

**ISSN 1311-0829** 

## ГОДИШНИК НА ТЕХНИЧЕСКИ УНИВЕРСИТЕТ-СОФИЯ том 66, книга 2, 2016

МЕЖДУНАРОДНА КОНФЕРЕНЦИЯ АВТОМАТИКА'2016, ФА ФАКУЛТЕТ АВТОМАТИКА 03 - 05 юни 2016 г., Созопол, България



# PROCEEDINGS OF TECHNICAL UNIVERSITY OF SOFIA Volume 66, Issue 2, 2016

INTERNATIONAL CONFERENCE AUTOMATICS'2016, FA FACULTY OF AUTOMATICS June 03 - 05, 2016, Sozopol, Bulgaria

#### РЕДАКЦИОННА КОЛЕГИЯ

главен редактор					
проф.	ДTH	Емил	НИКОЛОВ		
зам. гла	вен ред	актор			
проф.	ДΤΗ	Елена	ШОЙКОВА		
членове					
проф.	ДΤΗ	Георги	ПОПОВ		
проф.	ДΤΗ	Иван	КОРОБКО		
проф.	дфн	Иван	УЗУНОВ		
проф.	ДΤΗ	Иван	ЯЧЕВ		
проф.	ДΤΗ	Кети	ΠΕΕΒΑ		
проф.	ДΤΗ	Ганчо	БОЖИЛОВ		
проф.	д-р	Бончо	БОНЕВ		
проф.	д-р	Евелина	ПЕНЧЕВА		
проф.	д-р	Иво	малаков		
проф.	д-р	Младен	ΒΕΛΕΒ		
проф.	д-р	Огнян	НАКОВ		
секрета	p-oprai	низатор			
инж.	инж. Мария ДУХЛЕВА				

### EDITORIAL BOARD

Editor ·	Editor -in -Chief					
Prof.	D.Sc.	Emil	NIKOLOV			
Editor ·	in -Vice	-Chief				
Prof.	D.Sc.	Elena	Shoykova			
Editors						
Prof.	D.Sc.	Georgi	POPOV			
Prof.	D.Sc.	Ivan	KOROBKO			
Prof.	D.Sc.	Ivan	UZUNOV			
Prof.	D.Sc.	Ivan	YACHEV			
Prof.	D.Sc.	Keti	PEEVA			
Prof.	D.Sc.	Gantcho	BOJILOV			
Prof.	Ph.D.	Boncho	BONEV			
Prof.	Ph.D.	Evelina	PENCHEVA			
Prof.	Ph.D.	lvo	MALAKOV			
Prof.	Ph.D.	Mladen	VELEV			
Prof.	Ph.D.	Ognyan	NAKOV			
Organ	Organizing Secretary					
Eng.	Eng. Maria DUHLEVA					

Технически университет-София София 1000, бул. "Кл. Охридски" 8 България http://tu-sofia.bg Technical University of Sofia Sofia, 1000, boul. Kliment Ohridski 8 Bulgaria http://tu-sofia.bg



© Технически Университет-София © Technical University of Sofia All rights reserved

ISSN 1311-0829

## ТЕХНИЧЕСКИ УНИВЕРСИТЕТ - СОФИЯ ФАКУЛТЕТ АВТОМАТИКА

форум

"ДНИ НА НАУКАТА НА ТУ-СОФИЯ" Созопол'2016

## МЕЖДУНАРОДНА КОНФЕРЕНЦИЯ

## АВТОМАТИКА'2016, ФА

Созопол 03.06. - 05.06.2016

#### ПРОГРАМЕН КОМИТЕТ

почетен председател Емил Николов <sup>(BG)</sup> председател Нина Николова (BG)

#### членове

			4.101000			
Петко	Петков	(BG)		Хасан	Абуайса	(FR)
Тодор	Йонков	(BG)		Даниел	Жоли	(FR)
Снежана	Йорданова	(BG)		Жил	Гонкалвес	(FR)
Валери	Младенов	(BG)		Иван	Калайков	(SE)
Емил	Гарипов	(BG)		Николай	Христов	(FR)
Пламен	Цветков	(BG)		Стефан	Козак	(SK)
Живко	Георгиев	(BG)		Алена	Козакова	(SK)
Михо	Михов	(BG)		Снежана	Терзиева	(BG)
Васил	Гълъбов	(BG)		Теофана	Пулева	(BG)
				-	•	

#### ОРГАНИЗАЦИОНЕН КОМИТЕТ

председател		
Владислав	Славов	
зам. председ	ател	
Антония	Панделова	
членове	2	
Георги	Ценов	
Александър	Ищев	
Евтим	Йончев	
Станислав	Енев	

#### ТЕХНИЧЕСКИ КОМИТЕТ

координатор Антония Панделова системен администратор Александър Маринчев организационен секретар Мая Стойчева

## TECHNICAL UNIVERSITY - SOFIA FACULTY OF AUTOMATICS

#### Forum

"DAYS OF SCIENCE OF TU-SOFIA" Sozopol'2016

#### FACULTY OF AUTOMATICS

#### **INTERNATIONAL CONFERENCE**

## AUTOMATICS'2016, FA

#### June 03 - 05, 2016, Sozopol, Bulgaria

#### **PROGRAM COMMITTEEE**

honorable chair of PC Emil Nikolov (BG) chair of PC Nina Nikolova (BG)

#### members of PC

Petko	Petkov	(BG)	Hassane	Abouaïssa	(FR)
Todor	Ionkov	(BG)	Daniel	Jolly	(FR)
Snejana	Yordanova	(BG)	Gilles	Gonçalves	(FR)
Valeri	Mladenov	(BG)	Ivan	Kalaykov	(SE)
Emil	Garipov	(BG)	Nicolai	Christov	(FR)
Plamen	Tzvetkov	(BG)	Stefan	Kozak	(SK)
Jivko	Georgiev	(BG)	Alena	Kozáková	(SK)
Mikho	Mikhov	(BG)	Snejana	Terzieva	(BG)
Vasil	Galabov	(BG)	Teofana	Puleva	(BG)

#### **ORGANIZING COMMITTEE**

chair e	of OC
Vladislav	Slavov
vice cha	ir of OS
Antonia	Pandelova
member	s of OC
Georgi	Tsenov
Aleksandar	Ishtev
Evtim	Jonchev
Stanislav	Enev

#### **TECHNICAL COMMITTEE**

coordinatorAntoniaPandelovasystem administratorAlexandarMarinchevorganizing secretaryMayaStoycheva

# СЪДЪРЖАНИЕ том 66, книга 2 автоматика

1.	Емил Николов Приложение на дробното смятане за инверсно робастно управле- ние - част I (синтез)	15
2.	Емил Николов Приложение на дробното смятане за инверсно робастно управле- ние - част II (анализ)	25
3.	Огнян Каменов. Пространствени отклонения в неинтегруемите, нелинейни, час- тни диференциални уравнения	35
4.	Огнян Каменов, Магдалина Узунова. Периодични и солитарно-вълнови решения за полуинтегруеми ево- люционни уравнения	45
5.	Ганчо Божилов Изчисляване на стационарните характеристики на асинхронни машини при използване на нелинеен модел и итеративен метод	55
6.	Дочо Цанков, Евтим Йончев, Тодор Йонков Рекуперативен импулсен преобразувател за постояннотоков дви- гател с последователно възбуждане	61
7.	Николай Братованов, Владимир Заманов Моделиране и симулация чрез SOLIDWORKS API на роботи за ма- нипулиране на силициеви пластини	71
8.	Иван Аврамов, Никола Ценов, Людмил Спиров Роботизирани системи за принудително преместване на леки ав- томобили	81
9.	Станислав Василев, Васил Балавесов	91
10.	Камен Христов, Евтим Йончев Отдалечено управление с Matlab на мрежов AC/DC импулсен пре- образувател в реално време - I част	99
11.	Камен Христов, Евтим Йончев Отдалечено управление с Matlab на мрежов AC/DC импулсен пре- образувател в реално време - II част	107
12.	Евтим Йончев, Камен Христов Анализ и синтез на трифазни синхронни АС/DC импулсни преоб- разуватели с двустранен обмен на енергия	117
13.	Владимир Христов, Георги Рачев Управление на превключваем реактивен двигател чрез размит ре- гулатор	127
14.	Емил Николов, Нина Николова, Борис Грасиани Приложение на хиперболичните репетитивни филтри в систе- мите за управление с параметрична стабилизация - част I (син- тез)	137

15.	Емил Николов, Нина Николова, Борис Грасиани. Приложение на хиперболичните репетитивни филтри в систе- мите за управление с параметрична стабилизация - част II (ана- лиз на качеството)	147
16.	Емил Николов, Нина Николова, Борис Грасиани. Робастен анализ на репетитивни параметрически компенсацион- ни системи за управление	157
17.	Павел Николов, Александър Ефремов Трансформации на Фурие и техните приложения в икономиката	167
18.	Станислав Енев. Алгоритъм за генериране на скоростни профили на движение за позициониращи приложения базирани на ПЛК	175
19.	Весела Карлова-Сергиева Системи за управление с условна обратна връзка	181
20.	Борислав Георгиев, Методи Георгиев, Ивайло Михайлов Анализ на технологичното осигуряване на обучението по индуст- риална автоматизация	189
21.	Александър Маринчев, Десислава Стоицева-Деличева, Борис Киров Интердисциплинарен подход за изследване влиянието на музика с определени честотни характеристики върху психо-физиологични- те особености на човека - част І	197
22.	Александър Маринчев Приложение на съвременни алгоритми за регулиране на ниво пос- редством LabView	205
23.	Христина Галева. План за управление на продуктивен старт като ключов фактор за успешно внедряване на системи за управление на бизнеса	213
24.	Владимир Янков Енергоефективно размито адаптивно на основа на супервайзор уп- равление на ниво	223
25.	Георги Милушев. Изчисляване на отделните земни съпротивления на система от три заземителя при безконтактен клещови метод на измерване на съпротивление	233
26.	Красимир Гълъбов, Иван Коджабашев. Обобщен алгоритъм за калибриране на енергоанализатори по нап- режение, ток и мощност	239
27.	Юлия Калъпчийска, Антония Панделова Приложения на безжичните сензорни мрежи за измерване пара- метри на околната среда	245
28.	Красимир Гълъбов, Антония Панделова, Карамфилия Василева Разработване на виртуален инструмент за оценка на неопределе- ността при калибриране на цифров волтметър	255
29.	Николай Гуров. Моделиране на превключването на мощностен превключвател с вакуумни дъгогасителни камери	263

30.	Божидар Джуджев. Математичен модел и бюджет на неопределеност на система за калибриране на акселерометри с виртуален еталон	271
31.	Цоньо Славов, Йордан Кралев, Николай Христов, Петко Петков Управление на двуколесен робот посредством линейно квадрати- чен регулатор и Н <sub>∞</sub> филтър	275
32.	Емил Гарипов. Проектиране на апериодични регулатори при неопределеност в динамиката на обекта на управление	285
33.	Цоньо Славов, Теофана Пулева, Георги Ружеков <i>Н<sub>∞</sub> управление на мощността на ветрогенератор</i>	295
34.	Камен Перев. Приложение на блочно-импулсните функции при моделиране и an- роксимация на динамични системи	305
35.	Божидар Раков, Георги Ружеков Подход за двумерно ПИД управление с декуплиращи филтри	315
36.	Андрей Йончев. Робастно многомоделно ЛМН базирано управление на система че- тири свързани резервоара	325
37.	<ul> <li>Ilya I. Beterov, Asparuh G. Markovski, Sergey M. Kobtsev, Elena A. Yakshina,</li> <li>Vasily M. Entin, Denis B. Tretyakov, Vladimir I. Baraulya, Igor I. Ryabtsev</li> <li>Digital System for Tuning and Long-Term Frequency Stabilization of a CW</li> <li>Ti:Sapphire Laser-Experimental Set-Up</li> </ul>	335
38.	<ul> <li>Ilya I. Beterov, Asparuh G. Markovski, Sergey M. Kobtsev, Elena A. Yakshina,</li> <li>Vasily M. Entin, Denis B. Tretyakov, Vladimir I. Baraulya, Igor I. Ryabtsev</li> <li>Performance of a Digital System for Tuning and Long-Term Frequency Stabilization of a CW Ti:Sapphire Laser</li> </ul>	343
39.	Stefan M. Filipov, Atanas V. Atanasov, Ivan D. Gospodinov Constrained Relative Functional Similarity by Minimizing the H <sup>1</sup> Semi-Norm of the Logarithmic Difference	349
40.	Здравко Каракехайов Управление на консумацията за вградени системи	359
41.	Стоян Кирилов, Валери Младенов. Синтез и анализ на интегратор базиран на мемристор с праг на чувствителност	365
42.	Живко Георгиев, Иван Трушев Анализ на преходни и стационарни процеси в електрически вериги при въздействия на поредица импулси	373
43.	Атанас Червенков, Тодорка Червенкова. Изследване капацитивното влияние на многопроводна линия за ви- соко напрежение	383
44.	Тодорка Червенкова, Атанас Червенков. Изследване на частни случаи на преходни процеси в предавателни линии	393

## 45. Симона Петракиева.....

Автоматично преизчисляване на коефициентите в различните форми на математическо описание на линейни пасивни четириполюсници

# CONTENTS volume 66, Issue 2

1.	Emil Nikolov. Application of Generalized Fractional Calculus in Inverse Robust Con- trol - part I (synthesis)	15
2.	Emil Nikolov. Application of Generalized Fractional Calculus in Inverse Robust Con- trol - part II (analysis)	25
3.	Ognyan Kamenov Spatial Displacements in Nonintegrable, Nonlinear Partial Differential Equations	35
4.	Ognyan Kamenov, Magdalina Uzunova. Periodic and Solitary-Wave Solutions of Partially Integrable Evolution Equations	45
5.	Gantcho Bojilov Determination of the Stationary Performances of the Induction Machines Using A Non-Linear Model and Iterative Method	55
6.	Docho Tsankov, Evtim Yonchev, Todor Ionkov Regenerative Pulse Converter for Series DC Motor	61
7.	Nikolay Bratovanov, Vladimir Zamanov. Modeling and Simulation of Robots for Semiconductor Automation by Using SOLIDWORKS API	71
8.	Ivan Avramov, Nikola Cenov, Lyudmil Spirov. Robotic systems for the Forced Relocation of Automobiles	81
9.	Stanislav Vasilev, Vassil Balavessov. An Approach to the Control of Nonholonomic Mobile Platforms	91
10.	Kamen Hristov, Evtim Yonchev. Remote Control in Matlab of AC/DC Impulse Converter in Real Time - part I	99
11.	Kamen Hristov, Evtim Yonchev. Remote Control in Matlab of AC/DC Impulse Converter in Real Time - part II	107
12.	Evtim Yonchev, Kamen Hristov Analysis and Synthesis of Three Phase Synchronous AC/DC Impulse Converters with Bilateral Energy Exchange	117
13.	Vladimir Hristov, Georgi Rachev Control of Switch Reluctance Motor by Fuzzy Controller	127
14.	Emil Nikolov, Nina Nikolova, Boris Grasiani Application of Hyperbolic Repetitive Filters in Gain Scheduling Control Systems - part I (synthesis)	137
15.	Emil Nikolov, Nina Nikolova, Boris Grasiani Application of Hyperbolic Repetitive Filters in Gain Scheduling Control Systems - part II (quality analysis)	147

16.	Emil Nikolov, Nina Nikolova, Boris Grasiani Robust Analysis of Repetitive Gain Scheduling Control Systems	157
17.	Pavel Nikolov, Alexander Efremov. Fourier Transform and its Applications in Economics	167
18.	Stanislav Enev. An Algorithm for Generating Motion Profiles for PLC-Based Positioning Applications	175
19.	Vessela Karlova-Sergieva. Control Systems with Conditional Feedback	181
20.	Borislav Georgiev, Metodi Georgiev, Ivaylo Mihaylov Analysis of Technological Laboratory Equipments for Training in Indus- trial Automation	189
21.	Alexander Marinchev, Desislava Stoitseva-Delicheva, Boris Kirov. Interdisciplinary Approach for Evaluation of Impact of Music with Spe- cific Frequency Characteristics on Psycho-Phisiological Aspects of Hu- mans - Part I	197
22.	Alexandar Marinchev Application of Modern Algorithms For Level Control with LabView	205
23.	Hristina Galeva Cut over Plan as a Key Factor for Successful Implementation of ERP Systems	213
24.	Vladimir Yankov Energy-Efficient Fuzzy Supervisor Based Adaptive Level Control	223
25.	George Milushev. Calculation of the Separate ground Resistances in a Three Point Ground- ing System Using Contactless Clamp-on Method for Measurement of the Resistances	233
26.	Krasimir Galabov, Ivan Kodjabashev Summary Algorithm for Calibration of Energy Analyzers by Voltage, Current and Power	239
27.	Julia Kalapchijska, Antonia Pandelova Applications of Wireless Sensor Network for Measuring Parameters of Environment	245
28.	Krasimir Galabov, Antonia Pandelova, Karamfilia Vasileva. Development of Virtual Instrument for Evaluation of Uncertainty at Cal- ibration of Digital Voltmeter	255
29.	Nikolay Gourov Modeling of the Switching Process of a Diverter Switch with Vacuum In- terrupters	263
30.	Bozhidar Dzhudzhev. Mathematical Model and Uncertainty Budget of System for Calibration of Accelerometers with Virtual Standard	271
31.	Tsonyo Slavov, Jordan Kralev, Nikolay Hristov, Petko Petkov $\dots$ <i>Control of Two Wheeled Robot by LQR Controller and</i> $H_{\infty}$ <i>Filter</i>	275

32.	Emil Garipov. Deadbeat Controller Design in Case of Unmodelled Plant Dynamics	285
33.	Tsonyo Slavov, Teofana Puleva, Georgi Rouzhekov. $H_{\infty}$ Power Control of Wind Turbine Generator	295
34.	Kamen Perev Application of Block-Pulse Functions for Modeling and Approximation of Dy- namical Systems	305
35.	Bozhidar Rakov, Georgi Ruzhekov Approach for Two-Dimensional PID Control with Decoupling Filters	315
36.	Andrey Yonchev Robust Multi-Model LMI Based Control of a Four Tank System	325
37.	<ul> <li>Ilya I. Beterov, Asparuh G. Markovski, Sergey M. Kobtsev, Elena A. Yakshina,</li> <li>Vasily M. Entin, Denis B. Tretyakov, Vladimir I. Baraulya, Igor I. Ryabtsev</li> <li>Digital System for Tuning and Long-Term Frequency Stabilization of a CW</li> <li>Ti:Sapphire Laser-Experimental Set-Up</li> </ul>	333
38.	<ul> <li>Ilya I. Beterov, Asparuh G. Markovski, Sergey M. Kobtsev, Elena A. Yakshina,</li> <li>Vasily M. Entin, Denis B. Tretyakov, Vladimir I. Baraulya, Igor I. Ryabtsev</li> <li>Performance of a Digital System for Tuning and Long-Term Frequency Stabilization of a CW Ti:Sapphire Laser</li> </ul>	343
39.	Stefan M. Filipov, Atanas V. Atanasov, Ivan D. Gospodinov Constrained Relative Functional Similarity by Minimizing the H <sup>1</sup> Semi-Norm of the Logarithmic Difference	349
40.	Zdravko Karakehayov. Dynamic Power Management for Embedded Systems	359
41.	Stoyan Kirilov, Valeri Mladenov. Synthesis and Analysis of an Integrator Based on a Memristor with a Sensitivi- ty Threshold	365
42.	Zhivko Georgiev, Ivan Trushev. Transient and Steady-State Analysis of Electrical Circuits Supplied by Se- quence of Impulses	373
43.	Atanas Chervenkov, Todorka Chervenkova Investigation of the Capacitive Influence of Multi-Conductor High-Voltage Line	383
44.	Todorka Chervenkova, Atanas Chervenkov         Investigation of Particularly Cases of Transients in Power Transmission Lines	393
45.	Simona Petrakieva Automatic Calculation the Coefficients in Different Mathematical Models of Linear Passive 2-Ports Networks	401

## Author's Index - Volume 66, Issue 2

	author	article		author	article
1.	Alexandar Marinchev	189, 205	35.	Kamen Perev	305
2.	Alexander Efremov	167	36.	Karamfilia Vasileva	255
3.	Andrey Yonchev	325	37.	Krasimir Galabov	239, 255
4.	Antonia Pandelova	245, 255	38.	Lyudmil Spirov	81
5.	Asparuh G. Markovski	335, 343	39.	Magdalina Uzunova	45
6.	Atanas Chervenkov	383, 393	<b>40</b> .	Metodi Georgiev	189
7.	Atanas Atanasov	349	41.	Nikola Cenov	81
8.	Boris Grasiani	137, 147, 157	<b>42</b> .	Nikolay Bratovanov	71
9.	Boris Kirov	197	43.	Nikolay Gourov	263
10.	Borislav Georgiev	189	44.	Nikolay Hristov	275
11.	Bozhidar Dzhudzhev	271	45.	Nina Nikolova	137, 147, 157
12.	Bozhidar Rakov	315	46.	Ognyan Kamenov	35, 45
13.	Denis Tretyakov	335, 343	47.	Pavel Nikolov	167
14.	Desislava Stoitseva-Delicheva	197	<b>48</b> .	Petko Petkov	275
15.	Docho Tsankov	61	49.	Sergey Kobtsev	335, 343
16.	Elena Yakshina	335, 343	<b>50</b> .	Simona Petrakieva	401
17.	Emil Garipov	285	51.	Stanislav Enev	175
18.	Emil Nikolov	15,137,147,157	<b>52</b> .	Stanislav Vasilev	91
19.	Evtim Yonchev	61,99,107,117	53.	Stefan Filipov	349
20.	Gantcho Bojilov	55	54.	Stoyan Kirilov	365
<b>2</b> 1.	George Milushev	233	55.	Teofana Puleva	295
<b>22</b> .	Georgi Rachev	127	56.	Todor lonkov	61
23.	Georgi Rouzhekov	295, 315	57.	Todorka Chervenkova	383, 393
24.	Hristina Galeva	213	<b>58</b> .	Tsonyo Slavov	275, 295
25.	Igor Ryabtsev	335, 343	59.	Valeri Mladenov	365
<b>26</b> .	Ilya Beterov	335, 343	60.	Vasily M. Entin	335, 343
27.	Ivan Avramov	81	61.	Vassil Balavessov	91
<b>28</b> .	Ivan Gospodinov	349	<b>62</b> .	Vessela Karlova-Sergieva	181
29.	Ivan Kodjabashev	239	63.	Vladimir Hristov	127
30.	Ivan Trushev	373	64.	Vladimir Baraulya	335, 343
31.	Ivaylo Mihaylov	189	65.	Vladimir Yankov	223
32.	Jordan Kralev	275	66.	Vladimir Zamanov	71
33.	Julia Kalapchijska	245	67.	Zdravko Karakehayov	359
34.	Kamen Hristov	99, 107, 117	68.	Zhivko Georgiev	373

## PROCEEDINGS OF TECHNICAL UNIVERSITY OF SOFIA Volume 66 Issue 2 (2016)

pages	articles	authors
408	45	68



### ПРИЛОЖЕНИЕ НА ДРОБНОТО СМЯТАНЕ ЗА ИНВЕРСНО РОБАСТНО УПРАВЛЕНИЕ - част I (СИНТЕЗ)

#### Емил Николов

**Резюме:** Целта на работата е изследване на възможностите за структурно конфигуриране, аналитично проектиране и анализ на качеството на нов клас системи за инверсно робастно управление с използване на оператори от обобщеното дробно смятане. Предложени са нови методи и алгоритми за аналитичен синтез. Показани са резултати от анализа на качеството и на робастните свойства на системите за инверсно робастно управление.

Контролни думи: инверсни робастни системи за управление, приложение на обобщеното дробно смятане, робастен анализ на качеството.

#### APPLICATION OF GENERALIZED FRACTIONAL CALCULUS IN INVERSE ROBUST CONTROL - part I (SYNTHESIS)

#### **Emil Nikolov**

Abstract: The aim of the work is researching the possibilities for structural configuration, analytical design and quality analysis of a new class invers robust control systems using operators from the generalized fractional calculus. New methods and algorithms for analytical synthesis are proposed. Results of the performance analysis and the robust properties of invers robust control systems are presented.

*Key words*: invers robust control systems, application of generalized fractional calculus, robust performance analysis

#### въведение

При управление в реални експлоатационни условия свойствата на обектите се променят в резултат на репараметризиращите и реструктуриращите ги промишлени смущения. Зависимостта на регулируемите им величини от външни смущения и структурно-параметрични вариации в модела на обекта създава значителни експлоатационни проблеми в достигане и запазване на качеството на системите за управление с линейни регулатори от пълен ред с фиксирани параметри. В инженерната практиката управлението (стабилизацията) с желано качество на такъв клас обекти се реализира с робастни системи или системи с робастни свойства [28]. За разлика от класическите (с регулатор от пълен ред  $R^*$ , синтезиран по изискванията за противодействие основно на сигнални въздействия) тези системи ( $\phi$ иг.1) са проектирани за ефективно противодействие и на външни сигнални (v -

натоварване, *s* -хидравлично натоварване на регулиращия орган PO, *f* -смущение по измерване), и на вътрешни структурно-параметрични смущения с. Това са фракталните *R*<sub>NE</sub>-системи (фиг.1), в които базовият регулатор *R*<sup>\*</sup><sub>NE</sub> е конфигуриран с оператори за интегриране (диференциране) от непълен ред ( $\alpha_i$ ,  $\beta_d$ ) от теорията но обобщеното дробно смятане. Функционалните възможности на  $\mathcal{R}_{NF}^{*}$ , формиращи  $u^*$ , са показани на фиг.2 в параметричен **2***D*-плот за представителна извадка от стойности на  $\alpha_i$  и  $\beta_d$  в диапазоните  $0.1 \le \alpha (\beta) \le 1.9$ . В [29] ÷ [34] са систематизирани методи на <sup>о</sup>полиномиалната рекурсивна апроксимация <sup>о</sup>и алгоритми за аналитичен синтез на *R*<sub>NE</sub>-системи при критерий оробастна устойчивост и робастно качество с вертикален профил на Nichols-характеристиката със зададени запаси на устойчивостта°.



Известна е идеята за управление с използване на вътрешен инверсен модел  $G^{\diamond}$  на обекта [1] ÷ [21]. За разлика от тази на класическата (фиг. 1), структурата на  $\mathcal{R}_{NE}^{inv}$ -сис*темата* (фиг.3) включва и *базовия регулатор*  $\mathcal{R}_{NE}^{*}$ , и инверсен на номиналния модел  $G^*$  на обекта за управление G, като  $G^{\diamond} = (G^*)_{funct}^{inv}$ . За  $\mathcal{R}_{NE}^{inv}$ -системите (фиг.3) са в сила зависимостите (1)  $\div$  (6). Управлението  $u^{inv}$  (8) е адитивно формирано от  $u_{\diamond}$  и  $u^*$ , за разлика от управлението в  $\mathcal{R}_{NE}$ -системите  $u^*$  (7). Синтезът на  $\mathcal{R}_{\scriptscriptstyle NE}^{\scriptscriptstyle inv}$ -системите се свежда основно до реализацията на  $G^{\circ}$  (при известен  $G^*$ , въз основа на който е синтезиран  $\mathcal{R}_{NE}^{*}(p)_{\{\sigma=const\}} \Leftrightarrow G^{*}(p)).$ 

$$y(p) = y_{1}(p) + y_{2}(p),$$

$$\left(y_{1}(p) = \frac{G^{\circ}(p)G(p)}{I + \mathcal{R}_{NE}^{*}(p)G(p)}y^{o}(p); y_{2}(p) = \frac{\mathcal{R}_{NE}^{*}(p)G(p)}{I + \mathcal{R}_{NE}^{*}(p)G(p)}y^{o}(p)\right), \quad (1)$$

$$y(p) = \left(\frac{G^{\diamond}(p)G(p)}{1+\mathcal{R}_{NE}^{*}(p)G(p)} + \frac{\mathcal{R}_{NE}^{*}(p)G(p)}{1+\mathcal{R}_{NE}^{*}(p)G(p)}\right)y^{\theta}(p), \qquad (2)$$

$$y(p) \underset{\{\varsigma(p)=\theta\}}{\equiv} y^{*}(p) = \left(\frac{G^{\diamond}(p)G^{*}(p)}{1+\mathcal{R}_{NE}^{*}(p)G^{*}(p)} + \frac{\mathcal{R}_{NE}^{*}(p)G^{*}(p)}{1+\mathcal{R}_{NE}^{*}(p)G^{*}(p)}\right)y^{\theta}(p); \qquad (2)$$

$$y(p) = \frac{1}{\{\varsigma(p)=0\}} y^{*}(p) = \left(\frac{1 + \mathcal{R}_{NE}(p)G^{*}(p)}{1 + \mathcal{R}_{NE}^{*}(p)G^{*}(p)}\right) y^{0}(p); \qquad , \qquad (3)$$

$$\left( \begin{array}{c} G\left(p\right)_{\{\varsigma\left(p\right)=0\}}^{\Xi} G^{\ast}\left(p\right); G^{\ast}\left(p\right) = \left( \begin{array}{c} G^{\ast}\left(p\right) \right)_{funct} \end{array} \right) \\ y\left(p\right)_{\{\varsigma\left(p\right)=0\}}^{\Xi} y^{\ast}\left(p\right) = I\left(p\right) y^{0}\left(p\right), \left( \begin{array}{c} G^{\diamond}\left(p\right) = \left( \begin{array}{c} G^{\ast}\left(p\right) \right)_{funct} \end{array} \right) \\ \end{array} \right),$$

$$(4)$$

$$G^*(p) \cdot G^{\circ}(p) \equiv I(p) \tag{5}$$

$$\left| G^{*}(j\omega) \cdot G^{\diamond}(j\omega) \right|_{\left\{ \omega \in [0,\infty) \right\}} 1; \ \angle \left( G^{*}(j\omega) \ G^{\diamond}(j\omega) \right)_{\left\{ \omega \in [0,\infty) \right\}} 0 , \qquad (6)$$

$$u^* = \varepsilon \mathcal{R}_{NE}^* = y^0 \mathcal{R}_{NE}^* - y \mathcal{R}_{NE}^* , \qquad (7)$$





#### Фиг.4.а.

Нека да се предположи хипотетично, че тази задача има решение за честотен диапазон  $\omega \in [0, \infty]$  (което е невъзможно заради неговата ирационалност). Тогава резултатите от синтеза на *R*<sub>NE</sub><sup>inv</sup>-системите при критерий (5), (6) биха били такива, каквито са илюстрирани на фиг.4 за номинален параметричен режим  $\zeta(p) \equiv 0 = const$ (3). В [33] е представено рационално решение на същата задача с използване на метод за °двойнотрансферната честотно ограничена апроксимация ° (фиг.5) и сьответстващ алгоритъм за аналитичен синтез. Решението се състои в рацио*нална апроксимация* на инверсния модел на обекта  $G^{\diamond}$  с помощта на *фрактален инверсен*  $G^{\diamond \alpha}$ -филтър от непълен ред  $\gamma$  при известен (зададен) с номиналния  $G^*$ и със смутения на най-горна граница G – модели на обекта G.

Показателни характеристики в параметричен 2D-плот на широките възможности на *фракталния инверсен*  $G^{\diamond \alpha}$  -*филтър* от непълен ред  $\gamma$  за рационална честотно ограничена в  $\omega \in [\omega_A, \omega_B]$ апроксимация на  $G^{\diamond}$  са илюстрирани на фиг.6.

Резултатите от приложението на *фрактални инверсни*  $G^{\diamond \alpha}$  -*филтри* (рационални, технически и физически реализуеми динамични системи) са представени на фиг.7. Те доказват съществуването на реално техническо решение на задачата за проектиране на инверсен модел на минимално фазови динамични системи с оператори от обобщеното дробно смятане.



Известни са робастните  $\mathcal{R}_{NE}^{rob}$ -системи с вътрешен номинален модел на обекта  $G^*$  и условна обратна връзка [22] ÷ [32]. Ефективното им противодействие на вътрешни структурно-параметрични смущения  $\varsigma$  се основава [22] ÷ [28], [33] на тяхната конфигурация (фиг.8) с допълнителна адитивна съставяща  $u_{oF}$  към  $u^*$  в  $\mathcal{R}_{NE}^{rob}$ -системите. Те съдържат базов регулатор  $\mathcal{R}_{NE}^*$  (p)  $\underset{\sigma=const}{\Leftrightarrow} G^*(p)$  от непълен ред  $\alpha_i$ ,  $\beta_d$  (настроен оптимално за априори известния  $G^*$  при локален критерий за качество

 $\sigma = const$ ) и фрактален робастен  $\mathcal{D}_F$  -филтър. Последният формира допълнителната съставяща  $u_{\mathcal{D}F}$  в управлението  $u^{rob}$  (9):



#### Фиг.8.

Фиг.10.

Проектирането на  $\mathcal{R}_{NE}^{rob}$ -системите се свежда основно до синтеза на робастните фрактални  $\mathcal{D}_{F}$ -филтри от непълен ред ( $\delta_{i}, \varphi_{d}$ ). В [31]÷[34] са представени методи и алгоритми за аналитичен синтез на  $\mathcal{D}_{F}$ -филтрите (10) с използване на оператори от обобщеното дробно смятане. Аналитичният им синтез са основава на метода на °балансното уравнение на устойчивостта° при критерий за оптималност °робастна устойчивост и минимално отклонение от номиналната траектория на параметрически несмутената система°, където G<sup>-</sup> (12) е смутеният на най-горна граница модел на обекта G, а  $\mathcal{R}_{NE}^{-}$  (11) е фрактален алгоритъм-съставен на  $\mathcal{R}_{NE}^{rob}$ .

$$u^{rob} = u^* + u_{\mathcal{D}F} = \mathcal{R}_{NE}^* \left( 1 + G^* \mathcal{D}_F \right) y^0 - \left( \mathcal{R}_{NE}^* \left( 1 + \mathcal{D}_F \right) + \mathcal{D}_F \right) y \quad , \tag{9}$$

$$\mathcal{D}_{F}\left(p\right) = \frac{u_{\mathcal{D}F}\left(p\right)}{\varepsilon^{*}\left(p\right)} = -\frac{\mathcal{R}_{NE}\left(p\right) - \mathcal{R}_{NE}^{*}\left(p\right)}{1 + \mathcal{R}_{NE}^{*}\left(p\right)G^{*}\left(p\right)},$$
(10)

$$\mathcal{R}_{NE}^{*}\left(p\right)_{\left\{\sigma=const\right\}}G^{*}\left(p\right) \quad ; \quad \mathcal{R}_{NE}^{\bullet}\left(p\right)_{\left\{\sigma=const\right\}}G^{\bullet}\left(p\right) \quad , \tag{11}$$

$$G^{\blacksquare}(p) = G^{\ast}(p) + \Delta G(p) .$$
(12)

Функционалните възможности на робастните **фрактални**  $\mathcal{D}_{F}$ -**филтри** (10), формиращи съставящата  $u_{\mathcal{D}F}$  в  $u^{rob}$  (9), са показани с техните характеристики (фиг.9) в параметричен **2D**-плот за представителна извадка от стойности на  $\delta_{i}$  и  $\varphi_{d}$  в диапазоните  $0.1 \le \delta(\varphi) \le 1.9$ .



**Целта** на настоящата разработка е да изследва възможностите за създаването на нов клас  $\mathcal{R}_{NE}^{inverob}$ -системи за инверсно робастно управление, които да съчетават адитивно инверсното управление с фрактален  $G^{\diamond\gamma}$ -филтър от непълен ред  $\gamma$ , апроксимиращ инверсния модел  $G^{\diamond} = (G^*)_{funct}^{inv}$  и робастното управление с условна обратна връзка и робастен  $\mathcal{D}_F$ -филтър от непълен ред  $(\delta_i, \varphi_d)$ , като си поставя задачите за разработване на методи и алгоритми за аналитичен синтез на  $\mathcal{R}_{NE}^{inverob}$ -системи, както и за анализ на качеството на  $\mathcal{R}_{NE}^{inverob}$ -системите.

#### СТРУКТУРЕН СИНТЕЗ НА СИСТЕМИ ЗА ИНВЕРСНО РОБАСТНО УПРАВЛЕНИЕ

В работата се предлага структурна конфигурация на нов клас  $\mathcal{R}_{NE}^{inverob}$ -системи за инверсно робастно управление (фиг.10). Те се основават на базов алгоритъм  $\mathcal{R}_{NE}^{*}$  от непълен ред  $\alpha_i$ ,  $\beta_d$  и съчетават адитивно управлението с фрактален инверсен  $G^{\diamond\gamma}$ -филтър от непълен ред  $\gamma$ , апроксимиращ инверсния  $G^{\diamond} = (G^*)_{funct}^{inv}$  модел на обекта и управлението с условна обратна връзка и робастен  $\mathcal{D}_F$ -филтър от непълен ред ( $\delta_i$ ,  $\varphi_d$ ). Алгоритмичните съставящи на предложения нов клас  $\mathcal{R}_{NE}^{inverob}$ -системи са функционално организирани с оператори за интегриране  $\circ_i$  (диференциране  $\circ_d$ ) от непълен ред от обобщеното дробно смятане. Управлението  $u^{inverob}$  (13) на  $\mathcal{R}_{NE}^{inverob}$ -системите е сума от три съставящи - тези на базовия алгоритъм  $u^*$ (7), на инверсния филтър  $u_{\diamond}$  и на робастния (10) филтър  $u_{\mathcal{D}F}$ .  $u^{inverob} = u^* + u_{\mathcal{D}F} + u_{\diamond} = y^0 \left( G^{\diamond\gamma} + \mathcal{R}_{NE}^* \left( 1 + G^* \mathcal{D}_F \right) \right) - y \left( R_{NE}^* \left( 1 + \mathcal{D}_F \right) + \mathcal{D}_F \right)$ . (13)

#### ПРОЕКТИРАНЕ НА СИСТЕМИ ЗА ИНВЕРСНО РОБАСТНО УПРАВЛЕНИЕ

Проектирането на  $\mathcal{R}_{NE}^{inverob}$ -системите за инверсно робастно управление (фиг.10) е в три фази, които не са взаимно функционално свързани. Първата от тях е синтезът на базовия регулатор  $\mathcal{R}_{NE}^{*}$  от ред  $\alpha_i$ ,  $\beta_d$ ; втората - на инверсния  $G^{\diamond \gamma}$ -филтър от ред  $\gamma$ , третата - на робастния  $\mathcal{D}_F$ -филтър от ред  $\delta_i$ ,  $\varphi_d$ .

$$\mathcal{R}_{NE}^{*} = \left(I^{\alpha}D^{\beta}\right)_{app} = \left(\frac{1+p\left(\omega_{bI}\right)^{-1}}{1+p\left(\omega_{hI}\right)^{-1}}\right)^{\alpha}\prod_{i=1}^{N}\left(\frac{1+p\left(\omega_{Ii}\right)^{-1}}{1+p\left(\omega'_{Ii}\right)^{-1}}\right) + \left(\frac{1+p\left(\omega_{bD}\right)^{-1}}{1+p\left(\omega_{hD}\right)^{-1}}\right)^{\beta}\prod_{j=1}^{M}\left(\frac{1+p\left(\omega'_{Dj}\right)^{-1}}{1+p\left(\omega_{Dj}\right)^{-1}}\right), \quad (14)$$

$$\neq \omega \left( \overline{\ell}_{a}, \overline{\ell}_{m} \right) \in \left[ \omega_{IA}, \omega_{DB} \right], \left\{ 0 < \alpha < 1 \right\}; \left\{ 0 < \beta < 1 \right\}; \mathcal{R}_{NE}^{*} \underset{\left\{ \sigma = const \right\}}{\Leftrightarrow} G^{*}$$

$$N \ge 5; \quad n' = 2 \left( l - (\pi)^{-1} P M_m^{nom} \right) ,$$
 (15)

$$\omega_{u} > 250 \ \omega_{c}; \quad \alpha(\beta) = n - n' = n - 2(\pi)^{-1} \operatorname{arc} \sin\left(GM_{m}^{nom}\right)^{-1}, \quad (16)$$

$$\omega_{IA} = 0.1 \,\omega_u \,, \,\, \omega_{DA} = 1.1 \,\omega_u \,; \,\, \lambda = \left(\omega_h \,\,\omega_b^{-1}\right)^{\left(0.1 + \alpha(\beta)\right)} \,, \tag{17}$$

$$\omega_{IB} = 0.9 \,\omega_u \,, \, \omega_{DB} = 10 \,\omega_u; \quad \eta = \left( \left( \omega_h \,\omega_b^{-1} \right)^{N^{-1}} \right)^{(0.5 - u(p^2))}, \tag{18}$$

$$\omega_{b} = 0.2 \,\omega_{A} , \,\omega_{0} = 0.85 \,\omega_{Ib}; \quad \omega_{i+1}' = (\lambda \,\eta)^{i} . \,\eta^{0.5} \,\omega_{b} , \qquad (19)$$

$$\omega_{h} = 1, 2 \omega_{B}; \quad \omega_{i+1} = (\lambda \eta)^{i} \cdot \lambda \cdot \eta^{0,5} \omega_{b} , \qquad (20)$$

$$)^{-1} > (\omega_{Ii})^{-1} > (\omega_{0})^{-1}; \quad (\omega'_{Di})^{-1} > (\omega_{Di})^{-1}, \tag{21}$$

$$\left( \omega'_{Di} \right)^{-1} > \left( \omega_{Di} \right)^{-1} > \left( \omega'_{Ii} \right)^{-1}; \quad \left( \omega'_{Ii} \right)^{-1} > \left( \omega_{Ii} \right)^{-1} > \left( \omega_{0} \right)^{-1},$$

$$(22)$$

 $(\omega'_{Ii})$ 

$$\omega_u > \omega_c; \omega_u \ge 250 \,\omega_c; \quad \omega_A > \omega_c; \quad \omega_B >> \omega_c; \quad 0.5 \,(\omega_{IA} - \omega_{DB}) \le (\omega_u - \omega_c), \quad (23)$$

$$\omega_b > \omega_c; \omega_b < \omega_A; \quad \omega_h > \omega_B; \quad (\lambda \eta)_{opt} = 3.98; \quad (\omega_h / \omega_b)_{opt} = 250 \div 600 \quad , \quad (24)$$

Предлага се проектирането на базовия регулатор  $\mathcal{R}_{NE}^*$  (14) да използва метода на °полиномиалната рекурсивна апроксимация с алгоритъм [29] ÷ [34] за аналитичен синтез (15), (16), при критерий за качество °робастна устойчивост и робастно качество с вертикален профил на Nichols-характеристиката със зададени запаси на устойчивостта°, където (17) ÷ (24) са изисквания към параметрите на (14). Използвани са означенията:

$I^{lpha}$ , $D^{eta}$	-фрактални оператори (оригинали, ирационални функции);	
$I^{\alpha} D^{\beta}$	-апроксимиращи оператори (апроксимации на оригиналите, ра-	
$I_{app}, D_{app}$	ционални функции);	
i , j	-брояч на съставящите в апроксимиращия полином (цели числа);	
MN	-брой на участващите форсиращи звена в апроксимиращия по-	
171,14	лином (цели числа);	
CM <sup>nom</sup> PM <sup>nom</sup>	-желани стойности на запаси на устойчивостта по модул и фаза	
	на проектираната номинална система;	
$(\alpha)^{-1} (\alpha')^{-1}$	-времеконстанти на участващите форсиращи звена в апрокси-	
$(\boldsymbol{\omega}_i)$ , $(\boldsymbol{\omega}_i)$	миращия полином (реални, положителни числа);	
$arDelta_u$ , $arDelta_c$	-единична честота на регулатора; срязваща честота на обекта;	
n'	-ред на модела на обекта;	
$\hat{G}$ *, $e^{- au^* p}$	-рационална ирационална съставящи в номиналния модел G*;	
$arnothing_{b}$ , $arnothing_{h}$	-най-ниска и най-висока честота на апроксимацията;	
${\cal O}_{A}$ , ${\cal O}_{B}$	-долна и горна честота на диапазона на апроксимацията;	
$\lambda$ , $\eta$	-рекурсивни фактори (показатели на рекурсията).	

