \quad (8)$$

От условието за запазване на дебита на изтичащата по диска течност следва:

$$\int_0^\delta u dz = \frac{G}{2\pi r} \quad (9)$$

Граничните условия на задачата са следните:

- върху повърхността на диска

$$z = 0; u = 0; w = 0 \quad (10)$$

$$v = w.r$$

- на външната граница на слоя

$$z = \delta(r); \frac{\partial u}{\partial z} = 0; \frac{\partial v}{\partial z} = 0 \quad (11)$$

Решението на системата уравнения (8)÷(10) съгласно [3],[5] дава следните зависимости относно разпределението на скоростните компоненти и дебелината на слоя течност в зависимост от r, z, w, Q и вискозитета ν :

$$\delta = \left(\frac{3\nu Q}{2\pi r^2 \omega^2} \right) \quad (12)$$

$$u = \left(\frac{3r\omega^4 Q}{2\pi\nu^2} \right)^{1/3} z - \frac{r\omega^2}{2\nu} z^2 \quad (13)$$

$$v = r\omega \left[1 - \frac{Q}{\pi\nu r^2} z - \left(\frac{\omega^4 Q}{18\pi\nu r^2} \right)^{1/3} z^3 + \frac{\omega^2}{12\nu^2} z^4 \right] \quad (14)$$

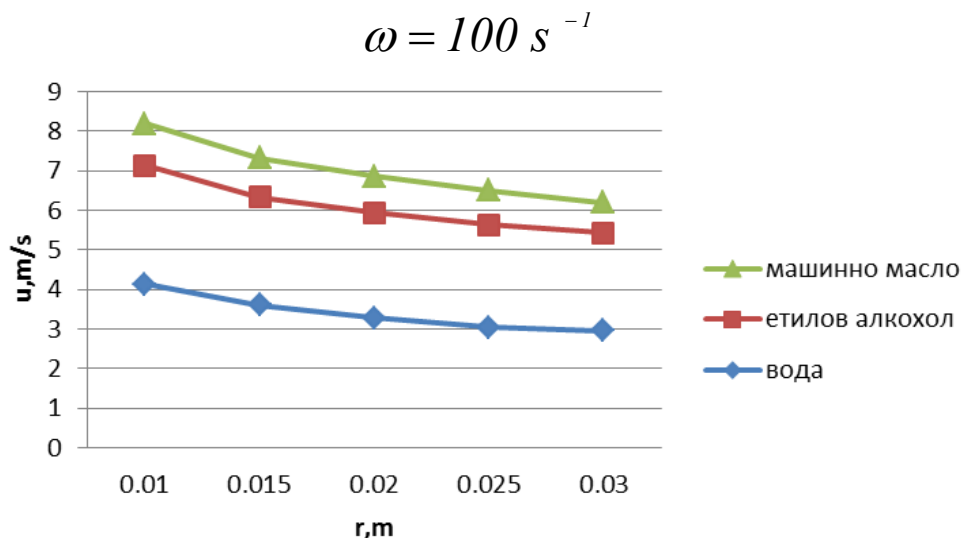
$$w = \left(\frac{3\omega^4 Q}{16\pi\nu^2 r^2} \right)^{1/3} z^2 - \frac{\omega^2}{6\nu} z^3 \quad (15)$$

Валидността на полученото решение по радиуса приблизително се определя по зависимост:

$$r \approx 7 \cdot 10^{-3} \left(\frac{Q}{\sqrt{\nu w}} \right)^{0,5} \quad (16)$$

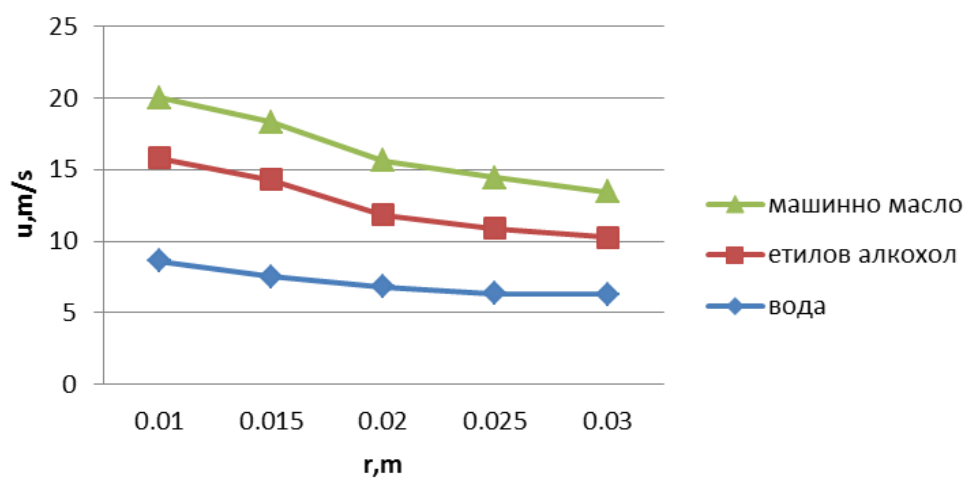
На фиг.2÷фиг.4 е показано затихването на радиалната скоростна компонента в зависимост от скоростта на въртене ω и r за три течности :вода,етилов алкохол и машинно масло. Очевидно е,че най-бавно затихва скоростта при машинното масло, което е с най-голям вискозитет. С увеличаване на ω радиалната скорост нараства. Аналогична е ситуацията и при тангенциалната скоростна компонента v (фиг. 5, фиг.6, фиг.7, като затихването е много по силно изразен. Така например при $\omega = 1000 s^{-1}$ скоростта v за машинно масло намалява рязко от $r = 0,01$ до $r = 0,08$ съответно от $v = 170 m/s$ до $v = 12 m/s$.

Осевата скорост w има значително по ниски стойности в сравнение с u_r (фиг.8÷фиг.10) като към периферията на диска се получава стойност близка до нулата. Пресмятанията са направени при дебит $Q = 5 \cdot 10^{-5} m^3/s$



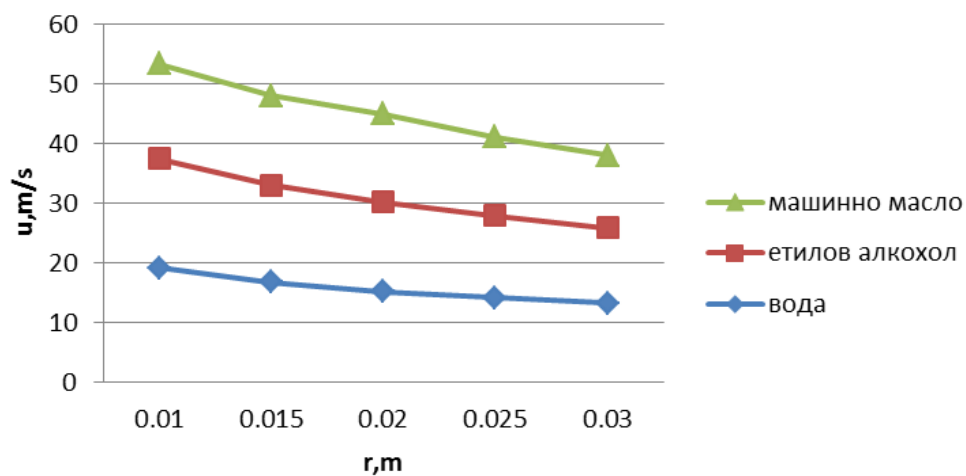
Фиг.2.

$$\omega = 300 \text{ s}^{-1}$$



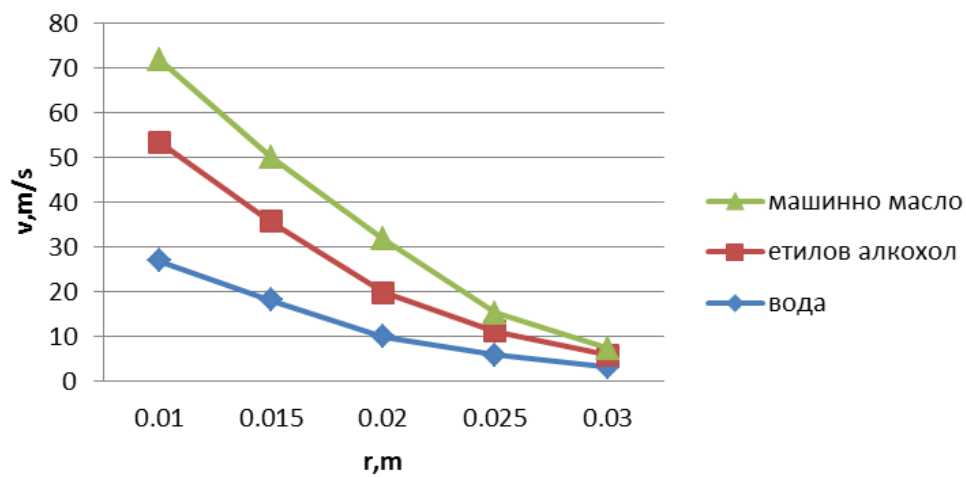
Фиг.3.

$$\omega = 1000 \text{ s}^{-1}$$



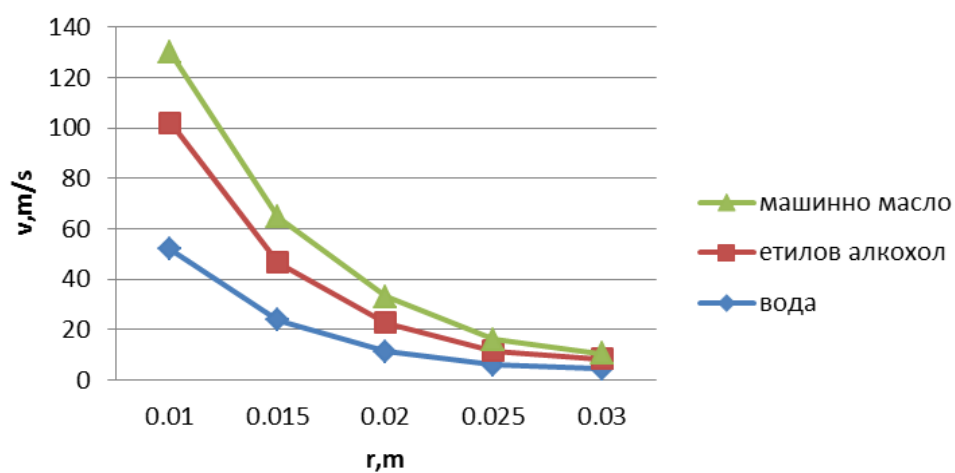
Фиг.4.

$$\omega = 100 \text{ s}^{-1}$$



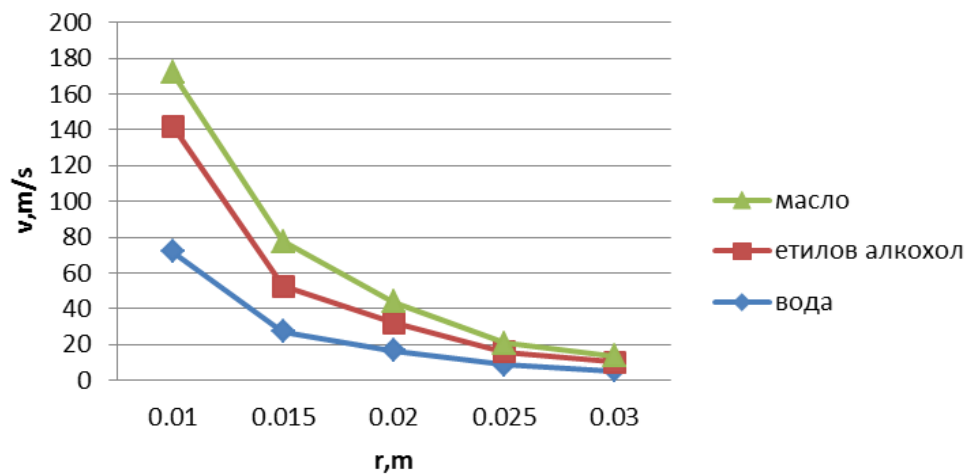
Фиг.5.

$$\omega = 300 \text{ s}^{-1}$$



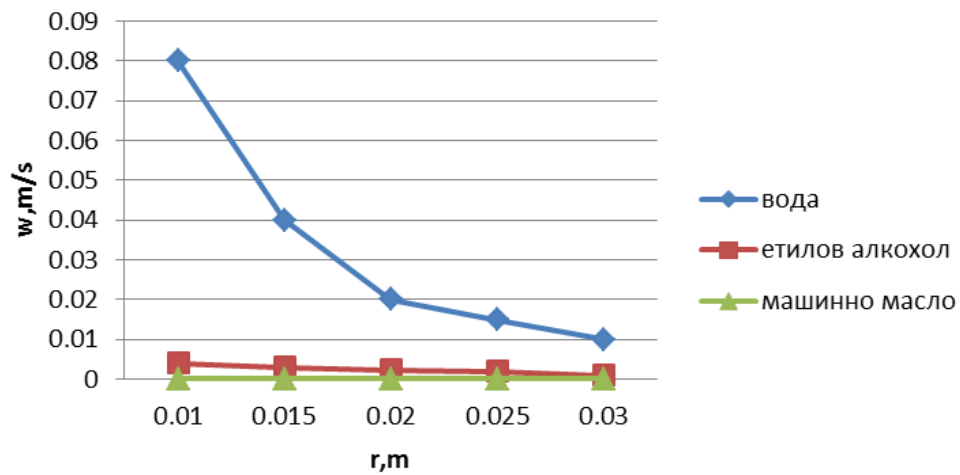
Фиг.6.

$$\omega = 1000 \text{ s}^{-1}$$

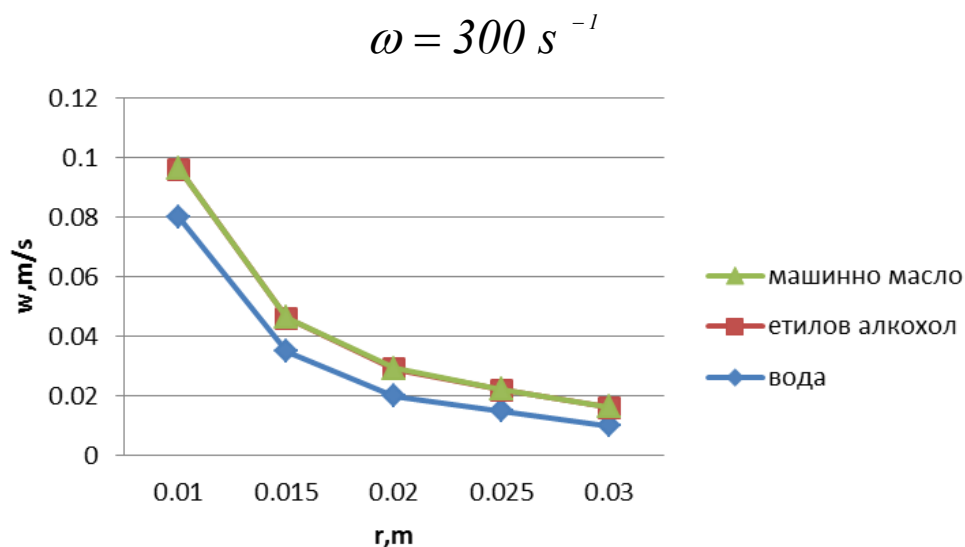


Фиг.7.

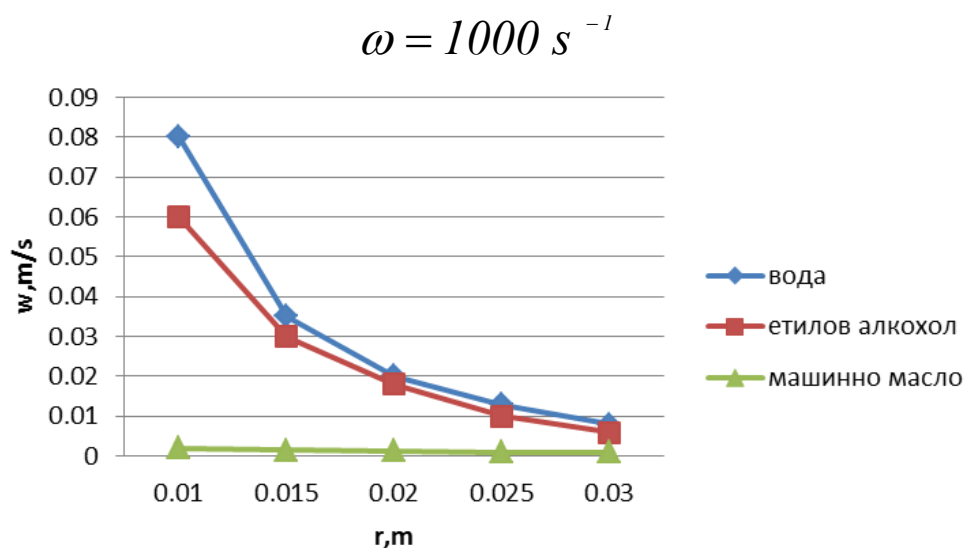
$$\omega = 100 \text{ s}^{-1}$$



Фиг.8.



Фиг.9.



Фиг.10.

2. ОБРАЗУВАНЕ НА РАЗПРЪСНАТА ТЕЧНА СТРУЯ ПО ПЕРИФИЕРИЯТА НА ДИСКА

Образуването на разпръсната течна струя е пряко свързани с нарастване на тангенциалните напрежения и „забавянето“ на течението към периферията на диска.

На основата на преработката на зависимостите (12) ÷ (14) могат да се определят възникващите в слоя тангенциални напрежения:

-в радиално направление:

$$\tau_r = \mu \left(\frac{\partial u}{\partial z} \right) = \mu \left[\left(\frac{3\omega^4 Q}{2\pi\nu^2} \right)^{1/3} r^{1/3} - \frac{\omega^2 r z}{\nu} \right] \quad (17)$$

-по направление на въртенето (ос θ)

$$\tau_{\theta} = \mu \left(\frac{\partial v}{\partial z} \right) = \mu \left\{ r\omega \left[1 - \frac{Q}{\pi \nu r^2} - \left(\frac{\omega^4 Q}{18 \pi \nu r^2} \right) \cdot z + \frac{1}{3} \frac{\omega^2}{\nu^2} z^3 \right] \right\} \quad (18)$$

По повърхността на диска при $z = 0$ тези напрежения приемат вида:

$$\tau_r = \mu \left(\frac{\partial u}{\partial z} \right)_{z=0} = \mu \left(\frac{3\omega^4 Q}{2\pi \nu^2} \right)^{1/3} r^{1/3} \quad (19)$$

$$\tau_{\theta} = \mu \left(\frac{\partial v}{\partial z} \right)_{z=0} = \mu r \omega \left(1 - \frac{Q}{\pi \nu r^2} \right) \quad (20)$$

Сумарното тангенциалното напрежение по повърхността на диска:

$$\tau_{\Sigma} = \sqrt{\tau_{\theta}^2 + \tau_r^2} = \mu \sqrt{\left[r\omega \left(1 - \frac{Q}{\pi \nu^2 r^2} \right) \right]^2 + \left[\left(\frac{3\omega^4 Q}{2\pi \nu^2} \right)^{1/3} r^{1/3} \right]^2} \quad (21)$$

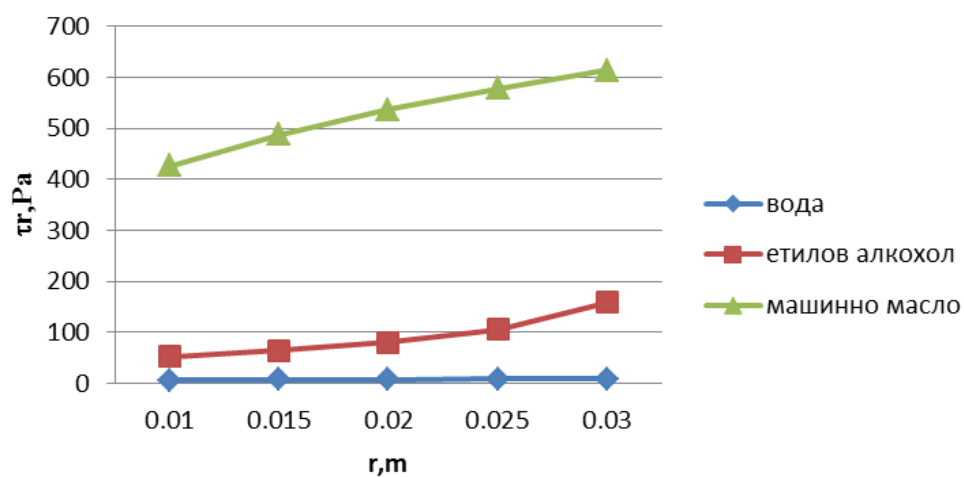
3. АНАЛИЗ НА ТЕЧЕНИЕТО

На фиг.11 ÷ фиг.16 са дадени получените съгласно зависимостите (19) ÷ (20) стойност на τ_r и τ_{θ} . Тангенциалните напрежения по повърхността на диска (при $z = 0$) в радиално направление нарастват (фиг.11 ÷ фиг.13) в направление на периферията на диска, като това нарастване е най-силно изразено при машинното масло, тъй като неговия вискозитет е най-голям. С увеличаване на оборотите многократно нарастват напреженията τ_r при машинно масло по радиуса на диска. Изменението при етиловия алкохол и водата по r е незначително. Тангенциалното напрежение по посока на въртенето на диска, τ_{θ} (фиг.14 ÷ фиг.16) има почти два пъти по висока стойност към периферията на диска. Характерът на изменението е аналогичен както при τ_r . При течността с най-малък вискозитет (водата) влиянието на ω и r е слабо изразено, което е очевидно от фигурите.

Нарастването на тангенциалните напрежения в радиално направление, кореспондира с бързото затихване на скоростните компоненти u и v , като най-силно този ефект е изразен при тангенциалната скоростна компонента..

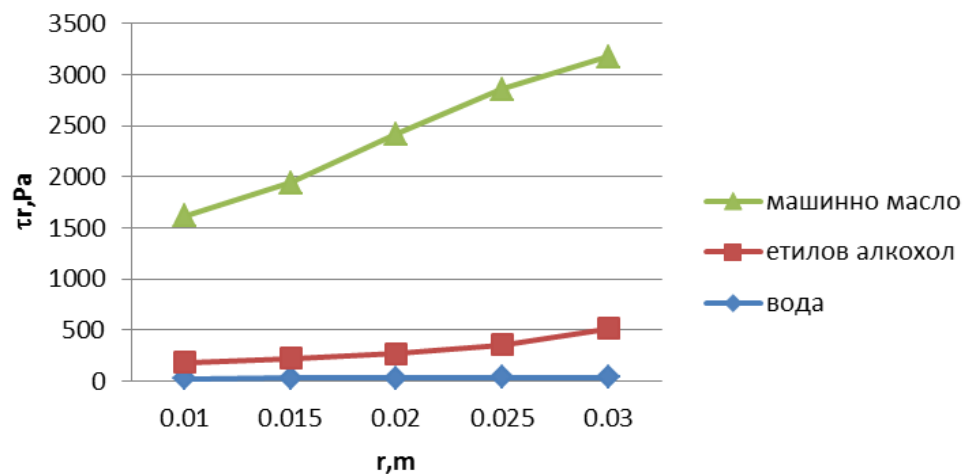
Получените резултати от числените пресмятания кореспондират с известните експериментални изследвания [1,4]. Може да се твърди, че по получения метод могат да се пресмятат аналогични течения. Съгласно тези опити изследванията към периферията на диска се образува тороидално уплътнение на масата течност. Това съответства на получените теоретични резултати-намаляването на скоростната компонента и бързото нарастване на тангенциалните напрежения, особено τ_{θ} . Сумарно взети двата фактора биха довели до подобно „уплътняване“ на течността към периферията. Това довежда до възникване на местни смущения. Тези смущения довеждат до откъсване на течни струйки превръщащи се в отделни капки. Съгласно опитните изследвания [4], непосредствени към периферията на диска се образува еднородни по размери течни капки и сравнително дребни, във вид на шлейф, капчици.

$$\omega = 100 \text{ s}^{-1}$$



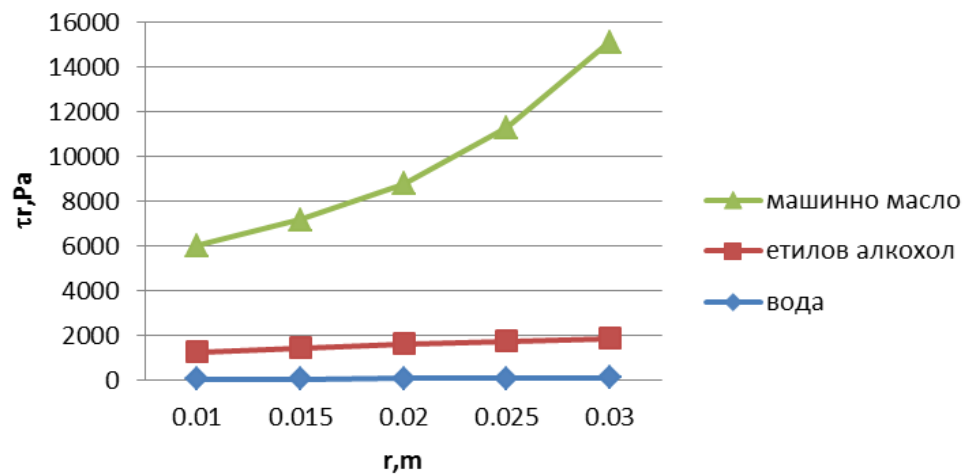
Фиг.11.

$$\omega = 300 \text{ s}^{-1}$$



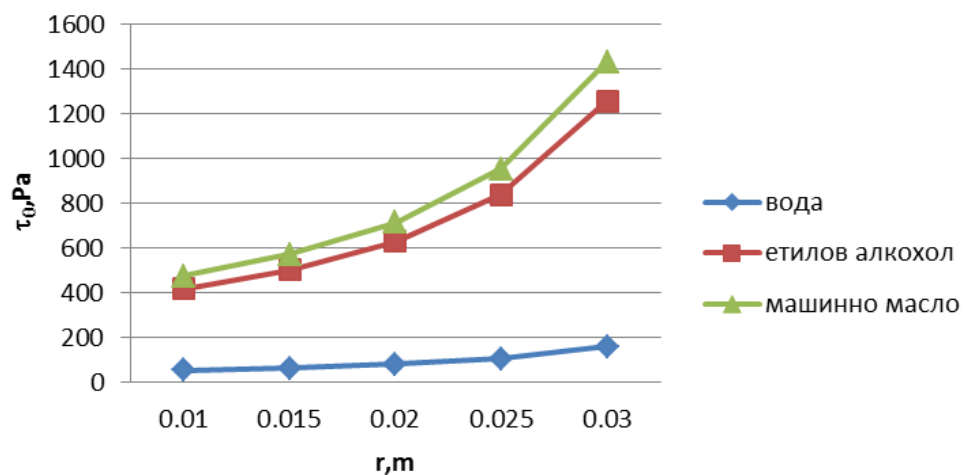
Фиг.12.

$$\omega = 1000 \text{ s}^{-1}$$



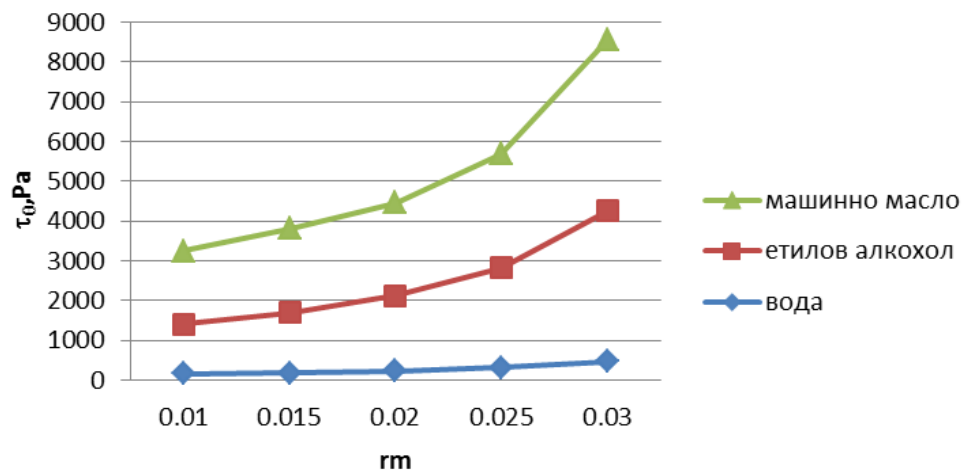
Фиг.13.

$$\omega = 100 \text{ s}^{-1}$$



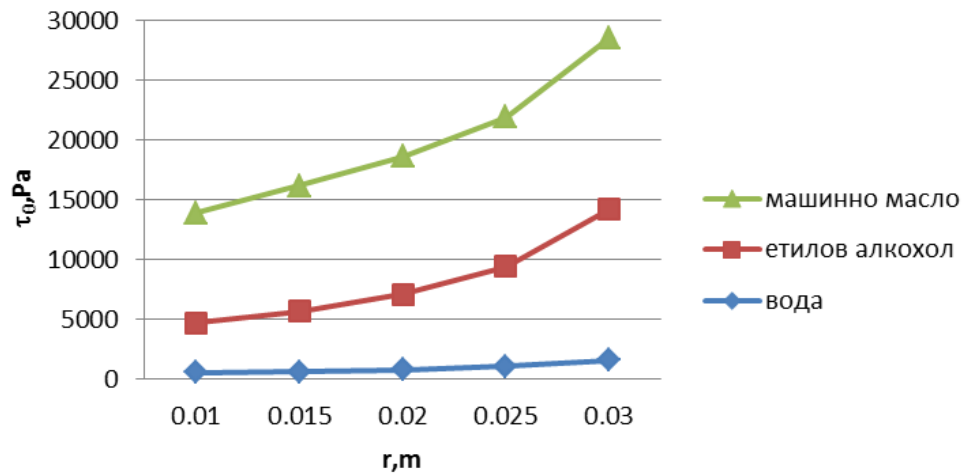
Фиг.14.

$$\omega = 300 \text{ s}^{-1}$$



Фиг.15.

$$\omega = 1000 \text{ s}^{-1}$$



Фиг.16.

4. РАЗМЕРИ НА КАПКИТЕ

Диаметърът на капките, които могат да се нарекат първични, се определят от равенството на двете сили, които предизвикват капкообразуването:

-центробежни сили

$$F_{\omega} = \frac{\pi d^3}{6} \rho_T R \omega^2 \quad (22)$$

- повърхностното напрежение σ

В (22) с R е отбелязан радиусът на въртящия се диск, d - диаметър на упоменатите капки. Съвместното решение на (22) и на σ води до израза:

$$d = \frac{c}{\omega} \sqrt{\frac{\sigma}{R \rho_T}} \quad (23)$$

В (23) c е константа, която съгласно [2] се препоръчва да се избере в граници $c = 1,9 \div 4,6$. Тези стойности са получени при варирането на ω от 30 до 1000 s⁻¹.

5. ИЗВОДИ

В настоящата статия е направен опит цялостно да се изложи процеса на разпръскване на течността по бързо въртящ се диск. На основата на полученото аналитично решение се доказва образуването на тороидна зона на уплътнение към периферията на диска, съпровождаща раздробяването течността на капка.

ЛИТЕРАТУРА

- [1] Вачагин К. Д., Николаев В.С., Движение потоков вязкой жидкости по поверхности,бъстровращающегося плоского диска, Изв. Вузов, Химия и хим. технологии, 1960, т.3 стр.71-76
- [2] Дунский В.Ф.,Никитин Н.В.-ИФЖ,1983 т.44 стр. 390-396
- [3] Мужилко А.А.-В сб. Докладов Всесоюзного совещания по тепло- и массо-обмену, Новосибирск, 1982
- [4] Пажі Д.Г., В.С. Галустов, Основы техники распыливания жидкостей
- [5] Р.Величкова, И.Антонов, Разпространение на ламинарна струя по въртящ се диск, НК Русенски университет, Русе 2013, т. 52, серия 1.2, стр. 64-68

Автори: Росица Величкова, доц. д-р, катедра "Хидроаеродинамика и хидравлични машини", Енергомашиностроителен Факултет, Технически Университет - София, Е-mail address: rositsavelichkova@abv.bg

Постъпила на 29.04.2014

Рецензент Проф. д-р Иван Славейков Андонов

НЕЛИНЕЙНО АДАПТИВНО УПРАВЛЕНИЕ С АСИМПТОТИЧНА ОЦЕНКА НА ПАРАМЕТРИ - ЧАСТ 1: МЕТОД ЗА СИНТЕЗ

Румен Мишков, Станислав Дърмонски

Резюме: Статията представя нов обобщен систематичен метод за адаптивно управление на нелинейни системи с условие за строго съвпадение. Методът позволява наличие на нелинейни функции и комбинации от параметри пред управляващите въздействия. Въведен е критерий за параметрична идентифицируемост. Подходът гарантира локална асимптотическа устойчивост на състоянието и параметричната оценъчна грешка чрез модификация на базовия адаптивен процес с управление на показателите на качеството и без конвенционалното непрекъснато възбуждане. Предложеният обобщен йерархичен проекционен алгоритъм осигурява ограниченост на оценките в предварително дефинирани технологични граници.

Ключови думи: Нелинейни системи, Адаптивно управление, Устойчивост по Ляпунов, Асимптотическа устойчивост, Параметрична идентифицируемост.

NONLINEAR ADAPTIVE CONTROL WITH ASYMPTOTIC PARAMETER ESTIMATION - PART 1: DESIGN APPROACH

Rumen Mishkov, Stanislav Darmonski

Abstract: The paper presents a new generalized systematic adaptive control design approach for nonlinear systems meeting the strict-matching condition. The approach allows nonlinear functions and any combination of known/unknown parameters, multiplying the control inputs. A parametric identifiability criterion is introduced. The method guarantees local asymptotic stability of the state vector and the parameter estimation error via a modification of the basic adaptive estimation process with response specifications control and without conventional persistent excitation. The generalized hierarchical projection algorithm proposed provides boundedness of the estimates in predefined technological ranges.

Keywords: Nonlinear systems, Adaptive control, Lyapunov stability, Asymptotic stability, Parametric identifiability, Parameter estimation.

1. INTRODUCTION

Adaptive control is the tool used when dealing with uncertain dynamic systems. The most powerful and systematic nonlinear adaptive tracking control design methods include the adaptive backstepping and forwarding techniques [6,13], the immersion and invariance approach [3], and the contraction theory based methods [14]. These approaches guarantee the closed-loop adaptive system local or global stability and the

tracking error asymptotic stability. The estimation error asymptotic stability however is not achieved. This property is attained with estimation law modification by introducing an indirect estimation error feedback. Some of the advanced methods achieving estimation error asymptotic stability are presented in [2,7,12]. They rely on the persistency of excitation condition and disturbance signals in the reference trajectories. These requirements are usually in contradiction with the control goal determined by technological considerations. In this paper, we consider the adaptive tracking control design problem with estimation error asymptotic stability without persistent excitation condition. The paper presents a new systematic adaptive control design approach for nonlinear systems meeting the strict-matching condition. A modification of the designed adaptive control system is introduced using a recently developed approach [9,10,11] which provides the estimation error asymptotic stability.

2. NONLINEAR ADAPTIVE CONTROL DESIGN

The systems considered have the general nonlinear dynamics

$$\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{f}(\mathbf{x}, \mathbf{u}) + \mathbf{G}(\mathbf{x}, \mathbf{u})\boldsymbol{\theta}, \quad \mathbf{x}(0) = \mathbf{x}_0, \quad (1)$$

where $\mathbf{x} \in \mathcal{R}^n$, $\mathbf{u} \in \mathcal{R}^r$, $\boldsymbol{\theta} \in \mathcal{R}^p$ are the state, control, and unknown constant parameters vectors, while the nonlinear mappings $\mathbf{f}(\mathbf{x}, \mathbf{u}): \mathcal{R}^n \times \mathcal{R}^r \rightarrow \mathcal{R}^n$, $\mathbf{G}(\mathbf{x}, \mathbf{u}): \mathcal{R}^n \times \mathcal{R}^r \rightarrow \mathcal{R}^{n \times p}$ are known and smooth. Some assumptions have to be introduced.

Assumption 1: It is assumed that the following claims hold

(i) The dynamics (1) is transformable into

$$\dot{\mathbf{z}} = \mathbf{h}(\mathbf{z}, t) + \mathbf{W}(\mathbf{z}, t)[\mathbf{F}(\mathbf{z}, t)\boldsymbol{\theta} + \mathbf{BS}(\mathbf{z}, t)\mathbf{u}], \quad \mathbf{z}(0) = \mathbf{z}_0, \quad (2)$$

where $\mathbf{z} \in \mathcal{R}^n$ is the state, $\mathbf{h}: \mathcal{R}^n \times \mathcal{R}_+ \rightarrow \mathcal{R}^n$, $\mathbf{W}: \mathcal{R}^n \times \mathcal{R}_+ \rightarrow \mathcal{R}^{n \times r}$, $\mathbf{F}: \mathcal{R}^n \times \mathcal{R}_+ \rightarrow \mathcal{R}^{r \times p}$, $\mathbf{S}(\mathbf{z}, t) = \text{diag}\{s_1(\mathbf{z}, t), s_2(\mathbf{z}, t), \dots, s_r(\mathbf{z}, t)\}$, $s_k(\mathbf{z}, t): \mathcal{R}^n \times \mathcal{R}_+ \rightarrow \mathcal{R}$, $k = 1, 2, \dots, r$ are smooth nonlinear mappings while $\mathbf{B} = \text{diag}(\mathbf{b})$, $\mathbf{b} = [b_1, b_2, \dots, b_r]^T$ is a constant matrix containing the high-frequency gains;

(ii) The vector $\mathbf{b}_u = \mathbf{T}_u \mathbf{b} = \mathbf{T}_b \boldsymbol{\theta}$, where $\mathbf{b}_u \in \mathcal{R}^d$, $d \leq r$ contains the components of $\boldsymbol{\theta}$, which appear as high-frequency gains multiplying the control inputs and $\mathbf{T}_u \in \mathcal{R}^{d \times r}$, $\mathbf{T}_b \in \mathcal{R}^{d \times p}$ are selection matrices;

(iii) The signs of the parameters in the matrix $\mathbf{B}$ are known. □

Assumption 2: When there are no unknown parameters ($\boldsymbol{\theta} = \mathbf{0}$) and $\mathbf{BS}(\mathbf{z}, t) = \mathbf{I}$ the following nominal dynamic model stems from (2)

$$\dot{\mathbf{z}} = \mathbf{h}(\mathbf{z}, t) + \mathbf{W}(\mathbf{z}, t)\mathbf{u}, \quad \mathbf{z}(0) = \mathbf{z}_0. \quad (3)$$

It is assumed that there exists a nominal control law and motion

$$\mathbf{u} = \mathbf{u}_N(\mathbf{z}, t), \quad [\mathbf{h}(\mathbf{z}, t) + \mathbf{W}(\mathbf{z}, t)\mathbf{u}_N] \Big|_{\mathbf{z}=\mathbf{0}} = \mathbf{0}, \quad \forall t \geq 0, \quad (4)$$

and a Lyapunov function $V(\mathbf{z}): B_\zeta \rightarrow \mathcal{R}_+$, $B_\zeta \subset \mathcal{R}^n$, $(\mathbf{z} = \mathbf{0}) \in B_\zeta$, such that

$$k_1 |\mathbf{z}|^2 \leq V(\mathbf{z}) \leq k_2 |\mathbf{z}|^2, \quad (5a)$$

$$\dot{V} = \frac{\partial V(\mathbf{z})}{\partial \mathbf{z}^T} [\mathbf{h}(\mathbf{z}, t) + \mathbf{W}(\mathbf{z}, t)\mathbf{u}_N] \leq -k_3 |\mathbf{z}|^2 < 0, \quad (5b)$$

$\forall t \geq 0$ and $\forall \mathbf{z} \in B_\zeta$, where k_1, k_2, k_3 are strictly positive constants. □

The objective dynamics (2) satisfies the strict-matching condition, i.e. the uncertainties are in the span of the control. For systems meeting this condition systematic adaptive control design approaches exist [1,4,8,12]. These methods do not account for the possible nonlinearities and/or any combination of known/unknown parameters multiplying the control inputs. This possibility is accounted for in the canonical form (2) by the term $\mathbf{BS}(\mathbf{z},t)$ and results in a new generalized systematic adaptive control design approach for systems satisfying the strict-matching condition. The design of the adaptive control system requires some basic definitions. The matrix $\mathbf{\Lambda} = \mathbf{B}^{-1}$ is introduced. Then we can write $\mathbf{\Lambda} = \text{diag}(\mathbf{d})$, $\mathbf{d} = [d_1, d_2, \dots, d_r]^T$, $d_k = 1/b_k$, $k = 1, 2, \dots, r$. In general, the vector $\mathbf{d}$ contains known as well as unknown parameters. Let $\tilde{\boldsymbol{\delta}} \in \mathfrak{R}^d$ unifies the unknown components of $\mathbf{d}$, while $\mathbf{q} \in \mathfrak{R}^{r-d}$ – the respective known coefficients. The vectors $\tilde{\boldsymbol{\delta}}$ and $\mathbf{q}$ are obtained by the matrix transformations $\tilde{\boldsymbol{\delta}} = \mathbf{T}_u \mathbf{d}$, $\mathbf{q} = \mathbf{T}_k \mathbf{d}$, where the matrices $\mathbf{T}_u$, $\mathbf{T}_k \in \mathfrak{R}^{(r-d) \times r}$ have the properties

$$\mathbf{T}_u^T \mathbf{T}_u + \mathbf{T}_k^T \mathbf{T}_k = \mathbf{I}_{r \times r}, \quad \mathbf{T}_u \mathbf{T}_u^T = \mathbf{I}_{d \times d}, \quad \mathbf{T}_u |\mathbf{B}| \mathbf{T}_u^T = |\mathbf{B}_u|, \quad \mathbf{B}_u = \text{diag}(\mathbf{b}_u) \quad (6)$$

The estimation errors $\tilde{\mathbf{d}}(t) = \mathbf{d} - \hat{\mathbf{d}}$, $\tilde{\mathbf{\Lambda}}(t) = \mathbf{\Lambda} - \hat{\mathbf{\Lambda}}$, $\tilde{\boldsymbol{\theta}}(t) = \boldsymbol{\theta} - \hat{\boldsymbol{\theta}}$, $\tilde{\boldsymbol{\delta}}(t) = \tilde{\boldsymbol{\delta}} - \hat{\tilde{\boldsymbol{\delta}}}$ are introduced, where $\hat{\mathbf{d}}(t)$, $\hat{\mathbf{\Lambda}}(t) = \text{diag}\{\hat{\mathbf{d}}(t)\}$, $\hat{\boldsymbol{\theta}}(t)$, $\hat{\tilde{\boldsymbol{\delta}}}(t)$ are the respective estimates. The vector $\mathbf{d}$ can be represented as $\mathbf{d} = \mathbf{T}_u^T \tilde{\boldsymbol{\delta}} + \mathbf{T}_k^T \mathbf{q}$. Then its estimate is $\hat{\mathbf{d}}(t) = \mathbf{T}_u^T \hat{\tilde{\boldsymbol{\delta}}}(t) + \mathbf{T}_k^T \mathbf{q}$, and the estimation error takes the specific form

$$\tilde{\mathbf{d}}(t) = \mathbf{d} - \hat{\mathbf{d}}(t) = \mathbf{T}_u^T \tilde{\boldsymbol{\delta}}(t). \quad (7)$$

Using the introduced definitions we are ready to state the control design.

Theorem 1: Let assumptions 1 and 2 hold and in addition let

(i) The set $F_z = B_z \times B_\theta \times B_\delta \subset D$ with $B_\theta \subset \mathfrak{R}^p$, $B_\delta \subset \mathfrak{R}^d$, $D = B_\zeta \times B_\theta \times B_\delta$,

$$B_z = \{\mathbf{z}(t) \in \mathfrak{R}^n, t \geq 0; |s_k(\mathbf{z}, t)| > \varepsilon_k, \varepsilon_k > 0, k = 1, 2, \dots, r\} \subset B_\zeta$$

is the domain in which $\mathbf{S}^{-1}(\mathbf{z}, t)$ exists, and F_z , D contain the origin $(\mathbf{z}, \tilde{\boldsymbol{\theta}}, \tilde{\boldsymbol{\delta}}) = \mathbf{0}$;

(ii) The constants $\rho > 0$ and $c < \min_{\|(\mathbf{z}, \tilde{\boldsymbol{\theta}}, \tilde{\boldsymbol{\delta}})\|=\rho} V_a(\mathbf{z}, \tilde{\boldsymbol{\theta}}, \tilde{\boldsymbol{\delta}})$ are such that $B_\rho \subset F_z$,

$$\Omega(c) = \{(\mathbf{z}, \tilde{\boldsymbol{\theta}}, \tilde{\boldsymbol{\delta}}) \in B_\rho; V_a(\mathbf{z}, \tilde{\boldsymbol{\theta}}, \tilde{\boldsymbol{\delta}}) \leq c\},$$

$$V_a(\mathbf{z}, \tilde{\boldsymbol{\theta}}, \tilde{\boldsymbol{\delta}}) = V(\mathbf{z}) + \frac{1}{2} \tilde{\boldsymbol{\theta}}^T \Gamma_\theta^{-1} \tilde{\boldsymbol{\theta}} + \frac{1}{2} \tilde{\boldsymbol{\delta}}^T |\mathbf{B}_u| \Gamma_\delta^{-1} \tilde{\boldsymbol{\delta}}, \quad (8)$$

with $\Gamma_\theta = \text{diag}(\gamma_{\theta_1}, \gamma_{\theta_2}, \dots, \gamma_{\theta_p}) > 0$, $\Gamma_\delta = \text{diag}(\gamma_{\delta_1}, \gamma_{\delta_2}, \dots, \gamma_{\delta_d}) > 0$;

(iii) For all $\{\mathbf{z}(t), \tilde{\boldsymbol{\theta}}(t), \tilde{\boldsymbol{\delta}}(t)\} \in F_z$ and $\forall t \geq 0$ the nonlinear functions $\mathbf{h}(\mathbf{z}, t)$, $\mathbf{W}(\mathbf{z}, t)$, $\mathbf{u}_N(\mathbf{z}, t)$, $\mathbf{F}(\mathbf{z}, t)$ are locally bounded.

Then, under the influence of the adaptive control law

$$\mathbf{u} = \mathbf{S}^{-1}(\mathbf{z}, t) \mathbf{A} \hat{\mathbf{d}}, \quad \mathbf{A} = \text{diag}(\boldsymbol{\alpha}), \quad \boldsymbol{\alpha} = \mathbf{u}_N(\mathbf{z}, t) - \mathbf{F}(\mathbf{z}, t) \hat{\boldsymbol{\theta}}, \quad \hat{\mathbf{d}} = \mathbf{T}_u^T \hat{\tilde{\boldsymbol{\delta}}} + \mathbf{T}_k^T \mathbf{q} \quad (9)$$

and the dynamic estimation laws

$$\dot{\hat{\boldsymbol{\theta}}} = \Gamma_\theta \boldsymbol{\beta} = \Gamma_\theta \mathbf{F}^T(\mathbf{z}, t) \mathbf{W}^T(\mathbf{z}, t) \frac{\partial V(\mathbf{z})}{\partial \mathbf{z}}, \quad \hat{\boldsymbol{\theta}}(0) = \hat{\boldsymbol{\theta}}_0, \quad (10a)$$

$$\dot{\hat{\tilde{\boldsymbol{\delta}}}} = \Gamma_\delta \boldsymbol{\omega} = -\Gamma_\delta \mathbf{T}_u \text{sign}(\mathbf{B}) \mathbf{A} \mathbf{W}^T(\mathbf{z}, t) \frac{\partial V(\mathbf{z})}{\partial \mathbf{z}}, \quad \hat{\tilde{\boldsymbol{\delta}}}(0) = \hat{\tilde{\boldsymbol{\delta}}}_0, \quad (10b)$$

the closed-loop adaptive system

$$\dot{\mathbf{z}} = \boldsymbol{\varphi}(\mathbf{z}, \tilde{\boldsymbol{\theta}}, \tilde{\boldsymbol{\delta}}, t) = \mathbf{h}(\mathbf{z}, t) + \mathbf{W}(\mathbf{z}, t)[\mathbf{u}_N + \mathbf{F}(\mathbf{z}, t)\tilde{\boldsymbol{\theta}} - \mathbf{B}\mathbf{A}(\mathbf{z}, \tilde{\boldsymbol{\theta}}, t)\mathbf{T}_u^T \tilde{\boldsymbol{\delta}}], \quad \mathbf{z}(0) = \mathbf{z}_0, \quad (11a)$$

$$\dot{\tilde{\boldsymbol{\theta}}} = -\Gamma_{\theta} \mathbf{F}^T(\mathbf{z}, t) \mathbf{W}^T(\mathbf{z}, t) \frac{\partial V(\mathbf{z})}{\partial \mathbf{z}}, \quad \tilde{\boldsymbol{\theta}}(0) = \tilde{\boldsymbol{\theta}}_0, \quad (11b)$$

$$\dot{\tilde{\boldsymbol{\delta}}} = \Gamma_{\delta} \mathbf{T}_u |\mathbf{B}|^{-1} \mathbf{B}\mathbf{A}(\mathbf{z}, \tilde{\boldsymbol{\theta}}, t) \mathbf{W}^T(\mathbf{z}, t) \frac{\partial V(\mathbf{z})}{\partial \mathbf{z}}, \quad \tilde{\boldsymbol{\delta}}(0) = \tilde{\boldsymbol{\delta}}_0 \quad (11c)$$

has the properties

(i) The equilibrium $(\mathbf{z}, \tilde{\boldsymbol{\theta}}, \tilde{\boldsymbol{\delta}}) = \mathbf{0}$ is locally uniformly stable, with a domain of attraction – the invariant set $\Omega(c)$;

(ii) For all $\{\mathbf{z}(0), \tilde{\boldsymbol{\theta}}(0), \tilde{\boldsymbol{\delta}}(0)\} \in \Omega(c)$ the closed-loop adaptive system (11) is locally uniformly asymptotically stable with respect to the state $\mathbf{z}(t)$, i.e.

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \mathbf{z}(t) = \mathbf{0}, \quad \forall \{\mathbf{z}(0), \tilde{\boldsymbol{\theta}}(0), \tilde{\boldsymbol{\delta}}(0)\} \in \Omega(c).$$

If in addition $F_z = \mathcal{R}^{n+p+d}$, then the closed-loop adaptive system (11) is globally uniformly asymptotically stable with respect to the state $\mathbf{z}(t)$. $\square$

Proof. The dynamics (11a) is obtained after substituting the control (9) into the open-loop dynamics (2), and taking into account the relations $\boldsymbol{\theta} = \tilde{\boldsymbol{\theta}} + \hat{\boldsymbol{\theta}}$, $\hat{\boldsymbol{\Lambda}} = \boldsymbol{\Lambda} - \tilde{\boldsymbol{\Lambda}}$, $\boldsymbol{\Lambda} = \mathbf{B}^{-1}$ as well as the stabilizing vector $\boldsymbol{\alpha}$, defined in (9), the relation (7), and the equalities $\mathbf{A}\hat{\mathbf{d}} = \hat{\boldsymbol{\Lambda}}\boldsymbol{\alpha}$, $\tilde{\boldsymbol{\Lambda}}\boldsymbol{\alpha} = \mathbf{A}\tilde{\mathbf{d}}$, which stem from the diagonal structure of the matrices $\mathbf{A}$, $\tilde{\boldsymbol{\Lambda}}$, $\hat{\boldsymbol{\Lambda}}$. The dynamics (11bc) originate from the parameter estimators dynamics (10ab), after considering the relation $\text{sign}(\mathbf{B}) = |\mathbf{B}|^{-1} \mathbf{B}$, and the assumption that $\boldsymbol{\theta}$ is constant. For the stability proofs the augmented Lyapunov function candidate (8) is considered. Its total derivative with respect to the closed-loop system dynamics, taking into account the relations (5b), (6) as well as the diagonal structure of $\mathbf{T}_u^T \mathbf{T}_u$ and $|\mathbf{B}|$ is

$$\dot{V}_a(\mathbf{z}, \tilde{\boldsymbol{\theta}}, \tilde{\boldsymbol{\delta}}) = \frac{\partial V(\mathbf{z})}{\partial \mathbf{z}^T} [\mathbf{h}(\mathbf{z}, t) + \mathbf{W}(\mathbf{z}, t) \mathbf{u}_N] \leq -W_3(\mathbf{z}) = -k_3 |\mathbf{z}|^2 \leq 0. \quad (12)$$

The last result directly proves claim (i), after the application of theorem 4.8 in [5]. Now let $\{\mathbf{z}(0), \tilde{\boldsymbol{\theta}}(0), \tilde{\boldsymbol{\delta}}(0)\} \in \Omega(c)$. Since, $\dot{V}_a \leq 0$, $\forall t \geq 0$, the solution $\{\mathbf{z}(t), \tilde{\boldsymbol{\theta}}(t), \tilde{\boldsymbol{\delta}}(t)\}$ remains in $\Omega(c) \subset B_p$, and consequently in F_z , $\forall t \geq 0$. Hence, $\mathbf{z}(t)$, $\tilde{\boldsymbol{\theta}}(t)$, $\tilde{\boldsymbol{\delta}}(t)$ and the functions $\mathbf{h}$, $\mathbf{W}$, $\mathbf{u}_N$, $\mathbf{F}$ are locally bounded $\forall t \geq 0$, while the control law (9) is well defined $\forall (\mathbf{z}, \tilde{\boldsymbol{\theta}}, \tilde{\boldsymbol{\delta}}) \in F_z$, $\forall t \geq 0$. In view of (9) and (11a) the last statements provide the local boundedness of $\dot{\mathbf{z}}$. According to (12) we can write $\dot{W}_3 = 2k_3 \mathbf{z}^T \dot{\mathbf{z}}$ which implies that $\dot{W}_3$ is also locally bounded, meaning that W_3 is uniformly continuous in the set $F_z \subset D$. On the other hand, since V_a is lower bounded by zero and $\dot{V}_a \leq 0$, $\forall t \geq 0$, then $V_a(\mathbf{z}(t), \tilde{\boldsymbol{\theta}}(t), \tilde{\boldsymbol{\delta}}(t)) \leq V_a(\mathbf{z}(0), \tilde{\boldsymbol{\theta}}(0), \tilde{\boldsymbol{\delta}}(0)) \leq c$, and we conclude that V_a has a finite limit $V_{a\infty}$ as $t \rightarrow \infty$. Integrating (12) we get

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \int_0^t W_3(\mathbf{z}(\tau)) d\tau \leq -\lim_{t \rightarrow \infty} \int_0^t \dot{V}_a(\mathbf{z}(\tau), \tilde{\boldsymbol{\theta}}(\tau), \tilde{\boldsymbol{\delta}}(\tau)) d\tau = V_a(\mathbf{z}(0), \tilde{\boldsymbol{\theta}}(0), \tilde{\boldsymbol{\delta}}(0)) - V_{a\infty} < \infty.$$

Since the above integral exists and is finite, while W_3 is a uniformly continuous func-

tion in the set $F_z \subset D$, we have $\lim_{t \rightarrow \infty} W_3(\mathbf{z}(t)) = 0$ according to Barbalat's lemma. In view of $W_3 = k_3 |\mathbf{z}|^2$ the above result proves claim (ii). Finally, if $F_z = \mathcal{R}^{n+p+d}$ the last property holds in a global sense, since the control law (9) is well defined $\forall \mathbf{z} \in \mathcal{R}^n$, $\forall t \geq 0$. This completes the proof. $\square$

Theorem 1 ensures the local asymptotic stability of the state $\mathbf{z}(t)$. The asymptotic stability of the parameter estimation errors $\tilde{\boldsymbol{\theta}}(t)$ and $\tilde{\boldsymbol{\delta}}(t)$ however cannot be guaranteed. In order to achieve asymptotic stability of the parameter estimation errors we apply a special adaptive control system redesign approach, outlined in the next section. The approach is an extension of the method presented in [9,10] and a special case of the general description in [11].

3. MODIFICATION FOR ASYMPTOTIC PARAMETER ESTIMATION

Before presenting the main result we introduce the following statements. Let $\boldsymbol{\eta} = [\boldsymbol{\theta}^T, \boldsymbol{\delta}^T]^T \in \mathcal{R}^{p+d}$ be the generalized unknown parameters vector, $\hat{\boldsymbol{\eta}}(t) = [\hat{\boldsymbol{\theta}}^T, \hat{\boldsymbol{\delta}}^T]^T$ is its estimate while $\tilde{\boldsymbol{\eta}}(t) = [\tilde{\boldsymbol{\theta}}^T, \tilde{\boldsymbol{\delta}}^T]^T$ is the generalized estimation error.

Assumption 3: The vector $\boldsymbol{\eta}$ satisfies the inequalities

$$\boldsymbol{\pi}_{\min} \leq \boldsymbol{\pi}(\boldsymbol{\theta}) \leq \boldsymbol{\pi}_{\max}, \quad \boldsymbol{\pi}_{\min} < \boldsymbol{\pi}_{\max}, \quad (13a)$$

$$\boldsymbol{\eta}_{\min} \leq \boldsymbol{\eta} \leq \boldsymbol{\eta}_{\max}, \quad \boldsymbol{\eta}_{\min} < \boldsymbol{\eta}_{\max}, \quad (13b)$$

where $\boldsymbol{\pi}(\boldsymbol{\theta}) = [\pi_1(\boldsymbol{\theta}), \pi_2(\boldsymbol{\theta}), \dots, \pi_g(\boldsymbol{\theta})]^T$, $\pi_j(\boldsymbol{\theta}) : \mathcal{R}^p \rightarrow \mathcal{R}$, $j = 1, 2, \dots, g$, are known, smooth and convex functions, $\boldsymbol{\pi}_{\min}, \boldsymbol{\pi}_{\max} \in \mathcal{R}^g$, $\boldsymbol{\eta}_{\min} = \hat{\boldsymbol{\eta}}_{\min}, \boldsymbol{\eta}_{\max} = \hat{\boldsymbol{\eta}}_{\max} \in \mathcal{R}^{p+d}$ are known lower and upper bound vectors. $\square$

The inequalities system (13) is transformed into the canonical form $\mathbf{P}(\hat{\boldsymbol{\eta}}) \leq \boldsymbol{\xi}$ where $\mathbf{P}(\hat{\boldsymbol{\eta}}) = [P_1(\hat{\boldsymbol{\eta}}), P_2(\hat{\boldsymbol{\eta}}), \dots, P_s(\hat{\boldsymbol{\eta}})]^T$, $\boldsymbol{\xi} = [\xi_1, \xi_2, \dots, \xi_s]^T$, $\xi_k > 0$, $k = 1, 2, \dots, s$, and $s = 2(g + p + d)$ in the general case. The transformation procedure is summarized as follows. The vectors

$$\mathbf{k}_{L1} = \boldsymbol{\pi}_{\min} + \boldsymbol{\xi}_{L1}, \quad \mathbf{k}_{L\theta} = \hat{\boldsymbol{\theta}}_{\min} + \boldsymbol{\xi}_{L\theta}, \quad \mathbf{k}_{L\delta} = \hat{\boldsymbol{\delta}}_{\min} + \boldsymbol{\xi}_{L\delta},$$

$$\mathbf{k}_{U1} = \boldsymbol{\pi}_{\max} - \boldsymbol{\xi}_{U1}, \quad \mathbf{k}_{U\theta} = \hat{\boldsymbol{\theta}}_{\max} - \boldsymbol{\xi}_{U\theta}, \quad \mathbf{k}_{U\delta} = \hat{\boldsymbol{\delta}}_{\max} - \boldsymbol{\xi}_{U\delta}$$

are computed, where $\boldsymbol{\xi}_{L1} > \mathbf{0}$, $\boldsymbol{\xi}_{L\theta} > \mathbf{0}$, $\boldsymbol{\xi}_{L\delta} > \mathbf{0}$ are selected as the thickness of the layers between the sets $\boldsymbol{\pi}(\hat{\boldsymbol{\theta}}) \geq \boldsymbol{\pi}_{\min}$ and $\boldsymbol{\pi}(\hat{\boldsymbol{\theta}}) \geq \mathbf{k}_{L1}$, $\hat{\boldsymbol{\theta}} \geq \hat{\boldsymbol{\theta}}_{\min}$ and $\hat{\boldsymbol{\theta}} \geq \mathbf{k}_{L\theta}$, $\hat{\boldsymbol{\delta}} \geq \hat{\boldsymbol{\delta}}_{\min}$ and $\hat{\boldsymbol{\delta}} \geq \mathbf{k}_{L\delta}$, respectively, while $\boldsymbol{\xi}_{U1} > \mathbf{0}$, $\boldsymbol{\xi}_{U\theta} > \mathbf{0}$, $\boldsymbol{\xi}_{U\delta} > \mathbf{0}$ – as the thickness of the layers between the sets $\boldsymbol{\pi}(\hat{\boldsymbol{\theta}}) \leq \boldsymbol{\pi}_{\max}$ and $\boldsymbol{\pi}(\hat{\boldsymbol{\theta}}) \leq \mathbf{k}_{U1}$, $\hat{\boldsymbol{\theta}} \leq \hat{\boldsymbol{\theta}}_{\max}$ and $\hat{\boldsymbol{\theta}} \leq \mathbf{k}_{U\theta}$, $\hat{\boldsymbol{\delta}} \leq \hat{\boldsymbol{\delta}}_{\max}$ and $\hat{\boldsymbol{\delta}} \leq \mathbf{k}_{U\delta}$. Next we calculate the vector functions

$$\mathbf{P}_{L1} = -\boldsymbol{\pi}(\hat{\boldsymbol{\theta}}) + \mathbf{k}_{L1}, \quad \mathbf{P}_{L\theta} = -\hat{\boldsymbol{\theta}} + \mathbf{k}_{L\theta}, \quad \mathbf{P}_{L\delta} = -\hat{\boldsymbol{\delta}} + \mathbf{k}_{L\delta},$$

$$\mathbf{P}_{U1} = \boldsymbol{\pi}(\hat{\boldsymbol{\theta}}) - \mathbf{k}_{U1}, \quad \mathbf{P}_{U\theta} = \hat{\boldsymbol{\theta}} - \mathbf{k}_{U\theta}, \quad \mathbf{P}_{U\delta} = \hat{\boldsymbol{\delta}} - \mathbf{k}_{U\delta}.$$

The inequalities systems $\mathbf{P}_1(\hat{\boldsymbol{\theta}}) \leq \xi_1$, $\mathbf{P}_2(\hat{\boldsymbol{\theta}}) \leq \xi_2$, $\mathbf{P}_3(\hat{\boldsymbol{\delta}}) \leq \xi_3$ are formed, where

$$\mathbf{P}_2(\hat{\boldsymbol{\theta}}) = [\mathbf{P}_{L\theta}^T, \mathbf{P}_{U\theta}^T]^T, \quad \xi_2 = [\xi_{L\theta}^T, \xi_{U\theta}^T]^T, \quad \mathbf{P}_3(\hat{\boldsymbol{\delta}}) = [\mathbf{P}_{L\delta}^T, \mathbf{P}_{U\delta}^T]^T, \quad \xi_3 = [\xi_{L\delta}^T, \xi_{U\delta}^T]^T,$$

while $\mathbf{P}_1(\hat{\boldsymbol{\theta}}) \leq \xi_1$ is a prioritized system built with respect to the inequalities $\mathbf{P}_{L1}(\hat{\boldsymbol{\theta}}) \leq \xi_{L1}$, $\mathbf{P}_{U1}(\hat{\boldsymbol{\theta}}) \leq \xi_{U1}$, meaning that the individual scalar inequalities in $\mathbf{P}_{L1} \leq \xi_{L1}$, $\mathbf{P}_{U1} \leq \xi_{U1}$ have to be rearranged to form $\mathbf{P}_1(\hat{\boldsymbol{\theta}}) \leq \xi_1$, according to their importance level. The last inequality in $\mathbf{P}_1(\hat{\boldsymbol{\theta}}) \leq \xi_1$ will have the highest priority. Finally, the canonical system of constraints is written as $\mathbf{P}(\hat{\boldsymbol{\eta}}) = [\mathbf{P}_1^T, \mathbf{P}_2^T, \mathbf{P}_3^T]^T$, $\boldsymbol{\xi} = [\xi_1^T, \xi_2^T, \xi_3^T]^T$.

The purpose of the introduced bounding relations is to utilize the a priori information about the parameters $\boldsymbol{\theta}$ and $\boldsymbol{\delta}$, if such is available, and to force the estimates $\hat{\boldsymbol{\theta}}$, $\hat{\boldsymbol{\delta}}$ to obey the inequalities (13). The scalar functions $P_k(\hat{\boldsymbol{\eta}})$, $k=1,2,\dots,s$ are smooth and convex. They define the convex sets

$$\Pi_k = \{\hat{\boldsymbol{\eta}} \in \mathbb{R}^{p+d}; P_k(\hat{\boldsymbol{\eta}}) \leq 0\}, \quad \Pi_{\xi_k} = \{\hat{\boldsymbol{\eta}} \in \mathbb{R}^{p+d}; P_k(\hat{\boldsymbol{\eta}}) \leq \xi_k\}, \quad k=1,2,\dots,s,$$

where Π_{ξ_k} is the union of the set Π_k and the $O_k(\xi_k)$ layer around Π_k , $\Pi_{\xi_k}(\tilde{\boldsymbol{\eta}}) \cap (B_\theta \times B_\delta) \subset B_\theta \times B_\delta \subset \mathbb{R}^{p+d}$, while $\bar{\Pi}_k$ denotes the interior of Π_k , $\nabla_{\hat{\boldsymbol{\eta}}} P_k$ is an outward normal vector at the point $\hat{\boldsymbol{\eta}} \in \partial \Pi_k$, $\partial \Pi_k$ is the boundary of Π_k .

The next definition introduces the parametric identifiability property. This property is used to characterize the nonlinear systems for which the modification approach can guarantee asymptotic stability of the estimation error $\tilde{\boldsymbol{\theta}}(t)$.

Definition 1 – Parametric identifiability

The dynamic system (1) is parametrically identifiable if there exists a finite time interval $[t_0, t_1]$, $t_0 \geq 0$, $t_1 < \infty$, in which

$$\boldsymbol{\Theta}(t_0, t_1) = \int_{t_0}^{t_1} \boldsymbol{\Phi}^T(t) \boldsymbol{\Phi}(t) dt > 0, \quad (14)$$

where $\boldsymbol{\Phi}(t)$ is the system regressor. □

Note that the parametric identifiability criterion (14) is less stringent than the standard persistency of excitation condition, usually imposed for true parameter estimation [7,12]. The standard condition requires the existence of infinitely many time intervals in which the matrix $\boldsymbol{\Theta}$ is positive definite. On the contrary, the parametric identifiability criterion (14) requires the existence of only one such interval. The regressor $\boldsymbol{\Phi}(t)$ is yet to be specified. Using the relations introduced we state the main result.

Theorem 2: Let the basic estimation laws (10) are modified to

$$\begin{aligned} \dot{\hat{\boldsymbol{\eta}}} &= \begin{bmatrix} \dot{\hat{\boldsymbol{\theta}}} \\ \dot{\hat{\boldsymbol{\delta}}} \end{bmatrix} = \boldsymbol{\sigma}_s \in \mathbb{R}^{p+d}, \quad \boldsymbol{\pi}_{\min} \leq \boldsymbol{\pi}(\hat{\boldsymbol{\theta}}(0)) \leq \boldsymbol{\pi}_{\max}, \quad \hat{\boldsymbol{\theta}}_{\min} \leq \hat{\boldsymbol{\theta}}(0) \leq \hat{\boldsymbol{\theta}}_{\max}, \quad \hat{\boldsymbol{\delta}}_{\min} \leq \hat{\boldsymbol{\delta}}(0) \leq \hat{\boldsymbol{\delta}}_{\max}, \\ \boldsymbol{\sigma}_k &= \text{Proj}\{\boldsymbol{\sigma}_{k-1}\}, \quad k=1,2,\dots,s, \quad \text{Proj}\{\boldsymbol{\sigma}_{k-1}\} = \begin{cases} \boldsymbol{\sigma}_{k-1}, & P_k(\hat{\boldsymbol{\eta}}) < 0 \vee (\nabla_{\hat{\boldsymbol{\eta}}} P_k)^T \boldsymbol{\sigma}_{k-1} \leq 0 \\ \mathbf{T}_k \boldsymbol{\sigma}_{k-1}, & P_k(\hat{\boldsymbol{\eta}}) \geq 0 \wedge (\nabla_{\hat{\boldsymbol{\eta}}} P_k)^T \boldsymbol{\sigma}_{k-1} > 0 \end{cases}, \\ \mathbf{T}_k &= \mathbf{I} - \mathbf{c}_k(\hat{\boldsymbol{\eta}}) \boldsymbol{\Gamma}_\eta \frac{(\nabla_{\hat{\boldsymbol{\eta}}} P_k) (\nabla_{\hat{\boldsymbol{\eta}}} P_k)^T}{(\nabla_{\hat{\boldsymbol{\eta}}} P_k)^T \boldsymbol{\Gamma}_\eta (\nabla_{\hat{\boldsymbol{\eta}}} P_k)}, \quad \mathbf{c}_k(\hat{\boldsymbol{\eta}}) = \min\left\{1, \frac{P_k(\hat{\boldsymbol{\eta}})}{\xi_k}\right\}, \quad \boldsymbol{\Gamma}_\eta = \begin{bmatrix} \boldsymbol{\Gamma}_\theta & \mathbf{0}_{p \times d} \\ \mathbf{0}_{d \times p} & \boldsymbol{\Gamma}_\delta \end{bmatrix}, \\ \boldsymbol{\sigma}_0 &= \begin{bmatrix} \boldsymbol{\Gamma}_\theta (\boldsymbol{\beta} + \boldsymbol{\mu}) \\ \boldsymbol{\Gamma}_\delta \boldsymbol{\omega} \end{bmatrix}, \quad \boldsymbol{\mu} = \mathbf{N}^T \boldsymbol{\Gamma}_\zeta \tilde{\boldsymbol{\zeta}}, \quad \tilde{\boldsymbol{\zeta}}(t) = \begin{bmatrix} \mathbf{e}_x(t) \\ \mathbf{e}_\psi(t) \end{bmatrix}, \quad \mathbf{N}(t) = \begin{bmatrix} \mathbf{W}_x(t) \\ \mathbf{Q}(t) \end{bmatrix}, \end{aligned}$$

with $\Gamma_\zeta = \text{daig}(\Gamma_x, \Gamma_\psi) > 0$, $\Gamma_x \in \mathcal{R}^{n \times n}$, $\Gamma_\psi \in \mathcal{R}^{p \times p}$ as diagonal design matrices and ζ , $\mathbf{N}$ as the augmented prediction error and regressor, defined with the relations

$$\begin{aligned} \mathbf{e}_x &= \mathbf{K}_x (\mathbf{x} - \hat{\mathbf{x}} - \tilde{\boldsymbol{\varepsilon}}) = \mathbf{W}_x \tilde{\boldsymbol{\theta}}, \quad \mathbf{e}_\psi = \boldsymbol{\psi} - \mathbf{Q} \hat{\boldsymbol{\theta}} = \mathbf{Q} \tilde{\boldsymbol{\theta}}, \\ \dot{\mathbf{W}}_x &= \Lambda_x \mathbf{W}_x + \mathbf{K}_x \mathbf{G}(\mathbf{x}, \mathbf{u}), \quad \mathbf{W}_x(0) = \mathbf{0}_{n \times p}, \\ \dot{\hat{\mathbf{x}}} &= -\Lambda_x (\mathbf{x} - \hat{\mathbf{x}}) + \mathbf{f}(\mathbf{x}, \mathbf{u}) + \mathbf{G}(\mathbf{x}, \mathbf{u}) \hat{\boldsymbol{\theta}} + \mathbf{K}_x^{-1} \mathbf{W}_x \dot{\tilde{\boldsymbol{\theta}}}, \quad \hat{\mathbf{x}}(0) = \hat{\mathbf{x}}_0, \\ \dot{\tilde{\boldsymbol{\varepsilon}}} &= \Lambda_x \tilde{\boldsymbol{\varepsilon}}, \quad \tilde{\boldsymbol{\varepsilon}}(0) = \mathbf{x}_0 - \hat{\mathbf{x}}_0, \\ \dot{\mathbf{Q}} &= -\Lambda_r (\mathbf{Q}_r - \mathbf{Q}) (\boldsymbol{\Phi}^T \mathbf{R}_\phi \boldsymbol{\Phi} + \mathbf{Q}^T \mathbf{R}_q \mathbf{Q}), \quad \mathbf{Q}(0) = \mathbf{0}_{p \times p}, \\ \dot{\boldsymbol{\psi}} &= -\Lambda_r (\mathbf{Q}_r - \mathbf{Q}) [\boldsymbol{\Phi}^T \mathbf{R}_\phi (\boldsymbol{\Phi} \hat{\boldsymbol{\theta}} + \mathbf{e}_\phi) + \mathbf{Q}^T \mathbf{R}_q \boldsymbol{\psi}], \quad \boldsymbol{\psi}(0) = \mathbf{0}_{p \times 1}, \end{aligned} \quad (15)$$

composed in view of the original system (1), where $\boldsymbol{\Phi} = \mathbf{W}_x$, $\mathbf{e}_\phi = \mathbf{e}_x$, $\mathbf{K}_x \in \mathcal{R}^{n \times n}$, $\mathbf{R}_\phi \in \mathcal{R}^{n \times n}$, $\mathbf{R}_q \in \mathcal{R}^{p \times p}$ are diagonal positive definite design matrices, $\mathbf{Q}_r \in \mathcal{R}^{p \times p}$ is a full rank reference design matrix, $\Lambda_x \in \mathcal{R}^{n \times n}$, $\Lambda_r = \text{diag}(\lambda_{r_1}, \lambda_{r_2}, \dots, \lambda_{r_p})$ are diagonal negative definite design matrices. Let also $\mathbf{x} = \mathbf{T}_x(\mathbf{z}, t)$ is a known diffeomorphism, and for all $\{\mathbf{z}(t), \tilde{\boldsymbol{\theta}}(t), \tilde{\boldsymbol{\delta}}(t)\} \in F_z$ the functions $\mathbf{f}(\mathbf{x}, \mathbf{u})$, $\mathbf{G}(\mathbf{x}, \mathbf{u})$ are locally bounded. Then the following claims hold

(i) For all $\{\mathbf{z}(0), \tilde{\boldsymbol{\theta}}(0), \tilde{\boldsymbol{\delta}}(0)\} \in \Omega(c)$ the modified closed-loop adaptive system

$$\dot{\mathbf{z}} = \boldsymbol{\varphi}(\mathbf{z}, \tilde{\boldsymbol{\theta}}, \tilde{\boldsymbol{\delta}}, t), \quad \mathbf{z}(0) = \mathbf{z}_0, \quad (16a)$$

$$\dot{\tilde{\boldsymbol{\eta}}} = -\boldsymbol{\sigma}_s(\mathbf{z}, \tilde{\boldsymbol{\theta}}, \tilde{\boldsymbol{\delta}}, t), \quad \tilde{\boldsymbol{\eta}}(0) = \tilde{\boldsymbol{\eta}}_0 \quad (16b)$$

is locally uniformly asymptotically stable with respect to $\mathbf{z}(t)$ and $\zeta(t)$, i.e.

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \mathbf{z}(t) = \mathbf{0}, \quad \lim_{t \rightarrow \infty} \zeta(t) = \mathbf{0}, \quad \forall \{\mathbf{z}(0), \tilde{\boldsymbol{\theta}}(0), \tilde{\boldsymbol{\delta}}(0)\} \in \Omega(c);$$

(ii) The inequalities $\hat{\boldsymbol{\delta}}_{\min} \leq \hat{\boldsymbol{\delta}}(t) \leq \hat{\boldsymbol{\delta}}_{\max}$ and $\hat{\boldsymbol{\theta}}_{\min} \leq \hat{\boldsymbol{\theta}}(t) \leq \hat{\boldsymbol{\theta}}_{\max}$ hold $\forall t \geq 0$;

If in addition the system (1) is parametrically identifiable, then $\lim_{t \rightarrow \infty} \tilde{\boldsymbol{\theta}}(t) = \mathbf{0}$. Moreover, if $\boldsymbol{\varphi}(\mathbf{z}, \tilde{\boldsymbol{\theta}}, \tilde{\boldsymbol{\delta}}, t) \Big|_{\mathbf{z}=\mathbf{0}, \tilde{\boldsymbol{\theta}}=\mathbf{0}} = \boldsymbol{\Sigma} \tilde{\boldsymbol{\delta}}$, $\boldsymbol{\Sigma} \in \mathcal{R}^{n \times d}$, where $\text{rank} \boldsymbol{\Sigma} = d$, then $\lim_{t \rightarrow \infty} \tilde{\boldsymbol{\delta}}(t) = \mathbf{0}$. $\square$

Proof. Only a sketch of the proof is provided. The detailed proof is given in [11]. The function (8) is rewritten as $V_a = V(\mathbf{z}) + (1/2) \tilde{\boldsymbol{\eta}}^T \boldsymbol{\Omega} \Gamma_\eta^{-1} \tilde{\boldsymbol{\eta}}$, with $\boldsymbol{\Omega} = \text{diag}\{\mathbf{I}_{p \times p}, |\mathbf{B}_u|_{d \times d}\}$.