Предлага се проектирането на *инверсния*  $G^{\diamond \gamma}$ -филтър от ред  $\gamma$  (25), апроксимиращ инверсния модел на обекта  $G^{\diamond}$ , да бъде по метода на одвойнотрансферната честотно ограничена апроксимация с алгоритъм (26),(27) за аналитичен синтез [33], където (28)÷(33) са изисквания към параметрите на (25).

$$G^{\diamond}(j\omega)_{\{\omega \in [\omega_{A},\omega_{B}]\}}G^{\diamond\gamma}(j\omega) \equiv D^{\gamma}_{\omega} = k_{0}\left(\frac{1+(\omega_{b})^{-1}j\omega}{1+(\omega_{b})^{-1}j\omega}\right)^{\gamma}\prod_{i=1}^{N}\frac{(1+(\omega_{i})^{-1}j\omega)}{(1+(\omega_{i})^{-1}j\omega)}, \quad (25)$$
$$\forall \omega \in [\omega_{A},\omega_{B}], \{\gamma > I_{i}\}; (\omega_{i}^{\prime})^{-1} > (\omega_{i}^{\prime})^{-1}$$

$$N \ge 3 ; k_0 = k^{-1} ; \quad \gamma = \left| \angle \left( G^* \left( j \, \omega_c \right) \right)^o \right| \left( 90^o \right)^{-1} , \qquad (26)$$

$$25 \omega_c \le \omega_u \le 20 \omega_c; \quad \left(\omega_b \omega_h\right)^{1/2} = \omega_u, \tag{27}$$

$$\omega_{A} = 0.1 \,\omega_{u} ; \quad \lambda = \left(\omega_{h} \,\omega_{b}^{-1}\right)^{\left(0.1+\gamma\right)}, \tag{28}$$

$$\boldsymbol{\omega}_{B} = 10 \; \boldsymbol{\omega}_{u}; \quad \boldsymbol{\eta} = \left( \left( \; \boldsymbol{\omega}_{h} \; \boldsymbol{\omega}_{b}^{-I} \; \right)^{N^{-I}} \; \right)^{\left( 0.9 - \gamma \right)}; \tag{29}$$

$$\omega_{b} \ll \omega_{A}; \quad \omega_{b} = 0.2 \; \omega_{A}; \quad \omega_{i+1}' = (\lambda \eta)^{i} \cdot \eta^{0,5} \; \omega_{b}; \qquad (30)$$

$$\omega_h \gg \omega_B, \omega_h = 1, 2 \omega_B; \quad \omega_{i+1} = (\lambda \eta)^i \cdot \lambda \cdot \eta^{0,5} \omega_b; \qquad (31)$$

$$15 \,\omega_c \le \omega_u \le 20 \,\omega_u; \qquad \omega_A > \omega_c; \qquad \omega_B >> \omega_c; \qquad 0.5 \left(\omega_{IA} - \omega_{DB}\right) \le \left(\omega_u - \omega_c\right) \qquad (32)$$

$$\omega_b > \omega_c; \omega_b < \omega_A; \qquad \omega_h > \omega_B; \quad (\lambda\eta)_{opt} = 3.98; \quad (\omega_h / \omega_b)_{opt} = 250 \div 600. \tag{33}$$

Предлага се проектирането на робастния фрактален  $\mathcal{D}_F$ -филтър от ред ( $\delta_i$ ,  $\varphi_d$ ) (10) да използва метода [31] ÷[54] на °балансното уравнение на устойчивостта° при критерий за оптималност °робастна устойчивост и минимално отклонение от номиналната траектория на параметрически несмутената система°, като проектирането на съставящата  $\mathcal{R}_{NE}$  (11) в (10) се провежда аналогично на  $\mathcal{R}_{NE}^*$  (14) по алгоритъм (15), (16) въз основа на априори известния (зададен) смутен на най-горна граница модел  $G^{-}$  (12) на обекта G. Така методът на °полиномиалната рекурсивна двойнотрансферна честотно ограничена апроксимация и балансното уравнение на устойчивостта° и съответстващият му алгоритъм за аналитичен синтез при критерий за качество °робастни устойчивост и качество с минимално отклонение от номиналната траектория с вертикален профил на Nichols-характеристиката със зададени запаси на устойчивостта и инверсна честотна апроксимация° на  $\mathcal{R}_{NE}^{inverob}$ -системите (фиг.10) се обобщава с (14) ÷ (24), (25) ÷ (33), (10), (11).

#### ЧИСЛЕН ПРИМЕР

За конкретно инженерно приложение на систематизираните методи и алгоритми за аналитичен синтез на  $\mathcal{R}_{NE}^{invrob}$ -системите в работата се разглежда приложението на конфигурацията (фиг.10) за управление на индустриален обект, зададен обобщено с (34). Той се състои от последователно свързани: • експоненциален PO с акустична шумова емисия  $b_{var}$ , представен с разходна характеристика (35), нестационарна предавателна функция (36) и • технологичен процес (37). Използвани са означенията:  $w_0$ - начална скорост на флуида през PO в номинален режим; *l* - управление към PO; *q* - входна величина към технологичния процес  $a_{w_0}$ ,  $b_{w_0}$ , *n*-коефициенти;  $\tau(\varsigma)$ ,  $T(\varsigma)$ ,  $k(\varsigma)$  -променливи на закъснение, времеконстанта и предавателен коефициент като функции на  $\varsigma$ . Представителни характеристики на индустриалния обобщен обект G (34) са илюстрирани в параметричен 2Dплот на: фиг.11 (с генерирани вариации по  $s_{var}$ ,  $\tau_{var}$  и  $b_{var}$ ) и на фиг.12 (с генерирани вариации по  $l_{var}$ ,  $s_{war}$ ,  $\tau_{var}$  и  $b_{var}$ ). Номиналният G\* (38) и "параметрично смутеният на най-горна граница" G<sup>®</sup> (39) модели на G (34), са отразени на фиг.13, фиг.14 с преходни функции и честотни характеристики.

$$G = G_{1} G_{2} = \frac{\left(a_{w_{0}} p+1\right)}{\left(b_{w_{0}} p+1\right)} \cdot \frac{0.125 \left(5.25 l-1\right)^{1.85} \left(1-l\right)^{0.45 n s l}}{\left(1-s \left(1-e^{2 n \left(1-l\right)}\right)\right)^{0.5} \left(T \left(s\right) p+1\right)} \frac{k(\varsigma) e^{-\tau \left(\varsigma\right) p}}{\left(T(\varsigma) p+1\right)}$$
(34)







$$G^{*}(p) = 0.15e^{-10p} (4p+1)^{-1}, (\omega_{c} = 0.25s^{-1}; | \angle (G^{*}(j\omega_{c})) | = 195,22 \ deg), \quad (38)$$

$$G^{\bullet}(p) = 0.45. \ e^{-22p} \left(6 \ p+1\right)^{-1} \quad . \tag{39}$$

Настоящата е първата от двете части на разработката и включва: въведение, цел, задачи, постановка и решение на структурната конфигурация, методи и алгоритми за аналитичен синтез на  $\mathcal{R}_{NE}^{inverob}$ -системите за инверсно робастно управление, пример. Втората част включва разделите за: анализ на качеството в номинален и в смутен параметричен режим, честотен и времеви анализ на филтриращите свойства, робастен анализ на проектираната  $\mathcal{R}_{NE}^{inverob}$ -система за инверсно робастно управление, управление, заключение и литература.

**Автор:** Емил Николов, проф. дтн, катедра "Автоматизация на Непрекъснатите Производства", Факултет Автоматика, Технически Университет - София; E-mail address: *nicoloff@tu-sofia.bg* 

Постъпила на 23.04.2016 Рецензент: Чл. кор. проф. дтн Петко Хр. Петков



### ПРИЛОЖЕНИЕ НА ДРОБНОТО СМЯТАНЕ ЗА ИНВЕРСНО РОБАСТНО УПРАВЛЕНИЕ - част II (АНАЛИЗ)

#### Емил Николов

**Резюме:** Целта на работата е изследване на възможностите за структурно конфигуриране, аналитично проектиране и анализ на качеството на нов клас системи за инверсно робастно управление с използване на оператори от обобщеното дробно смятане. Предложени са нови методи и алгоритми за аналитичен синтез. Показани са резултати от анализа на качеството и на робастните свойства на системите за инверсно робастно управление.

Контролни думи: инверсни робастни системи за управление, приложение на обобщеното дробно смятане, робастен анализ на качеството.

#### APPLICATION OF GENERALIZED FRACTIONAL CALCULUS IN INVERSE ROBUST CONTROL - part II (ANALYSIS)

#### **Emil Nikolov**

Abstract: The aim of the work is researching the possibilities for structural configuration, analytical design and quality analysis of a new class invers robust control systems using operators from the generalized fractional calculus. New methods and algorithms for analytical synthesis are proposed. Results of the performance analysis and the robust properties of invers robust control systems are presented.

*Key words*: invers robust control systems, application of generalized fractional calculus, robust performance analysis.

#### въведение

Работата изследва възможностите за създаването на нов клас  $\mathcal{R}_{NE}^{inverob}$ -системи за инверсно робастно управление, които да съчетават адитивно инверсното управление с фрактален  $G^{\circ \gamma}$ -филтър от непълен ред  $\gamma$ , апроксимиращ инверсния модел  $G^{\circ} = (G^*)_{funct}^{inv}$  и робастното управление с условна обратна връзка и робастеми  $\mathcal{D}_F$ -филтър от непълен ред ( $\delta_i$  и  $\varphi_d$ ). Работата е представена в две неразделно свързани части. Първата включва: въведение, цел, задачи, постановка и решение на структурната конфигурация, методи и алгоритми за аналитичен синтез на  $\mathcal{R}_{NE}^{inverob}$ -системите за инверсно робастно управление, пример. Настоящата е втората част включва разделите за: анализ на качеството в номинален и в смутен параметричен режим, честотен и времеви анализ на филтриращите свойства, робастен анализ на проектираната  $\mathcal{R}_{NE}^{inverob}$ -система за инверсно робастно управление,

заключение и литература. Резултатите от проектирането с използване на систематизираните методи и алгоритми за аналитичен синтез (14)÷(24), (25)÷(33), (10), (11) на  $\mathcal{R}_{NE}$ -,  $\mathcal{R}_{NE}^{inv}$ -,  $\mathcal{R}_{NE}^{rob}$ -системите и на  $\mathcal{R}_{NE}^{invorob}$ -системата за инверсно робастно управление на представения обобщен обект (34)÷(39) са показани с (40)÷(43).

$$\mathcal{R}_{NE}^{*}(p) = I_{(p)}^{0,22} D_{(p)}^{1,22} = \frac{(6 \ p+1)}{(6 \ p)} \cdot \frac{(16709,3 \ p+1)}{(8069,8 \ p+1)} \cdot \frac{(682,1 \ p+1)}{(329,4 \ p+1)} + \frac{(0,42 \ p+1)}{(0,03 \ p+1)} \cdot \frac{(0,01 \ p+1)}{(0,001 \ p+1)}, \quad (40)$$

$$(\alpha^{*} = 0.22; \ \beta^{*} = 1.22)$$

$$G^{\diamond 2,1666}(p) \triangleq_{a} D_{\omega}^{2,1666} = 6,66 \frac{(1+8,66654762 p)(1+2,41110363 p)}{(1+1,04224394 p)(1+0,28996069 p)} \times \frac{(1+0,67078853 p)(1+0,18661879 p)(1+0,05191886 p)}{(1+0,08066941 p)(1+0,02244288 p)(1+0,00624379 p)}, \quad (41)$$

$$(\gamma = 2,1666, \omega_{u} = 4,3875 s^{-1}, \omega_{A} = 0,8775 s^{-1}, \omega_{B} = 87,75 s^{-1})$$

$$\mathcal{R}_{NE} \left(p\right) = I_{\binom{1,00}{p}} D_{\binom{0,22}{p}}^{0,22} = \frac{0,35(0,5 p+1)}{0,5 p} + \frac{5(0,16 p+1)}{(0,08 p+1)} \cdot \frac{(0,006 p+1)}{(0,003 p+1)}, \quad (42)$$

$$\mathcal{D}_{F}\left(p\right) = \left(-I_{\binom{1,00}{p}}D_{\binom{0,22}{p}}^{0,22} + I_{\binom{0,22}{p}}D_{\binom{1,22}{p}}^{1,22}\right) \left(1 + I_{\binom{0,22}{p}}D_{\binom{1,22}{p}}^{1,22} 0, 15e^{-10p}\left(4p+1\right)^{-1}\right)^{-1}.$$
(43)  
**АНАЛИЗ НА КАЧЕСТВОТО НА ПРОЕКТИРАНИТЕ СИСТЕМИ**

**В НОМИНАЛЕН И В СМУТЕН ПАРАМЕТРИЧЕН РЕЖИМ** Анализът на качеството използва следните [23], [34] аналитични методи и алгоритми: • анализ на основни показатели (44), (45) на качеството (време на регулиране  $t_{reg}$ , пререгулиране, брой пререгулирания, запас на устойчивост по модул *GM* и запас на устойчивостта по фаза *PM*) в номинален и в смутен параметричен режим чрез моделиране; • честотен (46) анализ на филтриращите свойства на системите (ефективността им да противодействат на сигнални периодични смущения с предварително известна честота) с използване на метода на алгебричната производна по направление  $\alpha_i$ ; • честотен *2D Nyquist*-робастен анализ по характеристиките на отворените и на затворените системи при априорна неопределеност за определяне на робастната устойчивост *RS* (47), робастното качество *RP* (48), запасите на робастна устойчивост  $k_{MSOL}$  (49) и на робастно качество  $k_{MPOL}$  (50) ÷ (52). За целите на сравнителния анализ на качеството (48) ÷ (52) проектираните (40) ÷ (43)  $\mathcal{R}_{NE}$ -,  $\mathcal{R}_{NE}^{inverob}$ -*системи* (фиг.1, фиг.3, фиг.8, фиг.10) са моделирани. Моделите са симулирани в номинален и в смутен параметричен режим.

$$t_{reg, (y^{0}=I(t))} \in [t_{0,95}, t_{1.05}], (0,95h(\infty) < h(t) < 1,05h(\infty)), (44)$$

$$GM = 20 \log_{10} | W^*(j\omega_{\pi}) |, [dB]; PM = -(arg(W^*(j\omega_{0})) + 180^\circ), [deg], (\omega_{\pi} \cdot arg W^*(j\omega_{\pi}) \equiv \pi; \omega_{0} \cdot | W^*(j\omega_{0}) | \equiv 1),$$
(45)



$$x_{i}^{(\omega_{p})} = \left( d e_{i} \left( \omega_{p} \right) / d \omega_{p} \right) , \qquad (46)$$

$$RS(\omega) \Rightarrow \| \eta(\omega) \ell_{m}(\omega) \|_{\infty} < 1, \forall \omega, (\omega \in [0, \infty)),$$
  
$$\omega) \Rightarrow | 1 + G^{*}(\omega) \mathcal{R}_{NE}^{i}(\omega) | > | G^{*}(\omega) \mathcal{R}_{NE}^{i}(\omega) | \overline{\ell}_{m}(\omega), (\forall \omega, \omega \in [0, \infty))$$
(47)

$$RP(\omega) \Rightarrow |\eta^*(\omega)\overline{\ell}_m(\omega)| + |e^*(\omega)v(\omega)| < 1, \forall \omega, (\omega \in [0,\infty)),$$

RS (

$$RP\left(\omega\right)_{R} \Rightarrow \min\max_{G \in \Pi} \int_{0}^{\infty} \left(\varepsilon\left(t\right)\right)^{2} dt \stackrel{c}{=} \min_{R} \max_{G \in \Pi} \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \left|\frac{1}{1+G\left(\omega\right)R\left(\omega\right)}\right|^{2} \left|\upsilon\right|^{2} d\omega$$

$$\tag{48}$$

$$k_{MSOL} \left( \omega \right) = r^{0} \left( \omega \right) \left| 1 + \mathcal{R}_{NE}^{i} \left( j\omega \right) G^{*} \left( j\omega \right) \right|^{-1} \le 1, \quad \left( \forall \omega, \omega \in [0, \infty] \right), \quad (49)$$

$$k_{MPOL} \left(\omega\right) = \left(\left|1 + \mathcal{R}_{NE}^{i}\left(j\omega\right)G^{*}\left(j\omega\right)\right| - r^{0}\left(\omega\right)\right)\left|1 + \mathcal{R}_{NE}^{i}\left(j\omega\right)G^{\bullet}\left(j\omega\right)\right|^{-1} \le 1$$

$$r^{0}\left(\omega_{i}\right) = \left|l_{a}\left(\omega_{i}\right)\mathcal{R}_{NE}^{i}\left(\omega_{i}\right)\right| = \left|l_{m}\left(\omega_{i}\right)\mathcal{R}_{NE}^{i}\left(\omega_{i}\right)G^{*}\left(\omega_{i}\right)\right|$$
(50)

$$e\left(\omega\right) = \left(I + \mathcal{R}_{NE}^{i}\left(\omega\right)G^{*}\left(\omega\right)\right)^{-1} \equiv \Phi_{y^{0}\varepsilon}\left(\omega\right), \left(e\left(\omega\right) = I - \eta\left(\omega\right)\right), \quad (51)$$

$$\eta(\omega) = R^*(\omega) G^*(\omega) \left( 1 + \mathcal{R}_{NE}^i(\omega) G^*(\omega) \right)^{-1} \equiv \Phi_{y^0 y}(\omega), \left( \eta(\omega) = 1 - e(\omega) \right).$$
(52)

Преходните функции  $y^*(t)$  и честотните характеристики  $W^*(j\omega)$  в номинален и съответно в параметрически смутен  $y^i(t,s....), W^i(j\omega,s....)$  режим като резултати от симулацията на моделите на анализираните системи са показани на фиг.15, фиг.16 и съответно на фиг.17, фиг.18. На фиг.19÷фиг.22 са илюстрирани преходните функции  $u^i(t,s....)$ , импулсните преходни функции  $i^i(t,s....)$  и честотни характеристики  $\Phi^i_{u,v^0}(j\omega,s....)$  на управлението  $u^i(7)$ ÷(9),(13) в системите.

Върху тези резултати може е приложим инструментариумът на класическия анализ на качеството на системите в номинален и смутен параметричен режим. Съотношението на количествените оценки на качеството са отразени с (53), (54). Те потвърждават превъзходството на  $\mathcal{R}_{NE}^{invorob}$ - пред  $\mathcal{R}_{NE}$ -,  $\mathcal{R}_{NE}^{inv}$ -,  $\mathcal{R}_{NE}^{rob}$ -системите.

$$t_{reg}^{invorob} \ll t_{reg}^{rob} \ll t_{reg}^{inv} \ll t_{reg}^{NE} ,$$
(53)

 $GM_{invorob} >> GM_{rob} >> GM_{inv} >> GM_{NE} \quad ; \quad PM_{invorob} >> PM_{rob} >> PM_{inv} >> PM_{NE} \quad , \qquad (54)$ 

$$\alpha_{inverse}^{(\omega_{p})}(\omega) << \alpha_{rob}^{(\omega_{p})}(\omega) << \alpha_{inv}^{(\omega_{p})}(\omega) << \alpha_{NE}^{(\omega_{p})}(\omega) , \qquad (55)$$

$$k_{MSOL}^{invorob}\left(\omega\right) > k_{MSOL}^{rob}\left(\omega\right) > k_{MSOL}^{inv}\left(\omega\right) > k_{MSOL}^{NE}\left(\omega\right), \left(\forall \omega, \omega \in [0, \infty)\right), \quad (56)$$

$$k_{MPOL}^{invorob}(\omega) > k_{MPOL}^{rob}(\omega) > k_{MPOL}^{inv}(\omega) > k_{MPOL}^{NE}(\omega), (\forall \omega, \omega \in [0, \infty)).$$
(57)

#### ЧЕСТОТЕН АНАЛИЗ НА ФИЛТРИРАЩИТЕ СВОЙСТВА НА СИСТЕМИТЕ

Характеристиките на чувствителността  $e^{i}(\omega), e^{i}(\omega, s....)$  и алгебричните производни по направление на чувствителността  $\alpha_{i}^{(\omega_{i})}(\omega), \alpha_{i}^{(\omega_{i})}(\omega, s....)$  като резултати

от симулацията на моделите на затворените  $\mathcal{R}_{NE}$ -,  $\mathcal{R}_{NE}^{inv}$ -,  $\mathcal{R}_{NE}^{rob}$ -,  $\mathcal{R}_{NE}^{inverob}$ -системи в номинален и в параметрически смутен режим са показани на фиг.23, фиг.24. Тези резултати позволяват да се приложи инструментариумът на метода на алгебричната производна за определяне и оценка на филтриращите свойства на проектираните системи. Колкото стойността на  $\alpha_i^{(\omega_p)}$  е по-малка, толкова по-ефективни са възможностите на една системата да редуцира влиянието на външни периодични смущения с  $\omega = \omega_p$ . Съотношенията на количествените оценки на филтриращи свойства са отразени с (55). Видимо е превъзходството по този показател на  $\mathcal{R}_{NE}^{inverob}$ -системите пред  $\mathcal{R}_{NE}$ -,  $\mathcal{R}_{NE}^{inv}$ -,  $\mathcal{R}_{NE}^{rob}$ -системите при едни и същи условия.



## РОБАСТЕН АНАЛИЗ НА СИСТЕМИТЕ ПРИ АПРИОРНА НЕОПРЕДЕЛЕНОСТ

Резултатите от робастния анализ на качеството по характеристиките на отворените системи за  $RS_i$  (33) са показани на фиг.25 (където  $r^o$  ( $\omega_i$ ) са радиусите на кръговете  $\pi_i$  с центрове в точките  $\omega_i$ ), а по характеристиките на затворените системи за  $RS_i$  (33) и за  $RP_i$  (34) - на фиг.26. Тези резултати доказват робастната устойчивост  $RS_i$  и робастно качество  $RP_i$  в контекста на параметричната флуктуация на  $\Delta G$  (12), заложена при синтеза на проектираните  $\mathcal{R}_{NE}$ -,  $\mathcal{R}_{NE}^{inv}$ -,  $\mathcal{R}_{NE}^{inverob}$ -системи. Резултатите от сравнителната оценка (43), (44) на количествените показатели на робастна устойчивост (фиг.27)  $k_{MSOL}$  (35) и на робастно качество (фиг.28)  $k_{MPOL}$  (36). Те са аналитично доказателство за превъзходството на  $\mathcal{R}_{NE}^{inverob}$ -системите пред  $\mathcal{R}_{NE}$ -,  $\mathcal{R}_{NE}^{inverob}$ -системите пред на същи условия.

#### АНАЛИЗ НА СОБСТВЕНИТЕ ХИДРОДИНАМИЧНИ ЕНЕРГИЙНИ ЗАГУБИ НА СИСТЕМИ ЗА УПРАВЛЕНИЕ

Собствените енергийни загуби  $E_{\Delta}^{i}$  на системите се предопределят от хидродинамичните загуби на мощност  $\Delta_{E}^{i}$  (58) в **PO**, който е неотменен елемент в индустриалните системи за управление на технологични обекти. В номинален режим на функциониране описанието на хидродинамичните загубите на мощност се определя с (59), (60), а в смутен параметричен режим - с (61), (62). Времевите и честотни характеристики на  $\Delta_{E}^{i}$  (58) на проектираните  $\mathcal{R}_{NE}$ -,  $\mathcal{R}_{NE}^{inv}$ -,  $\mathcal{R}_{NE}^{rob}$ -,  $\mathcal{R}_{NE}^{inverob}$ *системи* в параметричен **2D**-плот (с генерирани вариации по  $s_{var}$ ,  $\tau_{var}$  и  $b_{var}$ ) са илюстрирани на фиг.29 за **PO** с експоненциална разходна характеристика за номинален и параметрически смутен експлоатационен режим.

$$\Delta_{E} \equiv \Delta_{E} (l, s) = c \cdot s \cdot q (l, s), (c = \Delta P_{max} Q_{max} = const), \left[ \mathcal{P}a (m^{3} / s) = (m \cdot kg / s^{2} m^{2}) (m^{3} / s) = (m^{2} \cdot kg / s^{3}) = Watt \right],$$
(58)

$$G_{A_{E}}(p,s) = \frac{A_{E}(p)}{l(p)} = c \cdot s \cdot \frac{(a(w_{0})p+1)}{(b(w_{0}(t))p+1)} \cdot \frac{q_{exp}(l,s)}{(T(s)p+1)} ,$$
(59)

$$q_{exp}(l,s) = \left(1 - s\left(1 - e^{2n(l-l)}\right)\right)^{-0.5} , \qquad (60)$$

$$G_{A_{E}}(p,s,\tau,b) = \frac{A_{E}(p)}{l(p)} = c \cdot s \cdot \frac{\left(a\left(w_{0}\right)p+1\right)}{\left(b\left(w_{0}\left(t\right)\right)p+1\right)} \cdot \frac{q_{exp}\left(l,s,b\right)}{p\left(T\left(s\right)p+1\right)},$$
(61)

$$q_{exp}(l,s,b) = \left(1 - s\left(1 - e^{2n(l-l)}\right)\right)^{-0.5} 0.125 (5.25l-1)^{1.85} (1-l)^{0.45nsl},$$
(62)

$$E_{\Delta} = \int_{0}^{t} \Delta_{E}^{i} t \, dt \, , \, \left[ \, \mathcal{W}att. \, \&c \, \right] \, , \tag{63}$$

$$E_{\Delta}^{NE}(t) < E_{\Delta}^{rob}(t) < E_{\Delta}^{invorob}(t) < E_{\Delta}^{inv}(t)$$
(64)

$$E_{\Delta}^{NE}(t,s...) < E_{\Delta}^{rob}(t,s...) < E_{\Delta}^{invorob}(t,s...) < E_{\Delta}^{inv}(t,s...) < (65)$$



Използваният модел (34)÷(39) в разгледания числен пример на обобщен обект предоставя възможността за определяне и сравнителен анализ на собствените хидродинамични енергийни загуби (60)  $E_{A}^{i}(t)$ ,  $E_{A}^{i}(t,s....)$  на проектираните  $\mathcal{R}_{NE}$ -,  $\mathcal{R}_{NE}^{invrob}$ -,  $\mathcal{R}_{NE}^{invrob}$ -системи (45)÷(46) в номинален и параметрически смутен режим (експлоатационни условия), като се отчетат [28], [33] зависимостите (58), (62). Резултатите за собствените хидродинамични загуби (с генерирани вариации по  $s_{var}$ ,  $\tau_{var}$ - фиг.30.d) са илюстрирани на фиг.30, където паралелно с  $E_{A}^{i}(t)$ ,  $E_{A}^{i}(t,s....)$  е показано и развитието на управлението  $u^{i}$ , и на регулируемата величина  $y^{i}$  за всяка от проектираните  $\mathcal{R}_{NE}$ -,  $\mathcal{R}_{NE}^{invrob}$ -,  $\mathcal{R}_{NE}^{inverob}$ -системи. Съотношенията на собствените енергийни загуби за всяка една от разглежданите системи са (58), (59) при едни и същи условия. Те показват че по този показател  $\mathcal{R}_{NE}^{inverob}$ -системите превъзхождат само  $\mathcal{R}_{NE}^{inv}$ -системите.

#### ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Разработка изследва възможностите за създаването на нов клас  $\mathcal{R}_{NE}^{inverob}$ -системи за инверсно робастно управление, които да съчетават адитивно управлението с фрактален инверсен  $G^{\diamond \gamma}$ -филтър от непълен ред  $\gamma$ , апроксимиращ инверсния модел  $G^{\diamond} = (G^*)_{funct}^{inv}$  и робастното управление с условна обратна връзка и робастнен  $\mathcal{D}_F$ -филтър от непълен ред ( $\delta_i$  и  $\varphi_d$ ), като си поставя задачите за разработване на методи и алгоритми за аналитичен синтез на  $\mathcal{R}_{NE}^{inverob}$ -системи, както и за анализ на тяхното качество.

Новото и оригинално, представено в работата, се определя с това, че:

• е предложена нова структурна конфигурации на нов клас  $\mathcal{R}_{NE}^{invorob}$ -системи за инверсно робастно управление с използване на теорията на обобщеното дробно смятане, които принципно се отличават от известните до сега с това че съдържат в структурата си фрактален инверсен  $G^{\diamond\gamma}$ -филтър от непълен ред  $\gamma$  и робастен  $\mathcal{D}_F$ -филтър от непълен ред ( $\delta_i$  и  $\varphi_d$ );

• са предложени методи и алгоритми за аналитичен синтез на *R*<sup>*invoob*</sup>-системи за инверсно робастно управление - метод на <sup>о</sup>полиномиалната рекурсивна двойнотрансферна честотно ограничена апроксимация и балансното уравнение на устойчивостта<sup>о</sup> и съответстващият му алгоритъм за аналитичен синтез при критерий за качество <sup>о</sup>робастни устойчивост и качество с минимално отклонение от номиналната траектория с вертикален профил на Nichols-характеристиката със зададени запаси на устойчивостта и инверсна честотна апроксимация<sup>о</sup>;

• са проектирани (за конкретен числен пример) четири  $\mathcal{R}_{NE}$ -,  $\mathcal{R}_{NE}^{inv}$ -,  $\mathcal{R}_{NE}^{rob}$ ,  $\mathcal{R}_{NE}^{invorob}$ системи, които са моделирани;

• са предложени четири времеви и честотни методи за анализ и оценка на качеството, робастното качество, филтриращите свойства и собствените хидродинамични енергийни загуби на  $\mathcal{R}_{NE}$ -,  $\mathcal{R}_{NE}^{inv}$ -,  $\mathcal{R}_{NE}^{rob}$ ,  $\mathcal{R}_{NE}^{invrob}$ -*системите* за управление в номинален, в параметрически смутен режим, и при априорна неопределеност; • са потвърдени и аналитично доказани с помощта на количествените резултати от анализа на качеството: ефектът от приложението на предложения нов клас  $\mathcal{R}_{NE}^{invorob}$ -системи за инверсно робастно управление; приложимостта на метода и алгоритъма за техния аналитичен синтез; превъзходството по разгледаните по-казатели на качеството (39)÷(44) на  $\mathcal{R}_{NE}^{invorob}$ -системите пред  $\mathcal{R}_{NE}$ -,  $\mathcal{R}_{NE}^{inv}$ -,  $\mathcal{R}_{NE}^{rob}$ ,-системите за управление при едни и същи други условия.

#### ЛИТЕРАТУРА

[1] Abonyi Janos, Hans Andersen, Lajos Nagy, Ferenc Szeifert (1999), *Inverse Fuzzy-Process-Model Based Direct Adaptive Control*, Mathematics and Computers in Simulation, © 1999 Elsevier, ISSN: 0378-4754, 51 (1999), 119-132

[2] Fliess Michel, Levine J., Martin P., Rouchon P. (1995), *Flatness and Defect of Non-Linear Systems: Introductory Theory and Examples*, International Journal of Control, © 1995 Taylor & Francis, ISSN: 0020-7179, 61(6), 1327-1361

[3] Guay M., N. Peters (2006), *Real-Time Dynamic Optimization of Nonlinear Systems: A Flatness-Based Approach*, Computers and Chemical Engineering, © 2006 Elsevier, ISSN: 0098-1354, 30 (2006), 709-721

[4] Herman Przemyslaw (2007), *Inverse Dynamics Control in Terms of Unnormalized Quasi-Velocities,* Journal of the Franklin Institute, © 2007 Elsevier, ISSN: 0016-0032, 342 (2005), 25-38

[5] Ider S. Kemal (1999), *Inverse Dynamics Control of Constrained Robots in the Presence of Joint Flexibility*, Journal of Sound and Vibration, © 1999 Elsevier, ISSN: 0022-460X, (1999) 224(5), 879-895

[6] Ider S. Kemal (2005), *Inverse dynamics of Parallel Manipulators in the Presence of Drive Singularities,* Mechanism and Machine Theory, © 2005 Elsevier, ISSN: 0094-114X, 40 (2005), 33-44

[7] Jelali Mohieddine (2007), Performance Assessment of Control Systems in Rolling Mills - Application to Strip Thickness and Flatness Control, Journal of Process Control, © 2007 Elsevier, ISSN: 0959-1524,17 (2007), 631-640

[8] Kambhampati C., R.J. Craddock, M. Tham, K. Warwick (2000), *Inverse Model Control Using Recurrent Networks*, Mathematics and Computers in Simulation, © 2000 Elsevier, ISSN: 0378-4754, 51 (2000), 181-199

[9] Kharitonov A., O. Sawodny (2006), *Flatness-Based Feedforward Control for Parabolic Distributed Parameter Systems with Distributed Control*, Intern. J. of Control, © 2006 Taylor & Francis, ISSN 0020– 7179,ISSN 1366–5820, Vol. 79, No. 9 2006, 677-687

[10] Lee Se-Han, Jae-Bok Song, Woo-Chun Choi, Daehie Hong (2003), *Position Control of a Stewart Platform Using Inverse Dynamics Control with Approximate Dynamics*, Mechatronics, © 2003 Elsevier, ISSN: 0957-4158, 13 (2003), 605-619

[11] Liu Hong-Min, Xiu-Ling Zhang, Ying-Rui Wang (2005), *Transfer Matrix Method of Flatness Control for Strip mills*, Journal of Materials Processing Technology, © 2005 Elsevier, ISSN: 0924-0136, 166 (2005), 237-242

[12] Mahadevan R., Agrawal S., Doyle III F. (2001), *Differential Flatness Based Nonlinear Predictive Control of Fed-Batch Bioreactors*, Contr. Engin. Practice, © 2001 Elsevier, ISSN: 0967-0661, 9, 2001, 889-899

[13] Ng T. M., B. Farhang-Boroujeny, H. K. Garg (2003), An Accelerated Gauss-Seidel method for Inverse Modeling, Signal Processing, © 2003 Elsevier, ISSN: 0165-1684, 83 (2003), 517-529

[14] Pedrocchi Alessandra, Guido Baroni, Antonio Pedotti, Jean Massion, Giancarlo Ferrigno (2005), *Inverse dynamic investigation of voluntary leg lateral movements in weightlessness: a new microgravity-specific strategy*, Journal of Biomechanics, © 2003 Elsevier, ISSN: 0021-9290, 38 (2005), 769-777

[15] Sepehri Q. Wu, N., S. He (2002), *Neural Inverse Modeling and Control of a Base-Excited Inverted Pendulum*, Engineering Applications of Artificial Intelligence, © 2003 Elsevier, ISSN: 0952-1976, 15 (2002), 261-272 [16] Thomson Douglas, Roy Bradley (2006), *Inverse Simulation as a Tool for Flight Dynamics Research - Principles and Applications*, Progress in Aerospace Sciences, © 2006 Elsevier, ISSN: 0376-0421, 42 (2006), 174-210

[17] Tsang H. H., R. K. L. Su, A.M. Chandler (2006), *Simplified Inverse Dynamics Models for MR Fluid Dampers*, Engineering Structures, © 2006 Elsevier, ISSN:0141-0296, 28 (2006), 327-341

[18] Utz T., V. Hagenmeyer, B. Mahn (2007), *Comparative Evaluation of Nonlinear Model Predictive and Flatness-Based Two-Degree-of-Freedom Control Design in View of Industrial Application*, Journal of Process Control, © 2007 Elsevier, ISSN: 0959-1524, 17 (2007), 129-141

[19] Wolpert D. M., M. Kawato (1998), *Multiple Paired Forward and Inverse Models for Motor Control*, Neural Networks, © 1998 Elsevier, ISSN: 0893-6080, 11 (1998), 1317-1329

[20] Yavin Y. (1999), *An Extended Inverse Dynamics Control*, Applied Mathematics Letters, © 1999 Elsevier, ISSN: 0893-9659, 12 (1999), 59-62

[21] Yavin Y. (2005), *Control of the Motion of a Disk Rolling on a Curve in R3*, Computers and Mathematics with Applications, © 2005 Elsevier, ISSN: 0378-4754, 50 (2005), 855-868

[22] Томов И. Илия (1977), Адаптивно управление, София, © 1977 ДИ Техника, 256 стр.

[23] Томов И. Илия (1980), *Проектиране на системи за управление с гарантирано качество*, София, © 1980 ДИ Техника, 264 стр.

[24] Томов И. Илия (1984), *Въведение в съвременната теория на автоматичното управление*, София, © 1984 ДИ Техника, 285 стр.

[25] Томов И. Илия (1991), *Системи за оптимално и адаптивно управление*, София, © 1991 Издателство на Технически Университет, (стр.46-стр.48, Глава 5-структури с понижена чувствителност, системи с условна обратна връзка), 354 стр.

[26] Томов И. Илия, И. Т. Фингаров (1974), *Един метода за търсене на глобален екстремум* на функция, сп. Автоматика и Изчислителна Техника, София, © 1974 Съюз по Автоматика и Информатика, 1974/4

[27] Маджаров Н. Е., Илия И. Томов (1969), *Принципи на приспособяването в системите за автоматично управление*, София, © 1969 ДИ Техника, 286 стр.

[28] Nikolov E. (2003), Applied Methods for Process Control - part I (frequency methods and systems with robust performances), Sofia, © 2003 Publishing House of Technical University of Sofia, II-nd Edd., ISBN 954-438-334-4, 2003, 358 p.

[29] Nikolov E. (2004), *Fractional Order Control Algorithms and Controllers*, Sofia, © 2004 Publishing House of Technical University of Sofia, ISBN 954-438-395-6, 2004, 208 p.

[30] Nikolov E. (2004), *Special Mathematical Functions and Fractal Operators*, Sofia, © 2004 Publishing House of Technical University of Sofia, ISBN 954-438-423-5, 2004, 108 p

[31] Nikolov E., D. Jolly, N. Nikolova, B. Benova (2005), *Commande Robuste*, Sofia, © 2005 Maison d'édition de l'Université Technique de Sofia, ISBN 954-438-500-2, 216 p.

[32] Nikolov E. (2005), *Robust Control System (applied methods for process control - part II)*, Sofia, © 2005 Publishing House of Technical University of Sofia, ISBN 954-438-499-5, 144 p.

[33] Nikolov E. (2015), *Fractional Control - part 2 (application of generalized fractional calculus operators in the control systems, filters)*, Sofia, © 2015 Publishing House of Technical University of Sofia, ISBN 978 619 167 186 1, 198 p.

[34] Nikolov E. (2015), *Study of Robust Fractional Filters in Systems with a Conditional Feedback -Part I, Part II,* Journal Proceedings of the Technical University of Sofia, © 2015 Publishing House of Technical University of Sofia, ISSN 0374-342X, ISSN 1311-0829, vol. 65, book 2, 2012, pp. 77-96

**Автор:** Емил Николов, проф. дтн, катедра "Автоматизация на Непрекъснатите Производства", Факултет Автоматика, Технически Университет - София; E-mail address: *nicoloff@tu-sofia.bg* 

Постъпила на 23.04.2016 Рецензент: Чл. кор. проф. дтн Петко Хр. Петков



## ПРОСТРАНСТВЕНИ ОТКЛОНЕНИЯ В НЕИНТЕГРУЕМИТЕ, НЕЛИНЕЙНИ, ЧАСТНИ ДИФЕРЕНЦИАЛНИ УРАВНЕНИЯ

#### Огнян Каменов

**Резюме:** Прилагането на билинейно-трансформационния метод към неинтегруеми частно-диференциални еволюционни уравнения налага използването на една пространствена вариация в уравнението за конвективния флуид. Анализирани са различията и приликите в периодичните решения на трите вида моделни частно-диференциални уравнения - интегруеми, частично интегруеми и неинтегруеми.

**Ключови думи:** билинейно-трансформационен метод, оператори на Хирота,  $\theta$ тета функции на Якоби, квазипериодични трансформации, солитарни и периодични решения.

#### SPATIAL DISPLACEMENTS IN NONINTEGRABLE, NONLINEAR PARTIAL DIFFERENTIAL EQUATIONS

### **Ognyan Kamenov**

**Abstract:** Application of bilinear-transformation method to nonintegrable partialdifferential evolution equations requires the use of a spatial variation in the convective fluid equation. The differences and similarities in the periodic solutions to three types of model partial-differential evolution equations - integrable, partially integrable and nonintegrable - are analyzed.

**Keywords:** bilinear – transformation method, operators of Hirota, Jacobi  $\theta$  – theta functions, quasiperiodic transformations, solitary and periodic solutions.

#### 1. ВЪВЕДЕНИЕ

Еволюционното уравнение

$$u_{t} + \alpha_{1}uu_{x} + \alpha_{2}u_{xx} + \alpha_{3}u_{xxx} + \alpha_{4}u_{xxxx} + \alpha_{5}(uu_{x})_{x} = 0, \qquad (1)$$

известно като уравнението за конвективния флуид (CFE) [1] е от четвърти ред с втора степен на сингулярност и два нелинейни члена:  $\alpha_1 u u_x$  и  $\alpha_5 (u u_x)_x$ . Параметрите  $\alpha_j$ , j = 1,...5 са обвързани с дифузионното проникване и импулса на топлината, както и със съотношението на инерционните сили и силите, действащи в средата на конвективния флуид. Конкретните стойности на параметрите  $\alpha_j$ , j = 1,...5 са показани в [2]. Основните изследвания на уравнение (1) са числени [3, 4]. Тези анализи показват, че уравнение СFE може да се използва като успешен модел за качественото обяснение на вълните на Benard - Marangoni, въведени от Lin и Yang [5]. Неинтегруемите частни - диференциални уравнения не притежават "хубавите" свойства на интегруемите, като N- солитонни решения, закони за съхранение и т.н. Тези уравнения са и доста инертни по отношение на известните и прилагани аналитични методи. Например, Porubov [6] намира две точни локализирани кноидални решения на (1), съответстващи на специалните случаи  $\alpha_5 = \alpha_1 \alpha_4 / \alpha_3$  и  $\alpha_5 = 6\alpha_1 \alpha_4 / \alpha_3$ . Солитарно- вълнови точни решения на уравнение CFE, в общия случай, са представени за пръв път от авторите на [7], представяйки решението на (1) във формата  $u(\xi) = A_0 + A_1 \tanh \xi + A_1 \tanh^2 \xi$ . В своя монография [8], Kudryashov използвайки метода на изображението, получава в общия случай на уравнение CFE солитарно – вълнови и кноидални решения, които са обобщение на получените преди него решения.

В настоящия раздел ще изложим основните резултати от работа [9], в която за първи път са намерени синусоидални и солитарно – вълнови точни решения на уравнение СFE в общия случай. Ще използваме пространствената модификация на билинейно – трансформационния метод, като при това моделно уравнение се налага въвеждането на "диференциална" константа в билинейната му форма. Това не е изненадващо, на фона на членовете  $\alpha_2 u_{xx}$  и  $\alpha_4 u_{xxxx}$ , имащи четни производни, но е интересно, че "диференциалната" константа се включва в модел, в който се въвеждат безброй "недиференциални" константи.

#### 2. ПЕРИОДИЧНО РЕШЕНИЕ

Бидиференциалната форма на уравнение (1) можем да получим, представяйки решението посредством трансформацията на Hirota - Satsuma [10]

$$u(x,t) = a + 2\mu (\ln \zeta(x,t))_{xx}, \qquad (2)$$

където  $a, \mu$  са неизвестни на този етап параметри, при естествените условия  $\mu \neq 0, \zeta(x,t) \neq 0$ , целящи да се избегне тривиалното решение. Предполагаме, че функцията  $\zeta(x,t)$  е достатъчно гладка в отворената двумерна област  $\Omega = \{(x,t) \in \mathbb{R}^2, -\infty < x < \infty, 0 < t < \infty\}$ , като на този етап тя също е неизвестна. При заместване на u(x,t) от (2) в еволюционното уравнение (1) и еднократно интегриране по x, ще получим следното билинейно представяне на уравнението (виж Приложение А)

$$\frac{1}{2\zeta^{2}} [D_{t}D_{x} + \alpha_{3}D_{x}^{4} + \alpha_{1}aD_{x}^{2} - 8C]\zeta \zeta + (\mu\alpha_{1} - 6\alpha_{3})\left(\frac{D_{x}^{2}\zeta \zeta}{2\zeta^{2}}\right)^{2} + \frac{\partial}{\partial x} \left[\alpha_{4}\left(\frac{D_{x}^{4}\zeta \zeta}{2\zeta^{2}}\right) + (\alpha_{2} + a\alpha_{5})\frac{D_{x}^{2}\zeta \zeta}{2\zeta^{2}} + (\mu\alpha_{5} - 6\alpha_{4})\left(\frac{D_{x}^{2}\zeta \zeta}{2\zeta^{2}}\right)^{2} - \frac{C_{0}}{2}\right] = 0$$
(3)

Тук *C* е сумарна интеграционна константа, а  $C_0$  е "диференциална" константа, динамичният и чисто математически смисъл на която, ще бъде изяснен впоследствие. Невъзможността полученото билинейно уравнение (3) да се представи като съотношение, с едно билинейно като структура уравнение или като конюнкция от две такива уравнения, при никои допустими стойности на параметрите  $a, C, \mu, C_0$ , показва, че в общия случай уравнение СFE е неинтегруемо. С оглед на прилагането на пространствената модификация на билинейно - трансформа-
ционния метод, е удобно да изберем свободния параметър  $\mu$ , така че  $\mu = 6\alpha_3 / \alpha_1$ , при което уравнение (3) се представя като конюнкция от следните две уравнения

$$[D_t D_x + \alpha_3 D_x^4 + \alpha_1 a D_x^2 - 8C] \zeta . \zeta = 0$$
(4)

$$\alpha_{4}\zeta^{2}D_{x}^{4}\zeta.\zeta + (\alpha_{2} + \alpha_{5}\zeta_{0})\zeta^{2}D_{x}^{2}\zeta.\zeta + \frac{3}{\alpha_{1}}(\alpha_{3}\alpha_{5} - \alpha_{1}\alpha_{4})(D_{x}^{2}\zeta.\zeta)^{2} = B_{0}\zeta^{4},$$
(5)

първото, от които е билинейно, а остатъчното уравнение (5) не е билинейно. Една достатъчно гладка функция  $\zeta(x,t)$ , ще бъде решение на изходното уравнение (1), ако удовлетворява и двете уравнения (4) и (5). Доколкото се интересуваме от локализирано периодично решение на уравнение (1), ще предположим, че търсената функция е бипериодичната функция

$$\zeta(x,t) = \theta_4(\xi,q) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} (-1)^n q^{n^2} e^{2in\xi} = \sum_{n=-\infty}^{\infty} q^{n^2} e^{i(2\xi+\pi)n} , \qquad (6)$$

където  $\theta_4(\xi,q)$  е четвъртата от  $\theta$ -функциите на Якоби [11], която е бипериодична. Има реален период  $\pi/k$  и имагинерен 2, като тази функция е добре дефинирана в отворената област  $\Omega$ , за всяка стойност на пертурбационния параметър q, за която  $q = e^{i\pi}$ , Im $\tau > 0$ , т.е. 0 < |q| < 1, а фазовата променлива  $\xi$  е дефинирана с обичайното си равенство  $\xi = kx + \omega t + \delta$ , като параметрите  $k, \omega, \delta$  биха могли да са и комплексни. Ако заместим  $\zeta(x,t)$  в уравнение (4) и отчетем билинейната му структура, ще получим следната безкрайна система (виж Приложение Б)

$$\sum_{m=-\infty}^{\infty} F(m)e^{im(2\xi+\pi)} = 0, \text{ T.e. } F(m) = 0, m = 0, \pm 1, \pm 2, \dots,$$
(7)

където

$$F(m) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} [-4k\omega(2n-m)^2 - 4\alpha_1 ak^2(2n-m)^2 + 16\alpha_3 k^4(2n-m)^4 - 8C]q^{n^2 + (n-m)^2}, \quad .$$
(8)  
$$m = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$$

Като приложим към тази безкрайна система принципа на индексния паритет [12], т.е. извършваме в (8) рескалирането  $n \rightarrow n+1$  краен брой пъти (в зависимост от това дали *m* е четно или нечетно число), ще получим релациите

$$F(m) = F(m-2)q^{2(m-1)} = F(m-4)q^{2(2m-4)} = \dots = \begin{cases} F(0)q^{m^2/2}, \text{ ако } m \text{ е четно}; \\ F(1)q^{(m^2-1)/2}, \text{ ако } m \text{ е нечетно}. \end{cases}$$

Тази пропорционалност позволява безкрайната алгебрична система да се сведе до две уравнения. Наистина, ако в безкрайния ред (7) сумираме поотделно четните и нечетните събираеми, то ще получим  $F(0)\theta_3(2\xi,q^2) - q^{-1/2}F(1)\theta_2(2\xi,q^2) = 0$ , т.е. имаме само две уравнения F(0) = F(1) = 0, тъй като  $\theta_2$  и  $\theta_3$  са линейно независими. Като отчетем конкретната структура на F(m) от равенство (8) и бидиференциалните тъждества от Приложение Б, посочените две уравнения добиват формата

$$kq\theta_{3}^{'}\omega + \theta_{3}C = -\alpha_{1}k^{2}aq\theta_{3}^{'} + 8\alpha_{3}k^{4}q(\theta_{3}^{'} + q\theta_{3}^{''});$$

$$kq\theta_{2}^{'}\omega + \theta_{2}C = -\alpha_{1}k^{2}aq\theta_{2}^{'} + 8\alpha_{3}k^{4}q(\theta_{2}^{'} + q\theta_{2}^{''}).$$
(9)

Тази линейна алгебрична система има единствено решение, защото детерминантата й е:  $\Delta = kq(\theta_2\theta_3 - \theta_2\theta_3) = W(\theta_2, \theta_3) \neq 0$ , където W е детерминантата на Вронски от  $\theta_2$ ,  $\theta_3$ . В системата (9) са използвани стандартните означения:  $\theta_j = \theta_j(0, q^2), j = 2,3$ , а символите за диференциране са по параметъра q. Това единствено решение е

$$\omega(k,q) = \alpha_1 a k + 8\alpha_3 k^3 \left[ 1 + q \frac{W'(\theta_2,\theta_3)}{W(\theta_2,\theta_3)} \right];$$
(10)

$$C(k,q) = 8\alpha_3 k^4 q^2 \frac{W'(\theta_2',\theta_3')}{W(\theta_2,\theta_3)}$$
(11)

Анализът на дисперсионното уравнение (10) показва, че при  $\alpha_3 \neq 0$ , фазовата скорост  $\omega(k,q)$  е различна от нула при допустимите стойности на параметрите k,q  $k \neq 0, 0 < |q| < 1$ . Например, при реални стойности на пертурбационния параметър q и при вълново число  $k \in R$ , фазовата скорост може да бъде както положителна, така и отрицателна, т.е. периодичните вълни (ако съществуват) биха могли да са двупосочни. Интеграционната константа C(k,q), получена чрез формула (11), макар да няма ясна динамична характеристика, оказва въздействие при образуването на периодичното решение. Ако C(k,q) = 0, периодични локализирани решения не могат да се генерират. Очевидно е, че при  $\alpha_3 \neq 0$ , тази интеграционна константа е ненулева за всяка двойка (k,q), която е допустима, т.е.  $k \neq 0, |q| \in (0,1)$ .

#### 3. БИФУРКАЦИЯ В ОСТАТЪЧНОТО УРАВНЕНИЕ

Това, че тета функцията  $\theta_4(\xi,q)$  удовлетворява билинейното уравнение (4), не е основание да я обявим за решение на изследваното уравнение СFE, защото същата функция  $\theta_4(\xi,q)$  трябва да удовлетвори и остатъчното уравнение (5). Към него ще приложим пространствената модификация на билинейно – трансформационния метод [2], поради факта, че остатъчното уравнение няма билинейна структура. Нека представим пространственото отместване *а* във вид на формален числов ред

$$a = -\frac{\alpha_2}{\alpha_5} + \frac{4k^2}{\alpha_1} \sum_{m=-\infty}^{\infty} a_m , \qquad (12)$$

и да заместим в остатъчното уравнение, като едновременно предположим, че  $\zeta(x,t) = \theta_4(\xi,q)$ . Ще получим безкрайната система

$$\alpha_{5}a_{m}\sum_{n=-\infty}^{\infty}(2n-m)^{2}q^{2n^{2}+(2n-m)^{2}} = \sum_{n=-\infty}^{\infty}\left[\alpha_{1}\alpha_{4}n^{4} - 3(\alpha_{3}\alpha_{5} - \alpha_{1}\alpha_{4})n^{2}(2n-m)^{2} + \frac{C_{0}\alpha_{1}}{k^{4}}\right]q^{2n^{2}+(2n-m)^{2}} \quad (13)$$

От последното съотношение, представляващо безброй равенства при  $m=0,\pm 1,\pm 2,...$ , проличава бифуркацията в решението за  $a_m$ , в зависимост от свободната "диференциална" константа  $C_0$ . Поради естеството (в динамичен смисъл) на тази константа, обикновено избираме  $C_0 = 0$ . При този избор на  $C_0$  за  $a_m$  получаваме израза

$$a_{m}(q) = \frac{\sum_{n=-\infty}^{\infty} \left[ \alpha_{1} \alpha_{4} n^{4} + 3(\alpha_{1} \alpha_{4} - \alpha_{3} \alpha_{5}) n^{2} (2n-m)^{2} \right] q^{2n^{2} + (2n-m)^{2}}}{\alpha_{5} \sum_{n=-\infty}^{\infty} (2n-m)^{2} q^{2n^{2} + (2n-m)^{2}}}$$
(14)

В случай че "диференциалната" константа е ненулева, то получаваме бифуркация за пространствените отклонения  $a_m = a_m(k,q)$ 

$$a_{m}(k,q) = \frac{\sum_{n=-\infty}^{\infty} \left[ \alpha_{1} \alpha_{4} n^{4} + 3(\alpha_{1} \alpha_{4} - \alpha_{3} \alpha_{5}) n^{2} (2n-m)^{2} + C_{0} \alpha_{1} / k^{4} \right] q^{2n^{2} + (2n-m)^{2}}}{\alpha_{5} \sum_{n=-\infty}^{\infty} (2n-m)^{2} q^{2n^{2} + (2n-m)^{2}}} \quad .$$
(15)

Безкрайният ред (12) е абсолютно и равномерно сходящ, с дефинираните посредством (14) и (15) стойности на пространствените отклонения  $a_m$ , поради равенство (13), от двете страни на което стоят абсолютно и равномерно сходящи редове при 0 < |q| < 1 [2].

Сега вече можем да кажем, че непрекъснатата мероморфна функция

$$u(x,t) = -\frac{\alpha_2}{\alpha_5} + \frac{4k^2}{\alpha_1} \sum_{m=-\infty}^{\infty} a_m + 6 \left(\frac{\alpha_3}{\alpha_1}\right) \frac{d^2}{dx^2} [\ln(\theta_4(\xi,q))], \qquad (16)$$

е едно точно локализирано периодично решение на уравнение CFE, ако пространствените отклонения  $a_m$  са както в (14) или (15), а фазовата скорост е както в дисперсионното съотношение (10).

### 4. УСЛОВИЯ ЗА АНАЛИТИЧНОСТ И РЕАЛНИ ПЕРИОДИЧНИ РЕШЕНИЯ

В общия случай мероморфната функция, дефинирана с (16), приема комплексни стойности, като има двукратни полюси в мрежата  $\xi_{mn} = m + i(n+1/2) \operatorname{Im} \tau$ ,  $m, n \in \mathbb{Z}$  ( $q = e^{i\pi}$ ). Тези обстоятелства правят това решение с малка практическа приложимост, но ние бихме могли така да изберем свободните параметри  $k, q, \delta$  ( $k \neq 0, 0 < |q| < 1$ ), че решението (16) да приема реални стойности и сингулярностите в точките  $\xi_{mn}$  да бъдат избягнати. За целта приемаме

$$\tau = i\varepsilon, \varepsilon > 0, \text{ t.e. } 0 < q = e^{-\pi \varepsilon} < 1, \tag{17}$$

или параметрите k и q приемаме за реални, като без ограничение на общността ще предполагаме, че k > 0. От фуриеровото развитие на логаритмичната производна [11]

$$\frac{\theta_4'(\xi, e^{-\varepsilon\pi})}{\theta_4(\xi, e^{-\varepsilon\pi})} = 2\sum_{m=-\infty}^{\infty} \cos ech(\varepsilon\pi m).\sin(2m\xi)$$

следва, че ако ограничим фазовата променлива в хоризонталната ивица  $\text{Im}\,\xi < \text{Im}(\tau)\pi = \pi\varepsilon$ , т.е.  $-\pi\varepsilon < \text{Im}\,\xi < \pi\varepsilon$ , полюсите  $\xi_{mn}$  се избягват и в резултат получаваме едно локално периодично, синусоидално решение

$$u(x,t) = -\frac{\alpha_2}{\alpha_5} + \frac{4k^2}{\alpha_1} \sum_{m=-\infty}^{\infty} [a_m + 6m\alpha_3 \cos ech(\epsilon \pi m) \cos(2m\xi)], \qquad (18)$$

съответстващо на режима "малка амплитуда", т.е. имат бавна сходимост в зоната  $\varepsilon \to 0$  (т.е.  $q \to 1$ ). Решението (18) приема само реални стойности при реално фазово отместване  $\delta$  и представлява трипараметрична фамилия от периодични функции, всяка хармоника на които има индивидуално пространствено отместване  $a_m$ . Поради бавната си сходимост, решението (18) е практически невалидно в силно нелинейните зони, т.е. при  $\varepsilon \to \infty(q \to 0)$ . Налага се в този случай да направим трансформация от първа степен за функцията  $\theta_4(\xi,q)$ , но за целта ще дефинираме един нов пертурбационен параметър  $q_1:q_1 = e^{i\pi \tau_1}$ , където  $\tau_1 = -1/\tau$ , а в условието на хипотеза (18) това означава, че  $q_1 = e^{-\pi/\varepsilon}, \tau_1 = i/\varepsilon$ . По този начин граничният преход  $q \to 1$  е еквивалентен на прехода  $q_1 \to 0$ . Сега вече можем да приложим трансформацията от първа степен за  $\theta_4(\xi,q)$ , а именно

$$\theta_4(\xi,q) = (-i\tau_1)^{1/2} e^{i\tau_1\xi^2/\pi} \theta_2(\tau_1\xi,q_1),$$

при което можем да получим следното представяне за периодичното решение

$$u(x,t) = -\left(\frac{\alpha_2}{\alpha_5} + 12\frac{k^2\alpha_3}{\pi \beta \alpha_1}\right) + \frac{4k^2}{\alpha_1}\sum_{m=-\infty}^{\infty} a_m(k,\varepsilon) + 6k^2\left(\frac{\alpha_3}{\alpha_1}\right)\frac{d^2}{d\xi^2}\left[\ln\theta_2(\tau_1\xi,q_1)\right].$$

Ако в горното представяне изразим втората логаритмична производна посредством тъждеството [11]

$$\frac{d^2}{dz^2} \left[ \ln \theta_2(z,q) \right] = -\sum_{m=-\infty}^{\infty} \operatorname{sech}^2 \left[ i(z - m\tau \pi) \right],$$

то ние можем да получим една аналитична форма на локализираното солитарно – вълново решение на уравнението за конвективния флуид

$$u(x,t) = -\left(\frac{\alpha_2}{\alpha_5} + 12\frac{k^2\alpha_3\varepsilon}{\pi\alpha_1}\right) + \frac{4k^2\varepsilon^2}{\alpha_1}\sum_{m=-\infty}^{\infty} \left[a_m(k,\varepsilon) + \frac{3}{2}\alpha_3\sec^2(\xi - \frac{m\pi}{\varepsilon})\right]$$
(19)

Тук пространствените отклонения  $a_m(k,\varepsilon), m = 0,\pm 1,\pm 2,...$  са дефинирани с равенство (15), а вълновото число, фазовата скорост и фазовото отместване са рескалирани пропорционално на параметъра  $\varepsilon$  т.е.  $k \to k\varepsilon, \omega \to \omega\varepsilon, \delta \to \delta\varepsilon$  или  $\xi \to \xi\varepsilon$ . Периодичното решение (19) представлява безкрайна сума от солитарно – вълнови профили, върховете на които са в точките  $\xi = 0,\pm 2\pi/\varepsilon,\pm 4\pi/\varepsilon$ , а дължините им са  $\lambda = 2\pi/k\varepsilon$ . Това решение е валидно в зоните на силна нелинейност  $\varepsilon \to \infty$  (т.е.  $q \to 0$ ). В тези зони, поради нарастващите дължини на вълните, започва процес на локализация на вълновите пакети, при което се оформят солитарно – вълновите периодични решения на еволюционното уравнение СFE.

### 5. ЗАКЛЮЧИТЕЛНИ БЕЛЕЖКИ

Забележително е свойството на нелинейната периодична вълна, да се представя като точна безкрайна сума от солитарно- вълнови профили. В нелинейната динамика това свойство е известно като нелинеен принцип на суперпозицията, докладван за пръв път през 1975 г. от Toda [13] за уравнението KDV. Наред с това характерно за нелинейните уравнения свойство, при моделното уравнение на конвективния флуид забелязваме, че съществува едно сумарно пространствено отместване

$$u_0(k,\varepsilon) = -\left(\frac{\alpha_2}{\alpha_5} + 12\frac{k^2\alpha_3\varepsilon}{\pi\alpha_1}\right) + \frac{4k^2\varepsilon^2}{\alpha_1}\sum_{m=-\infty}^{\infty}a_m(k,\varepsilon)$$

Като отчетем, че и двата "свободни" параметри  $k, \varepsilon$  са практически ангажирани, k е вълновото число, което в общия случай би могло да е комплексно число,  $\varepsilon > 0$  е обвързан с пертурбационния параметър  $q = e^{-\infty}$ , който независимо се променя в интервала (0,1), то в общия случай пространственото отклонение не може да балансира фазовите скорости на периодичната и солитарната вълна. Това обстоятелство е отличителна черта между неинтегруемите и интегруемите (съвместно с частично интегруемите) уравнения. По-подробно това проличава от следните разсъждения.

Нека L(u) = 0 е някакво нелинейно частно диференциално уравнение с неизвестна функция u = u(x,t). Ако  $\xi(x,t)$  е нова зависима променлива, която редуцира изходното уравнение L(u) = 0 в едно обикновено диференциално уравнение E(f) = 0, където  $f(\xi) = u(x,t)$ , да предположим, че новообразуваното обикновено уравнение е от втори ред и има първа степен на сингулярност. Изборът на реда и степента на сингулярност е направен само за удобство на изложението. В случай че Лорановото развитие на решението на това обикновено диференциално уравнение, притежава логаритмични разклонения в околност на подвижна критична точка *C* (която е комплексно число в общия случай), то даденото частно диференциално уравнение L(u) = 0 е неинтегруемо [2], т.е.

$$f(\xi) = a_{-1}(\xi - C)^{-1} + a_0 + a_1(\xi - C) + a_2(\xi - C)^2 + (\xi - C)^3[a_3 + b_3\ln(\xi - C)] + \dots$$

В такива случаи казваме още, че решението  $f(\xi)$  има подвижна логаритмична точка на разклонение *C*. Наличието на поне една подвижна логаритмична точка на разклонение в неинтегруемите моделни уравнения е утежняващо обстоятелство, при прилагането на някои основни аналитични методи, като директния метод на Hirota [14], билинейно – трансформационния метод на Matsuno [15] и др.

Затруднението произтича от билинейната редукция на изходното уравнение. Обикновено неинтегруемите частни диференциални уравнения се разпадат при билинейни трансформации на конюнкция от едно базово уравнение с билинейна структура и едно (или повече от едно) остатъчно уравнение, което не притежава билинейна структура. Тъкмо това остатъчно уравнение (ако е само едно) поражда безкрайна алгебрична система, имаща краен брой неизвестни. Преодоляването на това несъответствие е същността на модификацията на билинейно – трансформационния подход. До 2009 г. не са правени опити за прилагането на билинейно – трансформационния метод върху неинтегруеми моделни уравнения. Първият такъв опит бе направен в [9], където беше изследвано неинтегруемото уравнение SGBE (Sixth – order Generalized Boussinesq Equation).

Като обща констатация за разгледаните и изследвани неинтегруеми частни диференциални уравнения бихме могли да кажем, че техните периодични нелинейни решения имат хармонични съставящи с индивидуални пространствени отмествания. По същество, това означава следното. Нека предположим, че функцията u(x,t) = a + f(x,t) е периодично решение на нелинейното частно диференциално уравнение L(u) = 0, където *a* е параметър, независещ от пространствената променлива *x*, а f(x,t) е периодична функция по някаква фазова променлива  $\xi$ , т.е.  $\xi = \xi(x,t)$ .

Например f(x,t) би могла да бъде във формата

$$f(x,t) = b_1 \sin \xi + b_2 \sin 2\xi + \dots + b_m \sin m\xi + \dots,$$

или някаква комбинация с бипериодичните функции на Якоби и пр., а  $b_m$  са параметри. Ако пространственото отместване *a* е положително число, то предизвиква отместване на всички хармонични съставящи в положителна посока на ординатата, докато ако *a* < 0, това отместване е в противоположна посока. С други думи пространственото отместване *a* предизвиква транслация за всички хармонични съставящи. Да предположим, че специфичните особености на изходното уравнение L(u) = 0 налагат да представим пространственото отместване *a* като ред, т.е.  $a = a_1 + a_2 + ... + a_m + ...,$  където  $a_m$  са известни на този етап. Тогава решението на изходното моделно уравнение ще придобие формата

$$u(x,t) = (a_1 + b_1 \sin \xi) + (a_2 + b_2 \sin 2\xi) + \dots + (a_m + b_m \sin m\xi) + \dots,$$

от която ясно проличава, че отделните хармонични съставящи имат индивидуални пространствени отклонения. Такова явление се наблюдава само при неинтегруемите уравнения.

При неинтегруемите уравнения явлението "внасяне на изкуствен параметър" е рядко срещано. Това се налага да се прави само при уравнения от висок ред (пети, шести, ..). Както видяхме, при интегруемите уравнения не се налага внасяне на изкуствен параметър в бидиференциалните форми на уравненията, докато за полуинтегруемите уравнения тази процедура е задължителна.

Анализът на дисперсионното съотношения на изследваните неинтегруеми моделни уравнения дава основание за още една класификация на вълните, които се образуват според тези нелинейни уравнения. Ако при реални стойности на вълновото число  $k, 0 < k < \infty, \omega''(k) \neq 0$  то казваме, че вълните са диспергиращи, а в случай че за всяко  $k, \omega''(k) \equiv 0$ , то вълните от съответните решения са недиспергиращи.

Когато вълновите решения са диспергиращи, те имат още една динамична характеристика, наречена групова скорост на диспергиращите вълни  $V_9 = \omega'(k)$ . В случай че дисперсионното съотношение определя фазовата скорост като комплексно число, то казваме, че вълната е дисипираща, в противен случай се нарича недисипираща. Дисипиращите вълни са характерни с това, че амплитудите им затихват с времето, което се дължи на някакъв дисипативен механизъм, свързан със самата система.

## Приложение А

$$(\ln \varphi)_{x} = \frac{\varphi_{x}}{\varphi}, \ \varphi = \varphi(x,t) > 0;$$

$$(\ln \varphi)_{xx} = \frac{D_{x}^{2}\varphi.\varphi}{2\varphi^{2}};$$

$$(\ln \varphi)_{xxx} = \frac{\varphi_{xxx}}{\varphi} - 3\frac{\varphi_{x}\varphi_{xx}}{\varphi^{2}} + 2\frac{\varphi_{x}^{3}}{\varphi^{3}};$$

$$(\ln \varphi)_{xxxx} = \frac{D_{x}^{4}\varphi.\varphi}{2\varphi^{2}} - 6\left(\frac{D_{x}^{2}\varphi.\varphi}{2\varphi^{2}}\right)^{2};$$

$$(\ln \varphi)_{txxx} = \frac{D_{t}D_{x}^{3}\varphi.\varphi}{2\varphi^{2}} - 6\left(\frac{D_{t}D_{x}\varphi.\varphi}{2\varphi^{2}}\right)\left(\frac{D_{x}^{2}\varphi.\varphi}{2\varphi^{2}}\right);$$

$$(\ln \varphi)_{xxxxxxx} = \frac{D_{t}D_{x}^{3}\varphi.\varphi}{2\varphi^{2}} - 30\left(\frac{D_{x}^{2}\varphi.\varphi}{2\varphi^{2}}\right)\left(\frac{D_{x}^{4}\varphi.\varphi}{2\varphi^{2}}\right) + 120\left(\frac{D_{x}^{2}\varphi.\varphi}{2\varphi^{2}}\right)^{3}.$$

,

#### Приложение Б

$$\begin{cases} \sum_{n=-\infty}^{\infty} q^{2n^{2}} = \theta_{3}; & \sum_{n=-\infty}^{\infty} q^{n^{2}+(n-1)^{2}} = q^{1/2}\theta_{2}; \\ \sum_{n=-\infty}^{\infty} n^{2}q^{2n^{2}} = q\theta_{3}^{'}/2; & \sum_{n=-\infty}^{\infty} (2n-1)^{2}q^{n^{2}+(n-1)^{2}} = 2q^{3/2}\theta_{2}^{'}; \\ \sum_{n=-\infty}^{\infty} n^{4}q^{2n^{2}} = q(\theta_{3}^{'} + q\theta_{3}^{''})/4; & \sum_{n=-\infty}^{\infty} (2n-1)^{4}q^{n^{2}+(n-1)^{2}} = 4q^{3/2}(\theta_{2}^{'} + q\theta_{2}^{''}); \\ \sum_{n=-\infty}^{\infty} n^{6}q^{2n^{2}} = q(\theta_{3}^{'} + 3q\theta_{3}^{''} + q^{2}\theta_{3}^{'''})/8; & \sum_{n=-\infty}^{\infty} (2n-1)^{6}q^{n^{2}+(n-1)^{2}} = 8q^{3/2}(\theta_{2}^{'} + 3q\theta_{2}^{''} + q^{2}\theta_{2}^{'''}). \end{cases}$$

#### ЛИТЕРАТУРА

[1] Aspe H. and M. Depassier (1990), *Evolution equation of surface waves in a convecting fluid*, Phys. Rev. A 41, 3125 – 3128.

[2] Каменов О. Й. (2014), Докторска дисертация, София: Технически университет

[3] Christov C. I. and M. G. Velarde (1994), *Evolution and interactions of solitary waves (solitons) in nonlinear dissipative systems*, Physica Scripta T55, 101 – 106.

[4] Christov C. I. and M. G. Velarde (1995), *Dissipative solitons*, Physica D 86, 323 – 347.

[5] Lin S.P. and C.Yang (1985), *Modelling wavy film flows*, Encycl. of Fluid Mechanics 1, 931-955.

[6] Porubov A. V. (1992), *Exact travelling wave solutions of nonlinear evolution equation of surface waves in a convecting fluid*, J. Phys. A: Math. Gen. 26, L797-L800.

[7] Sen-yue Lou et al (1991), *Exact solitary waves in a convecting fluid*, J. Phys. A: Math. Gen. 24 L587-L590.

[8] Kudryashov N. A. (2003), *Nonlinear differential equations with exact solutions expressed via the Weierstrass function*, Intern. Science project № 1379-2, 1-22.

[9] Kamenov O. Y (2009), *Exact periodic solutions of the sixth-order generalized Boussinesq equation*, J. Phys. A: Math. Theor. 42, 375501, 1-11.

[10] Hirota R. and J. Satsuma (1976), *A variety of nonlinear network equations generated from the Bäcklund transformation for the Toda lattice*, Prog. Theoret. Phys. Suppl. 59, 64 – 100.

[11] Lawden D. F. (1989), *Elliptic Functions and Applications*, Berlin: Springer.

[12] Nakamura A. (1979), A direct method of calculating periodic wave solutions to nonlinear evolution equations. Exact two-periodic wave solutions, J. Phys. Soc. Japan 47, 1701–1705.

[13] Toda M. (1979), Theory of Nonlinear Lattices, New York: Springer.

[14] Hirota R. (1980), *Direct methods in soliton theory, In Solitons* (ed. R.K. Bullough & P.J. Caudrey), 157 – 176, Springer.

[15] Matsuno Y. (1984), *Bilinear Transformation Method*, Academic Press Inc., N.Y.

Автор: Огнян Йорданов Каменов, доц. дмн, катедра "Математически анализ и числени методи", ФПМИ, ТУ-София, *e-mail: okam@abv.bg* 

Постъпила на 01.02.1016 г.

Рецензент: доц. д-р Георги Венков



## ПЕРИОДИЧНИ И СОЛИТАРНО - ВЪЛНОВИ РЕШЕНИЯ ЗА ПОЛУИНТЕГРУЕМИ ЕВОЛЮЦИОННИ УРАВНЕНИЯ

### Огнян Каменов, Магдалина Узунова

**Резюме:** В работата са определени и анализирани серия от точни периодични, солитарни, кноидални и едно едносолитонно решение на еволюционното уравнението за конвективния флуид, в хипотезата за пропорционалност на коефициентите му. Тази хипотеза трансформира иначе неинтегруемото уравнение за конвективния флуид в частично (полу) интегруемо уравнение.

**Ключови думи:** билинейно-трансформационен метод, елиптични функции на Вайерщрас и Якоби, кноидално решение, едносолитонно решение.

## PERIODIC AND SOLITARY-WAVE SOLUTIONS OF PARTIALLY INTEGRABLE EVOLUTION EQUATIONS

## Ognyan Kamenov, Magdalina Uzunova

Abstract: In the present work we have defined and analyzed a series of exact periodic, solitary, cnoidal and rational solutions as well as a one-soliton solution of the convective fluid evolution equation. This hypothesis transforms otherwise the nonintegrable equation of convective fluid in partial (half) integrable equation. **Keywords:** bilinear – transformation method, Jacobi and Weierstrass elliptic functions, cnoidal solution, one-soliton solution.

### 1. ВЪВЕДЕНИЕ

Частичната интегруемост на някои уравнения се проявява в специалните случаи на по-общи техни варианти. Такъв е случаят с еволюционното моделно уравнение на конвективния флуид (CFE)

$$u_{t} + \alpha_{1}uu_{x} + \alpha_{2}u_{xx} + \alpha_{3}u_{xxx} + \alpha_{4}u_{xxxx} + \alpha_{5}(uu_{x})_{x} = 0,$$
(1)

което описва еволюцията на дълги вълни в плитък конвективен флуид. Това уравнение може да се използва и за описание на елевацията на конвективен флуид в близост до критичната стойност на числото на Релей (Ra) [1]. Гладката (до 4-ти ред по x) функция u = u(x,t) характеризира елевацията на повърхността на конвективния флуид, а параметрите  $\alpha_j$ , j = 1,...,5 са динамично обвързани с характеристиките на флуида, както следва

$$\alpha_{1} = \frac{3}{2G \operatorname{Pr}} (10 + G \operatorname{Pr}); \quad \alpha_{2} = \alpha_{0} \frac{\operatorname{Pr} R_{0}}{15}, \quad \alpha_{3} = \frac{\operatorname{Pr} \sqrt{G}}{2} \left(\frac{1}{3} + \frac{34}{21} \operatorname{Pr}\right);$$
$$\alpha_{4} = \frac{\alpha_{0} \operatorname{Pr}}{2079} (682G \operatorname{Pr}^{2} + 717); \quad \alpha_{5} = \frac{8\alpha_{0}}{\sqrt{G}};$$

 $\Pr = v/t_0$  е число на Прандтл;  $G = \operatorname{Re}^2/Fr$  - число на Галилео;  $\alpha_0$  - малък, положителен параметър, такъв че стойността на числото на Релей ( $Ra = Gr.\Pr$ ) надхвърля критичната стойност  $\alpha_0^2 R_0$ ,  $R_0$  - линеен размер,  $t_0$  - коефициент на температуропроводност.

В следващата секция ще анализираме периодичните решения на уравнението на конвективния флуид, така както е въведено от Aspe и Depassie [1], в пропорционалния вариант

$$\alpha_5 = \frac{\alpha_1 \alpha_4}{\alpha_3}.$$
 (2)

### 2.ПЕРИОДИЧНО РЕШЕНИЕ

Ако заместим  $\alpha_5$  от (2) в (1) и представим неизвестната функция u(x,t) посредством трансформацията на Hirota - Satsuma [2], т.е.  $u(x,t) = \zeta_0 + 2\mu(\ln \zeta)_{xx}$ , където  $\zeta_0$ ,  $\mu$  са неизвестни засега реални параметри ( $\mu \neq 0$ ), а  $\zeta = \zeta(x,t)$  е неизвестна, непрекъсната в отворената област  $\Omega = \{(x,t) \in \mathbb{R}^2, -\infty < x < \infty, 0 < t < \infty\}$ , непрекъснато диференцируема до шести ред функция. Билинейната форма на уравнение (1) в този случай е (виж Приложение А)

$$\frac{1}{2\varsigma^{2}} [D_{t}D_{x} + \alpha_{3}D_{x}^{4} + \alpha_{1}\varsigma_{0}D_{x}^{2} - 8C]\varsigma.\varsigma + (\mu\alpha_{1} - 6\alpha_{3})\left(\frac{D_{x}^{2}\varsigma.\varsigma}{2\varsigma^{2}}\right)^{2} + \frac{\partial}{\partial x} \left[\alpha_{4}\left(\frac{D_{x}^{4}\varsigma.\varsigma}{2\varsigma^{2}}\right) + \left(\alpha_{2} + \varsigma_{0}\frac{\alpha_{1}\alpha_{4}}{\alpha_{3}}\right)\frac{D_{x}^{2}\varsigma.\varsigma}{2\varsigma^{2}} + \frac{\alpha_{4}}{\alpha_{3}}(\mu\alpha_{1} - 6\alpha_{3})\left(\frac{D_{x}^{2}\varsigma.\varsigma}{2\varsigma^{2}}\right)^{2} - 8C_{0}\right] = 0.$$

$$(3)$$

В това билинейно представяне с *C* сме означили интеграционната константа, а с  $C_0$  - диференциалната константа, които, както ще видим по-нататък, имат важно значение за периодичното решение. В едно нелинейно частно диференциално уравнение, съдържащо членове с четни производни, не е неочаквана появата на "диференциална" константа, поради естеството на самото билинейно представяне. Ако изберем параметъра  $\mu$ , така че  $\mu = 6\alpha_3/\alpha_1$ , то уравнение (3) може да представим като конюнкция от следните две уравнения:

$$[D_t D_x + \alpha_3 D_x^4 + \alpha_1 \varsigma_0 D_x^2 - 8C] \varsigma \cdot \varsigma = 0$$
<sup>(4)</sup>

$$\left[\alpha_4 D_x^4 + \left(\alpha_2 + \varsigma_0 \frac{\alpha_1 \alpha_4}{\alpha_3}\right) D_x^2 - 8C_0\right] \varsigma . \varsigma = 0.$$
<sup>(5)</sup>

И двете уравнения (4) и (5), на които се разпада билинейното уравнени е (3), можем да наречем остатъчни, тъй като имат една и съща билинейна структура (левите им страни са полиноми по отношение на операторите  $D_t, D_x$ ). Ще параметризираме тези две остатъчни уравнения с обичайната трета функция от  $\theta$ – функциите на Якоби, т.е.  $\zeta(x,t) = \theta_3(\xi,q)$ . Ако заместим  $\zeta(x,t)$  с нейната равна в (4) и (5) ще получим безкрайните системи

$$\sum_{m=-\infty}^{\infty} F_1(m) e^{2im\xi} = 0, \qquad \sum_{m=-\infty}^{\infty} F_2(m) e^{2im\xi} = 0, \text{ където}$$
(6)

$$F_{1}(m) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} [-4k\omega(2n-m)^{2} + 16\alpha_{3}k^{4}(2n-m)^{4} - 4\alpha_{1}\varsigma_{0}k^{2}(2n-m)^{2} - 8C]q^{n^{2} + (n-m)^{2}};$$
  

$$F_{2}(m) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} [16\alpha_{4}k^{4}(2n-m)^{4} - 4k^{2}(\alpha_{2} + \varsigma_{0}\alpha_{1}\alpha_{4} / \alpha_{3})(2n-m)^{2} - 8C_{0}]q^{n^{2} + (n-m)^{2}}.$$

Да уточним, че фазовата променлива  $\xi$  е дефинирана както в предишната секция  $\xi = kx + \omega t + \delta$ , т.е. "бягаща вълна" с вълново число k, фазова скорост  $\omega$  и фазово отместване  $\delta$ . И трите параметъра  $k, \omega, \delta$  биха могли в общия случай да са както реални, така и комплексни числа, като  $k \neq 0, \omega \neq 0$ . Ако в изразите за  $F_j(m)$ приложим принципа на индексния паритет, т.е. извършим редукцията  $n \to n+1$ ще получим тъждествата

$$F_{j}(m) = F_{j}(m-2)q^{2(m-1)} = F_{j}(m-4)q^{4(m-2)} = \dots = \begin{cases} F_{j}(0)q^{m^{2}/2}, & \text{ако } m \text{ е четно число;} \\ j = 1,2 \\ F_{j}(1)q^{(m^{2}-1)/2}, & \text{ако } m \text{ е нечетно число} \end{cases}$$

Ако сумираме членовете в двата безкрайни реда (6), разделяйки членовете с четни и нечетни *m*, ще получим следните компактни равенства

$$F_j(0)\theta_3(2\xi,q^2) + q^{-1/2}F_j(1)\theta_2(2\xi,q^2) = 0, \quad j = 1,2.$$

Линейната независимост на функциите  $\theta_2(2\xi,q^2)$  и  $\theta_3(2\xi,q^2)$  превръща последните две равенства (j=1,2) в четири алгебрични уравнения  $F_j(0) = 0, F_j(1) = 0, j = 1,2$ . Като отчетем конкретните билинейни структури на  $F_j(m), m = 0, \pm 1, \pm 2,...$  дадени по-горе, както и бидиференциалните тъждества (виж Приложение Б), тези четири линейни алгебрични уравнения имат следната конкретна форма:

$$\begin{cases} (kq\theta_{3}^{'})\omega + \theta_{3}C = 8\alpha_{3}k^{4}q(\theta_{3}^{'} + q\theta_{3}^{''}) - \alpha_{1}k^{2}\theta_{3}^{'}\varsigma_{0}q; \\ (kq\theta_{2}^{'})\omega + \theta_{2}C = 8\alpha_{3}k^{4}q(\theta_{2}^{'} + q\theta_{2}^{''}) - \alpha_{1}k^{2}\theta_{2}^{'}\varsigma_{0}q; \\ k^{2}q(\alpha_{2} + \varsigma_{0}\alpha_{1}\alpha_{4}/\alpha_{3})\theta_{3}^{'} + \theta_{3}C_{0} = 8\alpha_{4}k^{4}q(\theta_{3}^{'} + q\theta_{3}^{''}); \\ k^{2}q(\alpha_{2} + \varsigma_{0}\alpha_{1}\alpha_{4}/\alpha_{3})\theta_{2}^{'} + \theta_{2}C_{0} = 8\alpha_{4}k^{4}q(\theta_{2}^{'} + q\theta_{2}^{''}). \end{cases}$$
(7)

Във всички уравнения на алгебричната система(7) сме означили  $\theta_j = \theta_j(0,q^2)$ , а символите за диференциране са по параметъра q. Неизвестните параметри в системата (7) са  $\omega, \zeta_0, C, C_0$ , което обяснява необходимостта от въвеждането на диференциалната константа  $C_0$  в билинейното уравнение (3). Така системата е затворена. В алгебричната система (7) това не е така, защото последните две уравнения не са хомогенни. Ако в (7) допуснем, че  $C_0 = 0$ , то последните две уравнения биха били несъвместими. Системата (7) притежава единствено решение, защото е затворена и детерминантата на първите две уравнения (с неизвестни  $\omega u C$ ) е  $\Delta_1 = kqW(\theta_2, \theta_3)$ , а за последните две уравнения (по отношение на  $\beta = \alpha_2 + \zeta_0 \alpha_1 \alpha_4 / \alpha_3$  и  $C_0$ ) детерминантата е  $\Delta_2 = k^2 q W(\theta_2, \theta_3)$ , където отново  $W(\theta_2, \theta_3)$  е детерминантата на Вронски от линейно независимите функции  $\theta_2(0, q^2)$  и  $\theta_3(0, q^2)$ , т.е. при  $k \neq 0$  и 0 < |q| < 1 имаме  $\Delta_1 \neq 0$ ,  $\Delta_2 \neq 0$ . Отчитайки долните тъждества

$$W'(\theta_2,\theta_3) = \theta_2 \theta_3'' - \theta_2'' \theta_3; \quad W(\theta_2',\theta_3') = \theta_2' \theta_3'' - \theta_2'' \theta_3'; \quad W(\theta_2,\theta_3) = \theta_2 \theta_3' - \theta_2' \theta_3.$$

получаваме, че единственото решение на системата (7) е

$$\begin{cases} \omega(k) = k\alpha_{2}\alpha_{3}/\alpha_{4}; \\ \varsigma_{0}(k,q) = -\frac{\alpha_{2}\alpha_{3}}{\alpha_{1}\alpha_{4}} + 8k^{2} \left(\frac{\alpha_{3}}{\alpha_{1}}\right) \left[1 - q \frac{W'(\theta_{2},\theta_{3})}{W(\theta_{2},\theta_{3})}\right]; \\ C(k,q) = 8\alpha_{3}k^{4}q^{2} \frac{W(\theta_{2}',\theta_{3}')}{W(\theta_{2},\theta_{3})}; \\ C_{0}(k,q) = 8\alpha_{4}k^{4}q^{2} \frac{W(\theta_{2}',\theta_{3}')}{W(\theta_{2},\theta_{3})}, \end{cases}$$

$$(8).$$

Това ни позволява да обобщим, че гладката периодична функция

$$u(x,t) = \zeta_0(k,q) + 12k^2 \left(\frac{\alpha_3}{\alpha_1}\right) \frac{d^2}{d\xi^2} [\theta_3(\xi,q)],$$
(9)

е точно решение на еволюционното уравнение за конвективния флуид, в специалния случай (2), ако фазовата променлива има структурата

$$\xi = kx + k \left(\frac{\alpha_2 \alpha_3}{\alpha_4}\right) t + \delta,$$

като пространственото отместване  $\zeta_0(k,q)$ , интеграционната константа C(k,q) и диференциалната константа  $C_0(k,q)$  са както в равенства (8). Нека уточним, че въпросното периодично решение (9) може да се реализира само за онези допустими стойности на вълновото число k и пертурбационния параметър q, при които посочените две константи C(k,q) и  $C_0(k,q)$  са ненулеви. От получените за тях изрази в (8) следва наистина, че при  $k \neq 0$  и 0 < |q| < 1 имаме  $C(k,q) \neq 0$  и  $C_0(k,q) \neq 0$ , защото  $W(\theta_2,\theta_3) \neq 0$ , още повече, че двете константи се оказват пропорционални ( $C\alpha_4 = C_0\alpha_3$ ). Обстоятелството изкуствено внесената "диференциална" константа  $C_0(k,q)$  да е наложително различна от нула, контрастира на случая с частично интегруемото уравнение RLW.

### 3. УСЛОВИЯ ЗА СЪВМЕСТИМОСТ И РЕАЛНИ ПЕРИОДИЧНИ РЕШЕНИЯ

Периодичното решение на уравнение CFE съдържа физически предизвикателства, свързани с двукратните полюси в мрежата от точки

 $\xi_{mn} = (m+1/2) + i(n+1/2) \operatorname{Im} \tau, \ m, n \in \mathbb{Z}.$ 

Полюсите са сингулярности за решението, тъй като в околност на тези точки решението клони към  $\infty$ . За да бъдат избегнати тези сингулярности ние ограничаваме зоната на фазовата променлива  $\xi$ , така че  $-\pi\varepsilon < \text{Im}(\xi) < \pi\varepsilon$ ,  $\varepsilon > 0$ , където приемаме (което е обичайна практика [3])  $q = e^{-\pi\varepsilon}$ ,  $\varepsilon > 0$ ), т.е.  $\tau = i\varepsilon$ . Тази хоризонтална ивица е и условието за аналитичност на полученото периодично решение (9). Вълновото число k е свободен параметър, който има единствено ограничение да не е нула. От физическа гледна точка интересни са реалните периодични решения, които се генерират от (9) при реални и имагинерни стойности на вълновото число. Ако k е реално число, приемаме, че k > 0, защото по принцип

вълновото число характеризира броя на вълните, които се структурират (подреждат) върху отсечка с дължина  $2\pi$  ( приемаме отсечка с такава дължина за единична). Както е известно от общата теория на  $\theta$ -функциите на Якоби [4], при реални стойности на фазовото отместване  $\delta$ , логаритмичната производна за  $\theta_3(\xi,q)$  можем да изразим със следното фуриерово развитие (виж [3],[4])

$$\frac{\theta_3'(\xi,q)}{\theta_3'(\xi,q)} = 2\sum_{m=-\infty}^{\infty} (-1)^m \operatorname{cosech}(\varepsilon \pi m) \sin(2m\xi),$$

където с "прим" сме означили диференциране по фазовата променлива. Това развитие ни дава възможност да конструираме нелинейните синусоидални вълни на CFE във формата

$$u(x,t) = -\frac{\alpha_2 \alpha_3}{\alpha_1 \alpha_4} + 8k^2 \left(\frac{\alpha_3}{\alpha_1}\right) \left[1 - q \frac{W'(\theta_2, \theta_3)}{W(\theta_2, \theta_3)}\right] + 48k^2 \left(\frac{\alpha_3}{\alpha_1}\right) \sum_{m=-\infty}^{\infty} (-1)^m m \operatorname{cosech}(\varepsilon \pi m) \operatorname{cos}(2m\xi) \quad (10)$$

при непроменени условия за интеграционната и диференциалната константа. Ние получихме с равенство (10) една добре дефинирана в ивицата  $-\pi\varepsilon < \text{Im}(\xi) < \pi\varepsilon, \varepsilon > 0, q = e^{-\varepsilon\pi}$  функция, която е точно, периодично, синусоидално решение на частично интегруемото уравнение СFE в специалния случай (2).

Когато вълновото число k е имагинерно число, т.е.  $k \rightarrow ik$  (отново считаме k > 0), то фазовата променлива  $\xi$ , която в случая би била  $\xi = ikx + i(k\alpha_2\alpha_3/\alpha_4)t + \delta$ , ще бъде чисто имагинерно число, ако изберем фазовото отместване  $\delta$ , така че  $\delta \rightarrow i(\delta + \varepsilon \pi)$ . Отново ще използваме квазипериодичното свойство на  $\theta_3$ , т.е.  $\theta_2(i\xi,q) = e^{-\varepsilon \pi/4 + i\xi} \cdot \theta_3(i\xi + i\varepsilon \pi, q)$ , (виж [4]), в резултат на което получаваме едно периодично, двупараметрично решение на уравнението СFE, но съставено от безброй солитарно вълнови профили:

$$u(x,t) = -\frac{\alpha_2 \alpha_3}{\alpha_1 \alpha_4} + 8k^2 \left(\frac{\alpha_3}{\alpha_1}\right) \left[1 - q \frac{W'(\theta_2, \theta_3)}{W(\theta_2, \theta_3)}\right] - 12k^2 \left(\frac{\alpha_3}{\alpha_1}\right) \sum_{m=-\infty}^{\infty} \operatorname{sech}^2(\xi - \varepsilon \pi m).$$
(11)

### 4. КНОИДАЛНИ РЕШЕНИЯ НА СГЕ

Картината на периодичните вълнови решения, за дискутираното еволюционно уравнение на конвективния флуид с условието (2), не би била пълна, ако пропуснем да анализираме и възможността за получаването на един особен вид локализирани периодични решения, наречени кноидални, заради начина на тяхното описание. Обикновено тези решения се описват с елиптичните функции на Якоби [6],  $cn(z,\mu)$  и  $sn(z,\mu)$ , наречени съответно косинус – амплитуда и синус – амплитуда, а  $\mu$  е модул на тези функции  $0 \le \mu^2 \le 1$ . В крайна сметка тези периодични решения се изразяват чрез функцията  $cn(z,\mu)$ , защото за всеки аргумент zи всеки модул е в сила равенството

$$sn(z,\mu) = \sqrt{1 - cn^2(z,\mu)}.$$
 (12)

Останалите две елиптични функции на Якоби:  $tn(z,\mu)$  и  $dn(z,\mu)$ , които се наричат съответно тангенс – амплитуда и делта – амплитуда, също могат да се изразят посредством  $cn(z,\mu)$ .