Its total derivative with respect to the modified system (16) is

$$\dot{V}_a = \frac{\partial V(\mathbf{z})}{\partial \mathbf{z}^T} \boldsymbol{\varphi} - \tilde{\boldsymbol{\eta}}^T \boldsymbol{\Omega} \Gamma_\eta^{-1} \boldsymbol{\sigma}_s = \frac{\partial V(\mathbf{z})}{\partial \mathbf{z}^T} \boldsymbol{\varphi} - \tilde{\boldsymbol{\eta}}^T \boldsymbol{\Omega} \Gamma_\eta^{-1} \text{Proj}\{\boldsymbol{\sigma}_{s-1}\}.$$

The projection operator has the property $-\tilde{\boldsymbol{\eta}}^T \boldsymbol{\Omega} \Gamma_\eta^{-1} \text{Proj}\{\boldsymbol{\sigma}_{s-1}\} \leq -\tilde{\boldsymbol{\eta}}^T \boldsymbol{\Omega} \Gamma_\eta^{-1} \boldsymbol{\sigma}_0$, $\forall \boldsymbol{\eta} \in \Pi_k$, $k=1, 2, \dots, s$. The proof of this fact is lengthy but straightforward. It is based on the structure of the vector function $\mathbf{P}(\hat{\boldsymbol{\eta}})$, the positive-definiteness of the diagonal matrix $|\mathbf{B}_u|$, and on the consideration that P_k are convex functions, which allows us to write $(\boldsymbol{\eta} - \hat{\boldsymbol{\eta}})^T \nabla_{\hat{\boldsymbol{\eta}}} P_k \leq 0$, $\forall \hat{\boldsymbol{\eta}} \notin \bar{\Pi}_k$, i.e. when $P_k(\hat{\boldsymbol{\eta}}) \geq 0$. With the last results $\dot{V}_a$ becomes

$$\dot{V}_a \leq \frac{\partial V}{\partial \mathbf{z}^T} \boldsymbol{\varphi} - \tilde{\boldsymbol{\eta}}^T \boldsymbol{\Omega} \Gamma_\eta^{-1} \boldsymbol{\sigma}_0 = \frac{\partial V}{\partial \mathbf{z}^T} \boldsymbol{\varphi} - \tilde{\boldsymbol{\theta}}^T \boldsymbol{\beta} - \tilde{\boldsymbol{\theta}}^T \boldsymbol{\mu} - \tilde{\boldsymbol{\delta}}^T |\mathbf{B}_u| \boldsymbol{\omega} \leq -k_3 |\mathbf{z}|^2 - \tilde{\boldsymbol{\theta}}^T \mathbf{M} \tilde{\boldsymbol{\theta}} \leq 0, \quad (17)$$

obtained after considering the same arguments as in the proof of theorem 1 as well as the relation $\boldsymbol{\mu} = \mathbf{N}^T \boldsymbol{\Gamma}_\zeta \tilde{\boldsymbol{\zeta}} = \mathbf{N}^T \boldsymbol{\Gamma}_\zeta \mathbf{N} \tilde{\boldsymbol{\theta}} = \mathbf{M} \tilde{\boldsymbol{\theta}}$. From the fact that $\dot{V}_a \leq 0$, $\forall t \geq 0$, and $\{\mathbf{z}(0), \tilde{\boldsymbol{\theta}}(0), \tilde{\boldsymbol{\delta}}(0)\} \in \Omega(c)$, it follows that the solution remains in $\Omega(c) \subset F_z$, $\forall t \geq 0$, and hence, $\mathbf{z}(t)$, $\tilde{\boldsymbol{\theta}}(t)$, $\tilde{\boldsymbol{\delta}}(t)$ are locally bounded. On the other hand it has been proved in [11] that the $\mathbf{Q}$ matrix dynamics (15) is globally stable and that $\mathbf{Q}(t)$ is globally bounded. This proof is based on the definitions

$$\mathbf{E}(t) = \mathbf{Q}_r - \mathbf{Q}(t) = \begin{bmatrix} \mathbf{e}_{11} & \mathbf{e}_{12} & \cdots & \mathbf{e}_{1p} \\ \mathbf{e}_{21} & \mathbf{e}_{22} & \cdots & \mathbf{e}_{2p} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \mathbf{e}_{p1} & \mathbf{e}_{p2} & \cdots & \mathbf{e}_{pp} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{e}_1^T \\ \mathbf{e}_2^T \\ \vdots \\ \mathbf{e}_p^T \end{bmatrix},$$

$$\mathbf{e}_k = [\mathbf{e}_{k1}, \mathbf{e}_{k2}, \dots, \mathbf{e}_{kp}]^T, \mathbf{e} = [\mathbf{e}_1^T, \mathbf{e}_2^T, \dots, \mathbf{e}_p^T]^T,$$

$$\mathbf{D} = \text{diag}(\mathbf{D}_1, \mathbf{D}_2, \dots, \mathbf{D}_p), \mathbf{D}_k = |\lambda_{r_k}| [\boldsymbol{\Phi}^T \mathbf{R}_\phi \boldsymbol{\Phi} + \mathbf{Q}^T \mathbf{R}_q \mathbf{Q}], k = 1, 2, \dots, p,$$

with which the dynamics $\dot{\mathbf{E}}(t)$ is written as

$$\dot{\mathbf{E}} = \begin{bmatrix} \dot{\mathbf{e}}_1^T \\ \dot{\mathbf{e}}_2^T \\ \vdots \\ \dot{\mathbf{e}}_p^T \end{bmatrix} = \boldsymbol{\Lambda}_r \begin{bmatrix} \mathbf{e}_1^T \\ \mathbf{e}_2^T \\ \vdots \\ \mathbf{e}_p^T \end{bmatrix} (\boldsymbol{\Phi}^T \mathbf{R}_\phi \boldsymbol{\Phi} + \mathbf{Q}^T \mathbf{R}_q \mathbf{Q}) = \begin{bmatrix} -|\lambda_{r_1}| \mathbf{e}_1^T (\boldsymbol{\Phi}^T \mathbf{R}_\phi \boldsymbol{\Phi} + \mathbf{Q}^T \mathbf{R}_q \mathbf{Q}) \\ -|\lambda_{r_2}| \mathbf{e}_2^T (\boldsymbol{\Phi}^T \mathbf{R}_\phi \boldsymbol{\Phi} + \mathbf{Q}^T \mathbf{R}_q \mathbf{Q}) \\ \vdots \\ -|\lambda_{r_p}| \mathbf{e}_p^T (\boldsymbol{\Phi}^T \mathbf{R}_\phi \boldsymbol{\Phi} + \mathbf{Q}^T \mathbf{R}_q \mathbf{Q}) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\mathbf{e}_1^T \mathbf{D}_1 \\ -\mathbf{e}_2^T \mathbf{D}_2 \\ \vdots \\ -\mathbf{e}_p^T \mathbf{D}_p \end{bmatrix},$$

from which we obtain $\dot{\mathbf{e}} = -\mathbf{D}(t)\mathbf{e}$. It is then easy to verify that the total derivative of the function $V_e(\mathbf{e}) = 2^{-1} \text{tr}\{\mathbf{E}^T \mathbf{E}\} = 2^{-1} \mathbf{e}^T \mathbf{e}$ is $\dot{V}_e(\mathbf{e}, t) = -\mathbf{e}^T \mathbf{D}(t)\mathbf{e} \leq 0$ which proves the global Lyapunov stability of the equilibrium $\mathbf{e}(t) = \mathbf{0}$, $\mathbf{E}(t) = \mathbf{0}$, and the global boundedness of $\mathbf{Q}(t)$. Using the last results and the assumption that $\mathbf{f}(\mathbf{x}, \mathbf{u})$ and $\mathbf{G}(\mathbf{x}, \mathbf{u})$ are locally bounded $\forall \{\mathbf{z}(t), \tilde{\boldsymbol{\theta}}(t), \tilde{\boldsymbol{\delta}}(t)\} \in F_z$ it can be easily shown that $\dot{\mathbf{z}}$, $\dot{\tilde{\boldsymbol{\theta}}}$, $\dot{\mathbf{M}}$, and $\dot{\tilde{\mathbf{M}}}$ are locally bounded and that the function $W_3 = k_3 |\mathbf{z}|^2 + \tilde{\boldsymbol{\theta}}^T \mathbf{M} \tilde{\boldsymbol{\theta}}$ tends to zero as $t \rightarrow \infty$. This fact proves claim (i) after considering $\tilde{\boldsymbol{\theta}}^T \mathbf{M} \tilde{\boldsymbol{\theta}} = \tilde{\boldsymbol{\zeta}}^T \boldsymbol{\Gamma}_\zeta \tilde{\boldsymbol{\zeta}}$ and the positive-definiteness of $\boldsymbol{\Gamma}_\zeta$. Claim (ii) is a property of the hierarchical projection operator, which follows from the structure of the vector function $\mathbf{P}(\hat{\boldsymbol{\eta}})$, the diagonal form of the matrices $\boldsymbol{\Gamma}_\theta$, $\boldsymbol{\Gamma}_\delta$, and the recursive application of the standard scalar projection operator properties found in [6].

Now let the objective system (1) is parametrically identifiable, according to definition 1. Then, using the results in [11], it follows that $\text{rank} \mathbf{Q}(t) = p$, $\forall t \geq t_1$ and that the matrix $\mathbf{Q}$ converges to $\mathbf{Q}_r$ exponentially fast with transient response time not greater than $t_q = t_1 + 5T_q$, where $T_q = 1/(2d_0)$, $d_0 = \lambda_{\min}\{\mathbf{D}\} > 0$, $\forall t \geq t_1$. This leads to

$$\dot{V}_a \leq -W_3(\mathbf{z}, \tilde{\boldsymbol{\theta}}, t) \leq -k_3 |\mathbf{z}|^2 - m_0 |\tilde{\boldsymbol{\theta}}|^2 \leq 0, \forall t \geq t_1,$$

where $m_0 = \lambda_{\min}\{\mathbf{M}\} > 0$, $\forall t \geq t_1$. The number m_0 is considered as the smallest possible eigenvalue of $\mathbf{M}(t)$ in the specified time interval. The last inequality along with

$\lim_{t \rightarrow \infty} W_3(t) = 0$ proves the asymptotic stability of the estimation error $\tilde{\boldsymbol{\theta}}(t)$. Finally, if in steady-state we have $\boldsymbol{\varphi}(\mathbf{z}, \tilde{\boldsymbol{\theta}}, \tilde{\boldsymbol{\delta}}, t) \big|_{\mathbf{z}=0, \tilde{\boldsymbol{\theta}}=0} = \boldsymbol{\Sigma} \tilde{\boldsymbol{\delta}}$, where $\text{rank} \boldsymbol{\Sigma} = d$, then the estimation error $\tilde{\boldsymbol{\delta}}(t)$ also converges to zero because this is the only solution of the steady-state equation $\boldsymbol{\Sigma} \tilde{\boldsymbol{\delta}} = \mathbf{0}$. This completes the proof. $\square$

Remark: Note that the projection operator is not mandatory for the adaptive system operation. It can be skipped with $s = 0$ if assumption 3 is not satisfied. Note also that the matrix $\mathbf{Q}(t)$ will converge to the reference matrix $\mathbf{Q}_r$ in finite time t_q . This functionality allows us to control the estimates $\hat{\boldsymbol{\theta}}(t)$ transient response time with proper initialization of the matrix $\mathbf{Q}_r$. To show this the matrix $\mathbf{M}(t)$ is rewritten as

$$\mathbf{M}(t) = \boldsymbol{\Phi}^T(t) \boldsymbol{\Gamma}_x \boldsymbol{\Phi}(t) + \mathbf{Q}_r^T \boldsymbol{\Gamma}_\psi \mathbf{Q}_r, \quad \forall t \geq t_q,$$

Here we apply the Weyl's inequality and obtain

$$\lambda_{\min} \{\mathbf{M}(t)\} \geq \lambda_{\min} \{\mathbf{Q}_r^T \boldsymbol{\Gamma}_\psi \mathbf{Q}_r\}, \quad \forall t \geq t_q.$$

The above relation is considered in the derivative (17), which gives

$$\dot{V}_a \leq -W_4(\mathbf{z}, \tilde{\boldsymbol{\theta}}) = -k_3 \|\mathbf{z}\|^2 - \lambda_{\min} \{\mathbf{Q}_r^T \boldsymbol{\Gamma}_\psi \mathbf{Q}_r\} \|\tilde{\boldsymbol{\theta}}\|^2, \quad \forall t \geq t_q.$$

Thus the estimation error $\tilde{\boldsymbol{\theta}}(t)$ transient response time can be controlled by the design matrices $\mathbf{Q}_r$ and $\boldsymbol{\Gamma}_\psi$. Faster parameter estimates transients can be obtained by increasing the smallest eigenvalue of $\mathbf{Q}_r^T \boldsymbol{\Gamma}_\psi \mathbf{Q}_r$ and reducing t_q . The time t_q can be reduced by increasing d_0 , which in turn can be accomplished by increasing the values of the weighting matrices $\mathbf{R}_\varphi$ and $\mathbf{R}_q$, and the coefficients $|\lambda_{\tau_k}|$, $k = 1, 2, \dots, p$, in the matrix $\boldsymbol{\Lambda}_r$. The described functionality is a unique feature of the presented approach not possessed by any other known method for adaptive nonlinear control design.

4. CONCLUSIONS

The paper has presented a new generalized systematic adaptive control design approach for nonlinear systems meeting the strict-matching condition. The approach allows the presence of nonlinear functions as well as any combination of known/unknown parameters, multiplying the control inputs. The method guarantees the local asymptotic stability of the state vector as well as the asymptotic stability of the parameter estimation error, if the parametric identifiability criterion holds. This criterion is less stringent than the persistency of excitation condition, regularly imposed for achieving true parameter estimation. In this way, asymptotic stability of the estimation error is provided in nominal operating mode without persistent excitation of the dynamics. The method includes a new generalized hierarchical parameter projection algorithm which provides boundedness of the estimates in predefined technological ranges. A unique feature of the new approach proposed is the ability to control the parameter estimates transient response time. In the second part of the paper, published as a continuation of this one, the presented method is applied for the design of an adaptive tracking vector control system of a three-phase induction motor.

ACKNOWLEDGEMENT

The support of Research Fund Project No. 132PD0013-19 from NIS in Technical University Sofia for this research work is gratefully acknowledged.

REFERENCES

- [1] Abdollahi F., Khorasani K. (2006), *A Stable Robust Adaptive Controller for a Class of Nonlinear Systems*, IEEE International Conference on Control Applications, 2006, pp. 1825-1830
- [2] Adetola V., Guay M. (2010), *Performance Improvement in Adaptive Control of Linearly Parameterized Nonlinear Systems*, IEEE Transactions on Automatic Control, 2010, Vol. 55, No. 9, pp. 2182-2186
- [3] Astolfi A., Karagiannis D., Ortega R. (2008), *Towards Applied Nonlinear Adaptive Control*, Annual Reviews in Control, 2008, Vol. 32, No. 2, pp. 136-148
- [4] Fradkov A., Miroshnik I., Nikiforov V. (1999), *Nonlinear and Adaptive Control of Complex Systems*, Kluwer Academic Publishers, 1999
- [5] Khalil H. (2002), *Nonlinear Systems Third edition*, Prentice Hall, 2002
- [6] Krstić M., Kanellakopoulos I., Kokotović P. (1995), *Nonlinear and Adaptive Control Design*, John Wiley and Sons Inc., 1995
- [7] Mahyuddin M., Khan S., Herrmann G. (2014), *A Novel Robust Adaptive Control Algorithm with Finite-Time Online Parameter Estimation of a Humanoid Robot Arm*, Robotics and Autonomous Systems, 2014, Vol. 62, No. 3, pp. 294-305
- [8] Mazenc F., Malisoff M., de Queiroz M. (2011), *Uniform Global Asymptotic Stability of Adaptive Cascaded Nonlinear Systems with Unknown High-Frequency Gains*, Nonlinear Analysis: Theory, Methods and Applications, 2011, Vol. 74, No. 4, pp. 1132-1145
- [9] Mishkov R., Darmonski S. (2013), *Exact Parameter Estimation Without Persistent Excitation in Nonlinear Adaptive Control Systems*, 7th National Conference with International Participation "Process Automation in the Food and Biotechnology Industries", 2013, LX(2), pp. 100-106
- [10] Mishkov R., Darmonski S. (2013), *Nonlinear Adaptive Control and Exact Parameter Estimation*, Int. Conf. Automatics and Informatics, 2013, pp. I-285–I-288
- [11] Mishkov R., Darmonski S., *Nonlinear Adaptive Control System Design with Asymptotically Stable Parameter Estimation Error*, Submitted for publication in "International Journal of Control"
- [12] Na J., Herrmann G., Ren X., Mahyuddin M., Barber P. (2011), *Robust Adaptive Finite-Time Parameter Estimation and Control of Nonlinear Systems*, IEEE International Symposium on Intelligent Control (ISIC), 2011, pp. 1014-1019
- [13] Sepulchre R., Janković M., Kokotović, P. (1997), *Constructive Nonlinear Control*, New York: Springer, 1997
- [14] Sharma B., Kar I. (2009), *Contraction Based Adaptive Control of a Class of Nonlinear Systems*, American Control Conference, 2009, pp. 808-813

Authors: Rumen Mishkov, assoc. prof., PhD, Stanislav Darmonski, assist. PhD student, Control Systems Department, Technical University Sofia, Branch Plovdiv, E-mail address: r.mishkov@gmail.com, s.darmonski@gmail.com

Received 14 April 2014

Reviewer: Prof. PhD Michail Petrov

НЕЛИНЕЙНО АДАПТИВНО УПРАВЛЕНИЕ С АСИМПТОТИЧНА ОЦЕНКА НА ПАРАМЕТРИ - ЧАСТ 2: СИНТЕЗ НА АДАПТИВНО ВЕКТОРНО УПРАВЛЕНИЕ ЗА АСИНХРОНЕН ДВИГАТЕЛ

Румен Мишков, Станислав Дърмонски

Резюме: Статията представя приложение на нов обобщен систематичен метод за адаптивно управление на нелинейни системи с условие за строго съвпадение, въведен в част първа на статията. Синтезирана е нелинейна адаптивна следяща система за векторно управление на трифазен асинхронен двигател, постигаща асимптотическа устойчивост относно грешката на следенето и параметричната оценъчна грешка без непрекъснато възбуждане. Обобщеният йерархичен проекционен алгоритъм осигурява ограниченост на оценките в дефинираните технологични граници. Симулационният експеримент потвърждава предимствата на новия метод за адаптивно управление.

Ключови думи: Нелинейни системи, Адаптивно управление на асинхронни двигатели, Асимптотична устойчивост, Параметрична идентифицируемост.

NONLINEAR ADAPTIVE CONTROL WITH ASYMPTOTIC PARAMETER ESTIMATION – PART 2: APPLICATION TO INDUCTION MOTOR ADAPTIVE TRACKING VECTOR CONTROL SYSTEM DESIGN

Rumen Mishkov, Stanislav Darmonski

Abstract: The paper presents an application of the new generalized systematic adaptive control design approach for nonlinear systems meeting the strict-matching condition introduced in part 1 of this paper. A nonlinear adaptive tracking vector control system is designed for a three-phase induction motor achieving asymptotic stability with respect to both the tracking and parameter estimation errors without persistent excitation. The generalized hierarchical projection algorithm provides boundedness of the estimates in the predefined technological ranges. The simulation experiments confirm the advantages of the new adaptive control design approach.

Keywords: Nonlinear systems, Induction motor adaptive control, Lyapunov stability, Asymptotic stability, Parametric identifiability, Parameter estimation.

1. INTRODUCTION

The adaptive control system design problem for a three-phase induction motor has received much attention in the last two decades. Some of the up-to-date solutions are presented in [1,2,3,6]. Most of the methods assume that the rotor resistance and the load torque are the only unknown motor parameters. In practice however, the other parameters such as stator resistance, rotor moment of inertia, viscose friction, stator,

rotor and mutual inductances are unknown and may also vary during the induction motor operation. In this paper we consider the adaptive tracking vector control system design for a three-phase induction motor when all electrical and mechanical parameters are considered as unknown. For this purpose the general systematic adaptive control design approach presented in part one of the paper is applied. It is assumed that the motor angular speed and the stator currents are measured, while the rotor flux-linkages can be computed from stator currents and airgap flux-linkages measurements. Under these assumptions the closed-loop system achieves asymptotic stability of the tracking and parameter estimation errors without the standard persistent excitation requirement.

2. MATHEMATICAL SYSTEM MODEL OF THE INDUCTION MOTOR

The three-phase squirrel cage induction motor mathematical model in rotating dq coordinates is taken from [4], and rewritten as

$$\frac{d\omega}{dt} = -p_1 - p_2\omega + p_3n_p(i_{sq}\psi_{rd} - i_{sd}\psi_{rq}), \quad (1a)$$

$$\frac{d\psi_{rq}}{dt} = -p_4\psi_{rq} + p_5i_{sq} - (\omega_k - n_p\omega)\psi_{rd}, \quad (1b)$$

$$\frac{d\psi_{rd}}{dt} = -p_4\psi_{rd} + p_5i_{sd} + (\omega_k - n_p\omega)\psi_{rq}, \quad (1c)$$

$$\frac{di_{sd}}{dt} = p_6\psi_{rd} + p_7n_p\omega\psi_{rq} - p_8i_{sd} + \omega_k i_{sq} + p_9u_{sd}, \quad (1d)$$

$$\frac{di_{sq}}{dt} = -p_7n_p\omega\psi_{rd} + p_6\psi_{rq} - \omega_k i_{sd} - p_8i_{sq} + p_9u_{sq}, \quad (1e)$$

where ω is the angular velocity of the rotor [rad/s], ψ_{rq} , ψ_{rd} are the rotor flux-linkages in dq coordinates [Wb.Turn], i_{sd} , i_{sq} are the stator currents in dq coordinates [A], ω_k is the dq reference frame angular velocity [rad/s], u_{sd} , u_{sq} are the stator voltages in dq coordinates [V], n_p is the number of motor pole pairs. The following reparametrization is used

$$p_1 = T_L / J_d, \quad p_2 = b_f / J_d, \quad p_3 = L_m / (J_d L_r), \quad p_4 = R_r / L_r, \quad p_5 = L_m R_r / L_r,$$

$$p_6 = (L_m R_r) / (L_r L_d), \quad p_7 = L_m / L_d, \quad p_8 = (L_m^2 R_r + L_r^2 R_s) / (L_r L_d), \quad p_9 = L_r / L_d,$$

with $L_d = L_r L_s - L_m^2$, where T_L is the load torque [Nm], J_d is the rotor moment of inertia [kgm²], b_f is the viscose friction coefficient [Nms/rad], L_m , L_s , L_r are the mutual, stator and rotor inductances [H], R_s , R_r are the stator and rotor resistances [Ω]. For the control design the induction motor current-fed model is considered. It is formed from the first three equations of the original model (1) and represented as

$$\dot{x}_1 = -\theta_1 - \theta_2 x_1 + \theta_3 n_p (i_{sq} x_3 - i_{sd} x_2), \quad (2a)$$

$$\dot{x}_2 = -(\omega_k - n_p x_1) x_3 - \theta_4 x_2 + \theta_5 i_{sq}, \quad (2b)$$

$$\dot{x}_3 = (\omega_k - n_p x_1) x_2 - \theta_4 x_3 + \theta_5 i_{sd}, \quad (2c)$$

with $\mathbf{x} = [x_1, x_2, x_3]^T = [\omega, \psi_{rq}, \psi_{rd}]^T$, $\boldsymbol{\theta} = [\theta_1, \theta_2, \theta_3, \theta_4, \theta_5]^T$, $\theta_k = p_k$, $k = 1, 2, \dots, 5$. The

current-fed dynamic model is presented in the general nonlinear dynamic form

$$\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{f}(\mathbf{x}, \mathbf{u}) + \mathbf{G}(\mathbf{x}, \mathbf{u})\boldsymbol{\theta}, \quad \mathbf{x}(0) = \mathbf{x}_0, \quad (3)$$

with the definitions $\mathbf{x} \in \mathbb{R}^n$, $\mathbf{u} \in \mathbb{R}^r$, $\boldsymbol{\theta} \in \mathbb{R}^p$, $n = 3$, $r = 3$, $p = 5$, and

$$\mathbf{f}(\mathbf{x}, \mathbf{u}) = \begin{bmatrix} 0 \\ -(\omega_k - n_p x_1)x_3 \\ (\omega_k - n_p x_1)x_2 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{G}(\mathbf{x}, \mathbf{u}) = \begin{bmatrix} -1 & -x_1 & n_p(i_{sq}x_3 - i_{sd}x_2) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -x_2 & i_{sq} \\ 0 & 0 & 0 & -x_3 & i_{sd} \end{bmatrix}, \quad (4)$$

For the adaptive tracking direct vector control system design, the approach presented in part 1 of the paper [5] will be applied. It requires the presentation of the original current-fed dynamics (3) into the canonical form

$$\dot{\mathbf{z}} = \mathbf{h}(\mathbf{z}, t) + \mathbf{W}(\mathbf{z}, t)[\mathbf{F}(\mathbf{z}, t)\boldsymbol{\theta} + \mathbf{B}\mathbf{S}(\mathbf{z}, t)\mathbf{u}], \quad \mathbf{z}(0) = \mathbf{z}_0, \quad (5)$$

where $\mathbf{z} \in \mathbb{R}^n$ is the state, $\mathbf{h}: \mathbb{R}^n \times \mathbb{R}_+ \rightarrow \mathbb{R}^n$, $\mathbf{W}: \mathbb{R}^n \times \mathbb{R}_+ \rightarrow \mathbb{R}^{n \times r}$, $\mathbf{F}: \mathbb{R}^n \times \mathbb{R}_+ \rightarrow \mathbb{R}^{r \times p}$, $\mathbf{S}(\mathbf{z}, t) = \text{diag}\{s_1(\mathbf{z}, t), s_2(\mathbf{z}, t), \dots, s_r(\mathbf{z}, t)\}$, $s_k(\mathbf{z}, t): \mathbb{R}^n \times \mathbb{R}_+ \rightarrow \mathbb{R}$, $k = 1, 2, \dots, r$ are smooth nonlinear mappings while $\mathbf{B} = \text{diag}(\mathbf{b})$, $\mathbf{b} = [b_1, b_2, \dots, b_r]^T$ contains the high-frequency gains. The control system goal is two-fold. The motor angular speed x_1 and the rotor d-component flux-linkage x_3 have to track a reference trajectory, while the rotor q-component flux-linkage x_2 has to be stabilized at zero. The control has to compensate for the unknown parameters $\boldsymbol{\theta}$. In this way, tracking control of the rotor angular speed is achieved with orientation of the dq reference frame d-axis along the flux-linkage vector $\boldsymbol{\psi}_{rdq} = [\psi_{rd}, \psi_{rq}]^T$. The adaptive direct vector control presumes that the current i_{sd} creates the flux, the current i_{sq} creates the torque, and that the dq frame angular velocity ω_k has to be controlled, so that ψ_{rq} is stabilized at zero. To achieve this, the tracking errors with respect to the stator currents are defined as

$$\mathbf{e}_{sq} = \mathbf{u}_1 - i_{sq}, \quad \mathbf{e}_{sd} = \mathbf{u}_3 - i_{sd}, \quad (6)$$

where $\mathbf{u}_1$, $\mathbf{u}_3$ are the respective reference trajectories to be designed. Thus, considering (6) the original current fed model (2) is rewritten as

$$\dot{x}_1 = -\theta_1 - \theta_2 x_1 - \theta_3 n_p i_{sd} x_2 + \theta_3 n_p x_3 u_1, \quad (7a)$$

$$\dot{x}_2 = n_p x_1 x_3 - \theta_4 x_2 + \theta_5 i_{sq} - x_3 u_2, \quad (7b)$$

$$\dot{x}_3 = (\omega_k - n_p x_1) x_2 - \theta_4 x_3 + \theta_5 u_3, \quad (7c)$$

where $\mathbf{u}_2 = \omega_k$, the errors $\mathbf{e}_{sd}$, $\mathbf{e}_{sq}$ are neglected, and the variables i_{sd} , i_{sq} , ω_k are retained as they are treated as disturbances in the respective equations to be compensated for. The model (7) is presented in the vector-matrix form

$$\dot{\mathbf{x}} = \bar{\mathbf{h}}(\mathbf{x}, t) + \bar{\mathbf{W}}(\mathbf{x})[\bar{\mathbf{F}}(\mathbf{x}, t)\boldsymbol{\theta} + \mathbf{B}\bar{\mathbf{S}}(\mathbf{x})\mathbf{u}], \quad \mathbf{x}(0) = \mathbf{x}_0 \quad (8)$$

with $\mathbf{u} = [u_1, u_2, u_3]^T$, $\mathbf{b} = [b_1, b_2, b_3]^T = [\theta_3, 1, \theta_5]^T$, $\mathbf{d} = [d_1, d_2, d_3]^T = [1/\theta_3, 1, 1/\theta_5]^T$, $d_j = 1/b_j$, $j = 1, 2, 3$, $\bar{\mathbf{W}}(\mathbf{x}) = \mathbf{I}_{3 \times 3}$, and the matrices

$$\bar{\mathbf{h}} = \begin{bmatrix} 0 \\ n_p x_1 x_3 \\ (\omega_k - n_p x_1) x_2 \end{bmatrix}, \quad \bar{\mathbf{F}} = \begin{bmatrix} -1 & -x_1 & -n_p i_{sd} x_2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -x_2 & i_{sq} \\ 0 & 0 & 0 & -x_3 & 0 \end{bmatrix}, \quad \bar{\mathbf{S}} = \begin{bmatrix} n_p x_3 & 0 & 0 \\ 0 & -x_3 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}.$$

The vectors $\mathbf{b}_u = [\theta_3, \theta_5]^T \in \mathbb{R}^d$, $\boldsymbol{\delta} = [\delta_1, \delta_2]^T \in \mathbb{R}^d$, $d = 2$, $\delta_1 = 1/\theta_3$, $\delta_2 = 1/\theta_5$, and the vector $\mathbf{q} \in \mathbb{R}^{r-d}$, which in this case is the scalar $q = 1$, are defined as

$$\mathbf{b}_u = \mathbf{T}_u \mathbf{b}, \quad \boldsymbol{\delta} = \mathbf{T}_u \mathbf{d}, \quad q = \mathbf{T}_k \mathbf{d}, \quad \mathbf{T}_u = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{T}_k = [0, 1, 0].$$

The error transformation $\mathbf{z}(t) = \mathbf{T}_z(\mathbf{x}, t) = \mathbf{x}_r(t) - \mathbf{x}(t)$ is introduced, with its inverse mapping $\mathbf{x}(t) = \mathbf{T}_x(\mathbf{z}, t) = \mathbf{x}_r(t) - \mathbf{z}(t)$, where $\mathbf{x}_r = [x_{1r}, x_{2r}, x_{3r}]^T$ is the state $\mathbf{x}(t)$ reference trajectory, whose derivative $\dot{\mathbf{x}}_r(t)$ has to be known and bounded $\forall t \geq 0$. The tracking error $\mathbf{z}(t)$ dynamics is

$$\dot{\mathbf{z}}(t) = \dot{\mathbf{x}}_r(t) - \dot{\mathbf{x}}(t) = \dot{\mathbf{x}}_r(t) - \bar{\mathbf{h}}(\mathbf{x}, t) - \bar{\mathbf{W}}(\mathbf{x})[\bar{\mathbf{F}}(\mathbf{x}, t)\boldsymbol{\theta} + \mathbf{B}\bar{\mathbf{S}}(\mathbf{x})\mathbf{u}], \quad \mathbf{z}(0) = \mathbf{z}_0.$$

Then, the definitions

$$\mathbf{h}(\mathbf{z}, t) = \dot{\mathbf{x}}_r(t) - \bar{\mathbf{h}}, \quad \mathbf{W}(\mathbf{z}, t) = -\bar{\mathbf{W}}, \quad \mathbf{F}(\mathbf{z}, t) = \bar{\mathbf{F}}, \quad \mathbf{S}(\mathbf{z}, t) = \bar{\mathbf{S}},$$

transform the original vector model (8) into the required canonical description (5). Thus, it has been shown that assumption 1 from the first part of the paper holds.

3. ADAPTIVE TRACKING VECTOR CONTROL DESIGN WITH ASYMPTOTIC PARAMETER ESTIMATION

Following the requirements of assumption 2 from part 1 of the paper [5] we introduce the nominal dynamic model

$$\dot{\mathbf{z}} = \mathbf{h}(\mathbf{z}, t) + \mathbf{W}(\mathbf{z}, t)\mathbf{u} = \dot{\mathbf{x}}_r(t) - \bar{\mathbf{h}} - \mathbf{u}, \quad \mathbf{z}(0) = \mathbf{z}_0, \quad (9)$$

which stems from (5), when there are no unknown parameters ($\boldsymbol{\theta} = \mathbf{0}$) and $\mathbf{B}\mathbf{S} = \mathbf{I}$. The nominal control law $\mathbf{u}_N$ is derived on the basis of the nominal model (9). The Lyapunov function candidate $V(\mathbf{z}) = 2^{-1}\mathbf{z}^T\mathbf{z}$ is defined whose total derivative is

$$\dot{V}(\mathbf{z}) = \mathbf{z}^T\dot{\mathbf{z}} = \mathbf{z}^T(\dot{\mathbf{x}}_r - \bar{\mathbf{h}} - \mathbf{u}).$$

Choosing the control $\mathbf{u} = \mathbf{u}_N(\mathbf{z}, t) = \dot{\mathbf{x}}_r - \bar{\mathbf{h}} + \mathbf{C}\mathbf{z}$ with design matrix $\mathbf{C} = \mathbf{C}^T > 0$ yields

$$\dot{V}(\mathbf{z}) = -\mathbf{z}^T\mathbf{C}\mathbf{z} \leq -\lambda_{\min}\{\mathbf{C}\}|\mathbf{z}|^2 < 0.$$

Thus, assumption 2 holds with $k_1 = k_2 = 2^{-1}$, $k_3 = \lambda_{\min}\{\mathbf{C}\}$ and $B_\zeta = \mathbb{R}^n$. Then, according to theorem 1 in the first part of the paper, the adaptive control and the basic dynamic estimation laws take the form

$$\mathbf{u} = \bar{\mathbf{S}}^{-1}\mathbf{A}\hat{\mathbf{d}}, \quad \mathbf{A} = \text{diag}(\boldsymbol{\alpha}), \quad \boldsymbol{\alpha} = \dot{\mathbf{x}}_r - \bar{\mathbf{h}} + \mathbf{C}\mathbf{z} - \bar{\mathbf{F}}\hat{\boldsymbol{\theta}}, \quad \hat{\mathbf{d}} = \mathbf{T}_u^T\hat{\boldsymbol{\delta}} + \mathbf{T}_k^Tq, \quad (10)$$

$$\hat{\boldsymbol{\theta}} = \boldsymbol{\Gamma}_\theta\boldsymbol{\beta}, \quad \hat{\boldsymbol{\theta}}(0) = \hat{\boldsymbol{\theta}}_0, \quad \hat{\boldsymbol{\delta}} = \boldsymbol{\Gamma}_\delta\boldsymbol{\omega}, \quad \hat{\boldsymbol{\delta}}(0) = \hat{\boldsymbol{\delta}}_0, \quad (11)$$

$$\boldsymbol{\beta} = -\bar{\mathbf{F}}^T\mathbf{z}, \quad \boldsymbol{\omega} = \mathbf{T}_u\text{sign}(\mathbf{B})\mathbf{A}\mathbf{z}. \quad (12)$$

With the definitions $\mathbf{z} = [z_1, z_2, z_3]^T$, $\mathbf{C} = \text{diag}(c_1, c_2, c_3) > 0$, $\hat{\boldsymbol{\theta}} = [\hat{\theta}_1, \hat{\theta}_2, \hat{\theta}_3, \hat{\theta}_4, \hat{\theta}_5]^T$, $\hat{\boldsymbol{\delta}} = [\hat{\delta}_1, \hat{\delta}_2]^T$ the basic control law (10) can be presented as

$$\mathbf{u} = \begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \\ u_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \hat{\delta}_1(\dot{x}_{1r} + c_1z_1 + \hat{\theta}_1 + x_1\hat{\theta}_2 + i_{sd}n_px_2\hat{\theta}_3)/[n_p(x_3 + \varepsilon)] \\ -(\dot{x}_{2r} - n_px_1x_3 + c_2z_2 + x_2\hat{\theta}_4 - i_{sq}\hat{\theta}_5)/(x_3 + \varepsilon) \\ \hat{\delta}_2(\dot{x}_{3r} - (\omega_k - n_px_1)x_2 + c_3z_3 + x_3\hat{\theta}_4) \end{bmatrix}, \quad (13)$$

with $\varepsilon = 0$. This basic control law is not well defined when $x_3 = \psi_{rd} = 0$. In this case

theorem 1 implies the definition of the set $\Omega(c) = \{(\mathbf{z}, \tilde{\boldsymbol{\theta}}, \tilde{\boldsymbol{\delta}}) \in B_\rho; V_a(\mathbf{z}, \tilde{\boldsymbol{\theta}}, \tilde{\boldsymbol{\delta}}) \leq c\}$, and the initialization $\{\mathbf{z}(0), \tilde{\boldsymbol{\theta}}(0), \tilde{\boldsymbol{\delta}}(0)\} \in \Omega(c)$, where the design constants $\rho > 0$ and $c < \min_{(\mathbf{z}, \tilde{\boldsymbol{\theta}}, \tilde{\boldsymbol{\delta}}) \in B_\rho} V_a(\mathbf{z}, \tilde{\boldsymbol{\theta}}, \tilde{\boldsymbol{\delta}})$ are such that $B_\rho \subset F_z$, while $F_z = B_z \times B_\theta \times B_\delta$, $B_\theta \subset \mathbb{R}^p$, $B_\delta \subset \mathbb{R}^d$, $B_z = \{\mathbf{z}(t) \in \mathbb{R}^n, t \geq 0; |s_k(\mathbf{z}, t)| > \varepsilon_k, \varepsilon_k > 0, k = 1, 2, \dots, r\} \subset B_\zeta$ is the domain in which the adaptive control law (10) is well defined $\forall t \geq 0$. This functionality can be achieved by maintaining zero speed with $u_1 = u_2 = 0$ while building up the flux-linkage x_3 via the control u_3 , which is well defined for all values of its arguments. When the flux x_3 has reached its steady-state value the control inputs u_1 and u_2 can be re-defined to achieve the rotor speed control. This presumes a delay of the main speed tracking process which is a disadvantage. To solve this problem and avoid the delay we have introduced the variable ε in the control law (13) with its dynamics

$$\dot{\varepsilon} = \lambda_\varepsilon \varepsilon, \quad \varepsilon_0 = \varepsilon(0) \text{sign}(x_{3d}), \quad (14)$$

where $\varepsilon(0) > 0$, $\lambda_\varepsilon < 0$, and x_{3d} is the desired steady-state value of x_3 . In this way, the singularity in the control can be successfully avoided with proper initialization of (14), without delaying the main speed tracking process. This solution is very efficient because the starting of the motor from zero initial conditions is a very common case. The calculated controls u_1 and u_3 are used as a reference signals for two PI current controllers, operating with respect to the equations

$$u_{sd} = x_6 + k_{pd} e_{sd}, \quad u_{sq} = x_7 + k_{pq} e_{sq}, \quad (15a)$$

$$\dot{x}_6 = \frac{1}{T_{id}} e_{sd}, \quad \dot{x}_7 = \frac{1}{T_{iq}} e_{sq}, \quad (15b)$$

where x_6 and x_7 are the integral components, $k_{pd} e_{sd}$, $k_{pq} e_{sq}$ are the proportional components, k_{pd} , k_{pq} , T_{id} , T_{iq} are the controllers gain and time constants. The PI controllers generate the voltages u_{sd} and u_{sq} , which drive the current dynamics (1de).

The basic adaptive control system (11), (13), (14) can achieve tracking error $\mathbf{z}(t)$ asymptotic stability only, while the estimation errors $\tilde{\boldsymbol{\theta}}(t)$, $\tilde{\boldsymbol{\delta}}(t)$ remain bounded. In order to achieve estimation error asymptotic stability the basic estimation laws (11) dynamics are redesigned according to the method in theorem 2 in part 1 of the paper [5]. To demonstrate the effectiveness of the hierarchical projection operator we introduce the system of inequalities $\hat{\boldsymbol{\theta}}_{\min} \leq \hat{\boldsymbol{\theta}}(t) \leq \hat{\boldsymbol{\theta}}_{\max}$, $\hat{\boldsymbol{\delta}}_{\min} \leq \hat{\boldsymbol{\delta}}(t) \leq \hat{\boldsymbol{\delta}}_{\max}$ where

$$\begin{aligned} \hat{\boldsymbol{\theta}}_{\min} &= [900, 0.2, 200, 1.0, 0.25]^T, \quad \hat{\boldsymbol{\theta}}_{\max} = [2400, 1.0, 470, 17, 7.2]^T, \\ \hat{\boldsymbol{\delta}}_{\min} &= [0.5e - 3, 0.05]^T, \quad \hat{\boldsymbol{\delta}}_{\max} = [5e - 3, 0.45]^T. \end{aligned}$$

Note that the above lower and upper bounds are selected for illustration purposes and are not related to a preliminary experiment with the induction motor. Note also that a constraints system of the form $\boldsymbol{\pi}_{\min} \leq \boldsymbol{\pi}(\boldsymbol{\theta}) \leq \boldsymbol{\pi}_{\max}$ is not implemented. The vectors

$$\begin{aligned} \boldsymbol{\xi}_{L\theta} &= [110, 0.1, 10, 1.0, 0.25]^T, \quad \boldsymbol{\xi}_{U\theta} = [200, 0.1, 20, 2.0, 0.2]^T, \\ \boldsymbol{\xi}_{L\delta} &= [0.5e - 3, 0.05]^T, \quad \boldsymbol{\xi}_{U\delta} = [0.5e - 3, 0.05]^T, \end{aligned}$$

are chosen which allows the computation of the quantities

$$\mathbf{k}_{L\theta} = \hat{\boldsymbol{\theta}}_{\min} + \boldsymbol{\xi}_{L\theta}, \mathbf{k}_{U\theta} = \hat{\boldsymbol{\theta}}_{\max} - \boldsymbol{\xi}_{U\theta}, \mathbf{k}_{L\delta} = \hat{\boldsymbol{\delta}}_{\min} + \boldsymbol{\xi}_{L\delta}, \mathbf{k}_{U\delta} = \hat{\boldsymbol{\delta}}_{\max} - \boldsymbol{\xi}_{U\delta},$$

and the vector functions

$$\mathbf{P}_{L\theta}(\hat{\boldsymbol{\theta}}) = -\hat{\boldsymbol{\theta}} + \mathbf{k}_{L\theta}, \mathbf{P}_{U\theta}(\hat{\boldsymbol{\theta}}) = \hat{\boldsymbol{\theta}} - \mathbf{k}_{U\theta}, \mathbf{P}_{L\delta}(\hat{\boldsymbol{\delta}}) = -\hat{\boldsymbol{\delta}} + \mathbf{k}_{L\delta}, \mathbf{P}_{U\delta}(\hat{\boldsymbol{\delta}}) = \hat{\boldsymbol{\delta}} - \mathbf{k}_{U\delta}.$$

In this way, the canonical constraints system $\mathbf{P}(\hat{\boldsymbol{\eta}}) \leq \boldsymbol{\xi}$ is obtained with

$$\mathbf{P}(\hat{\boldsymbol{\eta}}) = [\mathbf{P}_1, \mathbf{P}_2, \dots, \mathbf{P}_s]^T = [\mathbf{P}_2^T, \mathbf{P}_3^T]^T, \boldsymbol{\xi} = [\xi_1, \xi_2, \dots, \xi_s]^T = [\xi_2^T, \xi_3^T]^T, s = 14, \quad (16a)$$

$$\mathbf{P}_2(\hat{\boldsymbol{\theta}}) = [\mathbf{P}_{L\theta}^T, \mathbf{P}_{U\theta}^T]^T, \mathbf{P}_3(\hat{\boldsymbol{\delta}}) = [\mathbf{P}_{L\delta}^T, \mathbf{P}_{U\delta}^T]^T, \xi_2 = [\xi_{L\theta}^T, \xi_{U\theta}^T]^T, \xi_3 = [\xi_{L\delta}^T, \xi_{U\delta}^T]^T \quad (16b).$$

4. SIMULATION AND SYSTEM TIME RESPONSES

The simulation is performed with an induction motor NORD SK90SH/4 TF IG4 with nominal parameters $J_d = 3.4e-3 \text{ kgm}^2$, $R_s = 5.1 \text{ } \Omega$, $R_r = 2.9 \text{ } \Omega$, $L_s = 0.485 \text{ H}$, $L_r = 0.291 \text{ H}$, $L_m = 0.356 \text{ H}$, $n_p = 2$, $b_f = 2.13e-3 \text{ Nms/rad}$, $T_L = 7.0 \text{ Nm}$, and nominal catalogue data $P_N = 1.1 \text{ kW}$, $n_N = 1435 \text{ rpm}$, $T_N = 7.32 \text{ Nm}$, $I_N = 2.42 \text{ A}$, rms, $U_N = 400 \text{ V}$, line-to-line, rms, $f_N = 50 \text{ Hz}$, $\psi_{r_N} = 0.886 \text{ Wb.Turn}$, where ψ_{r_N} is the nominal rotor flux modulus. The motor windings are star connected. The adaptive control system includes the modified adaptive control law (13) with the dynamics (14), where $\varepsilon_0 = 0.1 \text{sign}(x_{3d})$, $\lambda_\varepsilon = -100$. The reference trajectories x_{1r} , x_{3r} and their derivatives $\dot{x}_{1r}$, $\dot{x}_{3r}$ are generated by two second order linear reference models with repeated poles $\lambda_\omega = -7$, $\lambda_\psi = -30$, respectively, while $x_{2r} = x_{2d} = \text{const}$, where x_{2d} is the set-point for the rotor flux ψ_{rq} . The reference models provide a reference trajectory with an overdamped character of the response and are driven by the rotor angular speed set-point x_{1d} , and the rotor flux-linkage ψ_{rd} set-point x_{3d} . The matrix $\mathbf{C}$ is initialized with $c_1 = 50$, $c_2 = c_3 = 100$. The PI current controllers are with parameters $k_{pd} = k_{pq} = 20$, $T_{id} = T_{iq} = 0.1e-3$. The modified and described in theorem 2 in the first part of the paper adaptive estimation process uses the following initialization

$$\mathbf{K}_x = \mathbf{I}_{3 \times 3}, \mathbf{A}_x = -10\mathbf{I}_{3 \times 3}, \mathbf{R}_\varphi = \mathbf{I}_{3 \times 3}, \mathbf{F}_x = 5\mathbf{I}_{3 \times 3}, \mathbf{R}_q = 5\mathbf{I}_{5 \times 5}, \mathbf{A}_r = -10\mathbf{I}_{5 \times 5}, \mathbf{F}_\psi = 5\mathbf{I}_{5 \times 5},$$

$$\mathbf{Q}_r = 2.65\mathbf{I}_{5 \times 5}, \gamma_{\theta_1} = \gamma_{\theta_3} = \gamma_{\theta_4} = \gamma_{\theta_5} = 0.2, \gamma_{\theta_2} = 0.02, \gamma_{\delta_1} = 0.1e-4, \gamma_{\delta_2} = 2.5,$$

and the definitions (4), (12), (16). The partials for the projection operator are

$$\nabla_{\hat{\boldsymbol{\eta}}} \mathbf{P}_1 = -\mathbf{e}_1, \nabla_{\hat{\boldsymbol{\eta}}} \mathbf{P}_2 = -\mathbf{e}_2, \nabla_{\hat{\boldsymbol{\eta}}} \mathbf{P}_3 = -\mathbf{e}_3, \nabla_{\hat{\boldsymbol{\eta}}} \mathbf{P}_4 = -\mathbf{e}_4, \nabla_{\hat{\boldsymbol{\eta}}} \mathbf{P}_5 = -\mathbf{e}_5, \nabla_{\hat{\boldsymbol{\eta}}} \mathbf{P}_6 = \mathbf{e}_1, \nabla_{\hat{\boldsymbol{\eta}}} \mathbf{P}_7 = \mathbf{e}_2,$$

$$\nabla_{\hat{\boldsymbol{\eta}}} \mathbf{P}_8 = \mathbf{e}_3, \nabla_{\hat{\boldsymbol{\eta}}} \mathbf{P}_9 = \mathbf{e}_4, \nabla_{\hat{\boldsymbol{\eta}}} \mathbf{P}_{10} = \mathbf{e}_5, \nabla_{\hat{\boldsymbol{\eta}}} \mathbf{P}_{11} = -\mathbf{e}_6, \nabla_{\hat{\boldsymbol{\eta}}} \mathbf{P}_{12} = -\mathbf{e}_7, \nabla_{\hat{\boldsymbol{\eta}}} \mathbf{P}_{13} = \mathbf{e}_6, \nabla_{\hat{\boldsymbol{\eta}}} \mathbf{P}_{14} = \mathbf{e}_7,$$

where $\mathbf{e}_j \in \mathbb{R}^7$ is the j -th coordinate vector. The induction motor nominal operating mode is simulated with the set-points $x_{1d} = 1435\pi/30 \text{ [rad/s]}$, $x_{2d} = 0$, $x_{3d} = 0.886$, $T_L = 7.0$. The simulation uses the dynamic model (1) and the initial conditions

$$\mathbf{x}_0 = \mathbf{0}_{3 \times 1}, \hat{\mathbf{x}}_0 = \mathbf{x}_0, i_{sd}(0) = 0, i_{sq}(0) = 0, x_6(0) = 0, x_7(0) = 0,$$

$$\hat{\boldsymbol{\theta}}(0) = [1010, 0.3, 210, 2.0, 0.5]^T, \hat{\boldsymbol{\delta}}(0) = [1e-3, 0.1]^T.$$

The simulation results are shown on figures 1-7. The figures confirm the effectiveness of the adaptive control system. The system achieves adaptive tracking control of the rotor mechanical speed and the rotor d-component flux-linkage, and adaptive stabilization control of the rotor q-component flux-linkage. This behavior is depicted on

figures 1 and 2. In this way, we attain adaptive direct vector control of the induction motor with orientation of the dq frame with the rotor flux vector. The rotor angular velocity converges to the nominal speed of 1435 rpm with overdamped specification of the response, imposed by the reference trajectory x_{lr} . Figure 5 illustrates the tracking error $\mathbf{z}(t)$ and the parameter estimates responses. All estimates converge to their true values in one transient response. Exact parameter estimation is achieved without the need for persistent excitation of the system dynamics, neither the use of sufficiently rich reference trajectories. Note that all the parameter estimates transients remain bounded between their defined upper and lower bounds. This functionality is provided by the parameter projection algorithm. The exact estimation of the parameters $\boldsymbol{\theta}$ is a consequence of the fact that the objective system (3) is parametrically identifiable, according to definition 1, stated in the first part of the paper. This is shown on figure 6 which depicts the gramian matrix $\boldsymbol{\Theta}(t)$ rank time response. The full steady-state rank of $\boldsymbol{\Theta}(t)$ indicates that there exists a finite time interval $[t_0, t_1]$, $t_0 = 0$, $t_1 < \infty$, after which $\boldsymbol{\Theta}(t) > 0$, implying that the objective system (3) is parametrically identifiable by definition 1. The exact estimation of the parameters $\boldsymbol{\delta}$ is a consequence of the steady-state. Indeed, in steady-state we have

$$\boldsymbol{\varphi}(\mathbf{z}, \tilde{\boldsymbol{\theta}}, \tilde{\boldsymbol{\delta}}, t) \Big|_{\mathbf{z}=0, \tilde{\boldsymbol{\theta}}=0} = \mathbf{B}\mathbf{A}(\mathbf{z}, \tilde{\boldsymbol{\theta}}, t) \mathbf{T}_u^T \tilde{\boldsymbol{\delta}} \Big|_{\mathbf{z}=0, \tilde{\boldsymbol{\theta}}=0} = \begin{bmatrix} (\theta_1 + x_{ld}\theta_2)\theta_3 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & x_{3d}\theta_4\theta_5 \end{bmatrix} \tilde{\boldsymbol{\delta}} = \boldsymbol{\Sigma} \tilde{\boldsymbol{\delta}}.$$

Since $\text{rank}\boldsymbol{\Sigma} = d = 2$, according to theorem 2 we have $\lim_{t \rightarrow \infty} \tilde{\boldsymbol{\delta}}(t) = \mathbf{0}$. The fulfillment of the parametric identifiability condition implies that $\mathbf{Q}(t)$ must converge to the reference matrix $\mathbf{Q}_r$ in finite time, not greater than $t_q = t_1 + 5T_q$, $T_q = 1/(2d_0)$. This is shown on figure 7 through the function $V_e = \text{tr}\{\mathbf{E}^T \mathbf{E}\} / 2$ transient response, where

$$V_{\text{ebound}} = \begin{cases} V_e(t), & \forall t < t_1 \\ V_e(t_1)e^{-2d_0(t-t_1)}, & \forall t \geq t_1 \end{cases}$$

with t_1 as the time instant when $d_0 = \lambda_{\min}\{\mathbf{D}(t)\} = 2$. In the simulation the time instant t_1 is computed as $t_1 = 0.857$ seconds. Figure 7 shows that after t_1 the function $V_e(t)$ converges to zero faster than the exponential function V_{ebound} , which in turn implies that the matrix error $\mathbf{E}(t) = \mathbf{Q}_r - \mathbf{Q}$ converges to the zero matrix in finite time, not greater than $t_q \approx 2.1$ seconds. Figures 3, 4 depict the transient responses of the induction motor currents and voltages in dq and original coordinates. The figures show that the motor operates in nominal mode, according to the catalogue data. The steady-state frequency of the three-phase abc currents and voltages is $f_N = 50$ Hz. The rms phase voltage is 230 V while the rms phase current is 2.42 A. Figure 3 shows the performance of the dq coordinates PI current controllers. These controllers generate the voltages u_{sd} and u_{sq} , and force the currents i_{sd} , i_{sq} to track the reference trajectories u_3 and u_1 , respectively. The motor torque T_e on figure 1 converges to the nominal catalogue value of $T_N = 7.32$ Nm.

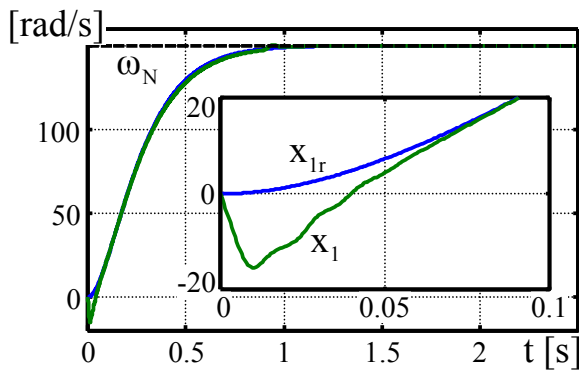


Fig.1: Motor speed and torque

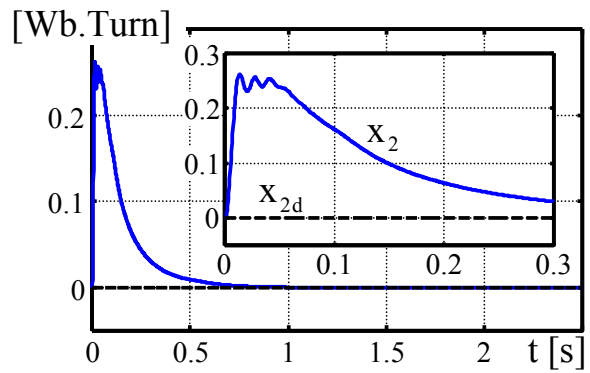
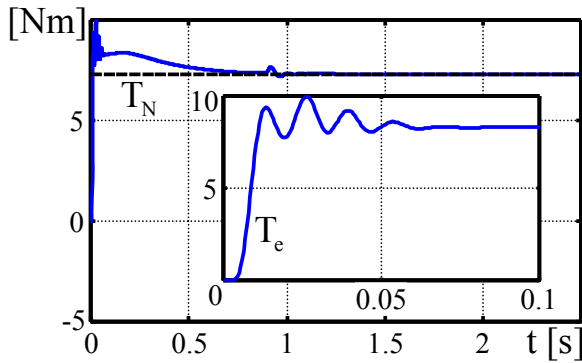


Fig.2: Rotor dq flux-linkages

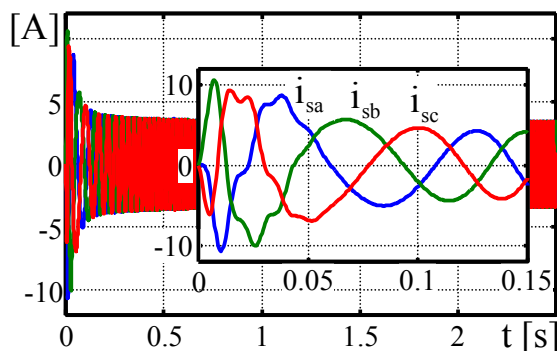
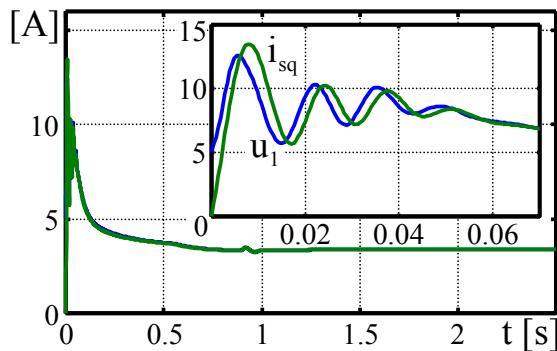
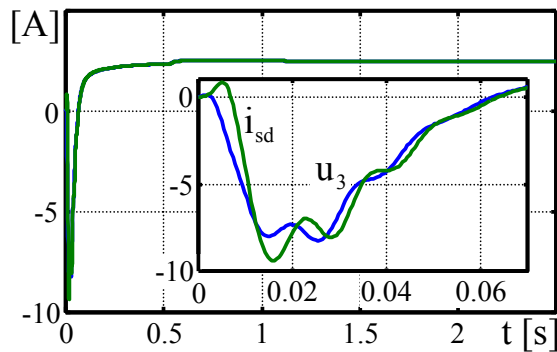
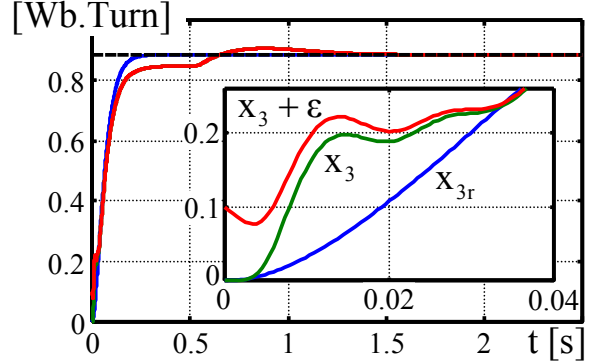


Fig.3: Motor dq and abc currents

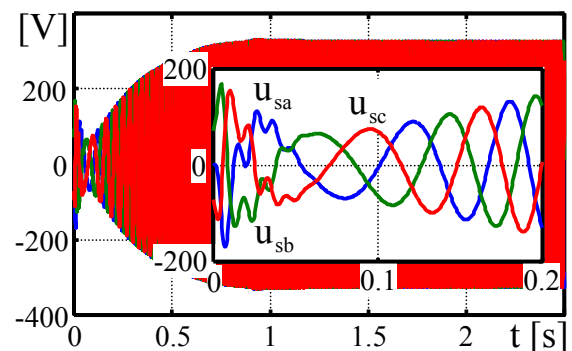
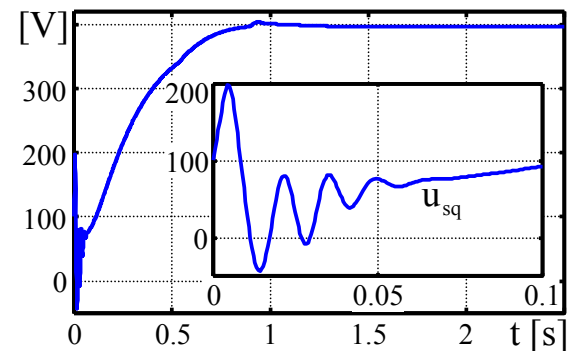
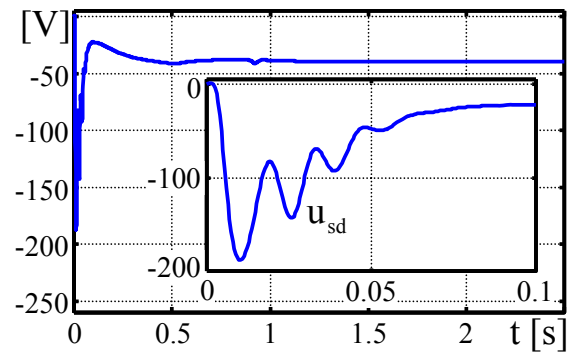


Fig.4: Motor dq and abc voltages

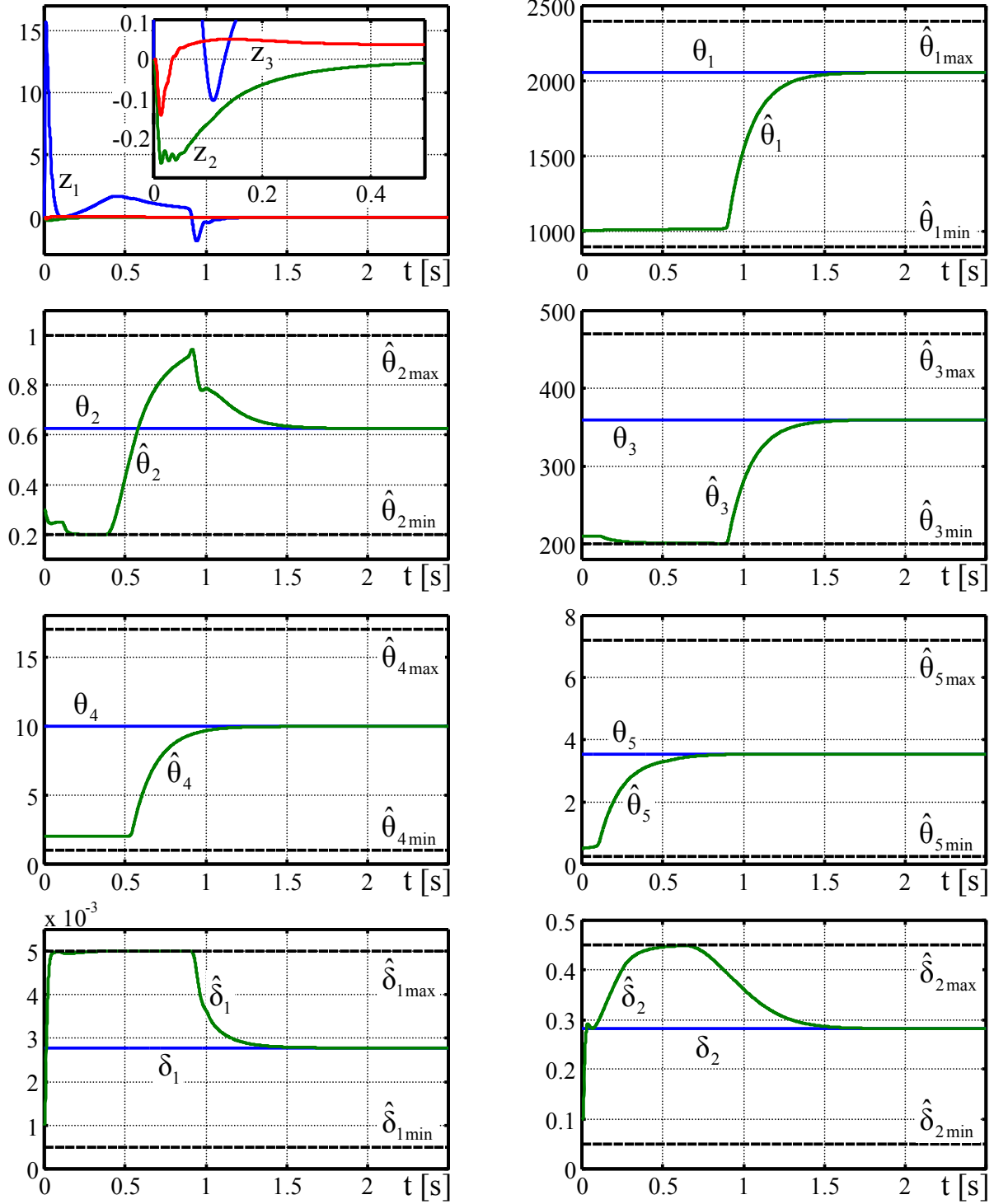


Fig.5: Tracking error $z(t)$ and parameter estimates responses

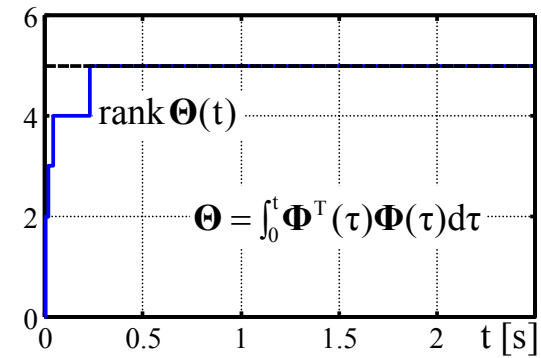


Fig.6: Parametric identifiability test

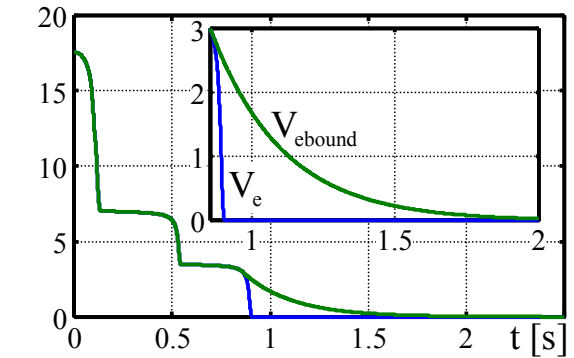


Fig.7: Function $V_e = 2^{-1} \text{tr}\{\mathbf{E}^T \mathbf{E}\}$ response

5. CONCLUSIONS

The paper has presented an application of the new generalized systematic adaptive control design approach for nonlinear systems meeting the strict-matching condition introduced in part 1 of this paper [5]. A nonlinear adaptive tracking vector control system is designed for a three-phase induction motor. The system is based on the current-fed dq induction motor model. The closed-loop system achieves adaptive tracking control of the reference motor angular speed and adaptive orientation of the dq reference frame d-axis with the rotor flux vector. The adaptive system is asymptotically stable with respect to both the tracking and parameter estimation errors. The parameter estimates converge to their true values without persistent excitation of the motor dynamics. The exact estimation is a consequence of the fact that the objective system is parametrically identifiable. The estimates remain bounded in the predefined technological ranges which is provided by the generalized hierarchical parameter projection algorithm. The physical realization requires the measurement of the rotor mechanical speed, the stator currents, and the airgap flux linkages in $\alpha\beta$ coordinates. The PI current controllers used force the induction motor dq currents to track the reference current trajectories generated by the adaptive control. The induction motor NORD SK90SH/4 TF IG4 operates in its nominal mode. The simulation experiments confirm the advantages of the new adaptive control design approach proposed.

ACKNOWLEDGEMENT

The support of Research Fund Project No. 132PD0013-19 from NIS in Technical University Sofia for this research work is gratefully acknowledged.

REFERENCES

- [1] Arab Markadeh G., Soltani J. (2006), *Sliding-Mode Control for Speed Sensorless Induction Machine Drive Using an Adaptive Nonlinear Rotor Flux Observer*, Compel, Vol. 25, No. 4, 2006, pp. 940-963
- [2] Marino R., Tomei P., Verrelli C. (2010), *Induction Motor Control Design*, Springer-Verlag London Limited, 2010
- [3] Miao C.-Y., Huang P., Huang L., Li X.-G. (2011), *Nonlinear Adaptive Control of Induction Motor with Parameters Variation*, Energy Procedia, Vol. 13, 2011, pp. 7288-7294
- [4] Mishkov R., Darmonski S. (2012), *Advanced Control Nonlinear State Space Models of Induction Motors*, International Conference Automatics and Informatics, 2012, pp. 74-77
- [5] Mishkov R., Darmonski S. (2014), *Nonlinear Adaptive Control With Asymptotic Parameter Estimation – Part 1: Design Approach*, (To appear in the Proceedings of Technical University of Sofia)
- [6] Yazdanpanah R., Soltani J., Arab Markadeh G. (2008), *Nonlinear Torque and Stator Flux Controller for Induction Motor Drive based on Adaptive Input–Output Feedback Linearization and Sliding Mode Control*, Energy Conversion and Management, Vol. 49, No. 4, 2008, pp. 541-550

Authors: Rumen Mishkov, assoc. prof., PhD, Stanislav Darmonski, assist., PhD student, Control Systems Department, Technical University Sofia, Branch Plovdiv, E-mail address: r.mishkov@gmail.com, s.darmonski@gmail.com

Received 14 April 2014

Reviewer: Prof. PhD Michail Petrov

СИНТЕЗ И РЕАЛИЗАЦИЯ НА КАСКАДЕН ЛИНЕЙНО КВАДРАТИЧЕН РЕГУЛАТОР ЗА УПРАВЛЕНИЕ НА ДВУКОЛЕСЕН РОБОТ

Йордан Кралеv, Цоньо Славов, Петко Петков

Резюме: В работата са представени разработения от авторите двуколесен робот и синтезираните каскаден линейно-квадратичен регулатор, филтри на Калман, ПИД регулатор, ПИ филтър на Калман и ПИ регулатор. Каскадният линейно квадратичен регулатор стабилизира робота в горно равновесно положение, а ПИД регулаторът осигурява следене на заданието при движение напред-назад. ПИ регулаторът осигурява следене на заданието при движение на робота около вертикалната ос. В средата на MATLAB/Simulink е разработен специализиран софтуер за генериране на код за вграждане на синтезираните регулатори и филтри в цифров сигнален процесор TMS320F28335. Дадени са експериментални и симулационни резултати за движението на робота в равнината, които демонстрират качеството на вградената система за управление. Близостта между симулационните и експерименталните резултати показва ефективността на разработената система за управление.

Ключови думи: Двуколесен робот, LQR-управление, Embedded система

DESIGN AND IMPLEMENTATION OF CASCADE LQR CONTROLLER FOR TWO-WHEELED ROBOT CONTROL

Jordan Kralev, Tsonyo Slavov, Petko Petkov

Abstract: In this paper the developed two-wheeled robot and cascade LQR controllers, Kalman filters, PI controller and PID controller are presented. The cascade LQR controller stabilizes two wheeled robot in upright position. The PID controller ensures good tracking of wheel position reference. The PI controller controls two wheeled robot rotation around the vertical axis. A software in MATLAB®/Simulink environment for generation of code which is embedded in a Texas Instruments Digital Signal Controller is developed. Simulation and experimental results of system performance are given that confirm the efficiency of the control system developed.

Keywords: Two-wheeled robot control, LQR control, Embedded system

1. УВОД

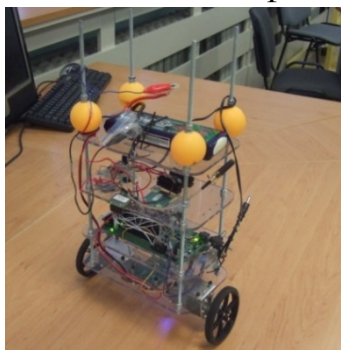
Двуколесните роботи имат редица приложения, които ги правят интересни от теоретична и приложна гледна точка [1]. Най-популярният търговски продукт, представляващ двуколесен робот, е средството за персонално придвижване Сегуей (Segway®), произвеждано от Segway Inc., САЩ [2], което напоследък при-

добива популярност и у нас. Някои от неговите модели имат максимална скорост 20 km/h и могат да пропътуват до 38 km с единствено зареждане на батерията. Приложение в обучението намира и двуколесният робот, построен въз основа на развойния кит LEGO® Mindstorms NXT [3]. Двуколесните роботи притежават динамика, която е подобна на динамиката на обвърнатото махало и поради това е необходимо да бъдат стабилизирани принудително около вертикалното положение с помощта на система за управление. За целта обикновено се използват линейно-квадратични или ПИД-законали за управление, с които се постига вертикална стабилизация на робота и преместване в желана точка на хоризонталната равнина [4].

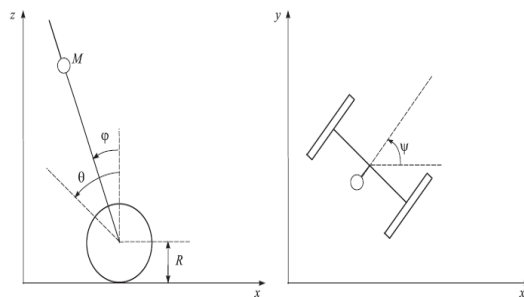
В настоящата работа са представени теоретични и експериментални резултати, свързани със създаването на система за управление на двуколесен робот, в която се използва каскаден линейно-квадратичен регулатор със съответните филтри на Калман. Причината за използване на такъв регулатор за вертикална стабилизация е, че той се настройва по-лесно от регулаторите от централизиран тип. По отношение на завъртането около вертикалната равнина се използва ПИ-регулатор, съчетан с филтър на Калман, с което се осигурява достатъчна точност на следенето. Поради отсъствието на аналитичен модел при синтеза на системата за управление се използва модел, построен от авторите с подходящи процедури за идентификация. Приведени са експериментални резултати, потвърждаващи ефективността на избраните инженерни решения.

2. ДВУКОЛЕСЕН МОБИЛЕН РОБОТ

Снимка и кинематична схема на разработения от авторите двуколесен мобилен робот са показани на фиг.1 и фиг.2.



Фиг.1. Двуколесен мобилен робот



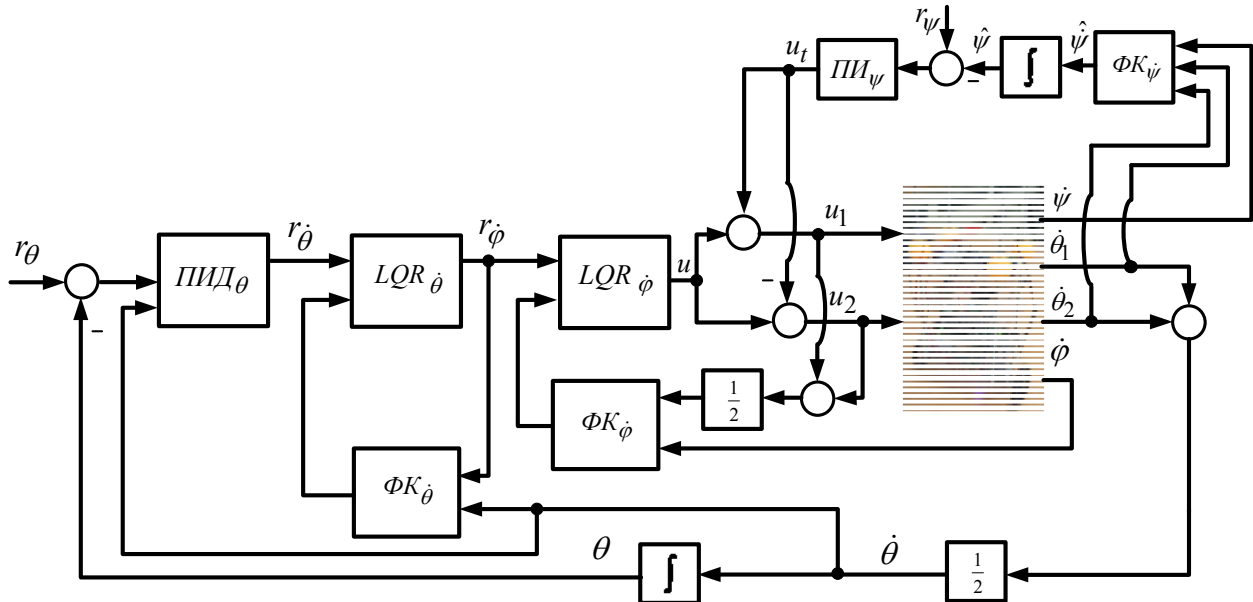
Фиг.2. Кинематична схема на двуколесния робот

Механичната конструкция се състои от закрепени чрез шпилки четири плексигласови платформи. На най-долната платформа са монтирани два постоянно-токови серво двигатели с куплирани за ротора редуктор, колело и електромагнитен енкодер. На втората платформа от долу на горе е монтирана развойна платка *Spectrum Digital eZdsp™ F28335* с вграден цифров сигнален контролер *Texas Instruments TMS320F28335*, в който се вгражда алгоритъма за управление на движението на робота в равнината. На третата платформа е поставен инерциален сензор *ADIS16350*, с който се измерва ъгловата скорост на наклона на робота $\dot{\phi}$ и ъгловата скорост на въртене на робота около вертикалната ос $\dot{\psi}$. На най-

горната платформа е монтирана 5 клетъчна литиево полимерна батерия. Управляващите сигнали u_1 и u_2 са заданията към двата сервомотора, а в реално време се измерват ъгловите скорости на двете колела $\dot{\theta}_1$ и $\dot{\theta}_2$ и скоростите $\dot{\phi}$ и $\dot{\psi}$.

3. КАСКАДЕН ЛИНЕЙНО КВАДРАТИЧНО УПРАВЛЕНИЕ НА ДВУКО- ЛЕСЕН РОБОТ ПРИ НЕПЪЛНА ИНФОРМАЦИЯ

Структурната схема на системата за управление на двуколесния робот е



Фиг.3. Структурна схема на системата за управление

показана на фиг.3. По отношение на стабилизацията в горно равновесно състояние и на движението напред-назад роботът се описва с получените чрез средствата на идентификацията ARMAX и BJ модели. ARMAX моделът със структурни параметри $na = 7, nb = 7, nc = 7, nk = 3$ дава връзката между управляващия сигнал u и скоростта $\dot{\phi}$, докато BJ моделът със структурни параметри $nb = 3, nf = 7, nc = 3, nd = 3, nk = 1$ дава връзката между скоростите $\dot{\phi}$ и $\dot{\theta} = (\dot{\theta}_1 + \dot{\theta}_2) / 2$. Тези модели се трансформират в модели с входна мултипликативна неопределеност, които ще бъдат използвани при анализа в честотната област. При синтеза на каскадния линейно-квадратичен регулатор ARMAX и BJ моделите за номиналните стойности на параметрите се трансформират в описание в пространство на състоянието

$$\begin{cases} x_{\dot{\phi}}(k+1) = A_{\dot{\phi}}x_{\dot{\phi}}(k) + B_{\dot{\phi}}u(k) + J_{\dot{\phi}}v_{\dot{\phi}}(k) \\ \dot{\phi}(k) = C_{\dot{\phi}}x_{\dot{\phi}}(k) + H_{\dot{\phi}}v_{\dot{\phi}}(k) \end{cases}, \quad (1)$$

$$\begin{cases} x_{\dot{\theta}}(k+1) = A_{\dot{\theta}}x_{\dot{\theta}}(k) + B_{\dot{\theta}}\dot{\phi}(k) + J_{\dot{\theta}}v_{\dot{\theta}}(k) \\ \dot{\theta}(k) = C_{\dot{\theta}}x_{\dot{\theta}}(k) + H_{\dot{\theta}}v_{\dot{\theta}}(k) \end{cases}, \quad (2)$$

където $x_{\dot{\varphi}}(k) = [x_{\dot{\varphi}1}(k) \ x_{\dot{\varphi}2}(k) \ \dots \ x_{\dot{\varphi}9}(k)]^T$, $x_{\dot{\theta}}(k) = [x_{\dot{\theta}1}(k) \ \dots \ x_{\dot{\theta}6}(k)]^T$ са вектори на състоянието, $v_{\dot{\varphi}}(k)$ и $v_{\dot{\theta}}(k)$ са дискретни бели гаусови шумове с дис-

персии $Dv_{\dot{\phi}} = Dv_{\dot{\theta}} = 1$, $A_{\dot{\phi}}, B_{\dot{\phi}}, C_{\dot{\phi}}, H_{\dot{\phi}}, A_{\dot{\theta}}, B_{\dot{\theta}}, C_{\dot{\theta}}, H_{\dot{\theta}}$ са матрици със съответните размерности, съдържащи параметрите на моделите.