Полагаме  $u(x,t) = f(\xi)$  и след заместване в (1) и еднократно интегриране по *x* получаваме редуцираното обикновено диференциално уравнение

$$cf(\xi) + \frac{\alpha_1}{2} f^2(\xi) + \alpha_2 k f'(\xi) + \alpha_3 k^2 f''(\xi) + \alpha_4 k^3 f'''(\xi) + (k\alpha_1 \alpha_4 / \alpha_3) f(\xi) f'(\xi) = \lambda,$$
(13)

където λ е интеграционна константа. Ще представим решението на (13) във формата

$$f(\xi) = a \wp(\xi) + b + b_1 \left(\frac{\wp'}{\wp}\right) + b_2 \left(\frac{\wp'}{\wp}\right)^2, \quad a, b, b_1, b_2 \ ca \ \text{const} \ ,$$

където  $\wp(\xi) = \wp(\xi, G_2, G_3)$  е първата елиптична функция на Вайерщрас [4] с инварианти  $G_2, G_3$ , която удовлетворява базовото съотношение

$$(\wp'(\xi))^2 = 4\wp^3(\xi) - G_2\wp - G_3.$$

Тук ще представим една по-проста форма на предполагаемото решение, като положим  $b_1 = b_2 = 0$ , при което  $f(\xi) = a \wp(\xi) + b$ , където *a*,*b* са неизвестни на този етап параметри, при естественото изискване  $a \neq 0$ . Отчитайки базовото съотношение за функцията  $\wp$ , можем лесно да получим полиномните представяния на последователните производни

 $\wp''(\xi) = 6\wp^2(\xi) - G_2/2; \quad \wp'''(\xi) = 12\wp(\xi)\wp'(\xi); \quad \wp^{(4)}(\xi) = 120\wp^3(\xi) - 18G_2\wp(\xi) - 12G_3$ Замествайки  $f(\xi) = a\wp(\xi) + b$  в уравнение (13) и приравнявайки коефициентите пред еднаквите степени и производни на функцията  $\wp(\xi)$ , получаваме следната алгебрична система

$$a(12k^{2}\alpha_{3} + a\alpha_{1}) = 0;$$
  

$$a(c + \alpha_{1}b) = 0;$$
  

$$cb + \alpha_{1}b^{2}/2 - ak^{2}\alpha_{3}G_{2}/2 = \lambda;$$
  

$$ak\alpha_{4}(12k^{2}\alpha_{3} + a\alpha_{3}) = 0;$$
  

$$ak(\alpha_{2}\alpha_{3} + b\alpha_{1}\alpha_{4}) = 0,$$

която е съвместима и има единствено решение

$$a = -12k^2 \left(\frac{\alpha_3}{\alpha_1}\right); \qquad b = -\frac{\alpha_2 \alpha_3}{\alpha_1 \alpha_4}; \qquad c = \frac{\alpha_2 \alpha_3}{\alpha_4}; \qquad G_2 = \frac{1}{6k^4} \left(\frac{\lambda \alpha_1}{\alpha_3^2} + \frac{\alpha_2^2}{2\alpha_4^2}\right).$$

От анализа можем да направим извода, че елиптичната функция

$$u(x,t) = -12k^{2} \left(\frac{\alpha_{3}}{\alpha_{1}}\right) \wp(\xi,\lambda,\eta) - \frac{\alpha_{2}\alpha_{3}}{\alpha_{1}\alpha_{4}},$$
(14)

е точно решение на еволюционното уравнение (1), разглеждано в условието на хипотезата (2), при условие, че сме избрали (за удобство) интеграционната константа във вида

$$\lambda \rightarrow \frac{\alpha_3^2}{\alpha_1} \left( 6k^4 \lambda - \frac{\alpha_2^2}{2\alpha_4^2} \right), \quad \lambda \neq 0,$$

а фазовата скорост  $c = \alpha_2 \alpha_3 / \alpha_4$ . С параметъра  $\eta \in R$  сме означили втората инварианта на функцията  $\wp(\xi, G_2, G_3)$ , т.е.  $G_2 = \lambda$ ,  $G_3 = \eta$ . Да припомним, че фазовата променлива в конкретния случай е  $\xi = k[x + (\alpha_2 \alpha_3 / \alpha_4)t] + \beta$ , където засега фазовото отместване  $\beta$  би могло да бъде произволно, включително и комплексно число. Физическата приложимост на точното решение се провокира от двукратните полюси на функцията  $\wp(\xi, G_2, G_3)$  в мрежата от точки  $\xi_{mn} = 2m\omega_1 + 2n\omega_2$ , където  $m, n \in Z, m^2 + n^2 > 0, \omega_1$  - реалният полупериод,  $\omega_2$ - имагинерният полупериод на елиптичната функция, като  $\text{Im}(\omega_1/\omega_2) > 0$ . Свободата при избора на фазовото отместване  $\beta$ , ни позволява да направим вертикалната транслация  $\beta = \omega_2$ , където  $\omega_2 = iK_2(\mu)/\sqrt{e_1 - e_3}$ ,  $K_2(\mu)$  е нормалният елиптичен интеграл на Лежандър от втори род, дефиниран с равенството (виж [6])

$$K_{2}(\mu) = \int_{0}^{1} \frac{dt}{\sqrt{(1-t^{2})(1-\mu_{0}^{2}t^{2})}}, \qquad \mu_{0}^{2} = 1-\mu^{2},$$

а  $e_1 > e_2 > e_3$  са реалните корени на кубичното уравнение  $4z^3 - G_2z - G_3 = 0$ . В резултат на тази вертикална транслация имаме модулацията (виж [5],[6])

$$\wp(\theta + \omega_2, G_2, G_3) = e_3 + \frac{e_1 - e_3}{sn^2 [\theta \sqrt{e_1 - e_3} + iK_2, \mu]}, \text{ Kato } sn(z + iK_2, \mu) = \frac{1}{\mu sn(z, \mu)}$$

С параметъра  $\mu$  сме означили модула на елиптичната функция *sn*, който се дефинира с равенството  $\mu^2 = (e_2 - e_3)/(e_1 - e_3)$ , а  $\theta = \xi - \beta$ . Ако в последните две равенства постигнем паритет по отношение на елиптичната функция на Якоби, стигаме до тъждеството

$$\wp(\theta + \omega_2, G_2, G_3) = e_3 - (e_2 - e_3)cn^2(\theta \sqrt{e_1 - e_3}, \mu),$$

което постига две цели: избягват се сингулярностите на елиптичното решение (14), свързани с двукратните полюси в мрежата  $\xi_{mn}$  и елиптичната функция на Вайерщрас беше представена в т.нар. кноидална форма. Решението (14) придобива следния кноидален вид:

$$u(x,t) = 12k^{2} \left(\frac{\alpha_{3}}{\alpha_{4}}\right) (e_{2} - e_{3}) cn^{2} \left[ k\sqrt{e_{1} - e_{3}} \left( x + \frac{\alpha_{2}\alpha_{3}}{\alpha_{4}} t \right), \mu \right] - \frac{\alpha_{3}}{\alpha_{1}} \left( 12k^{2}e_{3} + \frac{\alpha_{2}}{\alpha_{4}} \right).$$
(15)

Получихме една реална трипараметрична фамилия от периодични вълни с реален период  $4K_1(\mu)$ , където  $K_1(\mu)$  е нормалният елиптичен интеграл на Лежандър от първи род. Влиянието на свободните параметри G<sub>2</sub> и G<sub>3</sub> върху решението е индиректно – посредством реалните корени  $e_1, e_2, e_3$  на алгебричното уравнение  $4z^3 - G_2z - G_3 = 0$ . Изискването и трите корена да са реални и различни ( $e_1 > e_2 > e_3$ ), налага ограничение и върху инвариантите  $G_2$  и  $G_3$ . Те трябва да са такива реални числа, че детерминантата  $\Delta = (-G_2/4)^3/27 + (G_3/4)^2/4$  да е отрицателна, т.е.  $G_2^3 > 27G_3^2$ . От равенство (15) произтичат още два важни извода, свързани с кноидалните вълни. Тъй като функцията cn(z, µ) приема реални стойности при реални аргументи, то вълновото число *k* трябва да приема само реални стойности (т.е. k > 0), а като отчетем, че параметрите на уравнение (1) са положителни реални числа ( $\alpha_i > 0, j = 1,...,4$ ), то от дисперсионното съотношение  $\omega(k) = k\alpha_2\alpha_3/\alpha_4$ следва, че кноидалните вълни са еднопосочни (движат се наляво) с групова скорост  $V_g = \omega'(k) = \alpha_2 \alpha_3 / \alpha_4$ . Тези вълни са недиспергиращи ( $\omega'' = 0$ ) и недисипиращи, защото  $\omega = k\alpha_2\alpha_3 / \alpha_4$  е реално число. Дисипиращите вълни са свързани със затихване на амплитудите им с времето, което се дължи на някакъв вътрешен дисипативен механизъм, докато кноидалните вълни (15) не притежават това свойство. Това различава кноидалното решение (15) от периодичното солитарно - вълново решение (11).

### **5. СОЛИТАРНО РЕШЕНИЕ НА СFE**

Няма дефиниция, в обичайния смисъл на тази дума, на понятието локализирано солитарно решение. Обикновено мнозинството от авторите приемат за солитарно локализирано решение, на едно моделно частно диференциално уравнение, всяко решение, което не е периодично и не е солитонно. Други автори наричат тези решения солитонообразни. Ще покажем, че с една инвариантна модулация, съчетана с подходящо фазово отместване, можем да генерираме солитарно локализирано решение на уравнението за конвективния флуид (1), в условието на хипотеза (2). В елиптичното решение, което получихме в (14), изискването за инвариантите  $G_2$  и  $G_3$  е да са ненулеви и реални числа. Ако приемем, че  $G_2 = 12\lambda^2$ ,  $G_3 = -8\lambda^3$ , то дискриминантата  $\Delta = G_2^3 - 27G_3^2 = 0$ , като за параметъра  $\lambda$  ще предполагаме, че е положително реално число. В този случай ще приложим съотношението (виж [4])

$$\wp(\xi, 12\lambda^2, -8\lambda^3) = \lambda + 3\lambda \operatorname{cosech}^2(\xi\sqrt{3\lambda})$$
(16)

Фазовата променлива  $\xi$  е такава, че фазовото отместване  $\beta$  е нулево, т.е.  $\xi = k[x + (\alpha_2 \alpha_3 / \alpha_4)t]$ . Отчитайки (16) и (15), получаваме следното локализирано солитарно решение на уравнение (1)

$$u(x,t) = -36\lambda k^2 \left(\frac{\alpha_3}{\alpha_1}\right) \operatorname{cosech}^2(\xi\sqrt{3\lambda}) - \frac{\alpha_3}{\alpha_1} \left(12\lambda k^2 + \frac{\alpha_2}{\alpha_4}\right).$$
(17)

Тази солитарна вълна се нарича антикинг, заради отрицателната си амплитуда. Формата на вълните е като вдлъбнатини с остри падини и широки застъпващи се основи.

### 6. ЕДНОСОЛИТОННО РЕШЕНИЕ

Едносолитонният импулс представлява една (или повече от една) солитарна вълна от типа  $A \sec h^m(\xi), m = 1, 2, ...,$  удовлетворяваща солитонното условие  $u(\xi) \to 0$  при  $\xi \to \infty$ . Обикновено, когато моделното уравнение е интегруемо, се прилага методът на спектралния анализ или бидиференциалният метод на Hirota [10], чрез които методи могат да се намерят както едносолитонни, така и N – солитонни решения. За частично интегруемите уравнения тези методи не са приложими, тъй като в бидиференциалните редукции на тези уравнения има повече от едно остатъчни уравнения.

Когато едно моделно частно диференциално уравнение притежава елиптично Вайерщрасово решение, както в случая на уравнение (1) – (2) имаме решението (14), едносолитонното решение се търси при дълговълнов преход на кноидалната вълна. Този дълговълнов преход се постига като положим  $\mu = 1$ , при което  $e_1 = e_2 = \lambda$ ,  $e_3 = -2\lambda$ , защото винаги  $e_1 + e_2 + e_3 = 0$ , като корени на характеристичното уравнение  $4z^3 - G_2z - G_3 = 0$ . Тук отново  $\lambda$  е произволно реално положително число. За да постигнем такава конфигурация на характеристичните корени  $e_j$ , j = 1,2,3 е достатъчно  $G_2 = 12\lambda^2$ ,  $G_3 = -8\lambda^3(\lambda > 0)$ , защото

$$4z^{3}-12\lambda^{2}z+8\lambda^{3}=4(z-\lambda)^{2}(z+2\lambda).$$

В този вариант ние постигаме следния ефект – реалният период на елиптичната функция cn(z,1) е  $\infty$  (дълговълнов граничен преход), а имагинерният период става  $i\pi$ , т.е. става израждането  $cn(z,1) = \sec hz$ . Като отчетем необходимостта от удовлетворяването на "солитонното" условие, от (15) получаваме, че  $k\sqrt{\lambda} = \frac{1}{2}\sqrt{\frac{\alpha_2}{6\alpha_4}}$ , при което можем да получим в окончателна форма едносолитонния импулс на еволюционното уравнение за конвективния флуид в условието на хипотеза (2)

$$u(x,t) = \frac{3}{2} \left( \frac{\alpha_2 \alpha_3}{\alpha_4^2} \right) \operatorname{sech}^2 \left[ \frac{1}{2} \sqrt{\frac{\alpha_2}{2\alpha_4}} \left( x + \frac{\alpha_2 \alpha_3}{\alpha_4} t \right) \right].$$
(18)

Едносолитонният импулс (18) проявява всички белези на нелинейните вълни, а именно зависимост между амплитудата и скоростта на импулса (има се предвид фазовата скорост), както и еднопосочност на движението.

#### 7. ЗАКЛЮЧИТЕЛНИ БЕЛЕЖКИ

В условието на хипотезата за пропорционалност (2), неинтегруемото уравнение за конвективния флуид се превръща в едно частично интегруемо уравнение. Билинейно - трансформационният метод може лесно да се адаптира към такива полуинтегруеми еволюционни уравнения, което е направено в секция 2. Да отбележим, че пространственото отклонение на полученото периодично решение практически зависи само от вълновото число, което позволява балансиране на фазовите скорости на периодичната и едносолитонната вълна. Солитарно-вълновите точни решения се генерират от кноидалната вълна с последователност на една инвариантна модулация на елиптичната функция на Вайерщрас, последвана от подходящо фазово отместване. Този подход е продуктивен винаги, когато е налице елиптично решение на разглежданото моделно уравнение.

### Приложение А

Приложение Б

$$\begin{cases} \sum_{n=-\infty}^{\infty} q^{2n^2} = \theta_3; & \sum_{n=-\infty}^{\infty} q^{n^2 + (n-1)^2} = q^{1/2} \theta_2; \\ \sum_{n=-\infty}^{\infty} n^2 q^{2n^2} = q \theta_3^{'} / 2; & \sum_{n=-\infty}^{\infty} (2n-1)^2 q^{n^2 + (n-1)^2} = 2q^{3/2} \theta_2^{'}; \\ \sum_{n=-\infty}^{\infty} n^4 q^{2n^2} = q (\theta_3^{'} + q \theta_3^{''}) / 4; & \sum_{n=-\infty}^{\infty} (2n-1)^4 q^{n^2 + (n-1)^2} = 4q^{3/2} (\theta_2^{'} + q \theta_2^{''}); \\ \sum_{n=-\infty}^{\infty} n^6 q^{2n^2} = q (\theta_3^{'} + 3q \theta_3^{''} + q^2 \theta_3^{'''}) / 8; & \sum_{n=-\infty}^{\infty} (2n-1)^6 q^{n^2 + (n-1)^2} = 8q^{3/2} (\theta_2^{'} + 3q \theta_2^{''} + q^2 \theta_2^{'''}). \end{cases}$$

## ЛИТЕРАТУРА

[1] Aspe H. and M. Depassier (1990), *Evolution equation of surface waves in a convecting fluid*, Phys. Rev. A 41, 3125-3128

[2] Hirota R. and J. Satsuma (1976), *A variety of nonlinear network equations generated from the Bäcklund transformation for the Toda lattice*, Prog. Theoret. Phys. Suppl. 59, 64-100

[3] Ахиезер Н. И. (1970), Элементы теории эллиптических функций, Наука, ГРФМЛ, Москва.

[4] Lawden D. F. (1989), *Elliptic Functions and Applications*, Berlin: Springer.

[5] Каменов О. Й. (2014), Докторска дисертация, София: Технически университет

[6] Nakamura A. (1979), A direct method of calculating periodic wave solutions to nonlinear evolution equations. Exact two-periodic wave solutions, J. Phys. Soc. Japan 47, 1701-705

[7] Painlevé P. (1902), Sur les équations différentielles du second ordre et d'ordre supérieur dont l'intégrale générale est uniforme, Acta Math. 25, 1-85

[8] Ablowitz M. J., A. Ramani and H. Segur (1980), *A connection between nonlinear evolution equations and ordinary differential equations of p- type*, J. Math. Phys. 21, 715-721

[9] Kudryashov N. A. (2003), Nonlinear differential equations with exact solutions expressed via the Weierstrass function, Intern. Science project № 1379-2, 1-22

[10] Hirota R. (1973), *Exact N-soliton solutions of the wave equation of long waves in shallow-water and in nonlinear lattices*, J. Math. Phys. **14**, 810-814

Автори: Огнян Йорданов Каменов, доц. дмн, катедра "Математически анализ и числени методи", ФПМИ, ТУ-София, *e-mail: okam@abv.bg*; Магдалина Узунова, гл. асистент, катедра "Математика", Факултет по транспортно строителство, УАСГ, *e-mail: magi.uzunova@abv.bg* 

Постъпила на 01.02.2016 г.

Рецензент: доц. д-р Георги Венков



## ИЗЧИСЛЯВАНЕ НА СТАЦИОНАРНИТЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ НА АСИНХРОННИ МАШИНИ ПРИ ИЗПОЛЗВАНЕ НА НЕЛИНЕЕН МОДЕЛ И ИТЕРАТИВЕН МЕТОД

### Ганчо Божилов

**Резюме:** В работата е изследван изчислителният процес при определяне на нелинейните активни и индуктивни съпротивления и влиянието им върху стационарните работни и пускови характеристики на асинхронните двигатели. За целта са използвани апроксимиращи зависимости на съпротивленията от токовете на двигателя и итеративни процедури за изчислението им.

**Ключови думи:** Електрически машини, итеративен подход, нелинейни активни и индуктивни съпротивления, нелинейни характеристики, асинхронен двигател

## DETERMINATION OF THE STATIONARY PERFORMANCES OF THE INDUCTION MACHINES USING A NON-LINEAR MODEL AND ITERATIVE METHOD

## **Gantcho Bojilov**

**Abstract:** In this paper a study the computing process by determination of the nonlinear resistances and reactances and this influence on the stationary performances of the induction motors is made. For this purpose an approximate functions of the parameters by the currents of the motor and iterative procedure for computing is use. **Keywords:** Electrical machines, iterative method, non-linear resistances and reactances, non-linear performances, induction motors

## 1. ОПИСАНИЕ НА ПРОБЛЕМА

Както е известно, електрическите машини са нелинейни устройства, поради това, че активните и индуктивните съпротивления на намотките им не са постоянни величини, а зависят от самите токове, които всъщност се изчисляват чрез тях. Това е типичната нелинейност, когато коефициентите пред неизвестните в уравненията зависят от самите неизвестни [1,2]. Тогава при изчислението на стационарните характеристики трябва да се приложат итеративни процедури, но от изчислителната практика е известно, че не винаги изчислителният процес е сходящ, а понякога е и осцилиращ. В такива случаи се налага проблемът да се реши като нелинейните съпротивления се представят с апроксимиращи зависимости от токовете или с достатъчно големи масиви от стойности във функция от други величини, например от хлъзгането при асинхронните машини. Така например активните съпротивления на намотките зависят от температурата, а индуктивните - от насищането на съответния участък на магнитната верига. Освен това активните и индуктивните съпротивления зависят и от токовото изместване в проводниците и каналите на статора и ротора и в крайна сметка косвено от токовете. Така или иначе тези зависимости могат да се намерят предварително по изчислителен път още на стадия проектиране като се изразят с някакви подходящи апроксимиращи функции. При използването на тези функции изчисленията трябва да се провеждат с помощта на итеративни процедури до получаване на необходимата сходимост на изчислителния процес. Що се отнася до избора на апроксимиращите функции, то кубичните сплайн функции, въпреки разпространеното мнение в тяхна полза, не са подходящи за целта и въобще за повечето зависимости на електрическите машини. По-подходящи са полиномите от трети ред от вида  $y = y_0 + ax + bx^2 + cx^3$ , които добре описват плавните нарастващи или намаляващи зависимости на съответните величини.

### 2. СЪЩНОСТ НА ПОДХОДА

Макар че итеративните процедури по своята същност са въпрос на технология, необходимо е да се дадат някои пояснения, целещи по-детайлно изясняване на изчислителния процес за случая. Тъй като този подход се базира на апроксимации, трябва преди всичко да се определи вида на апроксимиращите функции и коефициентите пред съответните степени на полиномите. По нататък итеративният изчислителен процес трябва да протече в следния ред.

Въвеждат се съответните апроксимиращи зависимости с реални коефициенти едновременно за всички нелинейни съпротивления на електрическата машина. На първата стъпка се задават някакви начални стойности на тези съпротивления (например тези при номинален режим или празен ход) и се определят началните стойности на токовете, зависещи от тях. На втората и по-нататъшните стъпки се определят чрез апроксимиращите полиноми нови стойности на съпротивленията и токовете и т.н., докато се получи удовлетворителна сходимост на процеса с минимална зададена грешка, след което се определят и останалите величини на машината като мощности, загуби, моменти, работни и механични характеристики и др. При това броят на итерациите може да бъде достатъчно голям, което не е проблем за голямата скорост на съвременните компютри.

#### 3. ЧИСЛЕН ПРИМЕР

По принцип този подход е валиден за всички видове електрически машини, но нелинейностите на параметрите са най-изявени при асинхронните двигатели, където зависимостите между величините са най-сложни. Затова за илюстрация на метода е изследван стационарният режим на един четири полюсен асинхронен двигател с кафезен ротор с мощност 14 kW и напрежение 380 V, за който токовете на намотките, електромагнитният момент и характеристиките му са изчислени по Excel [3] чрез решаване на комплексните уравнения от пълната Тобразна заместваща схема (фиг. 1) без никакви опростявания.

$$\dot{U}_1 = Z_1 \dot{I}_1 - \dot{E}_1 = Z_1 \dot{I}_1 + Z_{eq} \dot{I}_1; \quad -E_1 = Z_m I_m = Z_2' I_2'; \tag{1}$$

$$Z_{eq} = \frac{Z_{m} Z_{2'}}{Z_{m}' + Z_{2'}}$$
(2)



Фиг.1.

Изчисленията са проведени за редица стойности на хлъзгането, от където се получават целите работни и пускови характеристики на двигателя, като са използвани нелинейните зависимости на четири от шестте съпротивления на заместващата схема, които са със значителна нелинейност (индуктивните съпротивления от разсейване на статора и ротора  $x_1$  и  $x_2$ ', главното индуктивно съпротивление на намагнитващия клон  $x_m$  и активното съпротивление на ротора  $r_2$ '), а останалите две са приети за константни. Функционалните зависимости на съпротивленията от съответните токове са намерени чрез апроксимации с помощта на Sigmaplot [4], а именно:

$$x_1(I_1) = 0.965 - 1.4.10^{-3}I_1 + 3.2.10^{-5}I_1^2 - 2.35.10^{-7}I_1^3$$
(3)

$$x_2'(I_2') = 0,976 - 1,7.10^{-3}I_2' + 4,267.10^{-5}I_2'^2 - 3,552.10^{-7}I_2'^3$$
(4)

$$r_2'(l_2') = 0,242 + 1.10^{-3}l_2' - 2,544.10^{-5}l_2'^2 + 2,117.10^{-7}l_2'^3$$
(5)

$$x_m(I_m) = 106,099 - 39,547I_m + 7,072I_m^2 - 0,425I_m^3$$
(6)

На следващите графики са показани получените ефективни стойности на токовете на статорната и роторната намотка, намагнитващия ток, електродвижещото напрежение и електромагнитния момент на двигателя, изчислени за определени стойности на хлъзгането във функция от броя на итерациите, както и механичната характеристика на двигателя във функция от хлъзгането.

От получените резултати може да се заключи, че за малките стойности на токовете в устойчивата част от механичната характеристика е достатъчен малък брой итерации, докато за големите стойности на токовете в неустойчивата й част, където разликата между началните и крайните стойности на съпротивленията е по-голяма, са необходими доста повече итерации, което не е проблем при изчислението.

## 4. РЕЗУЛТАТИ



**Фиг.2.** s = 0,05



Фиг.3. s = 0,05



Фиг.4. s = 1



**Фиг.5.** s = 1



Фиг.6. s = 1



Фиг.7.







Фиг.9.

### ЛИТЕРАТУРА

[1] Колев, Л., Г. Божилов, Д. Пенев. Изчисляване на стационарните режими в асинхронни машини при използване на нелинеен модел и на интервален метод, Год. на ТУ – София, т. 50, кн. 2, 1999 г.

[2] Kolev, L. A new method for global solution of systems of nonlinear equations, Reliable Computing, vol. 4, 1998.

[3] Microsoft Office Excel, 2007.

[4] Sigma Plot 10 Demo, User's Guide, SPSS Inc. 2006.

[5] MATLAB – High performance numeric computation and visualization software – reference guide, The Mats works, 1992.

[6] Mathcad Trial version, Mathsoft Engineering & Education Inc, 2001.

Автор: Ганчо Й. Божилов, проф. д.т.н., катедра "Електрически машини", Електротехнически факултет, ТУ- София, *email: gjboj@tu-sofia.bg* 

Постъпила на 29.03.2016 г.

Рецензент: доц. д-р Михо Михов



# РЕКУПЕРАТИВЕН ИМПУЛСЕН ПРЕОБРАЗУВАТЕЛ ЗА ПОСТОЯННОТОКОВ ДВИГАТЕЛ С ПОСЛЕДОВАТЕЛНО ВЪЗБУЖДАНЕ

# Дочо Цанков, Евтим Йончев, Тодор Йонков

**Резюме:** В представената работа е предложена нова топология на силова електронна схема, осигуряваща работа на двигател за постоянен ток с последователно възбуждане в режим на рекуперативно спиране. Създаден е уточнен SimPowerSystem модел на реален двигател, работещ в среда на Matlab/Simulink. Извършена е експериментална верификация на механични характеристики. Симулационно е изследвана съвместната работа на силовия преобразувател и моделирания двигател.

*Ключови думи:* Matlab/Simulink, SimPowerSystem, двигател за постоянен ток с последователно възбуждане, рекуперативно спиране, импулсен преобразувател

# **REGENERATIVE PULSE CONVERTER FOR SERIES DC MOTOR**

# Docho Tsankov, Evtim Yonchev, Todor Ionkov

**Abstract**: In the present work is a proposed new topology of power electronic circuit for series DC motor that provide work in the mode of regenerative braking. In an environment of Matlab / Simulink was created SimPowerSystem specified model of a real motor and was performed experimental verification of mechanical characteristics. Simulation study of collaboration of the power converter and modeled motor is performed.

**Keywords:** Matlab/Simulink, SimPowerSystem, series DC motor, recuperative braking, power converter

## 1. ВЪВЕДЕНИЕ

Съвременните тенденции за влияние върху енергийния пазар чрез повишаване на ефективността въвеждат като задължително условие към системите за управление на електромеханичните агрегати осигуряването на условия за двустранен обмен на енергия между механичната и електрическата част. Това се реализира чрез привеждане на електрозадвижванията в подходящи (с минимални загуби) двигателни и спирачни режими. Ако двигателният режим е свързан с преодоляване на необходимия съпротивителен момент при извършване на работа, то спирачният режим е свързан с използването на натрупаната в механиката енергия. Условията за рекуперация на тази енергия зависят както от типа на задвижващия мотор, така и от силовата част, и от съвършенството на използваната система за управление. Повечето мотори захранени от източник на напрежение получават рекуперативни механични характеристики при принудително развъртане над скоростта на идеален празен ход. Изключение прави двигателят за постоянен ток с последователно възбуждане (ДПТ с ПВ), за който това би довело до размагнитване на машината и липсата на какъвто и да е електромагнитен спирачен момент.

ДПТ с ПВ имат все още сравнително широко разпространение в агрегати, изискващи висок пусков момент и работа при постоянна мощност. Производството на този тип мотори е традиционно в редица държави, а мощностният диапазон е от 0,1kW до около 1000kW. Съществуващите решения [2] за постигане на генераторно спиране се базират на силови схеми, които третират възбудителната намотка като независима и такива, които запазват посоката на тока във възбудителната намотка.

Целта на настоящата работа е създаване на двуквадрантен импулсен преобразувател с реверсиране по ток и симулационно изследване на неговата съвместна работа с ДПТ с ПВ.

# 2. МАТЕМАТИЧЕСКО ОПИСАНИЕ НА ПРОЦЕСИТЕ НА ПРЕОБРАЗУВАНЕ НА ЕНЕРГИЯ В ДПТ С ПВ

Разглеждането на процесите в електромеханичния преобразовател ще бъде направено чрез опростена еквивалентна схема (фиг.1) на ДПТ с ПВ захранен от източник на напрежение.



Фиг.1. Еквивалентна схема на ДПТ с ПВ

Съгласно [1] математическите зависимости на динамично преобразуване са:

$$u_a = k \Phi(i_a) \omega + i_a (R_{a\Sigma} + R_B) + w_B \frac{d\Phi}{dt} + (L_{a\Sigma} + L_B) \frac{di_a}{dt}$$
(1)

$$M = k \Phi(i_a) i_a \tag{2}$$

$$J_{\Sigma} \frac{d\omega}{dt} = M - M_c \tag{3}$$

където:  $R_{a\Sigma}$  - активно съпротивление на котвата и допълнителните полюси,  $R_B$  - активно съпротивление на възбудителната намотка,  $L_{a\Sigma}$  - индуктивност на котвата и допълнителните полюси,  $L_B$  - индуктивност на възбудителната намотка,  $M_c, M$  - съпротивителен и електромагнитен момент.

Полученият модел е електромагнитно нелинеен. Съществуват различни предложения ([4], [1], [5] и [3]) за тяхното отчитане, които не винаги са приложими за работа с SimPowerSystem. За опростяване на разглежданията могат да бъдат направени следните предположения:

- загубите от вихрови токове са нулеви,
- индуктивностите са постоянни,
- противоелектродвижещото напрежение на машината зависи от параметъра взаимна индуктивност L<sub>am</sub>, който е постоянен.

Тогава системата уравнения добиват вида:

$$u_a = kL_{am} \,\omega i_a + i_a (R_{a\Sigma} + R_B) + (L_{a\Sigma} + L_B) \frac{di_a}{dt} \tag{4}$$

$$M = kL_{am} i_a^2 \tag{5}$$

$$J_{\Sigma} \frac{d\omega}{dt} = M - M_c \tag{6}$$

Предложението в настоящата работа е нелинейността да бъде отчетена чрез въвеждане в модела на нелинейна връзка между възбудителния ток и противоелектродвижещото напрежение на машината. Това би се отразило на системата от уравнения чрез изменение на условията (4),(5) и те ще придобият вида.

$$u_a = f(i_B)\omega + i_a(R_{a\Sigma} + R_B) + (L_{a\Sigma} + L_B)\frac{di_a}{dt}$$
(7)

$$M = f(i_B)i_a \tag{8}$$

## 3. SimPowerSystem МОДЕЛ НА ДПТ С ПВ, ОТЧИТАЩ НЕЛИНЕЙНАТА ВРЪЗКА МЕЖДУ ВЪЗБУДИТЕЛНИЯ ТОК И ПРОТИВОЕЛЕКТРОДВИЖЕЩОТО НАПРЕЖЕНИЕ

За реализирането на *SimPowerSystem* модел на ДПТ с ПВ е необходимо използването на специализирани елементи, характерни за средата. Като основа се използва моделът на двигател за постоянен ток с независимо възбуждане, където физическата интерпретация на мотора е сведена до следните елементи със съсредоточени параметри: активно съпротивление и индуктивност на котвата плюс допълнителните полюси, активно съпротивление и индуктивност на възбудителната намотка и управляем източник на променливо напрежение.

Съществуващия в Matlab/Simulink модел отговаря на описанието, включващо уравненията от (4) до (6). Предложеното по-горе ((7), (8)) отчитане на нелинейната връзка изисква познаването, на указаната функционална зависимост и въвеждането й в модела. За целта се извършва експерименталното й снемане при следните начални данни: двигател ДП-12,

$U_{n} = 220 V$	$P_n = 3000 W$	$R_{a\Sigma} = 2,43\Omega$	$R_{B} = 0,82 \Omega$
$I_n = 19 A$	$\omega_n = 960 tr / \min$	$L_{a\Sigma} = 18  mH$	$L_{B} = 5,4  mH$

Резултатите са дадени в таб.1, където с e,  $\omega$  и  $i_B$  са представени съответно: противоелектродвижещото напрежение, ъгловата скорост и възбудителният ток.

				Таблица 1									
<i>i</i> <sub>B</sub> [A]	0,00	2,00	6,00	12,00	19,00	23,00	30,00	40,00	50,00	60,00	70,00	80,00	90,00
e/ω [V.s/rad]	0,19	0,35	0,95	1,73	1,91	1,98	2,10	2,15	2,20	2,22	2,30	2,30	2,30

След извършена апроксимация и параметрична идентификация за търсената функция се получава следното равенство:

$$\frac{e}{\omega} = 3,8.10^{-9}i_B^5 - 1,15.10^{-6}i_B^4 + 1,3.10^{-4}i_B^3 - 7,3.10^{-3}i_B^2 + 0,19i_B + 0,19$$
(9)



Фиг.2. Структурната схема за провеждане на симулационния експеримент по снемане на механичните характеристики.

Извършена е верификация на статичните механични характеристики, получени симулационно от създадения уточнен модел и от съществуващия в Matlab модел (фиг.2) с експериментално снети от реалния двигател. Резултатите могат да се видят на фиг.3.

След изчисляване на относителното отклонение на скоростите за различните механични характеристики при съответни товарни моменти може да се каже, че при изменение на момента в диапазона от 10 до 50 [Nm] отклонението на скоростта между експерименталната характеристика и тази получена симулаци-

онно от създадения модел е от 5,7% до 1%, докато това отклонение при съществуващия модел превишава 20% при ниските натоварвания.



Фиг.3. Симулационни и експериментални механични характеристики на моделирания двигател.

# 3. ДВУКВАДРАНТЕН ИМПУЛСЕН ПРЕОБРАЗУВАТЕЛ С РЕВЕРСИРАНЕ ПО ТОК

Класическият подход за получаване на изкуствени механични характеристики (2-ри и 4-ти квадранти) в режим на рекуперация за двигателите с последователно възбуждане изисква шунтиране на котвената намотка с допълнителен резистор или независим контур за захранване на възбудителната намотка. Тези методи изискват елементарни апаратни средства и поради това са изследвани и описани още миналия век.

Съвременните решения използват физическите основи на класическите методи като са добавени достиженията от областта на силовата електроника.

Така топологиите, по които се изграждат импулсни преобразователи, работещи съвместно с ДПТ с ПВ могат да бъдат класифицирани в три групи: Базирани на топологията на правия едноключов преобразовател, реализирани като полумостов преобразовател с пасивен диоден мост за възбудителната намотка и реализирани с независими преобразователи за котвената и възбудителната намотка.

Предложената в настоящата работа топология, изобразена фиг.4 е от вторият тип като пасивният диоден мост е редуциран с цел минимизиране на статичните загуби.



Фиг.4. Двуквадрантен импулсен преобразувател с реверсиране по ток.

Работата на преобразователя се основава на следната последователност от действия. Докато транзистора VS1 е отпушен протича ток по веригата: +B, VS1, котвената намотка KH, диода VD1, възбудителната намотка BH и –B. Докато е отпушен транзистора VS2 силовият контур е с източник противоелектродвижещото напрежение на котвената намотка и токът протича през VS2, BH, VD2. Запасената енергия се връща в източника след запушване на VS2 чрез контура: KH, обратния диод на VS1 и диода VD2. Управлението на силовите ключове може да се осъществява по всичките известни методи за импулсна модулация. Поведението на предложеният силов преобразувател е зависимо от режима, в който се намира двигателя, поради това разглеждането му трябва да отчита съвместната работа с него. В *SimPowerSystem* е реализиран общ модел (фиг.5), включващ новопредложената топология и създадения по-горе модел на двигател. Извършен е симулационен анализ на поведението на системата при управление с обратна връзка по ток ( релейно управление със смесена импулсна модулация)



**Фиг.5.** *SimPowerSystem* реализация на двуквадрантен импулсен преобразувател и ДПТ с ПВ.

при различни режими на работа на електрозадвижването. Условията на проведените експерименти са:

**1.** Задаване на нулев ток на котвата при съпротивителен момент -50 [N.m] двигателя до 1,2-та секунда. Следва скокообразно изменение на заданието за ток до -15[A]. Реакцията на системата е представена (фиг.6) чрез времедиаграмите на: скоростта на въртене на двигателя, токовете на котвата и възбудителната намота и създавания електромагнитен момент.



**Фиг.6.** Скорост на въртене на двигателя, токовете на котвата и възбудителната намота и електромагнитен момент(*Mc*=-50 [*N.m*]).

От фиг.6 се вижда, че до момента на промяната на заданието за ток (1,2-та секунда) двигателя се развърта при липсата на електромагнитен момент и нулеви средни стойности на токовете като скоростта му достига 165 [rad/s] (над номинална скорост).

Промяната на заданието за котвения ток води до съответна реакция на затворената система като тока на котвата се колебае около заданието от -15[A], а тока през възбудителната намотка се колебае около +15[A]. Това осигурява условие за рекуперация на енергия и съответен спирачен момент от 28[N.m]. Получена е динамичната механична характеристика фиг.7, от която се вижда, работата на електрозадвижването е изцяло в 2-ри квадрант.



**Фиг.7.** Динамичната механична характеристика(Mc = -50 [N.m]).

**2.** Заданието за ток се изменя от +15[A] до -15[A] при съпротивителен момент +10 [N.m].



Фиг.8. Скорост на въртене на двигателя, токовете на котвата и възбудителната намота и електромагнитен момент (*Mc*=+10 [*N.m*]).

Целта на този експеримент е изследване на системата при наличие на положителен активен товар. Резултатите са дадени чрез фигурите 8 и 9.

Работата на системата може да се раздели на три етапа:

• До 1,2-та секунда токовете през котвата и ВН достигат заданието си, скоростта се установява на 59,65[rad/s], а електромагнитния момент е със стойност съответстваща на токовете.

• От 1,2-та до1,3тата секунда има наличие на запазване посоката на тока през ВН, достигане на котвения ток до зададената му стойност и съответен спирачен момент т.е. в този времеви интервал механичната характеристика е в 2-ри квадрант.

• След този момент нататък се наблюдава ефекта на размагнитване на машината, който се характеризира с липсата на електромагнитен момент и ограничаването на скоростта се дължи само на механични фактори. На динамичната механична характеристика (фиг.9) това се наблюдава като движение по ординатната ос.



**Фиг.9.** Динамичната механична характеристика(Mc = +10 [N.m]).

## 4. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

След проведените експерименти бе доказана работоспособността на предложената нова топология за изграждане на двуквадрантни електрозадвижвания базирани на двигатели за постоянен ток с последователно възбуждане. Получените динамични механични характеристики и времедиаграми показват възможността за двупосочен обмен на енергия и пряко управление на спирачния момент. Постигнатия намален брой силови ключове в комутационните контури предполага минимални статични загуби в преобразувателя.

Допълнителен ефект от разглеждането е създаването и верификацията на уточнен *SimPowerSystem* модел на ДПТ с ПВ, отчитащ нелинейната връзка между възбудителния ток и противоелектродвижещото напрежение на машината. Това дава възможност за симулационно изследване на различни типове силови схеми и стратегии за управление на задвижвания от този тип.

## ЛИТЕРАТУРА

- [1] В. Ключев (1989), Теория на електрозадвижването, Техника,
- [2] N.E.V.R.Dheeraj Varma, Arvind Mittal (2015), Dynamic Modeling and Simulation of a Series Motor Driven Battery Electric Vehicle Integrated With an Ultra Capacitor, IOSR Journal of Electrical and Electronics Engineering (IOSR-JEEE), e-ISSN: 2278-1676,p-ISSN: 2320-3331
- [3] Zeina Bitar, Samih Al Jabi, Imad Khamis (2014), Modeling and Simulation of Series DC Motors in Electric Car, The International Conference on Technologies and Materials for Renewable Energy, Environment and Sustainability, TMREES14, ELSEVIER
- [4] Wemer Leonhard (1996), Control of Electrical Drives, ISBN-13: 978-3-642-97648-3, Springer
- [5] Христов Вл., (2015), Оценяване на скоростта на двигател за постоянен ток с независимо възбуждане при регулиране на магнитния поток, 2015, сборник доклади от международна научна конференция -,,,Унитех -2015 Габрово", ISSN1313-230X

Автори: Дочо Цанков Цанков, гл. ас. д-р, катедра "Автоматизация на електрозадвижванията", Факултет Автоматика, Технически Университет-София, E-mail address <u>d\_tsankov@tu-sofia.bg</u>; Евтим Йорданов Йончев, доц. д-р, катедра "Автоматизация на електрозадвижванията", Факултет Автоматика, Технически Университет-София; проф. д-р Тодор Стефанов Йонков, катедра "Автоматизация на електрозадвижванията", Факултет Автоматика, Технически Университет-София

Постъпила на 23.04.2016

Рецензент: доц. д-р В. Балавесов



## МОДЕЛИРАНЕ И СИМУЛАЦИЯ ЧРЕЗ SOLIDWORKS API НА РОБОТИ ЗА МАНИПУЛИРАНЕ НА СИЛИЦИЕВИ ПЛАСТИНИ

## Николай Братованов, Владимир Заманов

**Резюме:** В статията е описан подход за моделиране и симулация на движенията на манипулационни роботи за пренасяне на силициеви пластини, използвайки приложно-програмния интерфейс SolidWorks API (Application Programming Interface). Наличието на 3D модели на роботите и директният достъп до обектния модел на SolidWorks дават възможност за изграждане на симулационно VBA (Visual Basic for Applications) приложение. Получаването на точна информация за движенията се осъществява чрез връзка между приложението и управляващия софтуер на роботите. Описани са и методи за анализиране на потребителски сценарии, извършване на офлайн програмиране и създаване на демонстрационни материали.

**Ключови думи:** 3D моделиране, манипулационни роботи, симулация на движения, приложно-програмен интерфейс, анализиране на потребителски сценарии, офлайн програмиране;

## MODELING AND SIMULATION OF ROBOTS FOR SEMICONDUCTOR AUTOMATION BY USING SOLIDWORKS API

# Nikolay Bratovanov, Vladimir Zamanov

Abstract: The article describes an approach to modeling and motion simulation of wafer handling robots, applicable in the semiconductor automation by using Solid-Works API (Application Programming Interface). The motion simulation is based on a VBA (Visual Basic for Applications) application which uses the already available 3D models and the direct access to the SolidWorks object model. In order to obtain realistic motion information, the application has been connected to the native robot motion control software. In addition, the article addresses methods for effective analysis of customer layouts, offline programming and creating high-quality demo materials.

*Keywords:* 3D modeling, manipulating robots, motion simulation, application programming interface, customer layouts analysis, offline programming;

## 1. ВЪВЕДЕНИЕ

Манипулационните роботи в полупроводниковата индустрия представляват специфичен клас цилиндрични манипулатори със сгъваща се ръка [1]. Едни от най-често манипулираните обекти са силициеви пластини, плоски екрани и со-

ларни панели. Завишената сложност на процесите и изискването за работа в чисти производствени среди определят високите критерии, отнасящи се към производителността, надеждността, точността и чистотата на роботите [2]. Освен с подобряване на механиката и оптимизиране на управлението, усъвършенстването на роботизираните системи в полупроводниковата индустрия е свързано и с развитието на системите за симулация и офлайн програмиране. С тяхна помощ се реализира значително съкращаване на процеси като обучаване на роботите и внедряването им в потребителски системи. За целта се използват компютърни програми, които могат да се разделят на две основни групи – универсални САD пакети и специализирани 3D симулатори. Статията се съсредоточава върху първата група и по-конкретно - върху симулационните възможности на популярния 3D моделиер SolidWorks.