Синтез на астатичен линейно-квадратичен регулатор за $\dot{\phi}$ ($LQR_{\dot{\phi}}$). Регулаторът $LQR_{\dot{\phi}}$ от схемата на фиг. 3 при пълна информация се описва с

$$u(k) = -K_{\dot{\phi}}x_{\dot{\phi}}(k) + K_{\dot{\phi}_i}x_{\dot{\phi}_i}(k), x_{\dot{\phi}_i}(k+1) = x_{\dot{\phi}_i}(k) + T_0(r_{\dot{\phi}}(k) - \dot{\phi}(k)), \quad (3)$$

където $K_{\dot{\phi}}$ и $K_{\dot{\phi}_i}$ са матрици с параметрите на регулатора, $r_{\dot{\phi}}(k)$ е заданието за $\dot{\phi}(k)$ и $T_0 = 0.005s$ е тактът на дискретизация. Въвежда се разширен вектор на състоянието

$$\bar{x}_{\dot{\phi}}(k) = [x_{\dot{\phi}_i}(k) \quad x_{\dot{\phi}}(k)]^T. \quad (4)$$

От уравнения (1), (3) и (4) за описанието на системата за управление по отношение на $\dot{\phi}$ се получава

$$\begin{aligned} \bar{x}_{\dot{\phi}}(k+1) &= \bar{A}_{\dot{\phi}}\bar{x}_{\dot{\phi}}(k) + \bar{B}_{\dot{\phi}}u(k) + \bar{G}_{\dot{\phi}}r_{\dot{\phi}}(k) + \bar{J}_{\dot{\phi}}v_{\dot{\phi}}(k), u(k) = -\bar{K}_{\dot{\phi}}\bar{x}_{\dot{\phi}}, \\ \dot{\phi}(k) &= \bar{C}_{\dot{\phi}}\bar{x}_{\dot{\phi}}(k) + H_{\dot{\phi}}v_{\dot{\phi}}(k), \end{aligned} \quad (5)$$

$$\bar{A}_{\dot{\phi}} = \begin{bmatrix} 1 & -T_0C_{\dot{\phi}} \\ 0_{9 \times 1} & A_{\dot{\phi}} \end{bmatrix}, \bar{B}_{\dot{\phi}} = \begin{bmatrix} 0 \\ B_{\dot{\phi}} \end{bmatrix}, \bar{J}_{\dot{\phi}} = \begin{bmatrix} -T_0H_{\dot{\phi}} \\ J_{\dot{\phi}} \end{bmatrix}, \bar{G}_{\dot{\phi}} = \begin{bmatrix} T_0r_{\dot{\phi}} \\ 0_{9 \times 1} \end{bmatrix}, \bar{C}_{\dot{\phi}} = \begin{bmatrix} 0 & C_{\dot{\phi}} \end{bmatrix}, \bar{K}_{\dot{\phi}} = \begin{bmatrix} -K_{\dot{\phi}_i} & K_{\dot{\phi}} \end{bmatrix}$$

За синтеза на регулатора се използва квадратичен критерий

$$J_{\dot{\phi}} = \sum_{k=1}^{\infty} \bar{x}_{\dot{\phi}}^T(k)Q_{\dot{\phi}}\bar{x}_{\dot{\phi}}(k) + u^T(k)R_{\dot{\phi}}u(k), Q_{\dot{\phi}} = \begin{bmatrix} 4000 & 0 \\ 0 & 2C_{\dot{\phi}}^TC_{\dot{\phi}} \end{bmatrix}, R_{\dot{\phi}} = 3. \quad (6)$$

Матрицата на регулатора $\bar{K}_{\dot{\phi}}$, която минимизира (6) се определя от израза

$$\bar{K}_{\dot{\phi}} = (R_{\dot{\phi}} + \bar{B}_{\dot{\phi}}^TP_{\dot{\phi}}\bar{B}_{\dot{\phi}})\bar{B}_{\dot{\phi}}^TP_{\dot{\phi}}\bar{A}_{\dot{\phi}}, \quad (7)$$

където матрицата $P_{\dot{\phi}}$ е положително определеното решение на уравнението

$$\bar{A}_{\dot{\phi}}^TP_{\dot{\phi}}\bar{A}_{\dot{\phi}} - P_{\dot{\phi}} - \bar{A}_{\dot{\phi}}^TP_{\dot{\phi}}\bar{B}_{\dot{\phi}}(R_{\dot{\phi}} + \bar{B}_{\dot{\phi}}^TP_{\dot{\phi}}\bar{B}_{\dot{\phi}})^{-1}\bar{B}_{\dot{\phi}}^TP_{\dot{\phi}}\bar{A}_{\dot{\phi}} + Q_{\dot{\phi}} = 0. \quad (8)$$

Управлението $u(k)$ в системата от фиг.3 се определя от израза

$$u(k) = K_{\dot{\phi}_i}x_{\dot{\phi}_i}(k) - K_{\dot{\phi}}\hat{x}_{\dot{\phi}}(k), x_{\dot{\phi}_i}(k+1) = x_{\dot{\phi}_i}(k) + T_0(r_{\dot{\phi}}(k) - C_{\dot{\phi}}\hat{x}_{\dot{\phi}}(k)), \quad (9)$$

където $\hat{x}_{\dot{\phi}}(k)$ е оценка на вектора на състоянието $x_{\dot{\phi}}(k)$, която се получава с филтъра на Калман по отношение на $\dot{\phi}$ ($\Phi K_{\dot{\phi}}$)

$$\hat{x}_{\dot{\phi}}(k+1) = A_{\dot{\phi}}\hat{x}_{\dot{\phi}}(k) + B_{\dot{\phi}}u(k) + K_{\Phi K_{\dot{\phi}}}(\dot{\phi}(k+1) - C_{\dot{\phi}}B_{\dot{\phi}}u(k) - C_{\dot{\phi}}A_{\dot{\phi}}\hat{x}_{\dot{\phi}}(k)). \quad (10)$$

Коефициентът $K_{\Phi K_{\dot{\phi}}}$ на $\Phi K_{\dot{\phi}}$ се определя от израза

$$K_{\Phi K_{\dot{\phi}}} = DC_{\dot{\phi}}^T(C_{\dot{\phi}}DC_{\dot{\phi}}^T + 0.00001)^{-1}, D = F_{\dot{\phi}}D_eF_{\dot{\phi}}^T + J_{\dot{\phi}}D_{v_{\dot{\phi}}}J_{\dot{\phi}}^T, \quad (11)$$

където D_e е положително определеното решение на уравнението

$$D_e = D - DC_{\dot{\phi}}^T(C_{\dot{\phi}}DC_{\dot{\phi}}^T + 0.00001)^{-1}C_{\dot{\phi}}D. \quad (12)$$

От уравнения (1), (4), (9) и (10) за описание на системата за управление при непълна информация по отношение на $\dot{\phi}$ се получава

$$\begin{cases} \tilde{x}_{\dot{\phi}}(k+1) = \tilde{A}_{\dot{\phi}} \tilde{x}_{\dot{\phi}}(k) + \tilde{G}_{\dot{\phi}} r_{\dot{\phi}}(k) + \tilde{J}_{\dot{\phi}} v_{\dot{\phi}}(k), \\ \dot{\phi}(k) = \tilde{C}_{\dot{\phi}} \tilde{x}_{\dot{\phi}}(k) + H_{\dot{\phi}} v_{\dot{\phi}}(k), \end{cases}$$

$$\tilde{A}_{\dot{\phi}} = \begin{bmatrix} 1 & 0_{1 \times 9} & -T_0 C_{\dot{\phi}} \\ B_{\dot{\phi}} K_{\dot{\phi}_i} & A_{\dot{\phi}} & -B_{\dot{\phi}} K_{\dot{\phi}} \\ B_{\dot{\phi}} K_{\dot{\phi}_i} - K_{\phi_{\dot{\phi}}} C_{\dot{\phi}} B_{\dot{\phi}} K_{\dot{\phi}_i} & 0_{9 \times 9} & A_{\dot{\phi}} - K_{\phi_{\dot{\phi}}} C_{\dot{\phi}} A_{\dot{\phi}} - B_{\dot{\phi}} K_{\dot{\phi}} + K_{\phi_{\dot{\phi}}} C_{\dot{\phi}} B_{\dot{\phi}} K_{\dot{\phi}} \end{bmatrix}, \quad (13)$$

$$\tilde{G}_{\dot{\phi}} = \begin{bmatrix} T_0 \\ 0_{9 \times 1} \\ 0_{9 \times 1} \end{bmatrix}, \quad \tilde{J}_{\dot{\phi}} = \begin{bmatrix} 0 \\ J_{\dot{\phi}} \\ 0_{9 \times 1} \end{bmatrix}, \quad \tilde{C}_{\dot{\phi}} = \begin{bmatrix} 0 & C_{\dot{\phi}} & 0_{1 \times 9} \end{bmatrix}.$$

Синтез на астатичен линейно-квадратичен регулатор за $\dot{\theta}$ ($LQR_{\dot{\theta}}$) За опростяване на синтеза, системата (13) по отношение на измеримите сигнали се апроксимира със система от втори ред

$$\begin{cases} x_{\dot{\phi}_2}(k+1) = A_{\dot{\phi}_2} x_{\dot{\phi}_2}(k) + B_{\dot{\phi}_2} r_{\dot{\phi}}(k) \\ \dot{\phi}(k) = C_{\dot{\phi}_2} x_{\dot{\phi}_2}(k) \end{cases}. \quad (14)$$

Системата (14) се свързва последователно на модела (2), при което за обекта на управление по отношение на регулатора $LQR_{\dot{\theta}}$ се получава

$$\begin{cases} \bar{x}_{\dot{\theta}}(k+1) = \bar{A}_{\dot{\theta}} \bar{x}_{\dot{\theta}}(k) + \bar{B}_{\dot{\theta}} r_{\dot{\phi}}(k) + \bar{J}_{\dot{\theta}} v_{\dot{\theta}}(k) \\ \dot{\theta}(k) = \bar{C}_{\dot{\theta}} \bar{x}_{\dot{\theta}}(k) + H_{\dot{\theta}} v_{\dot{\theta}}(k) \end{cases}, \quad (15)$$

където

$$\bar{A}_{\dot{\theta}} = \begin{bmatrix} A_{\dot{\phi}_2} & 0_{2 \times 6} \\ B_{\dot{\theta}} C_{\dot{\phi}_2} & A_{\dot{\theta}} \end{bmatrix}, \quad \bar{B}_{\dot{\theta}} = \begin{bmatrix} B_{\dot{\phi}_2} \\ 0_{6 \times 1} \end{bmatrix}, \quad \bar{J}_{\dot{\theta}} = \begin{bmatrix} 0_{2 \times 1} \\ J_{\dot{\theta}} \end{bmatrix}, \quad \bar{C}_{\dot{\theta}} = \begin{bmatrix} 0_{1 \times 2} & C_{\dot{\theta}} \end{bmatrix}.$$

Управлението $r_{\dot{\phi}}(k)$ на регулатора $LQR_{\dot{\theta}}$ се определя от израза

$$r_{\dot{\phi}}(k) = K_{\dot{\theta}_i} \bar{x}_{\dot{\theta}_i}(k) - K_{\dot{\theta}} \hat{\bar{x}}_{\dot{\theta}}(k), \quad \bar{x}_{\dot{\theta}_i}(k+1) = \bar{x}_{\dot{\theta}_i}(k) + T_0(r_{\dot{\theta}}(k) - \bar{C}_{\dot{\theta}} \hat{\bar{x}}_{\dot{\theta}}(k)), \quad (16)$$

където $\hat{\bar{x}}_{\dot{\theta}}(k)$ е оценка на вектора на състоянието $\bar{x}_{\dot{\theta}}(k)$, която се получава от филтъра на Калман по отношение на $\dot{\theta}(\Phi K_{\dot{\theta}})$, $K_{\dot{\theta}_i}$ и $K_{\dot{\theta}}$ са параметрите на регулатора. Уравненията на $\Phi K_{\dot{\theta}}$ са аналогични на тези за $\Phi K_{\dot{\phi}}$ записани по отношение на модела (15). За описанието на системата за управление аналогично на (13) се получава

$$\begin{cases} \tilde{x}_{\dot{\theta}}(k+1) = \tilde{A}_{\dot{\theta}}\tilde{x}_{\dot{\theta}}(k) + \tilde{G}_{\dot{\theta}}r_{\dot{\theta}}(k) + \tilde{J}_{\dot{\theta}}v_{\dot{\theta}}(k), \\ \dot{\theta}(k) = \tilde{C}_{\dot{\theta}}\tilde{x}_{\dot{\theta}}(k) + H_{\dot{\theta}}v_{\dot{\theta}}(k), \end{cases}$$

$$\tilde{A}_{\dot{\theta}} = \begin{bmatrix} 1 & 0_{1 \times 8} & -T_0\bar{C}_{\dot{\theta}} \\ \bar{B}_{\dot{\theta}}K_{\dot{\theta}_i} & \bar{A}_{\dot{\theta}} & -\bar{B}_{\dot{\theta}}K_{\dot{\theta}} \\ \bar{B}_{\dot{\theta}}K_{\dot{\theta}_i} - K_{\phi_{\dot{\theta}}}\bar{C}_{\dot{\theta}}\bar{B}_{\dot{\theta}}K_{\dot{\theta}_i} & 0_{8 \times 8} & \bar{A}_{\dot{\theta}} - K_{\phi_{\dot{\theta}}}\bar{C}_{\dot{\theta}}\bar{A}_{\dot{\theta}} - \bar{B}_{\dot{\theta}}K_{\dot{\theta}} + K_{\phi_{\dot{\theta}}}\bar{C}_{\dot{\theta}}\bar{B}_{\dot{\theta}}K_{\dot{\theta}} \end{bmatrix}, \quad (17)$$

$$\tilde{G}_{\dot{\theta}} = \begin{bmatrix} T_0 \\ 0_{8 \times 1} \\ 0_{8 \times 1} \end{bmatrix}, \quad \tilde{J}_{\dot{\theta}} = \begin{bmatrix} 0 \\ \bar{J}_{\dot{\theta}} \\ 0_{8 \times 1} \end{bmatrix}, \quad \tilde{C}_{\dot{\theta}} = \begin{bmatrix} 0 & C_{\dot{\theta}} & 0_{1 \times 8} \end{bmatrix}, \quad \tilde{x}_{\dot{\theta}}(k) = \begin{bmatrix} \bar{x}_{\dot{\theta}_i}(k) \\ \bar{x}_{\dot{\theta}}(k) \\ \hat{\bar{x}}_{\dot{\theta}}(k) \end{bmatrix}$$

където $K_{\phi_{\dot{\theta}}}$ е коефициентът на $\Phi K_{\dot{\theta}}$. При синтеза на регулатора $LQR_{\dot{\theta}}$ се използва квадратичния критерий

$$J_{\dot{\theta}} = \sum_{k=1}^{\infty} \begin{bmatrix} \bar{x}_{\dot{\theta}_i}(k) & \bar{x}_{\dot{\theta}}(k) \end{bmatrix} Q_{\dot{\theta}} \begin{bmatrix} \bar{x}_{\dot{\theta}_i}(k) & \bar{x}_{\dot{\theta}}(k) \end{bmatrix}^T + r_{\dot{\theta}}^T(k) R_{\dot{\theta}} r_{\dot{\theta}}(k), \quad (18)$$

$$Q_{\dot{\theta}} = \begin{bmatrix} 30 & 0 \\ 0 & 10\bar{C}_{\dot{\theta}}^T \bar{C}_{\dot{\theta}} \end{bmatrix}, \quad R_{\dot{\theta}} = 30$$

Параметрите на регулатора се определят съгласно уравнения (7) и (8) записани по отношение на

$$\bar{A}_{\dot{\theta}} = \begin{bmatrix} 1 & -T_0\bar{C}_{\dot{\theta}} \\ 0_{8 \times 1} & \bar{A}_{\dot{\theta}} \end{bmatrix}, \quad \bar{B}_{\dot{\theta}} = \begin{bmatrix} 0 \\ \bar{B}_{\dot{\theta}} \end{bmatrix}, \quad \bar{J}_{\dot{\theta}} = \begin{bmatrix} -T_0H_{\dot{\theta}} \\ \bar{J}_{\dot{\theta}} \end{bmatrix}, \quad \bar{G}_{\dot{\theta}} = \begin{bmatrix} T_0r_{\dot{\theta}} \\ 0_{8 \times 1} \end{bmatrix}, \quad \bar{C}_{\dot{\theta}} = \begin{bmatrix} 0 & \bar{C}_{\dot{\theta}} \end{bmatrix}, \quad \bar{K}_{\dot{\theta}} = \begin{bmatrix} -K_{\dot{\theta}_i} & K_{\dot{\theta}} \end{bmatrix}$$

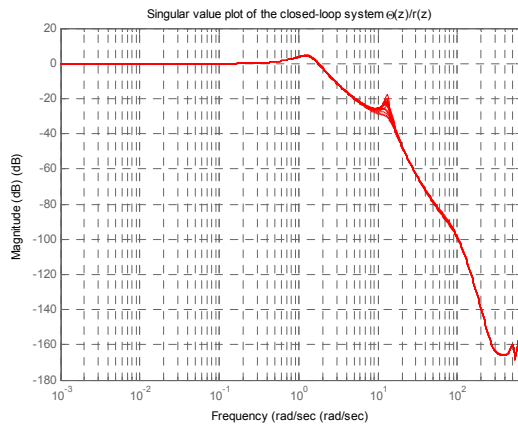
Синтез на цифров ПИД регулатор за управление по θ (ПИД $_{\theta}$). След като роботът е стабилизирал в горно равновесно състояние с регулаторите $LQR_{\dot{\varphi}}$ и $LQR_{\dot{\theta}}$, се настройват параметрите на регулатора $ПИД_{\theta}$ за управление на ъгъла на завъртане на колелата θ . Управлението $r_{\dot{\theta}}$ се определя от

$$r_{\dot{\theta}}(k) = K_{\theta_n}(r_{\theta}(k) - \theta(k)) + K_{\theta_i}I_{\theta}(k) - K_{\theta_d}\dot{\theta}(k), \quad I_{\theta}(k+1) = I_{\theta}(k) + T_0(r_{\theta}(k) - \theta(k)),$$

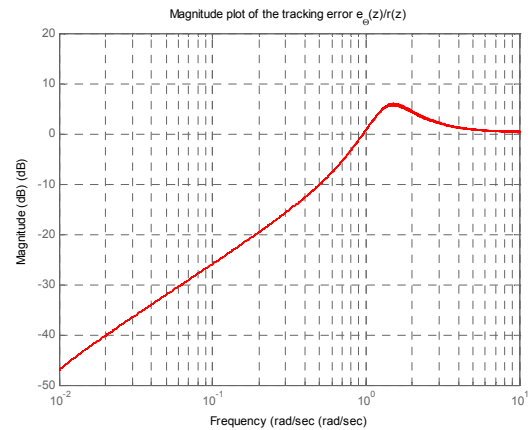
където $r_{\theta}(k)$ е заданието за ъгъла θ , K_{θ_n} , K_{θ_i} и K_{θ_d} са коефициенти на пропорционалност, интегриране и диференциране. На базата на изискванията към честотните характеристики на системата за управление на движението напред-назад на двуколесния робот и към честотните характеристики на регулатора $ПИД_{\theta}$, са избрани $K_{\theta_n} = 1.5$, $K_{\theta_i} = 0.05$ и $K_{\theta_d} = 0.07$.

Анализ на системата за управление на движението напред-назад в честотната област. На базата на получените модели с входна мултипликативна неопределеност и на синтезираните регулатори е извършен анализ на затворената система за управление в честотната област. На фиг.4-7 са показани сингулярните стойности на системата за управление, функцията на изходната чувст-

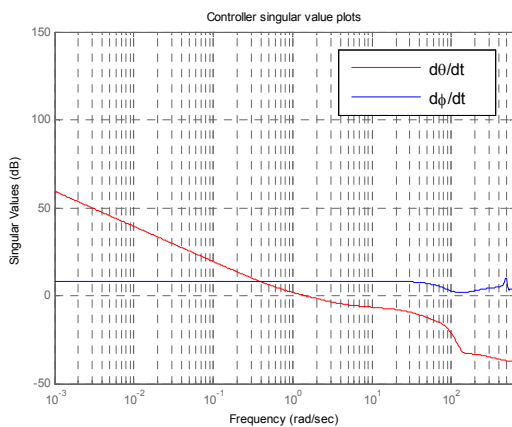
вителност, сингулярните стойности на регулатора и структурираната сингулярна стойност за анализ на робастната устойчивост.



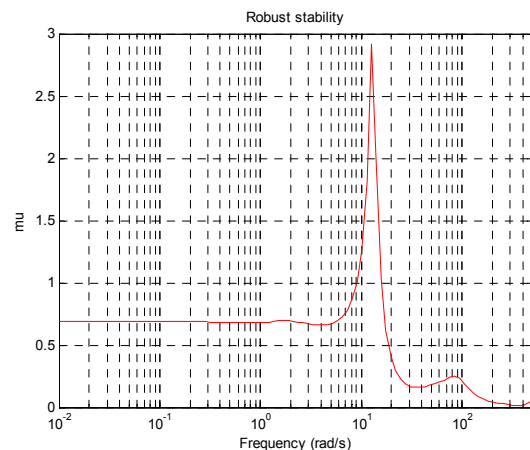
Фиг.4. Сингулярни стойности на затворената система



Фиг.5. Функция на изходната чувствителност



Фиг.6. Сингулярни стойности на затворената система



Фиг.7. Робастна устойчивост

Вижда се, че системата за управление ще отработва без статична грешка задания за положението на колелата с честота до 1 rad/s и нискочестотните изходни смущения ще се потискат в достатъчна степен. Анализът на робастната устойчивост показва, че в нискочестотния диапазон има достатъчен запас по устойчивост (могат да се допуснат около два пъти по-големи неопределености), докато за честотния диапазон $0.9 \div 19 \text{ rad/s}$ съществуват допустими неопределености, които могат да направят системата неустойчива.

4. ЦИФРОВ ПИ РЕГУЛАТОР ЗА УПРАВЛЕНИЕ НА ДВИЖЕНИЕТО НА ДВУКОЛЕСЕН РОБОТ ОКОЛО ВЕРТИКАЛНАТА ОС

По отношение на движението около вертикалната ос роботът се описва с получените чрез средствата на идентификацията предавателни функции

$$\begin{aligned} W_{\dot{\theta}_1 u_1} &= \frac{8.5867}{0.1328p+1}, W_{\dot{\theta}_2 u_2} = \frac{8.7270}{0.1186p+1}, \\ W_{\psi \dot{\theta}_1} &= \frac{-0.2004}{0.0119p+1}, W_{\psi \dot{\theta}_2} = \frac{0.2009}{0.0119p+1} \end{aligned} \quad (19)$$

където u_1 и u_2 са управляващите сигнали към лявото и дясното колело. Управляващият сигнал на ПИ регулатора (PII_{ψ}) се определя от

$$u_t(k) = K_{\psi_n}(r_{\psi}(k) - \hat{\psi}(k)) + K_{\psi_i}I_{\psi}(k), I_{\psi}(k+1) = I_{\psi}(k) + T_0(r_{\psi}(k) - \hat{\psi}(k)), \quad (20)$$

където $r_{\psi}(k)$ е заданието за ъгъла $\psi(k)$, K_{ψ_n} и K_{ψ_i} са коефициенти на пропорционалност и интегриране. От съображения за реализиране на компромис между качеството на следене на заданието $r_{\psi}(k)$ и големината на управляващия сигнал $u_t(k)$, който се добавя към управлението на регулатора за движението напред-назад, се определя $K_{\psi_n} = 2$ и $K_{\psi_i} = 0.01$. В израз (20) $\hat{\psi}(k)$ е оценка на ъгъла $\psi(k)$, която се получава от

$$\hat{\psi}(k+1) = \hat{\psi}(k) + T_0\hat{\dot{\psi}}(k), \quad (21)$$

където $\hat{\dot{\psi}}(k)$ е оценка на измерената от жироскопа скорост $\dot{\psi}(k)$. При формиране на управлението се използва оценката $\hat{\dot{\psi}}(k)$, т.к. измерената от жироскопа $\dot{\psi}(k)$ се определя от

$$\dot{\psi}(k) = \dot{\psi}_m(k) + \dot{\psi}_b(k), \quad (22)$$

където $\dot{\psi}_b(k)$ е дрейф и $\dot{\psi}_m(k)$ е точната скорост на въртене около вертикалната ос. Дрейфът в (22) се определя от [5]

$$\dot{\psi}_b(k+1) = \dot{\psi}_b(k) + bT_0\nu_{\dot{\psi}}(k), \quad (23)$$

където $\nu_{\dot{\psi}}$ е дискретен бял гаусов шум с дисперсия $D\nu_{\dot{\psi}} = 1$. Оценката $\hat{\dot{\psi}}(k)$ се получава с ПИ филтър на Калман ($\Phi K_{\dot{\psi}}$). Той се синтезира по отношение на разширен модел, който се получава след като се дискретизират предавателните функции (19) и се отчетат уравнения (22) и (23)

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} \dot{\psi}_b(k+1) \\ \dot{\psi}_m(k+1) \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & A_{\dot{\psi}} \end{bmatrix} x_{\dot{\psi}}(k) + \begin{bmatrix} 0_{1 \times 2} \\ B_{\dot{\psi}} \end{bmatrix} \bar{\theta}(k) + \begin{bmatrix} bT_0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \end{bmatrix} \bar{\eta}_{\dot{\psi}}(k), \\ \dot{\psi}(k) &= \dot{\psi}_m(k) + \dot{\psi}_b(k), \end{aligned} \quad (24)$$

$$\bar{\theta}(k) = \begin{bmatrix} \dot{\theta}_1(k) & \dot{\theta}_2(k) \end{bmatrix}^T, \bar{\eta}_{\dot{\psi}}(k) = \begin{bmatrix} \nu_{\dot{\psi}}(k) & \eta_{\dot{\theta}_1}(k) & \eta_{\dot{\theta}_2}(k) \end{bmatrix}^T,$$

където $\eta_{\dot{\theta}_1}(k)$ и $\eta_{\dot{\theta}_2}(k)$ са взаимно некорелирани бели гаусови шумове, представляващи грешките от измерване на скоростите на колелата, с дисперсии $D\dot{\theta}_1 = D\dot{\theta}_2 = 9$. За $\Phi K_{\dot{\psi}}$ се получава

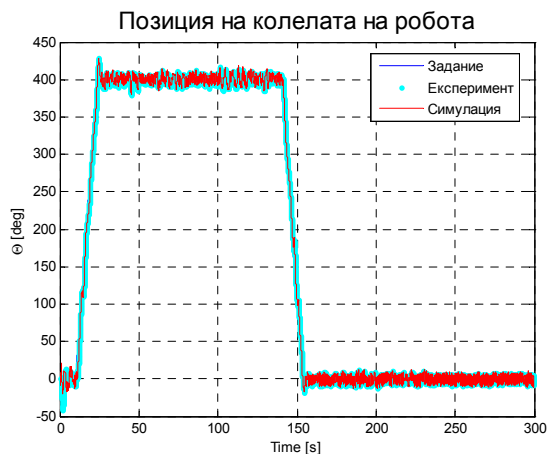
$$\begin{aligned} \hat{\dot{\psi}}_b(k+1) &= \hat{\dot{\psi}}_b(k) + K_{\dot{\psi}_b}(\dot{\psi}(k+1) - \hat{\dot{\psi}}_b(k) - A_{\dot{\psi}}\hat{\dot{\psi}}_m(k) - B_{\dot{\psi}}\bar{\theta}(k)) \\ \hat{\dot{\psi}}_m(k+1) &= A_{\dot{\psi}}\hat{\dot{\psi}}_m(k) + B_{\dot{\psi}}\bar{\theta}(k) + K_{\dot{\psi}_m}(\dot{\psi}(k+1) - \hat{\dot{\psi}}_b(k) - A_{\dot{\psi}}\hat{\dot{\psi}}_m(k) - B_{\dot{\psi}}\bar{\theta}(k)) \end{aligned} \quad (25)$$

където $K_{\phi\dot{\psi}} = \begin{bmatrix} K_{\phi\dot{\psi}i} & K_{\phi\dot{\psi}n} \end{bmatrix}^T$ е коефициентът на филтъра. Той се определя съгласно изрази (11) и (12), записани по отношение на модела (24). Оценката $\hat{\psi}(k)$ се определя от

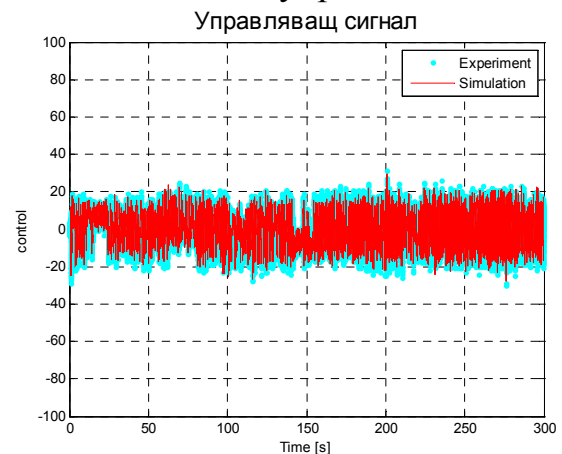
$$\hat{\psi}(k) = \psi(k) - \hat{\psi}_b(k). \quad (26)$$

5. ЕКСПЕРИМЕНТАЛНИ РЕЗУЛТАТИ

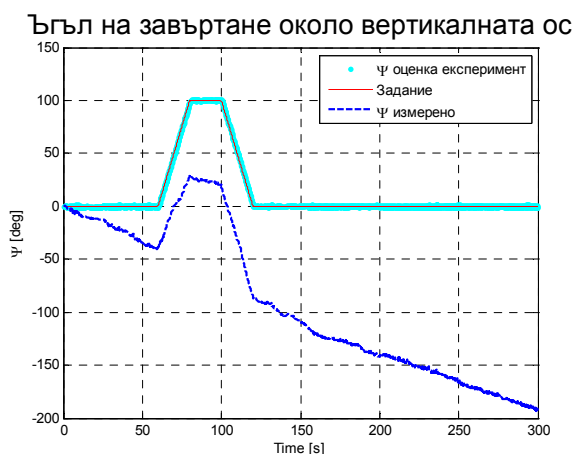
В средата на *Simulink* са разработени симулационна схема на системата за управление и специализиран софтуер. С помощта на *Simulink Coder* и *Code Composer Studio* от този софтуер се генерира код, който се вгражда в цифровия сигнален процесор. Проведени са редица експерименти с разработените регулатори и е извършено сравнение с резултатите от симулационните изследвания. На фиг.8- фиг.11 са показани получените резултати от експеримента и от симулацията по отношение на основните сигнали в системата за управление.



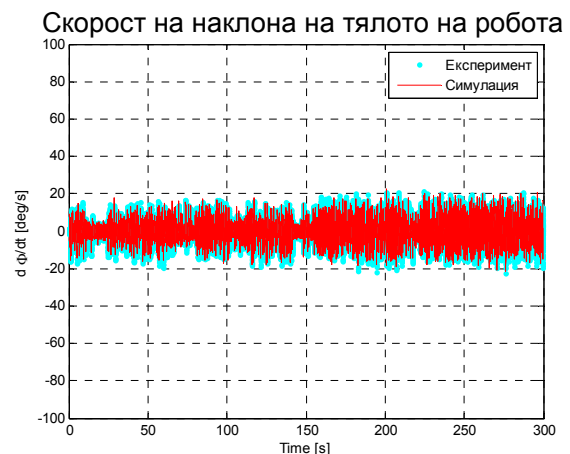
Фиг.8. Положение на колелата на робота



Фиг.9. Управляващ сигнал



Фиг.10. Ъгъл на завъртане около вертикалната ос



Фиг.11. Ъглова скорост на наклона на тялото на робота

Вижда се отличното следене на заданието за положението на колелата и нечувствителността на движението напред/назад към завъртането на робота около вертикалната ос. Използването на $\hat{\psi}(k)$ вместо $\psi(k)$ осигурява завъртане на робота

около вертикалната ос без грешка, докато в измерената стойност на $\psi(k)$ се забелязва значително отместване с течение на времето, което се дължи на интегрирането на дрейфа на жирокопа (фиг. 10). Управляващият сигнал на системата за управление има приемлив вид и е значително по-малък от амплитудните си ограничения от ± 50 .

6. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В статията са представени разработените каскаден линейно-квадратичен регулатор, филтри на Калман, ПИД регулатор, ПИ филтър на Калман и ПИ регулатор за управление на равнинното движение на двуколесен робот. Разработените алгоритми за управление са вградени в цифров сигнален процесор TMS320F28335. Дадени са експериментални и симулационни резултати за движението на робота в равнината, които показват качеството на вградената система за управление. Близостта между симулационните и експерименталните резултати показва ефективността на разработената система за управление.

БЛАГОДАРНОСТ

Изследванията в тази статия са извършени по проект 142ПД0008-08, финансиран от НИС при ТУ-София

ЛИТЕРАТУРА

- [1] G. Campion, W. Chung. *Wheeled Robots*. In B. Siciliano and O. Khatib, editors, *Springer Handbook of Robotics*, chapter 17, pp. 391-410, Springer, Berlin, 2008.
- [2] *Segway Personal Transporters*. Bedford, NH, 2012. <http://www.segway.com>
- [3] Y. Yamamoto. *NXTway-GS (Self-Balanced Two-Wheeled Robot Controller Design)*. <http://www.mathworks.com/matlabcentral/fileexchange/>
- [4] R.P.M. Chan, K.A. Stol, C.R. Halkyard. *Review of modelling and control of two-wheeled robots*. Annual Reviews in Control. Vol. 37, 2013, pp.89-103.
- [5] Ts. Slavov, P. Petkov. *Strapdown inertial system based on improved MEMS error models*. Cybernetics and Information Technologies, vol.11, 2011, pp. 3-23.

Автори: Йордан Кралев, маг. инж. докторант, катедра „Системи и управление“, Факултет Автоматика, Технически Университет - София, E-mail address: jkrlev@yahoo.com; Цоньо Славов, доц. д-р, катедра „Системи и управление“, Факултет Автоматика, Технически Университет - София, E-mail address: ts_slavov@tu-sofia.bg, Петко Петков, проф. д-р, катедра „Системи и управление“, Факултет Автоматика, Технически Университет - София, E-mail address: php@tu-sofia.bg

Постъпила на 18.03.2014

Рецензент доц. д-р Теофана Пулева

ВЛИЯНИЕ НА ЧЕСТОТАТА НА ПРЕВКЛЮЧВАНЕ ВЪРХУ ЕФЕКТИВНОСТТА НА ПРЕОБРАЗУВАНЕ ПРИ ДВУ- И ТРИПОТЕНЦИАЛНИ IGBT ИНВЕРТОРИ

Емил Рац, Веселин Василев

Резюме: Статията отразява резултати от изследване на влиянието на честотата на широчинно-импулсната модулация върху ефективността на преобразуване на постояннотокова електрическа енергия в променливотокова с транзисторни инвертори. Изследвани са загубите при различни режими на работа на двупотенциални (2L) и трипотенциални (3L) инвертори с IGBT модули на три водещи производители. Представен е сравнителен анализ на загубите на мощност на двупотенциалните и трипотенциалните транзисторни инвертори. Изследванията потвърждават по-високата ефективност при преобразуване на електрическата енергия с трипотенциален инвертор по схема със свързана неутрала - NPC (Neutral Point Clamping).

Ключови думи: двупотенциални и трипотенциални инвертори, енергийна ефективност.

SWITCHING FREQUENCY INFLUENCE ON THE CONVERSION EFFICIENCY IN TWO- AND THREE-LEVEL IGBT INVERTERS

Emil Ratz, Veselin Vasilev

Abstract: The research shows the influence of the frequency of PWM on the conversion efficiency of the inverter. It also compares the loss of power in two-level and three-level transistor inverters in modular structures. Simulations have been made for both power inverters at three working modes and several frequencies of commutation. The results confirmed the higher efficiency of the conversion of electrical energy when using a three-level inverter with a neutral clamping point.

Keywords: two-level and three-level inverters, conversion efficiency, power losses.

1. ВЪВЕДЕНИЕ

Следствие на ускореното развитие на електрониката сме свидетели на все по-широко навлизане на силовите транзисторни преобразователи в бита, индустрията, транспорта и енергетиката. В тази връзка енергийната ефективност на електронните преобразователи е много важна за енергийната ефективност на отделните отрасли. Намаляването на загубите при преобразуване на електрическата енергия е постоянна задача както на разработчиците на нови електронни компо-

ненти, така и на разработчиците на електронни преобразователи с приложение в отделните отрасли. Установено е, че загубите на преобразователите могат да се намалят не само при използване на актуални електронни елементи, но и при използване на нови структурни решения за преобразуване на електрическата енергия.

Освен традиционните двупотенциални транзисторни инвертори в практиката навлизат трипотенциалните и многопотенциалните инвертори. Един от водещите производители - фирмата "Infineon Technologies", на страницата си в интернет рекламира транзисторни модули за трипотенциални (3L) инвертори, достигащи ефективност 98%, докато при двупотенциалните (2L) инвертори, при еднакви условия, тя не превишава 96,5%. Данните са за инвертори с 100 амперови транзисторни модули, съответно при 2L инвертор са използвани транзисторни модули тип FS100R12KT4 и при 3L инвертор са изследвани модули тип F3L100R07W2E3_B11.

Стойността на загубите на мощност при еднакви други условия характеризира енергийната ефективност за един преобразовател спрямо друг. Загубите на инверторите зависят от качеството на използваните компоненти, от топологията на инвертора, от режимите на работа (честота на превключване, коефициент на модулация, фактор на мощност) и от алгоритмите на управление. Съвременното ниво на решенията се основава на микропроцесорно управление на инвертора и цифрова обработка на сигналите [1]. Това е предпоставка за реализация на интелигентна стратегия за управление на инвертора и повишаване на ефективността му.

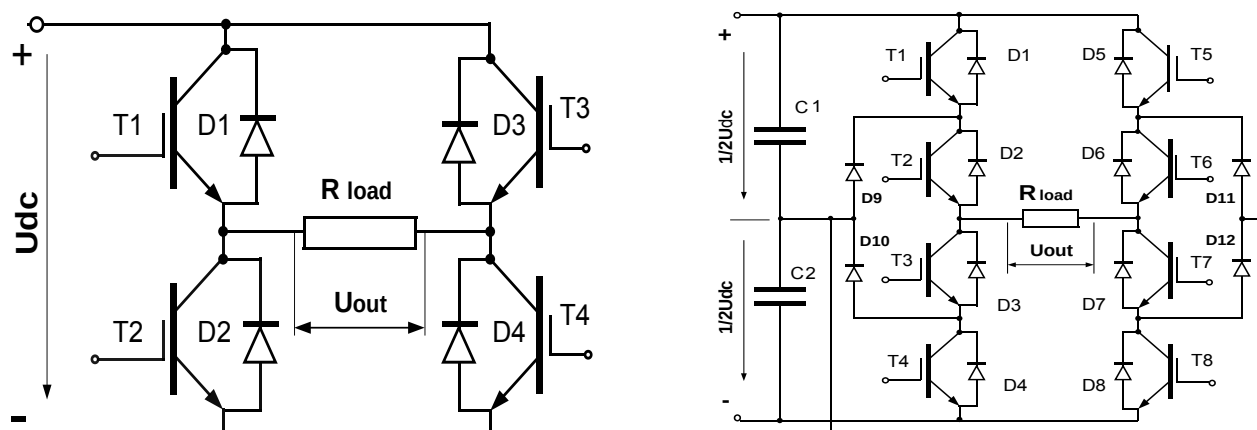
В изложения материал е направено изследване на загубите на мощност при двупотенциални и трипотенциални инвертори с транзисторни модули на три авторитетни производители. Получените резултати са представени таблично и с графики.

2. ДВУПОТЕНЦИАЛНИ И ТРИПОТЕНЦИАЛНИ ТРАНЗИСТОРНИ ИНВЕРТОРИ

На фиг.1 са дадени схемите на еднофазни двупотенциален (2L) и трипотенциален (3L) инвертори в модулно изпълнение. Трипотенциалният инвертор е от типа NPC (Neutral Clamping Point). Тази конфигурация, наречена схема с **пасивно ограничение към неутралата**. Всяко рамо на трифазния инвертор съдържа четири последователно съединени транзистора с обратни диоди и два диода за ограничение, включени към средната точка на постоянното хранващо напрежение[5].

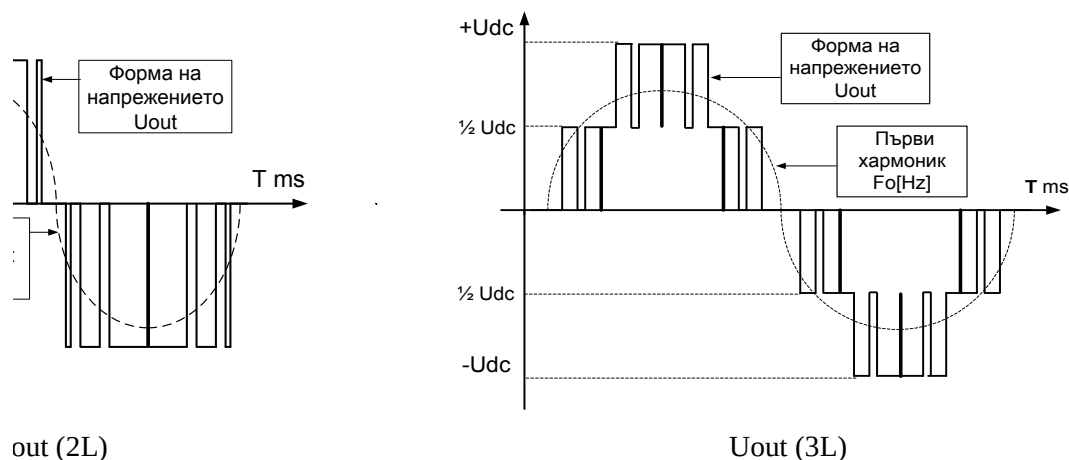
Очевидно, трипотенциалният инвертор съдържа двойно повече компоненти от двупотенциалния, което предполага повече загуби. Но, той използва транзистори с двойно по-малко допустимо напрежение. Тези транзистори имат съответно по-малки статични и по-малки динамични загуби.

Това ни дава основание на изследваме загубите на двата типа инвертори при различни режими на работа и да установим по-конкретно техните загуби и да изясним предимствата и недостатъците им, съобразно условията на работа.



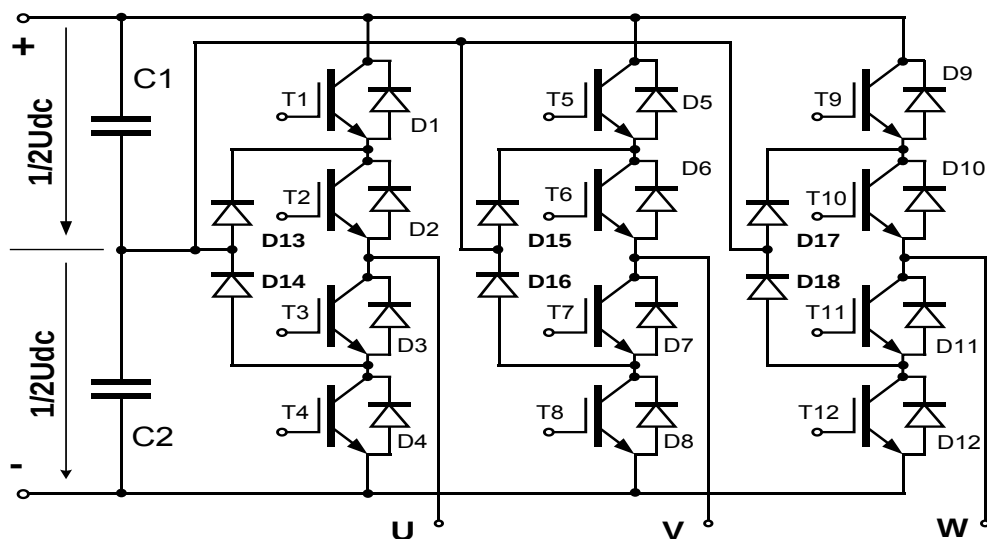
Фиг.1. Конфигурации на еднофазни двупотенциален (вляво) и трипотенциален (в дясно) инвертори

При управление на коефициента на запълване на широчинно импулсната модулация (ШИМ) се осигурява желаната амплитуда и честота на първия хармоник на изхода на инвертора. Формата на изходните напрежения на двата инвертора са показани на фиг.2. В изходния сигнал на инверторите се съдържат и значителен брой нежелани висши хармоници. Те пренасят значително количество енергия, която се превръща в топлина, разсейвана от последващите филтрови групи и от обекта на управление. Това се отразява негативно на общата енергийната ефективност.



Фиг.2. Стилизирана форма на изходното напрежение при двупотенциален (2L) и трипотенциален инвертор (3L), еднополярна комутация

В настоящия момент се произвеждат все повече специализирани модули за реализация на вариант за инвертор по топология с три потенциала (3L). Тази топология навлиза по-широко, защото инверторът с нея ползва по-малко кондензатори, опростено захранване, оттам по-ниска цена и по-голяма надежност. Пълната схема на инвертор с три нива и три фази е показана на фиг.3. Два кондензатора, свързани последователно към захранващото напрежение U_{DC} , създават в общата си точка така наречената «неутрала». Така резултатното напрежение на изхода на инвертора съдържа във всяка полувадна нивата 0 , $U_{DC}/2$ и U_{DC} . Логично е да очакваме намаление на енергията на висшите хармонични съставки за сметка на увеличение на енергията на основния хармоник.



Фиг.3. Трифазен трипотенциален (3L) инвертор с пасивно(диодно) ограничение спрямо неутралата (NPC-neutral clamping point)

При трифазно изпълнение на инвертора, броят на ограничителните диоди става 6, а ключовите транзисторни елементи - 12, съответно толкова са антипаралелните диоди. Приложението на специализирани модули за реализацията на инвертори по схема 3L, дава възможност да се опрости конструкцията, значително да се подобрят динамичните характеристики и намали цената на изделието като цяло.

3. ПОДХОД ЗА ОПРЕДЕЛЯНЕ ЗАГУБИТЕ НА ИНВЕРТОРИТЕ

Загубите на мощност при инверторите се определят преди всичко от загубите на провеждащите тока пасивни и активни елементи. Те се състоят от две компоненти: статични и динамични, тоест: загуби от преноса на енергията и загуби вследствие комутация. От своя страна втората компонента се състои също от две части: загуби при включване и загуби при изключване. Разбира се имаме загуби следствие така нареченото „мъртво” време, предотвратяващо кратковременното шунтиране на захранващото напрежение в отделните рамена на инвертора. Последните заемат относително незначителен дял от общите и значението им е минимално. Статичните загуби се определят основно от параметрите на градивните елементи и са относително постоянни. Динамичните загуби зависят силно от честотата на превключване (F_{sw}), която се избира достатъчно висока за ограничаване съдържанието на висши хармоници в изходящия ток или напрежение.

При модулните транзисторни инвертори определянето на загубите на мощност чрез ползване на общоизвестните формули е твърде неточно. Фирмите не дават информация за специфичните особености на съответните модули, нито необходимите подробни данни за вградените транзистори и диоди.

В тази статия загубите, както и работните температури се изчисляват с използване на специализирани програмни инструменти, препоръчани и предоставени от фирмите-производители. Същите отразяват специфичните статични и динамични характеристики на вградените силови транзистори и диоди, резултат от

фирмени изследвания. Ползването на съответните програми позволява получаването на най-точна предварителна оценка на загубите и избор на най-ефективно решение за проектирания инвертор.

4. ИЗСЛЕДВАНЕ ВЛИЯНИЕТО НА ЧЕСТОТАТА НА ПРЕВКЛЮЧВАНЕ ВЪРХУ ЗАГУБИТЕ НА МОЩНОСТ ПРИ 2L И 3L ИНВЕРТОРИ

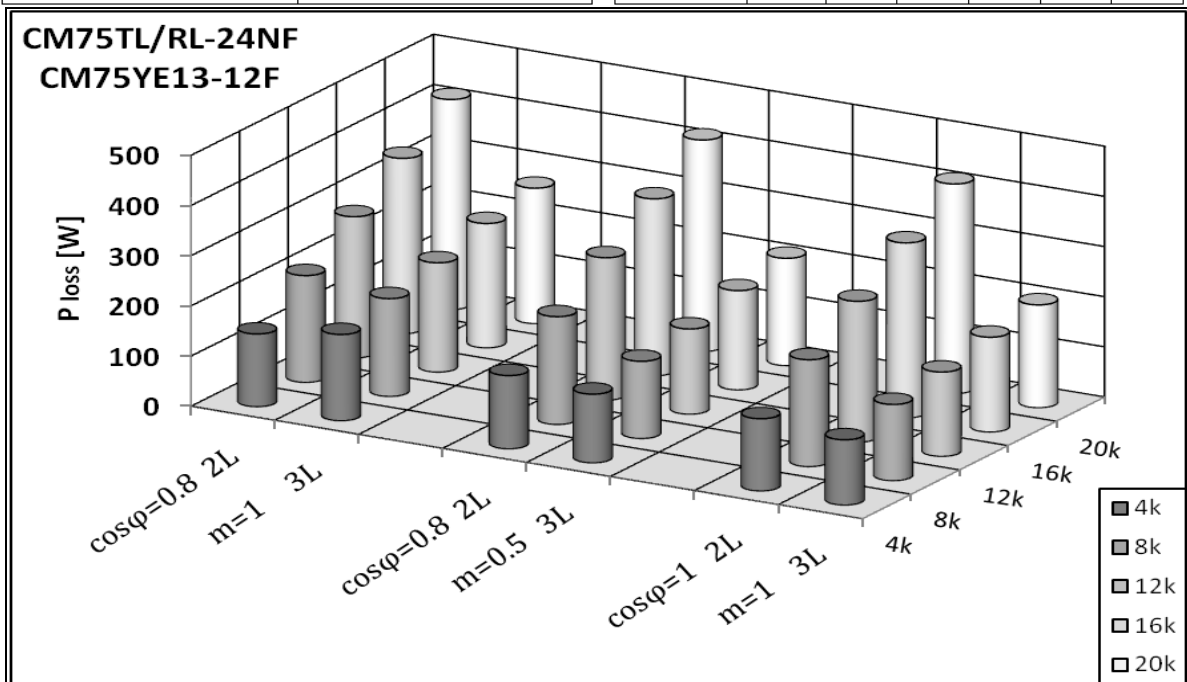
В следващото изложение са дадени резултати от изследване на загубите на двупотенциални и трипотенциални инвертори с транзисторни модули на фирмите „Mitsubishi Electric”, „Infineon Technologies” и „SEMIKRON International”.

4.1. Загуби на мощност при инвертори с IGBT модули на фирмата „Mitsubishi Electric”

Фирмата „Mitsubishi Electric” произвежда 3L модули с различна изходна мощност. За тях се предлага програмата „TLISIM” за предварително изчисление на загубите от съответните активни елементи[7]. Представената програма за втората група инвертори е „Melcosim ver. 10.10.01” [6]. Избрани са пет нарастващи честоти за ШИМ в диапазона от 4kHz до 20kHz. Подбраните интегрирани трифазни преобразователи са съответно: за 2L CM75TL/RL-24NF и за 3L CM75YE13-12F. Изходните данни, еднакви и за двата модула при режима на симулация са посочени в табл.1.

Табл.1.

CM75TL/RL-24NF-2L	CM75YE13-12F-3L	Fsw[kHz]					
Ucc=600V	Ucc=300V	cosφ=0.8 m=1	2L	4k	8k	12k	16k
Io=20A rms	Io=20Arms		3L	419	270	248	214
Rg(on)=4,20 Ohm	Rg(on)=25 Ohm	cosφ=0.8 m=0.5	2L	422	284	215	146
Rg(off)=4,20 Ohm	Rg(off)=25 Ohm		3L	214	170	154	137
Ht=90* C	Ht=90* C	cosφ=1 m=1	2L	418	281	213	144
Fo=50Hz	Fo=50Hz		3L	205	168	152	130



Фиг.4. Загуби на мощност при 2L и 3L IGBT инвертори за пет честоти на ШИМ Fsw и три режима на работа (m , cosφ)

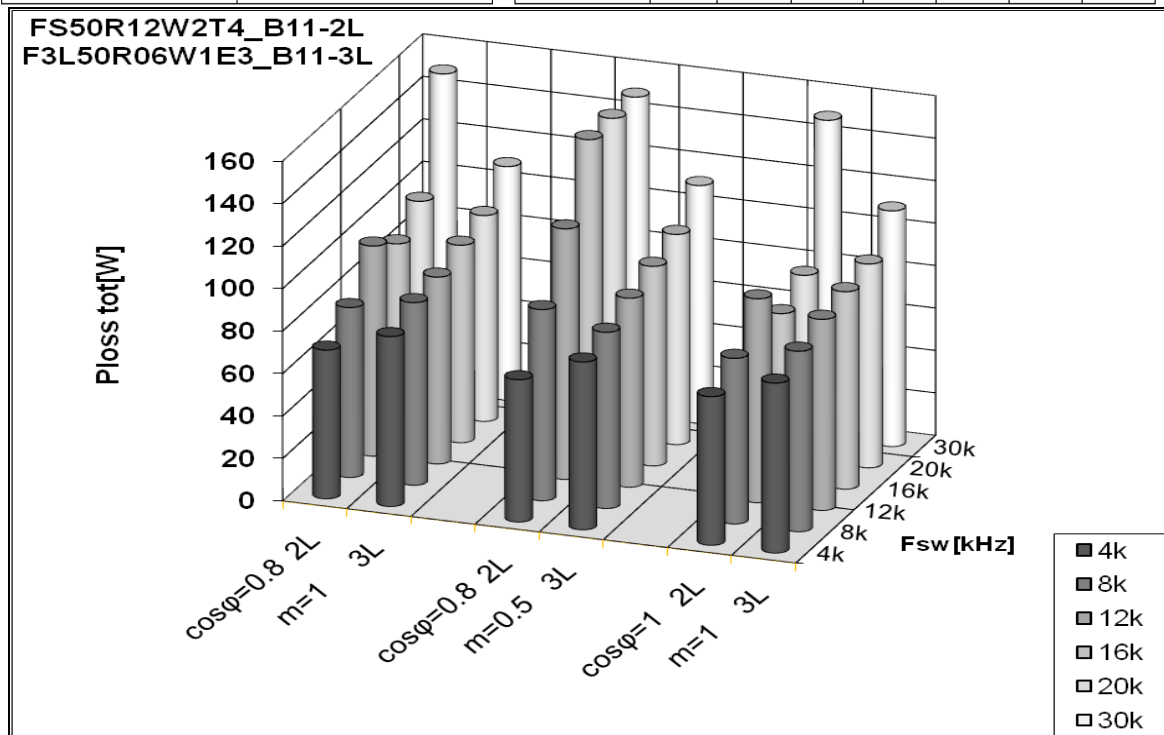
За определяне на стойностите на гейтовия резистор (R_g) са ползвани препоръчаните от производителя значения. За двупотенциалният инвертор $R_g(\text{on}) = R_g(\text{off}) = 4,20 \text{ Ohm}$, а за трипотенциалния $R_g(\text{on}) = R_g(\text{off}) = 25 \text{ Ohm}$. Получените резултати (фиг.4) показват значително по-малки загуби при трипотенциални инвертор. Това предимство на трипотенциалния инвертор е по-значително при по-високи честоти, като разликата достига до 203% за $F_{sw} = 20\text{kHz}$.

4.2. Загуби на мощност при инвертори с IGBT модули на “Infineon Technologies”

Известен производител на IGBT модули е фирмата “Infineon Technologies”. За изчисляване загубите на мощност фирмата предлага програмния пакет „IPOSIM” [8]. По-нататък е представено сравнение на загубите на два еднотипни по мощност инвертори, съответно 2L и 3L. Изследвано е влиянието на честотата ШИМ и фактора на мощност ($\cos\phi$) върху загубите на мощност, които са съпоставени за двупотенциален и за трипотенциален инвертори. Резултатите в табличен вид са представени на табл.2, заедно с режима на симулация. Графичното изражение на същите е на фиг.5.

Табл.2.

FS50R12W2T4_B11-2L	F3L50R06W1E3_B11-3L	Fsw[kHz]		4k	8k	12k	16k	20k	30k
$U_{cc}=600V$	$U_{dc}=300V$	$\cos\phi=0.8$	2L	70	80	99	90	100	150
$I_o=50 \text{ A rms}$	$I_o=50 \text{ A rms}$	$m=1$	3L	80	86	88	93	97	110
$R_g(\text{on})=15,000 \text{ Ohm}$	$R_g(\text{on})=8,200 \text{ Ohm}$	$\cos\phi=0.8$	2L	67	90	118	150	150	150
$R_g(\text{off})=15,000 \text{ Ohm}$	$R_g(\text{off})=8,200 \text{ Ohm}$	$m=0.5$	3L	79	83	89	94	99	112
Case Temp.50* C	Case Temp.50* C	$\cos\phi=1$	2L	70	78	96	79	87	150
$F_o=50\text{Hz}$	$F_o=50\text{Hz}$	$m=1$	3L	80	85	90	93	96	111



Фиг.5. Диаграми на загубите на мощност при 2L и 3L IGBT инвертори за шест честоти на ШИМ и три режима на работа (m , $\cos\phi$)

4.3. Загуби на мощност при инвертори с IGBT модули на „SEMIKRON International”

Третата фирма, също крупен производител на силова електроника, е американската „SEMIKRON International”. От началото на 2008 година се произвежда нова серия IGBT модули SEMITOR - 4, предназначена за инвертори с три нива [3].

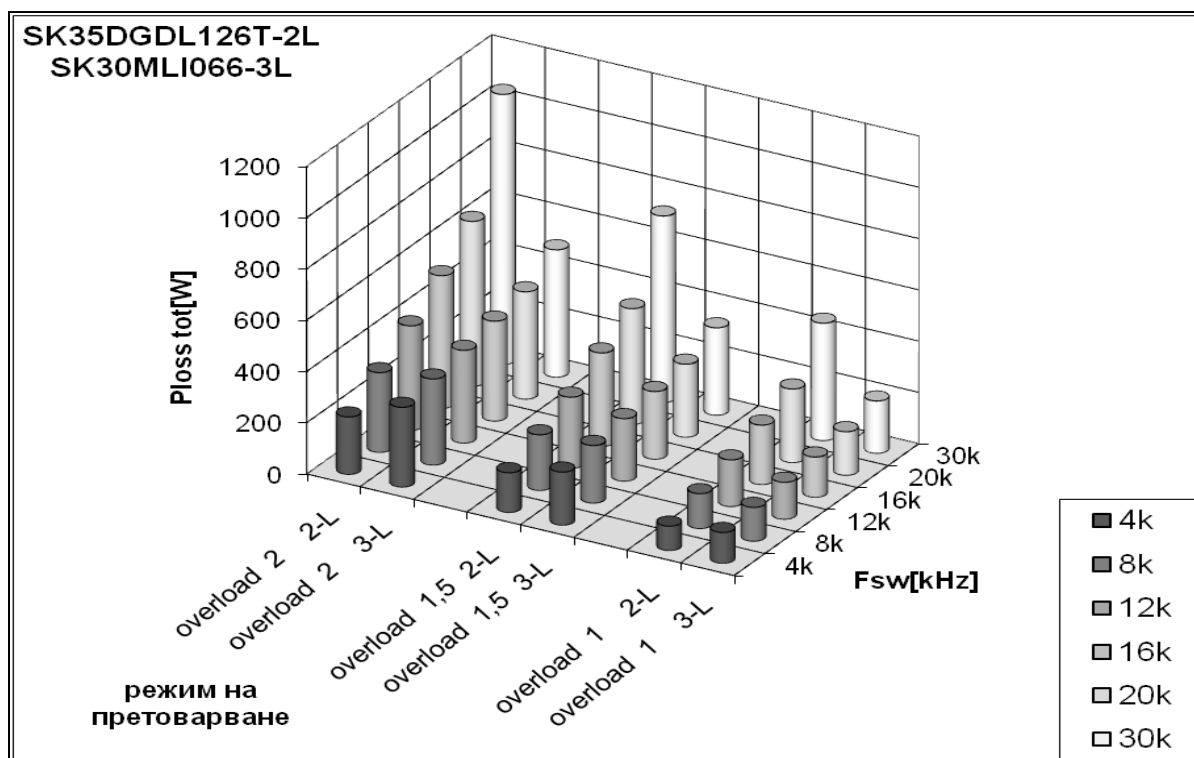
Програмният продукт за установяване на загубите на мощност при различни режими на работа е програмата „SemiSel” - Version 4.0 [9].

Особеното е, че на IGBT модулите може да се задава режим на претоварване по ток в интервал на секунди, в случая 5 сек.

Избраните модули са трифазни в един корпус съответно: за 2L SK35DGDL126T и за 3L SK30MLI066. Честота на ШИМ F_{sw} , се променя стъпаловидно от 4kHz до 30kHz, а останалите параметри са посочени в табл.3, заедно с получените резултати (фиг.6).

Табл.3.

SK35DGDL126T-2L	SK30MLI066-3L	Fsw[kHz]		4k	8k	12k	16k	20k	30k
Ucc = 600 V	Udc = 300 V	overload 2	2L	224	311	408	518	644	1054
Ptot = 7 kW	Ptot = 7 kW	overload 2	3L	311	336	362	390	419	497
Vceo.125 = 1,1 V	Vceo.150 = 1,00 V	overload 1,5	2L	155	217	278	365	452	728
rc.125 = 37,11 mOhm	rc.150 = 38,33 mOhm	overload 1,5	3L	207	225	244	264	285	341
Case Temp.40* C	Case Temp.40* C	overload 1	2L	95	136	182	232	287	458
Fo=50Hz	Fo=50Hz	overload 1	3L	120	132	144	157	170	204



Фиг.6. Диаграми на загубите на мощност при 2L и 3L IGBT инвертори за шест честоти на ШИМ F_{sw} и три режима на претоварване

Изчислени са загубите на 2L и 3L инвертори при еднакви условия, паралелно за 100%, 150% и 200% натоварване. Получените резултати са представени с диаграмите на фиг.6. Графиката на фиг.6 показва по-високата енергийна ефективност на трипотенциалния инвертор за честоти на ШИМ по-големи от 10kHz, както в номинален режим, така и при двукратно претоварване по ток.

5. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Представени са резултати от изследвания на загубите при IGBT двупотенциални (SM75TL/RL-24NF, FS50R12W2T4B11, SK35DGDL126T) и трипотенциални (CM75YE13-12F, F3L50R06W1E3_B11, SK30MLI066) инвертори при различни режими на работа. Предимствата на варианта 3L по схемата с пасивно ограничение към средната точка (NPC-neutral point clamping) се изразяват основно със значително по-ниските загуби на мощност при работа на високи комутационни честоти.

Трипотенциалните IGBT модули са подходящи за създаване на инвертори за източници на непрекъсваемо захранване, за фотоволтаични системи и за високоскоростни електрозадвижвания.

Изследването има практическа насоченост – да улесни конструкторите при избора на подходяща топология на инвертора в конкретното приложение.

ЛИТЕРАТУРА

- [1]. М. С. Минчев, Й. М. Шопов, Е. Р. Рац. Преобразователна техника, София 2008
- [2]. Михаил Х. Анчев. Енергийна ефективност на силови електронни устройства. София 2010
- [3]. Zhang Xi, Uwe Jansen, Holger Ruething. Специализированные модули IGBT для 3-уровневых преобразователей на основе кристалов 650V IGBT³ и ECD(Emitter Controlled Diode³) диодов. Компоненты и технологий №7/2010
- [4]. Tomta G., Nielsen R. Analytical Equations for Three Level NPC Converters / 9th European Conference on Power Electronics and Applications EPE 2001
- [5]. T. Peter, H. Raffer, B. Orlik. Multi-level converter power unit. PCIM, Nürnberg, Germany, 2009
- [6]. Melcosim IGBT Losses Simulator. Application notes. POWEREX
- [7]. TLISIM Quick Guide. Application notes. POWEREX
- [8]. <http://web.transim.com/Infineon-IPOSIM/login.aspx?ReturnUrl=%2fInfineon-IPOSIM%2fDefault.aspx>
- [9]. <http://semisel.semikron.com/License.asp>

Автори: Емил Рац, проф. дтн, катедра „Електрически машини”, Електротехнически Факултет, Технически Университет - София, E-mail address: erra@tu-sofia.bg, Веселин Василев, маг. инж., Колеж по Енергетика и Електроника, Технически университет - София

Постъпила на 02.07.2014

Рецензент доц. д-р Димитър Сотиров

ОПРЕДЕЛЯНЕ НА СТАТИСТИЧЕСКИ ЗНАЧИМИТЕ ФАКТОРИ ЗА ПОЯВА НА АЛГОНЕВРОДИСТРОФИЯ СЛЕД ФРАКТУРА НА ДИСТАЛЕН РАДИУС

Христина Миланова, Красимира Проданова, Йорданка Панева

Резюме: Най-честото усложнение след фрактура на дистален радиус (ФДР) е алгоневродистрофия, позната още като синдром на Зудек (СЗ). Прогресията на този синдром в хронична фаза е свързана с неминуемо увреждане на ръката. Ранната диагностика и незабавното започване на ефективна терапия дават реален шанс за възстановяване. В настоящата работа е използвана логистична регресия за моделиране на появата на СЗ в зависимост от 14 клинични фактора с цел да се открият статистически значимите (прогностичните) измежду тях. Получените модели позволяват оценяването на прогнозната вероятност за появата на това усложнение при задаване на индивидуалните стойности за клиничните фактори на пациента. Моделите се базират на 123 експериментални данни, получени при проведена физиотерапия и рехабилитация във Военномедицинска Академия, София.

Ключови думи: алгоневродистрофия, логистична регресия

DETERMINATION OF STATISTICALLY SIGNIFICANT FACTORS FOR ALGONEURODISTROPHY AFTER DISTAL RADIUS FRACTURE

Hristina Milanova, Krassimira Prodanova, Jordanka Paneva

Abstract: The most common complication after fracture of the distal radius (FDR) is algoneurodystrophy known as Sudeck syndrome. The progression of this syndrome in chronic phase is inevitably associated with impairment of the hand. Early diagnosis and prompt initiation of effective therapy give a real chance of recovery. In this study the logistic regression to model the appearance of the Sudeck syndrome depending on the 14 clinical factors in order to detect a statistically significant (forecasting) among them is used. The resulting models allow evaluation of the estimated probability of the occurrence of this complication in assigning the individual values for clinical patient factors. The models are based on 123 experimental data obtained following a physiotherapy and rehabilitation at the Military Medical Academy in Sofia.

Keywords: algoneurodystrophy, logistic regression

1. ВЪВЕДЕНИЕ

Алгоневродистрофията, известна още и като комплексен регионален болков синдром (CRPS-Complex Regional Pain Syndrome), рефлекторна симпатиковска дистрофия (RSD - reflex sympathetic dystrophy), каузалгия, рефлекторна невровас-

куларна дистрофия (RND-reflex neurovascular dystrophy), синдром на Зудек и т.н. е хронично системно заболяване, характеризиращо се със силна болка, оток, кожни промени, съдова нестабилност, скованост на засегнатия крайник и ограничен обем на движение.

Последни проучвания показват нарастване честотата на синдрома - след фрактура на дистален радиус. Синдромът се наблюдава по-често при разместени, манипулирани и лошо наместени фрактури. Той обаче може да възникне и след мекотъканно нараняване или при отсъствието на травма въобще.

Според някои автори [1, 3, 5] диагнозата алгоневродистрофия може да се постави още след първата седмица след фрактурата. Дългосрочната прогноза е неизвестна. Еволюцията на заболяването е продължителна, от няколко месеца до години. Появата на синдром на Зудек като усложнение след фрактура на дисталния радиус е предвестник на продължително физиореабилитационно лечение и значителна по времетраене нарушена трудоспособност на пациентите.

Това обуславя особено важното значение на възможността да предвидим появата на синдрома при конкретния пациент още при постъпването му за лечение. На база на получената вероятност бихме могли да проведем ранна диагностика и започване на ефективна терапия с реален шанс за възстановяване. Ранната диагноза на СЗ след ФДР има важни клинични последствия: идентифициране на етиологичния фактор и превантивно лечение на рисковите групи пациенти, определяне на адекватни терапевтични методи, намаляване честотата на синдрома и предотвратяване хронифицирането на заболяването. В тази връзка наличието и конкретизирането на прогностични за развитието на синдрома фактори, улеснява поставянето на диагноза и най-важното прави възможна профилактиката на това сериозно усложнение след ФДР.

Приложеният от нас логистичен модел, освен че определя значимите фактори, дава и възможността да се пресметне вероятността, с която при дадена стойност на фактора се очаква да настъпи усложнението. Именно поради възможността за прогнозиране на вероятността за възникване на усложнение, логистичният модел е предпочетен в редица медицински разработки [8-11].

2. ИЗМЕРВАНИЯ

За период от две години в Клиника „Физикална и рехабилитационна медицина”, ВМА, София, бяха проследени 123 пациента с фрактура на дистален радиус. Данните от проучването в общи граници потвърждават тези от световната литература за разпространението и проявите на алгоневродистрофичния синдром [6,7].

При проследените 123 пациенти, претърпели фрактура на дистален радиус, честотата на СЗ е 21,5% (28 пациента). Засегнат е предимно женският пол. Възрастовата граница на наблюдаваните пациенти е от 49 до 80 години (средно 64,5 години), като синдромът е най-разпространен между 50 и 65 годишна възраст.

Събраните данни са за следните 14 клинични фактора (обем на движение - екстензия, флексия, супинация, пронация, радиално и улнарно отвеждане; сантиметрия на гривнена става, предмишница и длан; сила на юмручен захват; оценка на възможността за изпълнение на дейности от ежедневиия живот (ДЕЖ); оцен-

ка на болката по визуално-аналогова скала (VAS); пол и засегнат доминантен или недоминантен крайник) преди да се започне лечение.

Цел на проведеното научно проучване е да се отделят статистически значимите фактори, прогностични за появата или не на най-честото усложнение след фрактура на дистален радиус - алгоневродистрофичен синдром.

3. МАТЕМАТИЧЕСКИ МОДЕЛ

Под дихотомна (двуизходна) логистична регресия (*the dichotomous response model*) се разбира, че зависимата променлива (отклика) може да попадне в една от две взаимноизключващи се категории A и B , а вероятностите, свързани с тези две категории са p за попадение в категория A и респективно $(1-p)$ за попадение в категория B .

Дефинира се фиктивна случайна величина (*dummy random variable*) Y , която да представя двете категории така: $Y=1$ за категория A и $Y=0$ за категория B . Вероятността за Y изразена чрез p има вида [8]:

$$f(Y | p) = p^Y (1-p)^{(1-Y)}$$

В модела се предполага, че вероятността p зависи от линейната функция :

$$d(x_1, x_2, \dots, x_c) = \beta_0 + \sum_{i=1}^c \beta_i x_i,$$

където x_i ($i=1, 2, \dots, c$) са факторите (независимите променливи, предиктори), а β_i са регресионните коефициенти, които подлежат на оценка от експерименталните данни.

За всяко отделно наблюдение y_j (от общо n на брой) условната вероятност се изразява чрез $p(d_j)$:

$$f(y_j | p(d_j)) = [p(d_j)]^{y_j} [1 - p(d_j)]^{(1-y_j)}$$

Тогава за n наблюдения съвместната условна вероятност ще бъде :

$$\begin{aligned} f(y_1, y_2, \dots, y_n | p(d_1), p(d_2), \dots, p(d_n)) &= [p(d_1)]^{y_1} [1 - p(d_1)]^{(1-y_1)} \\ &\quad [p(d_2)]^{y_2} [1 - p(d_2)]^{(1-y_2)} \dots [p(d_n)]^{y_n} [1 - p(d_n)]^{(1-y_n)} = \\ &= \prod_{j=1}^n [p(d_j)]^{y_j} [1 - p(d_j)]^{(1-y_j)} \end{aligned}$$

За да е възможно да се свърже стойността y_j на отклика Y със стойността d се изисква по-специфично предположение за функцията $p(d)$. При логистичният модел тази функция има вида:

$$p(d) = \frac{e^d}{1 + e^d}.$$

Полезността му се състои в това, че дава ясно формулирана функционална връзка между $p(d)$ и d . Чрез логистичната функция $p(d)$ се дефинира:

$$odds = \left[\frac{p(d)}{1 - p(d)} \right],$$

което представя отношение на шансовете за попадение в едната или другата категория. Освен това $odds$ може да се изчисли от матрицата, която се получава

при класификация на предсказаните (получените от модела) и наблюдаваните случай. Ако една такава матрица е $\begin{pmatrix} f_{11} & f_{12} \\ f_{21} & f_{22} \end{pmatrix}$, то $odds = \frac{f_{11}f_{22}}{f_{12}f_{21}}$. След така наречената logit-трансформация на $odds$ се получава

$$\ln odds = \ln \left[\frac{p(d)}{1-p(d)} \right] = \ln \left[\frac{\frac{e^d}{1+e^d}}{\frac{1}{1+e^d}} \right] = \ln [e^d] = d,$$

която е линейна функция на факторите. Така се достига до следният линеен регресионен модел:

$$\ln \left[\frac{p(d)}{1-p(d)} \right] = d = \beta_0 + \sum_{i=1}^c \beta_i x_i$$

След прилагане на многомерна линейна регресия се получават оценките $\hat{\beta}_i$ в горния израз.

За оценка на параметрите на двуизходния модел на логистичната регресия се използва метода на максималното правдоподобие (*maximum likelihood estimation*).

Нека са дадени са n случайни наблюдения над популация и една фиктивна променлива Y ($Y = 0$ или $Y = 1$), която показва на коя група всяко от наблюденията принадлежи. По този начин се наблюдава $y_i = 0$ или $y_i = 1$ за всяко $i = 1, 2, \dots, n$. Наблюденията над всичките c фактора са означени с $(x_{i1}, x_{i2}, \dots, x_{ic})$. Така правдоподобие за i -то наблюдение е

$$p^{y_i} [1 - p_i]^{(1-y_i)} = [p(d_i)]^{y_i} [1 - p(d_i)]^{(1-y_i)},$$

където са използвани обичайните означения:

$$d_i = \beta_0 + \sum_{j=1}^c \beta_j x_{ij} = x_i^T \beta, \quad \beta^T = (\beta_0, \beta_1, \dots, \beta_c), \quad x_i^T = (1, x_{i1}, x_{i2}, \dots, x_{ic}).$$

Тогава за целия модел може да се дефинира функция на правдоподобие L , която зависи от факторите x_i , $i = 1, 2, \dots, n$: $L = \prod_{i=1}^n [p(x_i^T \beta)]^{y_i} [1 - p(x_i^T \beta)]^{1-y_i}$

Максимално правдоподобна оценка за коефициентите β се намира чрез максимизация на логаритъма от функцията на правдоподобие по отношение на β , но не може да се получи аналитично решение. Затова може да се използва итеративна процедура на Нютон-Рафсън за получаване на оценката $\tilde{\beta}$, която от своя страна се основава на някаква начална оценка $\hat{\beta}$. Така оценката $\tilde{\beta}$ ще се доближи до максимално правдоподобната, независимо от избора на оценка $\hat{\beta}$. Обикновено се избира $\hat{\beta} = (X^T X)^{-1} X^T y$, където y е вектор от стойностите y_i , $i = 1, 2, \dots, n$, а $X_{(n \times c)}$ е матрицата от наблюденията.

В логистичната регресия максимално правдоподобна оценка за β се получава чрез решаване система от $(c+1)$ уравнения от вида:

$$\sum_{i=1}^n p_i x_i = \sum_{i=1}^n y_i x_i,$$

където:

$$p_i = \frac{e^{x_i^T \beta}}{1 + e^{x_i^T \beta}}$$

Решенията на системата се изразяват чрез $\tilde{\beta}$ и се използват за получаване на оценката

$$\tilde{p}_i = \frac{e^{x_i^T \tilde{\beta}}}{1 + e^{x_i^T \tilde{\beta}}}$$

за всяко едно от наблюденията, като сумата $\sum_{i=1}^n \tilde{p}_i x_i$ е равна на наблюдаваната

$$\sum_{i=1}^n y_i x_i.$$

Предвид изложеното за логистичната регресия, може да се направи извода, че намерения вектор от коефициенти $\tilde{\beta}$ при логистичната регресия трябва да се тълкува различно от случая на многомерна линейна регресия, а именно:

- коефициентите $\tilde{\beta}_i$ във вектора $\tilde{\beta}$ трябва да се считат като оценки на $\ln[odds]$;
- нарастване на x_j води до нарастване стойността на израза за d , (респективно и на $odds$) с големина стойността на $\tilde{\beta}_j$;
- доверителните интервали за оценките на $odds$ са изчислени чрез вземането на експонента от максимум и минимум на асимптотичния доверителен интервал за $\ln[odds]$.

Тестове на хипотези засягащи регресионните коефициенти могат да включват тест за единствен параметър, за няколко параметъра от една регресия, съвместен тест, включващ параметри от различни регресии.

Тестовите за участието в модела на един или повече параметри от една и съща регресия обикновено са построени с тест на Wald, който използва статистиката

$$Q_w = \tilde{\beta}^T [Var(\tilde{\beta})]^{-1} \tilde{\beta},$$

където $Var(\tilde{\beta})$ е калкулираната субматрица за съответните параметри. Ако нулевата хипотеза е, че намереният c -мерен вектор $\tilde{\beta}$ е нулев вектор, то тази статистика има приблизително χ^2 разпределение с c степени на свобода.

Когато има единствен параметър, тест статистиката е

$$Q_w = \left[\frac{\tilde{\beta}_j}{SE(\tilde{\beta}_j)} \right]^2,$$

където $SE(\tilde{\beta}_j)$ е стандартната грешка на $\tilde{\beta}_j$. Отново тази статистика има χ^2 разпределение с $c=1$ степени на свобода.

4. РЕЗУЛТАТИ И ИЗВОДИ

Зависимата променлива (отклика) в настоящата работа е случайна величина Y , която представя две категории: $Y=1$ за категория «наличие на синдрома на Зудек» и $Y=0$ за «отсъствието му».

С пакета STATISTICA 10 [11] бе проведено моделиране на данните с логистична регресия. От изследваните 14 фактора само шест се оказаха статистически значими т.е. прогностични за усложнението Синдром на Зудек.

Оценените параметри на получения многомерен логистичен модел, както и пресметнатите вероятности в минималната и максималната стойност на фактора, наблюдавани в извадката, са поместени в табл.1.

Табл.1.

Параметри на многомерния логистичния модел, вероятности в минималната и максималната стойност на фактора, наблюдавани в извадката

Фактор	$\tilde{\beta}_0$	$\tilde{\beta}_i$	p -НИВО (Wald'test)	P(min)	P(max)
Екстензия	0,19059	-0,0453	0,0005	0,55	0,03
Супинация		-0,0293	0,0033	0,53	0,09
Предмишница		-0,1855	0,0307	0,41	0,03
ДЕЖ		-0,4502	0,0021	0,52	0,04
Динамометрия		-0,4053	0,0048	0,46	0,01
VAS		0,4818	0,0006	0,05	0,60

Пресметнатите вероятности в табл.1. за факторите Екстензия, Супинация, Предмишница, ДЕЖ и Динамометрия показват намаляване на шанса за развиване на Алгоневродистрофия при нарастване на стойността на показателя, докато при фактора VAS (болката) се наблюдава обратната тенденция.

Табл.2.

Класификацията на случаите на коректно предсказаните с модела и наблюдаваните стойности за Y .

Classification of Cases (ZUDEK.sta) Odds ratio: 20,435 Perc. correct: 84,55%			
Наблюдавани	Предсказан с модела код 1	Предсказан с модела код 0	Процент коректни
Код 1	10	18	35,7129
Код 0	1	94	98,9474

Класификацията на случаите на коректно предсказаните (получените от модела) и наблюдаваните стойности е 84,55% (табл.2).

5. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

От изнесените резултати може да бъде обобщено, че сигнификантните предиктори за развитие на синдром на Зудек след фрактура на дистален радиус са обем на екстензия и супинация, сила на юмручния захват (динамометрия), мускулна хипотрофия на предмишница, оценката на дейности от ежедневиия живот (ДЕЖ) и на болката (VAS) по визуално-аналоговата скала.

Намирането на подходяща зависимост за възникването или не на алгоневродистрофия от тези шест клинични фактора за пациентите с ФДР улеснява и ускорява терапевтичния процес.

Отчитането и проследяването на статистически значимите фактори още при постъпване на пациента за лечение дава възможност да се предвиди (с точност 84,55%) вероятността за развитие на алгоневродистрофия при конкретния пациент.

По този начин лекуващият лекар би могъл да проведе правилно и успешно патогенетично насочено лечение при тези болни, избягвайки всички дразнещи фактори за предотвратяване на хроничната дисфункция на засегнатата ръка.

ЛИТЕРАТУРА

- [1] Atkins R.M., Duckworth T., Kanis J.A. (1989), Algodystrophy following Colles' fracture, J Hand Surg Br, vol. 14(2), pp.161-164
- [2] Atkins R.M., Duckworth T., Kanis J.A. (1990), Features of algodystrophy after Colles' fracture, J Bone Joint Surg Br., vol. 72(1), pp.105-110
- [3] Gradl G., Steinborn M., Wizgall I., Mittlmeier T., Schürmann M. (2003), Acute CRPS I (morbus sudeck) following distal radial fractures--methods for early diagnosis, Zentralbl Chir., vol. 128(12), pp. 1020-1026
- [4] Field J., Warwick D., Bannister G.C. (1992), Features of algodystrophy ten years after Colles' fracture, J Hand Surg Br., vol. 17(3), pp. 318-220
- [5] Field J., Atkins R.M. (1997), Algodystrophy is an early complication of Colles' fracture. What are the implications?, J Hand Surg Br., vol. 22(2), pp.178-182
- [6] Nguyen T., Sambrook P., Kelly P. (1993), Prediction of osteoporotic fractures by instability and bone density, BMJ, vol. 307, pp. 1111-1115.
- [7] Zyluk A. (1996), Algodystrophy after distal radius fractures, Chir Narzadow Ruchu Ortop Pol., vol. 61(4), pp. 349-355
- [8] Jobson, J. D. (1991), Applied Multivariate Data Analysis, Springer Verlag
- [9] Prodanova K., Pashkunova S. (2013), Modelling data for complications in diabetics using Logistic regression, Pliska Stud. Math. Bulgar., vol. 22, pp. 143-158

[10] S. Dineva, Prodanova K., Mlachkova D. (2014), Modeling Data for Pancreatitis in Presence of a Duodendal Diverticula using Logistic Regression, AIP Conference Proceedings, vol. 1570, pp. 39-44

[11] StatSoft, Inc., STATISTICA Manual (Data analysis software system), Version 10.0, 2010

Автори: Христина Миланова, д-р Ph.D., Клиника по физикална медицина и рехабилитация, Военномедицинска Академия, София, E-mail address: ina.milanova@gmail.com; Красимира Проданова, професор д-р, катедра „Стохастика и оптимизиране“, Факултет по Приложна Математика и Информатика, Технически Университет - София, E-mail address: kprod@tu-sofia.bg; Йорданка Панева, доцент д-р, катедра “Математически анализ и числени методи”, Факултет по Приложна Математика и Информатика, Технически Университет - София, E-mail address: jpk@tu-sofia.bg

Постъпила на 28.07.2014

Рецензент доц. д-р Мариан И. Илиев

ОСНОВИ НА ОБОБЩЕНО ДРОБНО СМЯТАНЕ И НЯКОИ ПРИЛОЖЕНИЯ В ТЕОРИЯ НА УПРАВЛЕНИЕТО - ЧАСТ I

Емил Николов

Резюме: В статията се предлага систематизация и обобщение на: основите на обобщеното дробно смятане; специалните математически функции и операторите за интегриране и диференциране от непълен дробен ред; непрекъснати и дискретни апроксимации на тези оператори с рационални функции и съответстващи методи; структури и методи за конфигуриране на алгоритми и системи за фрактално управление; анализ на качеството и новите свойства на системите за фрактално управление; методите за техния аналитичен синтез; индустриалните приложения на системите за фрактално управление.

Ключови думи: обобщено дробно смятане, оператори за интегриране и диференциране от непълен дробен ред, рационални апроксимации на операторите за дробно смятане, фрактални алгоритми и системи за управление, колимация, робастна устойчивост, робастно качество.