# 2. ОСНОВНА ЦЕЛ И ЗАДАЧИ НА РАЗРАБОТКАТА

Използването на CAD системи за целите на проектирането и дизайна е неразривна част от съвременната индустрия, включително и в производството на манипулационни роботи. Именно поради тази причина извършването на симулации с помощта на наличния CAD софтуер и съществуващите модели на манипулаторите представлява едно интелигентно решение, спестяващо време и средства [3]. Същевременно се осигуряват възможности, еквивалентни на специализираните 3D симулатори като проверка за колизии, оценка на точност, планиране на траектории и извършване на тестове в безопасна среда.

Основната цел на настоящата разработка представлява изграждане на подход за моделиране и симулация на роботи за манипулиране на силициеви пластини, използвайки приложно-програмния интерфейс SolidWorks API. За постигането й се изгражда симулационно приложение, базирано на VBA процедури, даващи достъп до пълната функционалност на CAD пакета SolidWorks. В тази връзка се решават три основни задачи:

a) Моделиране на манипулационни роботи чрез SolidWorks API;

б) Разработване на симулационен софтуер чрез SolidWorks API;

в) Провеждане на експерименти и изследване на приложението.

# 3. МОДЕЛИРАНЕ НА МАНИПУЛАЦИОННИ РОБОТИ ЧРЕЗ SOLIDWORKS API

Осъществяването на разработката изисква предварително запознаване със структурата на приложно-програмния интерфейс на SolidWorks, както и спазване на някои основни принципи при подготовката на тримерните модели. В следващите точки се разглеждат особеностите, имащи най-съществено влияние върху функционалността на бъдещото симулационно приложение.

# 1.1. SolidWorks API - структура, основни методи и интерфейси

Приложно-програмният интерфейс на SolidWorks предоставя директен достъп до обектния модел на пакета [4]. Той представлява йерархична структура от обекти, даващи възможност за реализиране на разнообразни функции (фиг.1).


Фиг.1. Йерархична структура на обектния модел на SolidWorks.

Всички действия в SolidWorks API се извършват от или към обектите като найвисшият от тях е ISldWorks [5]. Всички останали обекти се намират под него като тяхното извикване се извършва индиректно.

Използването на интерфейсите в SolidWorks API се осъществява с помощта на потребителски програми, които могат да бъдат написани на едни от най-разпространените езици за програмиране.

За целите на конкретната задача се създава VBA код, който изгражда връзки между отделните обекти на моделите. Осъществяват се три основни процедури - селектиране на компоненти, трансформация на матрици и задвижване на обекти в пространството.

# 1.2. Анализ и модифициране на съществуващите 3D модели

Разработването на симулационно приложение изисква използването на 3D модели, съвместими с описаните методи и интерфейси на SolidWorks API.

Препоръчително е моделите да съдържат минимален брой връзки и да са максимално опростени по отношение на сложни повърхнини, задвижващи механизми и други елементи, намиращи се в звената и в тялото на роботите. Поради тази причина се използват модели, осигуряващи информация, свързана единствено с външната геометрия на компонентите.

За успешното реализиране на задачата е необходимо преориентиране на всички компоненти на роботите и еднозначно позициониране на началните им координатни системи по метода на Денавит и Хартенберг.

Целта е улесняване на процеса по задвижване на моделите с помощта на матрични трансформации. След подготвянето на отделните компоненти се преминава към изграждане на нови сглобени единици, който в последствие се използват за симулация на движенията в SolidWorks (фиг.2).



Фиг.2. Модифицирана сглобена единица на манипулационен робот.

# 4. РАЗРАБОТВАНЕ НА СИМУЛАЦИОНЕН СОФТУЕР ЧРЕЗ SOLIDWORKS API

След подготвянето на сглобени единици се преминава към същинската част на задачата – разработване на софтуер чрез SolidWorks API. За целта се създава VBA програма, чиято основна функция е прочитане на данни за преместванията, постъпващи от управляващия софтуер и използването им за задвижване на отделните компоненти, изграждащи роботите. Структурата на програмата има следния общ вид (фиг.3):



Фиг.3. Структура на VBA програмата, изграждаща симулационното приложение.

Процедурите, необходими за правилното функциониране на симулационното приложение се разглеждат в следващите точки.

# 1.3. Задвижване на модифицираните 3D модели

Задвижването на сглобени единици в SolidWorks налага предварително селектиране на всички подвижни компоненти на роботите, съществуващи под формата на отделни детайли. Това се реализира с помощта на метода SelectByID2 към интерфейса IModelDocExtension. За осъществяването на независими премествания е необходимо отделните селектирани детайли да бъдат идентифицирани като отделни компоненти. За целта се въвеждат индивидуални променливи от тип IComponent2, които представят всеки отделен подвижен елемент на манипулационните роботи.

Следващата стъпка от разработването на симулационно приложение е свързана с дефиниране на матрици на положението  $T_{ij}$  с размерност 4х4 [1]. В термините на хомогенни координати се реализират всички изчисления, необходими за движението на компонентите, изграждащи манипулационните роботи. Позицията на обектите се изразява чрез вектор  $\rho_{ij} = |x_j, y_j, z_j|^T$ , съставен от декартовите координати на конкретна точка от тялото (фиг.4):



Фиг.4. Матрично и геометрично представяне на позиционен вектор р.

Ротацията на обекти около оси X, Y или Z на ъгъл α, β или γ се осъществява чрез матрицата на направляващите косинуси R<sub>ij</sub> с размерност 3x3 (фиг.5):



Фиг.5. Матрици на направляващите косинуси при ротация около оси X, Y и Z.

Осъществяването на матрични трансформации в SolidWorks API се извършва с помощта на два основни интерфейса:

- *IMathTransform* дава възможност за извършване на операции с данни от трансформационни матрици.
- *IMathUtility* осигурява достъп до математически обекти.

След дефинирането на матрици на положението се преминава към формулиране на уравнения и задвижване на моделите. В тази процедура се описват всички математически изрази, с помощта на които се реализират точни премествания на подвижните компоненти на роботите. В зависимост от структурата на манипулаторите и вида на техните движения се модифицират конкретни елементи от трансформационните матрици. В математическите изрази фигурират логическите оси на роботите, които получават конкретни стойности едва след осъществяването на връзка между управляващия софтуер и SolidWorks API.

Последната стъпка от процедурата по задвижване на моделите се състои в изпълняване на описаните движения с помощта на интерфейса *IDragOperator*.

# 1.4. Връзка между управляващия софтуер на роботите и SolidWorks API

Връзката между управляващия софтуер и SolidWorks API се състои в прочитане на текстов файл, съдържащ текущите стойности на всички логически оси на роботите. По такъв начин се подава информация към описаните математически изрази и се реализират конкретните движения. За целта се създават процедури, изпълняващи функции като разграничаване на отделните елементи на текстовия файл, непрекъснато прочитане на данни, подаване на стойности към математическите изрази и прекратяване на прочитането. За получаването на реалистични движения е необходимо точно отчитане на структурата и форматът на данните на файла за конкретния манипулационен робот.

# 1.5. Симулация на пренасяне на обекти в SolidWorks

Стремежът към все по-реалистични симулации на роботизираните системи в полупроводниковата индустрия налага добавянето на още една важна функция към разработеното приложение – възможност за симулация на пренасяне на обекти. Вземането и поставянето на силициеви пластини се реализира чрез команди, базирани на специални алгоритми. При тяхното изпълняване се управляват променливи, които определят момента на вземане / поставяне в зависимост от тяхната стойност – 1 или 0. Разработването на подход за пренасяне на обекти в SolidWorks се осъществява чрез активиране / деактивиране на връзки, използвайки описания механизъм (фиг.6).

С изграждането на процедурата по пренасяне на обекти приключва работата по разработване на приложение за симулация на манипулационни роботи в полупроводниковата индустрия.



Фиг.6. Създаване на връзки между силициева пластина и изпълнителното звено.

# 5. АНАЛИЗ НА РЕЗУЛТАТИ

Създаденото приложение се прилага към конкретни манипулационни роботи, предназначени за транспортиране на силициеви пластини с размер до 450мм, произведени от Genmark Automation, Inc. [6]. За целта се извършват тестове и експерименти, гарантиращи безпроблемното функциониране и съвместимостта на приложението към цялата гама манипулатори. Разглеждат се три основни проблема, описани в следващите точки.

# 1.6. Подготвяне на модели и адаптиране на приложението към цялата гама роботи, произвеждани от Genmark Automation, Inc.

Изграждането на 3D модели, пригодни за симулация чрез SolidWorks API се извършва по аналогичен на описания в т.3 начин. За оценяване универсалността на разработеното приложение се създават модифицирани модели на основните роботи, произвеждани от Genmark Automation, Inc.: GB4, GB7, GB8, GB9, GREX, AVR, SMV и др (фиг.7).



Фиг.7. Основни модели манипулационни роботи, произвеждани от Genmark Automation, Inc.

Следва еднократно подготвяне на индивидуални VBA програми, отразяващи спецификите на различните модели – кинематика, конфигурация на ръката, брой и тип на логическите оси и т.н. В зависимост от конкретния робот се правят модификации на първоначалното симулационно приложение, отнасящи се към процедурите по селектиране на обекти, дефиниране на матрици на положението, формулиране на математически изрази, прочитане на данни и др. Установява се, че времето и усилията, необходими за модификация и подготвяне на съответните VBA програми са пренебрежимо малки. На база на това може да се твърди, че симулирането на уникални потребителски задачи с помощта на разработеното приложение може да се извършва бързо, точно и надеждно. Същевременно, адаптирането на симулационния софтуер към различните модели и конфигурации се извършва еднократно, като създадените макро файлове формират полезна библиотека, даваща възможност за изграждане на универсална система за симулация чрез SolidWorks API.

# 1.7. Тестване на основни команди за движение и обслужване на станции

След изграждането на модели и адаптирането на симулационното приложение към основните манипулационни роботи е необходимо подробно изследване на неговата функционалност. Това се осъществява чрез изпълняване на движения по всички логически оси на роботите и последващо измерване на реализираното преместване в SolidWorks (фиг.8).



Фиг.8. Проверка на вертикалното движение на конкретен манипулационен робот.

Извършва се и проверка на възможността за изпълняване на едновременно движение по всички оси, наклоняване на ръката и обслужване на предварително дефинирани станции. Анализирайки получените резултати се установява, че точността на преместване на моделите е изключително висока, а пресъздаването на сложни движения се осъществява точно и реалистично. Това превръща симулационното приложение в надежден инструмент, даващ възможност за решаване на отговорни задачи и проблеми.

# 1.8. Анализиране на потребителски сценарии и офлайн програмиране

Последният експеримент цели да се разгледат възможностите на разработеното приложение за анализиране на потребителски сценарии, извършване на офлайн програмиране и създаване на демонстрационни материали. Това са важни дейности, имащи съществен принос за успешното реализиране на проекти и за удовлетворяването на клиентски изисквания. За целта се използва модел на манипулационен робот GB7Y като към него се добавя *EFEM* модул (*Equipment Front-End Module*), състоящ се от технологична машина, изравняващо устройство за силициеви пластини и две *LoadPort* устройства (фиг.9). Анализирането на конкретния потребителски сценарий се състои в обучаване на четири станции, необходими за обслужване на описания модул. За целта е необходимо извличане на координатите на робота за всяка позиция, използвайки геометрията на моделите.



Фиг.9. Анализиране на потребителски сценарии в SolidWorks. Процедурата по обучаване на станции се състои в извършването на следните действия:

- Ръчно позициониране на изпълнителното звено на робота до желаната точка от *EFEM* модула.
- Извличане на координати.
- Обучаване на станции с помощта на управляващия софтуер.

След изпълняване на описаната процедура се извършва симулация на движенията на робота като по този начин се анализират проблеми, свързани с проверка за колизии, изследване на достижимост, съвместимост на робота с механичните ограничения на машината, оценяване на производителността на системата и др. Изброените полезни възможности, които са трудно осъществими при конвенционалния метод за анализиране на потребителски сценарии чрез 2D чертежи, превръщат симулационното приложение в ефективен инструмент за бързо и точно решаване на специфични клиентски проблеми. Създаването на висококачествени демонстрационни материали е друга полезна функция, имаща съществен принос към дейности, свързани с разработването на нови продукти, представянето на инженерни решения и извършването на рекламни дейности.

## 6. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В статията е представен подход за моделиране и симулация на манипулационни роботи в полупроводниковата индустрия, използвайки приложно програмния интерфейс SolidWorks API. Задачата е формулирана от нуждите на конкретна фирма, произвеждаща роботи за транспортиране на силициеви пласти - Genmark Automation, Inc.. За целта се разработва универсално симулационно приложение, базирано на съществуващи данни и инструменти в компанията. По такъв начин се създава цялостна система, осигуряваща възможности за извършване на всички дейности, свързани с разработването и симулирането на нови продукти, анализирането на потребителски сценарии, извършване на офлайн програмиране и създаване на демонстрационни материали. Перспектива е създаване на интуитивен графичен интерфейс, автоматично извличане на координати, интерфейс към модулите SW Motion Study и SW Simulation.

## БЛАГОДАРНОСТИ

Авторите изказват своята благодарност към фирма *Genmark Automation, Inc.* за предоставените модели и данни, необходими за успешното изграждане на симулационното приложение.

Разработката е финансирана по договор на ТУ–София № ДУНК-01/3 с тема: "Създаване на Университетски научно-изследователски комплекс (УНИК) за иновации и трансфер на знания в областта на микро/нанотехнологии и материали, енергийна ефективност и виртуалното инженерство".

## ЛИТЕРАТУРА

[1] Заманов В., Карастоянов Д. и Сотиров З., Механика и управление на роботите, София, 1993.

[2] Mathia, K. Robotics for Electronics Manufacturing Principles and Applications in Cleanroom Automation, Cambridge University Press, 2010

[3] Neto, P., Pires, N., (2007). *Robot Path Simulation: a Low Cost Solution Based on CAD*. University of Coimbra, Portugal.

[4] SolidWorks 2014 API Help – SolidWorks API Object Model Overview.

[5] Hawk Ridge Systems Engineering Team, (2012), *Commonly Used Interfaces in SolidWorks API*. Извлечено на 21 март 2016, от:

http://www.hawkridgesys.com/blog/commonly-used-interfaces-in-the-solidworks-api-part-4/

[6] Genmark Automation, Inc. Atmospheric Products.

http://www.genmarkautomation.com/products/tool-automation/atmospheric.html

**Автори:** Николай Братованов, маг. инж., лаборатория "Роботика", Технически Университет-София; E-mail address: *nbratovanov@gmail.com*; Владимир Заманов, доц. д-р, катедра "Автоматизация на Електрозадвижванията", Факултет Автоматика, Технически Университет-София; E-mail address: *vzamanov@tu-sofia.bg* 

Постъпила на 23.04.2016

Рецензент: доц. д-р И. Аврамов



Годишник на Технически Университет - София, том 66, книга 2, 2016 Proceedings of the Technical University of Sofia, Volume 66, Issue 2, 2016

# РОБОТИЗИРАНИ СИСТЕМИ ЗА ПРИНУДИТЕЛНО ПРЕМЕСТВАНЕ НА ЛЕКИ АВТОМОБИЛИ

Иван Аврамов Никола Ценов Людмил Спиров

**Резюме:** Докладът е посветен на проучването и разработването на нови специализирани роботизирани системи, подходящи за принудително преместване на автомобили при обслужване на покрити паркинги и гаражи. Представени са експлоатационни изисквания и идейно-конструктивни решения с иновативно съдържание. Анализът на тези изсквания и възможностите за тяхната конструктивна реализация, представляват концептуална фаза в проектирането на разглеждания клас роботизирани системи, които са особено подходящи за прилагане на подходите и методите на съвременната мехатроника.

**Ключови думи:** робот, роботизирана система, автомобил, мехатроника, мехатронно концептуално проектиране.

# ROBOTIC SYSTEMS FOR THE FORCED RELOCATION OF AUTOMOBILES

# Ivan Avramov Nikola Cenov Lyudmil Spirov

Abstract: This report explores the analysis and design of modern specialized robotic systems, suitable for the forced relocation of automobiles within multi-lot car parks. A detailed analysis of the various design requirements along with several innovative construction concepts are presented. The analysis of design requirements and the feasibility of proposed solutions will contribute to the conceptualization phase of designing the aforementioned class of robotic systems created to operate in constrained spaces. The specifics of the robotic systems under review pre-determine the design process as an integrated engineering task, suitable for the application of methods of modern mechatronics.

*Key words*: *robot*, *robotic system*, *automobile*, *mechatronics*, *mechatronic conceptual design*.

# 1. АКТУАЛНОСТ И КРАТЪК ОБЗОРЕН АНАЛИЗ

Създаването и внедряването на специализирани роботизирани системи за принудително преместване на леки автомобили е несъмнено актуална тема, особено ако тя се разглежда в условията на съвременното засилено използване на различни видове обслужващи специализирани роботи. Обикновено това са единични екземпляри или група мобилни роботи от следните две разновидности: колесно-манипулационни и в по-малка степен - верижно-манипулационни. Тези специализирани роботи стават все по-актуални и реално приложими. Това е така, защото в условията на свръхнаселеност на големите градове, концентриращи в своите централни зони големи офисни и търговски центрове, в последните години се установява значително увеличаване на броя на леките автомобили, опериращи денонощно в тези зони. По тази причина, проблемите с дългосрочното или краткосрочно паркиране, нарастват лавинообразно, въпреки предвидените многобройни организационни и ограничителни мерки, както и успешно реализираните сградни решения, осигуряващи необходимата за автомобилите специфична инфраструктура [12],[13],[14],[15]. Голяма част от споменатите проблеми са свързани с нарушаване на организационните правила за експлоатация на създадената инфраструктура, което неминуемо налага служителите на паркингите да предприемат принудителни действия по преместването на неправилно паркираните леки автомобили и то когато достъпът до тях с конвенционални технически средства е силно затруднен, а в някои случаи е невъзможен. Така стигаме до необходимостта от разработване и внедряване на иновативни технически средства за принудително преместване на втомобили в местата за паркиране [12],[13].

Предварителните проучвания показват, че в момента са актуални инженерните разработки (и респективно инженерно внедряване) на специализирани роботизирани системи, предназначени за принудително преместване на автомобили в условията на покрити паркинги в градска среда, където е невъзможно използването на конвенционални средства, като напр. платформи с лебедки, талиги, "паяци", "двуколки" и др. Според достъпна информация, в България досега не са правени подобни иновативни разработки и не са реализирани съответни внедрявания. В рамките на страните от ЕС и на европейските проекти, има постигнати резултати в решаване на задачата за принудителното преместване на леки автомобили с помощта на роботизирани системи [9],[10],[11]. Най-общо казано, в тази посока се очаква значително развитие.

# 2. ЦЕЛ И ЗАДАЧИ НА ДОКЛАДА

Статията е посветена на проучването и разработването на нови поколения от специализирани робототизирани системи, подходящи за обслужване на покрити паркинги в градски пространства. Разработката е може би пионер в представянето и разработването на тази интересна и актуална тема в България. Особеностите на разглеждания клас от специализирани роботи, предопределят проектантския процес като интегративна инженерна задача, подходяща за прилагане на подходите и методите на съвременната мехатроника, като това е характерно както за първата концептуална, така и за следващата експериментално - прототипна фаза [1],[2],[3],[6]. Двете фази са несъмнено мехатронно предопределени, а също така те са и модулно обособени [2],[6].

В този контекст, целта на настоящия доклад се определя като систематизирано инженерно представяне на някои идейно-конструктивни и експлоатационни изисквания, имащи иновативен смисъл и подпомагащи създаването на ограничено множество от конкуриращи се инженерни концепции, насочени към решаване на задачите от предпроектната фаза при разработването и внедряването на разглеждания клас от съвременни роботизирани системи, предназначени за принудително преместване на леки автомобили, опериращи в условията на покрити градски пространства. Чрез това представяне и сравняване на идейните концепции, се поставя и решава основната задача на доклада: генериране на ограничено множество от конкретни концептуални идеи и иновативни инженерни конструктивни схеми, както и тяхното сравнение. Същевременно, приложението на мехатронен подход [1],[3],[6], предполага рационалното разпределяне на целевите ресурси за проектираната роботизирана система, между основната кинематична структура на робота и неговото телеуправление, реализирано от човек-оператор.

# 3. ИНЖЕНЕРНО СТРУКТУРИРАНЕ НА ЦЕЛЕВАТА ЗАДАЧА

Както отбелязахме по-горе, решаването на целевата задача е предмет на идейноконцептуалното проектиране. В този смисъл, първоначално ще дефинираме последователност от необходими действия, без да конкретизираме средствата за тяхното изпълнение, като например: брой на използваните роботи, методи на задвижване, средства за управление на системата и пр.

Поради многозначността, сложността и първоначалната неопределеност на задачата, следва нейното разделяне на отделни предпроектни етапи, като в първо приближение, целевата задача може да се структурира накратко чрез следните *необходими действия и условия*:

- Изпълнителната среда на проектната роботизирана система, независимо от броя на компонентите й, следва първоначално да се позиционира под автомобила, което да стане под управлението на обучен човек-оператор, имащ визуален контакт с операционната среда. Изпълнителната среда може да се състои от един, два или дори от четири еднотипни модули (специализирани роботи), които от гледна точка на управлението на системата, представляват една типична интегрирана среда;
- Повдигането на автомобила може да се осъществи безпроблемно, единствено чрез едновременното повдигане на четирите му колела, защото всяка друга технология за повдигане, използуваща други опорни зони различни от колелата на автомобила, като например носещата рама или пода на автомобила, носи сериозен риск от механични повреди, а това най-вероятно би довело до правни претенции от страна на собственика на автомобила. При това, за да има гаранция срещу евентуални повреди по време на подобна логистичната операция, е необходимо да се реализира достатъчно надеждна фиксация на автомобилните колела към повдигащия инструмент;
- При проектирането на изпълнителната среда, следва да се отчетат разликите в размерите, теглото и просвета на различните автомобили. Известните ни досега публикации в тази област, както и нашите проучвания, препоръчват следните размери на изпълнителната среда: височина не повече от 12 см и хоризонтални размери, в условията на използуване на един модул, не повече от 100х80 см., като при използване на повече от един модул, хоризонталните размери следва да се модифицират;

- Повдигането на автомобила, реализирано с цел последващо принудително преместване, не бива да надвишава 8÷10 см от пода на паркинга;
- Приемаме за целесъобразно, използуването на мобилен робот/и от колесен тип, като за целите на преместването се използуват два типа колела: активни (задвижващи) цилиндрични колела и пасивни (носещи) цилиндрични омни-колела. Използването на омни-колела, позволява да се постигнат три независими степени на подвижност в равнината и затова са особено подходящи за използуване като пасивни (носещи) колела;
- Приема се (което отговаря на реалността), че подът на паркинга е абсолютно твърд и относително равен с пренебрежими неравности (не повече от 1 см), които не могат да генерират съществени съпротивителни сили и моменти;
- Захващането и повдигането на автомобила, а също така и неговото преместване, трябва да се реализират сравнително бавно, т.е. с относително малка скорост за да се избегне пораждането на нежелани инерционни сили и моменти. За надежден репер на планираното принудително преместване на автомобила, може да се приеме всяка сравнително гладката крива, която се описва от неговия масов център в неподвижното пространство, като едновременно с това се планира и реализира завъртане на автомобила (с цел преориентация), което завъртане става по вертикалната му ос и остава колинеарно на направлението на вектора на силата на теглото.

# 4. ПРЕДСТАВЯНЕ И СЪПОСТАВЯНЕ НА ИДЕЙНО-СХЕМНИ КОНЦЕПЦИИ

По-долу са представени няколко различни идейно-схемни концепции, с които могат да бъдат реализирани изискванията формулирани по-горе.

- а) Относно броя на компонентите (модулите) на изпълнителната среда. Възможните решения предполагат използуването на един, два или четири отделни изпълнителни модула (робота). Така например, в проекта «AVERT" се използват четири броя роботизирани модула [9], [10], [11], което дава някои предимства, напр. опростява се конструкцията на модулите, като същевременно се усложнява координираното управление и захранване на роботите. Авторите са се спрели на идеята за използуване на един модул с четири симетрично разположени манипулатора, както е показано на долната илюстративна фиг.1 и принципната кинематична схема на фиг.2. Съображенията за този избор са две:
  - Един модул (робот) предполага едно централизирано автономно (акумулаторно) захранване с електричество и (евентуално) сгъстен въздух, което е по лесно за реализация и поддръжка от захранване на два или четири отделни модула;

 Управлението на еднокомпонентна система е значително по-проста задача в сравнение с многокомпонентна система с множество степени на подвижност, респективно електрически и пневматични двигатели, които трябва да работят синхронно.



Фиг.1. Илюстрация на системата. Фиг.2. Кинематична схема.

В потвърждение на такъв избор са някои разработки отнасящи се до логистика на паркирани автомобили, като например специализираната мобилна роботизирана система на компанията Serva Transport Systems GmbH [8] – фиг.3. Идеята е била патентована от Леополд Мейрер, Руперт Кох и Кари-Томас Белафлор през 2013г. като метод за автоматично странично подреждане на превозни средства по надлъжната ос на паркиране. Идеята на тази роботизирана система, е да обслужва автоматично паркиране. Идеята на точе се складират надлъжно, като се спести време и място за паркиране. Този пример е по-скоро илюстративен, тъй като особеностите, които възникват при решаване на задачата за принудително преместване на леки автомобили в покрити паркинги изискват проектирането на специфична гъвкаво адаптивна мобилна роботизирана система.



Фиг.3. Роботизирана система за паркиране.

b) Относно особеностите на изпълнителните механизми (крайните ефектори) на манипулаторите. Изпълнителните механизми на четирите манипулатора представляват малки платформи със С-образна форма, опрени на пода на паркинга посредством три колела, както е показано на фиг.4 по-долу. Платформите са снабдени с подвижно повдигащо устройство тип "двузъба вилица" с външни фиксатори на автомобилното колело, което устройство, след подходящо позициониране, хваща отпред и отзад гумата на колелото и в определен момент я повдига нагоре, отделяйки колелото от пода на паркинга. Позиционирането на изпълнителните механизми на манипулаторите се реализира от оператора при непрекъснат визуален контакт от негова страна. Изпълнителните механизми на манипулаторите са общо четири, като два

от тях са пасивни и са снабдени с по три омни-колела, а другите два са активни и са снабдени с по две омни-колела и едно задвижващо колело.



Фиг.4. Поглед към изпълнителния механизъм.

с) Относно концепция за реализацията на придвижването на системата "робот с четири манипулатора". В придвижването на системата се разглеждат два случая:



Фиг.5. Компактно състояние на робота.

- При подхода на робота към автомобила. В този случай роботът е в компактно състояние, което означава, че четирите манипулатора са прибрани към основното тяло на робота (платформата) - фиг.5. Всички омни-колела (шест омни-колела вградени в пасивните изпълнителни механизми, четири омни-колела вградени в активните изпълнителни механизми, плюс две омни-колела вградени в два диаметрално разположени краища на основната платформа) са в контакт с пода на паркинга и осигуряват условия за свободно движение на системата с три степени на подвижност относно хоризонталната равнина. Целевото придвижване на системата с цел позиционирането и ориентацията й под автомобила се реализира посредством управление на две задвижващи цилиндрични колела, вградени в другите два диаметрално разположени краища на основното тяло на робота (платформата);
- При преместването на автомобила. След като роботът е позициониран под автомобила, следва разпъване и позициониране на манипулаторите – фиг.6. За да няма конфликт в задвижването по време на разпъване и позициониране на манипулаторите, двете задвижващи колела вградени в платформата се блокират срещу движение, а другите две задвижващи колела, вградени в двата активни изпълнителни механизма са отделени от пода на

паркинга посредством пасивни пружини (със сила между 150 и 200 N). Тези пружини са разположени под омни-колелата на активните ефектори и не позволяват на задвижващите колела да контактуват с пода на паркинга преди да се реализира повдигане на автомобила. Когато се реализира повдигане на автомобила, тежестта на автомобила (локална сила от 2000 до 7000 N) свива повдигащите пружини на омни-колелата и задвижващите колела контактуват при достатъчно добро сцепление с пода на паркинга. Особено важно е, че преди началото на преместването на автомобила, двете задвижващи колела, вградени в платформата, които по време на позициониране на манипулаторите са били блокирани срещу движение, сега се повдигат за да нямат контакт с пода на паркинга и да не пречат на преместването на автомобила. Следва съществено да се отбележи относно преместването на автомобила, че коравината на системата се осигурява от коравината на купето на автомобила, тъй като самият робот като кинематична структура не притежава необходимата коравина за да се реализира безпроблемно преместване.



Фиг.6. Роботът с разпънати манипулатори.

d) Относно избора и възможното разположение на двигателите и тяхното енергийно осигуряване. На този етап се предвижда основната кинематична верига на всеки от четирите хоризонтално разположени и симетрично свързани с платформата манипулатори да включва по три кинематично активни ротационни стави с по една степен на подвижност, като всяка от тези три стави ще се задвижва чрез постояннотоков електродвигател. За осигуряване на максимална гъвкавост на манипулаторите в сравнително тясното работно пространство (определено от пода на автомобила и границите на неговите четири колела), е благоприятно и четирите броя манипулатори да притежават идентични кинематични структури от отворен RRR тип, с взаимно паралелно разположение на техните оси на ротация, отнасящо се до всяка от трите ротационни стави. В този случай манипулаторите конструктивно наподобяват кинематичната структура на индустриални роботи тип SCARA и затова може да се ползва натрупаният опит от индустриалната роботика. Синтезът на подобни механизми е изложен подробно в [3] и [5]. От гледна точка на силовия анализ е добре двигателите от тип "директ драйв" да бъдат разположени непосредствено в ставите на манипулаторите. В края на последното звено на всеки от четирите манипулатори се монтира специализиран краен ефектор с

повдигач наричан още "двузъба вилица". Този повдигач се задвижва от един двигател, ползвайки двустранна (лява/дясна) хеликоидална предавка. Конструктивната схема на крайния ефектор е най-трудния елемент на представената тук концепция и засега остава извън обсега на доклада. Концепцията предвижда роботът да има общо четири колесни модула за придвижване, като всеки от тези модули има по две степени на подвижност спрямо базата (т.е. по две взаимно перпендикулярни оси, респ. по два двигателя за всяка от осите). Два колесни модула са разположени върху платформата, а другите два върху крайните ефектори на два от срещуположно (диаметрално) разположените манипулатори. При общото разполагане на четирите колесни модула, ще се спазват принципите за симетричност в разположениета им. Както вече отбелязахме по-горе, всеки от четирите задвижващи колесни модули е снабдени с по два постоянно-токови електродвигателя: единият за ориентация на съответното задвижващо колело с възможна ротация на 90° около вертикална ос благодарение на винтова предавка, а вторият - значително по-мощен с въртене около хоризонтална ос - е натоварен да реализира придвижване на системата. Захранването с електроенергия изцяло е автономно и всички електродвигатели използват електроенергия от акумулатори, вградени в мобилната платформа. Приема се от съображения за целесъобразност, че повдигането на автомобила, се реализира пневматично, с помощта на четири пневматични цилиндри, вградени в конструкцията на крайните ефектори. Постъпилият в цилиндрите сгъстен въздух повдига "вилицата", а оттам и целия автомобил.

Накрая следва да се отбележи, че за да сведем до минимум проблемите при експлоатацията на описаната концептуално система, следва да премахнем стандартните ограничители и колчета (фиг.7) или да ги заменим с подходящи.



Фиг.7. Ограничителни паркинг-елементи.

## 5. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Статията представя и обобщава опита и някои начални резултати на екип от Факултет Автоматика – Технически Университет - София за първоначално проучване и разработване на нови и актуални специализирани роботизирани системи, подходящи за принудително преместване на автомобили при обслужване на покрити паркинги и гаражи.

Намерили са място някои по-важни и интересни резултати, произтичащи от систематизираните експлоатационни изисквания и генерираните идейно-конструктивни решения с иновативно съдържание, които ще подпомогнат създаването на съвкупност от конкуриращи се инженерни концепции за развитието и внедряването на този нов клас специализирани роботизирани системи.

След анализ на тези основни изисквания, както и на резултатите от експертните оценки относно възможностите за тяхната конструктивна реализация, може да се очаква, че много важната предпроектна концептуална фаза в проектирането, е успешно преодоляна.

Очакванията са, че в близко време, ще е възможно да се пристъпи към реално конструиране, за да се стигне до създаването на експериментален прототип, съобразен с условията в България.

Паралелно с тази цел е препоръчително да се подготвят и реализират някои предварителни симулационни експерименти тестиращи изложените по-горе идеи.

#### ЛИТЕРАТУРА

[1] Stephen J. Derby, *Design of Automatic machinery*, Marcel Dekker, New York USA ISBN:0-82475369-0, 2005.

[2] Konstantinov M., *Mechatronics in Robotics*, In: Proceeding of the 7-th CISM-IFToMM Symposium on Theory and Practice of Robot and Manipulators, RoManSy 7, Paris, Hermes, 1990, pp. 252-263.

[3] Гълъбов В., Синтез на механизми в робототехниката, Издателство на ТУ-София, 1992, с. 263.

[4] Заманов В., Карастоянаов Д., Сотиров З., Механика и управление на роботите, Литера Принт, София, 1993, с.296.

[5] Павлов В., Проектиране на роботи, Издателство на ТУ-София, 1992, с. 255.

[6] Avramov I., Michailov V., Galabov V., *Computer Aided Design of Mechanisms, Based on Some Mechatronics Ideas*, In Mechatronics: The Basis of New Industrial Development, Ed. M. Akar, Joint Hungarian-British Mechatronics Conference, Computational Mechanics Publications, Budapest, 1994, pp. 451-460.

[7] Заманов В., Мобилни роботи, Издателство на ТУ-София, 2015, с.175.

[8] Patent US2013/0280018 A1, Device and method for automatically laterally storing motor vehicle in a storing device, Pub. Date Oct. 24, 2013.

[9] Amanatiadis, A., Charalampous, K., Kostavelis, I. at all, "*The avert project: Autonomous vehicle emergency recovery tool*", in Proc. IEEE Int. Symp. on Safety, Security, and Rescue Robotics, 2013, pp. 1–5.

[10] Amanatiadis A., Henschel, Ch., Birkicht B. at all, AVERT: An Autonomous Multi-Robot System for Vehicle Extraction, Proc ICRA 2015.

[11] FP7-SEC-2011-1-285092. Research Project, *The Autonomous Vehicle Emer*gency Recovery Tool to provide a robot path planning and navigation tool "AVERT", 2011.

## Интернет сайтове:

- [12] https://en.wikipedia.org/wiki/Automated\_parking\_system
- [13] http://www.roboticparking.com/
- [14] http://www.roboticparking.com/robotic\_parking\_rps\_1000.htm
- [15] http://www.parkmatic.com
- [16] http://www.freepatentsonline.com

Автори: Иван Аврамов, доц. д-р, катедра "Автоматизация на електрозадвижванията", Факултет Автоматика, Технически Университет-София; E-mail address: *iavramov@tu-sofia.bg*; Никола Ценов, маг. инж. Докторант, Факултет Автоматика, Технически Университет-София; E-mail address: *nikcenov@gmail.com*; Людмил Спиров, гл. ас. маг. инж., катедра "Автоматизация на електрозадвижванията", Факултет Автоматика, Технически Университет-София; E-mail address: *lsiprov@abv.bg* 

Постъпила: 08.05.2016 г.

Рецензент: доц. д-р Владимир Б. Заманов



# ЕДИН ПОДХОД КЪМ УПРАВЛЕНИЕ НА НЕХОЛОНОМНИ МОБИЛНИ ПЛАТФОРМИ

#### Станислав Василев, Васил Балавесов

**Резюме:** В работата се предлага ефективен подход към управлението на нехолономни мобилни роботи, основан на метода на управление по скорост и съществено използване на апарата на псевдообращане. При използването на такъв подход се избягват евентуални трудности, които обичайно се появяват при декомпозирането на пътя към целта на множество сегменти, представляващи дъги и части от прави линии, както и тяхното съчетаване в гладки целеви траектории. Управлението на движенията е он-лайн и напълно автоматично.

*Ключови думи:* мобилни роботи, управление на роботи, управление по скорост, псевдообратно управление.

## AN APPROACH TO THE CONTROL OF NONHOLONOMIC MOBILE PLATFORMS

## Stanislav Vasilev, Vassil Balavessov

Abstract: The paper presents an effective approach to the control of non-holonomic mobile robots that is based on the resolved motion control technique (RMCT) with essential use of pseudo inversion. With this approach some difficulties are avoided, including the decomposing the path into many segments representing arcs and parts of straight lines and their incorporation to form smooth trajectories. In addition, the motion control is performed on-line.

**Keywords:** mobile robots, control of robots, resolved motion rate control, pseudoinverse control.

## 1. УВОД

Използването на модели при управлението на мобилни роботи е широко разпространена практика, но обичайно се свежда до геометрично обусловени концепции и разбиване на целевата траектория до множество елементарни сегменти [1, 5]. Една предпоставка за това е нехолономността на повечето такива системи, която затруднява както планирането на движенията, така и тяхното управление.

Настоящата работа е структурирана по следния начин. В раздел 2 е дадено описание на типичен представител на мобилни роботи от разглеждания тип, разработен наскоро от първия автор. В раздел 3 е представен синтезът на управление и е даден анализ на устойчивостта на затворената система. В следващите два раздела са дадени някои резултати от проведените експерименти и анализ на резултатите.

# 2. БАЗОВА МОБИЛНА ПЛАТФОРМА

В работата се използва роботът Рѕос (фиг.1), разработен през 2015 г. Роботът е върху мобилна платформа, независимо задвижвана от две колела. Опростена схема на платформата е показана на фиг.2, където са илюстрирани и координатните системи, използвани в работата. Благодарение на двете задвижващи колела и двете опори роботът се придвижва в равнината.

Положението на платформата в равнината се описва от комплект от три координати [1, 2]:

$$\boldsymbol{p} \coloneqq \begin{bmatrix} \boldsymbol{x} \\ \boldsymbol{y} \\ \boldsymbol{\theta} \end{bmatrix} \tag{1}$$

където *x* е абсцисата, *y* е ординатата на характеристичната точка (началото на координатната система на платформата), а  $\theta$  ъгъл на ориентация на платформата (ъгълът между осите  $O_0 x_0$  и  $O_m x_m$ ) - вж. фиг.2.



Фиг.1. Общ изглед на мобилен робот Рѕос

Управлението от кинематична гледна точка се реализира чрез завъртане на двигателните колела. Управляващият вход при управление по скорост е:

$$\dot{\boldsymbol{q}} \coloneqq \begin{bmatrix} \dot{q}_1 \\ \dot{q}_2 \end{bmatrix}, \tag{2}$$

където  $\dot{q}_1 = \omega_r$  и  $\dot{q}_2 = \omega_l$  са скоростите на въртене на дясното, респ. лявото колело.

Известно е [2, 3, 5], че връзката между скоростите на движението на платформата и скоростите на въртене на колелата се дава от квазилинейната зависимост

$$\dot{\boldsymbol{p}} = \begin{bmatrix} \frac{r}{2}\cos\theta & \frac{r}{2}\cos\theta \\ \frac{r}{2}\sin\theta & \frac{r}{2}\sin\theta \\ \frac{r}{d} & -\frac{r}{d} \end{bmatrix} \dot{\boldsymbol{q}} = \boldsymbol{A}(\boldsymbol{p})\,\dot{\boldsymbol{q}}\,, \tag{3}$$

където *r* е радиусът на колелата, *d* ширината на платформата (разстоянието между колелата, измерено по общата им ос), а  $A \in \Re^{3 \times 2}$  е конфигурационно зависима матрица. Основните компоненти на експерименталния мобилен робот са: шаси, изработено от прозрачен плексиглас; мотори с редуктори на фирмата "Tamiya" тип: 70168; микроконтролер на фирмата "Сургеss Semiconductor" тип Psoc 4 4200; драйверна схема на фирмата "Олимекс" тип:BB-L298; специално разработена захранваща платка.



Фиг.2. Схематично представяне на мобилна платформа Psoc

Захранването е от три литиево-полимерни батерии тип 18650 3,7V с капацитет 2200Ah. Системата е оборудвана с фото датчици в системата за задвижване отчитащи оборотите и скоростта на въртене.

#### 3. СИНТЕЗ НА УПРАВЛЕНИЕ И УСТОЙЧИВОСТ НА ЗАТВОРЕНАТА СИСТЕМА

Синтезът на управление се основава съществено върху кинематичната зависимост (3). Ще предполагаме, че положението на платформата е известно във всеки момент от времето. Това може да се осъществи чрез подходяща система от сензори и триангулация в реално време, чрез интегриране на данните от акселерометри, или чрез методите на одометрията [4]. Възможни са и композитни подходи – комбинация от изброените.

При управление на такива системи е важно движението да е планирано с оглед ограничения, наложени от околната среда. Това планиране може да се направи предварително или да се реализира он-лайн при динамично изменяща се среда. Нека  $p_{ref}(t)$  е такава зададената траектория на движение (зададено положение

на платформата във функция на времето), която е диференцируема функция. В предлагания подход кинематичното управление може да се реализира на базата на компромисното решаване на уравнение (3) по отношение на управлението. Точното решаване на това уравнение спрямо скоростите на движение на колелата е невъзможно в общия случай, доколкото степените на свобода са две, а управляваните координати - три.

За целта на качественото управление формулираме *он-лайн* локално зададена скорост на движение:

$$\dot{\boldsymbol{p}}_{a} = \dot{\boldsymbol{p}}_{ref} + \boldsymbol{G} \left( \boldsymbol{p}_{ref} - \boldsymbol{p} \right); \tag{4}$$

където G е подходящо избрана 3×3 матрица на усилване, G > 0. Зададената скорост на движение  $\dot{p}_a$  е претеглена векторна сума на планираната скорост и следящата грешка. Постигането на тази локално зададена скорост е невъзможно в общия случай поради нехолономност на системата, т.е. реалното съотношение между скоростите е следното:

$$A(\boldsymbol{p})\,\dot{\boldsymbol{q}}-\dot{\boldsymbol{p}}_a=\boldsymbol{\varepsilon}\,,\tag{5}$$

където  $\varepsilon$  е грешката при реализация на управлението. Компромисното решение, осигуряващо минимална грешка в смисъл на най-малките квадрати [9], се дава от:

$$\dot{\boldsymbol{q}} = \boldsymbol{A}^{+} \dot{\boldsymbol{p}}_{a} \tag{6}$$

където

$$\boldsymbol{A}^{+} = \lim_{\delta \to 0} \left( \boldsymbol{A}^{T} \boldsymbol{A} + \delta^{2} \boldsymbol{I} \right)^{-1} \boldsymbol{A}^{T} = \lim_{\delta \to 0} \boldsymbol{A}^{T} \left( \boldsymbol{A} \boldsymbol{A}^{T} + \delta^{2} \boldsymbol{I} \right)^{-1}$$
(7)

е псевдообратната [6, 7, 8, 9] (обобщена обратна на Мур-Пенроуз). Както е доказано от Мур, двете граници в (7) съществуват и са еднакви. В литературата обикновено псевдообратната се дефинира на базата на следните съотношения:

$$A^{+}AA^{+} = A^{+}$$

$$AA^{+}A = A$$

$$A^{+}A = (A^{+}A)^{T}$$

$$AA^{+} = (AA^{+})^{T}$$
(8)
(8)

но такава дефиниция не е конструктивна, а отразява основни свойства на тази матрица. В случай, че критерият за оптималност се основава на претеглени най малки квадрати, т.е. е формулиран като минимум на положително определена квадратична форма

$$C = \varepsilon^T W \varepsilon \to \min, \tag{9}$$

решението е подобно на даденото чрез (6):

$$\dot{\boldsymbol{q}} = \left(\overline{A}\right)^+ \dot{\overline{\boldsymbol{p}}}_a$$
, където  $\overline{A} \coloneqq \sqrt{W}A$  и  $\overline{\boldsymbol{p}} \coloneqq \sqrt{W}\boldsymbol{p}$ . (10)

Опростената структура на затворената система е илюстрирана на фиг.3 (за простота средствата за определяне на положението не са показани).



Фиг.3. Структура на затворената система

За анализ на устойчивостта на затворената система разглеждаме уравнението на следящата грешка  $e := p_{ref} - p$ . За краткост ще ограничим анализ за случая на непретеглени най-малки квадрати - няма да разглеждаме случая (9), понеже и там извежданията са аналогични. При затваряне на обратната връзка съобразно (2), (4), (6) се получава следното уравнение

$$\dot{\boldsymbol{e}} = -\boldsymbol{G}\boldsymbol{e} + \left(\boldsymbol{I} - \boldsymbol{A}\boldsymbol{A}^{+}\right)\dot{\boldsymbol{p}}_{a}.$$
(11)

Ще се концентрираме върху възможността за редуциране на члена  $(I - AA^+)\dot{p}_a$ в това уравнение. Да отбележим, че матрицата  $I - AA^+$  е проекционна - тя проектира всеки вектор върху направлението, перпендикулярно на абсцисата  $O_m x_m$ на подвижната координатна система (вж. фиг.2). От това следва, че въпросният член може да се редуцира до нула чрез манипулиране на ориентацията на платформата, т.е. чрез насочването й по посока на целевата позиция. Възможни са много алгоритмични решения на това. При осъществяване на такъв план уравнението на затворената система се опростява до:

$$\dot{\boldsymbol{e}} = -\boldsymbol{G}\boldsymbol{e} \,, \tag{12}$$

от където следва асимптотическата устойчивост на затворената система, понеже G > 0.