FOUNDATIONS OF GENERALIZED FRACTIONAL CALCULUS AND SOME APPLICATIONS IN THE CONTROL THEORY - PART I

Emil Nikolov

Abstract: In the article are suggested systematization and summarize of: foundations of generalized fractional calculus; special mathematical functions; operators of integration and differentiation of fractional order arbitrary partial; continuous and discrete approximations to these operators with rational functions and corresponding methods; structures and methods for configuring fractional algorithms and control systems; quality and robust analysis, and new properties of fractional control; analytical methods for their synthesis; Industrial applications of fractional control systems.

Keywords: generalized fractional calculus; operators of integration and differentiation of fractional order arbitrary partial, rational approximations to operators of integration and differentiation of fractional order arbitrary partial; fractional algorithms and control systems; colimaçon; robust stability; performance robust

1. ВЪВЕДЕНИЕ

Настоящата работа има за цел да систематизира основите на обобщеното дробно смятане като самостоятелна област от математическия анализ и някои основни негови приложения в теорията на автоматичното управление. Задачите, поставени пред изследването, са: обзор на специалните математически функции, ос-

новаващи операторите за интегриране и диференциране от непълен дробен ред, техните непрекъснати и дискретни апроксимации с рационални функции и съответстващи методи за трансформации, както и възможностите и методите за конфигуриране на различни видове алгоритми и системи за управление с тяхна помощ, анализа на качеството, новите свойства и методите за синтез на тези системи за управление, индустриалните приложения на системите за фрактално управление. Работата е представена в две неразделно свързани части. Първата от тях включва: въвеждането, рационалните апроксимации на оператори от обобщеното дробно смятане. Втората съдържа разделите за: алгоритми за управление, основани на рационални апроксимации на оператори от обобщеното дробно смятане; нов клас системи за автоматично управление, основани на обобщеното дробно смятане; качество и нови свойства на системите за фрактално управление, методи за синтез; индустриални приложения на фракталните системи за управление, заключение и литература.

Създател на обобщеното дробно смятане **GFC (Generalized Fractional Calculus)** е **Augustin-Louis Cauchy (1760-1848)**. През 1819 г. той формулира дефиницията на производна от дробен ред, основополагаща операторите за интегриране и диференциране от дробен и комплексен (произволен непълен) ред. В трудовете на **Sylvestre François Lacroix (1765-1843)**, **Guillaume François Antoine l'Hôpital (1661-1704)**, **Gottfried Wilhelm von Leibniz (1646-1716)**, **Leonhard Euler (1707-1783)**, **Pierre-Simon Laplace (1749-1827)**, **Jean Baptiste Joseph Fourier (1768-1830)**, **Niels Henrik Abel (1802-1829)**, **Jacques Salomon Hadamard (1865-1963)** са изследвани, определени и доказани основните свойства на производната и на интеграла от произволен непълен ред, интегрални трансформации и основите на **GFC**. В последствие **GFC** се развива като самостоятелна област във функционалния анализ, благодарение на няколко специални математически функции (1)÷(4). Операторите от **GFC** за интегриране и диференциране от произволен непълен ред α **OGFC** върху функция на една променлива се обобщават в четири групи [1 ÷ 42], всяка от които се основава на съответната специална математическа функция: **Gamma**-функцията (1) на **Adrien-Marie Legendre (1752-1833)**, хипергеометричната **Gauss**-функция (2) на **Johann Carl Friedrich Gauss (1777-1855)**, **Meijer G**-функцията (3) на **Cornelis Simon Meijer (1904-1974)**, **Fox H**-функцията (4) на **Charles Fox (1897-1977)**.

$$\Gamma(x) = (x-1) \int_0^{\infty} t^{x-2} e^{-t} dt = (x-1) \Gamma(x-1) \quad (1)$$

$${}_2F_1(a, b; c; z) = \frac{1}{2\pi i} \int_{-i\infty}^{i\infty} \frac{\Gamma(a+s)\Gamma(b+s)\Gamma(-s)}{\Gamma(c-s)} (-z)^s ds \quad (2)$$

$$G_{p,q}^{m,n} \left(x \left| \begin{matrix} a_1, \dots, a_p \\ b_1, \dots, b_q \end{matrix} \right. \right) = \frac{1}{2\pi i} \int_{\gamma_L} \frac{\prod_{j=1}^m \Gamma(b_j - s) \prod_{j=1}^n \Gamma(1 - a_j + s)}{\prod_{j=n+1}^p \Gamma(a_j - s) \prod_{j=m+1}^q \Gamma(1 - b_j + s)} x^s ds \quad (3)$$

$$H(z) = \frac{1}{2\pi i} \int_C \frac{\prod_{j=1}^m \Gamma(b_j - \beta_j s) \prod_{j=1}^n \Gamma(1 - a_j + \alpha_j s)}{\prod_{j=m+1}^q \Gamma(1 - b_j + \beta_j s) \prod_{j=n+1}^p \Gamma(a_j - \alpha_j s)} z^s ds \quad (4)$$

Операторите **OGFC** (5)÷(19) на:

■ **Riemann-Liouville** (5), (**Georg Friedrich Bernhard Riemann**, 1826-1866 и **Joseph Liouville**, 1809-1882) с **Gamma**-функция;

$$\begin{aligned}
 {}_a I_t^\alpha f(t) &\equiv {}_a D_t^{-\alpha} f(t) = \frac{1}{\Gamma(-\alpha)} \int_a^t \frac{f(\tau)}{(t-\tau)^{\alpha+1}} d\tau, (\alpha, a \in \mathbb{R}, \alpha < 0) \\
 {}_0 I_t^\alpha f(t) &\equiv {}_0 D_t^{-\alpha} f(t) = \frac{1}{\Gamma(-\alpha)} \int_0^t \frac{f(\tau)}{(t-\tau)^{\alpha+1}} d\tau, (\alpha, a = 0, 0 < \alpha < 1) \\
 {}_a D_t^\alpha f(t) &= \frac{1}{\Gamma(n-\alpha)} \frac{d^n}{dt^n} \int_a^t \frac{f(\tau)}{(t-\tau)^{\alpha-n+1}} d\tau, (n-1 < \alpha < n) \\
 {}_0 D_t^\alpha f(t) &= \frac{1}{\Gamma(n-\alpha)} \frac{d^n}{dt^n} \int_0^t \frac{f(\tau)}{(t-\tau)^{\alpha-n+1}} d\tau, (n-1 < \alpha < n) \\
 n \in N &:= \{1, 2, 3, \dots\}
 \end{aligned} \tag{5}$$

■ **Grünwald-Letnikov** (6), (**Anton Karl Grünwald**, 1838-1920 и **Aleksey Vasilievich Letnikov**, 1837-1888) с **Gamma**-функция;

$$\begin{aligned}
 D_t^\alpha f(t) &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{1}{h^\alpha} \sum_{j=0}^{\infty} (-1)^j \binom{\alpha}{j} f(t-jh) \\
 \binom{\alpha}{j} &= \frac{\alpha!}{j! (\alpha-j)!} = \frac{\Gamma(\alpha+1)}{\Gamma(j+1) \Gamma(\alpha-j+1)}, \left(\binom{\alpha}{0} = 1 \right)
 \end{aligned} \tag{6}$$

■ **Michele Caputo** (7) с **Gamma**-функция;

$${}_c D_t^\alpha f(t) \equiv I^{n-\alpha} D^n f(t) = \frac{1}{\Gamma(n-\alpha)} \int_0^t \frac{f^{(n)}(\tau)}{(t-\tau)^{\alpha-n+1}} d\tau, (n-1 < \alpha < n; n \in N := \{1, 2, 3, \dots\}) \tag{7}$$

■ **Weyl** (8), (**Hermann Klaus Hugo Weyl**, 1885-1955) с **Gamma**-функция;

$$\begin{aligned}
 W_{x,\infty}^\alpha f &= {}_x W_\infty^{-\alpha} f(x) = \frac{1}{\Gamma(\alpha)} \int_x^\infty (t-x)^{\alpha-1} f(t) dt; \\
 W_{x,\infty}^\alpha f &= \frac{x^\alpha}{\Gamma(\alpha)} \int_1^\infty (u-1)^{\alpha-1} f(xu) du, (\Re(\alpha) > 0)
 \end{aligned} \tag{8}$$

■ **Kober** (9), (**Hermann Kober**, 1888-1973) с **Gamma**-функция;

$$\begin{aligned}
 \mathcal{T}[f(x)] &= \mathcal{T}[\alpha, \eta; f(x)] = \frac{x^{-\eta-\alpha}}{\Gamma(\alpha)} \int_0^x (x-t)^{\alpha-1} t^\eta f(t) dt; \\
 \mathcal{R}[f(x)] &= \mathcal{R}[\alpha, \zeta; f(x)] = \frac{x^\zeta}{\Gamma(\alpha)} \int_x^\infty (t-x)^{\alpha-1} t^{-\zeta-\alpha} f(t) dt
 \end{aligned} \tag{9}$$

■ **Erdélyi** (10), (**Arthur Erdélyi**, 1908-1977) с **Gamma**-функция;

$$\begin{aligned}
 \mathcal{T}[f(x)] &= \frac{m}{\Gamma(\alpha)} x^{-\eta-m\alpha+m-1} \int_0^x t^\eta (x^m-t^m)^{\alpha-1} f(t) dt; \\
 \mathcal{T}[f(x)] &= \frac{1}{\Gamma(\alpha)} \int_0^1 u^{(\eta+1)/(m-1)} (1-u)^{\alpha-1} f(xu^{1/m}) du; \\
 \mathcal{R}[f(x)] &= \frac{m x^\zeta}{\Gamma(\alpha)} \int_x^\infty t^{-\zeta-m\alpha+m-1} (t^m-x^m)^{\alpha-1} f(t) dt; \\
 \mathcal{R}[f(x)] &= \frac{1}{\Gamma(\alpha)} \int_1^\infty u^{-(\zeta/m)-\alpha} (u-1)^{\alpha-1} f(xu^{1/m}) du,
 \end{aligned} \tag{10}$$

■ **Saxena Ram Kishore** (11) с хипергеометрична **Gauss**-функция;

$$\begin{aligned}
 \mathcal{F}[f(x)] &= \frac{x^{-\gamma-1}}{\Gamma(1-\alpha)} \int_0^x {}_2F_1(\alpha, \beta+m; \beta; t/x) t^\gamma f(t) dt \\
 [f(x)] &= \frac{x^\delta}{\Gamma(1-\alpha)} \int_x^\infty {}_2F_1(\alpha, \beta+m; \beta; x/t) t^{-\delta-1} f(t) dt
 \end{aligned} \tag{11}$$

■ **Shyam Lal Kalla** (12) с хипергеометрична **Gauss**-функция;

$$\begin{aligned} \mathcal{F}[f(x)] &= \frac{\mu x^{-\eta-1}}{\Gamma(1-\alpha)} \int_0^x {}_2F_1(\alpha, \beta+m; \gamma; at^\mu/x^\mu) t^\eta f(t) dt \\ \mathcal{F}[f(x)] &= \frac{\mu x^\delta}{\Gamma(1-\alpha)} \int_x^\infty {}_2F_1(\alpha, \beta+m; \gamma; ax^\mu/t^\mu) t^{-\delta-1} f(t) dt \end{aligned} \quad (12)$$

■ **Arun Kumbhat** (13) с хипергеометрична **Gauss**-функция;

$$\begin{aligned} R[f(x)] &= \frac{x^{-\sigma-\rho}}{\Gamma(\rho)} \int_0^x t^\sigma (x-t)^{\rho-1} {}_2F_1\left(\alpha, \beta; \gamma; a\left(1-\frac{t}{x}\right)\right) f(x) dt \\ K[f(x)] &= \frac{x^\sigma}{\Gamma(\rho)} \int_x^\infty t^{-\sigma-\rho} (t-x)^{\rho-1} {}_2F_1\left(\alpha, \beta; \gamma; a\left(1-\frac{x}{t}\right)\right) f(x) dt \end{aligned} \quad (13)$$

■ **Saigo Megumi** (14) с хипергеометрична **Gauss**-функция;

$$\begin{aligned} I_{0,x}^{\alpha, \beta, \eta} f(x) &= \frac{x^{-\alpha-\beta}}{\Gamma(\alpha)} \int_0^x (x-t)^{\alpha-1} {}_2F_1\left(\alpha+\beta, -\eta; \alpha; 1-\frac{t}{x}\right) f(t) dt \\ I_{0,x}^{\alpha, \beta, \eta} f(x) &= \frac{d^n}{dx^n} I_{0,\alpha}^{\alpha+n, \beta-n, \eta-n} f(x) \end{aligned} \quad (14)$$

■ **Arun Ram** (15) с хипергеометрична **Gauss**-функция;

$$\begin{aligned} R\{f[(x)]\} &= \prod_{j=1}^n \left\{ \frac{x_j^{-\eta_j-\delta_j}}{\Gamma(\delta_j)} \int_0^{x_j} \dots \int_0^{x_n} t_j^{\eta_j} (x_j-t_j)^{\delta_j-1} \times \right. \\ &\times {}_2F_1\left[\alpha_j, \beta_j, \delta_j, a_j\left(1-\frac{t_j}{x_j}\right)\right] f[(t)] \phi\left[\left(\frac{t}{x}\right)\right] dt_1 \dots dt_n \\ K\{f[(x)]\} &= \prod_{j=1}^n \left\{ \frac{x_j^{\rho_j}}{\Gamma(\gamma_j)} \int_{x_1}^\infty \dots \int_{x_n}^\infty t_j^{-\zeta_j-\gamma_j} (t_j-x_j)^{\gamma_j-1} \times \right. \\ &\times {}_2F_1\left[\alpha_j, \beta_j, \gamma_j, a_j\left(1-\frac{x_j}{t_j}\right)\right] f[(t)] \phi\left[\left(\frac{x}{t}\right)\right] dt_1 \dots dt_n \end{aligned} \quad (15)$$

■ **B. P. Parashar** с **Meijer G**-функция (16);

$$\begin{aligned} I_\alpha f(x) &= A x^{-\eta-1} \int_0^x G_{p+2, q+2}^{m, n}\left(\frac{at}{x} \middle| \begin{matrix} \alpha, 1+\beta+\ell & a_1, \dots, a_p \\ \gamma, 1-\beta & b_1, \dots, b_q \end{matrix}\right) t^\eta f(t) dt \\ K_\alpha f(x) &= A x^\eta \int_x^\infty G_{p+2, q+2}^{m, n}\left(\frac{ax}{t} \middle| \begin{matrix} \alpha, 1-\beta+\ell & a_1, \dots, a_p \\ \gamma, 1-\beta & b_1, \dots, b_q \end{matrix}\right) t^{-\eta-1} f(t) dt, \\ &\left(A = \frac{\Gamma(\beta)}{\Gamma(\alpha)\Gamma(1-\alpha)\Gamma(\beta-\ell)}\right) \end{aligned} \quad (16)$$

■ **Virginia Kiryakova** (17) с **Meijer G**-функция;

$$\begin{aligned} R[f(x)] &= R_{\beta, m}^{(\gamma_k), (\delta_k)} f(x) = \int_0^1 G_{m, m}^{m, 0}\left(u \middle| \begin{matrix} (\gamma_k + \delta_k) \\ \gamma_k \end{matrix}\right) f\left(xu^{\frac{1}{\beta}}\right) du = \\ &= x^{-\beta} \int_0^x G_{m, m}^{m, 0}\left(\left(\frac{t}{x}\right)^\beta \middle| \begin{matrix} (\gamma_k + \delta_k) \\ \gamma_k \end{matrix}\right) f(t) d(t^\beta) \\ W[f(x)] &= W_{\beta, m}^{\{\gamma_k\}, \{\alpha_k\}} f(x) = \int_1^\infty G_{m, m}^{m, 0}\left(\frac{1}{u} \middle| \begin{matrix} (\tau_k + \alpha_k + 1) \\ \tau_k + 1 \end{matrix}\right) f(xu^{1/\beta}) du \\ &= x^{-\beta} \int_x^\infty G_{m, m}^{m, 0}\left(\left(\frac{x}{t}\right)^\beta \middle| \begin{matrix} (\tau_k + \alpha_k + 1) \\ \tau_k + 1 \end{matrix}\right) f(t) d(t^\beta) \end{aligned} \quad (17)$$

■ **Arun Kumbhat** (18) с **Fox H**-функция;

$$\begin{aligned} R_{x,r}^{\eta, \alpha}[f(x)] &= r x^{-\eta-r\alpha-1} \int_0^x t^\eta (x-t)^r {}^{\alpha}H_{p,Q}^{M,N}\left[kU \middle| \begin{matrix} (a_p, A_p) \\ (b_q, B_q) \end{matrix}\right] f(x) dt \\ K_{x,r}^{\delta, \alpha}[f(x)] &= r x^\delta \int_x^\infty t^{-\delta-r\alpha-1} (t-x)^r {}^{\alpha}H_{p,Q}^{M,N}\left[kV \middle| \begin{matrix} (a_p, A_p) \\ (b_q, B_q) \end{matrix}\right] f(x) dt \end{aligned} \quad (18)$$

■ **Shyam Lal Kalla** (19) с **Fox H**-функция,

$$\begin{aligned}
 R[f(x)] &= x^{-\gamma-1} \Gamma_R \int_0^x H_{p,q}^{m,n} \left[a \left(\frac{y}{x} \right)^r \mid \left(\begin{matrix} a_p, A_p \\ b_q, B_q \end{matrix} \right) \right] y^\gamma f(y) dy \\
 &\left\{ \Gamma_R = \left\{ r \prod_{j=1}^q \Gamma(1-b_j) \right\} \left\{ \prod_{j=1}^m \Gamma(a_j) \prod_{j=1}^p \Gamma(1-a_j) \right\}^{-1} \right\} \\
 S[f(x)] &= x^\delta \Gamma_S \int_x^\infty H_{v,w}^{t,u} \left[b \left(\frac{x}{y} \right)^s \mid \left(\begin{matrix} c_v, C_v \\ d_w, D_w \end{matrix} \right) \right] y^{-\delta-1} f(y) dy \\
 &\left\{ \Gamma_S = \left\{ s \prod_{j=1}^w \Gamma(1-d_j) \right\} \left\{ \prod_{j=1}^t \Gamma(c_j) \prod_{j=1}^v \Gamma(1-c_j) \right\}^{-1} \right\}
 \end{aligned} \tag{19}$$

са представени или като двойки оператори на функция на една променлива (използва се нататък символното означение ${}_a D_x^\alpha$ за оператор от ред $\pm \alpha$ с граница a върху функция x) - съответно за интегриране (диференциране) от произволен непълен ред, или като двойки оператори с допълващи се граници $0 \div \infty$ за интегриране (диференциране) от ред $\pm \alpha$. Всички **OGFC** (5) ÷ (19) притежават свойствата линейност, адитивност, интегрална **Laplace**- и **Fourier**- трансформируемост, изчислителна сходимост. Отличават се по скоростта на изчислителната си сходимост.

В наши дни активното развитие на **GFC** като самостоятелно направление в математическия анализ [1 ÷ 42] и към приложения в области като: ● рекурсия в аналитични изображения на ирационални комплексни множества; ● пространствени преходи от и във векторни области; ● математическа физика на неутриното - енергиен статус и преходи; ● биохимия; ● теория на автоматичното управление; ● аналитични и числени методи за дробно смятане на фрактални динамични системи; ● моделиране, изследване и оптимизация на феномени (плазменна физика, вълнови и дифузионни процеси) механични, електрически, термични, биоинженерни и биомедицински процеси, нови материали -високоеластични полимери, пяна, гелове, тъкани); ● обработка на сигнали и на изображения и др. Измежду множеството специализирани световни форуми (само в областта на теорията на автоматичното управление), потвърждаващи активността в приложението на **GFC** в областта на управлението, следва да бъдат отбелязани: 1st IFAC Workshop on Fractional differentiation and its applications, FDA'04, Bordeaux, France, 19-21 July, 2004; 2nd IFAC Workshop Fractional Differentiation and its Applications FDA'06, Porto, Portugal, 19-21 July, 2006; 3rd IFAC Workshop on Fractional Differentiation and its Applications FDA'08, Ankara, Turkey, 05-07 November, 2008; 4th IFAC Workshop Fractional Differentiation and its Applications. FDA'10, Badajoz, Spain, 18-20 October, 2010; 5th IFAC Symposium on Fractional Differentiation and its Applications, FDA'12, Nanjing, China. 14-17 May, 2012; 6th IFAC Workshop on Fractional Differentiation and Its Applications, FDA'13 Grenoble, France, 4-6 February, 2013; 7th IFAC Workshop on Fractional Differentiation and Its Applications, FDA'14 Catania, Italy, 23-25 June, 2014. В допълнение е необходимо да бъдат посочени и трите периодични списания, специализирани в съответната област:

- **Journal of Fractional Calculus**, ©Publisher Koriyama, Japan, Descartes Press Co.; Editor-in-Chief: Katsuyuki Nishimoto; ISSN: 0918-5402;
URL: <http://www.worldcat.org/title/journal-of-fractional-calculus/oclc/29046195>;
Starting year: 1992;
- **Fractional Calculus & Applied Analysis**, © Founding Publisher and Supporting Organization: Institute of Mathematics & Informatics, Bulgarian Academy of Sciences, Sofia - Bulgaria;
Managing Editor: Virginia Kiryakova; Print ISSN 1311-0454, Electronic ISSN 1314-2444;
URL: http://www.math.bas.bg/_fcaa; <http://www.diogenes.bg/fcaa> ;
Starting year: 1998;
- **Fractional Dynamic Systems**. © Ele-Math's Element d.o.o. Publishing House;
Editors-in-chief: Josip Pecaric, Yong Zhou;
URL: <http://fds.ele-math.com/> ;
Starting year: 2010.

2. РАЦИОНАЛНИ АПРОКСИМАЦИИ НА ОПЕРАТОРИ ОТ ОБОБЩЕНОТО ДРОБНО СМЯТАНЕ

Приложение на **OGFC** (5) ÷ (19) в теорията и практиката на автоматичното управление (в качеството на алгоритми в системите за управление) е свързано с необходимостта от техни рационални функционални еквиваленти, които да са физически и технически реализуеми. Използва се основното свойство интегрална **Laplace**-трансформируемост на **OGFC** (5) ÷ (19) $\mathcal{L} \{ {}_a D_t^\alpha f(t) \} = {}_a D_p^\alpha = p^\alpha F(p)$, като за пример са показани съответните трансформации на (5), (6), (7)

$$\begin{aligned} \mathcal{L} \{ {}_a D_t^\alpha f(t) \}_{\substack{\text{Riemann-} \\ \text{Liouville}}} &= p^\alpha F(p) - \sum_{k=0}^{n-1} p^k [D^{\alpha-k-1} f(t)]_{t=0}, (n-1 \leq \alpha < n; n \in \mathbb{N} := \{1, 2, 3, \dots\}) \\ \mathcal{L} \{ {}_a D_x^\alpha f(t) \}_{\substack{\text{Grünwald-} \\ \text{Letnikov}}} &= p^\alpha F(p), \\ \mathcal{L} \{ {}_a D_t^\alpha f(t) \}_{\text{Caputo}} &= p^\alpha F(p) - \sum_{k=0}^{n-1} p^{\alpha-k-1} f^{(k)}(t), (n-1 \leq \alpha < n; n \in \mathbb{N} := \{1, 2, 3, \dots\}) \end{aligned}$$

Достигането на реализуеми рационални еквиваленти на **Laplace**-трансформираниите **OGFC** (5) ÷ (19) ${}_a D_p^\alpha(p)$ се постига с честотната рационална апроксимация на **OGFC** ${}_a D_p^\alpha(p)$ (5) ÷ (19) за ограничен, предварително зададен желан честотен диапазон. Тази апроксимация е осъществима с непрекъснати апроксимиращи функции

$${}_a D_p^{\pm\alpha}(p) \equiv p^{\pm\alpha} \cong \hat{H}(p, \alpha)$$

или с дискретни апроксимиращи функции

$${}_a D_x^{\pm\alpha}(p) \equiv p^{\pm\alpha} \rightarrow \hat{D}(z^{-1}, \alpha).$$

Съществуващите универсални методи и алгоритми за апроксимация на всеки от **OGFC** ${}_a D_p^\alpha(p)$ (5) ÷ (19) са систематизирани с (20) ÷ (35), където с: p и z са означени комплексните променливи, T_0 - тактът на дискретизация, $G(p)$ - обобщен запис на фрактална динамична система, а с **LFT** - обобщеният оператор за линейни фрактални трансформации (**Linear Fractional Transformation**)

$$p = \sigma + j\omega = \operatorname{Re} p + j \operatorname{Im} p ; \left(\operatorname{Re} p = \sigma , \operatorname{Im} p = \omega , j = \sqrt{-1} \right)$$

$$z = \operatorname{Re} z + j \operatorname{Im} z ; \left(\operatorname{Re} z = e^{T_0 \sigma} \cos \omega T , \operatorname{Im} z = e^{T_0 \sigma} \sin \omega T \right)$$

$$z = e^{T_0 p} = e^{T_0 \sigma} \cos \omega T + j e^{T_0 \sigma} \sin \omega T ; \quad p = T_0^{-1} \ln z \quad .$$

$$G(p) = \frac{b_m p^{\beta_m} + b_{m-1} p^{\beta_{m-1}} + \dots + b_0 p^{\beta_0}}{a_n p^{\alpha_n} + a_{n-1} p^{\alpha_{n-1}} + \dots + a_0 p^{\alpha_0}}$$

Методите за апроксимация на **OGFC** ${}_a D_p^\alpha(p)$ (5)÷(19) с непрекъснати рационални функции използват **LFT** и:

- непрекъснати верижни дроби **CFE (Continued Fraction Expansions)** - (20), (21), (22),

$$CFE \Leftrightarrow G(p) = a_0(p) + \frac{b_1(p)}{a_1(p) + \frac{b_2(p)}{a_2(p) + \frac{b_3(p)}{a_3(p) + \dots}}} = a_0(p) + \frac{b_1(p)}{a_1(p)} + \frac{b_2(p)}{a_2(p)} + \frac{b_3(p)}{a_3(p)} + \dots$$

- полиномиална рекурсивна дробно-рационална апроксимация **PRF (Polynomial Recursive Fraction)** (23), (24),

$$PRF \Leftrightarrow G(p) = C \prod_{r=1}^N \left(\frac{1 + \tau p^r}{1 + \tau' p^r} \right) , (r \in R, C \in R, \tau' < \tau)$$

Методите за рационална апроксимация на **OGFC** ${}_a D_p^\alpha(p)$ (5)÷(19) с дискретни функции използват числено интегриране „по правоъгълник“ или „по трапец“ с **LFT** на **Euler-Grunvald-Letnikov**, **Arnold Tustin** (1899-1994), **Thomas Simpson** (1710-1761), **Al-Alaoui Mohamad Adnan** и:

$$LFT \Leftrightarrow z^{\pm\alpha} \rightarrow \left(\frac{a z + b}{c z + d} \right)^{\pm\alpha} = (\varpi(z^{-1}))^{\pm\alpha} ; (z^{-1})^{\pm\alpha} \rightarrow \left(\frac{a + b z^{-1}}{c + d z^{-1}} \right)^{\pm\alpha} = (\varpi(z^{-1}))^{\pm\alpha} .$$

$$D^{\pm\alpha}(z^{-1}) \equiv (\varpi(z^{-1}))^{\pm\alpha} = (T_0^{-1}(1 - z^{-1}))^{\pm\alpha} ; \quad D^{\pm\alpha}(z^{-1}) \equiv (\varpi(z^{-1}))^{\pm\alpha} = (T_0^{-1}(1 - z^{-1})(1 + z^{-1})^{-1})^{\pm\alpha}$$

$$p^{\pm\alpha} \equiv D^{\pm\alpha} \rightarrow (\varpi(z^{-1}))^{\pm\alpha} = \left(\frac{1}{T_0} (1 - z^{-1}) \right)^{\pm\alpha} ; p^{\pm\alpha} \equiv D^{\pm\alpha} \rightarrow (\varpi(z^{-1}))^{\pm\alpha} = \left(\frac{2}{T_0} \frac{(1 - z^{-1})}{(1 + z^{-1})} \right)^{\pm\alpha}$$

Euler - Grünwald - Letnikov Tustin

$$p^{\pm\alpha} \equiv D^{\pm\alpha} \rightarrow (\varpi(z^{-1}))^{\pm\alpha} = \left(\frac{3}{T_0} \frac{(1 + z^{-1})(1 - z^{-1})}{(1 + 4z^{-1} + z^{-2})} \right)^{\pm\alpha} ; p^{\pm\alpha} \equiv D^{\pm\alpha} \rightarrow (\varpi(z^{-1}))^{\pm\alpha} = \left(\frac{8}{7T_0} \frac{(1 - z^{-1})}{(1 + (z^{-1}/7))} \right)^{\pm\alpha}$$

Simpson Al-Alaoui

- разширени степенни редове **PSE (Power Series Expansion)** на **Brook Taylor** (1685-1731) и на **Henri Eugène Padé** (1863-1953) - (25),(26), (27),(28),(29);
- непрекъснати верижни дроби **CFE** - (30), (31)

$$CFE \Leftrightarrow \left(\frac{z-1}{z+1} \right)^\alpha = 1 + \frac{(-2\alpha)}{(z+\alpha)} + \frac{(\alpha^2-1)}{3z} + \frac{(\alpha^3-4)}{5z} + \frac{(\alpha^2-9)}{7z} + \dots + \frac{(\alpha^2-(k-1)^2)}{(2k-1)z} + \dots$$

- дискретна полиномиална апроксимация **PRF** -(32).

$$D^{\pm\alpha}(p) \equiv p^{\pm\alpha} \rightarrow (\varpi(z^{-1}))^{\pm\alpha} = \left(\frac{1}{T_0} 2 \frac{(1 - z^{-1})}{(1 + z^{-1})} \right)^{\pm\alpha} \equiv \hat{D}^{\pm\alpha}(z^{-1}, \alpha)$$

$$PRF \Leftrightarrow \hat{D}^{\pm\alpha}(z^{-1}, \alpha) = \prod_{i=1}^N \frac{(a_{i0} + a_{i1}z^{-1})}{(1 + b_{i1}z^{-1})}$$

Рационалните апроксимации на **OGFC** ${}_a D_p^\alpha(p)$ (5)÷(19) са систематизирани с (20)÷(32):

■ **Duta Roy S. C. (20);**

$$D^\alpha(p) \equiv p^\alpha \cong \begin{cases} \hat{H}_h^\alpha(p, \alpha) = CFE_h = \frac{1}{(1+pT)^\alpha}, (\omega \gg 1) \\ \hat{H}_l^\alpha(p, \alpha) = CFE_l = (1+p^{-1})^\alpha, (\omega \ll 1) \end{cases} \quad (20)$$

$$\hat{H}(p, \alpha) \hat{=} \frac{(\alpha^2 + 3\alpha + 2)p^2 + (8 - 2\alpha^2)p + (\alpha^2 - 3\alpha + 2)}{(\alpha^2 - 3\alpha + 2)p^2 + (8 - 2\alpha^2)p + (\alpha^2 + 3\alpha + 2)}$$

■ **Carlson E. Gordon (21);**

$$D^\alpha(p) \equiv p^\alpha \hat{=} \hat{H}_i(p, \alpha) = \hat{H}_{i-1}(p, \alpha) \frac{(q-m)(\hat{H}_{i-1}(p))^2 + (q+m)D^\alpha(p)}{(q+m)(\hat{H}_{i-1}(p))^2 + (q-m)D^\alpha(p)} \quad (21)$$

$$\left((\hat{H}(p))^{\alpha} - (D^\alpha(p)) = 0 ; \hat{H}(p) \equiv D^\alpha(p); \alpha = 1/q, m = q/2, \hat{H}_0(p) = 1 \right)$$

■ **Matsuda Khoichi (22);**

$$D^\alpha(p) \equiv p^\alpha \hat{=} \hat{H}(p, \alpha) = a_0 + \frac{p-p_0}{a_1} + \frac{p-p_1}{a_2} + \frac{p-p_2}{a_3} + \dots, (p_k, k=0, 1, 2, \dots) \quad (22)$$

$$\left(a_i = v_{i+1}(p_i), v_0(p) = \hat{H}(p), v_{i+1}(p) = \frac{p-p_i}{v_i(p) - a_i} \right)$$

■ **Alain Oustaloup (23);**

$$D^\alpha(p) \equiv p^\alpha \hat{=} \hat{H}(p, \alpha) = C \prod_{k=-N}^N \frac{(1+p/\omega_k)}{(1+p/\omega'_k)} \quad (23)$$

$$\left(\begin{aligned} \omega'_0 &= \lambda^{-0.5} \omega_u ; \omega_0 = \lambda^{0.5} \omega_u ; \omega'_{k+1}(\omega'_k)^{-1} = \omega_{k+1}(\omega_k)^{-1} = \lambda \eta > 1 ; \omega'_{k+1}(\omega_k)^{-1} = \eta > 0 ; \\ \omega_k(\omega'_k)^{-1} &= \lambda > 0 ; N = \log(\omega_N/\omega_0) / (\log(\lambda \eta))^{-1} ; \alpha = \log \lambda / (\log(\lambda \eta))^{-1} \end{aligned} \right)$$

■ **Charef Abdelfatah (24);**

$$D^\alpha(p) \equiv p^\alpha \hat{=} \hat{H}(p, \alpha) = \frac{1}{(1+(\rho T)^{-1}p)^\alpha} = \frac{\prod_{i=0}^{n-1} (1+p/\vartheta_i)}{\prod_{i=0}^n (1+p/\rho_i)} \quad (24)$$

$$(a = 10^{y/10(1-\alpha)}, b = 10^{y/10\alpha}, ab = 10^{y/10\alpha(1-\alpha)}; \rho_0 = \rho_T \sqrt{b}; \rho_i = \rho_0 (ab)^i; \vartheta_i = a \rho_0 (ab)^i)$$

■ **Euler-Grunvald-Letnikov (25);**

$$D^\alpha(p) \equiv p^\alpha \rightarrow (\varpi(z^{-1}))^\alpha = (T_0^{-1}(1-z^{-1}))^\alpha \hat{=} \hat{D}(z^{-1}, \alpha) \quad (25)$$

$$\hat{D}(z^{-1}, \alpha) = T_0^{-\alpha} PSE \left\{ (1-z^{-1})^{\pm \alpha} \right\} = T_0^{-\alpha} \left(1 - \alpha z^{-1} + \frac{\alpha(\alpha-1)}{2!} z^{-2} \dots \right)_{Taylor}$$

$$\hat{D}(z^{-1}, \alpha) = T_0^{-\alpha} \left(\frac{2 - (\alpha+1)z^{-1}}{2 + (\alpha+1)z^{-1}} \right)_{\varphi_{ad\hat{e}}} = T_0^{-\alpha} \left(\frac{12 - 6(\alpha+2)z^{-1} + (\alpha^2 + 3\alpha + 2)z^{-2}}{12 + 6(\alpha+2)z^{-1} + (\alpha^2 + 3\alpha + 2)z^{-2}} \right)_{\varphi_{ad\hat{e}}}$$

■ **Tustin_I (26);**

$$D^\alpha(p) \equiv p^\alpha \rightarrow (\varpi(z^{-1}))^\alpha = \left(2T_0^{-1} \frac{(1-z^{-1})}{(1+z^{-1})} \right)^\alpha \hat{=} \hat{D}(z^{-1}, \alpha) \quad (26)$$

$$\hat{D}(z^{-1}, \alpha) = 2T_0^{-\alpha} PSE \left\{ \left(\frac{(1-z^{-1})}{(1+z^{-1})} \right)^{\pm \alpha} \right\} = 2T_0^{-\alpha} (1 - 2\alpha z^{-1} + 2\alpha^2 z^{-2} \dots)_{Taylor}$$

$$\hat{D}(z^{-1}, \alpha) = 2T_0^{-\alpha} \left(\frac{1 - \alpha z^{-1}}{1 + \alpha z^{-1}} \right)_{\varphi_{ad\hat{e}}} = 2T_0^{-\alpha} \left(\frac{3 - 3\alpha z^{-1} + (\alpha^2 - 1)z^{-2}}{3 + 3\alpha z^{-1} + (\alpha^2 - 1)z^{-2}} \right)_{\varphi_{ad\hat{e}}}$$

■ **Simpson (27);**

$$\begin{aligned}
 D^{\pm\alpha}(p) &\equiv p^{\pm\alpha} \rightarrow (\varpi(z^{-1}))^{\pm\alpha} = \left(3 T_0^{-1} \frac{(1+z^{-1})(1-z^{-1})}{(1+4z^{-1}+z^{-2})} \right)^{\pm\alpha} \cong \hat{D}^{\pm\alpha}(z^{-1}, \alpha) \\
 \hat{D}^{\pm\alpha}(z^{-1}, \alpha) &= 3 T_0^{\mp\alpha} \text{PSE} \left\{ \left(\frac{(1+z^{-1})(1-z^{-1})}{(1+4z^{-1}+z^{-2})} \right)^{\pm\alpha} \right\} \\
 \hat{D}^{\pm\alpha}(z^{-1}, \alpha) &= 3 T_0^{\mp\alpha} (1-4\alpha z^{-1} + 2\alpha(4\alpha+3)z^{-2} \dots)_{\text{Taylor}} = 3 T_0^{\mp\alpha} \left(\frac{2-(4\alpha-3)z^{-1}}{2-(4\alpha-3)z^{-1}} \right)_{\text{Padé}}
 \end{aligned} \tag{27}$$

■ **Lubich-Euler-Grunvald-Letnikov (28);**

$$\begin{aligned}
 D^{\pm\alpha}(p) &\equiv p^{\pm\alpha} \rightarrow (\varpi(z^{-1}))^{\pm\alpha} = \left(3 T_0^{-1} \frac{(1+z^{-1})(1-z^{-1})}{(1+4z^{-1}+z^{-2})} \right)^{\pm\alpha} \cong \hat{D}^{\pm\alpha}(z^{-1}, \alpha) \\
 \hat{D}^{\pm\alpha}(z^{-1}, \alpha) &= 3 T_0^{\mp\alpha} \text{PSE} \left\{ \left(\frac{(1+z^{-1})(1-z^{-1})}{(1+4z^{-1}+z^{-2})} \right)^{\pm\alpha} \right\} \\
 \hat{D}^{\pm\alpha}(z^{-1}, \alpha) &= 3 T_0^{\mp\alpha} (1-4\alpha z^{-1} + 2\alpha(4\alpha+3)z^{-2} \dots)_{\text{Taylor}} = 3 T_0^{\mp\alpha} \left(\frac{2-(4\alpha-3)z^{-1}}{2-(4\alpha-3)z^{-1}} \right)_{\text{Padé}}
 \end{aligned} \tag{28}$$

■ **Tustin₂ (29),**

$$\begin{aligned}
 D^{\pm\alpha}(p) &\equiv p^{\pm\alpha} \rightarrow (\varpi(z^{-1}))^{\pm\alpha} = \left(\frac{2}{T_0} \right)^{\pm\alpha} \left(\frac{1-z^{-1}}{1+z^{-1}} \right)^{\pm\alpha} = \left(\frac{2}{T_0} \right)^{\pm\alpha} \left(\frac{P_p(z^{-1})}{Q_q(z^{-1})} \right)^{\pm\alpha} \cong \hat{D}^{\pm\alpha}(z^{-1}, \alpha) \\
 \hat{D}^{\pm\alpha}(z^{-1}, \alpha) &= \left(\frac{2}{T_0} \right)^{\pm\alpha} \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\text{PSE} \{ P_p(z^{-1}) \}}{\text{PSE} \{ Q_q(z^{-1}) \}}
 \end{aligned} \tag{29}$$

■ **Al-Alaoui (30),**

$$\begin{aligned}
 D^{\pm\alpha}(p) &\equiv p^{\pm\alpha} \rightarrow (\varpi(z^{-1}))^{\pm\alpha} = \left(\frac{8}{7 T_0} \frac{(1-z^{-1})}{(1+(z^{-1}/7))} \right)^{\pm\alpha} \cong \hat{D}^{\pm\alpha}(z^{-1}, \alpha) \\
 \hat{D}^{\pm\alpha}(z^{-1}, \alpha) &= \left(\frac{8}{7 T_0} \right)^{\pm\alpha} \text{CFE} \left\{ \left(\frac{(1-z^{-1})}{(1+(z^{-1}/7))} \right)^{\pm\alpha} \right\} = \left(\frac{8}{7 T_0} \right)^{\pm\alpha} \frac{P_p(z^{-1})}{Q_q(z^{-1})}
 \end{aligned} \tag{30}$$

■ **Tustin₃ (31),**

$$\begin{aligned}
 D^{\pm\alpha}(p) &\equiv p^{\pm\alpha} \rightarrow (\varpi(z^{-1}))^{\pm\alpha} = \left(\frac{1}{T_0} 2 \frac{(1-z^{-1})}{(1+z^{-1})} \right)^{\pm\alpha} \cong \hat{D}^{\pm\alpha}(z^{-1}, \alpha) \\
 \hat{D}^{\pm\alpha}(z^{-1}, \alpha) &= T_0^{\pm\alpha} \text{CFE} \left\{ \left(2 \frac{(1-z^{-1})}{(1+z^{-1})} \right)^{\pm\alpha} \right\}_{p,q} = T_0^{\pm\alpha} \frac{P_p(z^{-1})}{Q_q(z^{-1})}
 \end{aligned} \tag{31}$$

■ **Alain Oustaloup (32),**

$$\begin{aligned}
 D^{\pm\alpha}(p) &\equiv p^{\pm\alpha} \rightarrow (\varpi(z^{-1}))^{\pm\alpha} = \left(\frac{1}{T_0} 2 \frac{(1-z^{-1})}{(1+z^{-1})} \right)^{\pm\alpha} \cong \hat{D}^{\pm\alpha}(z^{-1}, \alpha) \\
 \hat{D}^{\pm\alpha}(z^{-1}, \alpha) &= \prod_{i=1}^N \frac{(a_{i0} + a_{i1} z^{-1})}{(1 + b_{i1} z^{-1})} \\
 a_{i0} &= \frac{(1 + k_i \omega_i (\omega'_i)^{-1})}{(1 + k_i)}, a_{i1} = \frac{(1 - k_i \omega_i (\omega'_i)^{-1})}{(1 + k_i)}, b_{i1} = \frac{1 - k_i}{1 + k_i}; k_i = \frac{1}{t g (\pi f_i / f_e)} = \frac{1}{t g (\omega_i T_0 / 2)}
 \end{aligned} \tag{32}$$

Настоящата е първата от двете неразделно свързани части на настоящата разработка, като включва: въведението, рационалните апроксимации на оператори от обобщеното дробно смятане. Втората съдържа разделите за: алгоритми за управление, основани на рационални апроксимации на оператори от обобщеното дробно смятане; нов клас системи за автоматично управление, основани на обобщеното дробно смятане; качество и нови свойства на системите за фрактално управление, методи за синтез; индустриални приложения на фракталните системи за управление, заключение и литература.

Автор: Емил Николов, проф. дтн, катедра „Автоматизация на Непрекъснатите Производства“, Факултет Автоматика, Технически Университет - София; E-mail address: nicoloff@tu-sofia.bg

Постъпила на 23.07.2014

Рецензент доц. д-р Н. Г. Николова

ОСНОВИ НА ОБОБЩЕНО ДРОБНО СМЯТАНЕ И НЯКОИ ПРИЛОЖЕНИЯ В ТЕОРИЯ НА УПРАВЛЕНИЕТО - ЧАСТ II

Емил Николов

Резюме: В статията се предлага систематизация и обобщение на: основите на обобщеното дробно смятане; специалните математически функции и операторите за интегриране и диференциране от непълен дробен ред; непрекъснати и дискретни апроксимации на тези оператори с рационални функции и съответстващи методи; структури и методи за конфигуриране на алгоритми и системи за фрактално управление; анализ на качеството и новите свойства на системите за фрактално управление; методите за техния аналитичен синтез; индустриалните приложения на системите за фрактално управление.

Ключови думи: обобщено дробно смятане, оператори за интегриране и диференциране от непълен дробен ред, рационални апроксимации на операторите за дробно смятане, фрактални алгоритми и системи за управление, колимация, робастна устойчивост, робастно качество.

FOUNDATIONS OF GENERALIZED FRACTIONAL CALCULUS AND SOME APPLICATIONS IN THE CONTROL THEORY - PART II

Emil Nikolov

Abstract: In the article are suggested systematization and summarize of: foundations of generalized fractional calculus; special mathematical functions; operators of integration and differentiation of fractional order arbitrary partial; continuous and discrete approximations to these operators with rational functions and corresponding methods; structures and methods for configuring fractional algorithms and control systems; quality and robust analysis, and new properties of fractional control; analytical methods for their synthesis; Industrial applications of fractional control systems.

Keywords: generalized fractional calculus; operators of integration and differentiation of fractional order arbitrary partial, rational approximations to operators of integration and differentiation of fractional order arbitrary partial; fractional algorithms and control systems; colimaçon; robust stability; performance robust.

3. ВЪВЕДЕНИЕ

Настоящата е втората от двете неразделно свързани части на настоящата разработка. Тя включва разделите за: алгоритми за управление, основани на рационални апроксимации на оператори от обобщеното дробно смятане; нов клас системи за автоматично управление, основани на обобщеното дробно смятане; ка-

чество и нови свойства на системите за фрактално управление, методи за синтез; индустриални приложения на фракталните системи за управление, заключения и литература.

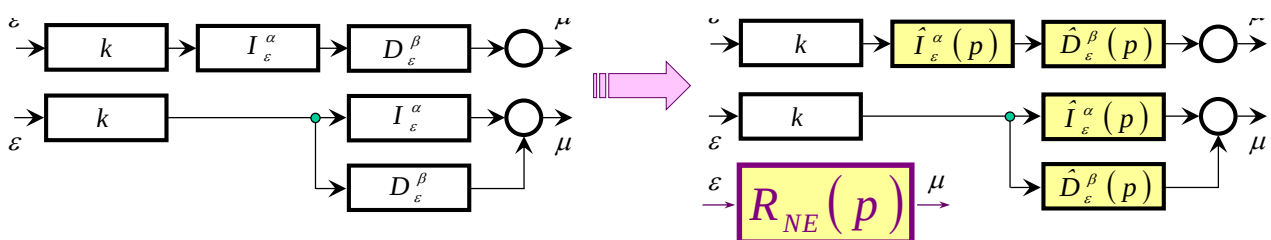
4. АЛГОРИТМИ ЗА УПРАВЛЕНИЕ, ОСНОВАНИ НА РАЦИОНАЛНИ АПРОКСИМАЦИИ НА ОПЕРАТОРИ ОТ ОБОБЩЕНОТО ДРОБНО СМЯТАНЕ

Първите приложения на **OGFC** (5) ÷ (19) и на техните рационални апроксимации (20) ÷ (35) в теорията и практиката на автоматичното управление започват с трудовете и конкретни реализации на: **Alain Oustaloup, J. Tenreiro Machado, Patrick Lanusse, Merveillaut Mathieu, Pierre Melchior, Jocelyn Sabatier, Blas M. Vinagre, Igor Podlubny Michel Fliess, Kōsaku Yosida** и др. Те са в направление на: създаването на нови структури на регулатори, филтри, алгебрични диференциатори и анихилатори; стратегии, структури и алгоритми на фракталните системи за управление; моделиране и идентификация на системи; обработка на сигнали и изображения. Регулаторите R_{NE} и филтрите F_{NE} от непълен дробен ред са конфигурирани по показаните на фиг.1 и на фиг.2 структури, а техни представителни характеристики са илюстрирани на фиг.3 и фиг.4.

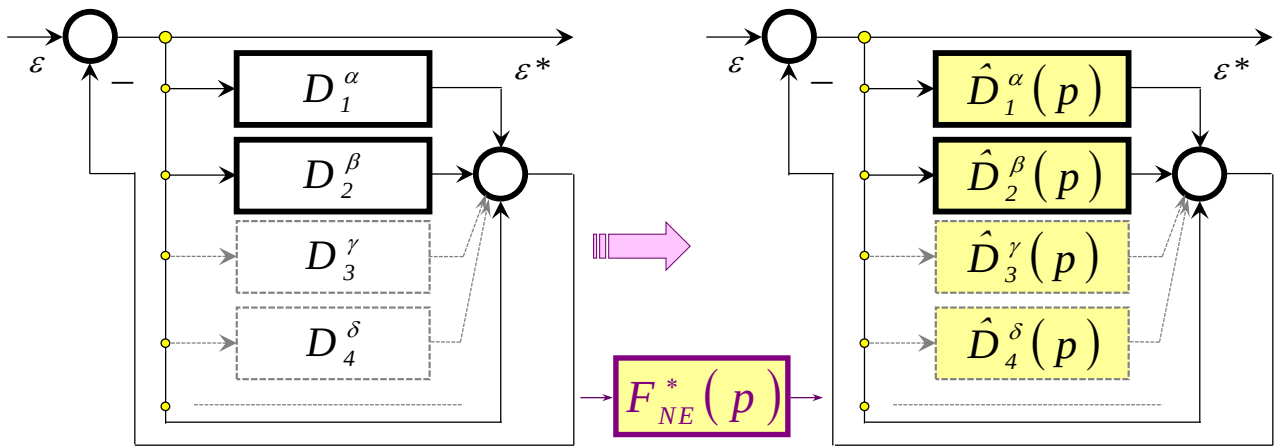
С помощта на указаните структури са създадени:

■ **базови регулатори с оператори от непълен дробен ред:** • I_{ne} -регулатори; • D_{ne} -регулатори; последователни, паралелни и комбинирани базови структури на $(ID)_{ne}$ -регулатори; • $PI_{ne}D$ -регулатори; • PID_{ne} -регулатори;

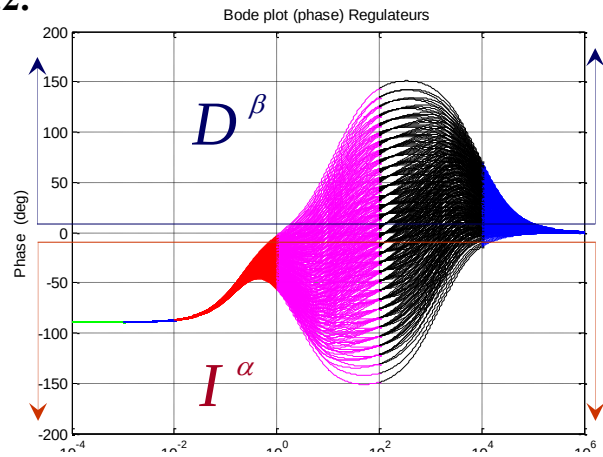
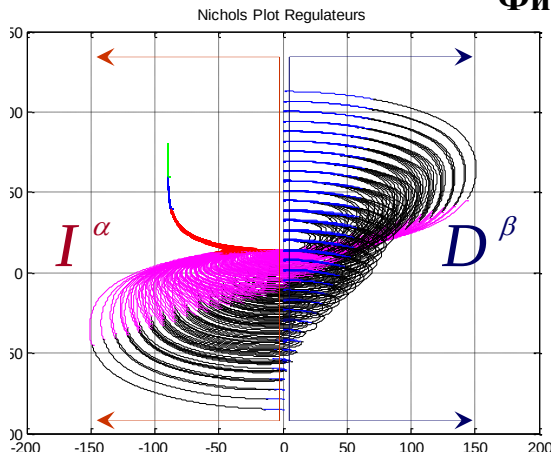
■ **допълнителни надграждащи структури с робастни свойства $(ID)_{ne}$ -XXX**, включващи: • вътрешен модел и условна обратна връзка- **Internal Model Control IMC** - $(ID)_{ne}$ -IMC; • параметрична компенсация- **Gain Scheduled Control GSC** - $(ID)_{ne}$ -GSC; • поглъщане на смущенията- **Disturbance Absorbing System DAS** - $(ID)_{ne}$ -DAS; • репетитивни с **ML**- памет- **Memory Loop Control MLC** - $(ID)_{ne}$ -MLC; • компенсация на закъснението- **Dead Time Compensation DTC** - $(ID)_{ne}$ -DTC; • **Smith**-предикторни регулатори- **Model Predictive Control MPC**- $(ID)_{ne}$ -MPC; • алгебрично диференциране и анихилатори- **Model Free Control MFC**- $(ID)_{ne}$ -MFC; • инверсен модел на обекта **Inverse Dynamics Control IDC**- $(ID)_{ne}$ -IDC; • приближена размерност на пространствената разпределеност - **Distributed Parameter Systems DPS** - $(ID)_{ne}$ -DPC;



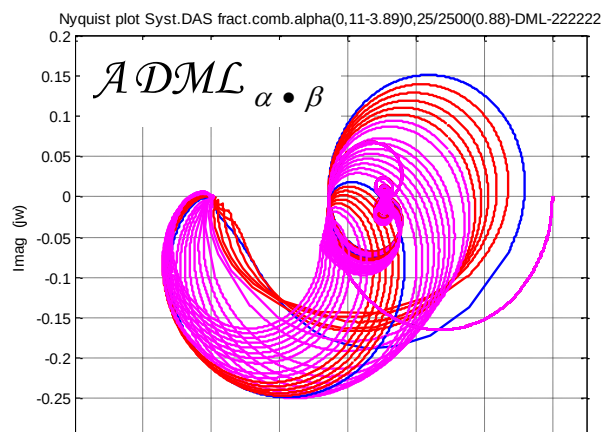
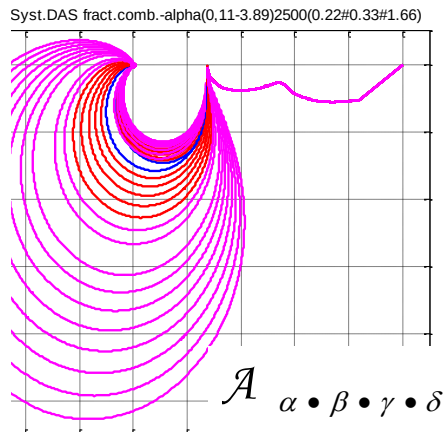
Фиг.1.



Фиг.2.



Фиг.3.



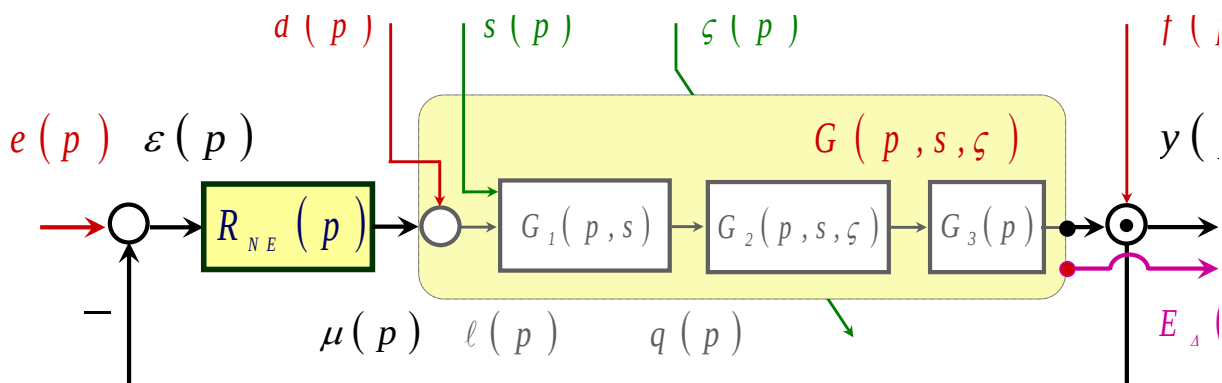
Фиг.4.

■ **комбинирани допълнителни надграждащи структури $(ID)_{ne}$ -XXX-YYY**, включващи: ● вътрешен модел, условна обратна връзка и параметрична компенсация **$(ID)_{ne}$ -IMC-GSC**; ● вътрешен модел, условна обратна връзка с поглъщане на смущенията **$(ID)_{ne}$ -IMC-DAS**; ● параметрична компенсация и частично поглъщане на смущенията **$(ID)_{ne}$ -GSC-DAS**; ● вътрешен модел, условна обратна връзка и параметрична компенсация, поглъщащи смущенията **$(ID)_{ne}$ -IMC-GSC-DAS**; ● **ML**-памет и с **DTC**-компенсация на закъснението **$(ID)_{ne}$ -MLC-DTC**; ● вътрешен модел, условна обратна връзка и с памет **$(ID)_{ne}$ -IMC-MLC**; ● вътрешен модел, условна обратна връзка, с поглъщане на смущенията и с памет **$(ID)_{ne}$ -IMC-DAS-MLC**; ● вът-

решен модел, условна обратна връзка и параметрична компенсация, поглъщащи смущенията и памет $(ID)_{ne}\text{-IMC-GSC-DAS-MLC}$; • параметрична компенсация и с памет $(ID)_{ne}\text{-GSC-MLC}$; • частично поглъщане на смущенията и с памет $(ID)_{ne}\text{-DAS-MLC}$ предикторни регулатори с компенсация на закъснението $(ID)_{ne}\text{-MPC-DTC}$; • предикторни регулатори с памет $(ID)_{ne}\text{-MPC-MLC}$; • предикторни регулатори с компенсация на закъснението и с памет $(ID)_{ne}\text{-MPC-DTC-MLC}$; • предикторни регулатори с приближена размерност на пространствената разпределеност $(ID)_{ne}\text{-MPC-DPC}$; • предикторни регулатори с параметрична компенсация $(ID)_{ne}\text{-MPC-GSC}$; • предикторни регулатори с поглъщане на смущенията $(ID)_{ne}\text{-MPC-DAS}$; • предикторни регулатори с параметрична компенсация и с частично поглъщане на смущенията $(ID)_{ne}\text{-MPC-GSC-DAS}$; • алгебрично диференциране, аниhilатори и с поглъщане на смущенията - $(ID)_{ne}\text{-MFC-DAS}$; • алгебрично диференциране, аниhilатори и с памет $(ID)_{ne}\text{-MFC-MFC}$; • алгебрично диференциране, аниhilатори и с компенсация на закъснението $(ID)_{ne}\text{-MFC-DTC}$; • алгебрично диференциране, аниhilатори, с поглъщане на смущенията и с памет $(ID)_{ne}\text{-MFC-GSC}$; • алгебрично диференциране, аниhilатори, с памет и с компенсация на закъснението $(ID)_{ne}\text{-MFC-MLC-DTC}$; алгебрично диференциране, аниhilатори, с памет, с компенсация на закъснението и с поглъщане на смущенията $(ID)_{ne}\text{-MFC-MLC-GSC-DTC}$; • инверсен модел на обекта и с компенсация на закъснението $(ID)_{ne}\text{-IDC-DTC}$; • инверсен модел на обекта и с поглъщане на смущенията $(ID)_{ne}\text{-IDC-DAS}$; • инверсен модел на обекта и с памет $(ID)_{ne}\text{-IDC-MPC}$; • инверсен модел на обекта, с компенсация на закъснението и с поглъщане на смущенията $(ID)_{ne}\text{-IDC-DTC-DAS}$; • инверсен модел на обекта, с компенсация на закъснението и с памет $(ID)_{ne}\text{-IDC-DTC-MPC}$; • инверсен модел на обекта, с компенсация на закъснението, с поглъщане на смущенията и с памет $(ID)_{ne}\text{-IDC-DTC-DAS-MPC}$.

5. НОВ КЛАС СИСТЕМИ ЗА АВТОМАТИЧНО УПРАВЛЕНИЕ, ОСНОВАНИ НА ОБОБЩЕНОТО ДРОБНО СМЯТАНЕ

Системите за фрактално управление се основават на алгоритми (регулатори), използващи в структурата си (фиг.5) рационални апроксимации (20)÷(32) на $OGFC$ (5)÷(19).



Фиг.5.

Видовете фрактални системи за управление са със широки функционални възможности за конфигурация, видими от систематизацията на: ■ базовите регулатори с оператори от непълен дробен ред, ■ регулаторите с допълнителни надграждащи структури с робастни свойства, ■ регулаторите с комбинирани допълнителни надграждащи структури.

6. КАЧЕСТВО И НОВИ СВОЙСТВА НА СИСТЕМИТЕ ЗА ФРАКТАЛНО УПРАВЛЕНИЕ, МЕТОДИ ЗА СИНТЕЗ

Резултатите от приложението на **OGFC** (5) ÷ (19) и рационалните апроксимации (20) ÷ (32) в структурата на системи за фрактално управление (фиг.4) в условията на априорна неопределеност (репараметризиране/реструктуриране ξ (33) на обекта за управление G)

$$\begin{aligned}
 \Pi(j\omega) &= \Delta G(j\omega): |G(\omega) - G^*(\omega)| |G^*(\omega)|^{-1} \leq \bar{\ell}_m(\omega); \Pi(j\omega) \in \mathcal{G}(j\omega) \\
 \bar{\ell}_a(\omega) &= |G(\omega) - G^*(\omega)|; \bar{\ell}_m(\omega) = \bar{\ell}_a(\omega) |G^*(\omega)|^{-1}; \omega \in [0; \infty) \\
 G^\bullet(j\omega) &= |G(j\omega) - G^*(j\omega)|_{max}; G^\bullet(j\omega) |G^*(j\omega)|^{-1} = \bar{\ell}_m^\bullet(\omega), (\bar{\ell}_m^\bullet(\omega) = \bar{\ell}_a^\bullet(\omega) |G^*(j\omega)|^{-1}) \\
 \xi(\omega) &= \zeta(\bar{\ell}_m(\omega), \bar{\ell}_a(\omega)), \xi(\omega) \in \Omega[0, \xi^\bullet]; \xi^\bullet(\omega) = \zeta(\bar{\ell}_m^\bullet(\omega), \bar{\ell}_a^\bullet(\omega)) \\
 \pi(j\omega) &\in W_{SNE}(j\omega), (\omega \in [0; \infty)) \\
 r^0(\omega_i) &= |l_a(\omega_i) R_{NE}(\omega_i)| = |l_m(\omega_i) R_{NE}(\omega_i) G^*(\omega_i)| \\
 \pi^0(j\omega_i) &= \begin{cases} Real^0(\omega_i) = Re^*(\omega_i) + r(\omega_i) \cos \Omega, (\Omega \in [0, \infty)) \\ Imag^0(\omega_i) = Im^*(\omega_i) + r(\omega_i) \sin \Omega, (\Omega \in [0, \infty)) \end{cases}
 \end{aligned} \tag{33}$$

придават нови свойства на системите в експлоатационни условия, съществено отличаващи ги от традиционните (използващи оператори за интегриране и диференциране от пълен ред). Това са:

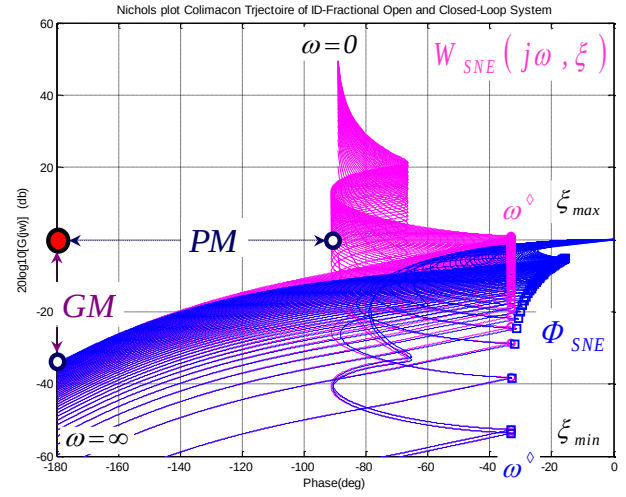
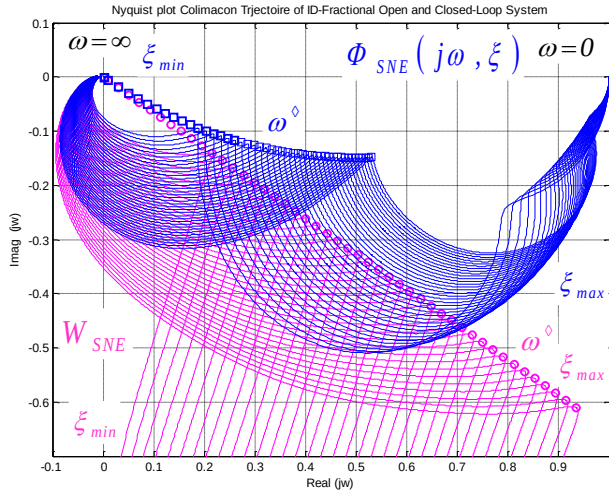
■ **колимация** (*colimaçon* - плоско турбинно свиване) (34) на честотните характеристики и на отворените W_{SNE} , и на затворените Φ_{SNE} системи от произволен непълен ред, и на техните съставлящи (35) при репараметризиране/реструктуриране на обекта за управление (фиг.6);

$$\begin{aligned}
 W_{SNE}^{(\omega, 0)} &\begin{cases} \partial(\arg(W_{SNE}(j\omega, \xi))) / \partial \omega \equiv 0; \partial |W_{SNE}(\omega, \xi)| / \partial \omega \equiv 0 \\ \partial(Real(W_{SNE}(\omega, \xi))) / \partial \omega \equiv 0; \partial Imag(W_{SNE}(\omega, \xi)) / \partial \omega \equiv 0 \end{cases} \\
 \Phi_{SNE}^{(\omega, 0)} &\begin{cases} \partial(\arg(\Phi_{SNE}(j\omega, \xi))) / \partial \omega \equiv 0; \partial |\Phi_{SNE}(\omega, \xi)| / \partial \omega \equiv 0 \\ \partial(Real(\Phi_{SNE}(\omega, \xi))) / \partial \omega \equiv 0; \partial Imag(\Phi_{SNE}(\omega, \xi)) / \partial \omega \equiv 0 \end{cases}
 \end{aligned} \tag{34}$$

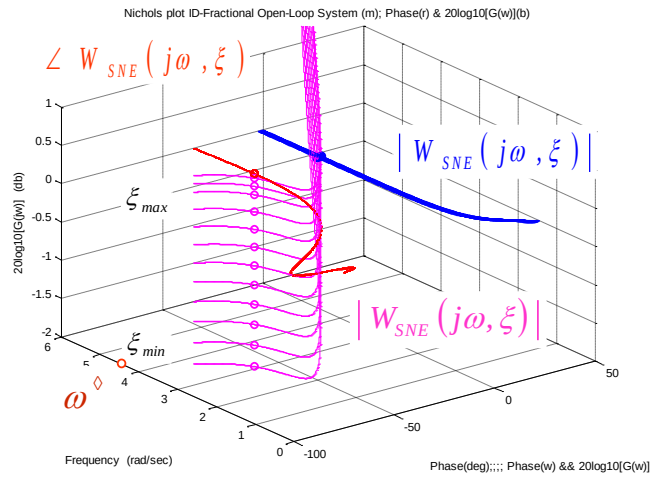
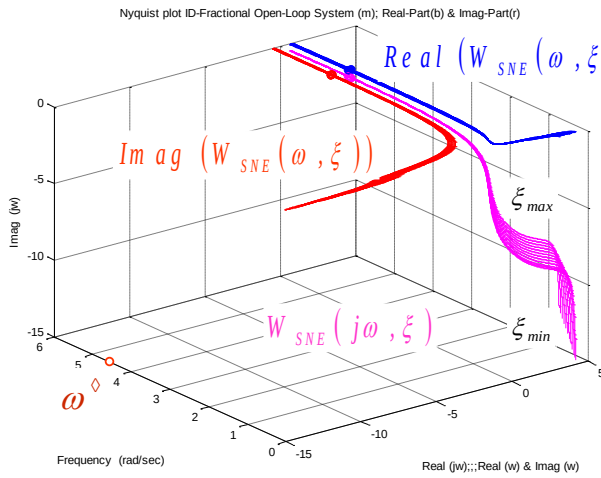
$$\begin{aligned}
 &Real(W_{SNE}(\omega, \xi)), Real(\Phi_{SNE}(\omega, \xi)), Imag(W_{SNE}(\omega, \xi)), Imag(\Phi_{SNE}(\omega, \xi)), \\
 &|W_{SNE}(\omega, \xi)|, |\Phi_{SNE}(\omega, \xi)|, \angle W_{SNE}(\omega, \xi), \angle \Phi_{SNE}(\omega, \xi)
 \end{aligned} \tag{35}$$

■ **честотата на колимация** (36) ω° (фиг.6);

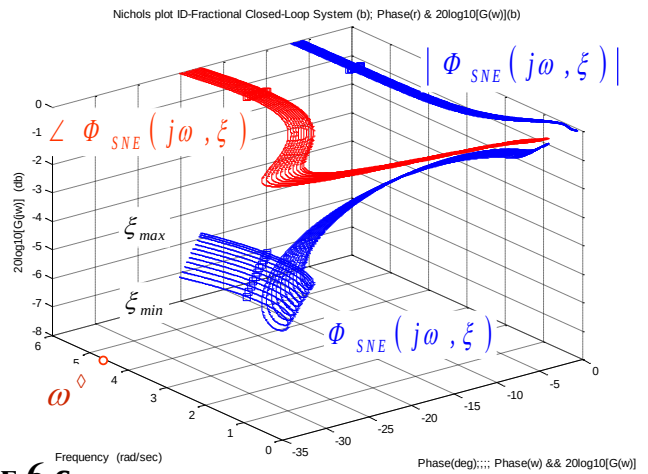
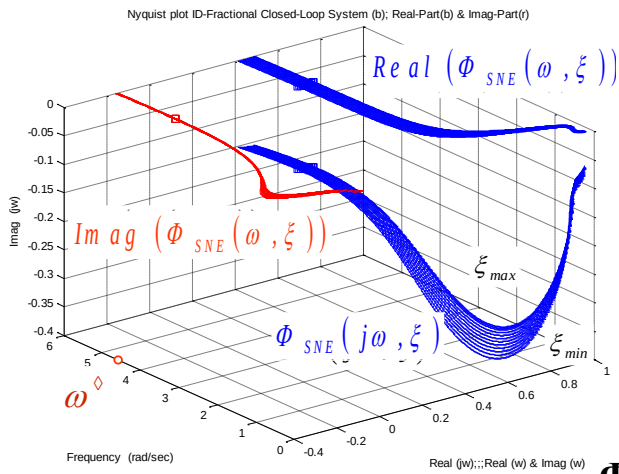
$$\begin{aligned}
 \omega^\circ: &\begin{cases} W_{SNE}^{(\omega, 0)} \begin{cases} \partial(\arg(W_{SNE}(j\omega, \xi))) / \partial \omega \equiv 0; \partial |W_{SNE}(\omega, \xi)| / \partial \omega \equiv 0 \\ \partial(Real(W_{SNE}(\omega, \xi))) / \partial \omega \equiv 0; \partial Imag(W_{SNE}(\omega, \xi)) / \partial \omega \equiv 0 \end{cases} \\ \Phi_{SNE}^{(\omega, 0)} \begin{cases} \partial(\arg(\Phi_{SNE}(j\omega, \xi))) / \partial \omega \equiv 0; \partial |\Phi_{SNE}(\omega, \xi)| / \partial \omega \equiv 0 \\ \partial(Real(\Phi_{SNE}(\omega, \xi))) / \partial \omega \equiv 0; \partial Imag(\Phi_{SNE}(\omega, \xi)) / \partial \omega \equiv 0 \end{cases} \end{cases} \\
 \forall \xi(\omega) \in \Omega[0, \xi^\bullet], &W_{SNE}(j\omega^\circ, \xi) \vee \Phi_{SNE}(j\omega^\circ, \xi) \in \mathcal{W}_{SNE}(j\omega), (\omega \in [0; \infty)) \\
 \omega^\circ = \omega^\circ(\omega_a^\circ, \beta(\xi)), &(rank G(p, \xi) \neq const); \omega^\circ \neq f(\xi, \xi^{(1)}, \xi^{(2)}, \dots, \xi^{(\varepsilon)}), (rank G(p, \xi) = m = const)
 \end{aligned} \tag{36}$$



Фиг.6.а.



Фиг.6.б.



Фиг.6.с.

■ траектория на колимацията (37) $W_{SNE}^{\diamond}(j\omega^{\diamond}, \xi)$ (Фиг.6) ;

$$W_{SNE}^{\diamond}(\xi) \equiv W_{SNE}^{\diamond}(j\omega^{\diamond}, \xi) = f_1(\xi) ; \Phi_{SNE}^{\diamond}(\xi) \equiv \Phi_{SNE}^{\diamond}(j\omega^{\diamond}, \xi) = f_2(\xi) \quad (37)$$

■ **параметрическа и структурна инвариантност на запасите** (38), (39) на **устойчивостта по модул** GM и **фаза** PM (Фиг.6) ;

$$GM_m \neq GM_m(m, \xi, \xi^{(1)}, \xi^{(2)}, \dots, \xi^{(\varepsilon)}),$$

$$\forall \xi(\omega) \in \Omega[0, \xi^*], W_{SNE}(j\omega, \xi) \in \mathcal{W}_{SNE}(j\omega), (\omega \in [0; \infty), \omega_u: \arg W_{SNE}(j\omega_u) \equiv \pi),$$

$$GM \equiv 20 \log_{10} |W_{SNE}(\xi, j\omega_u)| \equiv 20 \log_{10} |W_{SNE}(j\omega_u)| = \text{const}, [dB],$$

$$GM_{\text{inv}}^{\text{inv}} \equiv |W_{SNE}(\xi, j\omega_u)| \equiv |W_{SNE}(j\omega_u)|, [-] = 10^{(GM/20), [dB]}, [-]$$

$$PM \neq PM(m, \xi, \xi^{(1)}, \xi^{(2)}, \dots, \xi^{(\varepsilon)}),$$

$$\forall \xi(\omega) \in \Omega[0, \xi^*], W_{SNE}(j\omega, \xi) \in \mathcal{W}_{SNE}(j\omega), (\omega \in [0; \infty), \omega_u: |W_{SNE}(j\omega_u)| = 1),$$

$$PM \equiv -(180^\circ - |\arg(W_{SNE}(\xi, j\omega_u))|) \equiv -(180^\circ - |\arg W_{SNE}(j\omega_u)|) \equiv \text{const}, [deg],$$

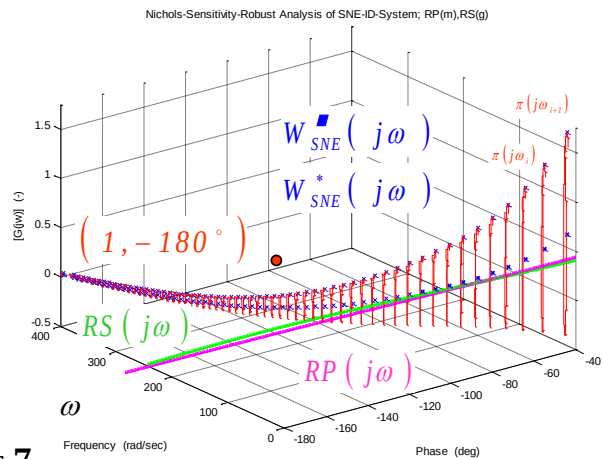
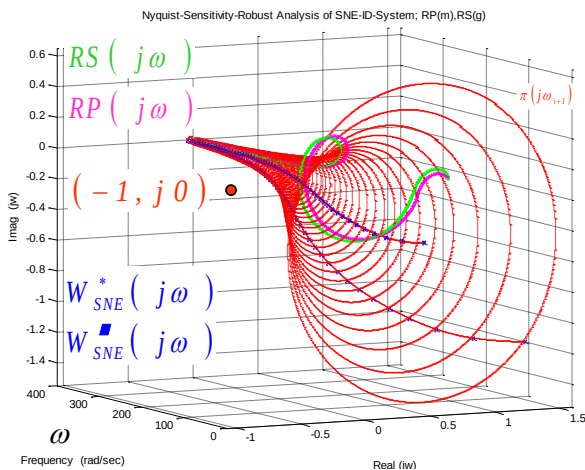
$$PM \equiv -(\arg(W_{SNE}(\xi, j\omega_u)) + 180^\circ) \equiv -(\arg W_{SNE}(j\omega_u) + 180^\circ) \equiv \text{const}, [deg]$$

■ **робастна устойчивост** (40) RS (Фиг.7, Фиг.8) ;

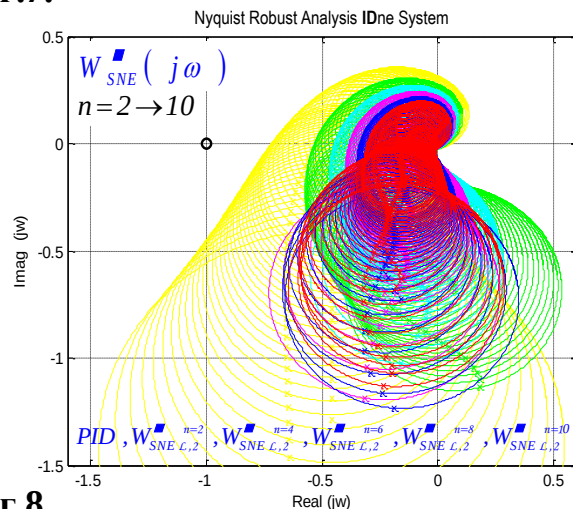
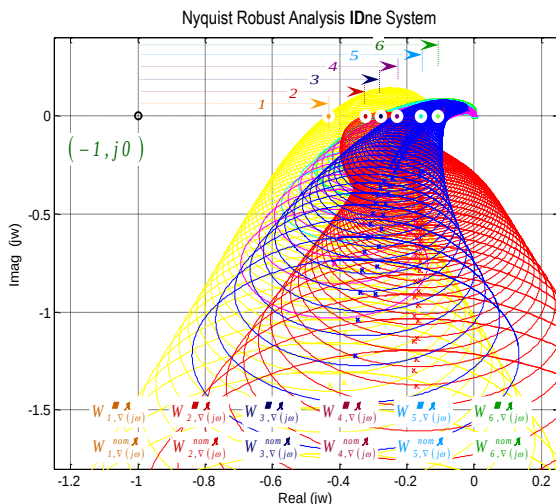
$$|\eta^*(\omega)|^{-1} > \bar{\ell}_m(\omega), \forall \omega, (\omega \in [0; \infty)) \Leftrightarrow RS(\omega) \equiv \|\eta(\omega) \bar{\ell}_m(\omega)\|_{\infty} < 1, \forall \omega, (\omega \in [0; \infty))$$

■ **робастно качество** (41) RP (Фиг.7, Фиг.8) .

$$|1 + G(\omega)R(\omega)| \geq |1 + G^*(\omega)R(\omega)| - r^0(\omega) \Leftrightarrow RP(\omega) \equiv |\eta^*(\omega) \bar{\ell}_m(\omega)| + |e^*(\omega)v(\omega)| < 1, \forall \omega, (\omega \in [0; \infty))$$



Фиг.7.



Фиг.8.

Аналитичните методи за синтез на системите за управление от непълен дробен ред и съответстващите им алгоритми са компютърно автоматизирани, а предявяваните критерии за оптималност при проектирането се основават на специфичните свойства на този клас системи. За разлика от системите от пълен ред, динамичните параметри за настройка на фракталните системи за управление са само два - редът на диференциране и редът на интегриране на регулатора.

Основни критерии за качество, използвани при синтез на системите за управление от непълен дробен ред са:

- робастна устойчивост и робастно качество;
- вертикален профил със зададени запаси на устойчивостта на системата;
- *U*-профил със зададени запаси на устойчивостта на системата;
- минимално отклонение от номиналната траектория;
- пълно поглъщане на влиянието на смущението върху състоянието и върху регулируемата величина;
- частично поглъщане на влиянието на смущението;
- постоянна стойност на предавателния коефициент на регулиращия орган;
- режетиране на желана честота;
- локални честотни критерии за качество.

Някои от аналитичните методи за синтез са тези на:

- балансно уравнение на устойчивостта;
- компенсационно уравнение на параметричния баланс;
- уравнение на пълното поглъщане на смущенията;
- уравнение на частичното поглъщане на смущенията;
- уравнение на робастен теснолентов филтър с памет.

7. ИНДУСТРИАЛНИ ПРИЛОЖЕНИЯ НА ФРАКТАЛНИТЕ СИСТЕМИ ЗА УПРАВЛЕНИЕ

Конкретни приложения фракталните системи намират във всички подотрасли на производствената и нематериалната сфера на индустрията. Доказана е ефективността им и превъзходството им пред класическите системи (с алгоритми за управление, използващи целочислени оператори за интегриране и диференциране) за управление на технологични величини в:

- авио- и ракетни системи;
- напоителни канали и иригационни съоръжения със значително закъснение; ниво на флуиди и насипни материали в сферични резервоари; плътността на автомобилния трафик в автомагистрали; температура, влажност и скорост на циркулация в **HVAC** системи за комфорт; индустриална хладилна и криогенна техника; промишлени сушилни инсталации; топлоенергийни обекти, пароподготовка, котли; биологични процеси в системи; **PLC**- и **embedded**- системни приложения;
- индустриална силова електроника, инвертори и преобразуватели; параметри в автомобила; позициониране и скорост на постояннотокови електрозадвижвания; високоточни позициониращи системи; електрозадвижвания в прибори на фина механика; електрически апарати ниско и високо напрежение и електроизмервателни прибори; комуникационна високочестотна техника и цифрови филтри;
- скорост и траектория на манипулатори и роботи, мехатронни системи, механични торсионни и спирачни системи; процеси в машиностроенето и металообработката, разкрояващи и пробивни машини, лазерни металообработващи машини и мн. др.

8. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Новото и оригинално в настоящата работа са предложените систематизации и обобщения на:

- основите на обобщеното дробно смятане като самостоятелна област в съвременната математика;
- специалните математически функции, използвани в основата на базовите дефиниции в обобщеното дробно смятане;
- операторите за интегриране и диференциране от непълен дробен ред;
- непрекъснати и дискретни апроксимации с рационални функции и съответстващи методи на операторите за интегриране и диференциране от непълен дробен ред.
- възможностите, структурите и методите за конфигуриране на алгоритми и системи за фрактално управление;
- анализа на качеството, новите свойства и методите за синтез на системите за фрактално управление;
- индустриалните приложения на системите за управление, основани на оператори от обобщеното дробно смятане.

ЛИТЕРАТУРА

- [1] Boyadjiev L., H. J. Dobner, S. L. Kalla (1998), *On a fractional integro-differential equation of Volterra-type*. Math. Comput. Modeling, Vol. 10 (1998), 103-113
- [2] Boyadjiev L., S. L. Kalla, H. G. Khajah (1997), *Analytical and numerical treatment of a fractional integro-differential equation of Volterra type*. Math. Comput. Modeling, Vol. 25, No. 12 (1997), 1-9
- [3] Carlson G. E., Halijak C. A. (1964), *Approximation of fractional capacitors $(1/s)^{1/n}$ by a regular Newton process*, IEEE Transactions on Circuit Theory 11, 1964, 210-213
- [4] Charef A., H. H. Sun, Y. Y. Tsao, B. Onabaral (1992), *Fractal system as represented by singularity function*, IEEE Transactions on Automatic Control 37 (1992) 1465-1470
- [5] Dimovski I. H., Kiryakova V. S. (1983), *Transmutations, convolutions and fractional powers of Bessel-type operators via Meijer G-functions*, Proc. Conf. Complex Anal. and Appl., Varna'1983. Sofia, 1985, 45-66
- [6] Dimovski I. H., Kiryakova V. S. (1987), *Generalized Poisson representations of hypergeometric functions ${}_pF_q, p < q$ using fractional integrals*, Math. and Educ. Math., 1987, 205-212
- [7] Dimovski, I. Kiryakova V. (1980), *Relation between the Laplace and Obrechhoff transforms*, Proc. Conf. Generalized Functions in Math. Physics, Moscow' 1980. Moscow, 1981, 225-231
- [8] Dorcák L. (1994), *Numerical models for simulation the fractional-order control systems*, in UEF-04-94, The Academy of Science, Institute of Experimental Physics, Kosice, Slovak Republic, 1994, 1-12
- [9] Dorcák L., J. Prokop, I. Kostial (1994), *Investigation of the properties of fractional-order dynamical systems*, in Proc. 11th Int. Conf. Process Control and Simulation, Kosice-Zlata Idka, Slovak Republic, Sept. 19-20, 1994, 58-66
- [10] Dutta Roy S. C. (1967), *On the realization of a constant-argument immittance of fractional operator*, IEEE Transactions on Circuit Theory 14, 1967, 264-374
- [11] Erdelyi A. (1940), *On some functional transformations*, Rend. Sem. Mat. Univ. e Politec. Torino Rend. Sem. Math. 10 (1940) 217-234
- [12] Fox C. (1961), *The G - and H - functions as symmetrical Fourier kernels*, Trans. Amer. Math. Soc. 98 (1961) 395-429
- [13] Galué L., Kalla S., Kiryakova V. (1996), *Single term approximations of generalized hypergeometric functions*, New Frontiers in Algebras, Groups and Geometries. Hadronic Press (Florida, USA), 1996; 417-440
- [14] Galué L., Kiryakova V. S., Kalla S. L. (1993), *Solution of dual integral equations by fractional calculus*, Mathematica Balkanica (N.S.), 1993, 7, No 1, 53-72
- [15] Kalla S. L., L. Galué (1993), *Generalized fractional calculus based upon composition of some basic operators*. In "Recent Developments in Fractional Calculus", Global Pub. Co. Sauk Rapids. Mn. U.S.A. (1993), 145-178
- [16] Kalla S. L., V. Kiryakova (1989), *A generalized fractional calculus dealing with H -functions*. Int. Conf. Tokyo. Japan (1989), 62-69
- [17] Kalla S. L., V. Kiryakova (1990), *An H-function generalized fractional calculus based upon compositions of Erdelyi-Kober operators in L_p* , Math. Japon. 35(vi) (1990), 1151-1171
- [18] Kaloyanov G., Z. Dimitrova (1992), *Theoretical-experimental determination of the region of applicability of the system "PI(I) controller-Noninteger-order astatic object"*, Izvestiya Vysshikh Uchebnykh Zavedehii, Elektromekhanika, no. 2, 65-72, 1992

- [19] Kiryakova V. (1997), *All the special functions are fractional differintegrals of elementary functions*, J. Physics A: Math. & General, 1997; 30, No 14, 5085-5103
- [20] Kiryakova V. S., H. M. Srivastava (1993), *Generalized multiple Riemann-Liouville fractional differintegrals and their applications in univalent function theory*, in: H.M. Srivastava, Th.M. Rassias (Eds.), Analysis Geometry and Groups: A Riemann Legacy Volume, Part I, Hadronic Press, Palm Harbor, FL, 1993, 191-226
- [21] Kober H. (1940), *On fractional integrals and derivatives*, Quart. J. Math. Oxford Ser. 11 (1940) 193-211
- [22] Nikolov E. (2004), *Fractional Order Control Algorithms and Controllers*, © 2004 Publishing House of Technical University of Sofia, ISBN 954-438-395-6, 2004, 208 p
- [23] Nikolov E. (2004), *Special mathematical functions and fractal operators (handbook)*, © 2004 Publishing House of Technical University of Sofia, ISBN 954-438-423-5, 2004, 108 p
- [24] Nikolov E. (2010), *Fractional Control of Distributed Parameters System*, FACTA UNIVERSITATIS of University of Niš Serbia, Series: Automatic Control and Robotics, © 2010 University of Niš, ISBN 978-86-85195-49-5, Vol. 6, No 1, 2010, pp. 20-18
- [25] Nikolov E. (2010), *Robust Fractional Control (Approaches Predictive and Algebraic, Distributed Control Systems)*, © 2010 Publishing House of Technical University of Sofia, 2010, ISBN 978-954-438-851-5, 375 p.
- [26] Nikolov E. (2011), *Application of Fractional Operators in Industrial Control System (Fractional ML- DTC Control Systems - analysis)*, special issue of journal "Mathematica Balkanica" Proc. of International conference TMSF'2011 Transform Methods and Special Functions'2011 - Sofia, Bulgaria, 20-23 October 2011, MSC 2010: 93B1, 93D09, 26A33, pp. 59-68
- [27] Nishimoto K. (1996), *Fractional Calculus*, Volume V, Descartes Press, Koriyama, 1996
- [28] Oustaloup A. (1983), *Systèmes Asservis Linéaires d'Ordre Fractionnaire: Théorie et Pratique*, Editions Masson, Paris, 1983
- [29] Oustaloup A. (1991), *La commande CRONE (commande robuste d'ordre non entier)*, © Hermès (Traité des Nouvelles Technologies - Série Automatique), Paris, 495 p., ISBN 2-86601-289-5, ISBN 0989-3571
- [30] Oustaloup A. (1994), *La robustesse (analyse et synthèse de commandes robustes)*, © Hermès (Traité des Nouvelles Technologies - Série Automatique), Paris, 530 p.
- [31] Oustaloup A. (1995), *La dérivation non entière (théorie, synthèse et applications)*, © Hermès (Traité des Nouvelles Technologies - Série Automatique), Paris, 508 p., ISBN 2-86601-456-1, ISBN 0989-3571
- [32] Petrás I., Dorcák L. (1999), *Some possibilities for realization of fractional order controller*, Envirautom 4, 1999, 83-90
- [33] Podlubny I. (1994), *Fractional-order systems and fractional-order controllers*, Slovak Academy of Sciences, Institute of Experimental Physics, 1994
- [34] Podlubny I. (1999), *Fractional-Order Systems and $PI_\lambda D_\mu$ -Controllers*, IEEE Transactions on Automatic Control, vol. 44, no. 1, January 1999, 208-214
- [35] Podlubny I., Petras I., Vinagre B. M., O'Leary P., Dorcák L. (2002), *Analogue Realizations of Fractional-order Controllers*, Nonlinear Dynamics (an International Journal of Nonlinear Dynamics and Chaos in Engineering Systems, Kluwer Academic Publishers), vol. 29, no. 1-4, 2002, 281-296
- [36] Saigo M. (1979), *A certain boundary value problem for the Euler-Darboux equation*, I, II, III, Math. Japon. 24, 25, 26 (1979, 1980, 1981) 377-385
- [37] Saxena R. K., R. K. Kumbhat (1974), Integral operators involving H -function, Indian J. Pure Appl. Math. 5 (1974) 1-6
- Saxena R. K., V. S. Kiryakova, O. P. Dave (1994), *A unified approach to certain fractional integration operators*, Math. Balkanica (N.S.) 8 (1994) 211-219
- [38] Vinagre Blas M., Ivo Petras, Pilar Merchan, Lubomir Dorcák (2001), *Two Digital Realizations of Fractional Controllers: Application to Temperature Control of a Solid*, Proceedings of the European Control Conference ECC 2001 in cooperation with IFAC and ACPA and in collaboration with the IEEE, 4-7 September 2001, Seminário de Vilar, Porto, Portugal, Session Fractional Order Systems- Part II (IS), 1764-1767

Бележка: Специализираната литература в областта на обобщеното дробно смятане и неговото приложение в различни области на науката и техниката, в т.ч. и в теория на автоматичното управление, е изключително разнообразна, а размерността на библиографията (особено на съвременната) - твърде голяма. Свободно и лесно достъпни са указаните по-долу URL, в които литературните източници са системно обобщени и ранжиращи публикациите в контекста на настоящата разработка:

- [39] http://anp.tu-sofia.bg/nicoloff/e_nik_06062011_files/bibliographie.pdf
- [40] http://www.worldcat.org/search?q=su%3AFractional+calculus.&qt=hot_subject
- [41] http://www.math.bas.bg/_fcaa; <http://www.diogenes.bg/fcaa>
- [42] <http://www.worldcat.org/title/journal-of-fractional-calculus/oclc/29046195>

Автор: Емил Николов, проф. дтн, катедра „Автоматизация на Непрекъснатите Производства“, Факултет Автоматика, Технически Университет - София; E-mail address: nicoloff@tu-sofia.bg

Постъпила на 23.07.2014

Рецензент доц. д-р Н. Г. Николова

ОСНОВИ НА ТЕОРИЯТА И ПРОЕКТИРАНЕТО НА ЛИНЕЙНИ РЕПЕТИТИВНИ СИСТЕМИ ЗА УПРАВЛЕНИЕ Част I

Нина Николова

Резюме: Репетитивното управление е стратегия за противодействие на сигнални периодични смущения от системата за управление, при точно известна стойност на периода им. В настоящата работа се систематизират, анализират и изследват основни теоретични въпроси, свързани със стратегията за репетитивното управление.

Ключови думи: Репетитивно управление, Робастна устойчивост, Робастно качество

BASICS OF THE THEORY AND DESIGN OF LINEAR REPETITIVE CONTROL SYSTEMS Part I

Nina Nikolova

Abstract: Repetitive Control is a strategy for periodic perturbation suppression, filtering their influences over the whole control system, assuming that the period of the perturbations is known. In the present work systematize, analyze and explore fundamental theoretical issues related to repetitive control strategy.

Keywords: Repetitive Robust Control, Robust Stability and Performance

1. ВЪВЕДЕНИЕ

Репетитивното управление е сравнително нов подход в теория на управлението, който чрез модифициране на системите за управление с обратна връзка цели да бъдат решени три основни проблема:

- (1) осигуряване на нулева грешка, когато целта на управлението е следене на периодични сигнални смущения;
- (2) осигуряване на нулева грешка при проследяване на зададената стойност (когато тя е константа), но при наличие на периодични смущения към системата;
- (3) осигуряване на нулева грешка при проследяване на периодични сигнали при наличие на периодично смущение със същия период като заданието.

Основополагащите в областта публикации се появяват в началото на 1980 [7], [8]. Резултатите в тях са насочени към премахване на пулсации на напрежението в магнитни ускорители. Приложенията на репетитивното управление могат да се систематизират в следните направления:

- проследяване на повтарящи се движения при роботите;

- управление на компютърните дискови устройства за запис на CD (например песните се записват на компютърни дискове докато дискът се върти, а вибрациите предизвикат песента да не се записва в идеален кръг и в този случай използването на репетитивни системи за управление на диска помага функционирането на главата за четене/запис да бъде с по-малка грешка, което позволява за записа на песните да се използва по-малко място върху диска и по този начин да се осигури повече място за съхранение на информация);
- за елиминиране на периодични грешки при преместването на листата с постоянна скорост в копирни машини (производствените несъвършенства на зацепване, механична обработка и геометрия на валяците причиняват флуктуации на скоростта и с помощта на репетитивните системи за управление ефективно се премахват тези източници на скоростна грешка, които влошават качеството на изображението);
- за редуциране на вибрациите на въртящите се детайли на борда на космическите кораби и др.

Настоящата разработката има за цел да систематизира, анализира и изследва съществуващите до момента теоретични въпроси, свързани със стратегията за репетитивното управление.

Резултатите са представени в две неразделно свързани части. Настоящата е първата и обхваща въведението, моделирането и анализа на характеристиките на съществуващите видове репетитивни и модифицирани **ML**-филтри с памет. Във втората част са представени в сравнителен план резултатите от синтеза, моделирането и симулационния анализ на репетитивните системи за управление, използващи предложените в първа част модифицирани **ML**-филтри, заключението и библиографията.

2. КЛАСИЧЕСКИ **ML**-ФИЛТРИ

В структурата на репетитивния регулатор се използва принципът на вътрешния модел и **ML**-контура с памет (**Memory Loop**), [5], [10], [11], [17], който се състои от генератор на периодичен сигнал, позволяващ компенсацията на периодичните смущения в системата за управление.

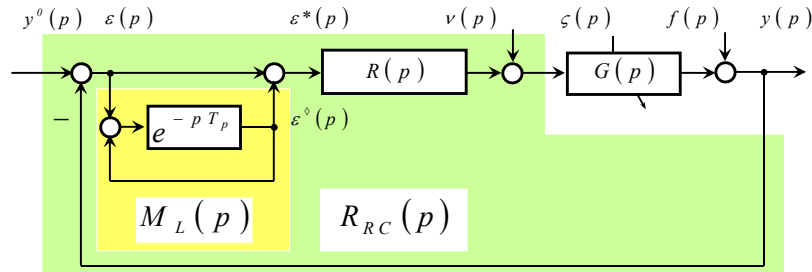
Структурата на затворена репетитивна система за управление се състои от репетитивен регулатор $R_{rc}(p)$ (съставен от базов регулатор $R(p)$, **ML**-контур с памет $M_L(p)$) и обект за управление $G(p)$ (фиг.1). Добавянето на репетитивен филтър към базовият регулатор в системата за управление с обратна връзка има за цел получаване на желана реакция на тази система. Тази реакция може да бъде периодична, може да бъде и постоянна, но към системата трябва да има подадени или периодични смущения, или и смущението и заданието да са периодични с един и същи период. Периодът $T_p = 2\pi / \omega_p$ е цяло число, освен ако не е посочено друго, и е известен.

ML-контурът $M_L(p)$ в структурата (фиг.1) има свойството да „запаметява” честотата на „отсичането” и ефективно да противодейства на периодичните смущения, благодарение на специфичната си структура като динамична система. В сила са зависимостите (1)-(3).

$$\varepsilon^*(p) = \varepsilon(p) + \varepsilon^\diamond(p) \quad (1)$$

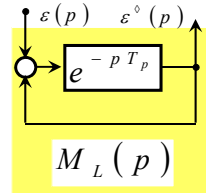
$$M_L(p) = \frac{\varepsilon^\diamond(p)}{\varepsilon(p)} = \frac{e^{-pT_p}}{1 - e^{-pT_p}} \quad (2)$$

$$\varepsilon^\diamond(p) = M_L(p) \varepsilon(p) = \left(\frac{e^{-pT_p}}{1 - e^{-pT_p}} \right) \varepsilon(p) \quad (3)$$

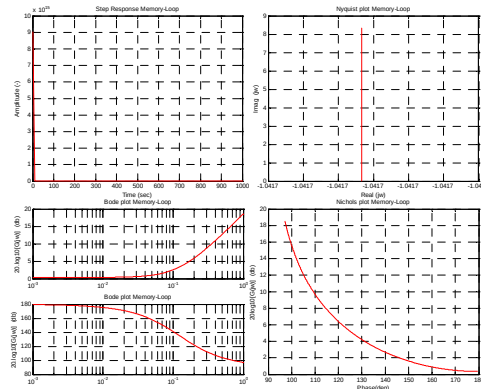


Фиг.1.

Характеристиките на **ML**-контура M_L (фиг.2) са показани на фиг.3.



Фиг.2.



Фиг.3.

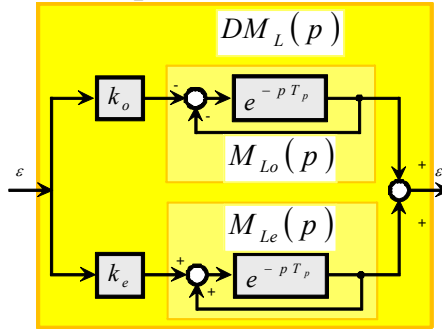
3. ДВУРЕЖИМНИ **ML**-ФИЛТРИ

Конвенционалните репетитивни системи противодействат и на четните и на нечетните хармоници на сигналните смущаващи въздействия върху системите. За някои системи обаче е препоръчително използването на репетитивен регулатор на нечетни хармоници. Той се използва с цел намаляване на грешката предизвикана само от нечетните хармоници на сигналните смущения, които са доминирани. При тези системи грешките от четните хармоници на смущенията са пренебрежимо малки и могат да бъдат приети като неперiodични. В сравнение с конвенционалните репетитивни регулатори, тези на нечетните хармоници заемат по-малко памет и осигуряват на системата по-голямо бързодействие. Въпреки това грешките, предизвикани от четните хармоници, ще ги има и даже може да се усилят в процеса на функциониране на системата. Усилената грешка, предизвикана от четни хармоници, може да доведе до някои нежелани негативни въздействия върху системата. В този случай е препоръчително да се използват т.н. двурежимни репетитивни системи **DMRC (Dual-mode Repetitive Control)** [19]. Характерното за тях е, че основният **ML**-контур (фиг.4) се разделя на два отделни подконтура (единият филтриращ влиянието на четните, а другият - на нечетните хармоници). Чрез подбора на съотношението между коефициентите k_o и k_e на двата подконтура може да бъде постигната корекция на грешката в **DMRC** системата. Подборът на коефициентите позволява да се придава по-голяма тежест на единият от двата филтъра (или този на нечетните, или този на

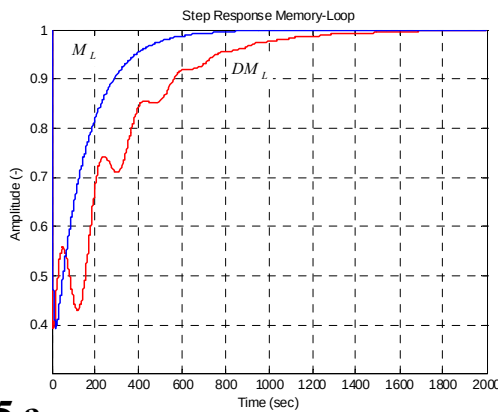
четните хармоници). Следва да се отбележи, че еквивалентният коефициент на **DMML**-контура (4) трябва да съвпада с този на **ML**-контура, т.е. $k = k_o + k_e$, където $k_e \geq 0$ и $k_o \geq 0$.

$$DM_L(p) = \frac{\varepsilon^\diamond(p)}{\varepsilon(p)} = k_e M_{Le}(p) + k_o M_{Lo}(p) \quad (4)$$

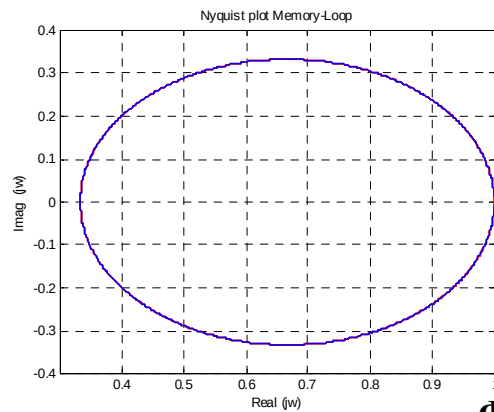
В сравнителен план характеристиките на **DMML**- M_L (фиг.2) и **ML**- DM_L (фиг.4) контурите са показани на фиг.5.



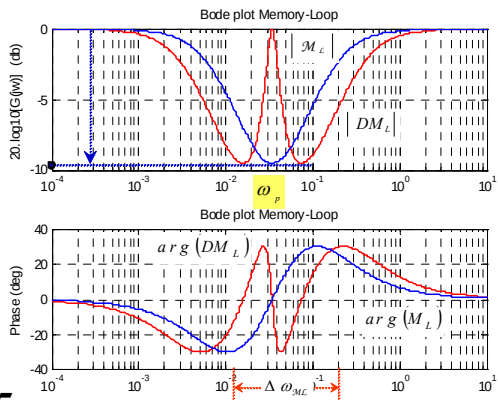
Фиг.4.



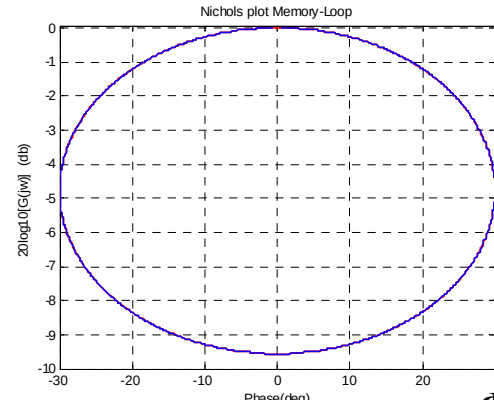
Фиг.5.а.



Фиг.5.б.



Фиг.5.в.



Фиг.5.г.

4. ДВУСТЕПЕННИ **DSML**- И **DSOML**- ФИЛТРИ

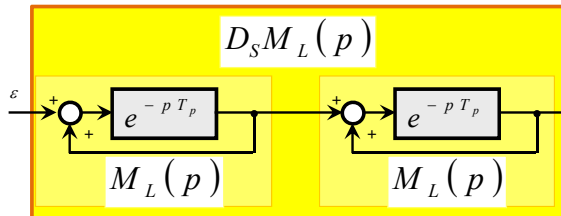
Освен разгледаните в предишните раздели приложения на репетитивното управление, съществува и друг подход за подобряване на робастните свойства на системите за управление чрез използване на два каскадно свързани **ML**-контура - т.н. двустепенни **DSML**-контури с памет (**Dual-Stage Memory Loop**) [18], [13], показани на фиг.6.а. Системите, използващи този подход за репетитивно управление, се наричат двустепенни репетитивни системи (**DSRC- Dual-Stage Repetitive Control**). За да се гарантира постигане на робастни свойства от системата за управление е необходимо стойностите на функцията на чувствителност

на системата за управление за конкретния честотен диапазон на смущенията да бъдат минимални за основните и за висшите хармоници на заданието. Един възможен подход за решаването на тази задача би бил този да се свържат каскадно два базови **ML** филтъра с памет. По този начин стойностите на функцията на чувствителност на репетитивната система ще са повдигнати на квадрат (**DSML**-контур в двустепенна **DSRC**-репетитивна система), (5), [18], [13].

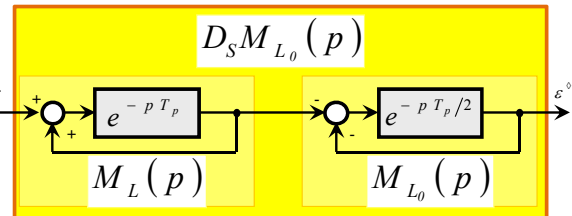
$$D_S M_L(p) = \left(\frac{1}{e^{-p T_p} - 1} + 1 \right)^2 = \left(\frac{e^{-p T_p}}{e^{-p T_p} - 1} \right)^2 \quad (5)$$

При каскадно свързване на два **ML**-филтъра с ефекта от повдигане на квадрат ще се намали амплитудата на функцията на чувствителността на системата за хармониците на заданието и по този начин ще се подобри работата на стандартната репетитивна система. За съжаление ефектът, приложен към всички хармоници, може да доведе до загуба на робастност. По-точно при зададена траектория само на нечетни хармоници съществено усилване за четните хармоници ще влоши работата на системата. За да се преодолее този проблем, двустепенният **DSML** филтър с памет може да бъде подобрен, ако се направи каскадно свързване на едностепенен филтър с памет и **OML** филтър с памет на нечетни хармоници (**DSOML**-контур в двустепенна **DSORC**-репетитивна система), (6), фиг.6.б, [18].

$$D_S M_{L_0}(p) = \left(\frac{1}{e^{-p T_p} - 1} + 1 \right) \left(1 - \frac{e^{-p T_p/2}}{e^{-p T_p/2} + 1} \right) = \left(\frac{e^{-p T_p}}{(e^{-p T_p} - 1)(e^{-p T_p/2} + 1)} \right) \quad (6)$$



Фиг.6.а.



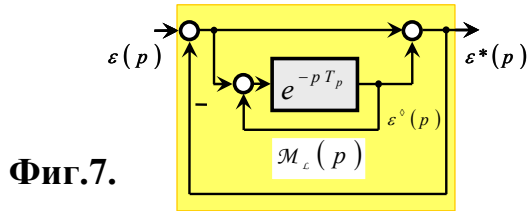
Фиг.6.б.

5. МОДИФИЦИРАНА ML- СТРУКТУРА

Недостатък на стратегията за репетитивно управление са изискванията за: ●точно предварително познаване на периода T_p на сигналните въздействия ν , f , y^0 и ●отсъствие на вариации в стойността на T_p . На практика ефективността на репетитивното управление с използване на базовия **ML**-контур може да бъде постигната, само ако периодът T_p на сигналните смущения е постоянен и отнапред известен. В редица трудове [1], [14] са предложени системи за репетитивно управление, основаващи се на измерване в реално време на T_p и пренастройване на **ML**-контура, съобразно флукуациите в стойността на T_p .

Съществуват и ефективни модификации на базовия **ML**-контур до **ML**-структури [20], с помощта на които репетитивните системи с фиксирана структура могат да бъдат приведени в класа на робастните системи за управление, а техните недостатъци - преодолени. Такъв усъвършенстван **ML**- контур M_L е визуализиран на фиг.7. Той се отличава от базовия **ML**-режекторен филтър M_L [1]-[6],

[9]-[19], по това, че използва модел на закъснение e^{-pT_p} , но в различаваща се структура от тази на ML -филтъра (фиг.2). За него са в сила зависимости (7) и (8), а за съдържащата го фиктивна единична затворена система - (9) и (10). ML -контурът (8) удовлетворява изискванията за: • устойчивост на ML -контура като елемент в репетитивната система, • използване на ML - лентов отсичащ филтър с памет, позволяващ модификации с цел привеждане на репетитивните системи в класа на системите с робастни свойства. Характеристиките на усъвършенствания ML -контур M_L като лентов отсичащ филтър, са показани на фиг.8.



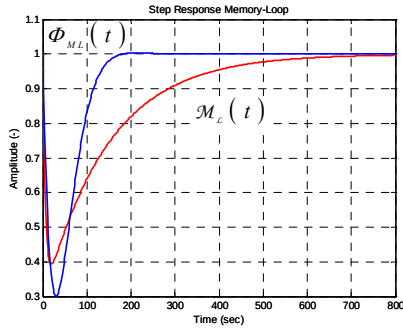
Фиг.7.

$$\frac{\varepsilon^\diamond(p)}{\varepsilon(p)} = \frac{e^{-pT_p}}{2 - e^{-pT_p}} \quad (7),$$

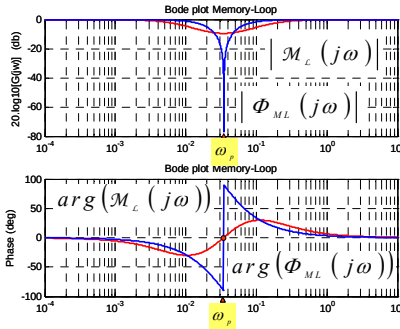
$$M_L(p) = \frac{\varepsilon^*(p)}{\varepsilon(p)} = \frac{1}{2 - e^{-pT_p}} \quad (8),$$

$$\Phi_{M_L}(p) = \frac{y(p)}{y^0(p)} = \frac{1/(2 - e^{-pT_p})}{1 + 1/(2 - e^{-pT_p})} \quad (9)$$

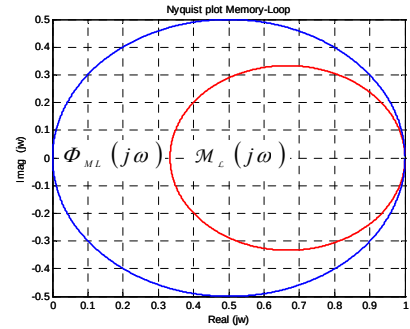
$$\Phi_{M_L}(p) = 1(p), \left\{ \lim_{p \rightarrow 0} M_L(p) = 1(p) \right\} \quad (10)$$



Фиг.8.а.



Фиг.8.б.



Фиг.8.с

Базиран на ML -лентовия отсичащ филтър M_L (фиг.7), съществуват пет модифицирани MLi -структури [20] в системите за репетитивно управление - $M_{L,i}$, $M_{L,2}$, $M_{L,3}$, $M_{L,4}$, $M_{L,5}$, (фиг.9), където (i) е индексът на структурата. Основната идея при разработването им е с тяхна помощ да се:

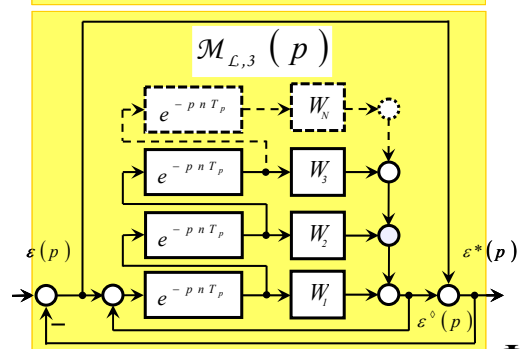
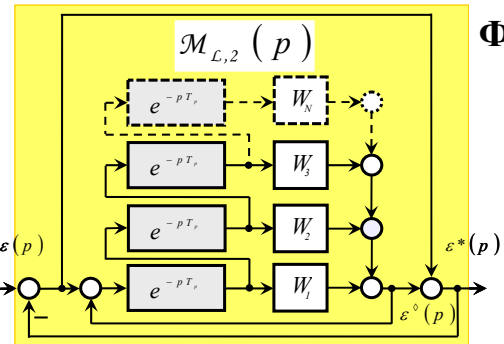
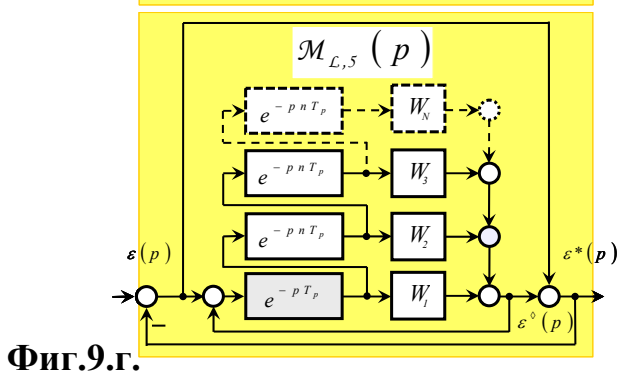
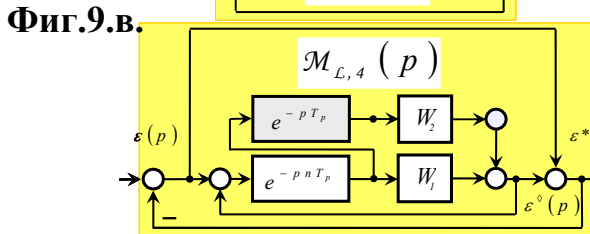
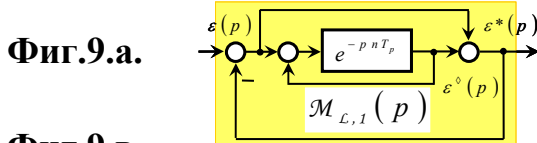
- постигне типичната характеристика (11) от $M_{L,i}$ на лентов отсичащ филтър с наличието на **хоризонтален профил в модула** $|M_{L,i}(j\omega)|$ **за честотен диапазон** $\Delta\omega_i$, симетричен спрямо честотата на резетиране ω_p с долна $\omega_{b,i}$ и горна $\omega_{h,i}$ граници, ($\omega_{b,i} < \omega_p$; $\omega_{h,i} > \omega_p$)

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{d |M_{L,i}(j\omega)|}{d\omega} = 0, \quad \forall \omega \in \Delta\omega_i; \\ |M_{L,i}(j\omega)| = const \ll 1, \quad \forall \omega \in \Delta\omega_i; \\ |M_{L,i}(j\omega)| \equiv 1, \quad \forall \omega \in [0, \omega_{b,i}], \forall \omega \in [\omega_{h,i}, \infty); \\ \Delta\omega_i = [\omega_{b,i}, \omega_{h,i}], \quad (\omega_{b,i} < \omega_p < \omega_{h,i}) \end{array} \right\} \quad (11)$$

- определят динамичните параметри за настройка на MLi -структурите, за да се

обоснове проектирането на $\mathcal{ML}i$ -структурите и на репетитивните системи с тях;

- удовлетворяват изискванията за: подобряване на качеството и привеждане на репетитивните системи в класа на системите с робастни свойства; постигането на превъзходство на количествените показатели на качеството на репетитивните системи с $\mathcal{ML}i$ -структури пред тези с ML -контур.



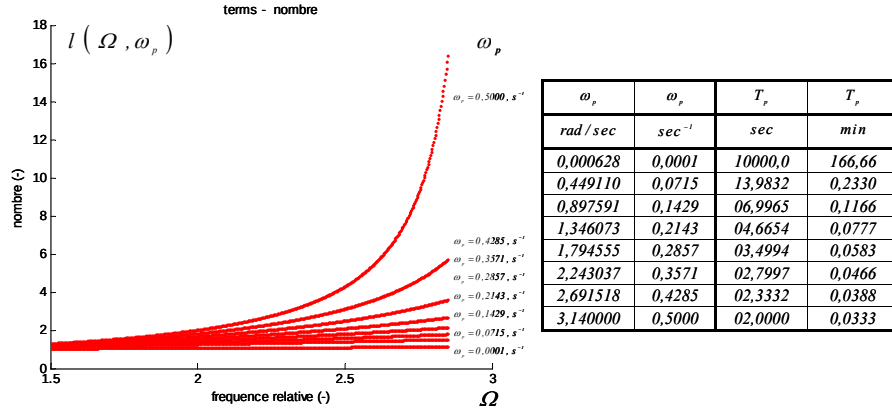
6. ПРОЕКТИРАНЕ НА $\mathcal{ML}i$ - ФИЛТРИ С ПАМЕТ [20]

Динамичните свойства и стойностите на параметрите за настройка на регулатора R в системата за управление са подчинени на целта и критериите, предявени към нейния синтез. Те не са функция на съответния $\mathcal{ML}i$ -филтър с памет в регулатор R_{RC} . В този смисъл проектирането на $\mathcal{ML}i$ -филтъра с памет в системите за репетитивно управление е автономно и не е свързано със синтеза на R . С отчитане на изводите от анализа на свойствата на ML -структурите (12), визуализирани чрез l (Ω , ω_p) на фиг.10, то **методът за проектирането** на $\mathcal{ML}i$ -филтрите с памет определя вида на структурата (i) и броя звена със закъснение l по (12), а **алгоритъмът** за проектиране се състои в:

- избор на подходящата от модифицираните структури (фиг.9), съобразно желаната стойност на модула $|M_{L,i}(j\omega)|$ на характеристиката за диапазона $\Delta \omega_i$ на хоризонталния профил;
- определяне на броя l на звената или на групите звена със закъснение съобразно желания размер на честотния диапазон $\Delta \omega$ - аналитично чрез конкретни стойности на ω_p и на Ω по зависимостта (12) или графоаналитично по фиг.10 ($0.0001 s^{-1} \leq \omega_p \leq 0.5 s^{-1}$, $1,5 \leq \Omega \leq 3,0$);
- избор на метода за апроксимация на закъснението;
- аналитично проектиране или съответно препрограмиране в цифрови технически средства за автоматизация на съставлящите в избраната структура на $\mathcal{ML}i$ -филтъра.

$$l_i(\omega_p, \Omega_i) = \frac{\log_{10}(\omega_p - \omega_{b,i})}{\log_{10}(\omega_{h,i} - \omega_p)} = \frac{\log_{10}(\omega_p - \omega_p \Omega_i^{-1})}{\log_{10}(\omega_p \Omega_i - \omega_p)} , \quad (12)$$

$$\left(\begin{array}{l} \omega_{b,i} < \omega_p < \omega_{h,i} ; \omega_{h,i} - \omega_{b,i} = \Delta \omega_i > 0 ; 2 \leq l_i \leq 20 ; \\ \Omega_i = (\omega_p / \omega_{b,i}) = (\omega_{h,i} / \omega_p) ; 1,5 \leq \Omega \leq 3,0 \end{array} \right)$$



Фиг.10.

Вариацията $\mathcal{M}_{L,2}$ (13) на усъвършенстван ML - контур $\mathcal{M}_L$ (фиг.9.б) се базира на видоизменения върху $\mathcal{M}_L$, състоящи се в разширение на честотната му лента на отсичане чрез последователно-паралелно включване на m -броя ($m = 2,3,4,\dots$) звена със закъснение $e^{-p T_p}$. Структурата налага изискването (14) върху сумата от модулите $|W_k|$ на еднотипните инерционни звена в схемата (фиг.9.б).

$$\mathcal{M}_{L,2}(p) = \frac{\varepsilon^*(p)}{\varepsilon(p)} = \left(2 - \sum_{k=1}^m W_k(p) e^{-p k T_p} \right)^{-1} \quad (13)$$

$$\sum_{k=1}^m |W_k(j\omega)| \equiv 1, (W_k(j\omega) = \kappa_k(j\omega T_k + 1)^{-1}) \quad (14)$$

Използваният m брой звена или групи от звена добавя m -броя допълнителни хармоници (кратни на ω_p за $\omega = m\omega_p = 2m\pi/T_p$, ($m = 2,3,4,\dots$)) в характеристика на ML -структурата. Хармониците са разположени симетрично в характеристиката по отношение на ω_p . Така, чрез въведените m -броя допълнителни хармоници, **точката** за $\omega = \omega_p$ от характеристиката на ML -структурата **се трансформира в хоризонтален профил** за честотен диапазон $\Delta\omega$, ($\Delta\omega = f(\omega_p, m)$) (фиг.11) от характеристиката на ML -структура. В логаритмична визуализация диапазонът $\Delta\omega$ е с централна точка ω_p . Неговият размер е пропорционален на броя m на използваните допълнителните звена или групи от звена в ML -структурата.

7. МОДИФИЦИРАНИ ДВУРЕЖИМНИ И ДВУСТЕПЕННИ ФИЛТРИ

На базата на усъвършенствания ML - контур (фиг.9.б) са предложени модифицирани **DMML**- (17), [25]-[26], **DSML**- (18) и **DSOML**- (19) [27]-[28], структури на ML - контура, визуализирани на фиг.12.

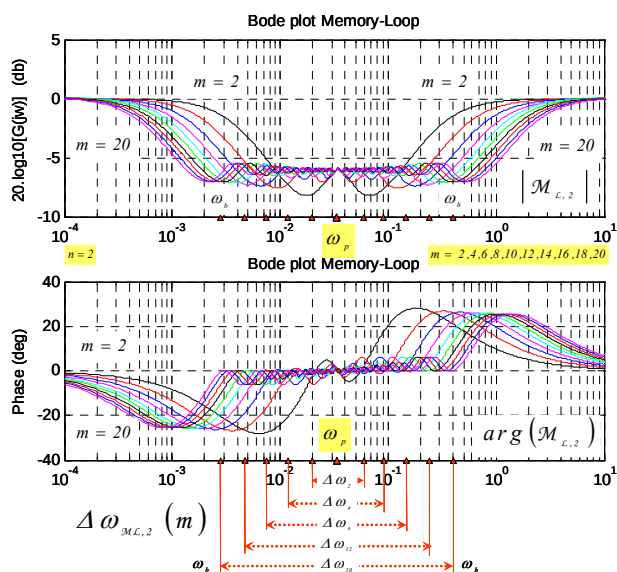
$$\mathcal{M}_{Lo,2}(p) = -k_o \sum_{k=1}^m W_k(p) e^{-p k T_p} \left(1 + \sum_{k=1}^m W_k(p) e^{-p k T_p} \right)^{-1} \quad (15)$$

$$\mathcal{M}_{L_e,2}(p) = k_e \sum_{k=1}^m W_k(p) e^{-p k T_p} \left(1 - \sum_{k=1}^m W_k(p) e^{-p k T_p} \right)^{-1} \quad (16)$$

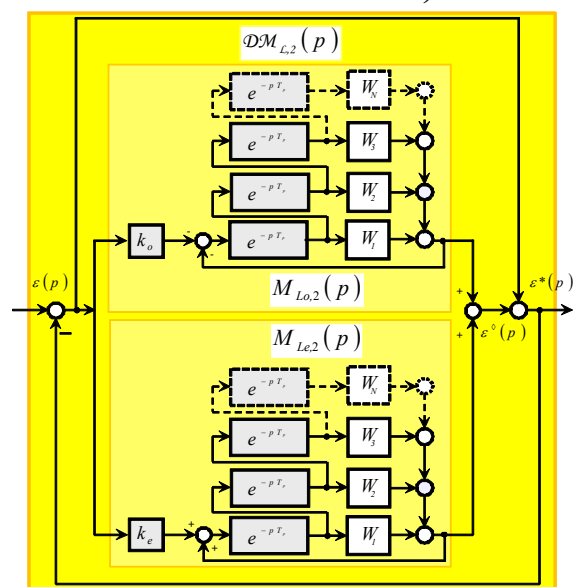
$$\mathcal{DM}_{L,2}(p) = (\mathcal{M}_{L_e,2}(p) - \mathcal{M}_{L_0,2}(p) + 1) (\mathcal{M}_{L_e,2}(p) - \mathcal{M}_{L_0,2}(p) + 2)^{-1} \quad (17)$$

$$\mathcal{DS}\mathcal{M}_{L,2}(p) = \mathcal{M}_{L,2}(p) \cdot \mathcal{M}_{L,2}(p) = \left(2 - \sum_{k=1}^m W_k(p) e^{-p k T_p} \right)^{-2} \quad (18)$$

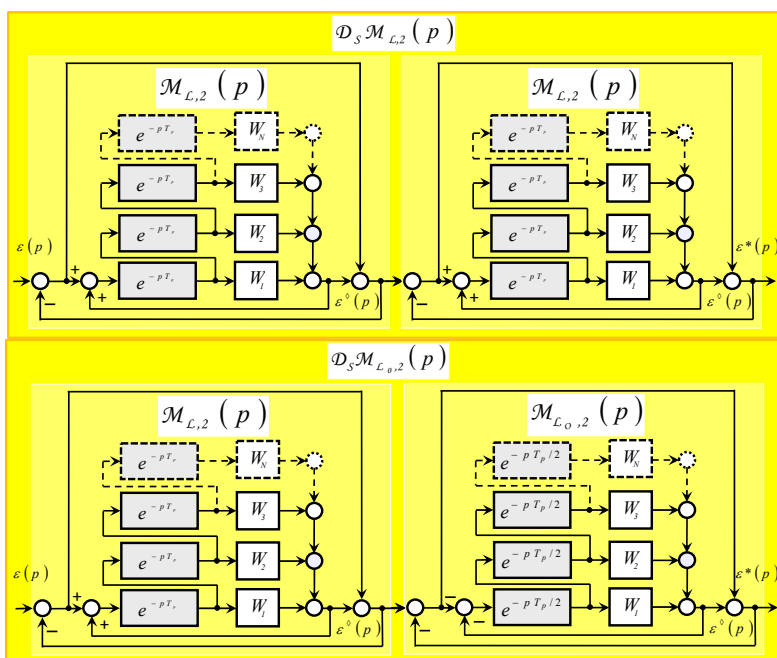
$$\begin{aligned} \mathcal{DS}\mathcal{M}_{L_0,2}(p) &= \mathcal{M}_{L,2}(p) \cdot \mathcal{M}_{L_0,2}(p) = \\ &= \left(2 - \sum_{k=1}^m W_k(p) e^{-p k T_p} \right)^{-1} \left(- \sum_{k=1}^m W_k(p) e^{-p k T_p / 2} \left(1 + \sum_{k=1}^m W_k(p) e^{-p k T_p / 2} \right)^{-1} \right) \end{aligned} \quad (19)$$



Фиг.11.



Фиг.12.а.



Фиг.12.б.

Фиг.12.в

В сравнителен план характеристиките на предложените модифицирани репетитивни филтри са показани както следва:

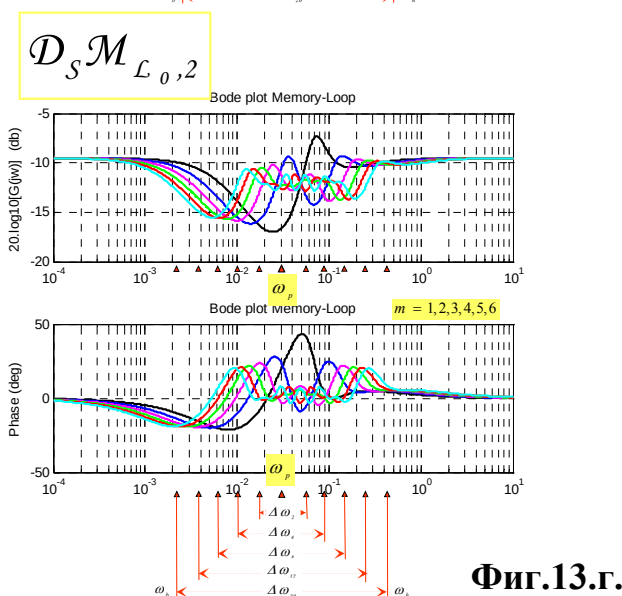
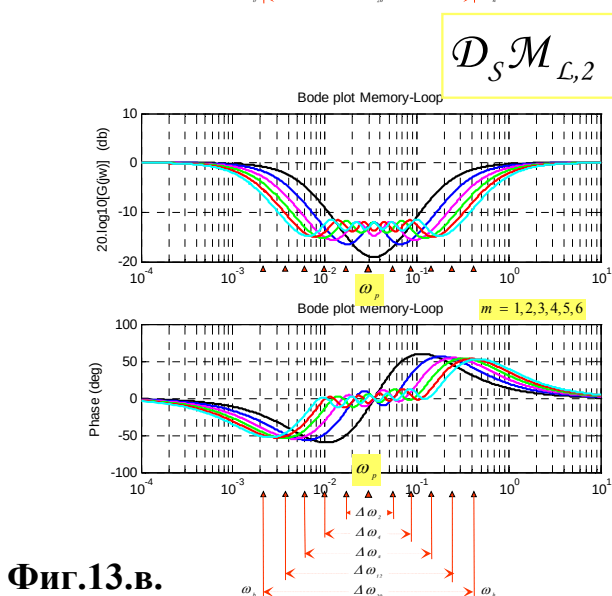
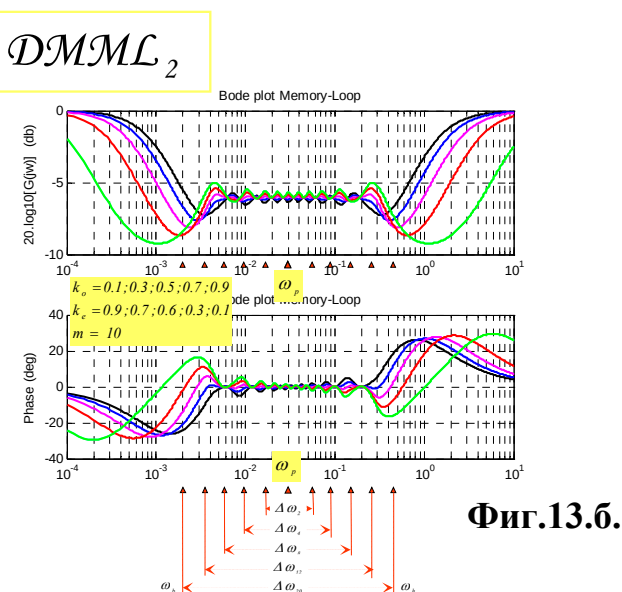
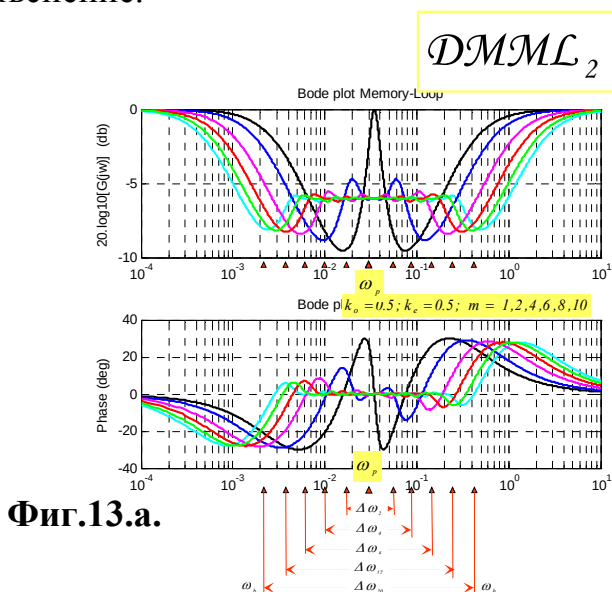
- на фиг.13.а - $\mathcal{DMML}_x$ -структура за период $T_p=100\text{ s}$, $m=1, 2, 4, 6, 8, 10$ звена със

закъснение и $k_o = 0.5$, $k_e = 0.5$;

- на фиг.13.б - $\mathcal{DMML}_2$ -структура за $m = 10$ звена със закъснение и вариращи коефициенти, както следва - $\mathcal{DM}_{L_{2,1}}$ - $k_o = 0.1$, $k_e = 0.9$; $\mathcal{DM}_{L_{2,2}}$ - $k_o = 0.3$, $k_e = 0.7$; $\mathcal{DM}_{L_{2,3}}$ - $k_o = 0.5$, $k_e = 0.5$; $\mathcal{DM}_{L_{2,4}}$ - $k_o = 0.7$, $k_e = 0.3$; $\mathcal{DM}_{L_{2,5}}$ - $k_o = 0.9$, $k_e = 0.1$;

- на фиг.13.в - $\mathcal{DSML}$ -структура за период $T_p = 100s$, $m = 1, 2, 3, 4, 5, 6$ звена със закъснение;

- на фиг.13.г - $\mathcal{DSOML}$ -структура за период $T_p = 100s$, $m = 1, 2, 3, 4, 5, 6$ звена със закъснение.



Автор: Нина Г. Николова, доцент, д-р, катедра „Автоматизация на Непрекъснатите Производства”, Факултет Автоматика, Технически Университет - София, E-mail address: ninan@tu-sofia.bg

Постъпила на 25.09.2014

Рецензент проф. д-р Е. Николов

ОСНОВИ НА ТЕОРИЯТА И ПРОЕКТИРАНЕТО НА ЛИНЕЙНИ РЕПЕТИТИВНИ СИСТЕМИ ЗА УПРАВЛЕНИЕ Част II

Нина Николова

Резюме: Репетитивното управление е стратегия за противодействие на сигнални периодични смущения от системата за управление, при точно известна стойност на периода им. В настоящата работа се систематизират, анализират и изследват основни теоретични въпроси, свързани със стратегията за репетитивното управление.

Ключови думи: Репетитивно управление, Робастна устойчивост, Робастно качество

BASICS OF THE THEORY AND DESIGN OF LINEAR REPETITIVE CONTROL SYSTEMS Part II

Nina Nikolova

Abstract: Repetitive Control is a strategy for periodic perturbation suppression, filtering their influences over the whole control system, assuming that the period of the perturbations is known. In the present work systematize, analyze and explore fundamental theoretical issues related to repetitive control strategy.

Keywords: Repetitive Robust Control, Robust Stability and Performance

8. ВЪВЕДЕНИЕ

Резултатите в настоящата разработка са представени в две неразделно свързани части. Първата обхваща въведението, моделирането и анализа на характеристиките на съществуващите видове репетитивни и модифицирани *ML*-филтри с памет. Настоящата е втората част, в която са представени в сравнителен план резултатите от синтеза, моделирането и симулационния анализ на репетитивните системи за управление, използващи предложените в първа част модифицирани *ML*-филтри, заключението и библиографията.

9. ИЗСЛЕДВАНЕ НА ЕФЕКТИВНОСТТА НА РЕПЕТИТИВНИТЕ СИСТЕМИ

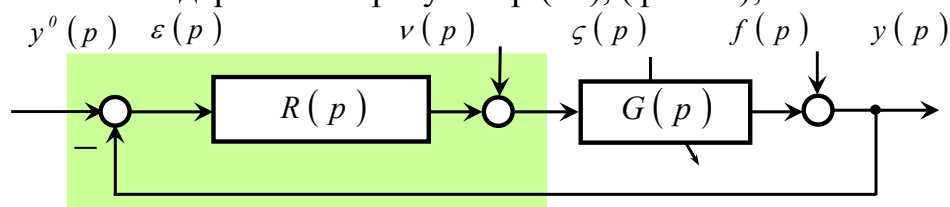
Ефективността на структурите на системите за управление може да бъде определена с това до колко всяка от тях при едни и същи други условия удовлетворява в по-висока степен изискванията за:

- подобряване на показателите на качеството;

- привеждане на системата в класа на системите с робастни свойства;
- превъзходство на количествените показатели на качеството на репетитивните системи пред „класическите“ системи със стандартен регулатор.

За оценка на качеството на системите върху конкретен числен пример на индустриален обект (зададен с номиналния $G^*(p)$ (20) и със смутения на най-горна граница $G^\square(p)$ (21) модели) при критерий критично-апериодичен преходен процес и период $T_p = 100$ s на сигналните смущения са проектирани:

- **a** система със стандартен **PID**-регулатор (22), (фиг.14);



Фиг.14.

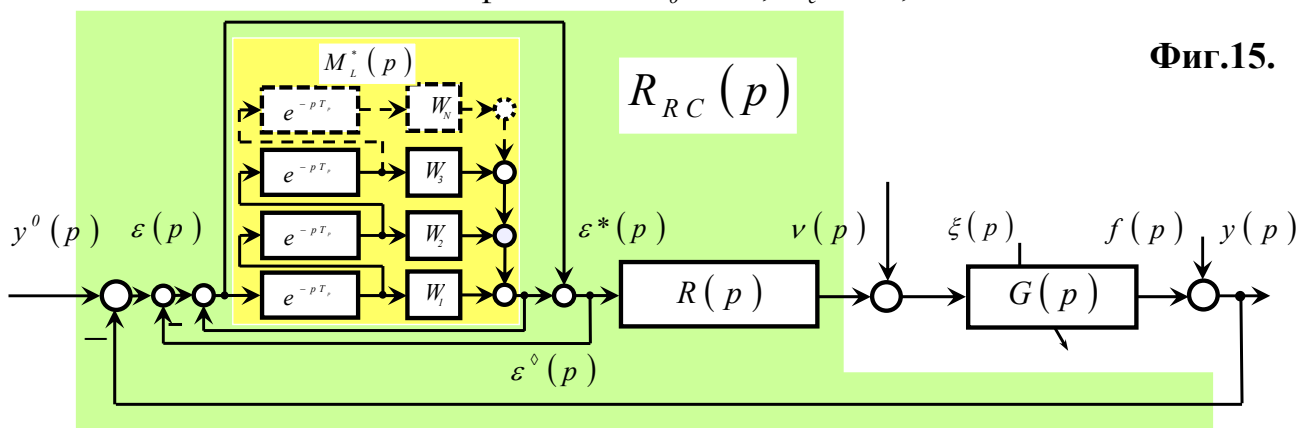
$$G^*(p) = 0,25 (1 + 10p)^{-1} e^{-2p} \quad (20)$$

$$G^\square(p) = 0,24 (1 + 3p)^{-1} e^{-10p} \quad (21)$$

$$R(p) = 2,35 (1 + 8p)(2p + 1)(8p(0.4p + 1))^{-1} \quad (22)$$

$$e^{-p\tau} \triangleq R_{n,n}^{(\tau)}(p) = \frac{\sum_{k=0}^n \frac{(-1)^k \Gamma(2n-k+1) \Gamma(n+1)}{\Gamma(2n+1) \Gamma(k+1) \Gamma(n-k+1)} (p\tau)^k}{\sum_{k=0}^n \frac{\Gamma(2n-k+1) \Gamma(n+1)}{\Gamma(2n+1) \Gamma(k+1) \Gamma(n-k+1)} (p\tau)^k} \quad (23)$$

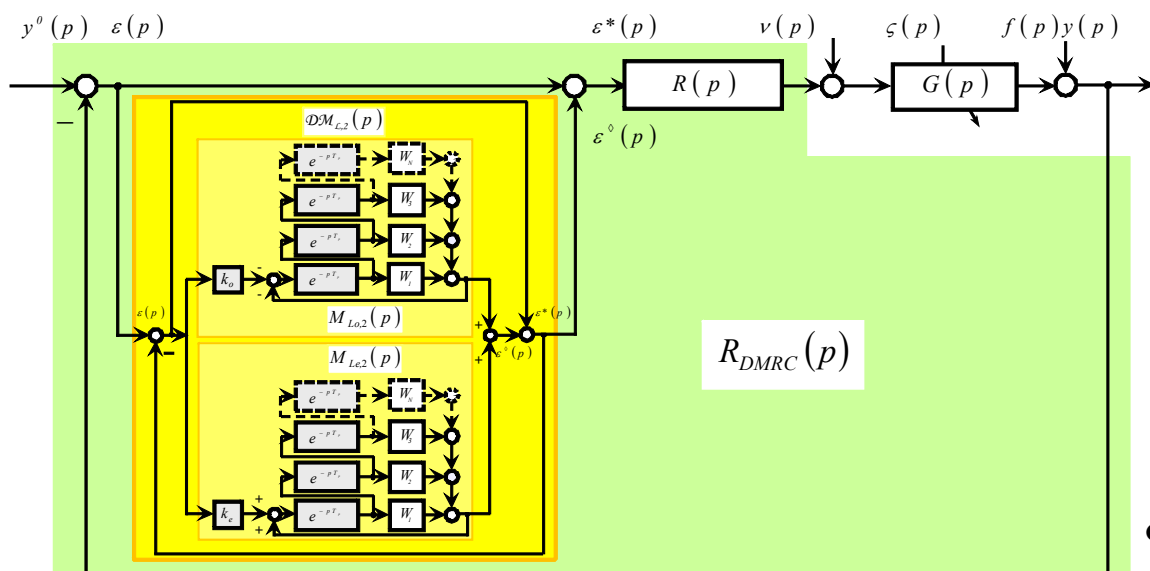
- **b** репетитивна (фиг.15) система с **PID**-регулатор (22) и модифицирана **DML**-структура (13), [20], [23], [24], за $T_p = 100$ s, с апроксимация на закъснението с крайно-мерен симетричен ред на **Pade** (23) [21], $m = 1$ последователно-паралелни звена със закъснение e^{-pT_p} и коефициенти $k_o = 0.5$, $k_e = 0.5$;



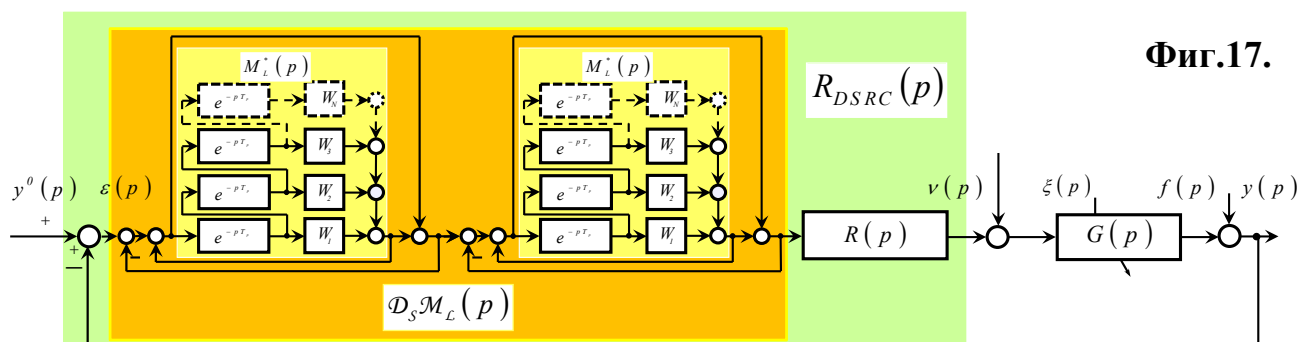
Фиг.15.

- **c** двурежимна репетитивна система с **PID**-регулатор (22) и модифицирана **DMML**-структура (17) (фиг.16), [25]-[26], за $T_p = 100$ s, с апроксимация на закъснението с крайно-мерен симетричен ред на **Pade** (23) и $m = 1$.

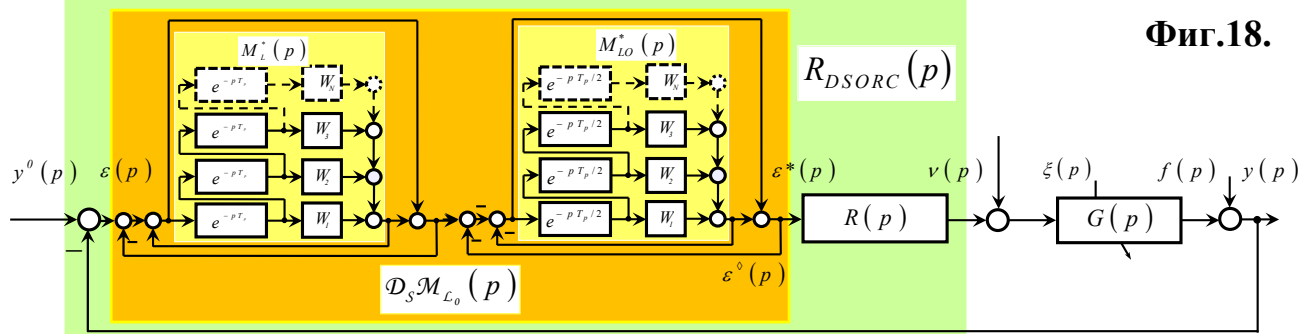
- **d** двустепенни **DSRC**- (фиг.17) и **DSORC**- (фиг.18) репетитивни системи с **PID**-регулатор (22) и модифицирани **DSML**- (18) и **DSOML**- (19) контури, [27]-[28], $m = 1$ последователно-паралелни звена със закъснение e^{-pT_p} апроксимирани с крайно-мерен симетричен ред на **Pade** (23).



Фиг.16.



Фиг.17.



Фиг.18.

Синтезираните системи по “a, b, c, d” са моделирани. Моделите са симулирани паралелно, а резултатите са визуализирани както следва:

- фиг.19 - времеви и честотни характеристики на системите с номинален модел на обекта $G^*(p)$ (20);
- фиг.20 - времеви и честотни характеристики на системите с смутения на най-горна граница модел на обекта $G^{\#}(p)$ (21).

Резултатите (фиг.19 и фиг.20) **потвърждават** предимството на репетитивните пред стандартните системи, но това е за сметка на увеличаване на времето за регулиране t_p .

За всяка една от системите с отчитане на (20)÷(21) също така е:

• **проведен Nyquist-робастен анализ** по характеристиките на отворените “a, b, c, d” системи и са доказани робастната устойчивост и робастното качество на репетитивни системи (фиг.21.а). Функционалното множество Π (24) моделира неопределеността в реалния обект за управление, където $\Pi(j\omega) \in \mathcal{G}(j\omega)$. То се оп-

ределя чрез вариациите ΔG на характеристиката на реалния обект G около неговия **номинален модел** G^* (20). Максимална стойност на тази репараметризация и/или на реструктурирането $\bar{\ell}_a$ (респективно $\bar{\ell}_m$) определя т.н. **“смутен на най-горна граница”** модел на обекта $G^\bullet$ (21). Вариациите на G са причината за промени в характеристиката на системата, моделирани с функционалното множество π . Методът на *Nyquist*-анализа представя графично формата на π чрез семейството от кръгове $\pi(j\omega_i)$. Центрове на $\pi(j\omega_i)$ са изобразяващите точки ω_i на ходографа на **номиналната отворена система** $W^*(j\omega_i) = R(j\omega_i)G^*(j\omega_i)$. За всяка стойност ω_i на честотата ω съответстващият кръг $\pi(j\omega_i)$ (25.a) е геометричното място на точки, което може да заеме изобразяващата точка $\omega = \omega_i$ в резултат на вариациите на реалната система $W(j\omega_i) = R(j\omega_i)G(j\omega_i)$, от $W^*(j\omega_i)$ до **“смутената на най-горна граница”** система $W^\bullet(j\omega_i) = R(j\omega_i)G^\bullet(j\omega_i)$. Радиусът $r^0(\omega_i)$ на съответстващия на всяка стойност ω_i кръг $\pi(j\omega_i)$ се определя с (25.b), а параметричното уравнение на окръжността $\pi^0(j\omega_i)$, описващата кръга $\pi(j\omega_i)$, е (26).

$$\Pi(j\omega) = \left\{ \begin{array}{l} \Delta G(j\omega): |G(j\omega) - G^*(j\omega)| \leq \bar{\ell}_a(\omega), (\omega \in [0; \infty)) \\ \Delta G(j\omega): \frac{|G(j\omega) - G^*(j\omega)|}{|G^*(j\omega)|} \leq \bar{\ell}_m(\omega), \left(\bar{\ell}_m(\omega) = \frac{\bar{\ell}_a(\omega)}{|G^*(j\omega)|} \right) \end{array} \right\} \quad (24)$$

$$\pi(j\omega) \in \mathcal{W}(j\omega), (\omega \in [0; \infty)) \quad (25.a)$$

$$r^0(\omega_i) = |l_a(\omega_i)R(\omega_i)| = |l_m(\omega_i)R(\omega_i)G^*(\omega_i)| \quad (25.b)$$

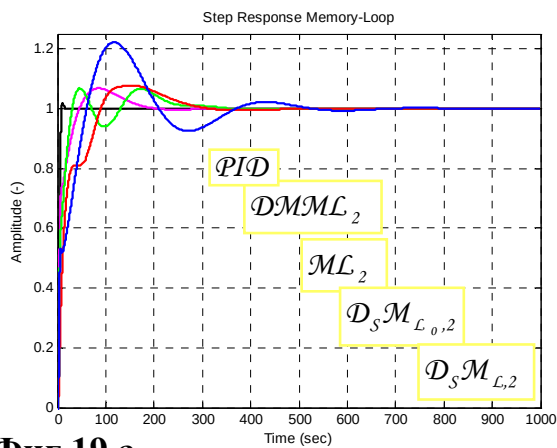
$$\pi^0(j\omega_i) = \begin{cases} \text{Re}^0(\omega_i) = \text{Re}^*(\omega_i) + r(\omega_i) \cos \Omega, (\Omega \in [0, \infty)) \\ \text{Im}^0(\omega_i) = \text{Im}^*(\omega_i) + r(\omega_i) \sin \Omega, (\Omega \in [0, \infty)) \end{cases} \quad (26)$$

Системата е устойчива за целия диапазон Π на вариациите ΔG (и в този смисъл робастно устойчива), ако множество $\pi(j\omega)$, съответстващо на Π не обхваща точката $(-1, j0)$ за нито една стойност на честотата ω в диапазона $\omega \in [0, \infty)$. Това е възможно само в случаите, за които разстоянието от коя и да е точка $\omega = \omega_i$ на $W^*(j\omega)$, определено със стойността на модула $|1 + G^*(\omega_i)R(\omega_i)|$, до точката $(-1, j0)$ е по-голямо от радиуса $r^0(\omega_i)$ (25). Изискването за постигане на робастна устойчивост на системата към всички точки от $\pi(j\omega)$ за тези случаи, са отразени с (27), (28) (фиг.21.a) за вариациите (20)÷(21)

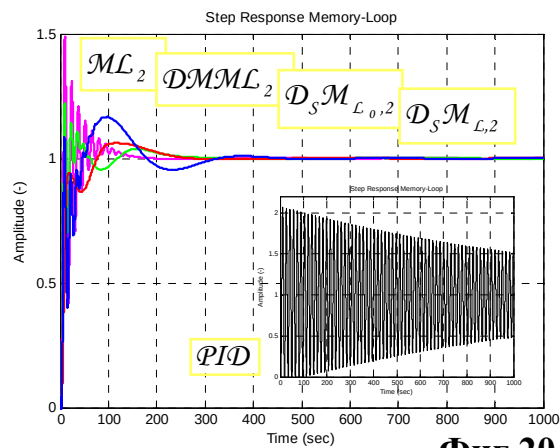
$$|1 + G^*(\omega)R(\omega)| > r^0(\omega), \forall \omega \quad (27)$$

$$|1 + G^*(\omega)R(\omega)| > |G^*(\omega)R(\omega)| \bar{\ell}_m(\omega), \forall \omega \quad (28)$$

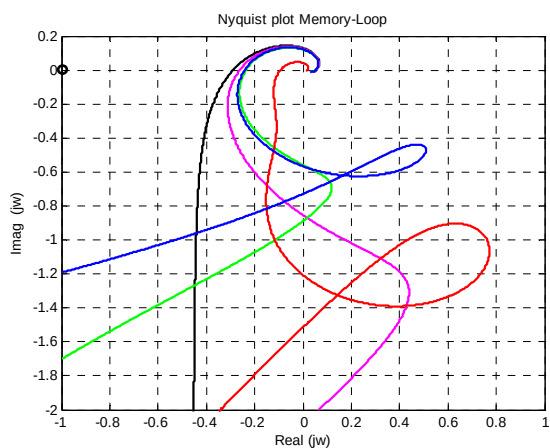
●**проведен** е и робастен анализ по характеристиките на чувствителността на затворените **“a, b, c, d”** системи и за вариациите (20)÷(21) са доказани робастната устойчивост (фиг.21.b и фиг.21.в) и робастното качество (фиг.21.в) на репетитивните системи с модифицирани **ML**-структури. Затворените системи са робастно устойчиви и с робастно качество, ако са изпълнени изискванията към функциите на чувствителността e^* и на допълнителната чувствителност η^* (30) и (30).



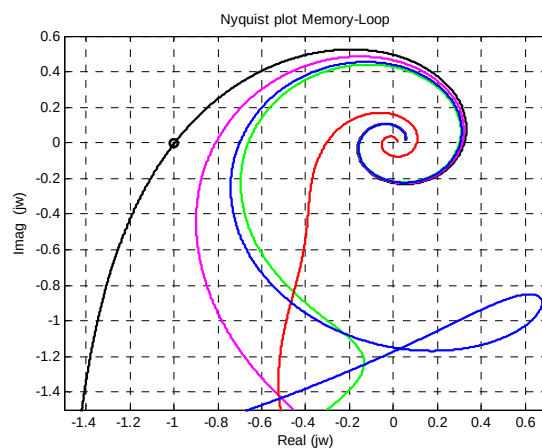
Фиг.19.а.



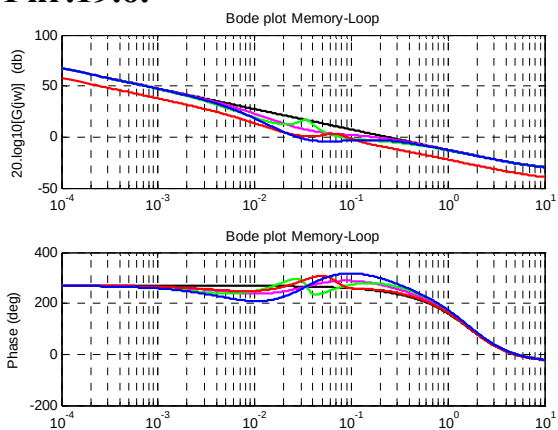
Фиг.20.а.



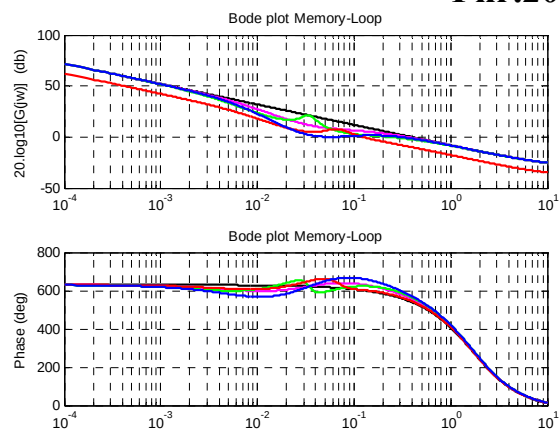
Фиг.19.б.



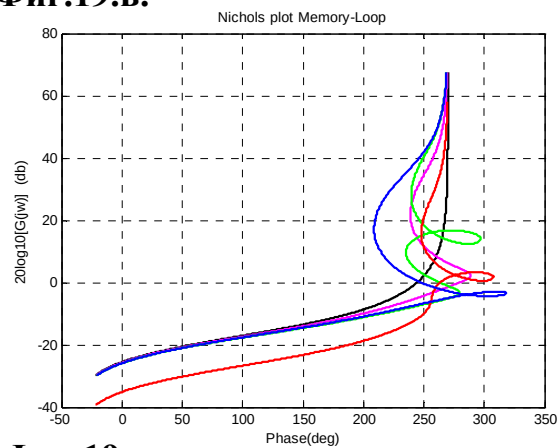
Фиг.20.б.



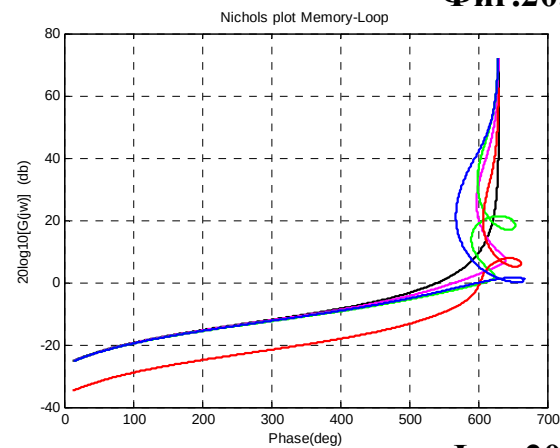
Фиг.19.в.



Фиг.20.в.



Фиг.19.г.



Фиг.20.г.

$$|\eta^*(\omega)| \bar{\ell}_m(\omega) < 1, \forall \omega \quad (29)$$

$$|\eta^*(\omega) \bar{\ell}_m(\omega)| + |e^*(\omega) v(\omega)| < 1, \forall \omega \quad (30)$$

Резултатите (фиг.21.б, фиг.21.в) **доказват**, че в зададената с (20)÷(21) област модифицираните репетитивни системи (фиг.14÷фиг.18) **“b, c, d”** удовлетворяват изискванията (16)÷(19) и са робастно устойчиви и с робастно качество. Системата **“a”** със стандартен **PID**-регулатор (22) доказано не удовлетворява изискванията (29)÷(30). Това е съществено предимство на репетитивни системи и потвърждение, че с помощта на предложените **ML**-структури репетитивните **“b, c, d”** са приведени в класа на системите с робастни свойства.

●**определен** запасът на робастната устойчивост [22] по характеристиките на отворените **“b, c, d”** репетитивни системи, k_{MSOL} (31) (фиг.21.г) за вариациите (20)÷(21)

$$k_{MSOL}(\omega) = \frac{r(j\omega)}{|1 + R(j\omega)G^*(j\omega)|} \leq 1, \forall \omega, \omega \in [0, \infty) \quad (31)$$

●**определен** запасът [22] на робастното качество k_{MPOL} (32) (фиг.21.г) на репетитивните **“b, c, d”** системи за вариациите (20)÷(21)

$$k_{MPOL}(\omega) = \frac{|1 + R(j\omega)G^*(j\omega)| - r(j\omega)}{|1 + R(j\omega)G(j\omega)|} \leq 1, \forall \omega, \omega \in [0, \infty) \quad (32)$$

Запасите на робастността (31)÷(32) са количествена оценка на способността на синтезираната система, запазвайки робастните си свойства, да противодейства ефективно при параметрични и структурни смущения извън заложения в процеса на проектиране диапазон на репараметризация и реструктуриране (21)÷(22). Колкото по-голяма е стойността на тази количествена оценка за една система, толкова по-широки ще са нейните възможности за ефективно противодействие на смущенията извън предпроектните норми.

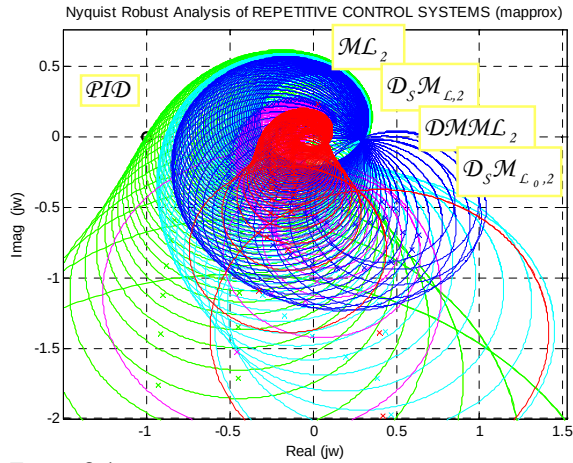
10. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Претенциите на разработката се изразяват в:

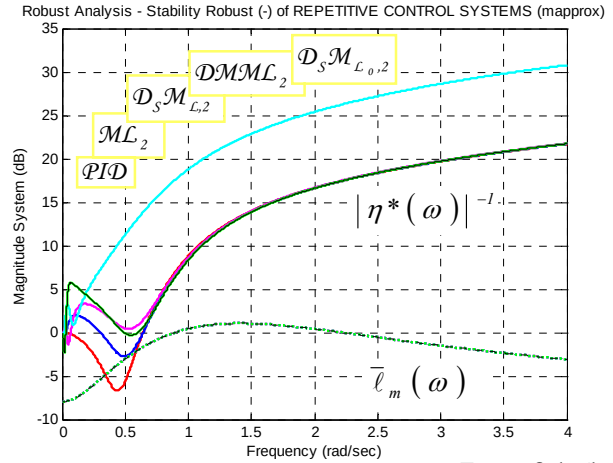
- систематизация на съществуващите до момента теоретични въпроси, свързани със стратегията за репетитивно управление изобщо;
- систематизация и изследването на особеностите на съществуващите видове филтри в репетитивните системи за управление;
- систематизация, синтез и доказване на ефективността на репетитивните пред стандартните (с класически **PID** регулатор) системи за управление при едни и същи други условия чрез:

- сравнителна оценка на времевите и честотните им характеристики,
- доказателство на робастните свойства,
- сравнителна оценка на количествените показатели на робастните свойства (определени със запасите на робастната устойчивост и на робастното качество)

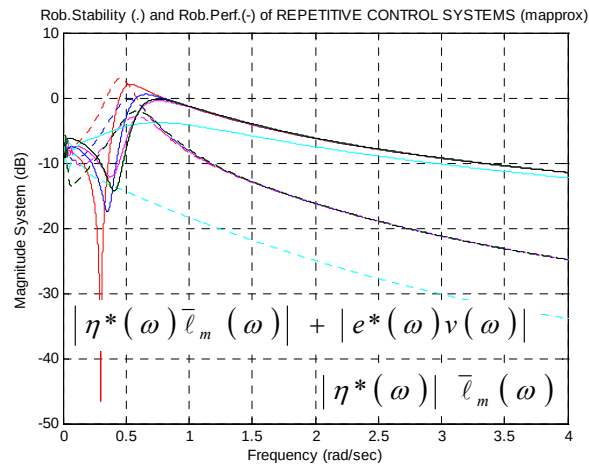
- решение на множество числени примери, потвърждаващи работоспособността на предложените методи за проектиране на системите за репетитивно управление, използващи модифицирани **ML**- филтри с памет.