#### 4. ЕКСПЕРИМЕНТАЛНА ПРОВЕРКА

Проверка на ефективността на метода е направена при задача за регулиране с константно зададено положение. Експериментите са проведени при следните условия:

$$\Delta t = 10 \quad ms, \qquad \qquad \mathbf{G} = \begin{bmatrix} 10 & 0 & 0 \\ 0 & 10 & 0 \\ 0 & 0 & 100 \end{bmatrix}; \qquad \qquad \sqrt{\mathbf{W}} = \begin{bmatrix} 10 & 0 & 0 \\ 0 & 20 & 0 \\ 0 & 0 & 100 \end{bmatrix}$$

Увеличаването на честотата на дискретизация (намаляване на такта  $\Delta t$ ) оказва благоприятно въздействие върху качеството на процесите.



Фиг.4. Поведение на затворената система (експеримент 1): а) движение по абсцисата, б) движение по ординатата, в) изменение на ориентацията, г) път в равнината.

**Експеримент 1.** На фиг.4 е показано поведението на затворената система при преход от положение  $p(0) = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0.7 \end{bmatrix}^T$  към  $p = \begin{bmatrix} 100 & 100 & 1.5 \end{bmatrix}^T$  (разстоянията са дадени в сантиметри, а ъгълът в радиани).

Независимо, че разглежданата система е нелинейна и нехолономна, процесите наподобяват в максимална степен поведението на линейна система, но без да е извършена линеаризация [3].

**Експеримент 2.** На фиг.5 аналогично са дадени резултатите от проведен експеримент при преход от положение  $p(0) = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0.7 \end{bmatrix}^T$  към положение  $p_{ref} = \begin{bmatrix} 0 & 100 & 0.7 \end{bmatrix}^T$  (разстоянията отново са дадени в сантиметри, а ъгълът – в радиани). Тук характерната особеност е интензивната промяна на ориентацията за насочване на платформата по посока на целевата позиция, както и s-образната форма на пътя от изходната към целевата позиция.

При снемането на симулационните резултати е прието, че няма хлъзгане, и че положението на платформата във всеки момент от времето се определя с пренебрежима грешка.

В случаите на следящо управление ( $\dot{p}_{ref}(t) \neq 0$ ) също се получават много добри

резултати, доколкото при тях (след протичане на евентуални преходни процеси) по естествен начин платформата е ориентирана по посока на желаната позиция и нехолономността на системата не оказва осезаемо негативно отражение върху качеството на процесите.



Фиг.5. Поведение на затворената система (експеримент 2): а) движение по абсцисата, б) движение по ординатата, в) изменение на ориентацията, г) път в равнината.

Изчислителната ефективност на предложения метод е много добра, независимо, че се използва псевдообръщане. Причините за това са следните:

- Матрицата на системата (3) е с пълен ранг (rank A = 2), и следователно  $A^+ = (A^T A)^{-1} A^T$ . Аналогични съображение са в сила и за матрицата  $\overline{A} - вж.$  уравн. (10).
- Матрицата A<sup>T</sup> A е константна и следователно не е необходимо нейното обръщане в режим он-лайн за да се изчисли псевдообратната на A, а не е необходимо и решаване на съответна линейна система в реално време. Наистина:

$$\boldsymbol{A}^{T}\boldsymbol{A} = \begin{bmatrix} \frac{r}{2} + \left(\frac{r}{d}\right)^{2} & \frac{r}{2} - \left(\frac{r}{d}\right)^{2} \\ \frac{r}{2} - \left(\frac{r}{d}\right)^{2} & \frac{r}{2} + \left(\frac{r}{d}\right)^{2} \end{bmatrix} = const.$$

Аналогични съображение са в сила и за матрицата  $\overline{A}$  - вж. уравн. (10). Нещо повече, съответната константна матрица дори може да се направи диагонална чрез подходящо претегляне на компонентите на грешката.

## 5. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В статията е предложен подход към управлението на мобилни платформи основаващ се на псевдообратно управление, който се отличава с простота и изчислителна ефективност. Затворената система е устойчива, като устойчивостта се гарантира чрез целесъобразна промяна на ориентацията. Подходът е приложим за управление на едноосни мобилни платформи с две независимо задвижвани колела. С незначителни изменения подходът е приложим и към нехолономни мобилни роботи с кормилна уредба.

Изчислителната ефективност на системата при платформи с независимо задвижвани колела значително се подобрява от обстоятелството, че матрицата  $A^T A$  е константна и нейното обръщане не представлява предизвикателство при работа в реално време.

## ЛИТЕРАТУРА

- [1] Enric Galceran and Marc Carreras, A Survey on Coverage Path Planning for Robotics, University of Girona Underwater Robotics Research Center (CIRS), *Robotics and Autonomous Systems*, **61**(12), Dec 2013, 1258–1276.
- [2] Roland Siegwart and Illah R. Nourbakhsh, *Introduction to Autonomous Mobile Robots*, The MIT Press Cambridge, 2004, ISBN 0-262-19502-X.
- [3] Onur Akbati and Galip Cansever, Control of pattern tracking nonholonomic mobile robot with feedback linearization, *Proc. 8th International Conference on Electrical and Electronics Engineering (ELECO), 2013*, pp. 512-515
- [4] J. Borenstein, B. Everett, and L. Feng, *Navigating Mobile Robots: Systems and Techniques*. A. K. Peters, Ltd., Wellesley, MA, ISBN 1-56881-058-X, 1996.
- [5] Alessandro De Luca, Giuseppe Oriolo, and Marilena Vendittelli, *Control of Wheeled Mobile Robots: An Experimental Overview*, Volume 270 of the series Lecture Notes in Control and Information Sciences, 2002, 181-226.
- [6] E. H. Moore, On the reciprocal of the general algebraic matrix, *Bulletin of the American Mathematical Society*, **26** (9), 1920, 394–395.
- [7] Adi Ben-Israel, and Thomas N. E. Greville, *Generalized Inverses*, Springer-Verlag, 2003, ISBN 0-387-00293-6.
- [8] Roger Penrose, A generalized inverse for matrices, *Proceedings of the Cambridge Philosophical Society* **51**, 1955, 406–413.
- [9] Roger Penrose, On best approximate solution of linear matrix equations, *Proceedings of the Cambridge Philosophical Society* **52**, 1956, 17–19.

**Автори**: Станислав Николаев Василев, маг.инж., докторант, БАН, Институт по информационни и комуникационни технологии, E-mail address: *stnani@abv.bg*; Васил Антонов Балавесов, доц. д-р, катедра "Автоматизация на електрозадвижванията", Факултет Автоматика, Технически Университет-София; E-mail address: *balaves@tu-sofia.bg* 

Постъпила на 23.04.2016

Рецензент: проф. д-р Тодор Йонков



# ОТДАЛЕЧЕНО УПРАВЛЕНИЕ С МАТLАВ НА МРЕЖОВ АС/DC ИМПУЛСЕН ПРЕОБРАЗУВАТЕЛ В РЕАЛНО ВРЕМЕ - I ЧАСТ

# Камен Христов, Евтим Йончев

**Резюме:** В доклада се разглеждат възможностите за приложение на инструмента xPC Target Software, който е част от продуктите на Matlab, за отдалечено управление на физически обекти и процеси в реално време. За анализ на качествата на продукта е реализирано управление на трифазен мрежов AC-DC преобразувател със синусоидална консумация и двустранен обмен на енергия. Представени са резултати от изследвания върху управляващата част, реализирана с мултифункционално интерфейсно устройство за събиране на данни NI-PCI 6221 с налични аналогови входове и изходи.

**Ключови думи:** Отдалечено управление, работа в реално време, трифазен мрежов преобразувател;

## REMOTE CONTROL IN MATLAB OF AC/DC IMPULSE CONVERTER IN REAL TIME - PART I

# Kamen Hristov, Evtim Yonchev

**Abstract**: In this paper the opportunities of applying instrument xPC Target software, that is a part of the Matlab products, for remote control of physical objects and processes in real time are being reviewed. For the analysis of the grades of the product a control structure of three phase AC/DC converter with sinusoidal consumption and bilateral energy exchange is being developed. There are shown results of studies under the control part, which are processed with the multifunctional interface device for data acquisition NI-PCI 6221 with analog inputs and outputs.

Keywords: Remote control, real time control, three phase converter

# 1. ВЪВЕДЕНИЕ

xPC е продукт, използван като част от системите за управление в реално време. Чрез тях се осигурява възможност за четене на информация от сензори, изграждане на обратна връзка и промяна на входните въздействия и сигнали [1],[2]. Средата Matlab/Simulink се използва за създаването на модел на управляваната система и настройка на параметрите с цел подобряване на работоспособоността. Тази работна среда е характерна с употребата на отдалечен компютър (target), отделно от компютъра на който се извършва моделирането (host)[2],[3],[4]. Моделирането се извършва на хост компютъра, използвайки средата Matlab/Simulink. За работа в реално време е необходим пакета Real-Time Workshop, както и C/C++ компилатор, чрез който се генерира код, представящ изготвения модел. Изпълнимият код се зарежда на таргет-компютъра и след зареждането му е възможно да се провеждат експерименти в реално време. Обект на изследване е възможността за приложение на продукта за управление в реално време на трифазен мрежов AC-DC преобразувател със синусоидална консумация и двустранен обмен на енергия на ниво външен контур формиращ задания за ток, което се свежда най-общо до отработване с достатъчно малък такт на дискретизация на математически и тригонометрични функции. Тази процедура е необходимо да бъде извършена с цел да се установи може ли управляващата част на трифазния мрежов преобразувател да бъде заложена за изпълнение в този тип контролер [3],[4],[5].

Симулационно и експериментално са снети данни, представени в две части. Първата представя методиката за изграждане на комуникация между двете физически устройства (хост-таргет) и подготовката на средата за работа. Във втората част е представен модел на управляващата част на трифазен AC/DC преобразувател, както и сравнителен анализ между симулационни и експериментални резултати.

# 2. ИЗГРАЖДАНЕ НА КОМУНИКАЦИОНЕН КАНАЛ МЕЖДУ ДВЕ ФИЗИЧЕСКИ УСТРОЙСТВА (ХОСТ-ТАРГЕТ КОМУНИКАЦИЯ)

Продуктът предлага няколко различни метода за зареждане на работния софтуер, което премахва необходимостта от инсталиране на допълнителен софтуер и модифицирането му [1],[3]. Възможностите за зареждане на таргет-компютъра може да се подредят в няколко категории:

- Преносими зареждащи устройства CD, DVD;
- Непреносими зареждащи устройства Твърди дискове (IDE, SATA), флаш дискове;
- Зареждане през локална мрежа.

За хост компютър може да се използва всеки компютър работещ под операционната система Windows и притежаващ инсталирана работната среда Matlab. Необходимо е също да има и свободен сериен порт или мрежова карта. Софтуерът хРС Target позволява управлението на до 64 таргет-компютъра и управлението им само от един хост [3]. Таргет-компютър може да бъде почти всеки компютър с 32-битов процесор.

# 2.1. СВЪРЗАНОСТ МЕЖДУ "ХОСТ" И "ТАРГЕТ" МАШИНИТЕ

Продуктът хРС поддържа два протокола за връзка и комуникация между машините

- Сериен интерфейс протокол RS 232;
- Мрежов протокол TCP/IP.

При серийния протокол двете машини са свързани помежду си посредством сериен кабел и техните серийни портове. Ограничение е дължината на кабела, която може да достига до 5 метра с честота на прехвърляне на данни между 1200 и 115200 baud [1],[2],[3]. При мрежовия протокол двете машини са свързани в локална мрежа, през интернет или чрез кръстосан мрежов кабел. Комуникацията между машините се извършва по TCP/IP протокол. При използването на мрежовия протокол има представен набор от мрежови карти, които се поддържат. Скоростта на предаване на информация е от 10 до 100 мегабита/сек.

Предимства на мрежовата комуникация

- По-висока скорост на предаване на данни;
- По-голямо разстояние между "хост"- и "таргет"-машините чрез употребата на повторителни на сигнала или друг тип разпределители. Възможна е и комуникация през интернет, както и безжично.

# **2.2. XPC TARGET EXPLORER**

xPC Target Explorer е графична среда за работа с продукта xPC. Тя дава възможност за достъп до всички необходими функции на xPC [1],[3]. Графичната среда дава възможност за изпълнение на основни операции като:

- Конфигуриране на "хост"-компютъра за работа с "таргет"-машината и софтуерния продукт хРС;
- Добавяне и конфигуриране на "таргет"-компютри ;
- Създаване на зареждащ диск за конкретен "таргет"-компютър;
- Зареждане на предварително създаден модел (DLM) на "таргет"-компютъра;
- Добавяне на наблюдатели както на "хоста" така и на "таргета";
- Следене на сигнали;
- Добавяне на сигнали към наблюдателите.

## 3. ПРОВЕРКА НА КОМУНИКАЦИЯТА МЕЖДУ "ХОСТ" И "ТАРГЕТ" МАШИНИТЕ

"Таргет"-компютъра може да бъде зареден с xPC Target под операционната система по няколко различни начина, избирани от графичния интерфейс xPC Target Explorer [1],[3],[4]. Преди да започне процедурата по зареждането е необходимо да се провери дали са изпълнени правилно всички изисквания за настройка на "таргет"-машината:

- Необходимо е в полето Configuration да бъде избран желаният начин на зареждане:
  - о Зареждане от CD;
  - о Зареждане от дискета;
  - о Зареждане от мрежата.
- Необходимо е да се провери за наличието на "С" компилатор;
- При използване на мрежов протокол за комуникация трябва да се проверят настройките на мрежата спрямо изискванията.

При създаването на зареждащ диск необходимо е да се посочи път към директория, в която да бъде генериран зареждащият файл. В посочената папка се генерира файлът *cdboot.iso*. По подразбиране генерираният файл е с по-висок приоритет на зареждане от операционната система на машината и затова не е необходимо да се променят настройките за зареждане на "таргет"-машината от BIOS-a [3],[4],[5]. След зареждането на машината се преминава към верификация на връзката между двете машини. В работното пространство на МАТLAB се въвежда командата *хpctest*. Чрез нея се стартира процедура по проверка на работоспособността и комуникацията между машините. Извършват се тестове в 8 стъпки (фиг.1):

Тест 1: Проверка на връзката между двата компютъра на системно ниво;

Тест 2: Проверка на връзката между двата компютъра в работната среда Matlab;

Тест 3: Рестартиране на системата;

Тест 4: Зареждане на примерен модел в TargetPC;

Тест 5: Проверка на комуникационните способности между двата компютъра;

Тест 6: Зареждане на модел в машината;

Тест 7: Изпълнение на модела спрямо зададеното симулационно време;

Тест 8: Получаване на данни от изпълнението на модела и сравняване с данните от симулацията извършена в работната среда Simulink.

###	xPC Target v4.4 Test Suite
###	Host-Target interface is: TCP/IP (Ethernet)
###	Test 1, Ping target PC 'TargetPC' using system ping: OK
###	Test 2, Ping target PC 'TargetPC' using xpctargetping: OK
###	Test 3, Software reboot the target PC 'TargetPC': OK
###	Test 4, Build and download an xPC Target application using model xpcosc to target PC 'TargetPC': OK
###	Test 5, Check host-target command communications with 'TargetPC': OK
###	Test 6, Download a pre-built xPC Target application to target PC 'TargetPC': OK
###	Test 7, Execute the xPC Target application for 0.2s: 0K
###	Test 8, Upload logged data and compare with simulation results: OK
###	Test Suite successfully finished

**Фиг.1**. Преминати тестове в работното пространство на Matlab.

Ако всички тестове преминат успешно може да се пристъпи към зареждане на модел в "таргет"-машината.

# 4. ИЗПЪЛНЕНИЕ НА МОДЕЛ ЗАРЕДЕН В "ТАРГЕТ" МАШИНАТА

Обект на следващо разглеждане е проверката на работоспособността на използваната платка NI PCI 6221. Към нея е прикрепена и станция с конектори, даващи достъп до наборите аналогови и цифрови входове и изходи. В средата Matlab/Simulink е създаден модел, съдържащ блокове инициализиращи входовете и изходите на платката.

Като първа стъпка може да се отбележи инициализацията на аналоговите изходи. В модела на системата създаден в Simulink се използва блокът "*PCI-6221 DA*"[4],[5]. Като входен сигнал се използва сигналът от сигнал генератор, който се намира в библиотеката на Simulink.



Фиг.2. Функционална схема за проверка на работоспособността на аналоговите изходи

След въвеждането на необходимите настройки може да се пристъпи към зареждането на тестовия модел. След проведените опити се наблюдават входно-изходните параметри и възможности на системата.

Като следваща стъпка може да се отбележи използването на блока разрешаващ работата на аналоговите входове. В модела на системата създаден в Simulink се използва блокът "*PCI-6221 AD*"[4],[5]. Като входен сигнал се използва сигналът от сигнал генератор, който се намира в библиотеката на Simulink.



Фиг.3. Функционална схема за проверка на работоспособността на аналоговите входове

Разглежданата платка съдържа 16 аналогови входа. Върху платката са номерирани от 0 до 15. В Matlab са номерирани от 1 до 16 и е в сила изискването при настройките на блока за аналоговите входове да се върне една позиция назад, за да съвпаднат позициите [3], [4], [5].

Към аналоговия вход е подаден сигнал от реален сигнал генератор. За изследването на диапазона на работа на аналоговите входове и изходи са използвани сигнали с честоти от 400 mHz до 4 kHz. Приложени са сигнали със синусоидална и правоъгълна форма. Направени са измервания в посочения работен диапазон с цел изследване работоспособността и бързодействието както на платката, така и на контролера. В табл.1 са показани измерените напрежения от аналоговите изходи на платката.



# Таблица 1 (продължение)



#### Синусоидални и правоъгълни напрежения

# 5. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

От фигурите в табл.1 се забелязва че при синусоидалното напрежение при амплитуда от 2V над 1.5 kHz системата не успява да отработи заданието. При правоъгълното напрежение се наблюдава същият ефект, но разликата е, че това става над 2 kHz при амплитуда от 2V. Експериментално снетите данни показват наличието на ограничен работен диапазон на контролера. Необходимата работна честота от 50 Hz е в работния диапазон, което позволява на системата да обработва задаващите сигнали и е подходяща за изпълнение на поставената задача.

## ЛИТЕРАТУРА

[1] The MathWorks: xPC Target for Use with Real-Time Workshop User's Guide (Version 2)

- [2] The MathWorks: Real-Time Workshop Getting Started
- [3] xPC Basic Tutorial
- [4] xPC Target Device Drivers
- [5] xPC Target<sup>TM</sup> 4 I/O Reference

Автори: Камен Христов, инж. маг. докторант, катедра. "Автоматизация на електрозадвижванията", Факултет Автоматика, Технически Университет-София, E-mail address: *khristov@tu-sofia.bg*; Евтим Йончев, доц. д-р, катедра "Автоматизация на електрозадвижванията", Факултет Автоматика, Технически Университет-София

Постъпила на 23.04.2016

Рецензент: проф. д-р Т. Йонков



# ОТДАЛЕЧЕНО УПРАВЛЕНИЕ С МАТLАВ НА МРЕЖОВ АС/DC ИМПУЛСЕН ПРЕОБРАЗУВАТЕЛ В РЕАЛНО ВРЕМЕ - II ЧАСТ

# Камен Христов, Евтим Йончев

**Резюме:** В доклада се разглеждат възможностите за приложение на инструмента xPC Target Software, който е част от продуктите на Matlab, за отдалечено управление на физически обекти и процеси в реално време. За анализ на качествата на продукта е реализирано управление на трифазен мрежов AC-DC преобразувател със синусоидална консумация и двустранен обмен на енергия. Представени са резултати от изследвания върху управляващата част, реализирана с мултифункционално интерфейсно устройство за събиране на данни NI-PCI 6221 с налични аналогови входове и изходи.

**Ключови думи:** Отдалечено управление, работа в реално време, трифазен мрежов преобразувател;

## REMOTE CONTROL IN MATLAB OF AC/DC IMPULSE CONVERTER IN REAL TIME - PART II

# Kamen Hristov, Evtim Yonchev

**Abstract**: In this paper the opportunities of applying instrument xPC Target software, that is a part of the Matlab products, for remote control of physical objects and processes in real time are being reviewed. For the analysis of the grades of the product a control structure of three phase AC/DC converter with sinusoidal consumption and bilateral energy exchange is being developed. There are shown results of studies under the control part, which are processed with the multifunctional interface device for data acquisition NI-PCI 6221 with analog inputs and outputs.

Keywords: Remote control, real time control, three phase converter

# 1. ВЪВЕДЕНИЕ

С цел изследването на математически и тригонометрични функции и способността на "таргет"-машината да ги отработва е разработен модел в работната среда Simulink извършващ права и обратна трансформация на Кларк и Парк. Първоначално са заложени еталонни напрежения от Matlab. Използвани са също и напрежения от трифазен генератор, подадени на три аналогови предварително избрани входа от платката и инициализирани в модела.

## 2. МАТЕМАТИЧЕСКО ОПИСАНИЕ НА ТРАНФОРМАЦИИТЕ НА КЛАРК И ПАРК (ПРАВА И ОБРАТНА)

#### **2.1.ПРАВА ТРАНСФОРМАЦИЯ НА КЛАРК** $(a,b,c) \rightarrow (a,\beta)$

При правата трансформация на Кларк пространственият вектор (i) от трифазната координатна система (a,b,c) се представя в правоъгълната система (α,β) зависеща от времето [1], [2], [3].



Фиг.1. Преминаване от трикоординатна към двукоординатна стационарни системи.

С проекциите на вектора на статорния ток  $i_1$  върху двете оси, трифазната система (a,b,c) се преобразува в съответна двуфазна правоъгълна система ( $\alpha$ , $\beta$ ).

$$\begin{bmatrix} \frac{i_{1\alpha}}{i_{1\beta}} \end{bmatrix} = \frac{2}{3} \begin{bmatrix} \frac{1}{1} & \frac{\cos\left(\frac{2\pi}{3}\right)}{\sin\left(\frac{2\pi}{3}\right)} & \frac{\cos\left(\frac{4\pi}{3}\right)}{\sin\left(\frac{4\pi}{3}\right)} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{1\alpha} \\ i_{1b} \\ i_{1c} \end{bmatrix}$$
(1)

Като се имат предвид условията:

$$i_{1a} + i_{1b} + i_{1c} = 0 \tag{2}$$

$$\cos\left(\frac{2\pi}{3}\right) = \cos\left(\frac{4\pi}{3}\right) = -\frac{1}{2} \tag{3}$$
за тока  $i_{1\alpha}$  се получава зависимостта:

$$i_{1a} = \frac{2}{3}i_{1a} + \frac{2}{3}\cos\left(\frac{2\pi}{3}\right)i_{1b} + \frac{2}{3}\cos\left(\frac{4\pi}{3}\right)i_{1c} = \frac{2}{3}i_{1a} - \frac{1}{3}i_{1b} - \frac{1}{3}i_{1c} = i_{1a}$$
(4)

за тока  $i_{1\beta}$  се получава зависимостта:

$$i_{1\beta} = \frac{2}{3}\sin\left(\frac{2\pi}{3}\right)i_{1b} + \frac{2}{3}\sin\left(\frac{4\pi}{3}\right)i_{1c} = \frac{2}{3}\frac{\sqrt{3}}{2}(i_{1b} - i_{1c}) = \frac{1}{\sqrt{3}}(i_{1b} - i_{1c})$$
(5)

Отчитайки двете уравнения, след заместване се получава:

$$i_{1\beta} = \frac{1}{\sqrt{3}}i_{1a} + \frac{2}{\sqrt{3}}i_{1b} \tag{6}$$

#### 2.2. ПРАВА ТРАНСФОРМАЦИЯ НА ПАРК $(\alpha,\beta) \rightarrow (d,q)$



Фиг.2. Преминаване от стационарна към въртяща координатна система.

При правата трансформация на Парк се преминава от неподвижната координатна система ( $\alpha,\beta$ ) към въртяща се координатна система (d,q) [2],[3]. Проекциите на пространствения вектор (*i*)  $i_{1d},i_{1q}$  съответстват на потока и момента

$$\begin{bmatrix} i_{1d} \\ i_{1q} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos\Theta & \sin\Theta \\ -\sin\Theta & \cos\Theta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{1\alpha} \\ i_{1\beta} \end{bmatrix}$$
(7)

Получената двукоординатна въртяща се координатна система е характерна с това, че може да се използва за пряко управление на момента на двигателя.

# 3. СЪСТАВЯНЕ НА РАБОТЕН МОДЕЛ НА УПРАВЛЯВАЩАТА ЧАСТ НА ТРИФАЗЕН МРЕЖОВ ПРЕОБРАЗУВАТЕЛ

В работната среда Simulink е съставен модел на управляващата част на трифазен AC/DC преобразувател [4], [5], [6]. За изпълнението на симулациите се подава трифазен сигнал от разработена трифазна система напрежения. След завършването на симулациите моделът е зареден и в хРС продукта и са снети експериментални данни. Сравнителният анализ между симулациите и експериментално снетите данни е показан в таблици.



Фиг.3. Обща блокова схема на преобразувател.



Фиг.4. Схема на подсистемата осигуряваща трифазната система напрежения в средата Similink.



Фиг.5. Блок използван в средата Matlab/Simulink извършващ права трансформация на Кларк.



Фиг.6. Блокове използвани в средата Matlab/Simulink извършващи права трансформация на Парк.

## 4. СРАВНИТЕЛЕН АНАЛИЗ МЕЖДУ СИМУЛАЦИОННИ И ЕКСПЕРИ-МЕНТАЛНИ РЕЗУЛТАТИ СНЕТИ ОТ РАБОТНАТА СРЕДА Simulink И ПАКЕТА ЗА РАБОТА В РЕАЛНО BPEME xPC Target Software

Направени са изследвания на работоспособността на модела и са снети опитни данни за всяка от трите фази. Физическите ограничения не позволяват експерименталните данни да бъдат показани за трите фази едновременно. На фигурите и осцилограмите показани по-долу са данните и резултатите за една от фазите с цел илюстриране на възможностите на опитната постановка.



Фиг.7. Общ вид на опитната постановка.



Фиг.8. Работен екран за следене на сигнали в реално време на "таргет"-машината.

#### Таблица 1.1





#### Таблица 1.2





#### Таблица 2.1





#### Таблица 2.2



Таблица 3.1



#### Таблица 3.2



**Таблица 4** Симулационни и експериментални резултати за фаза A при Ud=3, Uq=1



## 4. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Проведените експерименти и снети опитни данни показват, че разработената система отработва заданията и поведението отговаря на очакванията. Наложените физически ограничения от страна на работната среда и продукта хРС не позволяват изследването на системата в диапазона на високите честоти.

Направените изследвания са при честота от 50 Hz, съответстваща на промишлената мрежа. Опитните данни показват, че системата е с подходящо подбрани параметри и с добри показатели за качества от гледна точка на точното изпълнение на заложените функции.

Наличието на зашумяване на входните сигнали се дължи на начина на реализиране на трифазния синусоидален генератор - данните за съответните фазни напрежения се четат от памети EPROM с управляем такт и преобразуват в аналогов сигнал чрез DAC.

## ЛИТЕРАТУРА

[1] Peter Vas, "Sensorless Vector and Direct Torque Control" London, 1998

[2] K.-N. Areerak, S. V. Bozhko, G. M. Asher and D. W. P. Thomas, "DQ-Transformation Approach for Modelling and Stability Analysis of AC-DC Power System with Controlled PWM Rectifier and Constant Power Loads", 2008

[3] S. R. Naidu, D. A. Fernandes and K. P. Medeiros, "Simplified Control of a Threephase PWM Rectifier", Spain, 2011

[4] A. Astolfi, D. Karagiannis, and R. Ortega, "Nonlinear and Adaptive Control with Applications". Springer-Verlag, London, 2008

[5] The MathWorks: xPC Target For Use with Real-Time Workshop User'sGuide (Version 2)

[6] Farret, F. A., B. Palle, and M. G. Simoes, "A full expandable model of parallel self excited induction generators" 2005

Автори: Камен Христов, инж. маг. докторант, катедра. "Автоматизация на електрозадвижванията", Факултет Автоматика, Технически Университет-София, Еmail address: *khristov@tu-sofia.bg*; Евтим Йончев, доц. д-р, катедра "Автоматизация на електрозадвижванията", Факултет Автоматика, Технически Университет-София

Постъпила на 23.04.2016

Рецензент: проф. д-р Т. Йонков



# АНАЛИЗ И СИНТЕЗ НА ТРИФАЗНИ СИНХРОННИ АС/DC ИМПУЛСНИ ПРЕОБРАЗУВАТЕЛИ С ДВУСТРАНЕН ОБМЕН НА ЕНЕРГИЯ

# Евтим Йончев, Камен Христов

**Резюме:** В доклада е представен математичен модел в пространство на състоянията на трифазен импулсен преобразувател със синусоидална консумация и двустранен обмен на енергия. Описанието е в стационарна трифазна, стационарна двуфазна и във въртяща се синхронно с резултиращия вектор на напрежението на захранващата мрежа координатна система. Представена е методика за избор на елементи от силовия преобразувател и настройка на регулиращите контури. Преобразувателят е изследван симулационно в среда Matlab/Simulink.

**Ключови думи:** трифазен мрежов преобразувател, управляващи контури, изправители с импулсно управление, синусоидална консумация

# ANALYSIS AND SYNTHESIS OF THREE PHASE SYNCHRONOUS AC/DC IMPULSE CONVERTERS WITH BILATERAL ENERGY EXCHANGE

# Evtim Yonchev, Kamen Hristov

Abstract: In this paper a state-space mathematical model of three phase impulse converter with sinusoidal consumption and bilateral energy exchange is presented. The description of the model is derived from three –phase and two –phase stationary frame and synchronously rotating with the voltage source result vector frame. A methodology for picking the components of the power converter and setting up the regulating structures is shown. The behavior of the converter is being tested with the product Matlab/Simulink.

*Keywords:* three phase converter, control structures, rectifiers with impulse control, sinusoidal consumption

## 1. ВЪВЕДЕНИЕ

AC-DC преобразувателите са често използвани в преобразувателната техника за преобразуване на променливо напрежение в постоянно и последващо инвертиране за управление на асинхронни и синхронни електромотори (класически, безчеткови постояннотокиви, превключваеми реактивни и др.) [10]. С цел намаляването на пулсациите на изходното напрежение в схемите се прилагат капацитивни филтри с големи стойности, което води до големи пикови стойности на тока, натоварва захранващата мрежа с висши хармоници от нисък ред, и намалява фактора на мощността [6], [7], [4].

Повишаващите преобразуватели на напрежение, работещи като трифазни токоизправители (фиг.1) са МІМО системи (системи с повече от един входове и изходи), позволяващи двупосочен обмен на електрическата енергия – AC/DC и обратно, работа с фактор на мощността - единица и почти синусоидални входни токове, като освен в режим на AC/DC преобразувател може да се използва за компенсация на фактора на мощността [3], [5], [9] Изграждат се с MOSFET или IGBT транзистори, работещи в ключов режим, постигащи комутационна честота на порядъци по-висока от честотата на електрическата мрежа, което позволява управление на изходната променлива с високи динамични показатели за качество.

# 2. МОДЕЛИРАНЕ НА ИМПУЛСЕН ПОВИШАВАЩ ПРЕОБРАЗУВАТЕЛ

При описанието на модела са приети следните идеализации: безкрайна скорост на нарастване и спадане на тока  $(t_r, t_f \rightarrow 0)$ , нулево закъснение при отпушване и запушване  $t_d$ , липса на паузи при превключване на ключовете от едно рамо, нулеви падове на напрежение в отпушено състояние на транзисторите и диодите, както и неотчитане заряда за възстановяване на последните.[1],[2],[3]



Фиг.1. Принципна схема на трифазен мрежов преобразувател.

Времезакъсненията на превключване и времената на пауза, в състоянията на превключване на к-тото стъпало на инвертора (фиг.1) са пренебрегнати и представени чрез нелинейни зависещи от времето променливи  $\gamma_k$ , чието описание е както следва:

$$\gamma_{k} = \begin{cases} 1 \to a \kappa o \, Su_{k} \, e \, в \kappa лючен u \, Sl_{k} \, e \, u \, s \kappa л юче h \\ 0 \to a \kappa o \, Su_{k} \, e \, u \, s \kappa л юче h u \, Sl_{k} \, в \kappa л юче h \end{cases}$$
(1)

На фиг.1 означенията са: L – стойност на фазната индуктивност, R – активно съпротивление на дросела, C – стойност на филтровия кондензатор и R<sub>c</sub> – екви-

валентно серийно съпротивление на кондензатора (ESR). Пренебрегвайки падовете на напрежение в полупроводниковите прибори и обратните токове на преходите и след прилагане на законите на Кирхоф (приема се че товарния ток i<sub>0</sub> е смущение зависещо от времето) довежда до нов модел на повишаващия преобразувател описан в пространство на състоянията.

$$\frac{d}{dt} \begin{bmatrix} i_{1} \\ i_{2} \\ i_{3} \\ v_{0} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{-R}{L} & 0 & 0 & \frac{-2\gamma_{1} + \gamma_{2} + \gamma_{3}}{3L} \\ 0 & \frac{-R}{L} & 0 & \frac{-2\gamma_{2} + \gamma_{3} + \gamma_{1}}{3L} \\ 0 & 0 & \frac{-R}{L} & \frac{-2\gamma_{2} + \gamma_{3} + \gamma_{1}}{3L} \\ 0 & 0 & \frac{-R}{L} & \frac{-2\gamma_{3} + \gamma_{1} + \gamma_{2}}{3L} \\ A_{41} & A_{42} & A_{43} & A_{44} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{1} \\ i_{2} \\ i_{3} \\ v_{0} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{1}{L} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{L} & 0 & 0 \\ \frac{\gamma_{1}R_{c}}{L} & \frac{\gamma_{2}R_{c}}{L} & \frac{\gamma_{3}R_{c}}{L} & \frac{-1}{C} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_{1} \\ v_{2} \\ v_{3} \\ i_{0} \end{bmatrix}$$
(2)

където

$$A_{41} = \gamma_1 \left( \frac{1}{C} - \frac{RR_C}{L} \right); A_{42} = \gamma_2 \left( \frac{1}{C} - \frac{RR_C}{L} \right); A_{43} = \gamma_3 \left( \frac{1}{C} - \frac{RR_C}{L} \right)$$
$$A_{44} = \frac{-2R_C (\gamma_1 (\gamma_1 - \gamma_2)) + \gamma_2 (\gamma_2 - \gamma_3) + \gamma_3 (\gamma_3 - \gamma_1)}{3L}$$

Ако не се използва нулата на входната трифазна система напрежения, то предходният модел може да бъде опростен като се изключи едно от уравненията за фазните токове, например  $i_3 = -i_2 - i_1$ . С отчитане на зависимостите (3) между променливите на състоянието на стационарните координатни системи  $x_{abc}$  и  $x_{\alpha-\beta}$ се получава моделът в пространство на състоянията за двуфазната координатна система  $0\alpha\beta$ :

$$\begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sqrt{2/3} & 0 \\ -\sqrt{1/6} & \sqrt{1/2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_\alpha \\ x_\beta \end{bmatrix}$$
(3)

$$\frac{d}{dt} \begin{bmatrix} i_{\alpha} \\ i_{\beta} \\ v_{0} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{-R}{L} & 0 & \frac{-\gamma_{\alpha}}{L} \\ 0 & \frac{-R}{L} & \frac{-\gamma_{\beta}}{L} \\ A_{31}^{\alpha} & A_{32}^{\alpha} & A_{33}^{\alpha} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{\alpha} \\ i_{\beta} \\ v_{0} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{1}{L} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{L} & 0 \\ \frac{\gamma_{\alpha}R_{c}}{L} & \frac{\gamma_{\beta}R_{c}}{L} & \frac{-1}{C} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_{\alpha} \\ v_{\beta} \\ i_{0} \end{bmatrix}$$
(4)

където

$$A_{31}^{\alpha} = \gamma_{\alpha} \left( \frac{1}{D} - \frac{RR_c}{L} \right); \quad A_{32}^{\alpha} = \gamma_{\beta} \left( \frac{1}{D} - \frac{RR_c}{L} \right); \quad A_{33}^{\alpha} = \frac{-R_c \left( \gamma_{\alpha}^2 + \gamma_{\beta}^2 \right)}{L}$$

Моделът (4) е нелинеен и зависещ от времето. След прилагане на Парк преобразуване (5) при честота на въртящата система синхронизирана с мрежовата (qсъставката на захранващото напрежение е нула), нелинейният и зависещ от времето модел може да бъде записан във вида (6) [4], [5], [8]:

$$\begin{bmatrix} i_{\alpha} \\ i_{\beta} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos(\omega t) - \sin(\omega t) \\ \sin(\omega t) \cos(\omega t) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{d} \\ i_{q} \end{bmatrix}$$
(5)

$$\frac{d}{dt} \begin{bmatrix} i_{d} \\ i_{q} \\ v_{0} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{-R}{L} & \omega & \frac{-\gamma_{d}}{L} \\ -\omega & \frac{-R}{L} & \frac{-\gamma_{q}}{L} \\ A_{31}^{d} & A_{32}^{d} & A_{33}^{d} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{d} \\ i_{q} \\ v_{0} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{1}{L} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{L} & 0 & 0 \\ \frac{\gamma_{d}R_{c}}{L} & \frac{\gamma_{q}R_{c}}{L} & \frac{-1}{C} & -R_{c} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_{d} \\ v_{q} \\ i_{0} \\ \frac{di_{0}}{dt} \end{bmatrix}$$
(6)

където

$$A_{31}^{d} = \gamma_{d} \left( \frac{1}{C} - \frac{RR_{c}}{L} \right); \ A_{32}^{d} = \gamma_{q} \left( \frac{1}{C} - \frac{RR_{c}}{L} \right); \ A_{33}^{d} = \frac{-R_{c} \left( \gamma_{d}^{2} + \gamma_{q}^{2} \right)}{L}$$

Моделът в пространство на състоянията в 0dq [8] - координатна система може да бъде използван за реализиране на регулиращи затворени контури (непрекъснати или дискретни) и управление чрез ШИМ на преобразувателя. Управляеми изходи са  $v_0$  и токът  $i_q$ , а  $\gamma_d$ ,  $\gamma_q$  - управляващи входове, линеаризацията на входно-изходните сигнали (6) дава уравненията в пространство на състоянията в канонична форма (7, 8, 9)

$$\frac{di_q}{dt} = -\omega i_d - \frac{R}{L} i_q - \frac{\gamma_q}{L} \upsilon_0 + \frac{1}{L} \upsilon_q$$
(7)

$$\frac{dv_0}{dt} = \theta \tag{8}$$

$$\frac{d\theta}{dt} = -\frac{R + R_c \left(\gamma_d^2 + \gamma_q^2\right)}{L} \theta - \frac{\gamma_d^2 + \gamma_q^2}{LC} \upsilon_0 + \frac{\gamma_d \upsilon_d + \gamma_q \upsilon_q}{LC} - \frac{Ri_0}{LC} - \left(\frac{1}{C} + \frac{RR_c}{L}\right) \frac{di_0}{dt} + \omega \left(\frac{1}{C} - \frac{RR_c}{L}\right) \left(\gamma_d i_d - \gamma_q i_q\right) - R_c \frac{d^2 i_0}{dt^2}$$
(9)

където

$$\theta = \left(\frac{1}{C} - \frac{RR_c}{L}\right) \left(\gamma_d i_d + \gamma_q i_q\right) - \frac{R_c \left(\gamma_d^2 + \gamma_q^2\right)}{L} \upsilon_0 + \frac{R_c}{L} \left(\gamma_d \upsilon_d + \gamma_q \upsilon_q\right) - \frac{i_0}{C} - R_c \frac{di_0}{dt}$$
(10)

Класическият подход при изграждане на управлението на преобразувателите, чиито изход има качества на източник на напрежение е реализиране на каскадна структура с подчинен контур по ток и външен по напрежение. Използване на пропорционално-интегрален регулатор в контура за управление по ток (непрекъснат или дискретен) и ШИМ модулатор изисква линеаризация на модулатора и филтриране (усредняване) на информацията от обратната връзка, което не позволява ограничаване на пиковите (върховите) стойности на тока.



Фиг.2. Структурна схема на линеен ПИ регулатор и ШИМ модулатор.

При управлението в т.н. "режим на ток - current mode" не се използва линеаризация на модулатора и това опростява моделирането му. Измерената стойност, пропорционална на  $i_L$  се сравнява със  $i_{ref}$ , получена от регулатора на напрежение (фиг.2). Схемата за управление в "режим на ток" може да бъде използвана в системи с продължителен режим на работа, гарантирайки намаляване реда на системата и по-добри работни характеристики.



б)

Фиг.3. Структурни схеми на управление в"режим на ток – current mode", а)постоянна честота; б)променлива честота

## 3. НАСТРОЙКА НА КОНТУРИТЕ ЗА РЕГУЛИРАНЕ И ИЗБОР НА СТОЙНОСТИТЕ НА ФАЗНИТЕ ИНДУКТИВНОСТИ И ФИЛТРОВИЯ КОНДЕНЗАТОР

#### 3.1.МЕТОДИКА ЗА ИЗБОР НА ИНДУКТИВНОСТТА НА ДРОСЕЛА И ХИСТЕРЕЗИСА НА РЕЛЕЙНИТЕ РЕГУЛАТОРИ НА НАПРЕЖЕНИЕ

Изхожда се от допустимата комутационна честота за силовите транзисторни ключове и допустимите пулсации на тока спрямо заданието. Максимална комутационна честота се постига при нулева стойност на фазното напрежение и номинална стойност на изправеното напрежение – в случая 350 V спрямо нулата на мрежата. За допустима честота е приета 10 kHz, а пулсациите на тока  $\Delta I = 3A$ . При пренебрегване на активните съпротивления на фазните индуктивности и филтровия кондензатор, уравнението за равновесие на напрежението за фаза е:

$$U = L \frac{dI}{dt} \tag{11}$$

Решението за *L* може да бъде намерено преминавайки към крайни нарастъци за един комутационен интервал, който е половината от периода на избраната допустима комутационна честота.

$$U = L\frac{\Delta I}{\Delta t}; \ T = \frac{1}{10.10^3} [s]; \ L = \frac{U.\Delta t}{\Delta I} = 5.8.10^{-3} [H]$$
(12)

Свързване на нулата на захранващата мрежа със средната точка на кондензаторната батерия (фиг.5) е допустимо и няма да товари нулевият проводник, тъй като се предполага синусоидална форма на консумираният ток.

#### 3.2. ИЗБОР НА ФИЛТРОВ КОНДЕНЗАТОР

За осигуряване на качества на изходното изправено напрежение на източник на напрежение се налага свързване на кондезаторна батерия към шините за постоянно напрежение. При синусоидална консумация изправения ток е гладък, без пулсации, което предполага кондензатор с по-малка стойност с оглед филтрация на пулсации.

Друго съображение при избора може да бъде резонансната честота, определена от фазната индуктивност и капацитета на кондензатора, да бъде по-ниска от честотата на мрежата. Резонансната честота е:

$$\omega^{2} = \frac{1}{LC}; f = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{1}{LC}}; C = \frac{1}{\omega^{2}L} = 1748.10^{-6} [F]$$
(13)

При проведените симулации е заложена кондензаторна батерия от два последователно свързани кондензатора със стойност по 6000.10<sup>-6</sup>[*F*]

## 3.3. ВЪНШЕН КОНТУР ПО НАПРЕЖЕНИЕ

Ако въведем вътрешно съпротивление на товара, дефинирано като  $R_1 = v_0/i_0$ , то обекта може да се разглежда като апериодично звено, захранено от управляем източник на ток(вътрешният контур) и пренебрегнем закъснението закъснението  $T_d$  между тока  $i_d$  и заданието  $i_d$ , то структурната схема е:



Фиг.4. Функционална схема на външния контур

Настройката на регулатора е по модулен оптимум с цел постигане добра динамика и ниско(4.7%) пререгулиране. Изчислените стойности за коефициента на пропорционалност и времеконстанта на интегриране при нормализирани входни и изходни напрежения  $0 \div \pm 10V$  са 50 и  $2.10^{-3}$ [s].

# 4. МОДЕЛНИ ИЗСЛЕДВАНИЯ НА ТРИФАЗЕН АС/DC ПРЕОБРАЗУВАТЕЛ В РАБОТНАТА СРЕДА Matlab/Simulink

При симулационните изследвания е използван пакета *SimPowerSystems* за моделиране на силовия преобразувател, мрежата, мрежовите индуктивности и кондензаторната батерия.



Фиг.5. Блокова схема на трифазен мрежов преобразувател в средата Simulink.



**Фиг.6.** Ток на фаза "А"







**Фиг.7.** Преходен процес на заряд на филтровия кондензатор



Фиг.9. Напрежение на филтровия кондензатор и реакция на релето при достигане на горната зона на хистерезиса от 550V

За избягване на пикови зарядни токове на кондензаторите при първоначално включване е реализиран плавен заряд чрез последователно свързани резистори, които се шунтират с управляеми ключове в зависимост от напрежението на постояннотоковите шини.