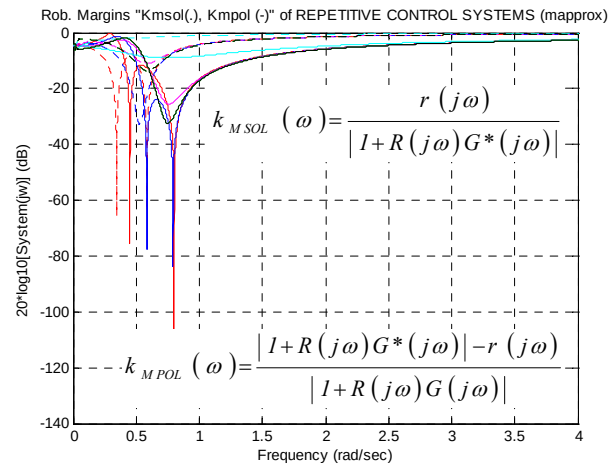
Фиг.21.а.



Фиг.21.б.



Фиг.21.в.



Фиг.21.г.

ЛИТЕРАТУРА

- [1] Alvarez J. D., L. J. Yebra, M. Berenguel, Repetitive control of tubular heat exchangers, Journal of Process Control 63 (2007) 2256-2261
- [2] Balaji S., A. Fuxman, S. Lakshminarayanan, J. F. Forbes, R. E. Hayes, Repetitive model predictive control of a reverse flow reactor, Chemical Engineering Science 62 (2007) 2154-2167
- [3] Costa-Castelly Ramon, Robert Grino, A repetitive controller for discrete-time passive systems, Automatica 42 (2006) 1605-1610
- [4] Costa-Castello, R., Grino, R., and Fossas, E., Odd-harmonic digital repetitive control of a single-phase current active filter. IEEE Trans. Power Electronics, 19(4), pp 1060-1068
- [5] Döth, H. G. M., Smakman, H. T., Van den Hof, P. M. J., & Steinbuch, M. Adaptive repetitive control of a compact disc mechanism. Proceedings of the IEEE conference on decision and control, New Orleans, 1995, pp.1720-1725
- [6] Gupta Manish, Jay H. Lee, Period-robust repetitive model predictive control, Journal of Process Control 16 (2006) 545-555
- [7] Inoue T et al. High accuracy control magnet power supply of proton synchrotron in recurrent operation. Trans Inst Electr Eng Jpn, 1980, C100(7): 234-240
- [8] Inoue T, Nakano M, Iwai S. High accuracy control of a proton synchrotron magnet power supply. In: Proceedings of the 8th World Congress of IFAC, 1981, 216-221
- [9] Lee Jay H., Seshatre Natarajan, Kwang S. Lee, A model-based predictive control approach to repetitive control of continuous processes with periodic operations, Journal of Process Control 11 (2001) 195-207
- [10] Manayathara, Th. J., Tsao, T. -C., Bentsman, J., & Ross, D. Rejection of unknown periodic load disturbances in continuous steel casting process using learning repetitive control approach. IEEE Transactions on Control Systems Technology, 4(3), 1996, 259-265.
- [11] Maarten Steinbuch. Repetitive control for systems with uncertain period-time Automatica 38, 2002, 2103 - 2109

- [12] Natarajan Seshatre, Jay H. Lee, Repetitive model predictive control applied to a simulated moving bed chromatography system, *Computers and Chemical Engineering* 24 (2000) 1127-1133
- [13] Semba, T., Hirano, T., & Fan, L.-S., Dual-stage servo controller for hdd using mems actuator. *IEEE Transactions on Magnetics*, 35, pp 2271–2273
- [14] Sulikowski Bartłomiej, Krzysztof Galkowski, Eric Rogers, David H. Owens, PI control of discrete linear repetitive processes, *Automatica* 42, 2006, 877 – 880
- [15] Srinivasan B., D. Bonvin, Controllability and stability of repetitive batch processes, *Journal of Process Control* 17 (2007) 285-295
- [16] Tan K. K., S. N. Huang, T. H. Lee, A. Tay, Disturbance compensation incorporated in predictive control system using a repetitive learning approach, *Systems & Control Letters* 56, 2007, 75-82
- [17] Tsao, T. C., & Nemani, M. Asymptotic rejection of periodic disturbances with uncertain period. *Proceedings of the American control conference*, 1992, pp. 2696–2699.
- [18] Yingfeng Shan, Kam K. Leang, Dual-stage repetitive control with Prandtl–Ishlinskii hysteresis inversion for piezo-based nanopositioning, *Elsevier, Mechatronics* (24), pp 271–281
- [19] Zhoua K., D. Wang, B. Zhang, Y. Wang, J. A. Ferreirac, S.W.H. de Haan (2007), Dual-mode structure digital repetitive control, *Automatica* 43, *Journal of IFAC*, 546-554
- [20] Nikolova N., Nikolov E., ML- Structures In The Repetitive Robust Control Systems, *Cybernetics and Information Technologies Journal*, Vol. 8, No 2, © 2007 BAS, 15-28
- [21] Николова Н., Е. Николов, Рационални апроксимации на ирационални функции – I, Сборник научни трудове на Юбилейна научна конференция 2006 „20 ГОДИНИ ФИЛИАЛ НА ТУ-СОФИЯ В ПЛОВДИВ”, 09-11 ноември 2006, Пловдив, © 2006, ISSN 1310 - 8271, 5-35
- [22] Николова Н., Е. Николов, Методи и алгоритми за настройка на регулатори в системи за управление справочно пособие по дисциплината „Приложни методи за управление на технологични процеси”, София 2006, © Изд. Технически Университет София, ISBN-10: 954-438-579-7, ISBN-13: 978-954-438-579-8, 72 стр.
- [23] Николова Н. Г. (2013), Филтри в репетитивните системи за управление, *Journal Proceedings of the Technical University Sofia, International Conference AUTOMATICS'2013*, FA, June 14-16, 2013 Sozopol, © 2013 Publishing House of Technical University of Sofia, ISSN 0374-342X, ISSN 1311-0829, Vol 63, (2), pp. 45-52
- [24] Николова Н. Г., Изследване на репетитивни системи за управление, *Journal Proceedings of the Technical University Sofia, International Conference AUTOMATICS'2013*, FA, June 14-16, 2013 Sozopol, © 2013 Publishing House of Technical University of Sofia, ISSN 0374-342X, ISSN 1311-0829, Vol 63, (2), pp. 53-62
- [25] Н. Николова, Филтри в двурежимни репетитивни системи, *Годишник На Технически Университет-София*, Том 62, книга 2, *Международна Конференция Автоматика'2012*, ФА, юбилей “50 години обучение по автоматика”, 1 - 4 юни 2012 г., Созопол, България, ISSN 1311-0829, 2012, 127-136
- [26] Н. Николова, Двурежимни репетитивни системи, *Годишник На Технически Университет-София*, Том 62, книга 2, *Международна Конференция Автоматика'2012*, ФА, юбилей “50 години обучение по автоматика”, 1 - 4 юни 2012 г., Созопол, България, ISSN 1311-0829, 2012, 137-146
- [27] Николова Н. Г., Двустепенно репетитивно управление, част I Филтри, Том 63, книга 2, *Международна Конференция Автоматика'2014*, ФА, FA, 14 - 16 юни, 2014 Sozopol, ISSN 0374-342X, ISSN 1311-0829, 2014, 141-148
- [28] Николова Н. Г., Двустепенно репетитивно управление, част II Системи, *Journal Proceedings of the Technical University Sofia, International Conference AUTOMATICS'2013*, FA, June 14-16, 2013 Sozopol, © 2013 Publishing House of Technical University of Sofia, ISSN 0374-342X, ISSN 1311-0829, Vol 63, (2), 2014, pp. 149-156

Автор: Нина Г. Николова, доцент, д-р, катедра „Автоматизация на Непрекъснатите Производства”, Факултет Автоматика, Технически Университет - София, E-mail address: ninan@tu-sofia.bg

Постъпила на 29.09.2014

Рецензент проф. д-р Е. Николов

БЯГАЩИ СОЛИТАРНО-ВЪЛНОВИ РЕШЕНИЯ НА ЕВОЛЮЦИОННОТО УРАВНЕНИЕ НА КОРТЕВЕГ-ДЕ ВРИЗ ОТ ПО-ВИСОК РЕД (HOKDV)

Огнян Каменов

Резюме: В настоящата работа е приложена пространствената вариация на билинейно-трансформационния метод на Хирота-Матсуно върху едно моделно уравнение на математическата физика, с висока степен на нелинейност, но с ниска степен на сингулярност. Намерени са точните периодични, солитарно-вълнови решения на разглежданото уравнение в два реални, динамично еквивалентни режима.

Ключови думи: билинейно-трансформационен метод, билинейни оператори на Хирота, θ -функции на Якоби, квазипериодични трансформации на θ -функции.

TRAVELLING SOLITARY-WAVE SOLUTIONS OF HIGHER-ORDER KORTEWEG - DE VRIES EVOLUTION EQUATION (HOKDV)

Ognyan Kamenov

Abstract: In the present work we have applied a spatial modification of the Hirota-Matsuno bilinear transformation method on a model equation of mathematical physics, with high order of nonlinearity but with low singularity. The exact periodic, solitary - wave solutions of this equation have been obtained in two real, dynamically equivalent modes.

Keywords: bilinear - transformation method, Hirota's bilinear operators, Jacobi's θ -functions, quasi-periodic transformations of θ -functions

1. ВЪВЕДЕНИЕ

През 1979 г. Акира Накамура [1] прилага за първи път метода на билинейните трансформации, за получаването на точни периодични решения на уравнението на Бусинеск, което е интегрируемо, но не е еволюционно. Въпреки опита на автора да получи по-обобщените N -периодични решения посредством използването на мулти-размерните θ -функции, резултатите са в суров вид и с неясна физическа интерпретация. В монографията на Матсуно [2] се дава систематичност на билинейно-трансформационния метод в приложението му към интегрируемите нелинейни уравнения. Може без преувеличение да се каже, че този метод, след публикуването на посочената монография, се превърна в мощно аналитично средство за интегрируемите еволюционни уравнения. Потвърждение на това е работата на Алън Паркър [3] от 1992 г. В нея авторът прилага вече адаптирания билинейно-трансформационен метод за междинното дълговълново уравнение

(ILW), като прави важния извод за валидността на нелинейния принцип на суперпозицията, въведен от Toda [4] през 1975 г. По-конкретно, А. Паркър установява, че солитарната периодична вълна еволюира като някакъв вид „моделна“ функция, която се повтаря на равни интервали, като генерира периодичната вълна. Тъй като при този процес солитарно-вълновите форми многократно се припокриват, Д. Бойд [5] е въвел термина “imbricate” (англ. - застъпване, припокриване).

2. БИЛИНЕЙНА РЕДУКЦИЯ

Еволюционното нелинейно уравнение на Кортевег-де Вриз от по-висок ред (НОKdV), въведено от P. Olver [6]

$$u_t + u_x + 2\alpha_0 uu_x + 4\alpha_1 u_x u_{xx} + 4\alpha_2 uu_{xxx} - 3\alpha_3 u^2 u_x + \alpha_4 u_{xxx} + \alpha_5 u_{xxxxx} = 0, \quad (1)$$

описва с по-висока степен на апроксимация динамиката на дълги гравитационни вълни в плитък флуид с равно дъно, т.е. то е моделно, нелинейно частно – диференциално уравнение на реални физически процеси. Това уравнение спада към силно нелинейните, поради наличието на четири нелинейни члена: $uu_x, u_x u_{xx}, u^2 u_x, uu_{xxx}$. В пълния си формат уравнение НОKdV е едно от най-непристъпните в математическата физика. Балансът при него между конвективните членове (u_{xxx}, u_{xxxxx}) и нелинейните, се дължи на обстоятелството, че при втора степен на сингулярност (каквато притежава уравнение НОKdV), вторият, третият и четвъртият нелинейни членове имат изравнени тегла. Предполагаме, че параметрите $\alpha_j, j = 0, 1, \dots, 5$ са реални и ненулеви.

Преди да представим билинейния анализ на уравнение (1), ще се възползваме от тъждеството

$$4\alpha_1 u_x u_{xx} + 4\alpha_2 uu_{xxx} = (6\alpha_2 - 2\alpha_1)(uu_{xx})_x + (\alpha_1 - \alpha_2)(u^2)_{xxx}.$$

С негова помощ можем да изразим уравнение (1) в удобната консервативна форма

$$u_t + [u + \alpha_0 u^2 + (6\alpha_2 - 2\alpha_1)uu_{xx} + (\alpha_1 - \alpha_2)(u^2)_{xx} - \alpha_3 u^3 + \alpha_4 u_{xxx} + \alpha_5 u_{xxxxx}]_x = 0 \quad (2)$$

Да представим сега неизвестната функция $u(t, x)$ чрез трансформацията на Хирота-Сатсума [7]

$$u(t, x) = a + \mu(\ln \zeta)_{xx} \quad (3)$$

където a, μ са реални параметри, като $\mu \neq 0$, а $\zeta = \zeta(t, x)$ е неизвестна на този етап непрекъснато диференцируема до седми ред (по x) в двумерната ивица

$$\Omega = \{(t, x) \in \mathbb{R}^2, 0 < t < \infty; -\infty < x < \infty\}$$

След заместване на u от (3) в (2), интегриране по x и разделяне на параметъра μ , ще получим следното уравнение за $\zeta(t, x)$

$$\begin{aligned} & (\ln \zeta)_{tx} + \frac{1}{\mu} [a + \mu(\ln \zeta)_{xx}] + \frac{\alpha_0}{\mu} [a + \mu(\ln \zeta)_{xx}]^2 + (6\alpha_2 - 2\alpha_1)[a + \mu(\ln \zeta)_{xx}] (\ln \zeta)_{xxxx} \\ & + (\alpha_1 - \alpha_2)[2a(\ln \zeta)_{xxxx} + \mu((\ln \zeta)_{xx}^2)_{xx}] - \frac{\alpha_3}{\mu} [a^3 + 3a^2 \mu(\ln \zeta)_{xx} + 3a\mu^2((\ln \zeta)_{xx})^2 + \\ & + \mu^3((\ln \zeta)_{xx})^3] + \alpha_4(\ln \zeta)_{xxxx} + \alpha_5(\ln \zeta)_{xxxxx} = \frac{B_0}{\mu}, \end{aligned}$$

където B_0 е интеграционна константа, която при изоспектрални аналози на уравнение (1), т.е. $\alpha_j = \alpha_j(t), j = 0, 1, \dots, 5$ би могла да зависи от t , но не и от x . Тази константа, макар да не притежава динамични характеристики, има важно значение за евентуални периодични решения на предходното уравнение. Ако

$B_0=0$, то от последното уравнение не може да се генерира периодично решение. Ето защо ще предположим, че $B_0 \neq 0$. Нека заместим в последното равенство логаритмичните производни, изразени чрез билинейните оператори на Хирота

$$\left\{ \begin{aligned} (\ln \zeta)_{xx} &= \frac{D_x^2 \zeta \cdot \zeta}{2\zeta^2}; & (\ln \zeta)_{tx} &= \frac{D_t D_x \zeta \cdot \zeta}{2\zeta^2}; \\ (\ln \zeta)_{xxxx} &= \frac{D_x^4 \zeta \cdot \zeta}{2\zeta^2} - 6 \left(\frac{D_x^2 \zeta \cdot \zeta}{2\zeta^2} \right)^2; \\ (\ln \zeta)_{txxx} &= \frac{D_t D_x^3 \zeta \cdot \zeta}{2\zeta^2} - 6 \left(\frac{D_t D_x \zeta \cdot \zeta}{2\zeta^2} \right) \left(\frac{D_x^2 \zeta \cdot \zeta}{2\zeta^2} \right); \\ (\ln \zeta)_{xxxxxx} &= \frac{D_x^6 \zeta \cdot \zeta}{2\zeta^2} - 30 \left(\frac{D_x^4 \zeta \cdot \zeta}{2\zeta^2} \right) \left(\frac{D_x^2 \zeta \cdot \zeta}{2\zeta^2} \right) + 120 \left(\frac{D_x^2 \zeta \cdot \zeta}{2\zeta^2} \right)^3 \end{aligned} \right. \quad (4)$$

където операторите на Хирота са дефинирани както следва

$$D_t^m D_x^n \varphi(t, x) \cdot \psi(t, x) = \left(\frac{\partial}{\partial t} - \frac{\partial}{\partial t'} \right)^m \left(\frac{\partial}{\partial x} - \frac{\partial}{\partial x'} \right)^n \varphi(t, x) \cdot \psi(t', x') \Big|_{t=t', x=x'}$$

По този начин ще получим билинейния аналог на уравнение (2), но в една първоначална форма, в която билинейните оператори са групирани паритетно по своя ред, а именно

$$\begin{aligned} & \frac{1}{2\zeta^2} [D_t D_x + (k_0 - 4\lambda) D_x^2 + k_1 D_x^4 + 8B] \zeta \cdot \zeta - [\alpha_3 \mu^2 + 12\mu(3\alpha_2 - \alpha_1)] \left(\frac{D_x^2 \zeta \cdot \zeta}{2\zeta^2} \right)^3 + \\ & + \left(\frac{D_x^2 \zeta \cdot \zeta}{2\zeta^2} \right) \left[k_2 \left(\frac{D_x^4 \zeta \cdot \zeta}{2\zeta^2} \right) + (k_3 - a k_4) \left(\frac{D_x^2 \zeta \cdot \zeta}{2\zeta^2} \right) + 4\lambda \right] + \frac{\partial^2}{\partial x^2} \left[k_5 \left(\frac{D_x^2 \zeta \cdot \zeta}{2\zeta^2} \right)^2 + \alpha_5 \left(\frac{D_x^4 \zeta \cdot \zeta}{2\zeta^2} \right) - \frac{a}{4} \right] = 0, \end{aligned}$$

където за удобство сме приели означенията

$$\begin{aligned} k_0 &= 1 + 2\alpha_0 a - 3\alpha_3 a^2; & k_1 &= 4\alpha_2 a + \alpha_4; & k_2 &= 2\mu(3\alpha_2 - \alpha_1) \\ k_3 &= \alpha_0 \mu - 6\alpha_4; & k_4 &= 3(\alpha_3 \mu + 16\alpha_2); & k_5 &= \mu(\alpha_1 - \alpha_2) - 6\alpha_5. \end{aligned}$$

С B сме означили сумарната интеграционна константа

$$B = \frac{1}{8\mu} [a^2(\alpha_0 - \alpha_3 a) - B_0],$$

а λ е изкуствено внесен параметър на паритетен принцип. Свободата при избора на параметъра μ , при условие че $\mu \neq 0$, за да изключим тривиалното решение, ни позволява да изберем μ така, че коефициентът пред третата степен на билинейния оператор да е нула $\mu = \frac{12}{\alpha_3} (\alpha_1 - 3\alpha_2)$.

Във варианта $\alpha_1 \neq 3\alpha_2$, който ние ще наречем общ, билинейната форма на уравнение (2) се редуцира до следните три остатъчни уравнения

$$[D_t D_x + (k_0 - 4\lambda) D_x^2 + k_1 D_x^4 + 8B] \zeta \cdot \zeta = 0; \quad (5)$$

$$[(k_3 - a k_4) D_x^2 + k_2 D_x^4 + 8\lambda] \zeta \cdot \zeta = 0; \quad (6)$$

$$a \zeta^4 = k_5 (D_x^2 \zeta \cdot \zeta)^2 + 2\alpha_5 (D_x^4 \zeta \cdot \zeta) \cdot \zeta^2. \quad (7)$$

Наличието на повече от едно остатъчни уравнения показва, че изходното уравнение НОКdV е неинтегруемо, а наличието сред остатъчните уравнения на едно, което не е с полиномно - билинейна структура (това е уравнение (7)), означава, че НОКdV не е и частично интегруемо, т.е. то е неинтегруемо.

3. БИПЕРИОДИЧНО РЕШЕНИЕ НА СИСТЕМАТА (5)-(7)

Да намерим локализирано решение на еволюционното уравнение (2) означава да намерим реална или комплексна функция $u(t, x)$, дефинирана в двумерно пространство, снабдено със силна топология, т.е. ако $u(t, x)$ е класическо решение на (2), то всички частни производни до пети ред по x , включително и u_t трябва да са дефинирани в двумерната ивица $\Omega = \{(t, x), 0 < t < \infty; -\infty < x < \infty\}$, така че да превръщат уравнението (5) в твърдение за всяка точка $(t, x) \in \Omega$. Такова пространство от функции ще означаваме с $W_F^{1,5}(\Omega)$.

Нека предположим, че локализирано решение на уравнение (5) е бипериодичната функция $\theta_3(\xi, q)$, която е третата тета-функция на Якоби, т.е. (Вж. [8])

$$\zeta(t, x) = \theta_3(\xi, q) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} q^{n^2} e^{2in\xi}, \quad (8)$$

където фазовата променлива ξ е $\xi = kx + \omega t + \delta$, като параметрите k, ω, δ са възможно и комплексни, и ще предполагаме, че $k \neq 0, \omega \neq 0$, за да изключим тривиалните решения. На този етап тези параметри са неизвестни. Диспергиращите вълни имат параметъра k за вълново число, определящо броя на вълните, преминаващи през отсечка с единична дължина (обикновено се избира отсечка с дължина 2π), $\omega = \omega(k)$ е фазовата честота, ω/k – вълновата скорост, а δ – фазовото отместване. Пертурбационният параметър q е $q = e^{-i\pi\tau}$, като $Im(\tau) > 0$. Последното условие е и условието за аналитичност на функцията $\theta_3(\xi, q)$, т.е. то гарантира абсолютната и равномерна сходимост на реда (8). Доколкото функцията на Якоби $\theta_4(\xi, q)$ е дефазирана функция $\theta_3(\xi, q)$, т.е.

$$\theta_4(\xi, q) = \theta_3\left(\xi + \frac{\pi}{2}, q\right),$$

практически е без значение какъв ще е изборът между тях в (8). При заместването на предполагаемото решение $\theta_3(\xi, q)$ в първото остатъчно уравнение (5) и след не трудни билинейни трансформации, получаваме следната компактна форма на билинейното уравнение

$$\sum_{m=-\infty}^{\infty} E(m) e^{2im\xi} = 0, \quad (9)$$

където

$$E(m) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} [-4k\omega(2n-m)^2 - 4k^2(k_0 - 4\lambda)(2n-m)^2 + 16k^4k_1(2n-m)^4 + 8B] q^{n^2+(m-n)^2}, m = 0, \pm 1, \dots \quad (10)$$

На пръв поглед системата (9) е несъвместима, тъй като уравненията са безброй, а неизвестните параметри в нея са краен брой: ω, k, λ, B . Ще покажем, че полиномната билинейна структура на (5) позволява да приложим към тази система принципа на индексния паритет. Този принцип се състои в следното: нека в (10) m е фиксирано цяло число, а n се редуцира в $n+1$, т.е. $n \rightarrow n+1$. След краен брой последователни подобни редукции, ще получим веригата

$$E(m) = E(m-2)q^{2(m-1)} = E(m-4)q^{2(2m-4)} = \dots = \begin{cases} E(0)q^{\frac{m^2}{2}} - \text{ако } m \text{ е четно} \\ E(1)q^{\frac{m^2-1}{2}} - m \text{ е нечетно} \end{cases} \quad (11)$$

Следователно в безкрайната сума на системата (9), при групирането на събираемите с четни и с нечетни m , ще получим

$$E(0)\theta_3(2\xi, q^2) + q^{-1/2}E(1)\theta_2(2\xi, q^2) = 0,$$

а като отчетем линейната независимост на тета -функциите, то можем да направим извода, че системата (9) е еквивалентна на две алгебрични уравнения: $E(0)=0$; $E(1) = 0$, където $E(m)$ е дефинирана с равенство (10). Уместно е в тези две уравнения неизвестните параметри да са ω, B , а останалите два параметъра a, λ засега ще играят ролята на такива параметри в самата система. Замествайки в (10) последователно $m = 0$ и $m = 1$, ще получим двойката уравнения

$$\begin{aligned} kq\theta'_3\omega - \theta_3B &= 8k_1k^4(\theta'_3 + q\theta''_3) - k^2q(k_0 - 4\lambda)\theta'_3; \\ kq\theta'_2\omega - \theta_2B &= 8k_1k^4(\theta'_2 + q\theta''_2) - k^2q(k_0 - 4\lambda)\theta'_2, \end{aligned}$$

където за удобство при изписването на многочленните изрази сме приели $\theta_j = \theta_j(0, q^2)$, $j = 2, 3$, а с прим и секонд са означени производните по q . Алгебричната нехомогенна система, която изведохме по-горе е съвместима и определена, защото ако Δ е детерминантата ѝ, то имаме $\Delta(k, q) = kq(-\theta_2\theta'_3 + \theta'_2\theta_3) = -kqW(\theta_2, \theta_3) \neq 0$, където $W(\theta_2, \theta_3)$ е вронскианът от линейно независимите функции θ_2 и θ_3 , т.е.

$$W(\theta_2, \theta_3) = \begin{vmatrix} \theta_2 & \theta_3 \\ \theta'_2 & \theta'_3 \end{vmatrix}$$

Алгебричната система има единствено решение, което можем да запишем в явна форма:

$$\omega(k, q) = 8k_1k^3 \left[1 + q \frac{W'(\theta_2, \theta_3)}{W(\theta_2, \theta_3)} \right] - k(k_0 - 4\lambda); \quad (12)$$

$$B(k, q) = 8k_1k^4 \frac{W(\theta'_2, \theta'_3)}{W(\theta_2, \theta_3)}, \quad (13)$$

където $W'(\theta_2, \theta_3) = (\theta_2\theta'_3 - \theta'_2\theta_3)' = \theta_2\theta''_3 - \theta''_2\theta_3$; $W(\theta'_2, \theta'_3) = \theta'_2\theta''_3 - \theta''_2\theta'_3$. Структурата на второто остатъчно уравнение (6) принципно не се различава от (5), що се отнася до полиномно-билинейната структура по отношение на оператора на Хирота D_x^n . Различията са само по отношение на параметрите в двете уравнения. На практика това означава, че принципът на индексния паритет е приложим към второто остатъчно уравнение – обстоятелство, което съвместно с подходящ избор на два неизвестни на този етап параметъра, предвещава решимост.

Ако заместим $\zeta(t, x) = \theta_3(\xi, q)$ в уравнение (6), то ще се редуцира до следното

$$\sum_{m=-\infty}^{\infty} T(m) e^{2im\xi} = 0, \quad (14)$$

където целочислената функция $T(m)$ е дефинирана с равенството:

$$\begin{aligned} T(m) &= \sum_{n=-\infty}^{\infty} [-4k^2(k_3 - ak_4)(2n - m)^2 + 16k_2k^4(2n - m)^4 + 8\lambda] q^{n^2 + (m-n)^2}, \\ m &= 0, \pm 1, \pm 2, \dots \end{aligned}$$

Да приложим сега към уравнение (14) принципа на индексния паритет, описан подробно по-горе. Уравнение (14) ще се редуцира в нехомогенната алгебрична система

$$\begin{cases} (k_4k^2q\theta'_3)a + \lambda\theta_3 = qk_3k^2\theta'_3 - 8k_2k^4q(\theta'_3 + q\theta''_3) \\ (k_4k^2q\theta'_2)a + \lambda\theta_2 = qk_3k^2\theta'_2 - 8k_2k^4q(\theta'_2 + q\theta''_2) \end{cases} \quad (15)$$

При ненулева детерминанта (т.е. $3\alpha_1 \neq 5\alpha_2$) нехомогенната линейна алгебрична система, по отношение на параметрите a и λ , допуска единственото решение:

$$a(k, q) = \left(\frac{k_3}{k_4} \right) - 8k^2 \left(\frac{k_2}{k_4} \right) \left[1 + q \frac{W'(\theta_2, \theta_3)}{W(\theta_2, \theta_3)} \right]; \quad (16)$$

$$\lambda(k, q) = -8k_2 k^4 q^2 \left(\frac{W(\theta'_2, \theta'_3)}{W(\theta_2, \theta_3)} \right). \quad (17)$$

По-надолу ще установим, че получената форма за глобалното пространствено отклонение $a(k, q)$, дефинирано с равенство (16), не е достатъчна, за да удовлетворим и третото остатъчно уравнение (7). Но все пак трябва да отбележим, че получените стойности за $a = a(k, q)$ и $\lambda = \lambda(k, q)$ в равенства (16) и (17) от една страна превръщат второто остатъчно уравнение (6) в тъждество, а от друга – детерминират фазовата честота ω и интеграционната константа B , като функции на вълновото число k и пертурбационния параметър q .

Ако за момент представим третото остатъчно уравнение (7) с паритетните диференциални изрази на операторите $D_x^n \zeta$, ζ , $n = 2, 4, \dots$, това уравнение би изглеждало така:

$$a\zeta^4 = 4k_5(\zeta^2\zeta_{xx}^2 - 2\zeta\zeta_x^2\zeta_{xx} + \zeta_x^4) + 4\alpha_5\zeta^2(\zeta\zeta_{xxxx} - 4\zeta_x\zeta_{xxx} + 3\zeta_{xx}^2),$$

където $k_5 = 12(\alpha_1 - 3\alpha_2)(\alpha_1 - \alpha_2)/\alpha_3 - 6\alpha_5$, т.е. третото остатъчно уравнение има силно нелинеен характер. Но освен нелинейната структура на уравнението, силно затрудняващо обстоятелство е това, че почти не останаха неангажирани параметри, които да осъществяват баланса между двете страни на посоченото по-горе нелинейно уравнение. Надеждата ни е в единствените свободни до този момент параметри - k и q , присъствието на които е в неявна форма. Тъй като функцията $\zeta(t, x)$ според хипотезата (8) е тъждествена с третата тета функция на Якоби - $\theta_3(\xi, q)$, то при заместването и в двете страни на уравнение (7), ще получим безкрайната система, която се образува от коефициентите пред експонентите $e^{2im\xi}$, $m = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$

$$a = \sum_{m,n=-\infty}^{\infty} q^{2n^2+(2n-m)^2} = 16k^4 \sum_{m,n=-\infty}^{\infty} [k_5 m^2 (2n-3m)^2 + 2\alpha_5 (2n-3m)^4] q^{2n^2+(2n-m)^2} \quad (18)$$

Двойните суми от двете страни на последното равенство са пречка за по-нататъшни анализи, ето защо ще се опитаме да направим от тези двойни суми - прости, т.е. суми по един индекс. За целта нека представим параметъра a във вида на формалния засега числов ред

$$a = 16k^4 \sum_{m=-\infty}^{\infty} a_m(q), \quad (19)$$

членовете на който, на този етап са неизвестни. Замествайки a от (19) в равенство (18) и прилагайки формулата на Коши за произведение на абсолютно сходящи редове, ще получим за всяко цяло $m = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$ алгебричната система

$$a_m \sum_{n=-\infty}^{\infty} q^{2(n-m)^2+(2n-3m)^2} = \sum_{n=-\infty}^{\infty} [k_5 m^2 (2n-3m)^2 + 2\alpha_5 (2n-m)^4] q^{2n^2+(2n-m)^2} \\ m = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$$

При фиксирана целочислена стойност на m - редовете от двете страни на последното равенство са абсолютно сходящи, когато $0 < |q| < 1$. Това твърдение се основава на следното равенство:

$$\sum_{n=-\infty}^{\infty} q^{2(n-m)^2+(2n-3m)^2} = q^{10m^2} \sum_{n=-\infty}^{\infty} q^{6n^2} e^{2in(8i\pi m\tau)} = q^{10m^2} \theta_3(8i\pi m\tau, q^6),$$

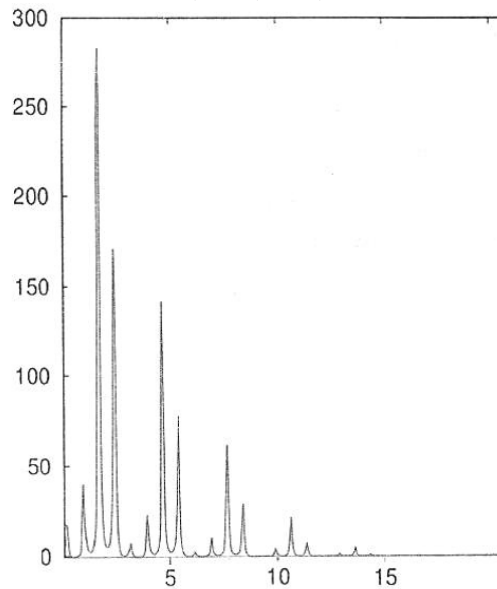
както и на факта, че сумата от дясната страна на равенството е съставена от сумата на пет реда, структурата на всеки от които е

$$\sum_{n=-\infty}^{\infty} f_j(k_5, \alpha_5, q^{m^2}) m^r n^s q^{4n^2}, j = 0, 1, \dots, 4; r, s = 0, 1, \dots, 4.$$

Всеки един от тези редове очевидно е абсолютно сходящ съгласно критерия на Д'Аламбер. Това обстоятелство ни позволява да определим числата (които в общия случай са комплексни)

$$a_m(q) = \frac{\sum_{n=-\infty}^{\infty} [k_5 m^2 (2n - 3m)^2 + 2\alpha_5 (2n - m)^4] q^{2n^2 + (2n - m)^2}}{\sum_{n=-\infty}^{\infty} q^{2(n - m)^2 + (2n - 3m)^2}}, \quad (20)$$

$m = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$



Фиг.1. Пространствени отклонения $a_m(\varepsilon)$ при $\varepsilon = 1/2$

По-правилно би било да запишем, че $a_m = a_m(q, \alpha_1, \alpha_2, \alpha_3, \alpha_5)$, тъй като $k_5 = 12(\alpha_1 - 3\alpha_2)(\alpha_1 - \alpha_2)/\alpha_3 - 6\alpha_5$, но за по-кратко ще записваме членовете на безкрайния ред (19), както това е направено в (20). На фиг.1 графично е показано разпределението на стойностите на пространствените отклонения за първите няколко значения на m при средна стойност на параметъра ε ($\varepsilon = \frac{1}{2}$). Най-големите стойности на пространствените отклонения се достигат при малки m . Дефинираните с (20) комплексни числа $a_m = a_m(q)$, $m \in \mathbb{Z}$, засега изпълняват функцията да удовлетворяват безкрайната алгебрична система, дефинирана по-горе, до която се свежда решаването на третото остатъчно уравнение. На този етап не сме отговорили на два съществени въпроса: първият е свързан с математическата легитимност на дефинираните с равенство (20) членове $a_m(q)$ и ако отговорът е положителен – каква е тяхната физическа адекватност. За да отговорим на първия въпрос, се доказва следната теорема.

Теорема 1. Безкрайният ред (19) с членове, дефинирани от равенство (20), е абсолютно сходящ за всяка стойност на пертурбационния параметър $q = e^{i\pi\tau}$, за която $Im(\tau) > 0$, т. е. $0 < |q| < 1$. (Доказателството на тази теорема е дадено в [9].)

Лесно е да се покаже, че при хипотезата $\tau = i\varepsilon$, $\varepsilon > 0$ може да представим

$$a(\varepsilon) = \frac{k_3}{k_4} - 8k^2 \left(\frac{k_2}{k_4} \right) [1 + qW_0(\theta_2, \theta_3)], q = e^{-i\pi}, \varepsilon > 0,$$

където за удобство сме означили $W_0(\theta_2, \theta_3) = W'(\theta_2, \theta_3)/W(\theta_2, \theta_3)$. Балансът между десните страни на последните две равенства означава, че вълновото число k трябва да удовлетворява алгебричното уравнение

$$\mathbb{C}k^4 + 8\left(\frac{k_2}{k_4}\right)[1 + qW_0(\theta_2, \theta_3)]k^2 - \left(\frac{k_3}{k_4}\right) = 0. \quad (21)$$

т.е. вълновото число k може да приема само онези стойности, които са групирани в четири еднопараметрични фамилии, имащи формата

$$k(\varepsilon) = \pm \sqrt{\frac{4k_2}{\mathbb{C}k_4} \left[-(1 + qW_0) \pm \sqrt{(1 + qW_0)^2 + \mathbb{C} \frac{k_3 k_4}{16k_2^2}} \right]}. \quad (22)$$

За физическата приложимост на периодичното решение (3), ние ще се интересуваме от онези стойности на вълновото число $k \neq 0$, които удовлетворяват (22), и които са или реални, или имагинерни, което ще бъде коментирано в следващата точка.

4. УСЛОВИЯ ЗА АНАЛИТИЧНОСТ И РЕАЛНИ ПЕРИОДИЧНИ РЕШЕНИЯ

Съгласно трансформацията на Хирота-Сатсума [7], изходното еволюционно нелинейно частно диференциално уравнение (1) притежава точно бипериодично мероморфно решение с явен вид

$$u(t, x) = 16k^4 \sum_{m=-\infty}^{\infty} a_m + \frac{12k^2}{\alpha_3} (\alpha_1 - 3\alpha_2) \frac{\partial}{\partial \xi} \left[\frac{\theta_3(\xi, q)}{\theta_3(\xi, q)} \right]. \quad (23)$$

Функцията $u(t, x)$, дефинирана с равенство (23) и точно решение на уравнение (1), в общия случай е комплексна и мероморфна функция, която в условието на хипотезата за реалната рестрикция

$$\tau = i\varepsilon, \varepsilon > 0, \text{ т.е. } q = e^{-\varepsilon\pi} \in (0, 1), \quad (24)$$

е еднопараметрична фамилия (при фиксирано фазово отместване $-\delta$ на положителния параметър ε). Решението $u(t, x)$ от (23) има сингулярност в двукратните си полюси, разположени в мрежата

$$\xi_{mn} = \pi \left(m + \frac{1}{2} \right) + \tau\pi \left(n + \frac{1}{2} \right), \quad m, n \in \mathbb{Z},$$

което прави въпросното решение с ограничена физическа приложимост. За да избегнем сингулярностите в двукратните полюси ξ_{mn} , бихме могли да ограничим вариацията на фазовата променлива ξ в хоризонталната ивица $|\text{Im}(\xi)| < \varepsilon\pi$, т.е.

$$-\pi\varepsilon < \text{Im}(\xi) < \pi\varepsilon. \quad (25)$$

Условието (25) е и условие за аналитичност на точното периодично решение (23). В условието на хипотезата (24), реалните рестрикции на решението могат да се образуват само при два избора на вълновото число $k(\varepsilon)$, дефинирано с (22). Тези два варианта са:

- когато $k(\varepsilon)$ е реално число ($k \neq 0$);
- когато $k(\varepsilon)$ е имагинерно число.
- Вълновото число е реално ($k \neq 0$)

Поради паритетната инвариантност на решението $u(t, x)$, дефинирано с (23), можем без загуба на общност да предположим, че k е положително число. При това предположение фазовата променлива $\xi = kx + \omega t + \delta$ е реална или комплексна в зависимост от това дали фазовото отместване δ е реално или комплексно. Ако се възползваме от логаритмичната производна на $\theta_3(\xi, q)$ във формата на фуриеров ред, а именно

$$\frac{\dot{\theta}_3(\xi, q)}{\theta_3(\xi, q)} = 2 \sum_{m=-\infty}^{\infty} \frac{(-1)^m q^m}{1-q^{2m}} \sin(2m\xi),$$

където $q = e^{-\varepsilon\pi}$, $\varepsilon > 0$, а със символа „ $\cdot$ “, сме означили първата производна на θ_3 по фазовата променлива ξ и отчетем очевидното тъждество

$$\frac{q^m}{1-q^{2m}} = \frac{1}{2} \operatorname{cosech}(\varepsilon\pi m), \text{ при } q = e^{-\varepsilon\pi},$$

то решението (23) можем да представим във формата

$$u(t, x) = 16k^4 \sum_{m=-\infty}^{\infty} \left\{ a_m(\varepsilon) + \frac{3}{2} \left[\frac{(-1)^m m}{k^2 \alpha_3} (\alpha_1 - 3\alpha_2) \operatorname{cosech}(\varepsilon\pi m) \right] \cos(2m\xi) \right\}. \quad (26)$$

Представеното в последното равенство точно решение на еволюционното уравнение НОКdV е реално и периодично, с реален период $T=2\pi/k$. По своята структура то представлява суперпозиция от синусоидални хармоники с различни амплитуди, но както ясно проличава от (26), всяка една хармонична съставяща има индивидуално пространствено отклонение $a_m(\varepsilon)$.

- Вълновото число е имагинерно

Отново ще предположим, че ако $k \rightarrow ik$, то „новото“ k е реално положително число. При подходяща вариация на фазовото отместване δ (което засега е свободен параметър), отново можем да получим реални рестрикции от общото комплексно мероморфно точно решение (23). В тази насока нека изберем $\delta \rightarrow i\delta$, което не променя дисперсионното съотношение (12), означаващо, че $\xi \rightarrow i\xi$, т.е. фазовата променлива ξ е реална или комплексна, в зависимост от това дали фазовото отместване δ е реално или комплексно. Ето защо условието за аналитичност (25) добива вида $-\pi\varepsilon < \operatorname{Im}(\delta) < \pi\varepsilon$. Ако изберем фазовото отместване δ така, че $\delta \rightarrow \delta + \pi\varepsilon$, то $i\xi \rightarrow i\xi + \pi\tau$, ($\tau = i\varepsilon$) и приложим квазипериодичната модулация, т.е.

$$\theta_2(z, q) = q^{1/4} e^{iz} \theta_3(z + \pi\tau/2, q),$$

то за логаритмичната производна на функцията $\theta_3(z + \pi\tau/2, q)$ при $z = i\xi$ получаваме тъждеството:

$$\frac{\dot{\theta}_3(i\xi + \pi\tau/2, q)}{\theta_3(i\xi + \pi\tau/2, q)} = \frac{\dot{\theta}_2(i\xi, q)}{\theta_2(i\xi, q)} - i.$$

Посочената по-горе инверсия ни позволява да представим (23) във формата

$$u(t, x) = 16k^4 \sum_{m=-\infty}^{\infty} a_m(\varepsilon) + 12 \left(\frac{k^2}{\alpha_3} \right) (\alpha_1 - 3\alpha_2) \frac{\partial}{\partial \xi} \left[\frac{\dot{\theta}_2(i\xi, q)}{\theta_2(i\xi, q)} \right]. \quad (27)$$

Ако в последното равенство заместим логаритмичната производна с нейното равно от следното тъждество

$$\frac{\dot{\theta}_2(i\xi, q)}{\theta_2(i\xi, q)} = i \sum_{m=-\infty}^{\infty} \tanh[i(\xi - m\pi\varepsilon)],$$

то можем да представим локализираното точно решение (23) в така наречената солитарно-вълнова форма

$$u(t, x) = 16k^4 \sum_{m=-\infty}^{\infty} [a_m(\varepsilon) + \frac{3(\alpha_1 - 3\alpha_2)}{4k^2 \alpha_3} \operatorname{sech}^2(\xi - \varepsilon\pi m)]. \quad (28)$$

Точното локализирано решение (28) представлява безкрайна суперпозиция от регулярно разположени в пространството солитарни вълни със sech^2 -профили. Забележителното в случая е, че всяка солитарна хармоника има една и съща амплитуда (при фиксирано $\varepsilon > 0$), но различно пространствено отклонение $a_m(\varepsilon)$.

5. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Пространствените отклонения $a_m(\varepsilon)$ присъстват реално в периодичното решение и в двата динамични режима - на малка и голяма амплитуда за изследваното еволюционно уравнение НОКDV. Анализите и на други моделни уравнения [10],[11],[12],[13],[14],[15] показват аналогични отклонения в посочените решения. Любопитно е да отбележим, че в случаите на интегрируеми или частично - интегрируеми уравнения тези пространствени отклонения или липсват, или всички придобиват една и съща стойност. По същество това обстоятелство преобразува и нелинейния принцип на суперпозицията: в периодичната, солитарна бягаща вълна се извършва не суперпозиция от еднакви вълнови форми, а суперпозиция от подобни такива вълнови форми.

ЛИТЕРАТУРА

- [1] Nakamura A. (1979), *A direct method of calculating periodic wave solutions to nonlinear evolution equations. Exact two-periodic wave solutions*, J. Phys. Soc. Japan **47**, 1701-1705.
- [2] Matsuno Y. (1984), *Bilinear Transformation Method*, Academic Press Inc., N. Y.
- [3] Parker A. (1992), *Periodic solutions of the intermediate long-wave equation: a nonlinear superposition principle*, J. Phys. A: Math. Gen. **25**, 2003-2032.
- [4] Toda M. (1979), *Theory of Nonlinear Lattices*, New York: Springer.
- [5] Boyd J. R. (1986), *Solitons from sine waves: analytical and numerical methods for non-integrable solitary and cnoidal waves*, Physica D **21**, 227-246.
- [6] Olver P. (1984), *Lecture notes in Physics*, Springer, New York, 273-290.
- [7] Hirota R. and J. Satsuma (1976), *A variety of nonlinear network equations generated from the Bäcklund transformation for the Toda lattice*, Prog. Theoret. Phys. Suppl. **59**, 64-100.
- [8] Lawden D. F. (1989), *Elliptic Functions and Applications*, Berlin: Springer.
- [9] Каменов О. (2014), *Докторска дисертация*.
- [10] Kamenov O. Y. (2009), *Exact periodic solutions of the sixth-order generalized Boussinesq equation*, J. Phys. A: Math. Theor. **42**, 375501, 11 pp.
- [11] Kamenov O. Y. (2012), *Periodic solutions of the non-integrable convective fluid equation*, J. Math. Phys. **53**, 063705.
- [12] Kamenov O. Y. (2014), *New periodic exact solutions of the Kuramoto-Sivashinsky evolution equation*, WSEAS Transactions on mathematics **13**, 345-352.
- [13] Kamenov O. Y. and A. P. Angova (2012), *Exact periodic solutions of the non-integrable Kawahara equation*, International Scholarly Research Network, ISRN Mathematical Physics **2012**, 185469, 11 pp.
- [14] Kamenov O. Y. (2014), *Exact periodic seismic waves in the Nikolaevskii model*, Journal of Theoretical and Applied Mechanics **44**, no. 3, 91-106.
- [15] Kamenov O. Y. (1996), *Stability of solitary waves in the generalized equation of KdV*, Докл. БАН **49**, кн.7.

Автор: Огнян Йорданов Каменов, доц. д-р, катедра „Математически анализ и числени методи“, ФПМИ, Технически Университет - София, E-mail address: okam@abv.bg

Постъпила на 09.10.2014

Рецензент доц. д-р Георги Венков

ТОЧНО КНОИДАЛНО РЕШЕНИЕ НА ЕВОЛЮЦИОННОТО УРАВНЕНИЕ НА КОРТЕВЕГ-ДЕ ВРИЗ ОТ ПО-ВИСОК РЕД (HOKDV): ГРУПОВО СВОЙСТВО НА ПРОСТРАНСТВЕНИТЕ ОТКЛОНЕНИЯ

Огнян Каменов

Резюме: В статията е анализирано едно интересно свойство на пространствените отклонения в еволюционното уравнение на Кортевег-Де Вриз от по-висок ред (HOKDV), проявяващо се в кноидалното точно решение. Направен е важният извод, че всяко неинтегруемо, нелинейно частно – диференциално уравнение, допускащо билинейно представяне, притежава периодично кноидално решение.

Ключови думи: билинейно-трансформационен метод, билинейни оператори на Хирота, θ -функции на Якоби, пертурбационен параметър

EXACT CNOIDAL SOLUTION OF HIGHER-ORDER KORTEWEG - DE VRIES EVOLUTION EQUATION (HOKDV): GROUP PROPERTY OF SPA- TIAL DISPLACEMENTS

Ognyan Kamenov

Abstract: In this paper we have analyzed an interesting feature of the spatial displacements in the higher-order Korteweg-De Vries evolution equation (HOKDV), which occurs in the cnoidal exact solution. The important conclusion is made that every nonintegrable, nonlinear partial differential equation allowing bilinear reduction, possesses periodic, cnoidal solution.

Keywords: bilinear – transformation method, Hirota's bilinear operators, Jacobi's θ -functions, perturbation parameter

1. ВЪВЕДЕНИЕ

Нелинейното частно-диференциално уравнение на Кортевег-Де Вриз е едно от най-трудните за анализ еволюционни моделни уравнения. Това се дължи основно на четирите нелинейни члена, имащи три различни степени на нелинейност, най-високата от които е трета. Към това уравнение е приложена пространствената вариация на билинейно – трансформационния метод [1]. Получените точни периодични решения при двата режима – на „малка амплитуда“ и „голяма амплитуда“ - разкриват въздействието на пространствените отклонения върху индивидуалните хармоники, както и динамичната еквивалентност на периодичните синусоидални и периодично - солитарните решения. Пространствената модификация на билинейно-трансформационния метод, който използвахме за неинтегруемостта еволюционно уравнение HOKdV, позволява да получим явния

вид на един особен вид периодично решение на същото уравнение, при което пространствените отклонения проявяват въздействието си групово, в цялата си съвкупност, а не индивидуално. Такова периодично решение е кноидалното.

2. ТЕОРЕМА ЗА КНОИДАЛНАТА ЛОГАРИТМИЧНА ПРОИЗВОДНА

Ще докажем следната теорема.

Теорема (За кноидалната логаритмична производна) Ако $\xi \in \mathbb{C}$, $q = e^{i\pi\tau}$, $\text{Im}\tau > 0$, $r = \theta_4^2(0)/\theta_3^2(0)$, то

$$\frac{\partial^2}{\partial \xi^2} [\ln(\theta_4(\xi, q))] = \theta_2^4(0, q) \text{cn}^2[\xi \theta_3^2(0, q), r] + \frac{\theta_3''(0, q)}{\theta_3(0, q)}. \quad (1)$$

Доказателство: Известни са две различни равенства (Вж.[2]) за дефиниране на трансцедентната функция $\sigma_3(u, \omega_1, \omega_3)$:

$$\sigma_3(u, \omega_1, \omega_3) = e^{\frac{\eta_1 u^2}{2\omega_1} \frac{\theta_4(\frac{\pi u}{2\omega_1}, q)}{\theta_4(0, q)}}; \quad \sigma_3(u, \omega_1, \omega_3) = e^{-\eta_3 u \frac{\sigma(u+\omega_3)}{\sigma(\omega_3)}}, \quad (2)$$

където ω_1, ω_2 са реалният и квази-периодът на функцията $\wp(\xi, \omega_1, \omega_2)$, а ω_1, ω_3 са периодите на трансцедентната функция $\sigma(u, \omega_1, \omega_3)$, за която е в сила $\sigma''(u) = -\wp(u)$, при това $\omega_1 + \omega_2 + \omega_3 = 0$; $\eta_1 + \eta_2 + \eta_3 = 0$ и съгласно тъждеството на Лиувил (Вж.[2]) имаме съотношенията

$$\eta_1 \omega_3 - \eta_3 \omega_1 = \eta_3 \omega_2 - \eta_2 \omega_3 = \eta_2 \omega_1 - \eta_1 \omega_2 = \frac{i\pi}{2}$$

Свободата в избора на числата $\omega_j, j = 1, 2, 3$ ни позволява да изберем две от тях $\omega_1 = \frac{\pi \theta_3^2(0)}{2} = K_1(r)$; $\omega_3 = iK_2(r) = \pi \tau \theta_3^2(0) = \tau K_1(r)$, където $K_j(r), j = 1, 2$ са пълните елиптични интеграли на Лежандър от първи и втори род с модули $r = \theta_4^2(0)/\theta_3^2(0)$.

Ако въведем една нова променлива $\xi = \frac{\pi u}{2\omega_1}$, то $u = \xi \theta_3^2(0)$, където сме означили $\theta_j(0) = \theta_j(0, q), j = 1, \dots, 4$, за разлика от общоприетите означения (Вж. [2]) $\theta_j = \theta_j(0, q^2), j = 1, \dots, 4$. С въведената нова променлива ξ можем да запишем трансцедентните функции $\sigma_3(u)$, дефинирани с (2) във формата

$$\sigma_3(\xi \theta_3^2(0)) = e^{\frac{\eta_1 \theta_3^2(0) \xi^2}{\pi} \cdot \frac{\theta_4(\xi, q)}{\theta_4(0)}}; \quad \sigma_3(\xi \theta_3^2(0)) = e^{-\eta_3 \theta_3^2(0) \xi \cdot \frac{\sigma(\xi \theta_3^2(0) + iK_2(r))}{\sigma(\omega_3)}}.$$

Ако в горните две равенства приравним десните страни, след което логаритмуваме това тъждество и накрая го диференцираме двукратно по ξ , ще получим равенството

$$\frac{2\eta_1}{\pi} \theta_3^2(0) + \frac{\partial^2}{\partial \xi^2} [\ln \theta_4(\xi, q)] = \theta_4^4(0) \cdot \frac{d^2}{d\xi^2} [\ln \sigma(\xi \theta_3^2(0) + iK_2(r))],$$

а използвайки дефиниционното равенство $[\ln \sigma(z)]'' = -\wp(z)$, имаме

$$\frac{\partial^2}{\partial \xi^2} [\ln \theta_4(\xi, q)] = \theta_4^4(0) \wp(\xi \theta_3^2(0) + iK_2(r)) - 2\eta_1 \theta_3^2(0)/\pi. \quad (3)$$

При фазовата модулация на Вайерщрасовата елиптична функция $\wp(z + iK_2)$, се получава кноидално израждане, а именно (Вж.[2])

$$\wp(z + iK_2) = e_3 + \frac{e_1 - e_3}{\text{sn}^2(z\sqrt{e_1 - e_3} + iK_2(r), r)},$$

където $e_j, j = 1, 2, 3$ са характеристичните корени за функцията $\wp(z, G_2, G_3)$, т.е. те са корените на $4e_j^3 - G_2 e_j - G_3 = 0, j = 1, 2, 3$, при наредбата $e_1 > e_2 > e_3$.

От друга страна при фазовата модулация на якобиевата елиптическа функция $\text{sn}(v + iK_2, r)$ имаме реципрочното тъждество (Вж. [2])

$$\text{sn}(v + iK_2(r), r) = \frac{1}{r \text{sn}(v, r)}, \quad (4)$$

с което фазовата модулация на функцията $\wp(z + iK_2)$ получава кноидално израждане

$$\wp(z + iK_2) = e_3 + (e_2 - e_3) \text{sn}^2(z\sqrt{e_1 - e_3}, r) = e_3 + (e_2 - e_3) [1 - \text{cn}^2(z\sqrt{e_1 - e_3}, r)] = e_2 - (e_2 - e_3) \text{cn}^2(z\sqrt{e_1 - e_3}, r).$$

Модулът r е свързан с характеристичните корени чрез равенството

$$0 \leq r^2 = \frac{e_2 - e_3}{e_1 - e_3} \leq 1.$$

Използвайки кноидалната модулация на Вайерщрасовата функция $\wp(z + iK_2(r))$, равенство (3) придобива „кноидалната“ си форма

$$\theta_3^4(0) \text{cn}^2(\xi \theta_3^2(0) \sqrt{e_1 - e_3}, r) - \left[\frac{2\eta_1}{\pi} \theta_3^2(0) + e_2 \theta_3^4(0) \right]. \quad (5)$$

Характеристичните корени $e_j, j = 1, 2, 3$ могат да се представят посредством нулевите стойности на θ – тета функциите, като за целта използваме следното представяне на елиптическата функция на Вайерщрас $\wp(u)$ (Вж. [2])

$$\wp(u) = \left(\frac{\pi}{2\omega_1} \right)^2 \left[\frac{1}{3} \frac{\theta_1'''(0)}{\theta_1'(0)} - \frac{\theta_1(z)\theta_1''(z) - \theta_1'^2(z)}{\theta_1^2(z)} \right], \text{ където } z = \pi u / 2\omega_1. \quad (6)$$

Последното равенство следва директно от дефиниционното равенство за функцията $\sigma(u)$:

$$\sigma(u) = u \prod_{m,n=-\infty}^{\infty} (1 - u/s) e^{u/s + zu^2/2s^2}, s = 2m\omega_1 + 2n\omega_2, m^2 + n^2 \neq 0.$$

Ако в тъждеството (6) положим $u = \omega_1$, то $z = \pi/2$ и отчитайки, че $\wp(\omega_j) = e_j, j = 1, 2, 3$ ще получим израз за e_1 във формата

$$e_1 = \left(\frac{\pi}{2\omega_1} \right)^2 \left[\frac{1}{3} \frac{\theta_1'''(0)}{\theta_1'(0)} - \frac{\theta_2''(0)}{\theta_2(0)} \right]. \quad (7)$$

По аналогия, ако в същото тъждество (6) положим $u = \omega_2 = -\omega_1 - \omega_3$, то $z = -\pi/2 - \tau\pi/2$, тогава ще изразим e_2 ($\tau = \frac{\omega_3}{\omega_1}$) във вида

$$e_2 = \left(\frac{\pi}{2\omega_1} \right)^2 \left[\frac{1}{3} \frac{\theta_1'''(0)}{\theta_1'(0)} - \frac{\theta_3''(0)}{\theta_3(0)} \right], \quad (8)$$

и накрая ако положим отново в (6) $u = \omega_3$, то $z = \tau\pi/2$, то за e_3 получаваме израза

$$e_3 = \left(\frac{\pi}{2\omega_1} \right)^2 \left[\frac{1}{3} \frac{\theta_1'''(0)}{\theta_1'(0)} - \frac{\theta_4''(0)}{\theta_4(0)} \right]. \quad (9)$$

Нека сега в последните три тъждества за характеристичните корени $e_j, j = 1, 2, 3$ заместим $\omega_1 = \frac{\pi\theta_3^2(0)}{2}$, което предположихме още в началото на доказателството и извършим кръстосано почленно изваждане на тези равенства. Ще получим важните съотношения, произтичащи от (7)-(9)

$$e_1 - e_2 = \frac{\theta_4^4(0)}{\theta_3^4(0)}; \quad e_1 - e_3 = 1; \quad e_2 - e_3 = \frac{\theta_2^4(0)}{\theta_3^4(0)}, \quad (10)$$

принос за които имат лесно доказуемите тъждества:

$$\frac{\theta_4''(0)}{\theta_4(0)} - \frac{\theta_3''(0)}{\theta_3(0)} = \theta_2^4(0);$$

$$\frac{\theta_4''(0)}{\theta_4(0)} - \frac{\theta_2''(0)}{\theta_2(0)} = \theta_3^4(0);$$

$$\frac{\theta_3''(0)}{\theta_3(0)} - \frac{\theta_2''(0)}{\theta_2(0)} = \theta_4^4(0)$$

При заместване на съотношенията (10) в (5) ще получим

$$\frac{\partial^2}{\partial \xi^2} [\ln \theta_4(\xi, q)] = \theta_2^4(0) \operatorname{cn}^2(\xi \theta_3^2(0), r) - \left[\frac{2\eta_1 \theta_3^2(0)}{\pi} + e_2 \theta_3^4(0) \right], \quad (11)$$

от което се вижда, че за да получим окончателната форма на втората логаритмична производна, е необходимо да представим остатъчния член посредством нулевите стойности на тета функциите. Изразът $-e_2 \theta_3^4(0)$ можем лесно да пресметнем, използвайки представянето на e_2 , което извършихме по-горе и заместим ω_1 с неговото равно $\frac{\pi \theta_3^2(0)}{2}$, при което получаваме съотношението:

$$-e_2 \theta_3^4(0) = \frac{\theta_3''(0)}{\theta_3(0)} - \frac{1}{3} \frac{\theta_1'''(0)}{\theta_1'(0)}.$$

За да намерим подходящо представяне за втората част $-\frac{2\eta_1 \theta_3^2(0)}{\pi}$ на остатъчния член, нека представим

$$\sigma(u, \omega_1, \omega_3) = A^{\alpha u^2} \theta_1(z, q), \text{ където } z = \pi u / 2\omega_1$$

при трите гранични условия $\sigma(0) = 0$; $\sigma'(0) = 1$; $\sigma''(0) = 0$. При тяхното удовлетворяване, последователно ще получим следните стойности за параметрите α, A

$$A = \frac{2\omega_1}{\pi \theta_1'(0)}; \quad \alpha = -\frac{\pi^2}{24\omega_1^2} \cdot \frac{\theta_1'''(0)}{\theta_1'(0)}.$$

От друга страна, като отчетем, че $2\omega_1, 2\omega_3$ са примитивните периоди на трансцедентната функция $\sigma(u)$, ще получим представянето

$$\alpha = \frac{\eta_1}{2\omega_1}, \text{ т. е. } \eta_1 = -\frac{\pi^2}{24\omega_1^2} \frac{\theta_1'''(0)}{\theta_1'(0)}.$$

С помощта на последното съотношение, можем да изразим

$$-\frac{2\eta_1 \theta_3^2(0)}{\pi} = -\frac{1}{3} \frac{\theta_1'''(0)}{\theta_1'(0)},$$

което е достатъчно, за да представим остатъчния член на тъждеството (5) във вида

$$-e_2 \theta_3^4(0) - \frac{2\eta_1 \theta_3^2(0)}{\pi} = \frac{\theta_3''(0)}{\theta_3(0)}.$$

Така окончателно получаваме формулата за кноидалната логаритмична производна

$$\frac{\partial^2}{\partial \xi^2} [\ln \theta_4(\xi, q)] = \theta_2^4(0) \operatorname{cn}^2(\xi \theta_3^2(0), r) + \frac{\theta_3''(0)}{\theta_3(0)}, \quad (12)$$

където $r = \frac{\theta_4^2(0)}{\theta_3^2(0)}$. С това Теоремата е доказана.

3. КНОИДАЛНО РЕШЕНИЕ

Нека отново се върнем към комплексното мероморфно решение (Вж. [1]), което ще представим във формата

$$u(t, x) = a + 12 \frac{k^2}{\alpha_3} (\alpha_1 - 3\alpha_2) \frac{\partial^2}{\partial \xi^2} [\ln \theta_3(\xi, q)], \quad (13)$$

където

$$a = 16k^4 \sum_{m=-\infty}^{\infty} a_m(q),$$

а самите пространствени отклонения $a_m(q)$ са представени с равенството

$$a_m(q) = \frac{\sum_{n=-\infty}^{\infty} [k_5 m^2 (2n-3m)^2 + 2\alpha_5 (2n-m)^4] q^{2n^2 + (2n-m)^2}}{\sum_{n=-\infty}^{\infty} q^{2(n-m)^2 + (2n-3m)^2}}, \quad m = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$$

Да уточним, че всички параметри на фазовата променлива $\xi = kx + \omega t + \delta$, с изключение на фазовото отместване δ са детерминирани и известни от дисперсионното съотношение. Те са еднопараметрични семейства от положителния параметър ε , по силата на хипотезата $\tau = i\varepsilon, \varepsilon > 0$, т.е. $q = e^{-\varepsilon\pi}$.

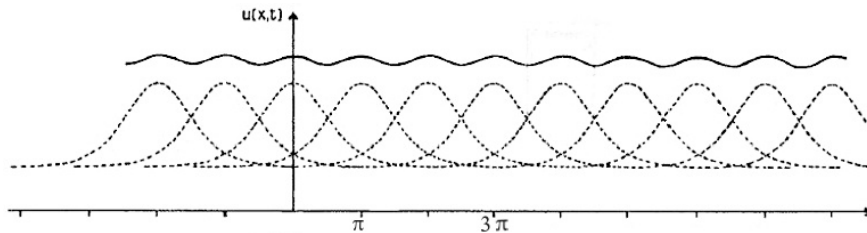
Свободата при избора на фазовото отместване δ , ни позволява да извършим редукцията $\delta \rightarrow \delta - \pi/2$, т.е. $\xi \rightarrow \xi + \pi/2$, при което $\theta_3(\xi) \rightarrow \theta_3(\xi + \pi/2) = \theta_4(\xi)$. С дефазирането $\delta \rightarrow \delta - \pi/2$ ние можем да превърнем логаритмичната втора производна от $\theta_3(\xi, q)$ във втора логаритмична производна от $\theta_4(\xi, q)$. Прилагайки формулата за кноидалната логаритмична производна (1) към посочената втора логаритмична производна от $\theta_4(\xi, q)$, ще получим в явен вид реалното кноидално решение на уравнението НОКdV

$$u(t, x) = \left[a(\varepsilon) + 12k^2(\alpha_1 - 3\alpha_2) \frac{\theta_3''(0)}{\alpha_3 \theta_3(0)} \right] + 12k^2 \left(\frac{\alpha_1 - 3\alpha_2}{\alpha_3} \right) \theta_4^2(0) \operatorname{cn}^2(\xi \theta_3^2(0), r), \quad (14)$$

където модулът r на елиптичната якобиева функция cn^2 приема стойността

$$r = \frac{\theta_4^2(0, q)}{\theta_3^2(0, q)}, \quad \text{където } q = e^{-\varepsilon\pi}.$$

Кноидалното решение (14) е по същество еднопараметрична фамилия (с параметър ε) от периодични вълни, при фиксирано фазово отместване. Ако фиксираме $\varepsilon > 0$, то решението генерира една кноидална бягаща еднопосочна вълна, в което са отразени всички отделни пространствени отклонения $a_m(\varepsilon)$, но взети в тяхната съвкупност, т.е. те проявяват в случая на една вълна групово свойство. На фиг.1 е илюстрирана елевацията на повърхността при $\varepsilon = 2$. Кноидалната периодична вълна (14) има реален период $T_1 = 4K_1(r)/k\theta_3^2(0)$, където $K_1(r)$ е пълният елиптичен интеграл на Лежандър от първи род с модул $r = \frac{\theta_4^2(0)}{\theta_3^2(0)}$.



Фиг.1. Кноидална вълна при $\varepsilon = 2$

Фазовата скорост на тази вълна е $\omega/k\theta_3^2(0)$, а като отчетем, че при всяка положителна стойност на ε ,

$$\theta_3^2(0) = [1 + 2(q + q^4 + \dots q^{n^2} + \dots)]^2 > 1, \quad q = e^{-\varepsilon\pi} \in (0, 1),$$

то можем да направим извода, че при $k > 0$, фазовата скорост на кноидалната вълна (14) е по-малка от фазовата скорост ω/k на синусоидалната или периодичната солитарна вълна. В този аспект трябва да гледаме на синусоидалното и на солитарно-вълновото решение като на динамично еквивалентни решения. Тази еквивалентност произтича от обстоятелството, че фазовите честоти и фа-

зовите скорости на периодичните вълни в зоната на „малките“ амплитуди и на солитарните вълни в зоната на доминираща нелинейност са едни и същи (при фиксирана положителна стойност на ε), тъй като дисперсионното съотношение е общо и за двете периодични вълнови вариации. Гребените на синусоидалните вълни са разположени в точките $0; \pm\pi; \pm2\pi; \dots$ по аксиалната ос, а гребените на солитарните профили са разположени в точките $0; \pm2\varepsilon\pi; \dots \pm 2n\varepsilon\pi; \dots$, $n \in \mathbb{N}$. Когато $\varepsilon \rightarrow 1$, практически гребените са в едни и същи точки, но при $\varepsilon \rightarrow \infty$ ефектите на делокализация са доминиращи, което раздалечава както точките на гребените, така и местата на вълновите падини.

4. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Точното кноидално решение на еволюционното уравнение на Кортевег-Де Вриз от по-висок ред (НОКDV), изразено с формула (14) разкрива една неочаквана проява на пространствените отклонения $a_m(\varepsilon)$ (Вж. [3], [4], [5], [6]), а именно тяхното групово въздействие върху профила на вълната. В този случай те влияят с цялата си съвкупност, т.е. проявяват групово свойство. Това явление е коренно различно от индивидуалното въздействие на пространствените отклонения върху отделните хармоники при периодичните синусоидални и солитарно - вълнови решения на изследваното от нас еволюционно моделно уравнение.

ЛИТЕРАТУРА

- [1] Каменов О. (2014), *Бягащи солитарно-вълнови решения на еволюционното уравнение на Кортевег-Де Вриз от по-висок ред*, Годишник на ТУ-София.
- [2] Lawden D. F. (1989), *Elliptic Functions and Applications*, Berlin: Springer.
- [3] Kamenov O. Y. (2012), *Periodic solutions of the non-integrable convective fluid equation*, J. Math. Phys. **53**, 063705.
- [4] Kamenov O. Y. (2014), *New periodic exact solutions of the Kuramoto-Sivashinsky evolution equation*, WSEAS Transactions on mathematics **13**, 345-352.
- [5] Kamenov O.Y. and A.P. Angova (2012), *Exact periodic solutions of the nonintegrable Kawahara equation*, International Scholarly Research Network, ISRN Mathematical Physics **2012**, 185469, 11 pp.
- [6] Parker A. (1992), *Periodic solutions of the intermediate long-wave equation: a nonlinear superposition principle*, J. Phys. A: Math. Gen. **25**, 2003-2032.

Автор: Огнян Йорданов Каменов, доц. д-р, катедра „Математически анализ и числени методи“, ФПМИ, Технически Университет - София, E-mail address: okam@abv.bg

Постъпила на 09.10.2014

Рецензент доц. д-р Георги Венков

АБСОЛЮТНА СХОДИМОСТ НА ПРОСТРАНСТВЕНИТЕ ОТКЛОНЕНИЯ. СОЛИТАРНО-ВЪЛНОВО РЕШЕНИЕ НА ЕВОЛЮЦИОННОТО УРАВНЕНИЕ НА КОРТЕВЕГ-ДЕ ВРИЗ ОТ ПО-ВИСОК РЕД (HOKDV)

Огнян Каменов

Резюме: В настоящата работа е доказана абсолютната сходимост на пространствените отклонения в периодичното решение на еволюционното уравнение на Кортевег-Де Вриз от по-висок ред (HOKDV) - въпрос, който е от структурна важност както за самата модификация на билинейно - трансформационния метод, така и за съществуването на кноидалното периодично решение на разглежданото уравнение. С помощта на метода на изображението и сингулярните деформации е получено точното солитарно-вънново и едносолитонното решение на уравнение HOKDV.

Ключови думи: билинейно-трансформационен метод на Хирота-Матсuno, оператори на Хирота, θ -функции на Якоби, елиптична функция на Вайерщрас

ABSOLUTE CONVERGENCE OF SPATIAL DISPLACEMENTS. SOLITARY-WAVE SOLUTION OF HIGHER-ORDER KORTEWEG - DE VRIES EVOLUTION EQUATION (HOKDV)

Ognyan Kamenov

Abstract: In this paper the absolute convergence of the spatial displacements was proven in the periodic solution of higher-order Korteweg-De Vries evolution equation (HOKDV) - an issue that is of structural importance for the modification of the bilinear - transformation method itself as well as for the existence of periodic cnoidal solution of the equation considered. The exact solitary-wave and one-soliton solution of HOKDV equation was obtained by applying the singular manifold method.

Keywords: bilinear - transformation method of Hirota-Matsuno, Hirota's bilinear operators, Jacobi's θ -functions, Weierstrass elliptic function

1. ВЪВЕДЕНИЕ

Нелинейното частно-диференциално уравнение

$$u_t + u_x + 2\alpha_0 uu_x + 4\alpha_1 u_x u_{xx} + 4\alpha_2 uu_{xxx} - 3\alpha_3 u^2 u_x + \alpha_4 u_{xxx} + \alpha_5 u_{xxxxx} = 0 \quad (1)$$

описва еволюцията на дълги вълни в плитка вода. Параметрите $\alpha_j, j = 0, 1, \dots, 5$ са свързани с динамичните характеристики на флуида и ще предполагаме, че са

ненулеви и реални. Функцията $u(t, x) \in W_F^{1,5}(\Omega)$ определя елевацията на свободната повърхнина, като $W_F^{1,5}(\Omega)$ е пространството от всички реални и комплексни функции, дефинирани в двумерната област

$$\Omega = \{(t, x) \in \mathbb{R}^2: 0 < t < \infty; -\infty < x < \infty\},$$

притежаващо силна топология, т.е. всички частни производни по t (до първи ред) и по x (до пети ред) са дефинирани и непрекъснати. За това уравнение е известно (Вж. [1], [2]), че пространствените отклонения $a_m(\varepsilon)$, $m = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$, определени от равенството на Хирота-Сатсума [3]

$$u(t, x) = 16k^4 \sum_{m=-\infty}^{\infty} a_m(\varepsilon) + \frac{12k^2}{\alpha_3} (\alpha_1 - 3\alpha_2) \frac{\partial}{\partial \xi} \left[\frac{\theta_3(\xi, q)}{\theta_3(\xi, q)} \right] \quad (2)$$

са определени както следва

$$a_m(q) = \frac{\sum_{n=-\infty}^{\infty} [k_5 m^2 (2n-3m)^2 + 2\alpha_5 (2n-m)^4] q^{2n^2 + (2n-m)^2}}{\sum_{n=-\infty}^{\infty} q^{2(n-m)^2 + (2n-3m)^2}}, \quad m = 0, \pm 1, \pm 2, \dots \quad (3)$$

Съществуването на общото мероморфно решение (2) зависи от това дали безкрайният ред в дясната страна на (2) е абсолютно сходящ или не. Ето защо ще докажем следната теорема за абсолютната сходимост на този ред.

2. ТЕОРЕМА ЗА АБСОЛЮТНАТА СХОДИМОСТ НА ПРОСТРАНСТВЕНИЯ РЕД

Теорема Безкрайният ред $\sum_{m=-\infty}^{\infty} a_m(\varepsilon)$ с членове, дефинирани с равенство (3), е абсолютно сходящ за всяка стойност на пертурбационния параметър $q = e^{i\pi\tau}$, за която $\text{Im}(\tau) > 0$, т.е. $0 < |q| < 1$

Доказателство: Нека в дясната страна на равенство (3) извършим редукцията по променливата n , във формата $n \rightarrow n + m$, при което ще получим

$$a_m(q) = \frac{\sum_{n=-\infty}^{\infty} \{ [k_5 m^2 (2n-m)^2 + 2\alpha_5 (2n+m)^4] q^{6n^2 + 8mn} \} q^{2m^2}}{\sum_{n=-\infty}^{\infty} q^{6n^2 - 4mn}}, \quad (4)$$

което не променя структурата на безкрайните редове, а само пренарежда събираемите в тях. Да положим $z = z(m) = -2i\pi\tau m$, където $m \in \mathbb{Z}; \text{Im}(\tau) > 0$. Тогава за безкрайния ред в знаменателя на (4) можем да запишем:

$$\sum_{n=-\infty}^{\infty} q^{6n^2 - 4mn} = \sum_{n=-\infty}^{\infty} q^{6n^2} e^{2in(-2i\pi\tau m)} = \sum_{n=-\infty}^{\infty} q^{6n^2} e^{2inz} = \theta_3(z, q^6).$$

Да поясним, че $\theta_3(\xi, q)$ е третата θ -функция на Якоби от фазовата променлива $\xi = kx + \omega t + \delta$

$$\theta_3(\xi, q) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} q^{n^2} e^{2in\xi}.$$

По аналогичен начин бихме могли да представим следните функционални редове, използвайки четността на $\theta_3(\xi, q)$ по отношение и на двата аргумента.

$$\begin{cases} \sum_{n=-\infty}^{\infty} nq^{6n^2+8mn} = -\left(\frac{i}{2}\right)\dot{\theta}_3(2z, q^6); \\ \sum_{n=-\infty}^{\infty} n^2q^{6n^2+8mn} = (q/6)\theta'_3(2z, q^6); \\ \sum_{n=-\infty}^{\infty} n^3q^{6n^2+8mn} = (i/8)\ddot{\theta}_3(2z, q^6); \\ \sum_{n=-\infty}^{\infty} n^4q^{6n^2+8mn} = (q/36)[\theta'_3(2z, q^6) + q\theta''_3(2z, q^6)]; \end{cases} \quad (5)$$

където в горните тъждества с точки, поставени над тета -функцията θ_3 са означени производните по аргумента z , а с прим и секонд – съответните производни по пертурбационния параметър q . С помощта на горните тъждества можем да представим безкрайния ред $\sum_{m=-\infty}^{\infty} a_m(q)$ в следната явна форма.

$$16k^4 \sum_{m=-\infty}^{\infty} a_m(q) = k^4 \sum_{m=-\infty}^{\infty} m^4 R_0(q) q^{2m^2} + k^4 \sum_{m=-\infty}^{\infty} m^3 R_1(q) q^{2m^2} + k^4 \sum_{m=-\infty}^{\infty} m^2 R_2(q) q^{2m^2} + k^4 \sum_{m=-\infty}^{\infty} m R_3(q) q^{2m^2} + k^4 \sum_{m=-\infty}^{\infty} R_4(q) q^{2m^2} \quad (6)$$

като с $R_j(q), j = 0, 1, \dots, 4$ сме означили мероморфните функции:

$$\begin{aligned} R_0(q) &= (k_5 + 2\alpha_5)\theta_3(2z, q^6)\theta_3^{-1}(z, q^6); \\ R_1(q) &= 2i(k_5 - 4\alpha_5)\dot{\theta}_3(2z, q^6)\theta_3^{-1}(z, q^6); \\ R_2(q) &= q\left(\frac{2k_5}{3} + 8\alpha_5\right)\theta'_3(2z, q^6)\theta_3^{-1}(z, q^6); \\ R_3(q) &= 8i\alpha_5\ddot{\theta}_3(2z, q^6)\theta_3^{-1}(z, q^6); \\ R_4(q) &= 8q\alpha_5 \frac{[\theta'_3(2z, q^6) + q\theta''_3(2z, q^6)]}{9\theta_3(2z, q^6)}. \end{aligned}$$

Всяка една от функциите $R_j(q), j = 0, 1, \dots, 4$ е ограничена по модул във всяка област от комплексната равнина, от която са изолирани полюсите на функцията: $\theta_3(2z, q^6) = \theta_3(-4i\pi m\tau, q^6)$. Изолирането на полюсите е за сметка на ограничението в областта. В условията на хипотезата $\tau = i\varepsilon$, където ε е произволно положително число, $q = e^{i\pi\tau} = e^{-\varepsilon\pi}$ и полюсите на $\theta_3(2z, q^6)$ ще бъдат изолирани, ако заставим $|Im(2z)| < 6\varepsilon\pi$, но като отчетем, че $Im(-4i\pi m(i\varepsilon)) = 0$, то въпросното ограничение $|Im(2z)| < 6\varepsilon\pi$ е изпълнено винаги, когато $\varepsilon > 0$. Както ще видим по-нататък, хипотезата $\tau = i\varepsilon$ е широко използвана, тъй като тя превръща пертурбационния параметър q в реално положително число в интервала $(0,1)$.

Нека разгледаме кой да е от петте безкрайни реда в дясната страна на (6). Той има структурата $k^4 \sum_{m=-\infty}^{\infty} m^s R_{4-s}(q) q^{2m^2}$, като в условието на хипотезата $\tau = i\varepsilon, \varepsilon > 0$ имаме $|R_{4-s}(q)| \leq A_{4-s}, s = 0, 1, 2, 3, 4$ във всяка точка от вертикалната ивица $(-6\varepsilon\pi, 6\varepsilon\pi)$. Следователно абсолютната сходимост на всеки един от петте реда се определя от абсолютната сходимост на редовете $\sum_{m=-\infty}^{\infty} m^s q^{2m^2}, s = 0, \dots, 4$, което е в сила от критерия на Д'Аламбер, тъй като $|q| \in (0,1)$. От абсолютната сходимост на редовете в дясната страна на (6), следва и абсолютната сходимост на реда $16k^4 \sum_{m=-\infty}^{\infty} a_m(q)$. С това теоремата е доказана.

Нека означим с $\mathbb{C}_j(q), j = 0, \dots, 4$ сумите на редовете в дясната страна на (6) в условието на хипотезата $\tau = i\varepsilon, \varepsilon > 0$. Тъй като в този случай всеки ред от въпросната сума е реален, което означава, че и $\mathbb{C}_j$ са реални. Имаме:

$$a = 16k^4 \sum_{m=-\infty}^{\infty} a_m(\varepsilon) = k^4 [\mathbb{C}_0(\varepsilon) + \mathbb{C}_1(\varepsilon) + \mathbb{C}_2(\varepsilon) + \mathbb{C}_3(\varepsilon) + \mathbb{C}_4(\varepsilon)] = k^4 \mathbb{C}(\varepsilon),$$

където

$$\mathbb{C}(\varepsilon) = \mathbb{C}_0(\varepsilon) + \mathbb{C}_1(\varepsilon) + \mathbb{C}_2(\varepsilon) + \mathbb{C}_3(\varepsilon) + \mathbb{C}_4(\varepsilon), \text{ т.е. } a(\varepsilon) = k^4 \mathbb{C}(\varepsilon).$$

Реалната рестрикция на същата величина a , при хипотезата $\tau = i\varepsilon$ е

$$a(\varepsilon) = \frac{k_3}{k_4} - 8k^2 \left(\frac{k_2}{k_4} \right) [1 + qW_0(\theta_2, \theta_3)], q = e^{-i\pi}, \varepsilon > 0,$$

където за удобство сме означили $W_0(\theta_2, \theta_3) = W'(\theta_2, \theta_3)/W(\theta_2, \theta_3)$. Балансът между десните страни на последните две равенства означава, че вълновото число k трябва да удовлетворява алгебричното уравнение

$$\mathbb{C}k^4 + 8 \left(\frac{k_2}{k_4} \right) [1 + qW_0(\theta_2, \theta_3)]k^2 - \left(\frac{k_3}{k_4} \right) = 0, \quad (7)$$

т.е. вълновото число k може да приема само онези стойности, които са групирани в четири еднопараметрични фамилии, имащи формата

$$k(\varepsilon) = \pm \sqrt{\frac{4k_2}{\mathbb{C}k_4} \left[-(1 + qW_0) \pm \sqrt{(1 + qW_0)^2 + \mathbb{C} \frac{k_3 k_4}{16k_2^2}} \right]}. \quad (8)$$

За физическата приложимост на периодичното решение (2), ние ще се интересуваме от онези стойности на вълновото число $k \neq 0$, които удовлетворяват (8), и които са или реални, или имагинерни.

3. ЛОКАЛИЗИРАНО СОЛИТАРНО-ВЪЛНОВО РЕШЕНИЕ

По същество методът на изображението и сингулярните деформации е свързан с хипотезата, че съотношението $u = L(\varphi)$ изобразява решението на уравнение $E(\varphi) = 0$ в изходното уравнение $F(u) = 0$. Ще търсим солитарно-вълново решение на еволюционното нелинейно уравнение (1), като за целта го редуцираме до обикновено диференциално уравнение, въвеждайки зависимата фазова променлива: $\xi = k_0(x + \omega_0 t) + \delta$, наречена метафорично „бягаща вълна“. Ако означим $u(t, x) = f(\xi)$, където $f(\xi)$ е неизвестна функция от класа $W_F^{1,5}(\Omega)$, то след еднократно интегриране по ξ , ще получим от (3) редукцията му в обикновеното диференциално уравнение:

$$(1 + \omega_0)f + \alpha_0 f^2 + 2k_0^2(3\alpha_2 - \alpha_1)ff'' + k_0^2(\alpha_1 - \alpha_2)(f^2)'' - \alpha_3 f^3 + \alpha_4 k_0^2 f'' + \alpha_5 k_0^4 f^{(4)} = B, \quad (9)$$

където фазовите параметри k_0, ω_0, δ_0 , които е възможно да са и комплексни, на този етап са неизвестни, а с B сме означили интеграционната константа, която в случая е сумарна.

Ще предположим, че съотношението

$$f(\xi) = A\varphi(\xi) + \mathbb{C}, \quad (10)$$

където $A, \mathbb{C}$ са неизвестни параметри $A \neq 0$, а $\varphi(\xi)$ е решение на Рикатиевото уравнение $\varphi'(\xi) = \sqrt{\varphi^2 - \varphi^4}$, което изобразява всяко локализирано решение на това Рикатиево уравнение в някакво решение на уравнение (9). Ако покажем, че съществуват такива параметри $A, B, \mathbb{C}, \omega_0, k_0$, чрез които да се осъществи локализираното решение $f(\xi)$ на уравнение (9), то ние ще превърнем хипотезата в теза, при условието, че $A \neq 0, \omega_0 \neq 0, k_0 \neq 0$, за да избегнем евентуални тривиални решения. Ако заместим $f(\xi)$ с неговото равно в (9), отчитайки, че

$$(\varphi')^2 = \varphi^2 - \varphi^4; \quad \varphi'' = \varphi - 2\varphi^3,$$

то ще получим следната нелинейна алгебрична система от коефициентите пред еднаквите степени на φ :

$$\begin{aligned} A[\alpha_3 A^2 + 8Ak_0^2(\alpha_1 + 2\alpha_2) - 120\alpha_5 k_0^4] &= 0; \\ \alpha_0 A + 8k_0^2(\alpha_1 + \alpha_2) - 6\alpha_4 k_0^2 - 120\alpha_5 k_0^4 &= \mathbb{C}(3\alpha_3 A + 24\alpha_2 k_0^2); \\ 1 + \omega_0 + 2\mathbb{C}(\alpha_0 + 4k_0^2\alpha_2) - 3\alpha_3 \mathbb{C}^2 + 4k_0^2(\alpha_4 + 4k_0^2\alpha_5) &= 0; \\ B &= (1 + \omega_0)\mathbb{C} + \alpha_0 \mathbb{C}^2 - \alpha_3 \mathbb{C}^3. \end{aligned}$$

Алгебричната система е съвместима и допуска следните нетривиални решения:

$$\begin{cases} A = -4k_0^2 \left(\frac{\alpha_1 + 2\alpha_2}{\alpha_3} \right) (1 \pm \sqrt{1 + \alpha_6}), \text{ където } \alpha_6 = \frac{15}{2} \frac{\alpha_3 \alpha_5}{(\alpha_1 + 2\alpha_2)^2} \\ \mathbb{C} = \frac{\alpha_0 A + k_0^2 [8(\alpha_1 + \alpha_2) - 6\alpha_4 - 120\alpha_5 k_0^2]}{3(\alpha_3 A + 8\alpha_2 k_0^2)}; \\ \omega_0 = 3\alpha_3 \mathbb{C}^2 - 2(\alpha_0 + 4k_0^2\alpha_2)\mathbb{C} - [4k_0^2(\alpha_4 + 4k_0^2\alpha_5) + 1]; \\ B = \mathbb{C}(1 + \omega_0 + \alpha_0 \mathbb{C} - \alpha_3 \mathbb{C}^2). \end{cases}$$

В посочените по-горе решения k_0 е произволен положителен параметър, а като отчетем, че решение на Рикатиевото уравнение $\varphi' = \sqrt{\varphi^2 - \varphi^4}$ е функцията $\varphi(\xi) = \text{sech } \xi$, то локализирано солитарно - вълново решение на уравнение (9) е еднопараметричната фамилия

$$u(t, x) = A(k_0) \text{sech}^2(\xi) + \mathbb{C}(k_0), \quad (11)$$

всеки представител на която удовлетворява солитарното гранично условие $\lim_{\xi \rightarrow \infty} u(t, x) < \infty$. Изхождайки от еднопосочните вълни, описвани от уравнение НОКdV, физичен смисъл ще имат само онези стойности на k_0 , при които $\omega_0(A, \mathbb{C}, k_0) < 0$, за да имаме „бягаща“ надясно солитарна вълна. Например, ако

$\alpha_4^2 < 4\alpha_5$, то $\omega_0 < 0$ за всяка положителна стойност на вълновото число, а като отчетем, че $\alpha_4 = \frac{B}{6}(1 - 3We)$; $\alpha_5 = \frac{B^2}{90}(19 - 30We - 45We^2)$, то горното условие е еквивалентно на релацията $0 < We < 0,4076$. Ако в (11) изберем вълновото число така, че $\mathbb{C} = B = 0$, то очевидно новополученото решение ще удовлетворява „солитонното“ гранично условие $\lim_{\xi \rightarrow \infty} u(t, x) = 0$. Такава е стойността на вълновото число,

$$k_0^2 = \frac{1}{60\alpha_3\alpha_5} [4\alpha_3(\alpha_1 + \alpha_2) - 3\alpha_3\alpha_4 - 2\alpha_0(\alpha_1 + 2\alpha_2)(1 \pm \sqrt{1 + \alpha_6})] \quad (12)$$

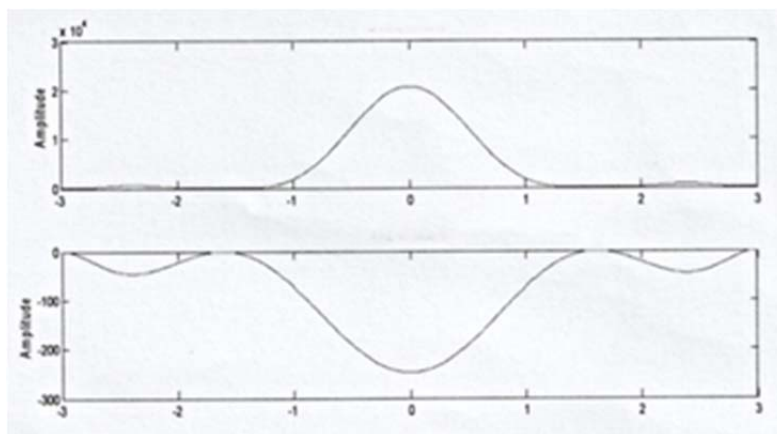
при която се генерира едносолитонният импулс за уравнение (1), имащ формата

$$u(t, x) = -4k_0^2 \left(\frac{\alpha_1 + 2\alpha_2}{\alpha_3} \right) (1 \pm \sqrt{1 + \alpha_6}) \operatorname{sech}^2(\xi), \quad (12)$$

където фазовата честота е $\omega_0 = -[4k_0^2(\alpha_4 + 4k_0^2\alpha_5) + 1]$.

На фиг.1 е показана формата на солитарното решение при изпъкналост ($A > 0$) и вдлъбнатост ($A < 0$), а на фиг.2 са показани различни форми на солитонното решение. Различието във фазовите скорости на периодичната солитарна вълна и тази на солитарната вълна ω_0 (или на солитонния импулс) означава, че на практика периодичното солитарно-вълново решение осъществява суперпозиция от солитарно-вълнови подобни форми, поради вертикалните отклонения $a_m(\varepsilon)$. Естествено е да си зададем въпроса - възможно ли е така да изберем параметрите на двата вида вълни, че двете фазови скорости, на периодичната и на солитарната вълна да съвпадат. Оказва се, че условието $\omega_0(k_0) = \omega(\varepsilon)/k$ може да се удовлетвори, ако k_0^2 е корен на уравнението

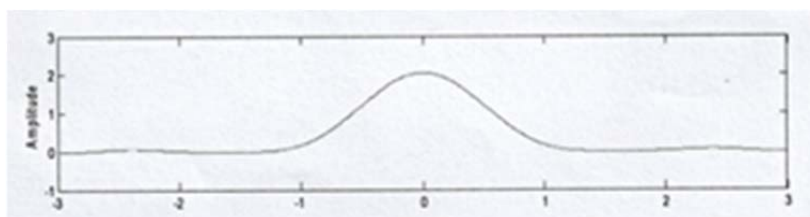
$$16\alpha_5 k_0^4 + 4(\alpha_4 + 4\alpha_2 \mathbb{C})k_0^2 + \left(1 + 2\alpha_0 \mathbb{C} - 3\alpha_3 \mathbb{C}^2 + \frac{\omega(\varepsilon)}{k}\right) = 0.$$



Фиг.1. Солитарна вълна

Сумирането на отделните хармоники в периодичното решение в този случай се интерпретира като една действителна реална супер-позиция на подобни солитарни вълни. Такава картина на практика означава, че еволюционното уравнение НОКdV, може да генерира при специални условия една солитарна вълна,

която е обвивка на вълнова фамилия, съставена от солитарно - вълновите решения на същото уравнение.



Фиг.2.

На фиг.2 е визуализирано едносолитонното решение на уравнението на Кортевег- де Вриз от по-висок ред (НОКdV).

4. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Абсолютната сходимост на безкрайния ред, съставен от пространствените отклонения $a_m(\varepsilon)$, $m = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$ гарантира сходимостта на този ред. Тъкмо неговата сума е тази, която участва в кноидалния аналог на мероморфното решение (2) на разглежданото уравнение (НОКdV). Ако за дадено неинтегрируемо еволюционно уравнение съответният ред от пространствените му отклонения е разходящ, то това би означавало, че това уравнение не притежава каквото и да било периодично решение - включително и кноидално.

Специфичните особености на всяко отделно еволюционно моделно уравнение не ни позволяват да направим извода, че за всяко такова уравнение, допускащо билинейна редукция съществува абсолютно сходящ ред от пространствени отклонения. За редица неинтегрируеми моделни уравнения [5], [6], [7], [8], [9] е доказана въпросната сходимост.

ЛИТЕРАТУРА

- [1] Каменов О. (2014), *Бягащи солитарно-вълнови решения на еволюционното уравнение на Кортевег-Де Вриз от по-висок ред*, Годишник на ТУ-София.
- [2] Каменов О. (2014), *Докторска дисертация*
- [3] Hirota R. and J. Satsuma (1976), *A variety of nonlinear network equations generated from the Bäcklund transformation for the Toda lattice*, Prog. Theoret. Phys. Suppl. **59**, 64-100
- [4] Lawden D. F. (1989), *Elliptic Functions and Applications*, Berlin: Springer.
- [5] Kamenov O. Y. (2009), *Exact periodic solutions of the sixth-order generalized Boussinesq equation*, J. Phys. A: Math. Theor. **42**, 375501, 11 pp.
- [6] Kamenov O. Y. (2012), *Periodic solutions of the non-integrable convective fluid equation*, J. Math. Phys. **53**, 063705
- [7] Kamenov O. Y. (2014), *New periodic exact solutions of the Kuramoto-Sivashinsky evolution equation*, WSEAS Transactions on mathematics **13**, 345-352

[8] Kamenov O. Y. and A. P. Angova (2012), *Exact periodic solutions of the nonintegrable Kawahara equation*, International Scholarly Research Network, ISRN Mathematical Physics **2012**, 185469, 11 pp.

[9] Kamenov O. Y. (2014), *Exact periodic seismic waves in the Nikolaevskii model*, Journal of Theoretical and Applied Mechanics **44**, no. 3, 91-106

Автор: Огнян Йорданов Каменов, доц. д-р, катедра „Математически анализ и числени методи“, ФПМИ, Технически Университет - София, E-mail address: okam@abv.bg

Постъпила на 09.10.2014

Рецензент доц. д-р Георги Венков

ИНТЕГРИРАНА АВТОМАТИЗИРАНА СИСТЕМА ЗА ДЕТЕКЦИЯ НА ПАТОГЕНИ В ТЕЧНИ ПРОБИ ОТ ХРАНИТЕЛНИ ПРОДУКТИ – ЕТАПИ НА РАЗВИТИЕ И ОБЛАСТИ НА ПРИЛОЖЕНИЕ

Борис Киров, Васил Гълъбов, Весела Карлова-Сергиева

Резюме: Настоящата работа обосновава необходимостта от проектиране на интегрирана автоматизирана система за детекция на патогени. Проследени са в хронологичен ред етапите на развитие на методите за детекция на патогени и областите на тяхното приложение. Дадени се насоки за бъдещи иновативни изследвания към прилагането на конкретен метод за доказване на патогени, който да бъде интегриран в автоматизирана система.

Ключови думи: автоматизация на биомедицинските изследвания, детекция на патогени, повърхностни акустични вълни

INTEGRATED AUTOMATED SYSTEM FOR PATHOGEN DETECTION IN LIQUID FOOD SAMPLES – STAGES OF DEVELOPMENT AND APPLICATION FIELDS

Boris Kirov, Vassil Galabov, Vessela Karlova-Sergieva

Abstract: The current work justifies the need for development of an integrated and automated system for pathogen detection. The stages of development of the pathogen detection methods are chronologically studied together with their fields of application. Directions for future innovation towards particular method for pathogen sensing, which could be integrated in an automated system, are provided.

Keywords: biomedical research automation, pathogen detection, surface acoustic waves

1. ВЪВЕДЕНИЕ

През м. юни 2014 г. е създадена научно-изследователската лаборатория по „Биоавтоматика, биоинформатика и биоинженерни системи“ като продължение и развитие на направлението „Биоелектроинженерство“ в катедра „Автоматизация на непрекъснатите производства“ към Факултет Автоматика.

2. ЦЕЛ И ЗАДАЧИ

Целта на научно-изследователската работа в лабораторията се изразява в програмно-техническото осигуряване на процесите по автоматизиране на биоп-

роцесни системи, както и на процесите по автоматизиране, събиране и обработване на данни от биомедицински изследвания.

За постигане на формулираната цел се предвиждат четири основни задачи за решаване в лабораторията:

- а) автоматизация на процеса по детекция на патогени,
- б) проектиране на системи за биоинженерно водопречистване,
- в) разработка на иновативни методи за „in situ“ стерилизация,
- г) създаване на уеб-базирана биоинформатична платформа за обработка на данни.

Настоящата работа е свързана с проучване на състоянието на съществуващи методи за детекция на патогени, като проучванията дават отправна точка за решаване на проблема по автоматизация на процеса по доказване на патогени в течни проби от хранителни продукти.

3. АКТУАЛНОСТ

Нарастващият интерес в Европейския съюз (ЕС) към биосензорите за детекция на патогени се илюстрира от търсенето на публикации от Държавите членки по ключови думи „pathogen biosensor“. Дългосрочната тенденция е свързана с нарастване на изследванията в областта, независимо от задържането, предизвикано от Световната финансова криза, като общият брой на научните публикации се е увеличил десет пъти за периода 2000-2013 г. Научно-изследователският интерес се обяснява с важността на показателите на качеството на хранителните продукти, свързани с ефективността в производството на селскостопанска продукция и храни в предотвратяването на хранителни натравяния.

Производството на храни е източник на заетост за 4,3 млн. души в ЕС и има годишен оборот от 1 трлн. евро [1]. В същото време, хранителните продукти са източници на едни от най-опасните и масови инфекциозни заболявания в последните години в ЕС [2]. Република България е измежду първите държави в ЕС по потвърдени случаи на трихинелоза и има най-голямо разпространение на ехинококи [3]. Съвсем наскоро смъртни случая в Дания бяха отдадени на хранително натравяне причинено от листериоза [4]. Именно по тази причина производството на храни е обект на регулация, чрез стриктно законодателство както в ЕС [5], така и в отделните Държави членки и в частност Република България [6].

Съществуващите научни методи за доказване на патогени в хранителни продукти се характеризират с утвърдени стандарти и стриктно следване и изпълнение на протоколи, но са свързани с проблеми, които пречат на пълноценния контрол върху показателите на качеството на храните и навременното определяне на вида и източника на хранителните инфекции [7]. На първо място стои фактът, че стандартните тестове за детекция на патогени се извършват в специфични лабораторни условия и не могат да се извършват „in situ“, а изискват транспорт до специализираните лаборатории [8].

Следващ проблем е изискването за време, необходимо за изчакване за набогатя-

ване на пробите на патогени, което допълнително отлага получаването на крайния резултат във времето [9]. Освен това, детекцията на патогени чрез тестове изисква консумативи със значителна цена и може да бъде извършена само от обучен и квалифициран персонал. За да бъде един тест за доказване на патогени ефективен, той трябва да бъде полеви, да има нисък разход на консумативи и да бъде автоматизиран в максимална степен, така че да не изисква специализирано обслужване. Интегрираните микросистемни технологии за контрол на показатели на качество при производството на храни дават възможно решение на гореизброените проблеми.

4. СЪСТОЯНИЕ НА НАУЧНИТЕ ИЗСЛЕДВАНИЯ В РЕПУБЛИКА БЪЛГАРИЯ И ЕС

Засичането на патогени в различни проби и хранителни продукти, чрез методи основани на култивиране и броене на колонии, ензимно-свързани имуносорбентен тест (ELISA) и полимеразна верижна реакция се прилага в научни изследвания от няколко български научни колектива [10], [11], [12] и др. Разработката на нови технически средства, каквито са биосензорите за различни вещества в течни проби, претърпява развитие в последните години.

В края на 80-те години започва да се появява преводна литература, разглеждаща автоматизацията на биотехнологичните процеси посредством приложението на биосензори [13]. През 2010 г. В. Кочев прави подробен преглед на електрохимичните методи за анализ в биомедицинските изследвания [14]. През следващите години са разработени индивидуални биосензори за анализ на пестициди [15], глюкоза [16], сулфадиметоксин в мляко [17], за феноли и допамин [18].

Интегрирането на биосензорни устройства в микроелектромеханични системи и създаването на интелигентни сензори, които позволяват по-късна интеграция в апаратура за автоматизиране на биотехнологични процеси, е обект на продължаващ научен интерес в Република България [19]. В отговор на необходимостта от интегрирани микросистемни технологии за контрол на показателите на качество при производството на храни през 2013 г. в ЕС са публикувани резултати от различни изследвания в посока на интегрирани прибори за засичане на патогени в хранителни продукти.

Налични на пазара биосензорни системи са изследвани за реактивност в комбинация със закупени антители в опит да се произведе интегрирана система за засичане на *B. anthracis* [20]. Разработена е мултисензорна система основана на комбинация от електрохимичен и оптичен преобразувател за детекция на атразин и други биологически активни вещества [21]. Биочипове, работещи чрез повърхностен плазмонен резонанс са използвани за детекция на флагелин [22] и на цели бактериални клетки [23]. Проточен имуночип, който използва хемилуминисценция за засичане на *Yersinia* spp., е сравнен като действие с ELISA тест и показва около 2 пъти по-голяма чувствителност [24].

5. ПРЕДЛОЖЕНА ТЕХНОЛОГИЧНА РАМКА

Опитите да бъдат създадени тестове за патогени, които използват микросензори не са нови и водят до известни резултати.

Успешни методи за детекция на патогени от хранителни продукти се извършват посредством измерване в микрофлуидни среди на импеданс [25], цветна реакция [26], повърхностен плазмонен резонанс [27], промяна на честотните характеристики на повърхностни акустични вълни [28] и др.

Методът за детекция чрез натоварване на пиезоелектричния субстрат позволява пълно физическо пространствено разделяне на биохимичната реакция (антиген-антитяло) от електромагнитните и акустични взаимодействия в електронния компонент на сензора. По този начин се избягват нежелани взаимни влияния, които са потенциални източници на кръстосани шумове, и същевременно металните части на сензора се предпазват от корозия. Методът за доказване на патогени чрез генериране на повърхностни акустични вълни се приема за най-обещаващ, тъй като е изключително чувствителен и може да се прилага при контрола на количеството патогени в хранителните продукти.

Накрая, но не и по значение, методът обикновено използва имунна реакция за имобилизиране на цели клетки над зоната на детекция, като по този начин позволява засичането именно на патогена, а не на продукти на неговата физиологична активност.

Микросензорите, основани на генерирането на повърхностни акустични вълни показват недобри характеристики (много висок детекционен лимит) и засега остават неизползваеми за реално доказване на патогени в проби от хранителни продукти. Извършени са редица изследвания в посока изработката на покритието от антитела в зоната на детекция [29] и на подобряването на повърхностните характеристики на провеждащия субстрат [30]. Големи усилия са насочени и към усиляването на сигнала посредством свързването на целевите клетки с допълнителни частици [31], [32].

Въпреки че тези мерки подобряват значително чувствителността на сензора, получените резултати все още не покриват критериите за приложимост в реални тестови условия. Като основна причина за това се счита недобрата реакция антиген-антитяло поради чисто пространствени причини.

6. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Проектирането на интегрирани микросистемни технологии за контрол на показателите на качеството при производството на храни е научно-приложен проблем с особена актуалност в Република България и в ЕС.

Приложението на сензорите, основани на генерирането на повърхностни акустични вълни в комбинация с микрофлуиден контрол върху третирането на пробата е обещаващо и същевременно има редица недостатъци, които способстват развитието на тази технология в сегашния момент.

В този смисъл е необходима методология за проектиране на интегрирана автоматизирана система за детекция на патогени в течни проби от хранителни

продукти. Целевото влагане на ресурси предполага потенциал за разработване на цял един нов високотехнологичен отрасъл с широк пазар и висока обществена ползност. Очевидна е необходимостта от сътрудничество с колегите от факултета по Електронна техника и технологии (ФЕТТ) и по специално от направленията „Биомедицинско инженерство“ и „Микроелектроника“.

ЛИТЕРАТУРА

- [1] Actia, The French Network of Food Technology Institutes, Food Microsystems Project Final Report, March 2014, FP7 grant agreement 287634
- [2] Annual Report 2013 Annual Report of the European Food Safety Authority for 2013. (2013), 1–36.
- [3] Report, S., & Efsa, O. F. (2013). *The European Union Summary Report on Trends and Sources of Zoonoses*, Trends and Sources of Zoonoses, Zoonotic Agents and Food-borne Outbreaks in 2011, 11(4). doi:10.2903/j.efsa.2013.3129
- [4] <http://www.bbc.com/news/world-europe-28761463>
- [5] Commission of the european communities brussels, 12 january 2000 com (1999) 719 final white paper on 5food safety. (2000), (January).
- [6] <http://www.babh.government.bg/bg/legislation-bg.html>
- [7] Mortari, A., & Lorenzelli, L. (2014). *Recent sensing technologies for pathogen detection in milk: a review*. Biosensors & Bioelectronics, 60, 8–21. doi:10.1016/j.bios.2014.03.063
- [8] Mandal P.K., Biswas A.K., Choi K. and Pal. U.K., *Methods for Rapid Detection of Foodborne Pathogens: An Overview*. American Journal of Food Technology, 6: 87-102., 2011, DOI: 10.3923/ajft.2011.87.102
- [9] Yoon, J.-Y., & Kim, B. (2012). *Lab-on-a-chip pathogen sensors for food safety*. Sensors (Basel, Switzerland), 12(8), 10713–41. doi:10.3390/s120810713
- [10] Najdenski, H., Heyndrickx, M., Herman, L., Werbrouck, H., & Van Coillie, E. (2012). *Quantification of Yersinia enterocolitica in raw milk using qPCR*. Veterinary Microbiology, 160(3-4), 428–34. doi:10.1016/j.vetmic.2012.06.013
- [11] Kantardjiev, T., Padeshki, P., & Ivanov, I. N. (2007). *Diagnostic approaches for oculoglandular tularemia: advantages of PCR*. The British Journal of Ophthalmology, 91(9), 1206–8. doi:10.1136/bjo.2007.117523
- [12] Вълчева-Комитска И., Димитрова Л., Борисова Й., Ненова Р., Иванов И. Н., и Кирчева П., *Случай на септична форма на антракс -- диагностичен проблем и перспективи в съвременната микробиологична диагностика - 43*, 2007, No 2, 94-98.
- [13] Зудин, Д., Кантере, В., & Угодчиков, Г. (1988). *Автоматизация на биотехнологичните изследвания*. Retrieved from <http://books.google.bg>
- [14] Валери Кочев, *Електрохимични методи за анализ в биологията и медицината*, 2010, ISBN: 978-954-326-124-6
- [15] Lyubov Yotova, Nourelhoda Medhat. *Optical Biosensor with Multienzyme System Immobilized onto Hybrid Membrane for Pesticides Determination*, International Journal of Bioautomation journal, Vol. 15(4), 2011.
- [16] Руска Ненкова, Недялка Димова, Нина Димчева, Цонка Годжевъргова, *Наноструктуриран биосензор за анализ на глюкоза*, НАУЧНИ ТРУДОВЕ НА РУСЕНСКИЯ УНИВЕРСИТЕТ - 2012, том 51, серия 9.2
- [17] Катя Габровска, Светла Иванова, Цонка Годжевъргова, *Разработване на имунофлуоресцентен биосензор за анализ на сулфадиметоксин в мляко на базата на магнитни наночастици*, НАУЧНИ ТРУДОВЕ НА РУСЕНСКИЯ УНИВЕРСИТЕТ - 2012, том 51, серия 9.2
- [18] Lyubov Yotova, Spaska Yaneva, Dessislava Marinkova, Stephan Serfaty, *Co-immobilization of peroxidase and tyrosinase onto hybrid membranes obtained by the sol-gel method for the construction of an optical biosensor*, Biotechnology & Biotechnological Equipment, 27 (3), 2013, 3885-3889, IF: 0,760.
- [19] Georgi D. Kolev, Mariya P. Aleksandrova, Valentin H. Videkov, Krassimir H. Denishev, Petar Truhchev, *Piezoelectric MEMS Stress Sensor with Thin Lead Zirconate Titanate (PZT)*, Layer, Telfor 2012, Belgrade, Serbia, November, pp. 991-994, ISBN: 978-1-4673-2984-2, IEEE Catalog Number: CFP1298P-CDR

- [20] Farka Z., Kovar D., Pribyl J., Skladal P., **Piezoelectric and surface plasmon resonance biosensors for *Bacillus atrophaeus* spores**, INTERNATIONAL JOURNAL OF ELECTROCHEMICAL SCIENCE, Volume: 8, Issue: 1, Pages: 100-112
- [21] Scognamiglio V., Pezzotti I., Pezzotti G., Cano J., Manfredonia I., Buonasera K., Rodio G., Giardi M.T., **A new embedded biosensor platform based on micro-electrodes array (MEA) technology**, SENSORS AND ACTUATORS B-CHEMICAL, Volume: 176, Pages: 275-283, DOI: 10.1016/j.snb.2012.09.101
- [22] Olguin Y., Villalobos P., Carrascosa L.G., Young M., Valdez E., Lechuga L., Galindo R., **Detection of flagellin by interaction with human recombinant TLR5 immobilized in liposomes**, ANALYTICAL AND BIOANALYTICAL CHEMISTRY, Volume: 405, Issue: 4, Pages: 1267-1281, DOI: 10.1007/s00216-012-6523-4
- [23] Charlermroj R., Oplatowska M., Gajanandana O., Himananto O., Grant I.R., Karoonuthaisiri N., Elliott C.T., **Strategies to improve the surface plasmon resonance-based immunodetection of bacterial cells**, MICROCHIMICA ACTA, Volume: 180, Issue: 7-8, Pages: 643-650, DOI: 10.1007/s00604-013-0975-x
- [24] Wutz K., Meyer V.K., Wacheck S., Krol P., Gareis M., Nolting C., Struck F., Soutschek E., Bocher O., Niessner R., **New Route for Fast Detection of Antibodies against Zoonotic Pathogens in Sera of Slaughtered Pigs by Means of Flow-through Chemiluminescence Immunochips**, ANALYTICAL CHEMISTRY, Volume: 85, Issue: 10, Pages: 5279-5285, DOI: 10.1021/ac400781t
- [25] Dweik, M., Stringer, R. C., Dastider, S. G., Wu, Y., Almasri, M., & Barizuddin, S. (2012). **Specific and targeted detection of viable *Escherichia coli* O157:H7 using a sensitive and reusable impedance biosensor with dose and time response studies**. Talanta, 94, 84–9. doi:10.1016/j.talanta.2012.02.056
- [26] Angus, S. V., Kwon, H.-J., & Yoon, J.-Y. (2012). **Low-level detection of *Cryptosporidium parvum* in field water using optical microfluidic biosensors**. In R. J. Nordstrom & G. L. Coté (Eds.), SPIE BiOS (p. 82290F). International Society for Optics and Photonics. doi:10.1117/12.909618
- [27] Guo, X., Kulkarni, A., Doepke, A., Halsall, H. B., Iyer, S., & Heineman, W. R. (2012). **Carbohydrate-based label-free detection of *Escherichia coli* ORN 178 using electrochemical impedance spectroscopy**. Analytical Chemistry, 84(1), 241–6. doi:10.1021/ac202419u
- [28] Rocha-Gaso, M.-I., March-Iborra, C., Montoya-Baides, A., & Arnau-Vives, A. (2009). **Surface generated acoustic wave biosensors for the detection of pathogens: a review**. Sensors (Basel, Switzerland), 9(7), 5740–69. doi:10.3390/s90705740
- [29] Li, D., Feng, Y., Zhou, L., Ye, Z., Wang, J., Ying, Y., Y. (2011). **Label-free capacitive immunosensor based on quartz crystal Au electrode for rapid and sensitive detection of *Escherichia coli* O157:H7**. Analytica Chimica Acta, 687(1), 89–96. doi:10.1016/j.aca.2010.12.018
- [30] Smartt, A. E., & Ripp, S. (2011). **Bacteriophage reporter technology for sensing and detecting microbial targets**. Analytical and Bioanalytical Chemistry, 400(4), 991–1007. doi:10.1007/s00216-010-4561-3
- [31] Jiang, X., Wang, R., Wang, Y., Su, X., Ying, Y., Wang, J., & Li, Y. (2011). **Evaluation of different micro/nanobeads used as amplifiers in QCM immunosensor for more sensitive detection of *E. coli* O157:H7**. Biosensors & Bioelectronics, 29(1), 23–8. doi:10.1016/j.bios.2011.07.059
- [32] Shen, Z.-Q., Wang, J.-F., Qiu, Z.-G., Jin, M., Wang, X.-W., Chen, Z.-L., Cao, F.-H. (2011). **QCM immunosensor detection of *Escherichia coli* O157:H7 based on beacon immunomagnetic nanoparticles and catalytic growth of colloidal gold**. Biosensors & Bioelectronics, 26(7), 3376–81, doi:10.1016/j.bios.2010.12.035

Автори: Борис Киров, ас. д-р, катедра „Автоматизация на Непрекъснатите Производства”, Факултет Автоматика, Технически Университет - София, E-mail address: boris.kirov@tu-sofia.bg, Васил Гълъбов, доц. д-р, катедра „Автоматизация на Непрекъснатите Производства”, Факултет Автоматика, Технически Университет - София,, E-mail address: vgt@tu-sofia.bg, Весела Карлова-Сергиева, доц. д-р, катедра „Автоматизация на Непрекъснатите Производства”, Факултет Автоматика, Технически Университет - София,, E-mail address: vaks@tu-sofia.bg

Постъпила на 03.10.2014

Рецензент проф. д-р Е. Николов

УЕБ-БАЗИРАНА ПЛАТФОРМА ЗА АВТОМАТИЧЕН АНАЛИЗ НА ДАННИ ПОЛУЧЕНИ ОТ ВИСОКОПРОИЗВОДИТЕЛНИ БИОМЕДИЦИНСКИ ТЕСТОВЕ

Борис Киров, Васил Гълъбов

Резюме: Тази статия изучава необходимостта от и методите за създаване на програмно решение за автоматизирането на анализа на данни в областта на биомедицинските изследвания. Предложен е конкретен технологичен подход базиран на уеб-базирана платформа и са анализирани някои специфични аспекти на високопроизводителните и на микроскопските данни. Връзката между анализа на данните и инструментариума за получаване на данни също е разгледана като важна част от пълния цикъл на научните изследвания в обсъжданата област.

Ключови думи: автоматизиран анализ на данни, биоинформатика, микрочип технология, микрофлуидна технология, високопроизводително получаване на данни

A WEB-BASED PLATFORM FOR THE AUTOMATIC ANALYSIS OF DATA DERIVED FROM HIGH-THROUGHPUT BIOMEDICAL TESTS

Boris Kirov, Vassil Galabov

Abstract: This paper studies the need and the methods for the generation of software solution for the automation of data analysis in the field of biomedical research. Specific technological approach based on an web-based platform is proposed and some specific aspects of certain high-throughput and microscopy data are analyzed. The connection between data analysis and instrumentation for data acquisition is also regarded as an important aspect of the complete loop of the scientific research in the field.

Keywords: automated data analysis, bioinformatics, microarray technology, microfluidics technology, high-throughput data acquisition

1. INTRODUCTION

One of the major tasks of modern bioinformatics is to provide the means for faster analysis of the ever increasing amount of biomedical experimental data. Indeed, with the adoption of microarray techniques [1] and the eminent development of automated

and standardized microfluidics-based [2] tests, the pace of accumulation of experimental results in the field is at its height. The novel instrumentation is becoming more and more affordable and is already regarded as a good-practice standard. However, the analysis of the data produced in that manner is far from trivial and requires the allocation of serious resources, both in human expertise and in software and hardware development.

2. PROBLEMATICS

A modern biomedical lab could easily afford a single large expense for a microarray analyzer and the consumables for the daily usage of the technique. However, the development and maintenance of proper software solution for the data analysis requires the establishment of an entire computational team with the appropriate hardware, which is expensive and is far away from the original scope of the lab. On the other hand, as already mentioned, the novel high-throughput techniques are already (or soon to be made) standard. Hence, it is straightforward to develop software solutions for most of the standard tests that could be easily utilized by the entire community. If those solutions are available through a web-based service performing the data analysis in a remote manner, the requirement for any investment for such activity on the side of the biomedical labs would disappear.

3. PROPOSED TECHNOLOGICAL SOLUTION

In this paper we propose the development of a dedicated web-based bioinformatics platform providing options for automated and remote analysis of data from standard biomedical tests. The service will be available for the entire community working in the field and would be free of charge for the academic users. The scripts would be developed in MATLAB and the algorithms will be parallelized in order to provide the opportunity for increasing of the computational speed by the allocation of a higher number of processing units.

4. ANALYSIS OF HIGH-THROUGHPUT DATA

The analysis of data acquired through the utilization of microarray or fluorometer techniques is an obvious choice for automation. Such data is provided in a standard format, which is easy to import in different program environments and/or programming languages. In the case of microarray data, dedicated software already exists [3] and the data generated by the analyzers is mostly qualitative, hence it is already minimalistic in size and already quite informative.

However, fluorometers provide data for the optical density and fluorescence of the samples for relatively long time periods (e.g 2 to 20 hours), which include many measurements in the form of data vectors. From the latter, different aspects of the cellular physiology need to be derived [4], which require supervision and manual calculations. Often this provokes a substantial delay in the data analysis processing or even makes the latter impossible without proper training and leads to a slowing down in the pace of the entire research. Therefore the development of software for this type of

analysis is not only possible, but also badly needed and could speed up the process of information generation in the field in a notable manner.

5. ANALYSIS OF MICROSCOPY DATA

Another interesting type of data analysis that requires automation is processing of microscopy images. Microscopy is exhaustively used for both medical tests and biological research. The images produced with this technique are used to distinguish individual cells and/or individual cellular components or certain physiological properties of the cells. This type of information might be used as a qualitative measurement or quantitatively for the analysis of the steady-state or the dynamic behavior of the individual cells.

The practical field of image processing is very large and requires serious experience in programming in order to be performed. Whatever the use of the microscopy images, the processing of the latter has the goal to reduce the size of the data they contain 10^4 to 10^5 times [5] and convert it into useful information. The steps required for the derivation of this type of information involve image enhancement and segmentation techniques as well as post processing of the data thusly obtained.

Therefore, many medical labs resort to manual analysis of the microscopy images they obtain. Alternatively, research biological labs develop and maintain their own know-how in the field through the allocation of sizeable resources in computational teams.

The development of an automated image processing software to be used by different groups is a challenge and demands a specific approach. Since different microscopy setup is characterized by different image properties, including noise quality and quantity, standard image enhancement techniques are impossible to be developed.

Therefore, heuristic approach should be adopted [6], testing different combinations of processing steps and comparing the outcome to some expected property of the analyzed image. In the case of single-cell experiments, one possible control for the quality of the enhanced image could be the geometrical properties of the obtained segmented separate objects. The latter must comply with the expected size and shape of a typical cell of the expected type.

This approach would also allow the software to be easily adapted to different cell types. Dedicated modules for the performance of standard post-processing of the data obtained should also be developed and included in the final software package.

6. HUMAN-MACHINE INTERFACE

Another important aspect of an user-friendly on-line tool that automates data analysis and requires no special training to be used is the human-machine interface and more precisely the graphical user interface. The Faculty of Automatics has extensive research and ongoing interest in the field [7], which could readily be applied for the generation of an efficient and user-friendly interface for the novel software platform.

7. CONCLUSION

The establishment of standardized automated methods for most of the biomedical tests should continue in parallel with the development of software solutions for the data analysis. The most prominent technique to accomplish that goal nowadays is microfluidics. The latter allows not only for the miniaturization, automation and standardization of the biomedical tests, but also for the integration of different modular devices and, indeed, the whole loop of biomedical research. The simultaneous development of experimental and analytical methods would be not only beneficial for both of those activities, but would also speed up the whole biomedical research process. Therefore, we envision the establishment also of a dedicated lab for the engineering of microfluidics devices aimed for the automation of biomedical tests. This way we will complete the set of services for the biomedical research community and will be able to provide integrated solutions for a number of different experimental problems.

BIOBLIOGRAPHY

- [1] Vishwanathan, N., Le, H., Le, T. & Hu, W.-S. (2014), *Advancing biopharmaceutical process science through transcriptome analysis*. Curr. Opin. Biotechnol. 30C, 113-119 (2014)
- [2] Vinuselvi, P. *et al.* (2011), *Microfluidic technologies for synthetic biology*. Int. J. Mol. Sci. 12, 3576-93 (2011)
- [3] Tan, C. S. *et al.* (2014), *A Review of Feature Extraction Software for Microarray Gene Expression Data*. 2014
- [4] Alper, H., Fischer, C., Nevoigt, E. & Stephanopoulos, G. (2005), *Tuning genetic control through promoter engineering*. Proc. Natl. Acad. Sci. U. S. A. 102, 12678-83 (2005)
- [5] Fero, M. & Pogliano, K. (2010), *Automated quantitative live cell fluorescence microscopy*. Cold Spring Harb. Perspect. Biol. 2, a000455 (2010)
- [6] Van Teeffelen, S., Shaevitz, J. W. & Gitai, Z. (2012), *Image analysis in fluorescence microscopy: bacterial dynamics as a case study*. Bioessays 34, 427-36 (2012)
- [7] Маринчев, А. (2012), *Среда за събиране на експериментални данни за изследване динамиката на човека-оператор при ръчно управление*. Международна конференция Автоматика'2012, том 62, стр. 189-196, 2012, България, Созопол

Автори: Борис Киров, ас. д-р, катедра „Автоматизация на непрекъснатите производства”, Факултет Автоматика, Технически Университет - София, E-mail address: boris.kirov@tu-sofia.bg; Васил Гълъбов, доц. д-р, катедра „Автоматизация на непрекъснатите производства”, Факултет Автоматика, Технически Университет - София, E-mail address: vtg@tu-sofia.bg

Постъпила на 03.10.2014

Рецензент проф. д-р Е. Николов

ЕКСПЕРИМЕНТАЛНА СТАТИЧНА ОПТИМИЗАЦИЯ НА ПРОЦЕСА СУШЕНЕ В КОНВЕКТИВНА СУШИЛНЯ С ПЕРИОДИЧНО ДЕЙСТВИЕ, С ГАРАНТИРАНЕ ТОЧНОСТ НА СУШЕНЕТО

Десислава Стойцева-Деличева

Резюме: Предмет на разглеждане в разработката е реализирането на експериментална статична оптимизация, като се гарантира точност на сушене, без директно измерване на влагата в материал. Представен е алгоритъм, реализиращ предложения метод. Работата на алгоритъма е онагледена чрез резултатите от серия експерименти. Анализирани са особеностите при реализиране на алгоритъма.

Ключови думи: енергийна ефективност, точност, сушене, оптимизация

EXPERIMENTAL STATIC OPTIMISATION OF DRYING IN CONVECTIVE DRYER THAT GUARANTEES PRECISION IN DRYING

Desislava Stoitseva-Delicheva

Abstract: Main focus in the presented paper is experimental static optimization guaranteeing precision in drying without direct measurement of material's moisture content. Corresponding algorithm is discussed. The algorithm's implementation is presented in series of experiments. Some specifics are analysed.

Keywords: energy efficiency, precision, drying, optimisation

1. Въведение

В промишлеността и селското стопанство, а през последните години и в бита, сушенето на материали е широко използвано. За изсушаването на различни по естество материали се изразходва огромно количество топлинна енергия. Разходът на енергия, използвана за сушене в развитите страни е 15-18% от общия енергиен разход на страната, а в световен мащаб 12% от общото потребление [1]. Постигането на оптимален режим на сушене, осигурява продукт с нужното качество, като за изсушаването на съответния материал е изразходвана минимално количество топлинна енергия.

Статичната оптимизация определя най-доброто в определен смисъл състояние измежду многото възможни състояния на съществуване на дадена система. Тя се изразява в определянето на тези стойности, респективно задания на регулируемите величини, при които състоянието е най-доброто по отношение на един или повече показатели. При оптималните задания на регулируемите величини показателите, определящи състоянието, получават екстремални стойности. Це-

левата функция при статичната оптимизация се изразява с алгебрични уравнения от вида

$$Q(x_1, x_2, \dots, x_n) \rightarrow \text{extr} \quad (1)$$

и е мярка за оценка на системата по показателите $x_1, x_2, \dots, x_n$.

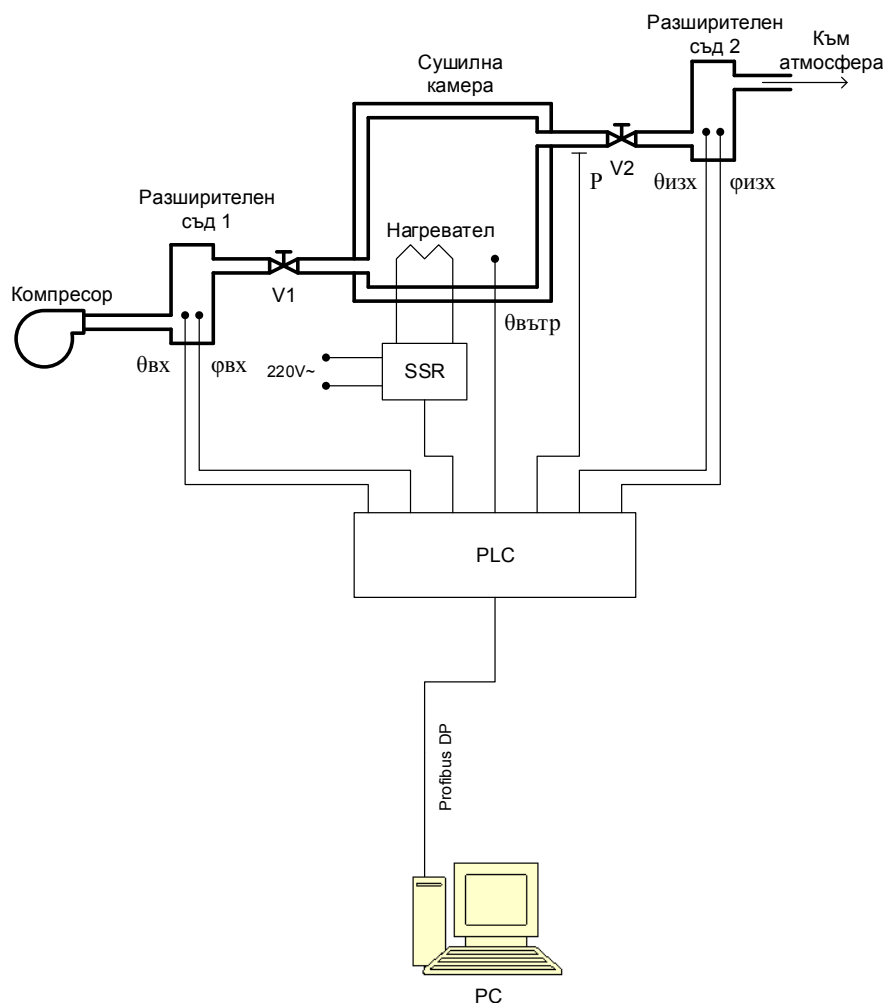
За решаване на задачата за оптимизация могат да бъдат използвани следните основни групи методи [2]:

- *Аналитични методи* - основават се на анализа на производните чрез класическия математически анализ и вариационното изчисление. Този клас методи, при голяма част технологични задачи със сложни математически модели и при наличие на ограничения на управляващите параметри, се оказват не винаги приложими.
- *Числени или итерационни методи* - базират се на изучаване на целевата повърхнина и организиране на стъпки (итерации) на движение към екстремума. Числените методи се делят основно на две групи:
 - с използване на производни на целевата функция - градиентни методи;
 - без използване на производни - безградиентни методи.
- *Графични методи* - при тях решението на оптимизационната задача се търси посредством графични изображения на целевата повърхнина и ограниченията. Отличават се с голяма нагледност и възможност за изменения в условията на оптимизационната задача, но могат да се прилагат само до два управляващи параметъра.
- *Експериментални методи* - екстремумът на функцията може да се намери посредством организирани експерименти на реален обект вместо изследване на математическия му модел. Обикновено по резултатите от серия експерименти се прогнозира посоката към екстремума и се провеждат следващите експерименти. Тези методи са удобни при отсъствие на математически модел на обекта.

Целите на настоящата разработка е да демонстрира резултатите от алгоритмизирана статична оптимизация по енергиен критерий, при използване на експериментален метод на последователното сканиране, като същевременно се гарантира точност на сушене.

2. ОПИСАНИЕ НА ОПИТНАТА ПОСТАНОВКА ЗА ПРОВЕЖДАНЕ НА ИЗСЛЕДВАНЕТО

За провеждане на изследването се използва физичен модел на конвективна сушилка. Схемата на опитната постановка е показана на фиг.1. Сушилният агент, нагнетен от компресора постъпва в *разширителния съд 1*, където се измерва неговата входна температура и относителна влажност. От *разширителния съд 1* сушилният агент преминава в *сушилната камера*. Преди да постъпи в нея преминава през ръчен вентил, благодарение на който може да се променя дебитът на сушилният агент преминаващ през сушилната, а оттам и скоростта му на движение. В *сушилната камера* е монтиран нагревател, с който се подгръва сушилният агент.



Фиг.1

Нагревателят се управлява посредством SSR (Solid State Relay), представляващ безконтактно полупроводниково реле. Чрез него се реализира управление с широчинно-импулсна модулация. В *сушилната камера* се измерва температурата, при която протича сушенето (температурата на сушилния агент вътре в камерата). На изхода на *сушилната камера* е монтиран датчик за измерване на подналягане (предназначен за вакуумно сушене, което не е обект на разглеждане в настоящата разработка). След това сушилния агент преминава в *разширителен съд 2*, където се измерват изходните му температура и относителна влажност, след което преминава през ротаметър за измерване на дебита му.

За измерването на входната и изходната температура на сушилния агент, както и за температурата вътре в сушилната камера се използват терморезистори Pt100, чиито съпротивление се преобразува посредством три трансмитера в унифициран сигнал 4-20 mA. Датчиците за измерване на входната и изходната относителна влажност, както и на подналягането са с вградени трансмитери и имат директен изход 4-20 mA.

Шестте аналогови сигнала се четат от два аналогови модула на контролера (PLC), който служи за тяхната цифрова обработка и за управлението на SSR. PLC има връзка с настолен компютър (PC) посредством комуникация по Profibus DP.

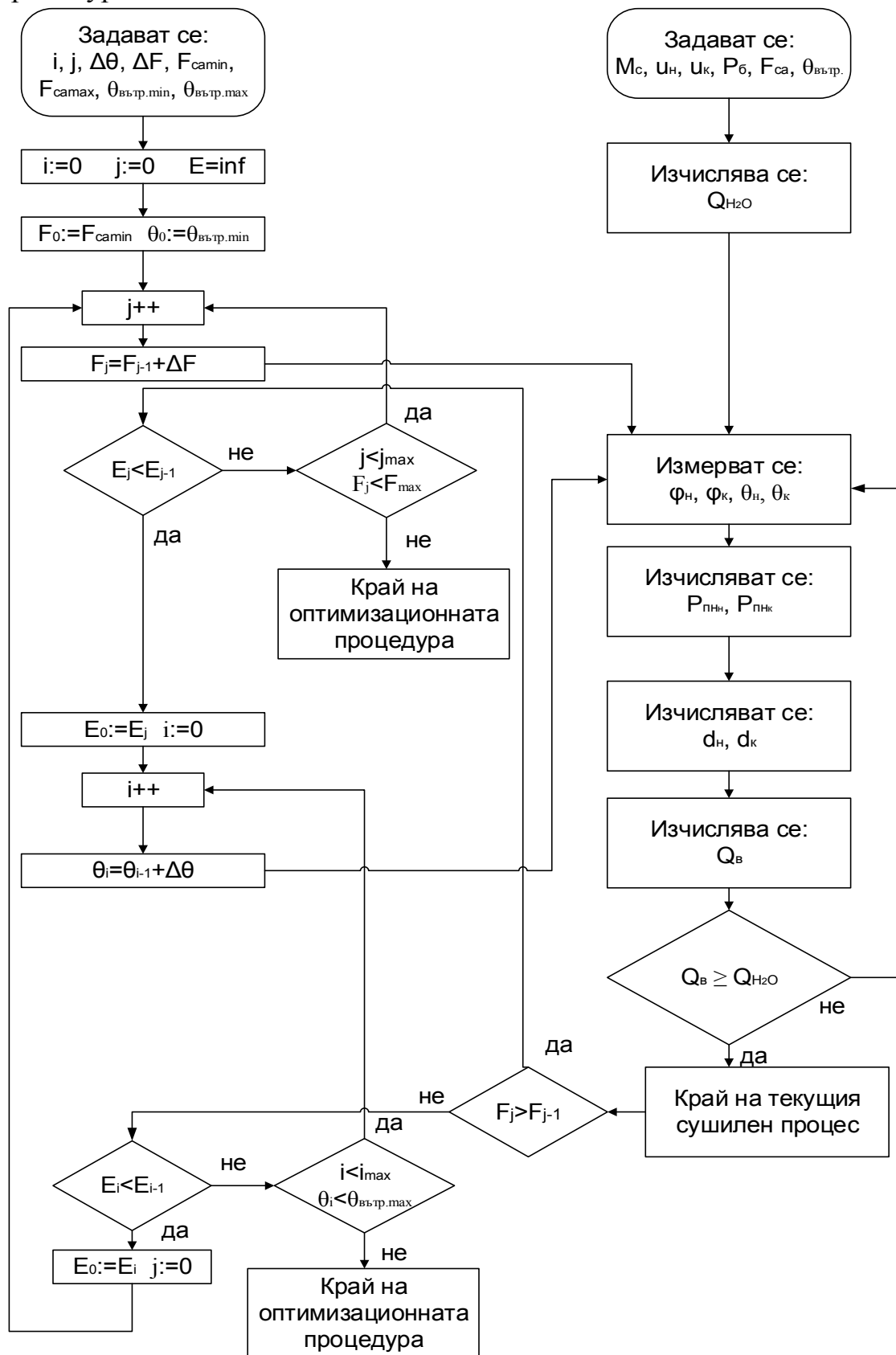
3. АЛГОРИТЪМ ЗА ЕКСПЕРИМЕНТАЛНА ОПТИМИЗАЦИЯ ПО МЕТОДА НА СКАНИРАНЕТО, КАТО СЕ ГАРАНТИРА ТОЧНОСТ НА ИЗСУШАВАНАТА ПРОДУКЦИЯ

Представеният на фиг.3 алгоритъм комбинира оптимизационна процедура по метода на сканирането [2] и точност на сушене [3].

Алгоритмът се състои от следните стъпки:

- Задават се стъпката и диапазонът на изменение на всеки един параметър чрез неговата минимална и максимална стойност;
- Броячите i и j се нулират, а на променливата, в която ще се записва консумираната електрическа енергия се причислява безкрайно голямо число;
- Началните стойности за двата оптимизационни параметъра се задават равни на долната граница на работния диапазон;
- Започва последователно сканиране на работната област на единия параметър, в случая дебита F , при константна стойност на втория параметър температура в сушилната камера θ_v . На тази начална стъпка $\theta_v = \theta_{vmin}$, а F е равно на стойността в предходния момент плюс стойността на избраната стъпка. Започва процес на сушене, по време на който с такт, зададен програмно се измерват началната и крайната относителна влажност и началната и крайна температура на сушилния агент. С помощта на така измерените величини по алгоритъма, реализиращ точност на сушене [4], протича процес на сушене докато не се изпари водата от подложения на сушене материал, т.е. процесът на сушене не завърши;
- След завършване на сушилния процес се проверява дали изразходваната електрическа енергия за този конкретен процес е по-малка от изразходваната в предишния случай. При отрицателен отговор се проверява дали е сканиран целия работен диапазон на F и дали е достигната F_{max} . Ако това е така, то тогава се стига до край на оптимизационната процедура. Ако при проверка дали консумираната електрическа енергия е по-малка се получи положителен отговор, то тогава стойността за електрическата енергия се запазва като текуща, стойността на F също и се преминава към следващата стъпка от алгоритъма;
- Реализира се сканиране на целия работен диапазон на втория параметър, подлежащ на оптимизация при константна стойност на първия параметър, получена от току що завършилия цикъл. Логиката е същата както за първия параметър. Сканирането става с увеличение на температурата с избраната стъпка, като след завършване на конкретния процес (след приключване на сушенето и изпарение на всичката необходима вода от материала подложен на сушене), се прави проверка за консумираната електрическа енергия и дали тя е по-малка от консумираната такава на предишната стъпка. При положителен отговор, стойността на енергията се записва като текуща и с нея се прави по-нататъшното сравнение, а при отрицателен отговор се прави проверка за достигане на максимална гранична стойност на изследвания параметър и максимална стойност на итерацията. При не достигане на тези стойности се прави нов експеримент с нова стойност на

температурата, получена от предходната такава увеличена с избраната стъпка. При достигане на граничните стойности на брояча и максимално допустимата стойност на параметъра се слага край на оптимизационната процедура.



Фиг.2

В конкретния случай е необходимо да се извърши оптимизация по два параметъра на сушилния агент - съответно температура и дебит на сушилния агент, подаван към сушилната камера. Избират се диапазони на изменение на $\theta_v = [50; 90]^\circ\text{C}$ и $F = [0,4; 1,2] \text{ m}^3/\text{h}$. Стъпката, с която ще се извършва сканирането в посочения работен диапазон е $\Delta\theta = 10^\circ\text{C}$ и $\Delta F = 0,2 \text{ m}^3/\text{h}$. От диапазона на изменение на параметрите и избраната стъпка зависи максималната стойност на променливите i и j в алгоритъма, които изпълняват функцията на броячи. Критерият, по който ще се прави оптимизация е минимум разход на консумирана електрическа енергия.

4. РЕЗУЛТАТИ ОТ ПРОВЕДЕНИТЕ ЕКСПЕРИМЕНТИ

За целите на статичната оптимизация са планирани серия от експерименти, реализиращи сушене на памучен плат, напоен с 20 гр. вода. Изборът на материал не е случаен, а е продиктуван от необходимостта за намаляване на времето на всеки отделен експеримент, а от там и намаляване на общото експериментално време. Друга предпоставка за приетото до известна степен опростяване е нуждата от информация за точното количество вода, която трябва да бъде изпарена от материала подложен на сушене.

Преди започването на оптимизационната процедура и в частност измерването на електрическата енергия, обектът се довежда до работната точка посредством програмно реализирания ПИД регулатор. Преди поставянето на плата в сушилнята се измерва неговото тегло с помощта на електронна везна, с точност 1 гр., след което се прегъва надлъжно два последователни пъти по дължината на късата ос на симетрия и се поставя върху предварително подготвената скара, вътре в сушилната камера. Тази процедура се повтаря по идентичен начин при всеки нов експеримент, с което се гарантират еднакви начални условия при провеждането на серията от експерименти. При приключването на всеки експериментален етап от оптимизационната процедура се отчитат неговата продължителност и консумираната енергия.

Числените резултати от проведената експериментална оптимизация са дадени в табл.1.

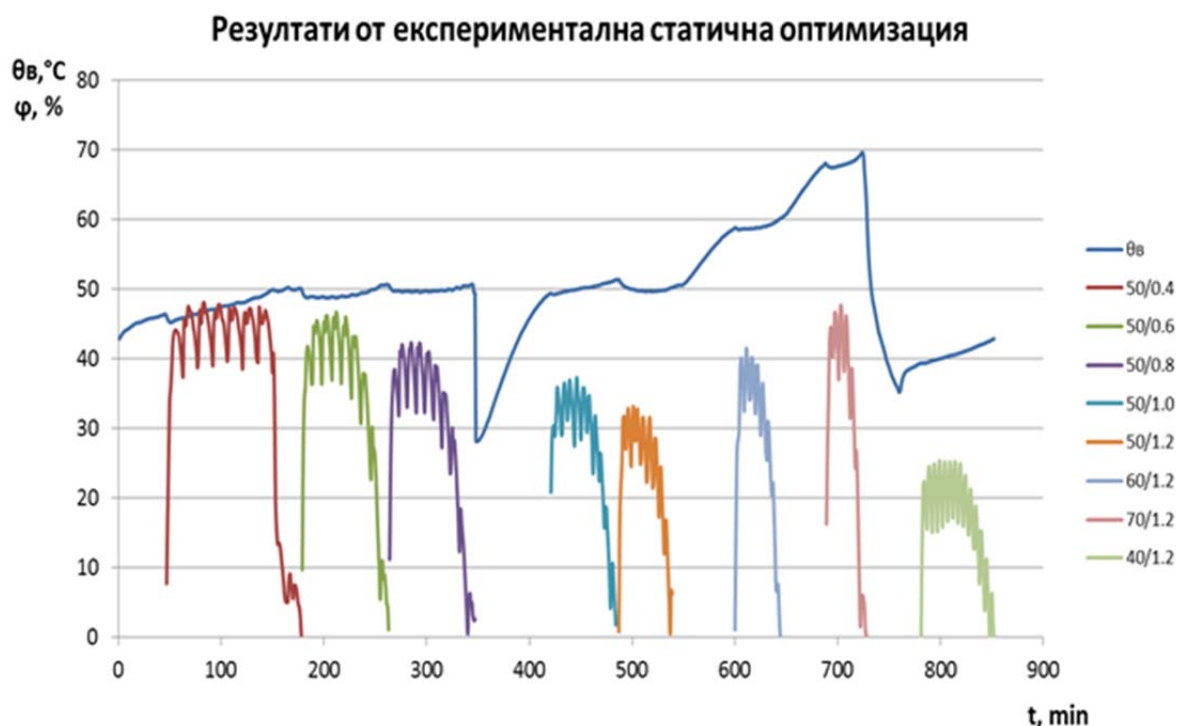
Табл.1

F	θ	E	E,kWh	t, min
0,4	50	50907	0,183831	131
0,6	50	34250	0,123681	84
0,8	50	33150	0,119708	81
1	50	32400	0,117	63
1,2	50	28000	0,101111	52
1,2	40	28200	0,101833	71
1,2	50	27890	0,100714	52
1,2	60	32700	0,118083	42
1,2	70	36005	0,130018	36

$\theta = \text{const}$

$F = \text{const}$

Графично експерименталните данни за преходните процеси са показани на фиг.3. Както се вижда от фигурата общото експериментално време, необходимо за намиране на оптималните стойности на двата параметъра е приблизително 900 минути.



Фиг.3

В резултат на експерименталната статична оптимизация по метода на случайното търсене се определят оптимални стойности на двата параметъра на сушилния агент – температура на сушилния агент вътре в сушилната камера и дебит на сушилния агент, съответно $\theta_v=50^{\circ}\text{C}$ и $F=1,2 \text{ m}^3/\text{h}$.

Въз основа на получените резултати са построени зависимостите на консумираната електрическа енергия E , [kWh] от дебита на сушилния агент F , [m^3/h] – $E=f(F)$ и от температурата му в сушилната камера $E=f(\theta_v)$. Тези зависимости са представени графично на фиг.4 и фиг.5.

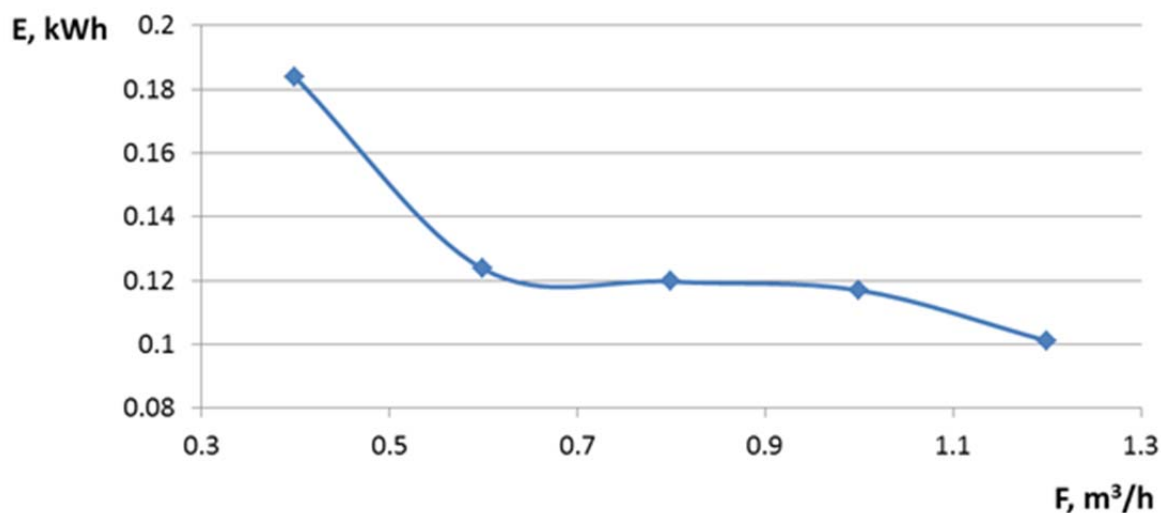
5. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Проведената серия експерименти потвърждава пряката зависимост на консумираната електрическа енергия от дебита на сушилния агент [5] – с увеличаване на дебита на сушилния агент, намалява консумацията на електрическа енергия.

От построените зависимости се вижда, че консумацията на електрическа енергия зависи обратнопропорционално от скоростта на внасяния в сушилната камера сушилнен агент, като в същото време с увеличаване на дебита на сушилния агент намалява времето необходимо за изпарение на зададеното количество вода. В същото време увеличаването на температурата води до увеличение на разхода на електрическа енергия.

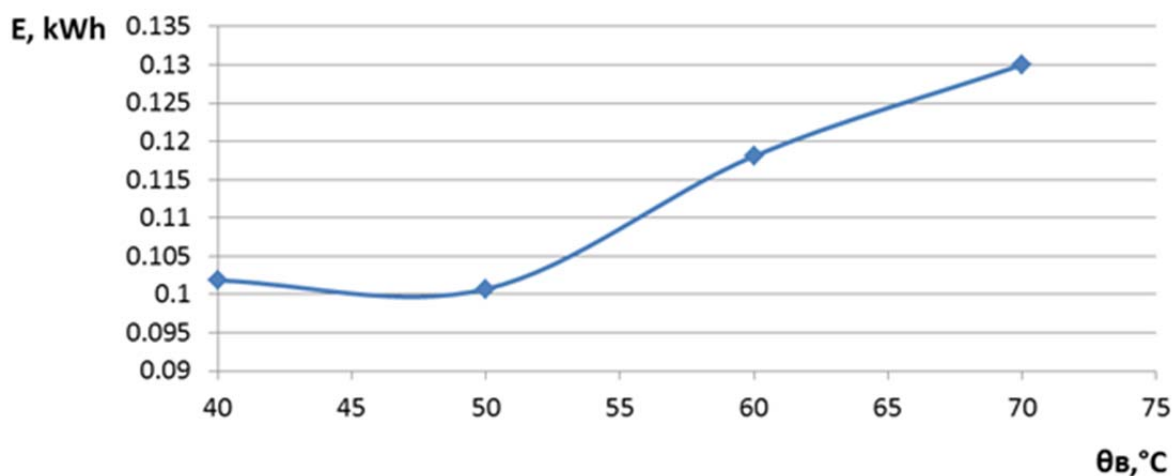
Получените резултати са основа за провеждането на експерименти с цел намиране на енергоикономични режими на сушене, които са обект на бъдещи разглеждания.

Резултати от експериментална статична оптимизация



Фиг.4

Резултати от експериментална статична оптимизация



Фиг.5

ЛИТЕРАТУРА

- [1] *The World Energy Outlook 2013*, London, 12 November 2013
- [2] Вучков И. (1986), *Математическо моделиране и оптимизация на технологични обекти*, София, Техника
- [3] Наплатаров К., (1999), *Промислени системи за нискостойностна автоматизация*, София
- [4] Стоицева-Деличева, Д. (2014), *Метод за повишаване на енергийната ефективност при конвективно сушене чрез реализиране на точност на сушене без директно измерване на влагосъдържанието на материала*, Годишник на Технически университет-София, том 64, книга 1, стр. 211-218, София
- [5] Невенкин С., (1993), *Сушене и сушилна техника*, София, Техника

Автор: Десислава Стоицева-Деличева, гл. ас., катедра „Автоматизация на непрекъснатите производства”, Факултет Автоматика, Технически Университет-София, E-mail address: stoitseva@tu-sofia.bg

Постъпила на 03.10.2014

Рецензент доц. д-р Н. Николова

ИМПУЛСНО СУШЕНЕ НА ПЛОДОВЕ СЪС СИМЕТРИЧЕН ПЕРИОД НА ИМПУЛСА

Десислава Стоицева-Деличева

Резюме: Разработката е фокусирана върху експериментално изследване на импулсни режими на сушене на плодове със симетричен период на импулса, с оценка по енергиен критерий.

Ключови думи: енергийна ефективност, сушене, импулсни режими

IMPULSE DRYING OF FRUITS WITH SYMMETRIC PULSE PERIOD

Desislava Stoitseva-Delicheva

Abstract: Main focus in the presented paper is experimental study of impulse drying of fruits with symmetric pulse period and evaluation of the acquired data on energy aspects.

Keywords: energy efficiency, drying, impulse drying

1. ВЪВЕДЕНИЕ

В промишлеността и селското стопанство, а през последните години и в бита, сушенето на материали е широко използвано. За изсушаването на различни по естество материали се изразходва огромно количество топлинна енергия. Разходът на енергия, използвана за сушене в развитите страни е 15-18% от общия енергиен разход на страната, а в световен мащаб 12% от общото потребление [1]. Постигането на оптимален режим на сушене, осигурява продукт с нужното качество, като за изсушаването на съответния материал е изразходвана минимално количество топлинна енергия.

Влагопренасянето при сушенето е типичен необратим процес, който се стреми към равновесие, затова за анализа на сушенето се използват основните принципи на термодинамиката на необратимите процеси – принципът на линейността и принципът на взаимността.

При сушенето на термочувствителни материали използването на високата плътност на топлинните потоци създава значителни градиенти на влагата и температурата на материала. Продължителното въздействие на високата температура води до влошаване качеството на материала и поява на недопустими вътрешни напрежения. Тези нежелани ефекти при непрекъснатото високотемпературно сушене отсъстват при импулсното сушене с осцилиране на топлинния поток.

При импулсното сушене нагряването на материала се прекъсва периодично – осъществява се импулсно подаване на топлина, при което периодите на нагряване се редуват с периоди на релаксация. Този метод позволява при достатъчно високи плътности на топлинния поток да не се допуска прегряване на материала, като периодите на релаксация служат за преминаване на влагата от вътрешността към повърхностните слоеве на материала.

За постигане на желана ефективност на процеса, от съществено значение е изборът на импулсното отношение на периода на релаксация $\tau_{\text{п}}$ към общата продължително на периода нагряване-релаксация $\tau_{\text{н}} + \tau_{\text{п}}$ [2]:

$$\gamma = \frac{\tau_{\text{п}}}{\tau_{\text{н}} + \tau_{\text{п}}} \quad (1)$$

По същество импулсните режими на сушене представляват периодични процеси, при които се предизвикват колебания на температурата и влагосъдържанието във всяка точка на изсушавания материал. Характерът на тези колебания е принуден и за тях е характерно явлението резонанс.

Целите на настоящата разработка е да демонстрира резултатите от реализирането на импулсно сушене на ябълки, със симетричен период на импулса.

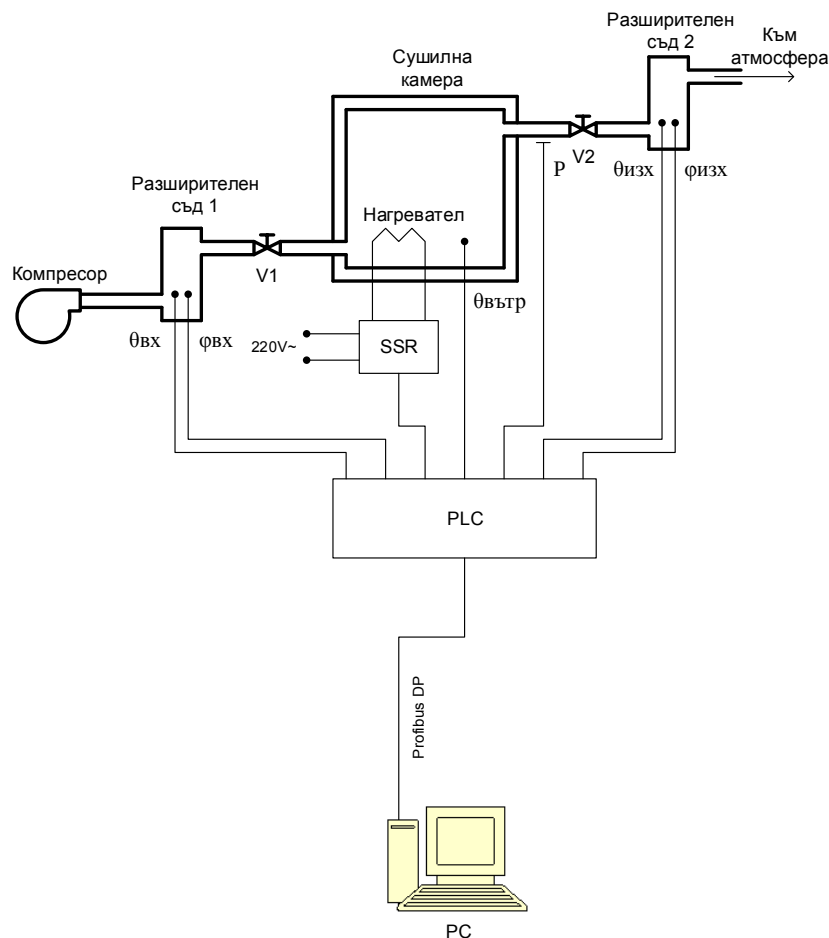
2. ОПИСАНИЕ НА ОПИТНАТА ПОСТАНОВКА ЗА ПРОВЕЖДАНЕ НА ИЗСЛЕДВАНЕТО

За провеждане на изследването се използва физичен модел на конвективна сушилка. Схемата на опитната постановка е показана на фиг.1.

Сушилният агент, нагнетен от *компресора* постъпва в *разширителния съд 1*, където се измерва неговата входна температура и относителна влажност. От *разширителния съд 1* сушилният агент преминава в *сушилната камера*. Преди да постъпи в нея преминава през ръчен вентил, благодарение на който може да се променя дебита на сушилния агент преминаващ през сушилната, а оттам и скоростта му на движение. В *сушилната камера* е монтиран нагревател, с който се подгрява сушилния агент. Нагревателя се управлява посредством SSR (Solid State Relay), представляващ безконтактно полупроводниково реле. Чрез него се реализира управление с широчинно-импулсна модулация. В *сушилната камера* се измерва температурата, при която протича сушенето (температурата на сушилния агент вътре в камерата). На изхода на *сушилната камера* е монтиран датчик за измерване на подналягане (предназначен за вакуумно сушене, което не е обект на разглеждане в настоящата разработка). След това сушилния агент преминава в *разширителен съд 2*, където се измерват изходните му температура и относителна влажност, след което преминава през ротаметър за измерване на дебита му.

За измерването на входната и изходната температура на сушилния агент, както и за температурата вътре в сушилната камера се използват терморезистори Pt100, чиито съпротивление се преобразува посредством три трансмитера в унифициран сигнал 4-20 mA. Датчиците за измерване на входната и изходната относителна влажност, както и на подналягането са с вградени трансмитери и имат директен изход 4-20 mA.

Шесте аналогови сигнала се четат от два аналогови модула на контролера (PLC), който служи за тяхната цифрова обработка и за управлението на SSR. PLC има връзка с настолен компютър (PC) посредством комуникация по Profibus DP.



Фиг.1

3. ПЛАНИРАНЕ НА ЕКСПЕРИМЕНТИТЕ И РЕЗУЛТАТИ ОТ ТЯХНОТО ПРОВЕЖДАНЕ

На базата на предварителни експерименти е планиран класически факторен експеримент за изследване на енергийните разходи при сушене на ябълки сорт „Златна“, клас II. Избрана е постоянна форма от сферични сегменти със среден диаметър 61 мм, дебелина 10 мм и тегло 7 гр.; постоянна температура на въздуха 50 °С, постоянен дебит на въздуха $F=1,2 \text{ m}^3/\text{h}$ и симетричен импулс 5+5 мин., 10+10 мин., 15+15 мин.

Преди поставянето на експерименталните образци в сушилната камера, температурата на сушилния агент вътре в камерата се довежда до работната точка. Всички експерименти се провеждат при еднакви стойности на температурата в сушилната камера и дебит на сушилния агент, определени от проведена експериментална статична оптимизация.

Резултатите от проведените експерименти са обобщени в табл.1, а графичното представяне на изменението на основните измервани величини за отделните експерименти - на фиг.2, фиг.3 и фиг.4.

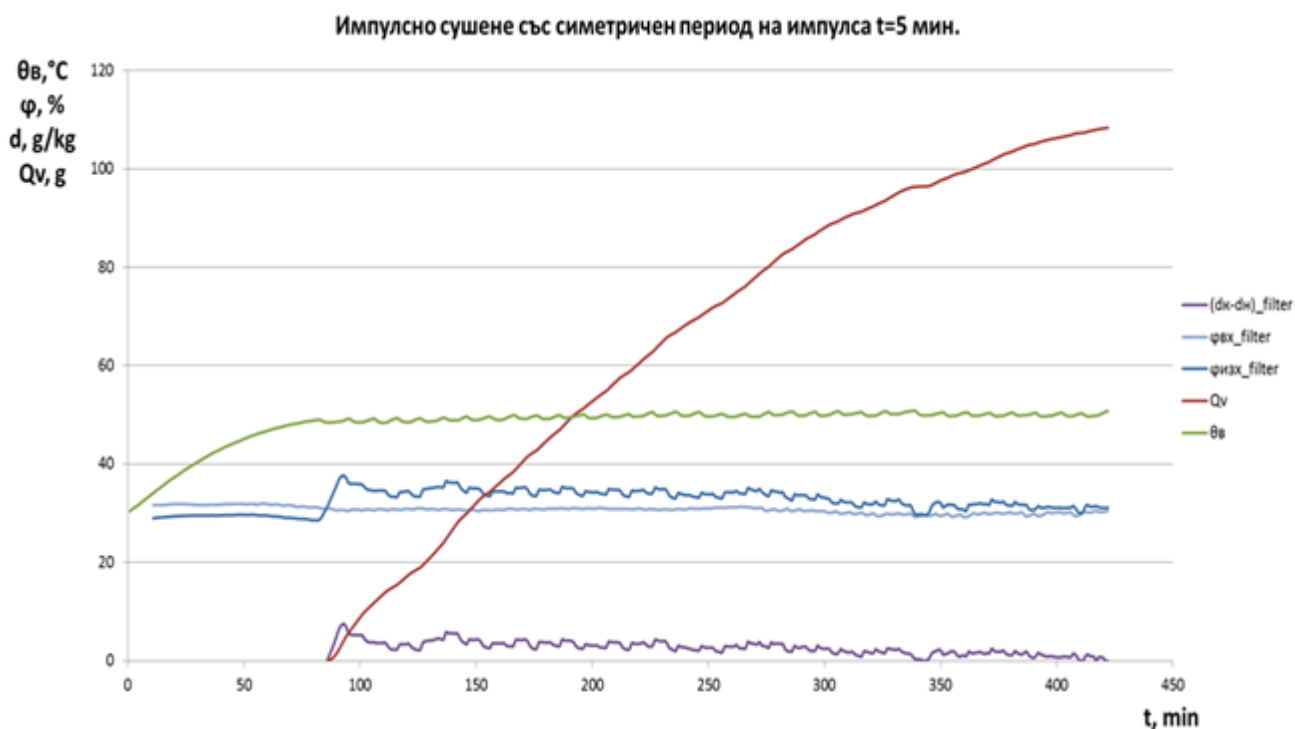
Опитните данни са обработени с цел оценка на енергийните разходи на непрекъснати и импулсни режими на сушене. Общият специфичен разход на топлина както за непрекъснати режими, така и за импулсни режими се определя от отношението [3]:

$$q = \frac{Q_{\text{топлина}}}{Q_v} \quad (2)$$

където $Q_{\text{топлина}}$ е общата консумирана енергия за изсушаването на продукта от дадено начално влагосъдържание до желано крайно такова в kJ, а Q_v е количеството изпарената вода в kg.