#### 4. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

От проведените симулационни изследвания са отчетени пререгулиране 5.2% и време за установяване при стъпално натоварване с 20[A] - 0.2[s]. Отчетеното пререгулиране е по-голямо от теоретичното, съответстващо на оптимизация по модулен оптимум. При извършената настройка не са отчетени активните съпротивления на фазните индуктивности, серийното съпротивление на филтровия кондензатор, както и времеконстантите на заложените в симулацията филтри на измерените фазни токове и напрежения. От практиката е известно, че добавяне на диференциална съставка към регулатора намалява пререгулирането. Експериментално бе установено, че времеконстанта 0.1[s] намалява пререгулирането на 4.1%.

#### ЛИТЕРАТУРА

[1] Malesani, L.; Rossetto, L.; Tenti, P.; Tomasin, P.,"AC/DC/AC PWM Converter with Reduced Energy Storage in the DC Link", IEEE Transactions on Industry Applications, Vol. 31, No. 2, 1995

[2] M. H. Rashid, "A Power Electronics Handbook" Academic Press 2001

[3] Ned Mohan, Tore M. Undeland, William P. Robbins, "Power Electronics: Converters, Applications, and Design", John Wiley & Sons, Inc, 3rd Ed., 2003

[4] H. White, "A three-phase hybrid DC-AC inverter system utilizing hysteresis control", California, 2004

[5] V. Ramanarayanan, "Unity power factor front end rectifier for three phases input", dec 2007

[6] K.-N. Areerak, S. V. Bozhko, G. M. Asher and D. W. P. Thomas, "DQ-Transformation Approach for Modelling and Stability Analysis of AC-DC Power System with Controlled PWM Rectifier and Constant Power Loads" International Power Electronics and Motion Control Conference, 2008

[7] K. Wei and F. Xiao, "*The Improvement of Current Feed-forward Control Strategy on Voltage Source PWM Rectifier*", International Symposium on Computational Intelligence and Design, 2010

[8] Slobodan Ćuk, "Single-Stage, AC-DC Converter Topologies of 98% Efficient Single Phase and Three-Phase Rectifiers" Nuremberg, 2011

[9] J. G. Zhang, B. Yang, G. Zeng and Y. Y. Tian, "A Unity Power Factor Control Method of PWM Rectifier", Power and Energy Engineering Conference (APPEEC), Asia-Pacific, 2012

[10] Георгиев Г., Христов Вл., Райнов Р., *"Енергетика на асинхронни регулиру-еми електрозадвижвания – моделни изследвания в Matlab/Simulink среда"*, 2008, София, Годишник на минно-геоложкия университет "св. Иван Рилски"-София, Международна научна сесия - Минно-геоложки университет "Св. Иван Рилски"

Автори: Евтим Йончев, доц. д-р, катедра "Автоматизация на електрозадвижванията", Факултет Автоматика, Технически Университет-София; Камен Христов, инж. маг. докторант, катедра "Автоматизация на електрозадвижванията", Факултет Автоматика, Технически Университет-София, E-mail address: *khristov@tu-sofia.bg* 

Постъпила на 23.04.2016

Рецензент: проф. д-р Т. Йонков



# УПРАВЛЕНИЕ НА ПРЕВКЛЮЧВАЕМ РЕАКТИВЕН ДВИГАТЕЛ ЧРЕЗ РАЗМИТ РЕГУЛАТОР

## Владимир Христов, Георги Рачев

**Резюме:** Превключваемите реактивни двигатели съществуват от 19 век като те се отличават с простота на изпълнение, евтини са за производство и поддръжка. С навлизането на силовата електроника и създаването на подходящи управляващи системи успешно се внедряват. Проблемът който се явява е нелинейната връзка между тока, позицията и въртящия момент. Поради тази причина в настоящата статия е предложен и синтезиран един нелинеен размит ПИ регулатор на скорост, който отчита тази нелинейна връзка, като същия е изследван в Simulink средата на Matlab. За сравнителен анализ на размития регулатор е синтезиран ПИ регулатор на скорост.

**Ключови думи:** превключваем реактивен двигател, размит регулатор, скорост, управление, ПИ регулатор

## CONTROL OF SWITCH RELUCTANCE MOTOR BY FUZZY CONTROLLER

# Vladimir Hristov, Georgi Rachev

**Abstract:** The switch reluctance motors existed since the 19th century, they are distinguished by simplicity of implementation, they are cheap to manufacture and maintain. With the advent of power electronics and appropriate control systems are successfully implemented. The problem which occurs is the non-linear connection between the current position and torque. Therefore in this article was proposed and synthesized a nonlinear fuzzy PI controller of speed that takes into account this nonlinear relationship, as the same has been research in Simulink of Matlab. For comparative analysis of fuzzy controller is synthesized PI controller of speed. **Keywords:** switch reluctance motor, fuzzy controller, speed, control, PI controller

# 1. ВЪВЕДЕНИЕ

В съвременните електрозадвижвания все по-често се внедряват превключваеми реактивни двигатели (ПРД). Тези двигатели са известни още от 19 век, но станаха популярни едва в последния половин век поради необходимостта от използване на съвременни полупроводникови преобразуватели за управление на статорните им токове. ПРД е вид синхронен двигател, като статорните му намотки са изработени като навити бобини около полюсите [3, 5]. Роторът не съдържа намотки, постоянни магнити или четки, като наподобява кафезния ротор на

асинхронните двигатели и позволява да работи в екстремни условия (например високи и ниски температури) както и да достига високи скорости.

За правилно управление на въртящия момент, амплитудите на токовете в активните фази трябва да са съобразени не само с позицията на ротора но и с въртящия момент генериран от останалите фази на двигателя [2]. Въпреки това, поради нелинейната зависимост между въртящия момент и тока, при постоянен ток през фазите винаги ще има вариация и нестабилност в стойността на въртящия момент или т.нар. пулсации на въртящия момент (torque ripple) [3, 4]. Това води до нежелани вибрации и акустичен шум по време на работа. Теоретично ако връзката между въртящия момент, тока и позицията на ротора  $Tem(i,\theta)$ , се познава добре и се имплементира детайлно и точно в управлението, е възможно амплитудата на тока да се управлява така, че въртящият момент на изхода на двигателя да остава постоянен [1, 3]. Поради тези характерни особеностти удачно се оказва използването на размит регулатор за управление. Регулаторите от този тип са приложими, когато е нужно да се управлява сложен обект, при наличие на нелинейности, нестационарност и неопределености [7, 8, 12]. С тях се избягва съставяне на сложни математически модели и се борави директно с достъпните носители на информация за процеса.

Таблиците, които се използват за определяне на управляващите сигнали, описват управляваща повърхнина, зададена чрез правила от типа "IF-THEN", т.е. импликация [11]. Тези правила се определят с помощта на експертни знания в конкретната област, като дават еднопосочна причинно-следствена връзка между входните и изходните величини. В този смисъл контролерът може да се класифицира като апроксиматор на човешкия опит в управлението на дадения процес.

Размитите правила определят управляващата повърхнина на регулатора, която всъщност представлява данните, съхранявани в табличното описание на размитата система.Правилата по които се синтезира управлението се обобщават в таблица известна като таблица на размита асоциативна памет (РАП), показваща директно връзката между входни и изходни параметри [7, 10, 11].

В настоящата работа се предлага система за управление на скоростта на превключваем реактивен двигател чрез използване на размит регулатор.

## 2. МАТЕМАТИЧЕСКО ОПИСАНИЕ НА ПРЕВКЛЮЧВАЕМИТЕ РЕАКТИВНИ ДВИГАТЕЛИ

Уравнението описващо електрическата част на всяка намотка на ПРД се дефинира от [1]:

$$U_{saxp} * \gamma = R * I_s + \frac{d\Psi(I_s, \theta)}{dt}$$
(1)

където:  $U_{3axp}$  - напрежение на захранващия източник;  $\gamma$  - коефициентът на запълване на ШИМ зададен от управлението; R - активно съпротивление на статорната намотка;  $I_s$  - ток през статорната намотка;  $\Psi$  - пълен магнитен поток (потокосцепление), който се създава от тока i;  $\theta$  - ъгъл на завъртане на ротора.

$$\Psi(I_s, \theta) = L(I_s, \theta) * I_s$$
(2)

$$U_{saxp} * \gamma = R * I_s + I_s * \omega * \frac{dL}{d\theta} + L(I_s, \theta) * \frac{dI_s}{dt}$$
(3)

$$\mathbf{e} = \mathbf{I}_{s} * \boldsymbol{\omega} * \frac{\mathrm{d}\mathbf{L}}{\mathrm{d}\boldsymbol{\theta}} \tag{4}$$

където: L - индуктивност на намотката;  $\omega$  - ъглова скорост на ротора; е - противо-ЕДН.

В механично отношение двигателят се описва със следното уравнение:

$$J * \dot{\omega} + b_m * \omega = T_{em} - T_l$$
 (5)

където: J - инерционен момент на ротора; bm - коефициент на вискозно триене;  $\omega$  - ъглова скорост;  $T_{em}$  - въртящ момент, генериран от машината;  $T_1$  - съпротивителен (товарен) момент.

От горните уравнения може да се изведе опростен модел на ПРД [1, 3]. Опростяване може да се получи само ако се приемат известни приближения, свързани с характера на задвижването: системата работи в режими на ниска или средна скорост; в задвижването се използва трифазен 6/4-полюсен ПРД; зависимостта на фазовата индуктивност от ъгъла  $\theta$  е триъгълна, като пиковата ѝ стойност е пропорционална на електрическия ток в намотката (фиг.1).



На фиг.1 с прекъсната линия е показана характеристиката в условие на магнитно насищане, а с непрекъсната – извън областта на насищане. U, S, A и E са позиции на ротора спрямо фаза "а" на двигателя.

Ако се разгледа скоростта на изменение на индуктивността, но спрямо фазовия ъгъл θ, в областта на нарастване от S към A, важи зависимостта [1,3]:

$$\frac{dL}{d\theta} = k_{L} = \frac{L_{\max}(I_{s}) - L_{u}}{\theta_{A} - \theta_{S}}, \text{ като } \theta_{SU} < \theta < \theta_{AU}$$
(6)

Фазовата индуктивност на намотката в този диапазон на  $\theta$  се определя по формулата:

$$L(I_{s},\theta) = L_{U} + k_{L}(\theta - \theta_{SU})$$
(7)

При заместване на тези резултати в (2) и отчитане на (4) се получават следните три диференциални уравнения от първи ред, представящи нелинеен математически модел на превключваемия реактивен двигател [1, 3]:

$$\frac{dI_s}{dt} = \frac{1}{L(I_s, \theta)} * \left( U_{saxp} * \gamma - R * I_s + I_s * \omega * k_L \right)$$
(8)

$$\frac{d\omega}{dt} = \frac{1}{J} * (T - T_L - b * \omega)$$
(9)

$$\frac{\mathrm{d}\theta}{\mathrm{d}t} = \omega \tag{10}$$

Въртящият момент за една фаза на ПРД се определя от уравнението:

$$T_{em} = \frac{1}{2} * k_{L} * I_{s}^{2}$$
(11)

От последното уравнение се забелязва, че зависимостта на въртящия момент от тока в статорните намотки е нелинейна.

# 3. СИНТЕЗ НА РАЗМИТ РЕГУЛАТОР НА СКОРОСТТА НА ПРЕВКЛЮЧВАЕМ РЕАКТИВЕН ДВИГАТЕЛ В Simulink

При синтеза на размития регулатор на скоростта на превключваемия реактивен двигател ще се използва за основа примерно демо от средата на *Matlab/Simulink*-*power\_SwitchedReluctanceMotor*. *Simulink*-cxeмата на демо постановката (*power\_SwitchedReluctanceMotor*) е показана на фиг.2 [6]. За целта към модела от фиг.1 ще се добави размит регулатор, който ще получава входни данни от сигнала на грешката и неговия интеграл, а изходният сигнал ще представлява стойността на заданието по ток, определена след деразмиването на агрегираните правила.



Фиг.2. Simulink-схема на демо (power\_SwitchedReluctanceMotor)

Тъй като обектът на управление е силно нелинеен се налага използване на нелинеен размит регулатор. Това води до извършване на прецизна настройка на функциите на принадлежност на изходната променлива с цел да се подходи правилно към нелинейността на системата.

Когато грешката по скорост е голяма е нужен управляващ сигнал с максимална допустима стойност, за да може разликата със заданието да се намали възможно най-бързо, затова лингвистичната стойност на изходната променлива се преработва, така че да покрива около 70% от обхвата на променливата. Останалите лингвистични стойности се разполагат в останалите 30%, откъдето лингвистичната променлива "управление по ток" получава 5 лингвистични стойности: Нулева (Z); Малка (S); Средна (М); Голяма (В); Много голяма (VB). Функциите на принадлежност, отнасящи се за управляващия сигнал по ток, са показани на фиг.3. От вида на показаните на нея лингвистични стойности ясно се вижда, че заложения нелинеен характер на регулатора – областите S и B не са симетрични, а разположението на петте възможности за изходната величина е такова, че те не заграждат еднакви площи.



**Фиг.3.** Графичен изглед на функциите на принадлежност за управлението по ток "U".

Лингвистичните стойности на процеса на грешката получават 5 лингвистични стойности: отрицателно голяма (NB); отрицателна (N); нулева (Z); положителна (P); положително голяма (PB), като те са показани на фиг.4. Те са позиционирани по такъв начин, че да отговарят на нужното поведение на системата. Трите функции на принадлежност – отрицателна, нулева и положителна са със стеснени диапазони на фона на останалите за да отговарят на моментите, в които е нужно по-фино регулиране на заданието по ток. Когато грешката по скорост има големи стойности са налице NB и PB то ес те притежават широки диапазони на действие.



Фиг.4. Графичен изглед на функциите на принадлежност за грешката по скорост "е".

Лингвистичната променлива "интеграл от грешка по скорост" получава три лингвистични стойности: отрицателна (N); нулева (Z); положителна (P). Обхватът при нея е избран [-2, 2], като изобразена през FIS Editor тя има вида, показан на фиг.5. При нея междинната област или "нулевата" е свита, докато ограждащите я функции на принадлежност са разширени.



**Фиг.5.** Графичен изглед на функциите на принадлежност за интеграла на грешката по скорост "ie".

Избраните оператори за извеждане на размито заключение са: импликация - оператор MIN (конюнкция); агрегация - оператор MAX (дизюнкция).

За деразмиване се използва методът "център на тежестта" (CoG) на площта, заградена от ФП след агрегацията. Табл.1 изобразява размитата асоциативна памет на нелинейното изпълнение на този регулатор. На фиг.6 е изобразена съответстващата ѝ управляваща повърхнина по-която се съпоставят входно-изходните данни.

#### Таблица 1

і Ап на нелинейния регулато				чейния регулатор
U		ie		
		Ν	Z	Р
e	NB	Z	Z	Z
	N	Z	S	М
	Z	S	М	В
	Р	М	В	VB
	PB	VB	VB	VB



Фиг.6. Управляваща повърхнина на размития регулатор с приетия нелинеен закон за управление

На фиг.7 е показана *Simulink*-схема на съставения модел с нелинеен размит ПИ регулатор.



Фиг.7. *Simulink* -схема на системата за управление на скоростта на превключваем реактивен двигател чрез нелинеен размит ПИ регулатор

На фиг.8 е показана Simulink - схема на нелинейния размит ПИ регулатор



Фиг.8. Simulink -схема на нелинейния размит ПИ регулатор

# 4. СИМУЛАЦИОННИ ИЗСЛЕДВАНИЯ

При симулационните изследвания е използван трифазен 6/4 ПРД със следните параметри: захранващо напрежение 240V; номинална мощност  $P_{\text{ном}} = 60$ kW; съпротивление на статорните намотки  $R_{\text{S}} = 0.05 \Omega$ ; инерционен момент на ротора, J=0.05 kg.m<sup>2</sup>; коефициент на вискозно триене  $b_{\text{m}} = 0.02$  N.m.s; синхронна скорост на двигателя  $\omega_0 = 4000$  об/мин = 418.879 rad/s.







Фиг.10. Преходни процеси на скоростта и тока при стъпаловидно задание за скорост  $\omega_{ref} = 314.16$  rad/s и използване на размит регулатор





На фиг.9 са показани преходни процеси на скоростта и тока при стъпаловидно задание за скорост  $\omega_{ref} = 314.16$  rad/s и при нелинеен размит ПИ регулатор. За да има възможност за сравнение на синтезирания размит регулатор с подобна система за управление на скоростта е синтезирана същата система използваща класически ПИ регулатор.

На фиг.10 и фиг.11 са показани преходни процеси на скоростта и тока при стъпаловидно задание за скорост съответно  $\omega_{ref} = 314.16$  rad/s и  $\omega_{ref} = 418.88$  rad/s за нелинеен размит ПИ регулатор и класически ПИ регулатор.

## 5. ИЗВОДИ

Направените симулационни изследвания показват, че по отношение на бързодействие системата с размит регулатор не отстъпва на класическата.

При размития регулатор с нарастване на заданието по скорост намалява и големината на пререгулирането и при зададена номинална скорост  $\omega_{\text{ном}} = \omega_{\text{ref}} = 418.88 \text{ rad/s}$  се получава пререгулиране близко до 0 ( $\sigma_{\text{max}} \approx 0.00$ ).

От графиките на тока се констатира, че той не превишава 200А. Това може да се разглежда като по-икономично от енергийна гледна точка за системата и може да се обясни с метода на деразмиване, избран при проектирането на функциите на принадлежност на управляващото устройство.

Изходът на размития регулатор има и друга важна разлика от този на класическия - при големи грешки по скорост управляващото устройство не работи в насищане.

Макар в началните моменти на развъртане размитото задание на статорния ток да има същата форма като при класическия и изглежда, че е ограничено от някаква максимална стойност, това не се дължи на навлизане в наситен режим.

Причината е проста – докато грешките по скорост са големи, преобладава влиянието на фазовата променлива "VB" на размитата променлива "U". В тези моменти е активирано само правилото, отговарящо на последния ред на табл.1, като с течение на времето скоростта  $\omega$  намалява, което активира и останалите размити правила на регулатора.

## ЛИТЕРАТУРА

[1] Vasquez, H., Parker, J.K. "A new simplified mathematical model for a switched reluctance motor in a variable speed pumping application", Science Direct, Mechatronics 14 1055–1068, 2004, Elsevier, Edinburg, TX78539, USA

[2] "48550 Electrical Energy Technology: Switched Reluctance Motors", University of Technology, Sydney, 2005

[3] Ho Chi Minh City University of Technology, "Study unknown: Chapter 2. Principle of Operation of the Switched Reluctance Motor"

[4] Husain, I., Ehsani, M. "Rotor Position Sensing in Switched Reluctance Motor Drives by Measuring Mutually Induced Voltages", IEEE Transactions on Industry Applications vol.30, No.3, 1994, p.665-672

[5] Zhang, J. "Eliminating the Position Sensor in a Switched Reluctance Motor Drive Actuator Application", University of Kentucky Doctoral Dissertations, Paper 343, 2005

[6] MathWorks Matlab R2013A, "Switched Reluctance Motor" Example, SimPowerSystems Toolbox

[7] Jantzen, J., "Tuning Of Fuzzy PID Controllers", Technical report №98-H 871, Technical University of Denmark, Kongens Lyngby, 1998

[8] Jantzen, J., "Design Of Fuzzy Controllers", Technical report №98-E 864, Technical University of Denmark, Kongens Lyngby, 1998

[9] Kiruthika, D., Susitra, D., "(Fuzzy) Speed Controller of Switched Reluctance Motor", Indian Journal of Science and Technology, Vol. 7(8), August 2014, p.1043-1048

[10] Thejel, R.H., Hairik, H.A., Hameed, S., "Fuzzy Logic Based Speed Control of Switched Reluctance Motor", Department of electrical engineering, University of Basrah, 2015

[11] Младенов В., Йорданова С. "Размито управление и невронни мрежи", издателство ТУ-СОФИЯ, 2006

[12] Т. Йонков, Е. Йончев, Д. Цанков (2012), Системи за индиректно векторно управление с различни токови модели в закона за управление на инвертори на напрежение с пространствена векторна модулация, Годишник на ТУ-София, ISSN 1311-0829, том 62, кн. 1, (301-308)

Автори: Владимир Христов, гл. ас. д-р инж.; катедра "Автоматизация на Електрозадвижванията", Факултет Автоматика, Технически Университет-София; Еmail address: *vdhristov@tu-sofia.bg*; Георги Рачев, маг. инж., VISTEON, E-mail address: *georgi.d.rachev@gmail.com* 

Постъпила на 23.04.2016

Рецензент: проф. д-р М. Михов



# ПРИЛОЖЕНИЕ НА ХИПЕРБОЛИЧНИТЕ РЕПЕТИТИВНИ ФИЛТРИ В СИСТЕМИТЕ ЗА УПРАВЛЕНИЕ С ПАРАМЕТРИЧНА СТАБИЛИЗАЦИЯ - част 1 (СИНТЕЗ)

## Емил Николов, Нина Николова, Борис Грасиани

**Резюме:** В настоящата разработка се изследват възможностите за приложение на модифицираните хиперболични репетитивни филтри в системи за управление с параметрична компенсация. Предложени са: структурни конфигурации на хиперболични  $\mathcal{ML}_{ij} \circ GSC$ -системи за управление, аналитични методи и алгоритми за техния аналитичен синтез. На основата на числен пример са проектирани  $\mathcal{ML}_{ij} \circ GSC$ -системи за управление и са представени резултати от анализа на тяхното качеството.

**Ключови думи:** хиперболично репетитивно управление с параметрична стабилизация, качество на *ML*<sub>ij</sub> • GSC - системи за управление.

# APPLICATION OF HYPERBOLIC REPETITIVE FILTERS IN GAIN SCHEDULING CONTROL SYSTEMS - part I (SYNTHESIS)

# Emil Nikolov, Nina Nikolova, Boris Grasiani

**Abstract:** This paper examined the possibility of application of the modified hyperbolic repetitive filters in gain scheduling control systems. In this work are proposed: structural configuration of hyperbolic  $\mathcal{ML}_{ij} \circ GSC$ -control systems, analytical methods and algorithms of their analytical synthesis. For numerical example are designed  $\mathcal{ML}_{ij} \circ GSC$ control systems and presented the results of the analysis of their performance. **Keywords:** Hyperbolic Repetitive Gain Scheduling Control, Control System Performance

## въведение

Известна е ефективната стратегия за параметрически компенсационно управление (стабилизация) [24] ÷ [31]. В работата се разглежда структура (фиг.1) на традиционна система от този клас (*GSC-Gain Scheduled Control Systems*) с фиксиран алгоритъм  $R_{GSC}$  за управление на обект G в експлоатационни индустриални условия, където: базовия регулатор  $R^*(p)_{\{\sigma = const\}} G^*(p)$  в структурата  $R_{GSC}$  на регулатора с параметрична компенсация (фиг.1) е настроен оптимално в контекста на критерия  $\sigma$  към номиналния модел  $G^*$  на обекта  $G = G_1G_2$ ; y - регулируема величина;  $y^0$ - задание;  $\varepsilon$  - разсъгласуване; l- управление към регулиращия орган (*PO*)  $G_1$ ; q- входна величина към технологичния процес  $G_2$ ; b-акустична

звукова емисия в РО; v - смущение по натоварване; s - хидродинамично натоварване към  $G_1$ ;  $\varsigma$  - параметрично (структурно) смущение върху  $G_2$ ; f - смущение по измерване;  $d_p = sin(\omega_p t)$ - постоянно периодично външно сигнално смущение с предварително известна стойност на честотата  $\omega_p$  (респективно с период  $T_p = 2\pi \omega_p^{-1}$ ). Показани са външните смущаващи въздействия ( $y^0, v, s, f$ ), както и вътрешното смущение  $\zeta$ . Приета е възможно най-тежката ситуация, при която  $d_p$  въздейства върху динамиката на системата по всички възможни входове - и по канала на  $y^{0}$ , и по канала на v, и по канала на f. Алгоритъмът  $R_{GSC}$ реализира ефективно управление и (2) с помощта на компенсационните променливи  $\nabla \ell$  и  $\nabla a$  при флуктуации на  $\varsigma$ , s, b. Първата от тях се определя (синтезира) като решение на °компенсационното уравнение на параметричния баланс° (3) при критерий °постоянна стойност на предавателния коефициент по разход  $\kappa_q^{\circ}(4)$  на обобщения обект G. Променливата  $\nabla \ell$  е показана с (5), а нейните конкретни стойности, определящи се от вида на РО (линеен или логаритмичен), са показани съответно с (6) и (7). Използвани са следните означения в (3)÷(8):  $k_{s_a^*}$ ;  $k_{l_a^*}$ - априорно известни предавателни коефициенти на РО в номинална работна точка; Р<sup>0</sup>, Р<sub>1</sub>, Р<sub>2</sub> - достъпни за непрекъснато измерване стойности на работни налягания на флуида през РО, определящи текущата стойност на хидродинамичното натоварване на PO s (8). Втората компенсационна променлива  $\nabla a$  в структурата на  $R_{GSC}$  се определя (синтезира) по зависимостта (9) като текущо решение на критерия за °постоянна стойност на предавателния коефициент  $k_v$  на обекта° (10) на обобщения обект G. Системата (фиг.1) не

притежава филтриращи свойства към  $d_p = sin(\omega_p t)$ .



$$\nabla \ell_{log} = 0.5 \left( e^{2n(1-l)} - 1 \right) \left( n s e^{2n(1-l)} \right)^{-1} \nabla s$$
(7)

$$s = \left( 1 + \left( P^{0} - P_{1} \right) \left( P_{1} - P_{2} \right)^{-1} \right)^{-1}, \quad \left( \nabla s = s_{i-1} - s_{i} \right)$$
(8)

$$\nabla a = \left(\frac{dy}{dl}\right)^{-l} \approx \left(\frac{\Delta y}{\Delta l}\right)^{-l}, \quad \left(\frac{\Delta y}{dl} = \frac{y}{i-l} - \frac{y}{i}; \Delta l = l_{i-l} - l_{i}\right)$$
(9)

$$k_{y}(\nabla a) = (\partial y / \partial l) \Delta l + (\partial y / \partial s) \Delta s = const$$
 (10)  
Известна и с доказана ефективност за управление (стабилизация) на клас техно-

логични обекти при наличие на  $d_p = sin(\omega_p t)$  е репетитивната стратегия [1]÷[23]. Системите за репетитивно управление (фиг.2) се отличават от "класическите" и параметрически компенсационните (фиг.1) по това, че съдържат *ML*-репетитивни филтри с памет (Memory Loop) [1]÷[23]. Целта на структурата (фиг.2) е чрез използването на *ML*-филтри в регулатора  $R_{M_L}$  (11) да бъде режетирано влиянието на постоянно периодично външно сигнално смущение  $d_p = sin(\omega_p t)$  с предварително известна стойност на честотата  $\omega_p$  върху *y*, респективно влиянието на  $d_p$  върху понижаване на показателите на качеството на системата- устойчивост, бързодействие и точност (12). *ML* -репетитивният филтър с памет съдържа модел на закъснението  $e^{-pT_p}$  и "запаметява" честотата на режетирането  $\omega_p$ . Функцията му се реализира чрез съответна съставяща върху разсъгласуването  $\varepsilon$ , благодарение на специфичната му структура в изпълнение на критерия (13). Репетитивните системи (фиг.2) не притежават свойства ефективно да противодействат при флуктуации на  $\varsigma$ , *s*, *b*.

$$R_{\mathcal{M}_{\mathcal{L}}}(p) \stackrel{\circ}{=} R^{*}(p) \mathcal{ML}(p)$$
(11)

$$(j\omega) \neq \xi (y^{o}(j\omega_{P}), \nu(j\omega_{P}), f(j\omega_{P})).$$
 (12)

$$\begin{cases} | \mathcal{ML}(j\omega)| = 1 , (\forall \omega \in [\omega < \omega_p, \omega > \omega_p]) \\ arg \mathcal{ML}(j\omega) = 0, (\forall \omega \in [\omega < \omega_p, \omega > \omega_p]) \end{cases}; \begin{cases} | \mathcal{ML}(j\omega)| << 1, (\omega = \omega_p) \\ arg \mathcal{ML}(j\omega) \approx 0, (\omega = \omega_p) \end{cases}$$
(13)

Известни са и следните хиперболични репетитивни филтри [7, 22, 23]:

y

• репетитивни хиперболични филтри с отрицателни обратна и права връзки (тангенс хиперболичен)  $M_{LI}$ , представени еквивалентно с (14) и с разположението на полюсите/нулите - на фиг.3;

$$M_{LI}(p) = tanh\left(\frac{p\pi}{2\omega_p}\right) = \frac{\cosh\left(p\pi/2\omega_p\right)}{\sinh\left(p\pi/2\omega_p\right)} = \frac{e^{\frac{p\pi}{2\omega_p}} + e^{-\left(\frac{p\pi}{2\omega_p}\right)}}{e^{\frac{p\pi}{2\omega_p}} - e^{-\left(\frac{p\pi}{2\omega_p}\right)}} = \frac{I - e^{-\left(\frac{p\pi}{\omega_p}\right)}}{I + e^{-\left(\frac{p\pi}{\omega_p}\right)}}$$
(14.a)

$$M_{L1}(p) = tanh\left(\frac{pT_{p}}{4}\right) = \frac{\cosh\left(pT_{p}/4\right)}{\sinh\left(pT_{p}/4\right)} = \frac{1 - e^{-(pT_{p}/2)}}{1 + e^{-(pT_{p}/2)}}$$
(14.b)

$$M_{L1}(p) = tanh\left(\frac{s\pi}{2\omega_{p}}\right) = \frac{\left(p\pi/2\omega_{p}\right)\prod_{k=1}^{\infty} \left(\left(\frac{p^{2}}{2k-1}\right)^{2}\omega_{p}^{2}\right) + 1\right)}{\prod_{k=1}^{\infty} \left(\left(\frac{p^{2}}{2k-1}\right)^{2}\omega_{p}^{2}\right) + 1\right)}$$
(14.c)

$$M_{LI}(p) = tanh\left(\frac{p\pi}{2\omega_p}\right) = \frac{\omega_p}{\pi} \sum_{\ell=1}^{\infty} \frac{4p}{p^2 + (2\ell - 1)^2 \omega_p^2}$$
(14.d)

• репетитивни хиперболични филтри с положителни права и обратна връз-

*ка* (*хиперболичен котангенс*) *M*<sub>*L*<sup>2</sup></sub>, представени еквивалентно с (15) и с разположението на полюсите/нулите - на фиг.4;

$$M_{L2}\left(p\right) = coth\left(\frac{p\pi}{\omega_{p}}\right) = \frac{cosh\left(p\pi/\omega_{p}\right)}{sinh\left(p\pi/\omega_{p}\right)} = \frac{e^{p\pi/\omega_{p}} + e^{-\left(p\pi/\omega_{p}\right)}}{e^{p\pi/\omega_{p}} - e^{-\left(p\pi/\omega_{p}\right)}} = \frac{1 + e^{-\left(2p\pi/\omega_{p}\right)}}{1 - e^{-\left(2p\pi/\omega_{p}\right)}}$$
(15.a)

$$M_{L2}(p) = coth\left(\frac{pT_{p}}{2}\right) = \frac{cosh\left(pT_{p}/2\right)}{sinh\left(pT_{p}/2\right)} = \frac{1 + e^{-pT_{p}}}{1 - e^{-pT_{p}}}$$
(15.b)

$$M_{L2}(p) = coth\left(\frac{s\pi}{\omega_0}\right) = \frac{\prod_{\ell=1}^{\infty} \left( \left( p^2 / ((2\ell - 1)/2)^2 \omega_0^2 \right) + 1 \right)}{(p\pi/\omega_0) \prod_{\ell=1}^{\infty} \left( \left( p^2 / \ell^2 \omega_0^2 \right) + 1 \right)}$$
(15.c)

• репетитивни с  $6\ell \pm 1$  ( $\ell = 0, 1, 2, ..., \infty$ ) хармонични компоненти хиперболични филтри  $M_{L3}$ , представени еквивалентно с (16) и с разположението на полюсите/нулите - на фиг.5, чиято предавателна функция е с безкраен брой полюси локализирани в  $\pm j (6 \ell + 1) \omega_p$  и  $\pm j (6 \ell - 1) \omega_p$ , ( $\ell = 0, 1, 2, ..., \infty$ ), както и с безброй нули локализирани в  $\pm j 3 \ell \omega_p$ .

$$M_{L3}(p) = \frac{1 - e^{-(2p\pi/3\omega_{p})}}{1 + e^{-(2p\pi/3\omega_{p})} - e^{-(p\pi/3\omega_{p})}} = \frac{1 - e^{-(pT_{p}/3)}}{1 + e^{-(pT_{p}/3)} - e^{-(pT_{p}/6)}}$$
(16.a)  
$$M_{L3}(p) = \frac{e^{p\pi/3\omega_{p}} - e^{-(p\pi/3\omega_{p})}}{e^{p\pi/3\omega_{p}} + e^{-(p\pi/3\omega_{p})} - 1} = \frac{2\sinh(p\pi/3\omega_{p})}{2\cosh(p\pi/3\omega_{p}) - 1} = \frac{(p\pi/3\omega_{p})\prod_{\ell=1}^{\infty} ((p^{2}/(3\ell)^{2}\omega_{p}^{2}) + 1)}{\prod_{\ell=-\infty}^{\infty} ((p^{2}/(6\ell+1)^{2}\omega_{p}^{2}) + 1)}$$
(16.b)

Хиперболичните  $M_{L1}$ -,  $M_{L2}$ - и  $M_{L3}$ -репетитивни филтри притежават характеристиките на лентови отсичащи филтри при изпълнение на изискването (1). За конкретни стойности на  $\omega_p$  те са системно изследвани в [22,23].

В **[22,23]** е разработена усъвършенствана конфигурация на базовият *ML* - до *ML* - контур (фиг.6), показана с (17). Тя разширява функционалните възможности на базовият *ML* -филтър в изпълнение на (1) и при флуктуации на стойността  $\omega_p$  на  $d_p = sin(\omega_p t)$  в реални условия (за честоти в околността на  $\omega_p$ , различни от  $\omega_p$ ).

$$\mathcal{M}_{\mathcal{L}}(p) = \left( 1 / \left( 2 - e^{-pT_{p}} \right) \right) \left( 1 + 1 / \left( 2 - e^{-pT_{p}} \right) \right)^{-1}$$
(17)

Структурата и свойствата на усъвършенствания  $\mathcal{M}_{L}$ -филтър (фиг.6) удовлетворяват изискванията за устойчивост на  $\mathcal{M}_{L}$ -контура като елемент в репетитивната система за управление. Използването му в системите за управление позволява привеждането на репетитивните системи в класа на системите с робастни свойства. На тази база са предложени [22,23] и модифицирани структури на репетитивните хиперболични филтри [7], както следва:

• модифициран репетитивен хиперболичен филтър с отрицателни обратна и права връзки: вариант 1 - *ML11* (фиг.7.а) и вариант 2 - *ML12* (фиг.8.а); • *модифициран репетитивен хиперболичен филтър с положителни права и обратна връзка*: вариант 1 - *ML21* (фиг.7.b) и вариант 2 - *ML22* (фиг.8.b);

• модифициран репетитивен с  $6\ell \pm 1$  ( $\ell = 0, 1, 2, ..., \infty$ ) хармонични компоненти хиперболичен филтър: вариант 1 -  $\mathcal{ML31}$  (фиг.7.с) и вариант 2 -  $\mathcal{ML32}$  (фиг.8.с).



**Целта** на настоящата разработка е да изследва възможностите за приложение на модифицираните хиперболични филтри в *репетитивни системи за управление с параметрична компенсация*, като си поставя *задачите* за: структурен и параметричен синтез на този нов клас системи, както и за анализ на тяхното качество в условията на едновременното въздействие върху тях в експлоатационни условия и на  $d_p = sin(\omega_p t)$ , и при флуктуации на  $\zeta$ , s, b.

# СТРУКТУРЕН СИНТЕЗ НА ХИПЕРБОЛИЧНИ РЕПЕТИТИВНИ СИСТЕМИ С ПАРАМЕТРИЧНА КОМПЕНСАЦИЯ

В работата се предлагат структурни конфигурации на хиперболични репетитивни  $\mathcal{ML}_{ij} \circ GSC$ -системи с параметрична компенсация за управление, показани на фиг.9÷фиг.14. Те съчетават използването на модифицираните хиперболични репетитивни  $\mathcal{ML}_{11}$ -,  $\mathcal{ML}_{21}$ -,  $\mathcal{ML}_{31}$ - и  $\mathcal{ML}_{12}$ -,  $\mathcal{ML}_{32}$ -филтри (фиг.7), (фиг.8) в структурата на параметрически компенсационни системи.



## ПРОЕКТИРАНЕ НА ХИПЕРБОЛИЧНИ РЕПЕТИТИВНИ СИСТЕМИ С ПАРАМЕТРИЧНА КОМПЕНСАЦИЯ. АНАЛИТИЧНИ МЕТОДИ И АЛГОРИТМИ

Проектирането на хиперболичните репетитивни  $\mathcal{ML}_{ij} \circ GSC$ -системи с параметрична компенсация (фиг.9)  $\div$  (фиг.14) е в три фази, които не са взаимно функционално свързани. Първата от тях е синтезът на базовия регулатор  $R^*$ . Той се осъществява по подходящ от известното множество "традиционни" методи и алгоритми за синтез. В случая на настоящата разработка се предлага използването на инженерен аналитичен метод (1) при локален критерий за качество  $^\circ$ гранично апериодичен преходен процес  $\sigma^\circ$  към номиналния модел  $G^*$  на обекта за управление.

Синтезът на параметрически компенсационната съставяща в  $\mathcal{ML}_{ij} \circ GSC$ -системите (фиг.9)÷(фиг.14) е функция единствено и само на класа (вида) на използвания в системите **PO** (линеен или експоненциален). Методът за аналитичен синтез е °компенсационното уравнение на параметричния баланс° (3) при критерий °постоянна стойност на предавателните коефициенти по разход  $\kappa_q$ и на обекта  $k_y$ ° (4), (10). Алгоритъмът за аналитичен синтез на компенсационните променливи  $\nabla \ell$  и  $\nabla a$  е показан с (5), (9).

Аналитичното проектиране на модифицираните хиперболични  $\mathcal{ML}_{ij}$ -**филтри** с памет в  $\mathcal{ML}_{ij} \circ GSC$ -системите е автономно и не е функция на параметричния син-

тез на базовия регулатор и на модела на обекта. За проектирането на робастните хиперболични  $\mathcal{ML}_{ij}$ -филтри с памет се използва методът на °режетиращ модул за лентов филтър°, дефиниран с (13) по алгоритъм определен с (14)÷(16), а критерият е °хоризонтален профил на модула на чувствителността° в зададен честотен диапазон [17]. Началните условия за прилагане на метода са предварително известна (зададена) стойност на честотата  $\omega_p$  (респ.  $T_p = 2\pi/\omega_p$ ).

#### ЧИСЛЕН ПРИМЕР

За представяне на възможностите за конкретно инженерно приложение на систематизираните методи и алгоритми за аналитичен синтез в работата се разглежда проектирането на предложените конфигурации на хиперболичните репетитивни *ML*<sub>11</sub> • GSC - системи с параметрична компенсация (фиг.9) ÷ (фиг.14) за управление на примерен индустриален обект, върху които въздейства постоянно периодично външно сигнално смущение  $d_{p} = sin(\omega_{p}t)$  с известна стойност на честотата  $\omega_p = 0.0346 \text{ rad/s}$ . Индустриалният обект за управление е зададен обобщено с (18). Той се състои от последователно свързани: • експоненциален РО с акустична шумова емисия, представен с разходна характеристика (19) и нестационарна предавателна функция (20) и • *технологичен процес*, представен с (21). Използвани са означенията: w<sub>0</sub> - начална скорост на флуида през **РО** в номинален режим;  $a_{w_o}$ ,  $b_{w_o}$ , *n*-коефициенти;  $\tau(\varsigma)$ ,  $T(\varsigma)$ ,  $k(\varsigma)$  -променливи на закъснение, времеконстанта и предавателен коефициент като функции на  $\varsigma$ . Представителни характеристики на индустриалния обобщен обект за управление са илюстрирани на: фиг.15 (преходна функция), фиг.16 (импулсна преходна функция), фиг.17 (честотна характеристика), фиг.18 (генерираните смущения за демонстрация на нестационарните характеристики). Номиналният G\* (22) и "параметрично смутеният на най-горна граница" G<sup>-</sup> (23) модели на обобщения обект G (18), използвани при проектирането на системите в работата, са отразени на фиг.19÷фиг.22 с преходна функция, импулсна преходна функция и честотни характеристики.

$$G = G_{I} G_{2} = \frac{\left(a_{w_{0}} p+1\right)}{\left(b_{w_{0}} p+1\right)} \cdot \frac{0.125 \left(5.25 l-1\right)^{I.85} \left(1-l\right)^{0.45 n s l}}{\left(1-s \left(1-e^{2 n (l-l)}\right)\right)^{0.5} \left(T \left(s\right) p+1\right)} \frac{k(\varsigma) e^{-\tau (\varsigma) p}}{\left(T(\varsigma) p+1\right)}$$
(18)

$$q_{exp}^{\bullet}(l,s,b) = \left(1 - s\left(1 - e^{2n(l-l)}\right)\right)^{-0.5} 0,125 \left(5,25l-1\right)^{1.85} \left(1 - l\right)^{0.45nsl}$$
(19)

$$G_{l}(p, s_{t}, b) = \frac{\left(a\left(w_{0}\right)p+1\right)}{\left(b\left(w_{0}\right)p+1\right)} \cdot \frac{0,125\left(5,25l-1\right)^{l,85}\left(1-l\right)^{0,45nsl}}{\left(1-s\left(1-e^{2n(l-l)}\right)\right)^{0,5}\left(T\left(s\right)p+1\right)}$$
(20)

$$G_{2}\left(p,\varsigma_{t}\right) = k(\varsigma)(T(\varsigma)p+1)^{-1}e^{-\tau(\varsigma)p}$$

$$(21)$$

$$G^{*}(p) = 0,15e^{-10p} (4p+1)^{-1}, (\omega_{c} = 0,25s^{-1}; | \angle (G^{*}(j\omega_{c})) | = 195,22 \ deg)$$
(22)

$$G^{-}(p) = 0.45. \ e^{-22p} \left(6p+1\right)^{-1}$$
(23)


Резултатите от проектирането (с използване на систематизираните методи и алгоритми за аналитичен синтез) на хиперболичните репетитивни  $\mathcal{ML}_{ij} \circ GSC$ -системи (фиг.9)÷(фиг.14) за управление на примерния обобщен обект, зададен с *G*, *G*\*, *G*<sup>*a*</sup> (18)÷(23) са представени с: базовия регулатор *R*\* (24); компенсационните променливи  $\nabla \ell$  (25) -фиг.23, фиг.24,  $\nabla a$  (26) -фиг.25, фиг.26; хиперболичните филтри (14)÷(17) и техните модификации  $\mathcal{ML}_{11}$ ,  $\mathcal{ML}_{21}$ ,  $\mathcal{ML}_{31}$  (фиг.7) и  $\mathcal{ML}_{12}$ ,  $\mathcal{ML}_{22}$ ,  $\mathcal{ML}_{32}$  (фиг.8), обобщено илюстрирани с  $\mathcal{ML}_{ij}$  (27)- фиг.27÷фиг.32;

управлението u в  $\mathcal{ML}_{ij} \circ GSC$  системите с (28).

 $\nabla$ 

$$R^{*} = k_{p} \frac{(T_{i} p+1)}{T_{i} p} \frac{(T_{d} p+1)}{(T_{f} p+1)} = 2 \frac{(2p+1)}{2p} \frac{(p+1)}{(0,2p+1)} \stackrel{\Leftrightarrow}{\underset{\{\sigma = const\}}{\Leftrightarrow}}$$

$$\Leftrightarrow \quad G^{*}(p) = 0.15e^{-10p} (4p+1)^{-1}$$
(24)

$$\nabla \ell_{log} = 0.5 \left( e^{2n(1-l)} - 1 \right) \left( n s e^{2n(1-l)} \right)^{-1} \nabla s$$
(25)

(28)

$$a = (dy/dl)^{-1} \approx (\Delta y/\Delta l)^{-1}, \quad (\Delta y = y_{i-1} - y_i; \Delta l = l_{i-1} - l_i)$$
(26)

$$\mathcal{ML}_{ij}(p) = \mathcal{F}_{ij}(e^{-pT_p}), \ (T_p = (2\pi/\omega_p) = (2\pi/0.0346), s)$$
(27)

$$u = \mathcal{M}_{Lii} R^* \nabla a \, \varepsilon + \nabla \ell$$



Настоящата е първата от двете части на разработката и включва: въведение, цел, задачи, постановка и решение на структурната конфигурация, методи за аналитичен синтез на хиперболични *ML* • *GSC* - системи за управление, пример.



Втората част включва разделите за: анализ на качеството в номинален и в смутен параметричен режим, честотен и времеви анализ на филтриращите свойства, робастен анализ на проектираните хиперболични  $\mathcal{ML}_{ij} \circ GSC$ -системи за управление, заключение и литература.