Табл.1

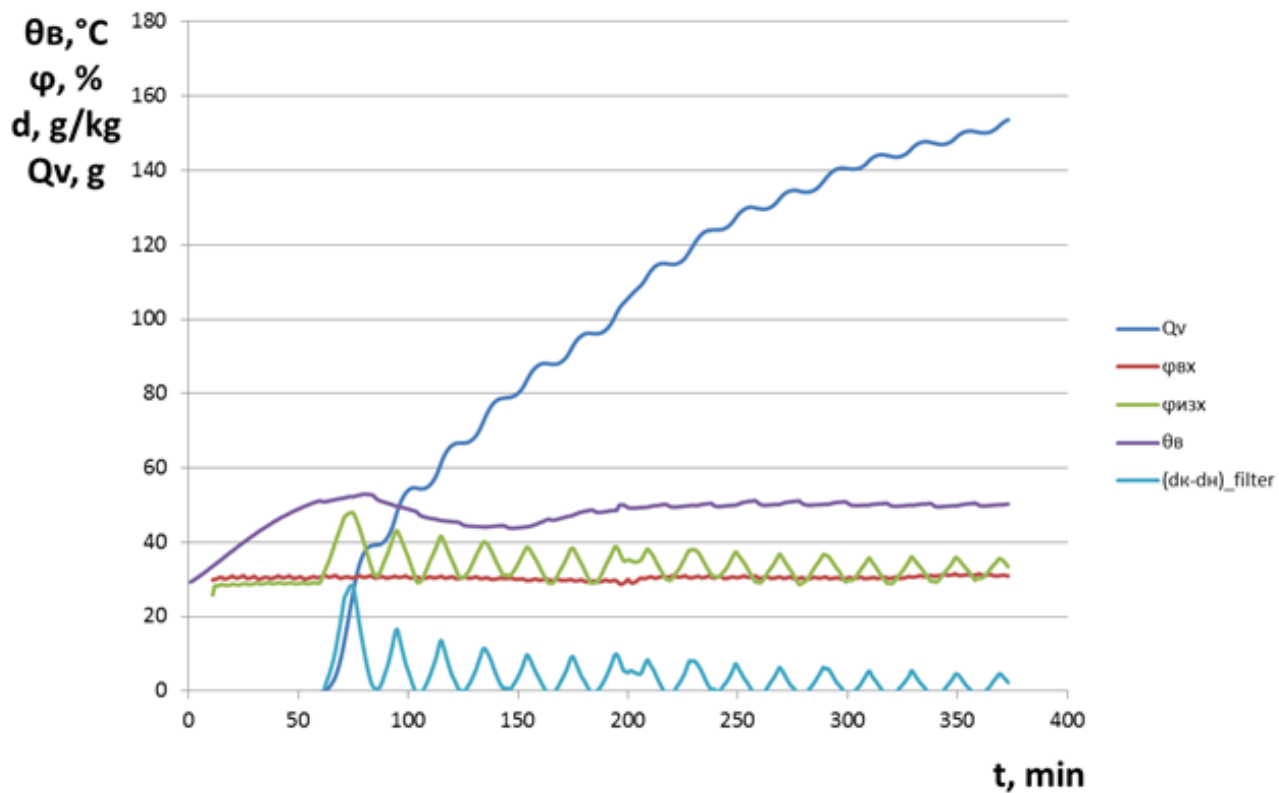
$\Delta t_{\text{н}} + \Delta t_{\text{п}}$	t, min	E	E, kwh	$Q_{\text{топлина}}, \text{KJ}$	m, g	m, kg	Q_v	q, kJ/kg
5+5	440	93837	0,338856	0,0000941266204457	42	0,042	33,6	0,002241
10+10	320	89235	0,322238	0,0000895104167383	59	0,059	47,2	0,001517
15+15	450	105222	0,379968	0,0001055467593437	55	0,055	44	0,001919
монотонен режим	306	137208	0,495473	0,0001376314815916	60	0,06	48	0,002294



Фиг.2

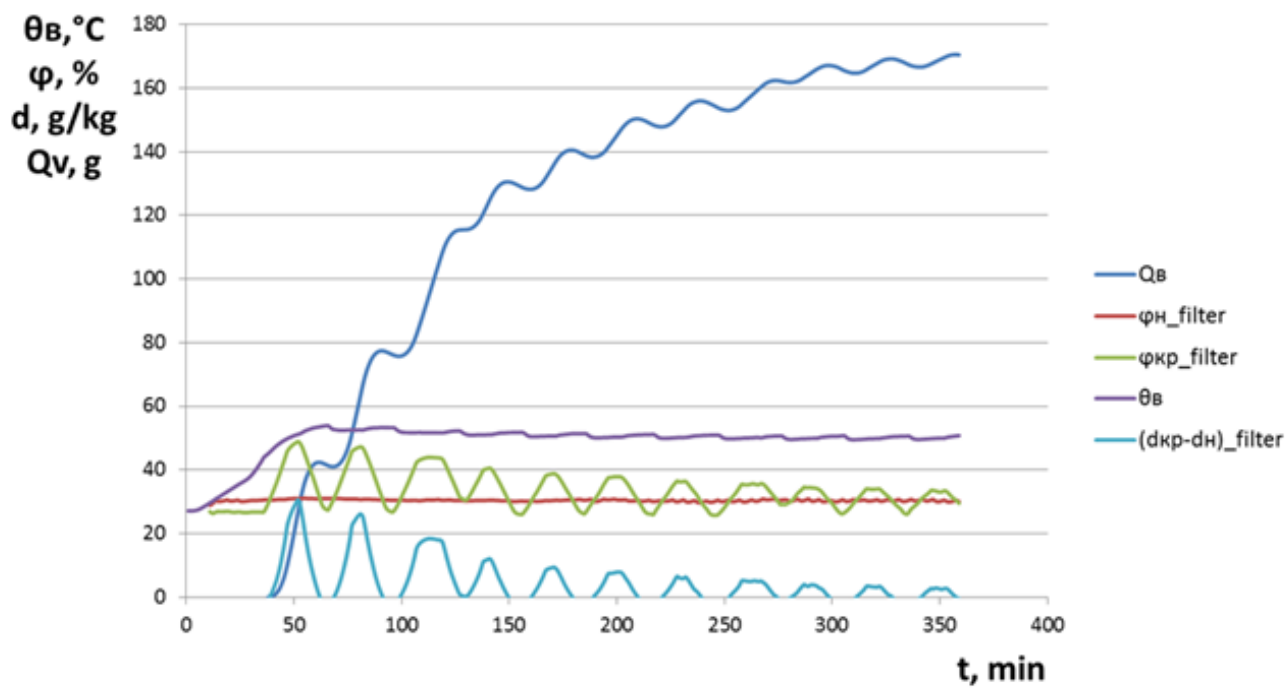
Сравненията на енергийните характеристики на сушене с използването на импулсни режими със симетрични периоди на нагряване и релаксация, се прави на база продължителността на импулса, а също и спрямо сушене с монотонен режим на нагряване, при едни и същи начални условия, резултатите от които са показани на фиг.5.

Импульсно сушене със симетричен период на импулса $t=10$ мин.

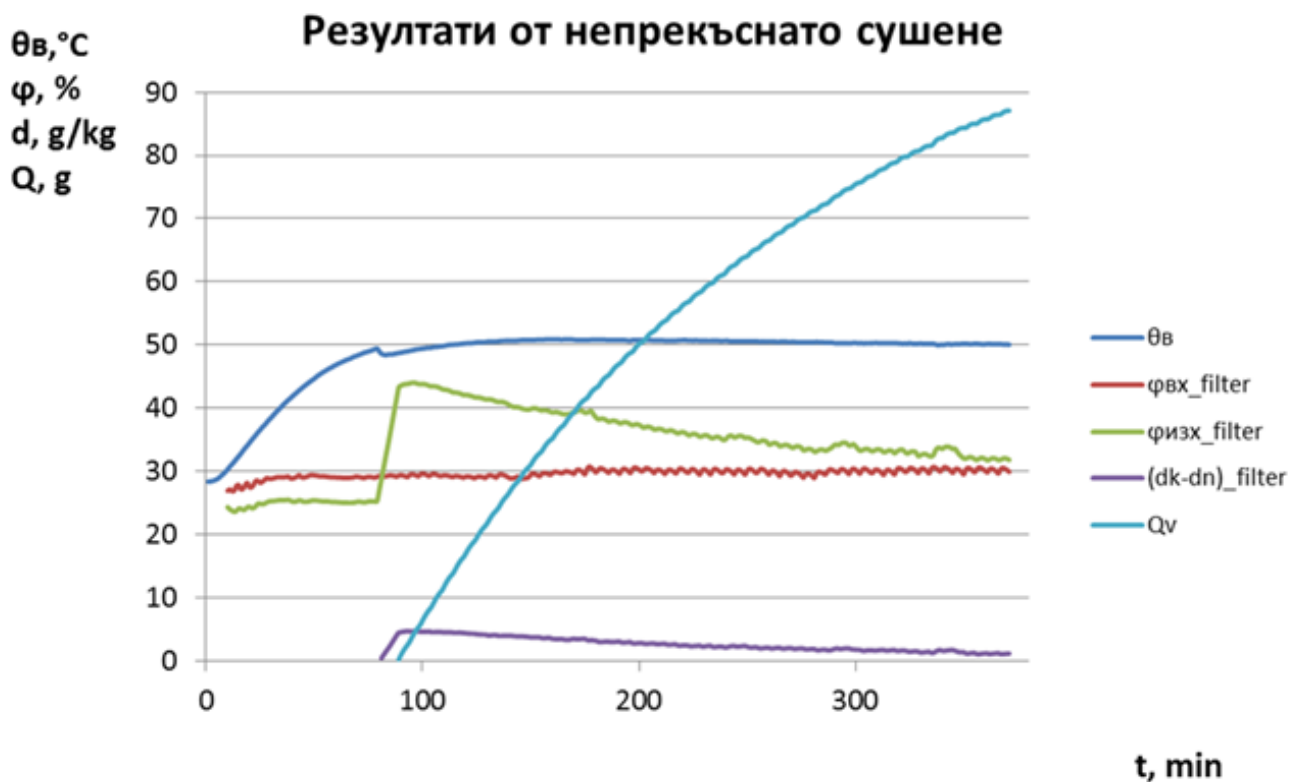


Фиг.3

Импульсно сушене със симетричен период на импулса $t=15$ мин.

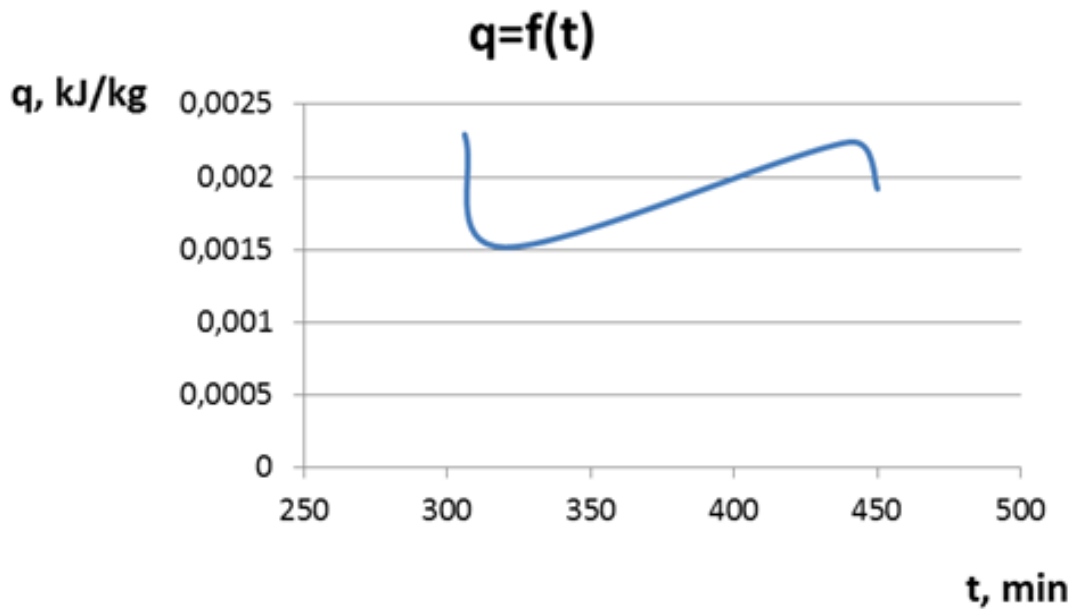


Фиг.4



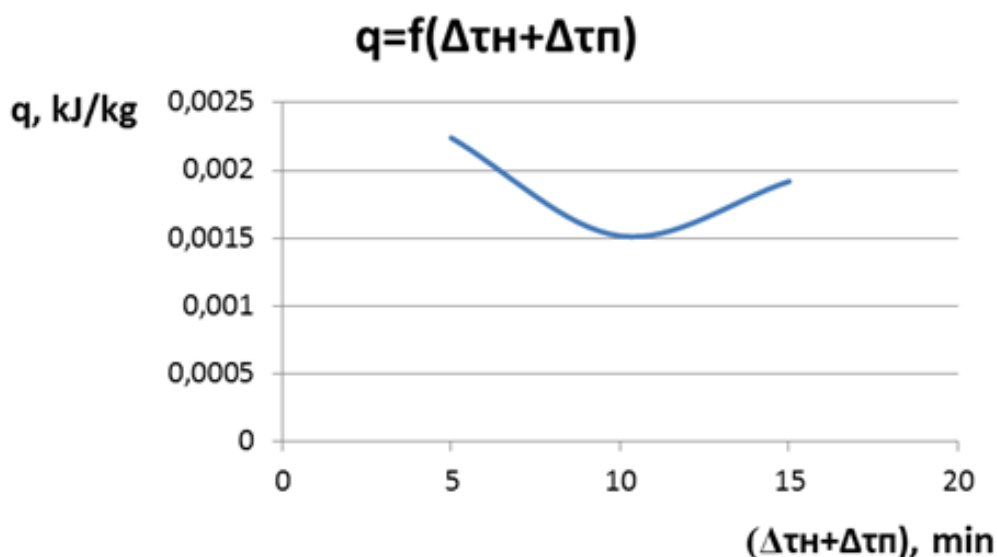
Фиг.5

На фиг.6 е построена зависимостта на общият специфичен разход на топлина от продължителността на сушене.



Фиг.6

Зависимостта на общият специфичен разход на топлина от продължителността на периода на импулсите е показана на фиг.7.



Фиг.7

Получените резултати показват, че специфичният разход на топлина не зависи еднозначно от продължителността на процеса на сушене, за разлика от консумираната електрическа енергия. Това е още едно потвърждение на факта, че консумираната енергия не би могла да се използва директно като показател за сравнение на различни режими на сушене.

Оптимален по отношение на специфичния разход на топлина режим за сушене на ябълки от посочения сорт и геометрични размери на образците, се получава при импулсен режим на сушене със симетричен импулс от 10 минути. Специфичният разход на топлина е приблизително 70% по-малък отколкото при непрекъснатото сушене.

5. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Проведената серия експерименти разкрива възможностите за икономия на енергия при сушенето чрез планирането и организирането на импулсни режими на сушене, като разкрива макар и частично техният огромен потенциал. Интерес биха представлявали и импулсни режими с несиметричен период на импулса, които ще бъдат обект на бъдещи разглеждания.

ЛИТЕРАТУРА

- [1] *The World Energy Outlook 2013*, London, 12 November 2013
- [2] Невенкин С., (1993), *Сушене и сушилна техника*, София, Техника
- [3] Наплатаров К., (1999), *Промислени системи за нискостойностна автоматизация*, София

Автор: Десислава Стоицева-Деличева, гл. ас., катедра „Автоматизация на непрекъснатите производства”, Факултет Автоматика, Технически Университет-София, E-mail address: stoitseva@tu-sofia.bg

Постъпила на 03.10.2014

Рецензент доц. д-р Н. Николова

МИКРОМОЩНО ТОКОЗАХРАНВАНЕ ОТ ТОПЛИННАТА ЕНЕРГИЯ НА ОКОЛНАТА СРЕДА

Димитър Николов

Резюме - В работата се предлага цялостен поглед върху възможностите за оползотворяване на топлинната енергия от околната среда, при захранване на маломощни консуматори. Ефикасното микромощно токозахранване обединява в себе си елементи от различни области на техниката, включващи преобразуване, предаване и съхранение на енергия. Целта на работата е, чрез систематизиране на знанието в посочената област, да се постигне оптимално проектиране и увеличаване на добиваната и съхраняваната енергия, по-дълъг срок на експлоатация и повишаване на коефициента на полезно действие.

Ключови думи – микромощно токозахранване, термоелектрически генератор, токозахранване от околната среда

ENERGY HARVESTING THROUGH UTILIZING WASTE THERMAL ENVIRONMENTAL ENERGY

Dimitar Nikolov

Abstract – The paper presents a system view to the possibilities of reusing the waste thermal energy. Realization of an efficient energy harvesting system is build upon elements from multiple domains i.e. processing, delivering and storing energy. The aim of this paper is to achieve an optimal design, to maximize the harvested energy and increase the operational lifetime through looking to the picture instead of particles.

Keywords – energy harvesting, renewable resources, system approach, TEG

1. ВЪВЕДЕНИЕ

Микромощното токозахранване от околната среда събира и преобразува енергията от външни източници. Използваната енергия може да бъде в различни форми – кинетична, топлинна, слънчева радиация, електромагнитна, химична. Микромощните токозахранвания от околната среда генерират енергия с малка мощност за автономни електронни устройства – основно сензори. Получената полезна мощност обикновено варира от десетки микро- до няколко стотици миливата и е в зависимост от интензитета на енергийния източник и технологията за преобразуване и съхранение [1]. Тази технология е в прохождаща фаза и се характеризира с единични индустриални приложения в следните направления: сградна автоматизация [2], сензори за наблюдение на конструкции [3] и пациенти [4], импланти [5], [6], сигнално-охранителна дейност [7] и др. Устройствата за събиране и преобразуване на енергия от околната среда имат следните предимства: използваните източници са практически неизчерпаеми, премахват

необходимостта от регулярна подмяна на батериите, осигуряват дълъг срок на експлоатация и др.

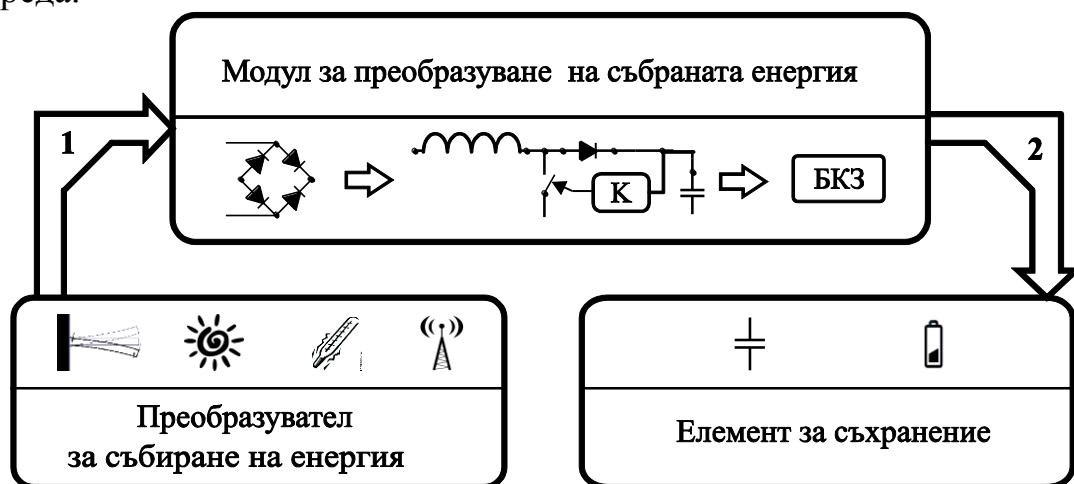
Микромощното токозахранване се състои от три компонента: преобразувател за събиране на енергия, модул за преобразуване на събраната енергия и елемент за съхранение. Преобразувателят превръща енергията от околната среда в постоянен ток или променлив ток изходен сигнал. Сигналят се подава на електронен модул за преобразуване на събраната енергия. Тя се съхранява в презареждаема батерия или суперкондензатор. Типичната структура на микромощно токозахранване е показана фиг.1.

Преобразувателят използва наличната енергия в заобикалящата ни среда и генерира електрически сигнал. Използваната енергия представлява вибрация (пиезоелектрични и електромагнитни), слънчево лъчение (фотоеlementи), електромагнитни излъчвания (радио- и GSM- сигнали), температурни разлики (термoelementи) и др. Видът на изходния сигнал зависи от преобразувателя. Генерираната изходна мощност е в диапазона от μW до десетки mW .

Модулът за преобразуване на събраната енергия интегрира преобразуването на сигнала от елемента за събиране и осигурява необходимото напрежение и ток върху товара и елемента за съхранение. Модулът се състои от токоизправител, понижавач или повишаващ dc-dc преобразувател и блок за контролиране на заряда. На изхода му се получава напрежение подходящо за захранване на блоковете на модула (сензорите, микроконтролерът и предавателят) и за зареждане на елемента за съхранение.

Елементът за съхранение на енергията натрупва и запазва усвоената енергия. Той може да е суперкондензатор, презареждаема батерия и/или комбинацията от двете. Крайното приложение определя конфигурацията на елемента за съхранение, той трябва да бъде с минимални утечни токове и подходяща физическа форма.

В работата е систематизирано знанието по създаване на микромощни токозахранвания от топлинна разлика и са обобщени критичните параметри за ефективната му работа. Систематизирането и анализът са извършени на базата на проучване и измерване на интегрални схеми за осъществяване на микромощно токозахранване, математическо моделиране и симулиране на енергията от околната среда.



Фиг.1. Структура на микромощно токозахранване.

2. ТЕРМОЕЛЕКТРИЧНИ ГЕНЕРАТОРИ

Термоелектричните генератори (ТЕГ) могат да се разглеждат като твърдотелни топлинни машини с електрони за работно вещество [8]. Фиг.2 показва конструкцията на основната им съставляща част - термодвойката. Тя е съставена от два полупроводникови компонента, свързани с метал, всеки с различна проводимост (електронна и дупчеста). Един термоелектричен генератор се състои от $2 \cdot N$ на брой компоненти, които съставят N на брой термодвойки. Термодвойките са свързани последователно в електрическа верига и паралелно температурно.

А) Модел на термоелектричен генератор

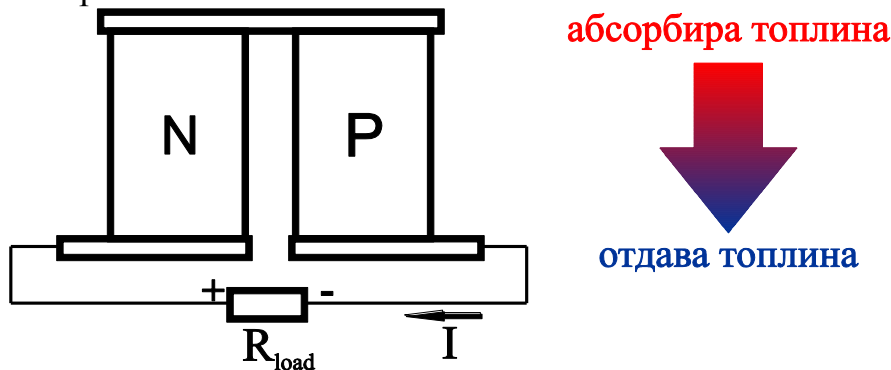
На изводите на товара R_{load} се появява електродвижещо напрежение при нагряване на прехода в горната част и охлаждане в долната част на фиг.2. В резултат на температурата, преходът между двата полупроводника генерира двойка токоносители „електрон-дупка”, и абсорбира топлина. В студения край на термодвойката токоносителите рекомбинират и отдават топлина. Този принцип на работа се състои от пет различни физически процеса, детайлно описани от Йоффе А.Ф [9]: ефект на Зеебек, закон на Джаул-Ленц, ефект на Пелтие, топлинна конвекция, ефект на Томсон. Ефектът на Зеебек отразява генерирането на електродвижещо напрежение при нагряване на прехода между два материала с различна проводимост [9],

$$\pi = \alpha_n T, \quad (1)$$

където π е електрическият потенциал на изходите на прехода (коефициент на Пелтие), α_n е коефициентът на Зеебек определен от съставните материали даден във V/K , а T е температурата на прехода. При N на брой термодвойки се получава [9]

$$\alpha = \alpha_n N, \quad (2)$$

където α е коефициентът на Зеебек за целия генератор. В литературата са реализирани два подхода за моделиране на поведението на термоелектрични генератори (ТЕГ): моделиране физическите свойства и геометрията на материалите на термодвойката [10], [11] и моделиране на поведението на ТЕГ като цяло [12]. В [11] се доказва, че разликата между двата подхода се проявява в резултатите за динамичното поведение на ТЕГ, но наличието на периферни компоненти (керамика, припой и др.) минимизират тази разлика и тя става достатъчно малка, за да бъде пренебрегната.



Фиг.2. Термоелектрически генератор.

Електродвижещото напрежение на изводите на термоелектричния генератор е [9]:

$$U = \alpha(T_A - T_E), \quad (3)$$

където T_A е температурата на топлата страна, а T_E е температурата в студения му край.

Поради ефекта на Пелтие, термодвойката поглъща топлина Q_A в топлия си край, която е равна на [9]:

$$Q_A = \alpha_A I T_A, \quad (4)$$

където α_A е коефициентът на Зеебек в топлия край, а I е големината на тока. Отдадената топлина Q_E в студения край е [9]

$$Q_E = \alpha_E I T_E \quad (5)$$

Ефектът на Томпсон гласи, че коефициентът на Зеебек се променя с промяна на температура $\tau = d\alpha/dT$. Промяната е пренебрежимо малка и няма да бъде отчитана в следващите пресмятания.

Топлината пренесена поради конвекция Q_T между топлата и студената страна е [9]:

$$Q_T = K(T_A - T_E), \quad (6)$$

където K е термичната проводимост на материала.

Топлината Q_J обусловена от протичането на ток в материала се изразява с

$$Q_J = I^2 R_n, \quad (7)$$

$$R_{TEG} = R_n N, \quad (8)$$

където R_n е електрическото съпротивление на материалите, а R_{TEG} е електрическото съпротивление на целият преобразувател. Полезната мощност, доставена от термоелектричния генератор, е $P = UI = I^2(R_{TEG} + R_L)$, а генерираният ток се дава с [9]:

$$I = \frac{\alpha(T_A - T_E)}{R_{TEG} + R_L}, \quad (9)$$

Б) Ефективност на термоелектричен генератор

Ефективността на ТЕГ представлява съотношението между полезната мощност отдадена върху товара и енергията консумирана от топлинния източник [9]:

$$\eta = \frac{P}{Q_A + Q_T - Q_J} = \frac{T_A - T_E}{T_A} \frac{M - 1}{M + \frac{T_E}{T_A}}, \quad (10)$$

където $M = \sqrt{1 + \frac{1}{2} Z(T_A - T_E)}$. Произведението Z се нарича термоелектрична ефективност или критерий на Йоффе и се дава с [9]:

$$Z = \frac{\alpha^2 \sigma}{K}, \quad (11)$$

σ е електрическата проводимост, а K топлинната проводимост. Тук се появява и парадоксът на термоелектричните материали при употребата има като генератори. За да бъде максимално ефективен един ТЕГ, коефициентът му Z и температурната разликата между и топлия и студения край $(T_A - T_E)$, трябва да бъде максимално висока. Но ако с цел да се увеличи електрическата проводимост σ , се увеличи на концентрацията на токоносителите, то се увеличава и топлинната проводимост K , което намалява общия коефициент Z . Причината е, че електроните са не само токоносители, но пренасят и топлина, и с увеличаването на концентрацията им се увеличава и топлинната проводимост.

В) Предаване на мощност

Теоремата на Тевенен ни позволява да представим ТЕГ като еквивалентен генератор на напрежение с е.д.н U и последователно свързано вътрешно съпротивление R_{TEG} . Така получаваме, че изходната мощност отдадена в товара е:

$$P_L = IU_L = \frac{\alpha(T_A - T_E)}{R_{TEG} + R_L} \frac{R_L \alpha(T_A - T_E)}{R_{TEG} + R_L} = \frac{(\alpha(T_A - T_E))^2}{(x + x^{-1} + 2)R_{TEG}}, \quad (12)$$

където $R_L = xR_{TEG}$. Максимална мощност в товара ще получим при минимална стойност на сумата $x + x^{-1}$, което е налице при $x = 1$; максимално отдадената мощност се получава $R_{TEG} = R_L$.

3. ЗАГУБИ ОТ ОБРАБОТВАНЕ НА СЪБРАНАТА ЕНЕРГИЯ

Микромощните токозахранвания работят при отрицателен баланс на мощността – енергията необходима при активен режим на захранваните устройства е по-голяма от моментната енергия събрана от околната среда. Тяхната реализация е възможна единствено чрез максимално оползотворяване на събраната енергия, което включва процесите трансформиране и съхранение. Трансформирането се извършва в модула за преобразуване на събраната енергия, и от неговото устройство зависи не само ефективната работа, а и въобще реализируемостта на микромощното токозахранване. Има три възможности за загуби: 1) при извличането на максималната мощност на елемента за събиране на енергия (т. 1 от фиг.1), 2) при преобразуването на събраната енергия и 3) при предаването на обработената енергия (т. 2 от фиг. 1).

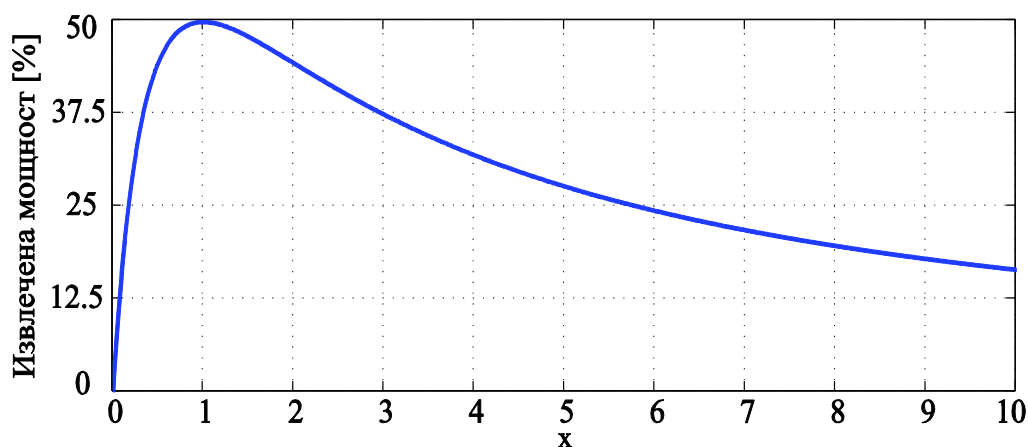
А) Оптимална работна точка

Входният импеданс на модула за преобразуване на събраната енергия (т. 1 на фиг.1) е товарен импеданс за ТЕГ и при несъгласувани импеданси възникват нежелани загуби. Предаването на максимална мощност в консуматора се осигурява по три начина, които ще бъдат описани в следващия раздел.

Извличането на максималната мощност от ТЕГ зависи от съотношението x . Фиг.3 показва зависимостта между извлечената от елемента за събиране мощност и входното съпротивление на електрониката за преобразуване. Максимална стойност на извлечената енергия се постига при $R_{TEG} = R_L$, или $x=1$.

Входният импеданс на електрониката за преобразуване зависи от реализацията на постояннотоковото преобразуване. Съществуват три подхода за реализирането му: 1) с линеен, 2) с импулсен регулатор (повишаващ [13] или понижаващ [14]) или 3) със следене за максималната работна точка [15] (MPPT tracking). Линейният подход [16] е лесен за реализация и се характеризира с ограничена гъвкавост в диапазона на изходното напрежение и високи загуби върху регулирания елемент.

Подходът с използването на импулсни регулатори (dc-dc преобразувател) позволява нисък праг на входното напрежение (от 20 mV) и по-голям диапазон на изходното напрежение. Недостатък е невъзможността да се променя входният импеданс на импулсния преобразувател, което води до загуби при прехвърляне на енергията. Импедансът е отношението на входното напрежение към входния ток и има следният вид [17]



Фиг.3. Зависимост между извлечена мощност и товарно съпротивление.

$$\frac{U_{TEG}}{I_{IN}} = \frac{2L}{t_{ON}^2 f_s} \left(1 + \frac{t_{OFF}}{t_{ON}}\right)^{-1}, \quad (13)$$

където U_{TEG} е изходното напрежение на термоелектрическият генератор, L е индуктивността на бобината на импулсния регулатор, f_s е работната честота на преобразувателя, t_{ON} е интервалът от време, когато ключовият елемент е затворен и t_{OFF} е интервалът от време, когато ключът е отворен.

Зависимостта на входното съпротивление на импулсния регулатор от честота и от времето t_{ON} води до възможност за промяна на входното му съпротивление. Единият подход е в процеса на проектиране да се вземе под внимание R_{TEG} и на свой ред да се изберат съответните параметри като f_s и t_{ON} , които да гарантират извличане на максимална мощност от ТЕГ. Другата възможност е да се реализира схема за динамично следене на работната точка, в която да се изменя параметърът f_s на регулатора при работата му.

Първият вариант е сравнително лесен за реализация. Основни недостатъци са, че вътрешното съпротивление на термоелектрическият генератор се изменя с промяна температурата, което води до загуби при предаването и, че при подмяна на термоелектрическият генератор се изисква ново проектиране.

Използването на схема за динамично следене на оптималната работната точка позволява да се реализира ефективен трансфер на енергия. Недостатъкът е голямата ѝ консумация поради наличието на цифрова обработка с DSP и цифрово-аналогови преобразуватели, което я прави практически неизползваема при мощности от порядъка на mW. Напоследък, с цел намаляване на загубите се работи върху напълно аналогови решения за реализиране на MPPT алгоритми, но и при тях има загуби на енергия. Те се реализират като се контролира напрежението на празен ход на ТЕГ и се търси неговата половина, което води до загуби на енергия [15], [18].

Б) Загуби от постояннотоковото преобразуване

Загубите от постояннотоковото преобразуване в импулсния регулатор са добре известни и изчерпателно описани в литературата [19]. Тук за пълнота на изложението ще отбележим накратко природата и причините им.

Загубите от постояннотоковото преобразуване в импулсния регулатор са сбор от два компонента: загуби от комутация и загуби от паразитни параметри на компоненти. Загубите от комутация в ключовите елементи на импулсния преоб-

разувател са в резултат на това, че напрежението и токът върху ключовия прибор едновременно са със значителни стойности, което води до загуба мощност. Загубите от паразитните параметри на компонентите поставени на пътя на преобразуване на енергията са сбор от съпротивлението на ключовия прибор в отпуснато състояние и последователните паразитни съпротивления (I^2R).

4. РЕЗУЛТАТИ

За проверка на точността на модела от (12) бе реализирана схемата от фиг.4.а. Топлата страна на генератора (TGP-751 на Micropelt) се загрява с контролиран температурен профил; на студената страна е монтиран охлаждащ алуминиев радиатор. Електрическите изводи на генератора са свързани към товар със стойност равна на R_{TEG} . Измерва се напрежението при празен ход и върху товарното съпротивление R_L . Ключът SW разкъсва веригата с честота 1 Hz.

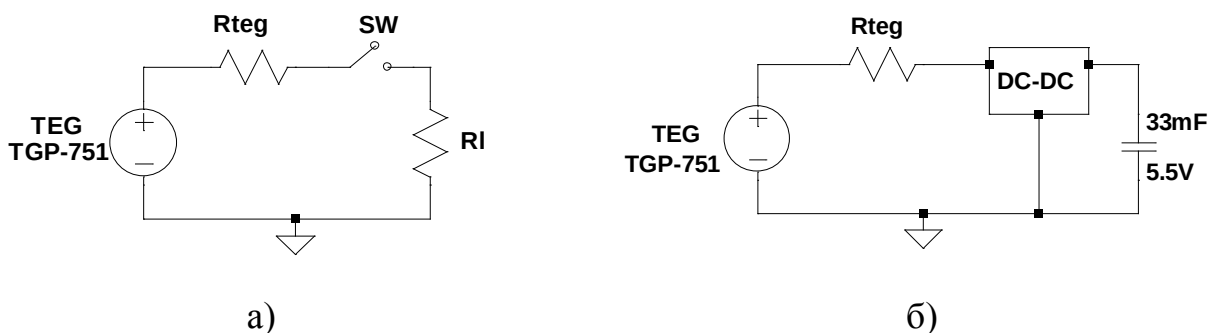
Отдадената енергия в товара от термоелектрическия генератор е равна на:

$$E = \int_0^T P_L dt = \int_0^T U_L I dt = \frac{1}{R_L} \int_0^T U_L^2 dt, \quad (14)$$

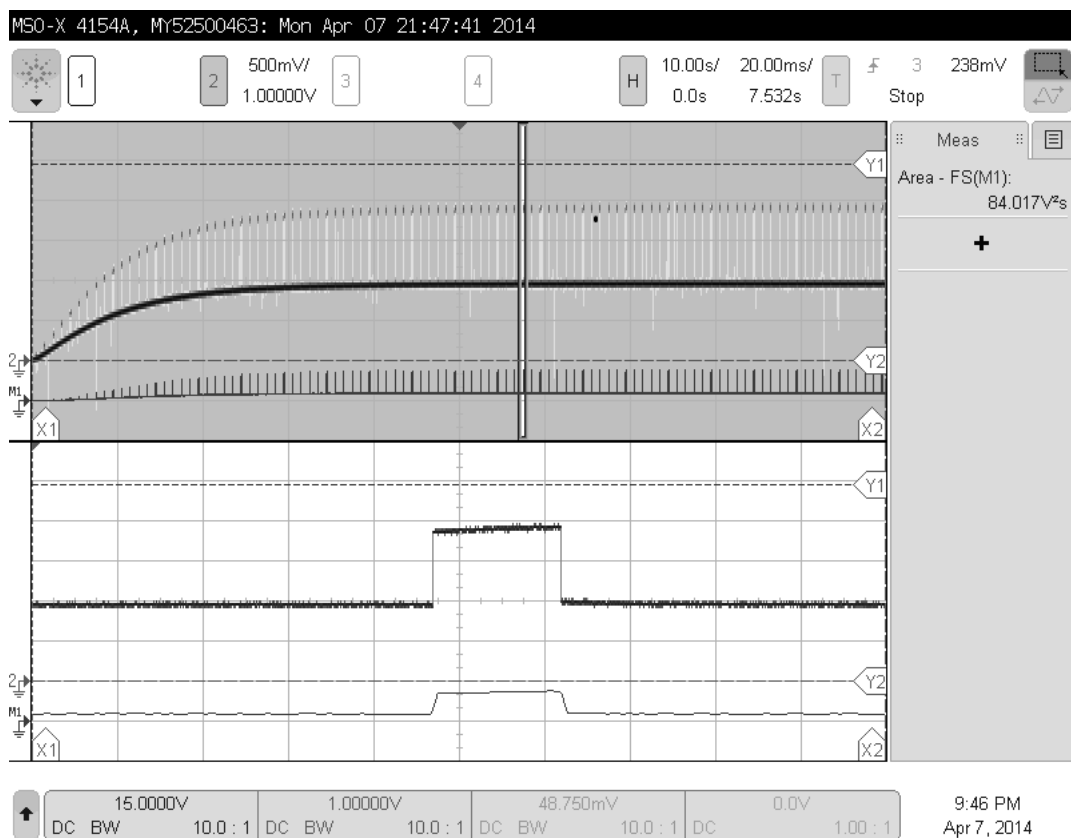
където R_L е товарното съпротивление и U_L е напрежението върху товара, T е времето на измерването. Фиг. 5 изобразява формата на напрежението върху товара от схемата на фиг.4.а, интегралът на квадрата на напрежението върху товара и увеличено изображение на напрежението (в долната част на фиг.4.а). Изваждаме добавената стойност от напрежението (фиг.5, долната част), прибавена при измерването на напрежението на празния ход на ТЕГ. Получава се, че квадратът на напрежението е $79,38 \text{ V}^2/\text{s}$ при $R_L=R_{TEG}=300 \Omega$, а отдадената енергия е 265 mJ . Фиг.4.б показва постановката за измерване на преобразуваната енергия от повишаващ dc-dc преобразувател. ТЕГ се нагрява със същия температурен профил като в предходния опит и енергията се събира в суперкондензатор (AVX - BestCap) с капацитет 33mF и еквивалентно серийно съпротивление $0,125 \Omega$. Енергията E_{cap} , съдържаща се в заряда Q на кондензатор, е равна на

$$E_{cap} = A(Q) = \int_0^Q \frac{q dq}{C} = \frac{Q^2}{2C} = \frac{1}{2} C U^2, \quad (15)$$

където A е извършената работа, за да се пренесе зарядът Q от едната плоча на кондензатора до другата, C е капацитетът на кондензатора, U е напрежението между изводите му. Напрежението на изводите на кондензатора в края на периода е равно на 2.45 V , което е 99 mJ .



Фиг.4. Постановка за измерване на събраната енергия.



Фиг.5. *Резултати от измерване на изходното напрежение.*

Използваемата енергия, преобразувана от dc-dc преобразувателя (99 mJ), е 37% от генерираната от ТЕГ (265 mJ).

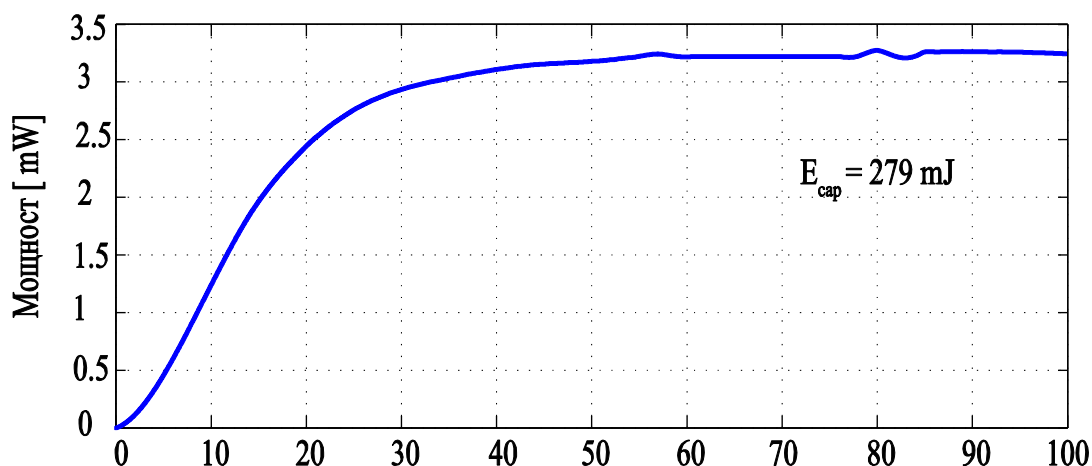
Загубите се разделят на два компонента: загуби от несъответстващи входно изходни импеданси и загуби от преобразуване от dc-dc преобразувателя. По технически данни на производителя, ефективността на преобразуване на използвания dc-dc преобразувател е 55%, от което следва, че енергията отдадена от ТЕГ върху входното съпротивление на dc-dc преобразувателя е 180 mJ. Разликата от 85 mJ, или 32% от генерираната енергия, е загубена вследствие на несъответстващите импеданси, а 31% от генерираната енергия е загубена в постояннотоковото преобразуване.

Фиг.6 показва резултата от симулацията на математическия модел на ТЕГ за получената енергия при $R_L = 300 \Omega$. Генерираната мощност е зависимата променлива, а температурната разлика приложена върху ТЕГ е независимата променлива.

Профилът на температурната разлика е снет при измерването за събраната енергия и това ни позволява да сравним данните за получената енергия от математическия модел и реалното измерване при еднакви входни данни.

Резултатът за получената енергия от математическия модел е 5% по-висок от измерената енергия. Разликата е идва от неотчитането на ефекта на Томпсон.

Той не е отразен в предложения математически модел поради неговото незначително влияние върху крайния резултат. Резултатът показва, че създаденият модел е приложим за практически изчисления.



Фиг.6. Пресметната енергия добита при промяната на коефициента на Зеебек при повишаване на температурата.

5. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В статията се изследва ефективността на микромощните токозахранвания, от топлинната енергия на околната среда. Моделиран е термоелектрически генератор и резултатите са сравнени с реално устройство. Изследвано е влиянието на съставните компоненти, както и тяхната интеграция върху цялостната ефективност на устройството.

От направените изследвания следва, че енергия се губи на три места: при преобразуване на топлинната енергия в електрическа, при екстракция на максимално количество електрическа енергия от ТЕГ и при преобразуване до подходящи за ползване параметри. В разгледания пример само 37% от генерираната енергия е достъпна в използваема форма, като 32% се губи само от свързването на два компонента.

Резултатите показват, че моделът може да се използва във фазата на проектиране за изчисляване на добива на енергия при различни температурни градиенти и различни товарни съпротивления.

ЛИТЕРАТУРА

- [1] E. D. Manolov, D. N. Nikolov, and M. H. Hristov, "Energy Harvesting Devices – Basic Technologies and Applications," *Proc. of the 26-th International Scientific Conference*, 2010
- [2] "Energy Harvesting Wireless Sensor Technology - Energy Converters and Energy Harvesters |." [online]. <http://www.enocean.com/en/energy-harvesting/>
- [3] C. Mo and J. Davidson, "Energy harvesting technologies for structural health monitoring applications," *2013 1st IEEE Conf. Technol. Sustain.*, pp. 192-198, Aug. 2013
- [4] "Wearable Monitoring Patches | Microsemi." [Online]. Available: <http://www.microsemi.com/applications/medical-wearable-wireless/>
- [5] M. H. Ouda, M. Arsalan, L. Marnat and et.al., "5.2-GHz RF Power Harvester in 0.18um CMOS for Implantable Intraocular Pressure Monitoring," *IEEE Trans. Microw. Theory Tech.*, vol. 61, no. 5, pp. 2177-2184, May 2013

- [6] M. Deterre, E. Lefeuvre, Y. Zhu, M. Woytasik, B. Bouteaud, and R. D. Molin, "Micro Blood Pressure Energy Harvester for Intracardiac Pacemaker," *J. Microelectromechanical Syst.*, pp. 1–1, 2013
- [7] A. Hande, P. Shah, J. N. Falasco, and D. Weiner, "Autonomous energy harvesting embedded sensors for border security applications", 2010.
- [8] L. E. Bell, "Cooling, heating, generating power, and recovering waste heat with thermoelectric systems.," *Science*, vol. 321, no. 5895, pp. 1457–61, Sep. 2008.
- [9] А. Ф. Иоффе, *Полупроводниковые термоэлементы*. Москва: Изд. АН СССР, p. 189, 1960
- [10] W. Seifert, M. Ueltzen, C. Strumpel, W. Heiliger, and E. Muller, "One-dimensional modeling of a Peltier element," *Proc. ICT2001. 20 Int. Conf. Thermoelectr. (Cat. No.01TH8589)*, pp. 439-443, 2001
- [11] F. Felgner, L. Exel, M. Nesarajah, and G. Frey, "Component-Oriented Modeling of Thermoelectric Devices for Energy System Design," *IEEE Trans. Ind. Electron.*, vol. 61, no. 3, pp. 1301-1310, Mar. 2014
- [12] Y. Y. Hsiao, W. C. Chang, and S. L. Chen, "A mathematic model of thermoelectric module with applications on waste heat recovery from automobile engine," *Energy*, vol. 35, no. 3, pp. 1447-1454, Mar. 2010
- [13] Linear Technology Corporation, "LTC3108 - Ultralow Voltage Step-Up Converter and Power Manager," pp. 1-22
- [14] Linear Technology Corporation, *LTC3588-1 - Piezoelectric Energy Harvesting Power Supply*, pp. 1–20, 2011.
- [15] L. Technology, "LTC3105 400 mA Step-Up DC/DC Converter with Maximum Power Point Control and 250mV Start-Up," 2011
- [16] Maxim Integrated Products Inc., "MAX17710 Energy-Harvesting Charger and Protector," 2013
- [17] S. Bandyopadhyay and A. P. Chandrakasan, "Platform Architecture for Solar, Thermal, and Vibration Energy Combining With MPPT and Single Inductor," *IEEE J. Solid-State Circuits*, vol. 47, no. 9, pp. 2199-2215, Sep. 2012
- [18] J.-P. Im, S.-W. Wang, S.-T. Ryu, and G.-H. Cho, "A 40 mV Transformer-Reuse Self-Startup Boost Converter With MPPT Control for Thermoelectric Energy Harvesting," *IEEE J. Solid-State Circuits*, vol. 47, no. 12, pp. 3055-3067, 2012
- [19] A. Pressman, K. Billings, and T. Morey, *Switching power supply design*, 3 ed. McGraw-Hill Professional, p. 848, 2009

Автор: Димитър Николов Николов, асистент, маг. инж, катедра „Електронна техника“, Факултет Електронна Техника и Технологии, Технически Университет - София, E-mail address: d.nikolov@ecad.tu-sofia

Постъпила на 10.10.2014

Рецензент доц. д-р Георги Ангелов

IEC 61499 БАЗИРАНО УПРАВЛЕНИЕ НА РЕКОНФИГУРИРАЩА СЕ ПРОИЗВОДСТВЕНА СТАНЦИЯ

Христо Карамисhev

Резюме: Появата на стандарта IEC 61499 доведе до разширяване на свойствата на системите за управление основно в три направления – възможност за разработване на разпределени системи за управление, увеличаване на комуникационните възможности и динамично реконфигуриране на системата. В настоящата статия е предложена нова конфигурация на станция Festo MPS Processing, като е разработено IEC 61499 - базирано управление за нея.

Ключови думи: стандарт IEC 61499, системи за управление, реконфигуриране, производствена станция

IEC 61499-BASED CONTROL OF RECONFIGURABLE PROCESSING STATION

Hristo Karamishev

Abstract: The occurrence of IEC 61499 standard led to the expansion of control system properties mainly in three directions – possibility to develop a distributed control systems, increasing communication capabilities and dynamic reconfiguration of the system. In this paper a new configuration of Festo MPS Processing station is proposed and IEC 61499 based control system for her is developed.

Keywords: IEC 61499 Standard, control systems, reconfiguration, processing station

1. ВЪВЕДЕНИЕ

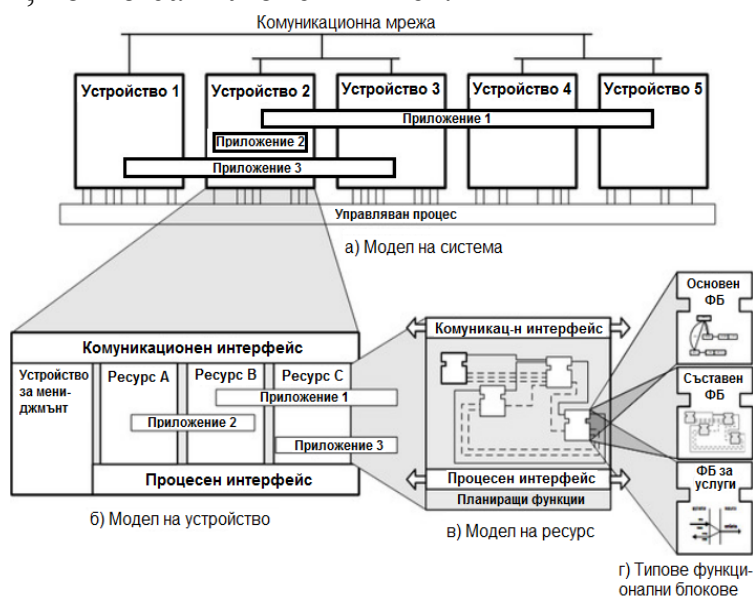
С появата на стандарта IEC 61499 е налице стандарт за проектиране на разпределени системи за управление с функционални блокове [1, 2]. Стандартът IEC 61499 дефинира как могат да се използват функционалните блокове в разпределени системи за измерване и управление на индустриални процеси, като може да подпомогне решаването на част от проблемите при семантичната интеграция [1]. Предлаганите в стандарта методи позволяват разработката на модулни, многократно използваеми, компонентно-базирани, отворени и независими решения, и тяхната комбинация в разпределените системи за управление. Като резултат се създават реконфигуриращи се системи, притежаващи важните свойства: оперативна съвместимост, преносимост и способност за реконфигуриране, чието постигане е една от основните причини за появата на стандарта IEC 61499 [3].

2. РЕФЕРЕНТНИ МОДЕЛИ, ДЕФИНИРАНИ В СТАНДАРТА IEC 61499

Създаването и поддръжката на IEC 61499-базирани модели за управление би довело до [4]: намаляване на цената на системата за управление; редуциране на времето за имплементация; по-ниска цена на хардуерните компоненти.

Стандартът IEC 61499 включва съвременни софтуерни технологии, като например [5]: капсуловане на функционалност, компонентно-базирано проектиране на системи за управление, събитийно-управляемо изпълнение на моделите за управление, както и разпределяне на функционалност.

Основните модели, дефинирани в стандарта IEC 61499, чрез които могат да се създават разпределени и реконфигуриращи се системи за управление са обобщени на фиг.1. Стандартът IEC-61499 описва три типа модели на функционални блокове – основни функционални блокове (Basic Function Blocks), съставни функционални блокове (Composite Function Blocks) и функционални блокове за услуги (Service Interface Function Blocks). Моделът на основния ФБ е главна структурна единица, дефинирана в стандарта. С мрежа от функционални блокове се създават моделите на приложението (Application), което може да се разпределя между различни устройства (Devices), както и ресурси (Resources). Моделът на системата включва в структурата си всички модели, дефинирани от стандарта, като дефинира връзките между комуникиращи помежду си устройства и приложения, които са включени в нея.



Фиг.1. Референтни IEC-61499 базирани модели [6]

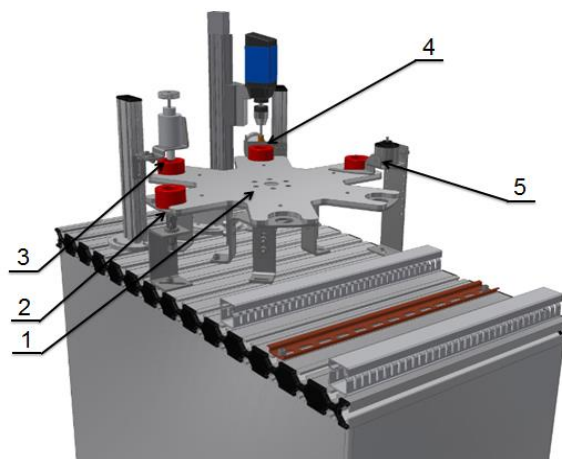
3. ПРОИЗВОДСТВЕНА СТАНЦИЯ FESTO

Конфигурацията на базовия вариант на обработващата станция, която съответства на станцията FESTO MPS Processing, има компоновката, представена на фиг.2.

Компонентите, включени в станцията са:

1. Делителна шестпозиционна въртяща се маса;
2. Входна/първа позиция на масата със сензор за постъпил детайл;

3. Сензор за постъпил детайл, тестващ модул;
4. Сензор за постъпил детайл, фиксиращ модул и обработващ модул;
5. Изходна/четвърта позиция на масата и изтласкващ модул.



Фиг.2. Компоновка на станция FESTO MPS Processing [7]

Модулите за компоноване на базовия вариант на станцията са представени на фиг.3÷ фиг.7 [7]. Станцията е окомплектована със следните модули: модул „Делителна шестпозиционна въртяща се маса“ (фиг.3), „Тестващ модул“ (фиг.4), „Фиксиращ модул“ (фиг.5), „Модул вертикална вретенна глава“ (фиг.6) и „Изтласкващ модул“ (фиг.7).



Фиг.3.

Модул „Делителна шестпозиционна въртяща се маса“



Фиг.4.

„Тестващ модул“



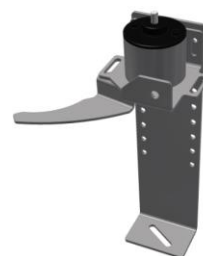
Фиг.5.

„Фиксиращ модул“



Фиг.6.

„Модул вертикална вретенна глава“



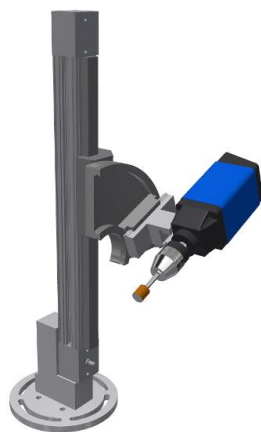
Фиг.7.

„Изтласкващ модул“

4. РЕКОНФИГУРИРАНЕ НА КОМПОНОВКАТА НА ПРОИЗВОДСТВЕНАТА СТАНЦИЯ

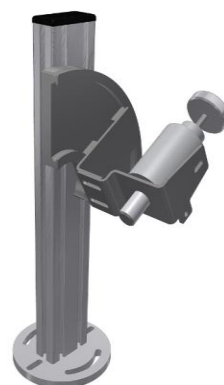
За увеличаване на технологичните възможности и създаване на реконфигурираща се производствена станция са разработени два нови модула:

- „Модул вретенна глава тип Полуарка“ (фиг.8) - с възможност за обработване на произволно разположени повърхнини в обхвата $0^\circ \div 90^\circ$;
- „Модул тестващ тип Полуарка“ (фиг.9) - с възможност за контрол на произволно разположени повърхнини в обхвата $0^\circ \div 90^\circ$.



Фиг.8.

„Модул вретенна глава тип Полуарка“



Фиг.9.

„Модул тестващ тип Полуарка“

С разработените два нови модула, компоновката на станцията може да се реконфигурира, като тук е предложен варианта, представен на фиг.10, включващ следните компоненти:

А. Първа входно-изходна позиция на масата; **1.** Делителна шестпозиционна въртяща се маса;

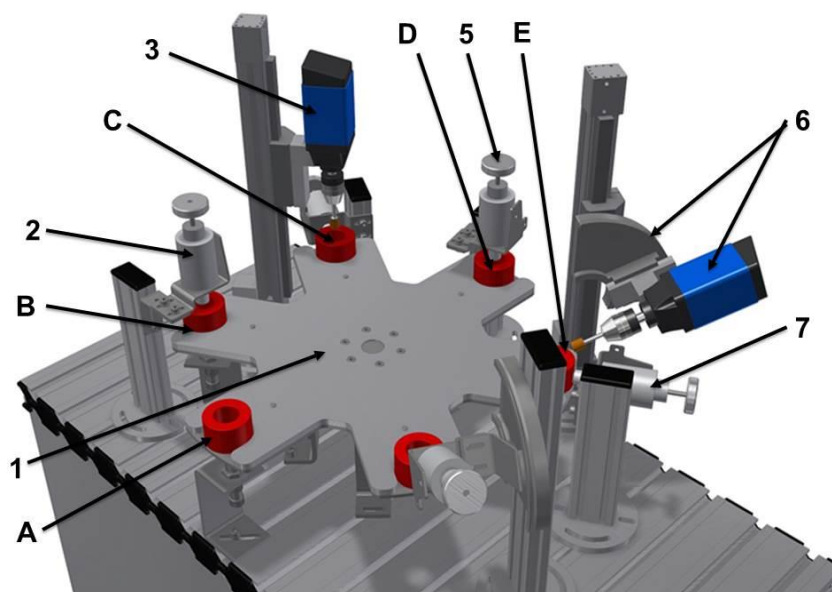
В. Втора позиция на масата; **2.** „Тестващ модул първи“;

С. Трета позиция (първа обработваща); **3.** „Модул вертикална вретенна глава“; **4.** „Фиксиращ модул първи“;

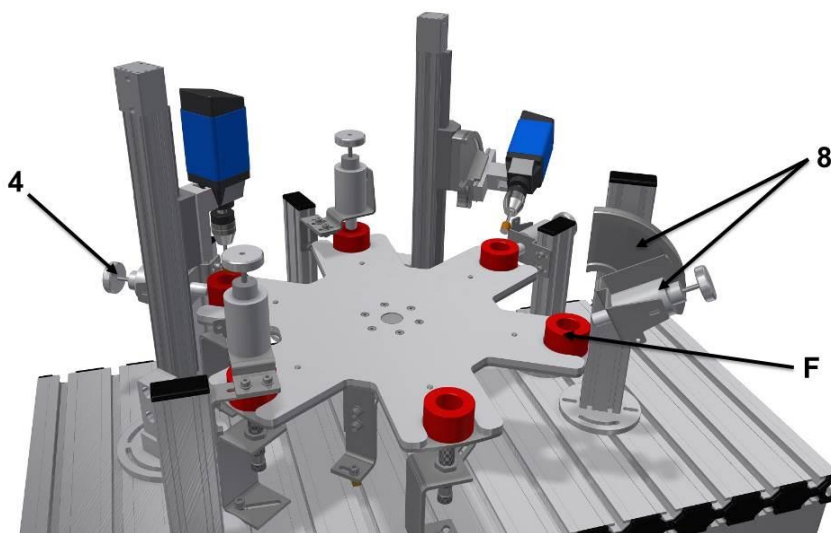
Д. Четвърта позиция; **5.** „Тестващ модул втори“;

Е. Пета позиция (втора обработваща); **6.** „Модул вретенна глава тип Полуарка“; **7.** „Фиксиращ модул втори“;

Ф. Шеста позиция; **8.** „Модул тестващ тип Полуарка“.



Фиг.10.а. Реконфигурируем вариант на станция FESTO

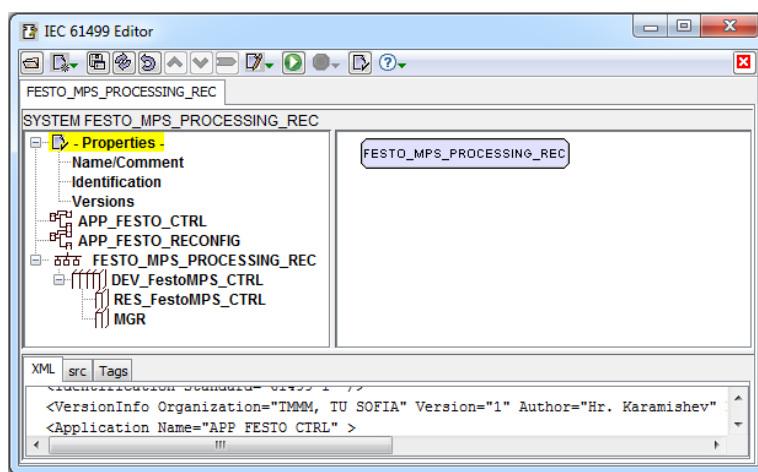


Фиг.10.6. Реконфигурируем вариант на станция FESTO

5. IEC 61499-управление на производствената станция

Управлението на реконфигурируемия вариант на производствена станция FESTO е базирана на моделите, дефинирани в стандарта IEC 61499. На фиг.11 е дадена IEC 61499 базираната система за управление на станцията. Моделите, които са включени в системата са:

- **APP_FESTO_CTRL** - приложение за управление на станцията;
- **APP_FESTO_RECONFIG** - приложение за реконфигуриране на управлението на станцията;
- **DEV_FestoMPS** - устройство за управление на станцията;
- **RES_FestoMPS** - ресурс за управление на станцията;
- **MGR** - ресурс за отделено управление на ресурса за управление на станцията.



Фиг.11. Интерфейс на системата

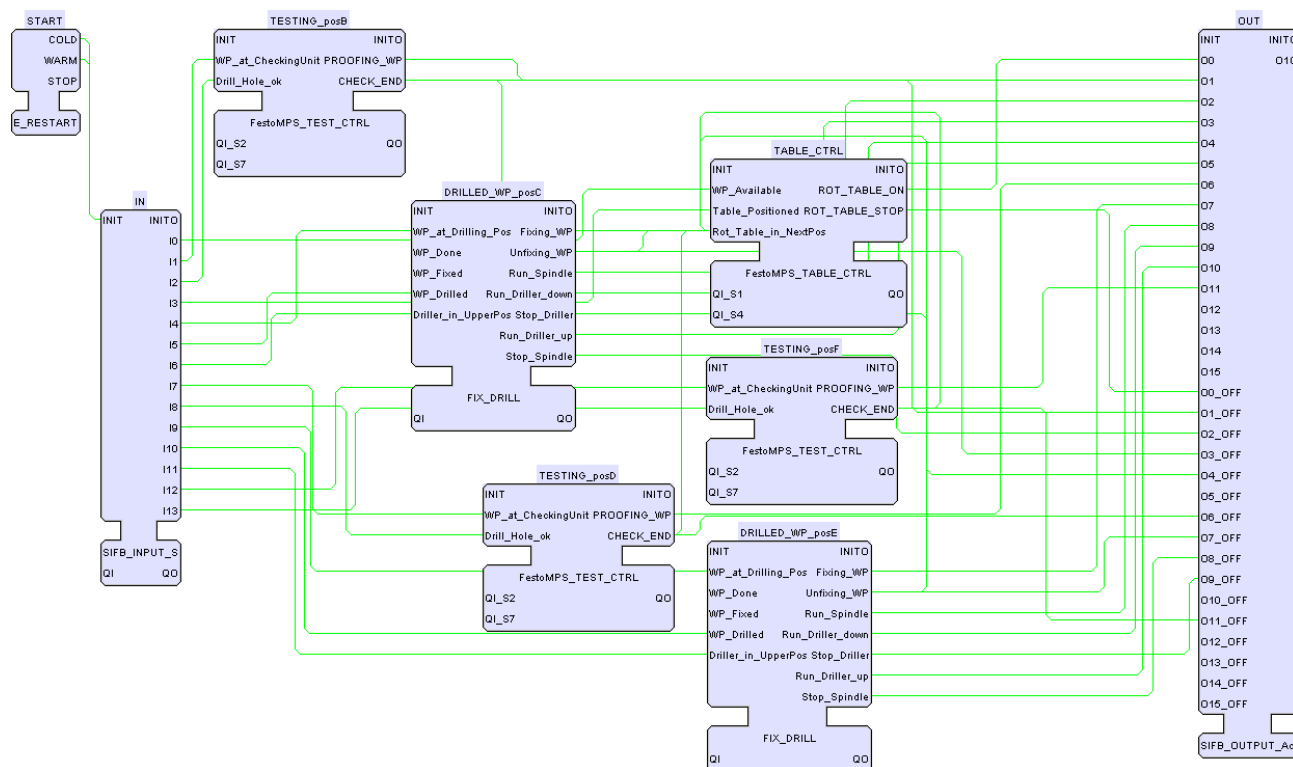
Устройството “**DEV_FestoMPS**” е тип **RMT_DEV** за мениджмънт на отдалечен

тип устройство. В устройството са включени два ресурса – “**RES_FestoMPS**” и “**MGR**”. Ресурсът “**RES_FestoMPS**” съдържа управлението на операциите, които трябва да изпълни управляващото устройство и се програмира да е тип вграден ресурс **EMB_RES**. Ресурсът “**MGR**” е тип **RMT_RES** и е предназначен за отдалечен мениджмънт на ресурса “**RES_FestoMPS**”. Управлението на устройството се изпълнява чрез ресурса “**MGR**”, който е включен в типа устройство **RMT_DEV**.

Управлението на станцията се осъществява от ресурса “**RES_FestoMPS**”, представен на фиг.12. Последователността на работа е следната.

А. Постъпване на нов детайл във входно/изходната позиция на станцията А

При постъпване на детайл (Д) в поз.А на станцията, сигналът от сензор **S1** постъпва на вход **I0** на входния интерфейс ФБ за услуги (ИФБУ) “**IN**”. Този сигнал се подава в събитийн вход **WP_Available** на ФБ за управление на въртящата се маса “**TABLE_CTRL**”. Генерира се изходно събитие **ROT_TABLE_ON** към изход **O0** на изходен ИФБУ “**OUT**”, чрез който се включва електромотора на масата **M1**.



Фиг.12. IEC 61499-ресурс за управление на производствената станция

Б. Постъпване на детайла във втора позиция В

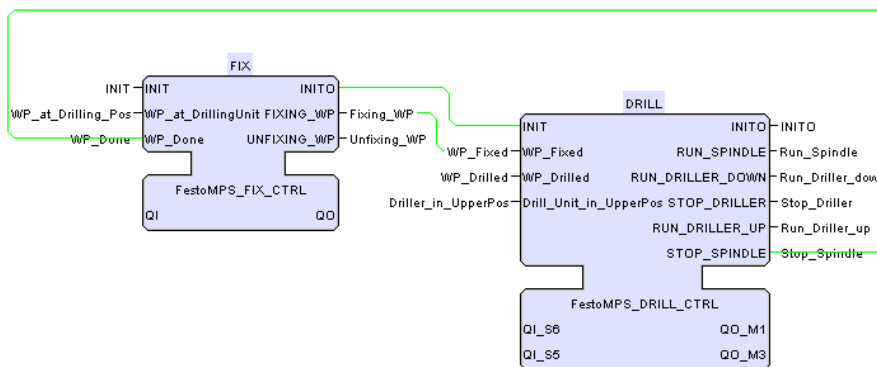
Масата се завърта на 60°. При завъртане на масата на една позиция от сензор **S2** (предназначен за създаване на сигнал за точно позициониране на масата в съответните позиции) постъпва сигнал на вход **I3** на станцията указващ позициониране на масата. Чрез входният ИФБУ постъпва сигнал в събитийн вход **Table_Positioned** на ФБ за управление на въртящата се маса “**TABLE_CTRL**”.

Генерира се изходно събитие **ROT_TABLE_STOP**, което се подава към събитийен вход **O0_OFF** на изходния ИФБУ “**OUT**” за изключване на електромотора на масата **M1**. Масата се позиционира и **Д** постъпва във втора позиция **В**. Тук се прави проверка за правилното установяване на **Д**.

Сензорът **S3** регистрира детайла и сигналът от него, чрез входа **I1** постъпва във вход **WP_at_ChekingUnit** на ФБ за проверка на детайла в поз. **В** – „**TESTING_PosB**“. Генерира се изходно събитие **PROOFING_WP**, което се подава към вход **O1** на изходен ИФБУ “**OUT**”. Включва се първи тестваш механизъм **M2**. При крайно долно положение на тестера се създава сигнал от сензор **S4**, през входа **I2**, се подава към събитийен вход **Drill_Hole_ok**, показващ, че тестовата процедура на детайла е завършила и резултатът от нея е положителен. Генерира се изходно събитие **CHECK_END**. То се подава към събитийен вход **O1_OFF** на изходния ИФБУ за изключване на първи тестваш механизъм. Изходното събитие **CHECK_END** на ФБ “**TESTING_PosB**” се явява и входно събитие **Rot_Table_in_NextPos** на ФБ “**TABLE_CTRL**”. Генерира се изходно събитие **ROT_TABLE_ON** за завъртане на делителната маса на 60°.

В. Постъпване на детайла в трета позиция С

Трета позиция е обработваща, като в нея има фиксиращ модул за установяване на детайла в позицията и модул „Вертикална вретенна глава“ – за изпълнение на предвидената технологична операция в позицията. За управлението на двата модула в позицията е създаден съставен ФБ „**Fix_Drill**“, който съдържа екземпляри на функционалните блокове за управление на фиксиращия “**FIX**” и обработващия модул „**DRILL**“, както е показано на фиг.13.



Фиг.13. Мрежа от блокове на съставен ФБ „**Fix_Drill**“

При постъпване на **Д** в поз.С на станцията, сензорът **S5** подава сигнал, който постъпва на вход **I4** на станцията. Чрез входния ИФБУ “**IN**” постъпва сигнал в събитийен вход **WP_at_DrillingUnit** на ФБ за управление на модулите в поз. **С** – “**DRILLED_WP_posC**”. Детайлът се фиксира чрез фиксиращия механизъм след генериране на изходно събитие **FIXING_WP**. Този сигнал се подава към събитийния вход **WP_Fixed** на ФБ “**DRILL**” и към събитийен вход **O3** на изходния ИФБУ “**OUT**”, чрез който се управлява изпълнителния механизъм (соленоид) на фиксиращия модул **M4**. След фиксиране на детайла на събитийния вход **WP_Fixed** на ФБ “**DRILL**” постъпва сигнал. Генерира се изходно събитие **RUN_SPINDLE** за включване на главния електромотор (движението на рязане). Този сигнал се подава към събитийен вход **O2** на изходен ИФБУ “**OUT**”, управ-

ляващ главния електромотор на пробивния модул **M3**. Функционалният блок **“DRILL”** е програмиран така, че след включване на главното движение се включва електромоторът за подавателно движение за линейно преместване на вретения модул към детайла. Генерира се изходно събитие **RUN_DRILLER_DOWN**. Този сигнал се подава към събитийен вход **O4** на изходния ИФБУ **“OUT”**, чрез който се управлява подавателният електромотор на пробивния модул **M5** за движение от горна към долна позиция. При достигане на вретенната глава до сензора **S6** се подава сигнал към вход **I5** на станцията. Чрез входния ИФБУ постъпва сигнал в събитийен вход **WP_Drilled** на ФБ за управление на пробивния модул **“DRILL”**. Генерира се изходно събитие **STOP_DRILLER**. Сигналят се подава към събитийен вход **O4_OFF** на изходния ИФБУ и електромотора **M5** се изключва. След изключване на електромотора за подавателно движение и изчакване на технологично време $T=1s$ се включва електромоторът **M5** с реверсиращо движение за отвеждане на инструмента в крайно горно положение. Генерира се изходно събитие **RUN_DRILLER_UP**. Този сигнал се подава към събитийен вход **O5** на изходния ИФБУ. При достигане на вретения модул в крайно горно положение, сензор **S7** изпраща сигнал към вход **I3** на станцията. Чрез входния ИФБУ сигналят се изпраща в събитийен вход **Driller_in_UpperPos** на ФБ за управление на пробивния модул **“DRILL”**. Генерира се изходно събитие **STOP_DRILLER**, като се подава към събитийен вход **O4_OFF** на ИФБУ и електромотора **M5** се изключва. Генерира се също и изходно събитие **STOP_SPINDLE** за спиране на въртенето на инструмента, като сигнала се подава към събитийен вход **O2_OFF** на изходен ИФБУ. Сигналят **STOP_SPINDLE** се подава и към събитийен вход **WP_Done** на ФБ за управление на фиксиращия модул **“FIX”**. Генерира се изходно събитие **UNFIXING_WP**. Този сигнал се подава към събитийен вход **O3_OFF** на изходен ИФБУ **“OUT”**, управляващ изпълнителния механизъм на фиксиращия модул **M4**. Събитийният изход **UNFIXING_WP** на ФБ **“DRILLED_WP_posC”** се свързва и към събитийния вход **Rot_Table_in_NextPos** на ФБ **“TABLE_CTRL”**. Когато постъпи сигнал в него, се генерира изходно събитие **ROT_TABLE_ON**, за завъртане на масата, съответно **D** на следващата позиция.

Г. Постъпване на детайла в четвърта позиция **D**

В четвърта позиция **D** се изпълнява контрол на обработената вертикална повърхнина на **D**. Сензорът **S8** установява детайла и сигналят от **I7** постъпва във вход **WP_at_ChekingUnit** на ФБ за проверка на детайла в поз. **D** -, **“TESTING_PosD”**. Генерира се изходно събитие **PROOFING_WP**, което се подава към вход **O6** на изходен ИФБУ **“OUT”**. Включва се втори тестващ механизъм **M6**. При крайно долно положение на тестера се създава сигнал от сензор **S9**, през входа **I8**, се подава към събитийен вход **Drill_Hole_ok**. Генерира се изходно събитие **CHECK_END**, което се подава към събитийен вход **O6_OFF** на изходния ИФБУ за изключване на втори тестващ механизъм. Изходното събитие **CHECK_END** на ФБ **“TESTING_PosB”** се явява и входно събитие **Rot_Table_in_NextPos** на ФБ **“TABLE_CTRL”**. Генерира се изходно събитие **ROT_TABLE_ON** за завъртане на делителната маса на 60° .

Д. Постъпване на детайла в трета позиция Е

В пета позиция се изпълнява обработване на повърхнина в обхвата $0^{\circ} \div 90^{\circ}$. Завъртането на вретенната глава на необходимият ъгъл се изпълнява предварително. Управлението на модулите в тази позиция е аналогично на това в поз. С. При постъпване на Д в поз.Е на станцията, сензорът **S10** подава сигнал, който постъпва на вход **I9** на станцията. Сигналят постъпва в събитиеен вход **WP_at_DrillingUnit** на ФБ за управление на модулите в поз.Е – **“DRILLED_WP_posE”**. Детайлът се фиксира чрез фиксиращия механизъм след генериране на изходно събитие **FIXING_WP**. Този сигнал се подава към събитиеен вход **O7** за включване на втори фиксиращ модул **M7**. След фиксиране на детайла се генерира изходно събитие **RUN_SPINDLE** за включване на главния електромотор. Този сигнал се подава към събитиеен вход **O8** за включване на главния електромотор на пробивния модул **M8** в поз.Е. Генерира се и изходно събитие **RUN_DRILLER_DOWN**, което се подава към вход **O9** за включване на подавателният електромотор на пробивния модул **M9** за движение от изходно положение, към работната зона. При достигане на вретенната глава до сензора **S11** се подава сигнал от вход **I10** към събитиеен вход **WP_Drilled**, генерира се изходно събитие **STOP_DRILLER**. Сигналят се подава към събитиеен вход **O9_OFF** и електромотор **M9** се изключва. След изтичане на технологично време $T=1s$ се включва електромоторът **M9** с реверсиращо движение за отвеждане на инструмента в изходно положение. Генерира се изходно събитие **RUN_DRILLER_UP** и от събитиеен вход **O10** се включва мотора **M9**. При достигане на вретения модул в изходно положение, сензор **S12** изпраща сигнал към вход **I11** на станцията. Сигналят постъпва в събитиеен вход **Driller_in_UpperPos**, генерира се изходно събитие **STOP_DRILLER**, като се подава към събитиеен вход **O9_OFF** и електромотор **M9** се изключва. Генерира се също и изходно събитие **STOP_SPINDLE** за спиране на главното движение, като сигнала се подава към събитиеен вход **O8_OFF**. Сигналят **STOP_SPINDLE** се подава и към събитиеен вход **WP_Done** на ФБ за управление на фиксиращия модул **“FIX”**. Генерира се изходно събитие **UNFIXING_WP**. Този сигнал се подава към събитиеен вход **O7_OFF** за изключване на втори фиксиращ модул **M7**. Сигнал се подава и към събитийния вход **Rot_Table_in_NextPos** на ФБ **“TABLE_CTRL”**, генерира се изходно събитие **ROT_TABLE_ON**, за завъртане на масата, съответно Д на следващата позиция.

Е. Постъпване на детайла в четвърта позиция F

В шеста позиция **F** се проверява обработената повърхнина на Д. Сензорът **S13** установява детайла и създава сигнал, който от вход от **I12** постъпва във вход **WP_at_ChekingUnit** на ФБ за проверка на детайла в поз. **D** - **„TESTING_PosF“**. Генерира се изходно събитие **PROOFING_WP**, което се подава към вход **O11** на ИФБУ **“OUT”**. Включва се трети тестващ механизъм **M10**. При крайно положение на контролното устройство се създава сигнал от сензор **S14**, през входа **I13**, се подава към събитиеен вход **Drill_Hole_ok**. Генерира се изходно събитие **CHECK_END**, което се подава към събитиеен вход **O11_OFF** на изходния ИФБУ за изключване на трети тестващ механизъм. Изходното събитие

CHECK_END на ФБ “**TESTING_PosF**” се явява и входно събитие **Rot_Table_in_NextPos** на ФБ “**TABLE_CTRL**”. Генерира се изходно събитие **ROT_TABLE_ON** и масата се завърта на 60°. Обработеният и проверен детайл постъпва в поз.А, от където се премества към следваща станция чрез робот или манипулатор.

6. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Стандартът IEC 61499 улеснява проектирането на системи за управление, като отговаря както на нарастващите изисквания към съвременните системи за управление в реално време, така и на актуалното състояние на информационните и интернет технологии. Моделите дефинирани в стандарта подпомагат разработката на динамично реконфигуриращо се управление, което е едно от основните им предимства в сравнение с моделите, дефинирани в трета част на стандарта IEC 61131.

В настоящата статия е предложена реконфигурирана конфигурация на станция Festo MPS Processing, като е разработено IEC 61499 базирано управление за нея. Създадени са базирани на стандарта IEC 61499 приложение, ресурс и устройство за управление на станцията. Дефинирано е и приложение за динамично реконфигуриране на управлението на станцията, чието създаване предстои.

ЛИТЕРАТУРА

- [1] Lewis R. (2008), *Modelling control systems using IEC 61499*, The Institution of Electrical Engineers London, United Kingdom.
- [2] Christensen, J., *Basics concepts of IEC61499*, <http://www.holobloc.com>.
- [3] Hussain T., G. Frey (2005), *Migration of a PLC Controller to an IEC 61499 Compliant Distributed Control System: Hands-on Experiences*, ICRA'05, pp. 3995 – 4000.
- [4] IEC 61499-3 (2003), *Function Blocks for Industrial-Process Measurement and Control Systems – Part 3: Technical Report-Tutorial Information*, 23.01.2003.
- [5] Vyatkin V. (2012), *IEC 61499 Function blocks for embedded and distributed control systems design*, Second Edition, Auckland University, New Zealand, pp. 260.
- [6] <http://www.fordiac.org>
- [7] Карамисhev Хр. (2013), *Методология за изграждане, управление и диагностика на реконфигуриращи се металоурежещи машини, базирани на стандарта IEC 61499*, дисертация за присъждане на образователна и научна степен „доктор”, 226 стр.

Автор: Христо Карамисhev, гл. ас. д-р, катедра „Технология на машиностроенето и металоурежещи машини”, Машино-технологичен Факултет, Технически Университет - София, E-mail address: hristo_karamishev@tu-sofia.bg

Постъпила на 10.10.2014

Рецензент проф. д-тн Георги Попов