Автори: Емил Николов, проф. дтн, E-mail adress: *nicoloff@tu-sofia.bg*; Нина Николова, доц. д-р, E-mail adress: *ninan@tu-sofia.bg*; Борис Грасиани, маг. инж. докторант, E-mail adress: *bgrasiani@abv.bg*, катедра "Автоматизация на Непрекъснатите Производства", Факултет Автоматика, Технически Университет - София

Постъпила на 29.04.2016 Рецензент доц. д-р Весела Карлова-Сергиева



## ПРИЛОЖЕНИЕ НА ХИПЕРБОЛИЧНИТЕ РЕПЕТИТИВНИ ФИЛТРИ В СИСТЕМИТЕ ЗА УПРАВЛЕНИЕ С ПАРАМЕТРИЧНА СТАБИЛИЗАЦИЯ - част 2 (АНАЛИЗ НА КАЧЕСТВОТО)

## Емил Николов, Нина Николова, Борис Грасиани

**Резюме:** В настоящата разработка се изследват възможностите за приложение на модифицираните хиперболични репетитивни филтри в системи за управление с параметрична компенсация. Предложени са: структурни конфигурации на хиперболични  $\mathcal{ML}_{ij} \circ GSC$ -системи за управление, аналитични методи и алгоритми за техния аналитичен синтез. На основата на числен пример са проектирани  $\mathcal{ML}_{ij} \circ GSC$ -системи за управление и са представени резултати от анализа на тяхното качеството.

**Ключови думи:** хиперболично репетитивно управление с параметрична стабилизация, качество на *ML*<sub>ii</sub> • GSC -системи за управление.

## **APPLICATION OF HYPERBOLIC REPETITIVE FILTERS IN GAIN SCHEDULING CONTROL SYSTEMS - part II (QUALITY ANALYSIS)**

## Emil Nikolov, Nina Nikolova, Boris Grasiani

**Abstract:** This paper examined the possibility of application of the modified hyperbolic repetitive filters in gain scheduling control systems. In this work are proposed: structural configuration of hyperbolic  $\mathcal{ML}_{ij} \circ GSC$ -control systems, analytical methods and algorithms of their analytical synthesis. For numerical example are designed  $\mathcal{ML}_{ij} \circ GSC$ control systems and presented the results of the analysis of their performance. **Keywords:** Hyperbolic Repetitive Gain Scheduling Control, Control System Performance

## въведение

Работата изследва възможностите за приложението на нови класове хиперболични репетитивни филтри (с отрицателни обратна и права връзки, положителни обратна и права връзки и с  $6\ell \pm 1$  хармонични компоненти) в хиперболични  $\mathcal{ML}_{ij} \circ GSC$  - системи за параметрически компенсационно управление. Работата е представена в две неразделно свързани части. Първата включва: въведение, цел, задачи, постановка и решение на структурната конфигурация, методи за аналитичен синтез на хиперболични  $\mathcal{ML}_{ij} \circ GSC$  - системи, пример. Настоящата е втората част и включва разделите за: анализ на качеството в номинален и в смутен параметричен режим, честотен и времеви анализ на филтриращите свойства, робастен анализ на проектираните системи за управление, заключение и литература.

#### АНАЛИТИЧНИ МЕТОДИ ЗА АНАЛИЗ И ОЦЕНКА НА КАЧЕСТВОТО

В работата са използвани следните аналитични методи и алгоритми за анализ на качеството [17], [21]: • анализ на основни показатели (29), (30) на качеството (време на регулиране *t* <sub>*reg*</sub>, пререгулиране, брой пререгулирания, запас на устойчивост по модул GM и запас на устойчивостта по фаза PM) в номинален и в смутен параметричен режим чрез моделиране; • честотен (31) и времеви (32) анализ на филтриращите свойства на системите (ефективността им да противодействат на сигнални периодични смущения с предварително известна честота) с използване на метода на алгебричната производна по направление и на "тестови" периодични въздействия (чрез определяне на чувствителността на системите към периодични смущения чрез размера на  $\Delta y_i^{(\omega_p)}$ -разликите на амплитудите в преходните им характеристики): • честотен 2D Nyquist-робастен анализ по характеристиките на отворените и на затворените системи при априорна неопределеност за определяне на робастната устойчивост RS (33), робастното качество RP (34), запасите на робастна устойчивост  $k_{MSOL}$  (35) и на робастно качество  $k_{MPOL}$  (36), (37), (38). Резултатите от анализа на проектираните *ML*<sub>*ij*</sub> • *GSC* -системи позволяват да се оцени количествено ефектът от приложението на хиперболичните филтри чрез сравнение на получените с аналогичните резултати от анализа на репетитивни *ML* - и/или на *GSC* -системите при еднакви условия.

$$t_{reg, (y^{0}=I(t))} \in [t_{0,95}, t_{1.05}], (0,95h(\infty) < h(t) < 1,05h(\infty)),$$
(29)

$$GM = 20 \log_{10} | W^*(j\omega_{\pi}) |, [dB]; PM = -(arg(W^*(j\omega_{0})) + 180^\circ), [deg], (\omega_{\pi} \cdot arg W^*(j\omega_{\pi}) = \pi; \omega_{0} \cdot | W^*(j\omega_{0}) | = 1),$$
(30)

$$\alpha_{i}^{(\omega_{p})} = \left( d e_{i} \left( \omega_{p} \right) / d \omega_{p} \right), \qquad (31)$$

$$\Delta y_i^{(\omega_p)} = y_{i,max}^{(\omega_p)} - y_{i,min}^{(\omega_p)}, \qquad (32)$$

$$RS(\omega) \Rightarrow \| \eta(\omega) \overline{\ell}_{m}(\omega) \|_{\infty} < 1, \forall \omega, (\omega \in [0; \infty)),$$
  

$$RS(\omega) \Rightarrow |1 + G^{*}(\omega) R(\omega)| > |G^{*}(\omega) R(\omega)| \overline{\ell}_{m}(\omega), (\forall \omega, \omega \in [0, \infty)),$$
(33)

$$RP(\omega) \Rightarrow \left| \eta^{*}(\omega) \overline{\ell}_{m}(\omega) \right| + \left| e^{*}(\omega) v(\omega) \right| < 1, \forall \omega, (\omega \in [0, \infty)),$$

$$RP(\omega) \Rightarrow \min\max_{G \in \Pi} \int_{0}^{\infty} (\varepsilon(t))^{2} dt \doteq \min_{R} \max_{G \in \Pi} \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \left| \frac{1}{1 + G(\omega)R(\omega)} \right|^{2} |\upsilon|^{2} d\omega$$
(34)

$$k_{MSOL}(\omega) = r^{0}(\omega) |1+R(j\omega)G^{*}(j\omega)|^{-1} \le 1, (\forall \omega, \omega \in [0,\infty)), \quad (35)$$

$$k_{MPOL}(\omega) = \left( \left| 1 + R(j\omega) G^*(j\omega) \right| - r^0(\omega) \right) \left| 1 + R(j\omega) G^{-1}(j\omega) \right|^{-1} \le 1 , \quad (36)$$

$$e(\omega) = (1 + R^*(\omega)G^*(\omega))^{-1} \equiv \Phi_{y^{\varrho_{\varepsilon}}}(\omega), (e(\omega) = 1 - \eta(\omega)), \quad (37)$$

$$\eta(\omega) = R^*(\omega) G^*(\omega) (1 + R^*(\omega) G^*(\omega))^{-1} = \Phi_{y^0 y}(\omega), (\eta(\omega) = 1 - e(\omega)).$$
(38)

## АНАЛИЗ НА КАЧЕСТВОТО НА ПРОЕКТИРАНИТЕ СИСТЕМИ В НОМИНАЛЕН И В СМУТЕН ПАРАМЕТРИЧЕН РЕЖИМ

Моделите на проектираните хиперболични репетитивни  $\mathcal{ML}_{ij} \circ GSC$  -системи с параметрична компенсация са симулирани в номинален и в смутен режим.

Преходните  $h^*(t)$ ,  $h^{-}(t)$ , импулсните  $i^*(t)$ ,  $i^{-}(t)$  преходни функции и честотните характеристики  $\Phi^*(j\omega)$ ,  $\Phi^{-}(j\omega)$  и  $W^*(j\omega)$ ,  $W^{-}(j\omega)$  като резултати от симулацията на моделите на отворените и на затворените системи са показани на фиг.33, фиг.34, фиг.35, фиг.36, фиг.37, фиг.38. Върху тези резултати може да бъде приложен инструментариума на класическия анализ на качеството на системите в номинален и смутен параметричен режим. Съотношението на количествените оценки на качеството (време на регулиране и запаси на устойчивостта по модул и запаси на устойчивостта по фаза) са отразени с (39), (40). Те потвърждават превъзходството в показателите на чувствителността на  $\mathcal{ML}_{ij} \circ GSC$  -

пред  $\mathcal{ML}$  - и пред GSC -системите при еднакви условия.  $t_{reg}^{GSC} << t_{reg}^{\mathcal{ML}_i \circ GSC} << t_{reg}^{\mathcal{ML}}$ ,

$$\ll t_{reg}^{\mathcal{M}L_i \circ GSC} \ll t_{reg}^{\mathcal{M}L}, \qquad (39)$$

$$GM_{\mathcal{M}_{L_i} \circ GSC} \gg GM_{\mathcal{M}_{\mathcal{L}}} \gg GM_{GSC} \qquad ; \qquad PM_{\mathcal{M}_{L_i} \circ GSC} \gg PM_{\mathcal{M}_{\mathcal{L}}} \gg PM_{GSC} \quad , \qquad (40)$$

$$\begin{pmatrix} \omega_{p} \\ \mathcal{ML}_{i} \circ GSC \end{pmatrix} << \alpha \begin{pmatrix} \omega_{p} \\ \mathcal{ML} \end{pmatrix} << \alpha \begin{pmatrix} \omega_{p} \\ \mathcal{ML} \end{pmatrix} (\omega) << \alpha \begin{pmatrix} \omega_{p} \\ \mathcal{GSC} \end{pmatrix} (\omega), \left( \alpha \begin{pmatrix} \omega_{p} \\ \mathcal{ML}_{i} \circ GSC \end{pmatrix} \rightarrow 0, \omega_{p} = 0,0346 \ rad/s \right),$$
(41)

$$\Delta y_{\mathcal{M}_{L_{i}}\circ GSC}^{(\omega_{p})}(t,\omega_{p}) < \Delta y_{\mathcal{M}_{L}}^{(\omega_{p})}(t,\omega_{p}) < \Delta y_{GSC}^{(\omega_{p})}(t,\omega_{p}), (\omega_{p}=0.0346 \ rad/s),$$

$$(42)$$

$$k_{MSOL}^{\mathcal{ML}_{i}\circ GSC}\left(\omega\right) > k_{MSOL}^{\mathcal{ML}}\left(\omega\right) > k_{MSOL}^{GSC}\left(\omega\right), \left(\forall \omega, \omega \in [0, \infty)\right),$$
(43)

$$k_{MPOL}^{\mathcal{ML}_{i}\circ GSC}\left(\omega\right) > k_{MPOL}^{\mathcal{ML}}\left(\omega\right) > k_{MPOL}^{GSC}\left(\omega\right), \left(\forall \omega, \omega \in [0, \infty)\right), \qquad (44)$$

#### ЧЕСТОТЕН И ВРЕМЕВИ АНАЛИЗ НА ФИЛТРИРАЩИТЕ СВОЙСТВА НА *ML* • *GSC* - СИСТЕМИТЕ

Характеристиките на чувствителността  $e^{*(\omega)}$ ,  $e^{\bullet}(\omega)$  и на алгебричните производни по направление на чувствителността  $\alpha_{i}^{*(\omega_{i})}$ ,  $\alpha_{i}^{\bullet(\omega_{i})}$  като резултати от симулацията на моделите на затворените системи са показани на фиг.39, фиг.40. Тези резултати позволяват да се приложи инструментариумът на метода на алгебричната производна за определяне и оценка на филтриращите свойства на проектираните системи. Колкото стойността на  $\alpha_{i}^{(\omega_{p})}$  е по-малка, толкова по-ефективни са възможностите на системата да редуцира влиянието на външни периодични смущения с  $\omega = \omega_{p}$ . Съотношенията на количествените оценки за филтриращи свойства са отразени с (41), като потвърждават превъзходството в показателите на чувствителността на  $\mathcal{ML}_{ij} \circ GSC$  - пред  $\mathcal{ML}$  - и пред GSC -системите при едни и същи условия.

Принудените с тестови сигнали  $d_p = sin(\omega_p t)$  преходни характеристики на чувствителността  $y^*(t)$ ,  $y^{-}(t)$  на моделите на затворените системи са показани на фиг.41, фиг.42, фиг.43, фиг.44, фиг.45, фиг.46, фиг.47, фиг.48. Тези резултати позволяват да се приложи инструментариумът метода на "тестови" периодични въздействия (чрез определяне на чувствителността на системите към периодични смущения чрез размера на  $\Delta y_i^{(\omega_p)}$ -разликите на амплитудите в преходните им ха-

рактеристики). Съотношенията на количествените оценки на качеството (филтриращи свойства) са отразени с (42). Видимо е превъзходството в показателите на чувствителността на  $\mathcal{ML}_{ij} \circ GSC$  - пред  $\mathcal{ML}$  - и пред GSC -системите.

# РОБАСТЕН АНАЛИЗ НА *ML* • *GSC* • СИСТЕМИТЕ ПРИ АПРИОРНА НЕОПРЕДЕЛЕНОСТ

Резултатите от робастния анализ на качеството по характеристиките на отворените системи за  $RS_i$  (33) са показани на фиг.49 (за всяка една от проектираните системи индивидуално и обобщено), а по характеристиките на затворените системи за  $RS_i$  (33) и за  $RP_i$  (34) - на фиг.50. Очевидно е че всички проектирани системи са с доказана робастна устойчивост  $RS_i$  и с доказано робастно качество  $RP_i$  в контекста на параметричната флуктуация на  $G^{\bullet}$  (23) спрямо  $G^*$  (22), заложена при синтеза на проектираните системи (фиг.1), (фиг.2), (фиг.9)÷(фиг.14). Резултатите от сравнителната оценка на количествените показатели на робастните свойства на системите по стойностите на запасите на робастна устойчивост (фиг.51)  $k_{MSOL}$  (35) и на робастно качество (фиг.52)  $k_{MPOL}$  (36) е отразена с (43), (44) и е аналитично доказателство за превъзходството на  $\mathcal{ML}_{ij} \circ GSC$ -системите пред  $\mathcal{ML}$ - и пред GSC-системите при едни и същи условия.

## ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Разработка изследва възможностите за приложение на модифицираните хиперболични филтри в *репетитивни системи за управление с параметрична компенсация.* Представени са решенията на задачите за: структурен и параметричен синтез на този нов клас системи, както и за анализ на тяхното качество в експлоатационни условия с  $d_p = sin(\omega_p t)$  и флуктуации на  $\varsigma$ , s, b.

Новото и оригинално, достигнато в работата, се определя с това, че:

• са предложени нови структурни конфигурации на хиперболични репетитивни  $\mathcal{ML}_{ij} \circ GSC$ -системи с параметрична компенсация за управление със шест модифи-

цирани хиперболични филтри: с *отрицателни обратна и права връзки, с по*ложителни права и обратна връзка, с 6ℓ±1 хармонични компоненти;

• са предложени методи и алгоритми за аналитичен синтез на хиперболични репетитивни *ML*<sub>*ij*</sub> • *GSC* -системи с параметрична компенсация за управление;

• са проектирани (за конкретен числен пример) осем  $\mathcal{ML}_{ij} \circ GSC$  -,  $\mathcal{ML}$  - и GSC -системи за управление, които са моделирани;

• са предложени четири времеви и честотни методи за анализ и оценка на качеството, робастното качество и филтриращите свойства на системи за управление в номинален и в смутен параметричен режим, и при априорна неопределеност;

• са приложени предложените методи за анализ и оценка на качеството, към проектираните осем  $\mathcal{ML}_{ij} \circ GSC$  -  $\mathcal{ML}$  - и *GSC* -системи за управление;

• е потвърден и аналитично доказан количествено ефектът от приложението на модифицираните хиперболични репетитивни филтри чрез превъзходството (39)  $\div$  (44) на предложените  $\mathcal{ML}_{ij} \circ GSC$  -системи пред  $\mathcal{ML}$  - и GSC -системите за управление при едни и същи други условия.









## ЛИТЕРАТУРА

- [1] Bollen M.H.J., Gu I. (2006), *Signal Processing of Power Quality Disturbances*, Piscataway, NJ: Wiley-IEEE Press
- [2] Costa-Castello R., Grino R. (2006), A Repetitive Controller for Discrete-Time Passive Systems, Automatica, 42, 1605-1610
- [3] Dötch H. G. M., Smakman H. T., Van den Hof P. M. J., & Steinbuch M. (1995), Adaptive repetitive control of a compact disc mechanism. Proceedings of the IEEE conference on decision and control, New Orleans, 1995, pp.1720-1725
- [4] Escobar G., Leyva-Ramos J., Martinez P.R. (2007a), *Repetitive Controllers with a Feedforward Path for Harmonic Compensation*, IEEE Transactions on Industrial Electronics, 54, 567-573
- [5] Escobar G., Hernandez-Briones P.G., Torres-Olguin R.E., Valdez A.A., Hernandez-Gomez M. (2007b), A Repetitive-based Controller for the Compensation of 6 l±1 Harmonic Components, in Proceedings of IEEE International Symposium on Industrial Electronics ISIE, 4–7 June, pp. 3397-3402
- [6] Hara S., Omata T., Nakano M. (1981), Synthesis of Repetitive Control of a Proton Synchrotron Magnet Power Supply, in Proceedings of 8th World Congress IFAC, Kyoto, Japan, 1387-221
- [7] Hernandez-Briones P.G., G. Escobar, R. Ortega, M. Hernandez-Gomez (2008), On the passivity properties of a new family of repetitive (hyperbolic) controllers, International Journal of Control, Vol. 81, No. 9, ISSN 0020-179 print/ISSN 1366– 5820, 1424-1433

- [8] Manayathara Th. J., Tsao, T. -C., Bentsman J., & Ross D. (1996), Rejection of unknown periodic load disturbances in continuous steel casting process using learning repetitive control approach, IEEE Transactions on Control Systems Technology, 4(4), 1996, 259-265
- [9] Maarten Steinbuch (2002), *Repetitive control for systems with uncertain period-time*, Automatica 38, 2002, 2103-2109
- [10] Mattavelli P., Marafao F.P. (2004), *Selective Active Filters using Repetitive Control Techniques*, IEEE Transactions on Industrial Electronics, 51, 1018-1024
- [11] Nikolova N., Nikolov E. (2007), ML- Structures In The Repetitive Robust Control Systems, Cybernetics and Information Technologies Journal, Vol. 8, No 2, © 2007 BAS, 15-28
- [12] Nikolova N. G., E. K. Nikolov (2007), *ML- Control Systems*, In Proc. of the National Conference Automatics And Informatics`07, Session "Control Power Plants and Systems", November 02-03, 2007, Stara Zagora, © 2007 Union of Automatics and Informatics, ISBN-10:954-9641-49-X, ISBN-13:978-954-49-3, 15-20
- [13] Rice D. (1994), *A Detailed Analysis of Six-Pulse Converter Harmonic Currents*, IEEE Transactions on Industrial Electronics, 30, 294-304
- [14] Tsao T. C., Nemani M. (1992), Asymptotic rejection of periodic disturbances with uncertain period. Proceedings of the American control conference, 1992, pp. 2696-2699
- [15] Tomizuka, M., Tsao, T., and Chew, K. (1988), *Discrete time Domain Analysis and Synthesis of Repetitive Controllers*, in Proceedings of American Control Conferences, 860-866
- [16] TZOU Y.Y., JUNG S.L., Yeh H.C. (1999), Adaptive Repetitive Control of PWM Inverters for Very Low THD AC-voltage Regulation with Unknown Loads, IEEE Transactions on Power Electronics, 14, 973-981
- [17] Nina G. Nikolova, Emil K. Nikolov (2014), Predictive-Repetitive Control (Applied Methods for Process Control -part III), Sofia 2014, © 2014 Publishing House of Technical University of Sofia, ISBN 978-619-167-136-6, 158 p.
- [18] Nina Nikolova (2011), Repetitive Control Systems for Power Plants, In Proc. of the National Conference Automatics and Informatics 11, Symposium "Control Power Plants and Systems", November 11-12, 2011, Bankia, © 2011 Union of Automatics and Informatics, ISBN-1313-2237, pp. 36-39
- [19] Nina Nikolova (2011), Robust ML Control Systems part 1, Journal Proceedings of the Technical University of Sofia, © 2011 Publishing House of Technical University of Sofia, ISSN 0374-342X, ISSN 1311-0829, vol. 61, book 1, 2011, pp. 135-142
- [20] Nina Nikolova (2011), Robust ML Control Systems part 2, Journal Proceedings of the Technical University of Sofia, © 2011 Publishing House of Technical University of Sofia, ISSN 0374-342X, ISSN 1311-0829, vol. 61, book 1, 2011, pp. 143-146
- [21] Emil K. Nikolov (2015), Fractional Control part 2 (application of generalized fractional calculus' operators in the control systems, filters), Sofia 2015, © 2015 Publishing House of Technical University of Sofia, ISBN 978 619 167 186 1, 198 p.
- [22] Nikolova N. (2015), Application of Repetitive Hyperbolic Filters in Control Systems -Part I, Journal Proceedings of the Technical University of Sofia, © 2015 Publishing House of Technical University of Sofia, ISSN 0374-342X, ISSN 1311-0829, vol. 65, book 2, 2015, pp. 137-146

- [23] Nikolova N. (2015), Application of Repetitive Hyperbolic Filters in Control Systems -Part II, Journal Proceedings of the Technical University of Sofia, © 2015 Publishing House of Technical University of Sofia, ISSN 0374-342X, ISSN 1311-0829, vol. 65, book 2, 2015, pp. 147-156
- [24] Nikolov E. (2003), Control Instrumentations part II (control algorithms, intelligent actuator, noise reduction control valves), Sofia 2003, © 2003 Publishing House of Technical University of Sofia, II-nd Edd., ISBN 954-438-336-6, 296 p.
- [25] Nikolov E. (2003), Applied Methods for Process Control part I (frequency methods and systems with robust performances), Sofia 2003, © 2003 Publishing House of Technical University of Sofia, II-nd Edd., ISBN 954-438-334-4, 358 p.
- [26] Nikolov E., D. Jolly, N. Nikolova, B. Benova (2005), Commande Robuste, Sofia 2005, © 2005 Publishing House of Technical University of Sofia, ISBN 954-438-500-2, 216 p.
- [27] Marc Jungersa, Eugênio B. Castelanb (2011), Gain-scheduled output control design for a class of discrete-time nonlinear systems with saturating actuators, Systems & Control Letters, © 2011 Elsevier, ISSN: 0167-6911 60 (2011) 169-173
- [28] Qian Wanga, Bin Zhoua, Changyun Wenb, Guang-Ren Duana (2014), Output feedback gain scheduled control of actuator saturated linear systems with applications to the spacecraft rendezvous, Journal of the Franklin Institute, © 2014 Elsevier, ISSN: 0016-0032, 351 (2014) 5015-5033
- [29] Vojtech Vesely, Adrian Ilka (2013), *Gain-scheduled PID controller design*, Journal of Process Control, © 2013 Elsevier, ISSN: 0959-1524, 23 (2013) 1141-1148
- [30] Walsh J. R. Forbes (2016), Analysis and Synthesis of Input Strictly Passive Gain-Scheduled Controllers, Journal of The Franklin Institute, © 2016 Elsevier, ISSN: 0016-0032, 353 (2016) 1518-1526
- [31] Xian Jian Jin, Guodong Yin, Nan Chen (2015), Gain-scheduled robust control for lateral stability of four-wheelindependent-drive electric vehicles via linear parameter-varying technique, Mechatronics, © 2015 Elsevier, ISSN: 0957-4158, 30 (2015) 286-296

**Автори:** Емил Николов, проф. дтн, E-mail adress: *nicoloff@tu-sofia.bg*; Нина Николова, доц. д-р, E-mail adress: *ninan@tu-sofia.bg*; Борис Грасиани, маг. инж. докторант, E-mail adress: *bgrasiani@abv.bg*; катедра "Автоматизация на Непрекъснатите Производства", Факултет Автоматика, Технически Университет - София

Постъпила на 29.04.2016

Рецензент доц. д-р Весела Карлова-Сергиева



## РОБАСТЕН АНАЛИЗ НА РЕПЕТИТИВНИ ПАРАМЕТРИЧЕСКИ КОМПЕНСАЦИОННИ СИСТЕМИ ЗА УПРАВЛЕНИЕ

## Емил К. Николов, Нина Г. Николова, Борис С. Грасиани

**Резюме:** В работата е предложен нов клас робастни репетитивни системи за управление с параметрична компенсация. За доказване на ефективността на предложените системи за управление е направен сравнителен анализ със система за управление с параметрична компенсация и класическа система с PID регулатор.

*Ключови думи:* робастна система, репетитивно управление, параметрична компенсация, робастна устойчивост и робастно качество

## ROBUST ANALYSIS OF REPETITIVE GAIN SCHEDULING CONTROL SYSTEMS

## Emil K. Nikolov, Nina G. Nikolova, Boris S. Grasiani

Abstract: The work proposed a new class of robust repetitive gain scheduling control systems. To prove the performance of the proposed control systems has been made a comparative analysis with gain scheduling control system and classical control system with PID controller.

*Keywords*: robust control system, repetitive control, gain scheduling control system, robust stability and robust performance

## 1. ВЪВЕДЕНИЕ

Известни са [19,20] системите за управление с параметрична компенсация (GSC Systems -Gain Scheduling Control Systems). Идеята за този клас системи се състои в адитивно въвеждане на компенсационни променливи, въздействащи върху основното управление, с цел параметрична компенсация и стабилизация на предавателния коефициент на системите за управление. Аналитичният синтез на тези променливи се базира на предварително известни функционални зависимости на репараметризацията и/или реструктурирането в модела на управлявания обект от измерими външни сигнални смущения. Въз основа на системното изследване на тези зависимости при регулиращите органи (PO) [3,4,5], стратегията за параметрически компенсационното управление и неговите индустриални приложения с GSC-системи е развита в [6,7,8,9]. Стратегията за репетитивно управление е създадена за постигане на високо качество и максимална ефективност на системи за управлението на обекти, характеризиращи се в експлоатационни условия с наличието на постоянно действащи периодични външни сигнални смущения, чиито параметри (период, честота) са постоянни и предварително известни и предварително известни по

стойност на етапа на проектиране на системата. Реализацията на репетитивното управление се осъществява с помощта на  $\mathcal{ML}$ -филтри с памет, включени серийно в структурата на базовия алгоритъм за управление. Принципите за синтеза на репетитивните  $\mathcal{ML}$ -системи за управление и техни индустриални приложения са разгледани системно в [16,17,18].

## 2. ЦЕЛ И ЗАДАЧИ НА РАЗРАБОТКАТА

Целта на настоящата разработка е да изследва възможностите за структурна конфигурация и синтез на нов клас системи за управление - *репетитивни системи с параметрична компенсация* ( $\mathcal{ML} \circ GSC$ -системи) и да анализира техните робастна устойчивост и робастно качество. Задачите в нейното изпълнение, са: аналитично проектиране на *PID*-система, *GSC*-система и на  $\mathcal{ML} \circ GSC$ -система за управление на конкретен примерен обект, сравнителен анализ на качеството в номинален параметричен режим и сравнителен робастен анализ на свойствата на синтезираните системи при априорна неопределеност.

## 3. СИНТЕЗ И МОДЕЛИРАНЕ НА *ML* • GSC - СИСТЕМА ЗА УПРАВЛЕНИЕ

Разглежда се структура (фиг.1) на традиционна **[6 ÷ 9]** *GSC*-система с фиксиран алгоритъм  $R_{GSC}$  за управление на обект G в експлоатационни индустриални условия, където: регулаторът  $R^* \Leftrightarrow_{\{\sigma = const\}} G^*$  е настроен оптимално в контекста на критерия

σ към номиналния модел  $G^*$  на обекта  $G = G_1 G_2$ ;  $G^{\bullet}$ -смутен на най-горна граница модел на обекта; y -регулируема величина;  $y^{0}$ -задание;  $\varepsilon$  -разсъгласуване;  $\mu$  - управление към **PO**  $G_1$ ; q - входна величина към технологичния процес  $G_2$ ; v-смущение по натоварване; s - хидродинамично натоварване към  $G_1$ ;  $\xi$  - параметрично (структурно) смущение върху  $G_2$ ; f - смущение по измерване;  $\nabla \ell$ ,  $\nabla a$ -компенсационни променливи на алгоритъма за параметрична компенсация *GSC* (1), където  $\kappa_{\ell i}$  (2) е предавателният коефициент на системата за управление; s - хидравлично натоварване на **PO**;  $\ell$ -позиция на дроселиращата система на **PO**. Аналитичният синтез [6 ÷ 9] на *GSC* -алгоритмичния модул (1) в  $R_{GSC}$  е независим от  $G^*$  и  $G^{\bullet}$ , а е функция (1) единствено и само от типа на **PO** - линеен (*lin*) или логаритмичен (*log*) [3,4,5] след фиксиране на настройката на  $R^*(p)$ 

дът за синтез на GSC -алгоритмичния модул (1) е °компенсационното уравнение на параметричния баланс° (3) при критерий за оптималност °постоянна стойност на предавателния коефициент на системата за управление°  $k_{\ell i,t}$  (3).



$$G_{GSC} = \begin{bmatrix} \nabla l \\ \nabla a \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} c^* & C^* \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \nabla s \\ \nabla y \end{bmatrix},$$

$$c^* = -\frac{\kappa_{s_0^*}}{\kappa_{l_0^*}} \left( c_{log}^* = \frac{0.5\left(e^{2n\left(l-l\right)}-1\right)}{n \ s \ e^{2n\left(l-l\right)}}; c_{lin}^* = \frac{0.5\left(l^{-2}-1\right)l^3}{s} \right) \right\}$$
(1)

$$C^* = C_l^*; \nabla y = \left(\frac{d y}{d l}\right)^{-l} \approx \left(\frac{\Delta y}{\Delta l}\right)^{-l}$$

$$\kappa_{\ell i} = \frac{\partial q}{\partial l} \Delta l + \frac{\partial q}{\partial s} \Delta s ; \quad k_{i} = k_{ID} \left( \frac{\partial y}{\partial l} \Delta l + \frac{\partial y}{\partial s} \Delta s \right); \quad (2)$$

$$\left( s = \left( 1 + \left( P^{0} - P_{I} \right) \left( P_{I} - P_{2} \right)^{-1} \right)^{-1} , \quad \nabla s = s_{i-1} - s_{i} \right)$$

$$k_{\ell i,t} = const \Leftrightarrow \left(R^*(\sigma)\right);$$

$$\left(\frac{k_{l_0^*}\left(\Delta l + \nabla \ell_t\right) + k_{s_0^*}\left(\Delta s + \nabla s_t\right)}{dl} = \frac{k_{l_0^*}\Delta l + k_{s_0^*}\Delta s_t}{dl}\right)$$
(3)

$$d \mid \mathcal{M}_{\mathcal{L},i}(j\omega) \mid / d \omega = 0 , \forall \omega \in \Delta \omega_{i}; \mid \mathcal{M}_{\mathcal{L},i}(j\omega) \mid = const <<<1 , \forall \omega \in \Delta \omega_{i}; \mid \mathcal{M}_{\mathcal{L},i}(j\omega) \mid = 1 , \forall \omega \in [0, \omega_{b,i}], \forall \omega \in [\omega_{h,i}, \infty); \Delta \omega_{i} \in [\omega_{b,i}, \omega_{h,i}] , (\omega_{b,i} < \omega_{p} < \omega_{h,i})$$

$$(4)$$

$$\left| \mathcal{M}_{\mathcal{L},i} \left( j\omega \right) \right| = \begin{cases} 0, & \forall \omega \in \Delta \omega_{i}, \left( \omega_{b,i} < \omega_{p} < \omega_{h,i} \right) \\ 1, & \forall \omega \in \left[ 0, \omega_{b,i} \right], \forall \omega \in \left[ \omega_{h,i}, \infty \right), \left( \omega_{b,i} < \omega_{p} < \omega_{h,i} \right) \end{cases}$$
(5)

$$\mathcal{M}_{\mathcal{L},l}\left(p\right) = \left(2 - \prod_{q=2}^{n} \left(e^{-pT_{p}}\right)_{q}\right)^{-l} = \left(2 - e^{-pqT_{p}}\right)^{-l}$$
(6)

В настоящата разработка се предлага структурна конфигурация на нов клас  $\mathcal{ML} \circ GSC$ -системи (фиг.2), които за разлика от GSC-системите (фиг.1) имат в структурата на алгоритъма за управление  $R_{ML\circ GSC}$  и  $\mathcal{ML}$ -филтър (**Memory Loop**) с памет [16÷18]. По своя характер последният е лентов филтър, синтезиран така, че да режетира влиянието на постоянно действащо външно хармонично смущение  $d_p = sin(\omega_p t)$  върху регулируемата величина у. Предполага се, че честота  $\omega_p$ , респ. периодът  $T_p$ , са предварително известни.

Аналитичния синтез на *ML*-филтъра се реализира по метода за последователна честотна корекция °*режетиращ модул за лентов филтър*° (4) при критерий °*хоризонтален профил на модула на чувствителността*° на репетитивната система (5) [16÷18].

Синтезът на *ML*-филтъра (6) е независим от  $G^*$ ,  $R^*$ ,  $G^{-}$  и *GSC*, а е функция единствено и само на честотата  $\omega_p$  на смущението  $d_p = sin(\omega_p t)$ .

## 4. МЕТОДИ ЗА РЕШЕНИЕ НА ЗАДАЧАТА ЗА СИНТЕЗ НА *ML* • *GSC* • СИСТЕМИ ЗА УПРАВЛЕНИЕ

Изложеното в предишния раздел е основание настоящата разработка да предложи метод за аналитичен синтез на  $\mathcal{ML} \circ GSC$ -системите за управление  $^{\circ}\kappa om$ пенсационно уравнение на параметричния баланс и режетиращ модул за лентов филтър°, обобщаващ зависимостите (3) и (4), при интегрален критерий за оптималност <sup>о</sup>постоянна стойност на предавателния коефициент и хоризонтален профил на модула на чувствителността на системата за уп*равление*°, обобщаващ описанията (3) и (5). В работата се предлага аналитично проектиране на *R*<sub>*ML*•*GSC*</sub> -алгоритъма за управление (фиг.2) в три етапа. *Първият* решава задачата за оптималния избор и настройка на базовия регулатор в систе-G\*. Вторият етап отчита типа на използвания РО в системата мата R\*  $\Leftrightarrow$  $\{ \sigma = const \}$ и аналитично конфигурира по (1) двете компенсационни променливи  $\nabla \ell$ ,  $\nabla a$ . *Третият* етап, се основава на (4), (5) и (6), се състои в синтеза на *ML*-филтъра. Свързан с избора на структурата на филтъра и на броя звена с памет  $e^{-pT_p}$  в нея.

## 5. АНАЛИТИЧЕН СИНТЕЗ НА *ML* • *GSC* • СИСТЕМИ ЗА УПРАВЛЕНИЕ. ЧИСЛЕН ПРИМЕР

В работата се разглежда числен пример, в който *е необходимо* да се синтезират GSC-система (фиг.1) и ML • GSC -система (фиг.2) за управление на обект за управление G (фиг.3) зададен с (7)  $\div$  (10) при локален критерий за оптималност °кри*тично апериодичен процес*° ( $\sigma = const$ ) и интегрален критерий °*постоянна стой*ност на предавателния коефициент и хоризонтален профил на модула на чувствителността на системата за управление° (3), (5) при наличието на постоянно действащо периодично външно сигнално смущение *d* с честота  $\omega_{n}$ (11). В аналитичното описание на обекта: Д<sub>г</sub> са хидродинамичните загуби на мощност при управлението;  $w_{o}$  - началната скорост на дроселирания флуид;  $\sigma^{-2}$  известна теоретична пропускна характеристика на **РО**; *a*, *b*, *T* - известни конструктивни константи на **РО**. Характеристиките на зададения в числения пример обект за управление са показани на фиг.4. Въз основа на систематизираните методи за аналитичен синтез и поставените критерии за оптималност, решаването на задачата за аналитичен синтез на GSC-система (фиг.1) и ML • GSC - система (фиг.2) за управление на зададения с (7)  $\div$  (10) обект за управление G (фиг.3) е представено със съставящите на  $R_{GSC}$  (фиг.1) и на  $R_{ML\circ GSC}$  (фиг.2) - (12)÷(14). Характеристиките на  $R_{GSC}$ , на  $R_{ML \circ GSC}$ , както и механизмът на параметричната компенсация с променливите  $\nabla \ell$ ,  $\nabla a$ , са илюстрирани на фиг.5.



Фиг.3.b.

Фиг.3.а.

$$G^{*}(p,s) = G_{1}^{*}(p,s) G_{2}^{*}(p,\xi) = G_{q}^{*}(p,s) G_{2}^{*}(p,\xi) = \frac{y(p,s)}{\ell(p)}$$

$$G^{*}(p,s) = \hat{G}^{*} \cdot e^{-r^{s}p} = \frac{y(p,s)}{\ell(p)}$$

$$(7)$$

$$\hat{G}^{*} = \frac{(p+1)}{(1,6 p+1)} \cdot \frac{(1-s(1-e^{-s}))^{-0.5}}{(0.04 p+1)} \left(\frac{15}{(4 p+1)(9 p^{2}+3 p+1)}\right)$$

$$(s=0.00315, \xi = const, e^{-rp} \triangleq (1+(p\tau/3))^{-3} \triangleq (1+p)^{-3}, (\tau = \tau^{*}=3,s))$$

$$G^{\bullet}(p,s) = G_{1}^{\bullet}(p,s) G_{2}^{\bullet}(p,\xi) = G_{q}^{\bullet}(p,s) G_{2}^{\bullet}(p,\xi) = \frac{y(p,s)}{\ell(p)}$$

$$G^{\bullet}(p,s) = \frac{(p+1)}{(1,6 p+1)} \cdot \frac{(1-s(1-e^{-s}))^{-0.5}}{(0.04 p+1)} \left(\frac{15}{(4 p+1)(9 p^{2}+3 p+1)}\right) \cdot (1+1,66 p)^{-3}$$

$$(8)$$

$$G^{\bullet}(p) = \frac{(p+1)}{\ell(p)} = \frac{(a(w_{0})p+1)}{(b(w_{0}(t))p+1)} \cdot \frac{(1-s(1-\sigma^{-2}(\ell)))^{-0.5}}{(T(s)p+1)}$$

$$(9)$$

$$G_{A,r}(p) = \frac{A_{E}(p)}{\ell(p)} = c \cdot s \cdot \frac{(a(w_{0})p+1)}{(b(w_{0}(t))p+1)} \cdot \frac{(1-s(1-\sigma^{-2}(\ell)))^{-0.5}}{(T(s)p+1)}$$

$$(10)$$

$$d = sin(\omega_{p}, t) = sin(0.0346 t) = const, (\omega_{p} = 0.0346 rad/s; ;T_{pf} = 181,595 s)$$

$$(11)$$

$$R^{*}(p) = \frac{2(2p+1)}{2p} \frac{(p+1)}{(0.2p+1)}, \quad \left(R^{*} \underset{\{\sigma = const\}}{\Leftrightarrow} G^{*}\right)$$
(12)

$$\nabla \ell_{t} = -\frac{0.5\left(l^{-2}-l\right)l^{3}}{s} \nabla s_{t}; \nabla a_{t} = c_{0}^{*} \left(\frac{dy_{t}}{d\ell_{t}}\right)^{-1}$$
(13)

$$\mathcal{M}_{\mathcal{L}}(p) = \left(2 - \sum_{k=1}^{m} W_{k}(p) e^{-p k T_{p}}\right)^{-1} \stackrel{=}{=} \left(2 - e^{-p T_{p}}\right)^{-1},$$

$$\left(k = 1; T_{p} = T_{pf} = 2\pi \left(\omega_{pf}\right)^{-1} = 2\pi \left(0,0346\right)^{-1}\right)$$
(14)



# 6. АНАЛИЗ НА РЕШЕНИЕТО НА ЗАДАЧАТА 6.1. АНАЛИЗ НА КАЧЕСТВОТО В НОМИНАЛЕН ПАРАМЕТРИЧЕН РЕЖИМ

Двете системи (фиг.1, фиг.2) са моделирани. Резултатите от симулацията на моделите - времевите и честотните характеристики на решението  $(12) \div (14)$  за затворените  $\Phi_i$  и за отворените  $W_i$  параметрически компенсационна *GSC*-система и за репетитивната параметрически компенсационна *ML*  $\circ$  *GSC*-система за управление на зададения с (7)  $\div$  (10) обект за управление *G* (фиг.3), са показани на фиг.6, фиг.7.

Характеристиките на системите са визуализирани *в* номинален (7) параметричен режим ( $G \triangleq G^*$ ,  $\xi = const$ , s = 0,00315 = const,  $d_i \equiv 0$ ). Използвани са следните: те: • индекси за системите: параметрически компенсационната система - *GSC* (фиг.1), репетитивната параметрически компенсационна система -  $\mathcal{ML} \circ GSC$  (фиг.2) • означения:  $h_{\phi_i}$ -преходни функции,  $\phi(j\omega)$ ,  $W(j\omega)$  -честотни характеристики на затворените и на отворените системи,  $e(j\omega)$  характеристики на чувствителността на затворените системи.

Анализът на качеството в номинален (7) параметричен режим ( $G \triangleq G^*$ ,  $\xi = const$ , s = 0.00315 = const,  $d_i \equiv 0$ ) на системите (фиг.1, фиг.2) потвърждава, че и двете системи: • удовлетворяват критерия за °критично апериодичен проиес° ( $\sigma$ ) (фиг.6), като е предоставена възможност да се отчетат графически времената за регулиране, определящи бързодействието; • са устойчиви (фиг.7), като е предоставена възможност да се отчетат графически запасите им по модул и по фаза; • удовлетворяват предявените изисквания за качество в задачата за синтез.



## Фиг.6.

Фиг.7.

## 6.2. РОБАСТЕН АНАЛИЗ ПРИ АПРИОРНА НЕОПРЕДЕЛНОСТ

В тази част на разработката ще бъде изследвано влиянието на неопределеността върху устойчивостта на проектираната система в предварително указан диапазон на репараметризация и/или на реструктуриране в модела на управлявания обект. Честотните методи използвани в изследването са: • методът на *Nyquist-анализа;* • методът на *характеристиките на чувствителността;* 

> Nyquist робастен анализ по характеристиките на отворените системи. Систе-

мата е робастна за целия диапазон  $\Pi$  (15) на вариациите  $\Delta G$ , ако множеството  $\pi(j\omega)$  (16) (визуализирано като кръг с окръжност  $\pi^{0}$  (18)), не обхваща (–1, j0) точката за нито една стойност на честотата  $\omega$  в диапазона  $\omega \in [0,\infty)$ . Това е възможно само в случаите, за които разстоянието от коя и да е точка  $\omega = \omega_i$  на  $\pi(j\omega)$ , определено с  $|1+G(\omega_i)R(\omega_i)|$ , до точката (–1, j0) е по-голямо от радиуса  $r^{0}(\omega_i)$  (17). Необходимите и достатъчни условия за постигане на робастна устойчивост и робастното качество на системата са отразени с (19) и (20).

$$\Pi(j\omega) = \begin{cases} \Delta G(j\omega) : |G(j\omega) - G^*(j\omega)| \le \overline{\ell}_a(\omega), (\omega \in [0,\infty)) \\ \Delta G(j\omega) : \frac{|G(j\omega) - G^*(j\omega)|}{|G^*(j\omega)|} \le \overline{\ell}_m(\omega), \left(\overline{\ell}_m(\omega) = \frac{\overline{\ell}_a(\omega)}{|G^*(j\omega)|}\right) \end{cases}$$
(15)

$$\pi(j\omega) \in W(j\omega), (\omega \in [0,\infty))$$
(16)

$$r^{o}(\omega_{i}) = |l_{a}(\omega_{i})R(\omega_{i})| = |l_{m(\omega_{i})}R(\omega_{i})G^{*}(\omega_{i})|$$

$$(17)$$

$$\pi^{0}(j\omega) = \begin{cases} Re^{0}(\omega_{i}) = Re^{*}(\omega_{i}) + r(\omega_{i})\cos\Omega, (\Omega \in [0,\infty)) \\ Im^{0}(\omega_{i}) = Im^{*}(\omega_{i}) + r(\omega_{i})\sin\Omega, (\Omega \in [0,\infty)) \end{cases}$$
(18)

$$I + G^*(\omega) | > r^0(\omega), \forall \omega$$
<sup>(19)</sup>

$$|1+G^{*}(\omega)R(\omega)| > |G^{*}(\omega)R(\omega)|\overline{\ell}_{m}(\omega), \forall \omega$$
(20)

По характеристиките на отворените системи могат да бъдат определени: • запасът на робастна устойчивост  $k_{MSOL}(\omega)$  по (21.а) • запасът на робастно качество  $k_{MPOL}(\omega)$  по (21.b), където (22) и (23) са функциите чувствителност  $e(\omega)$ и допълнителна чувствителност  $\eta(\omega)$  на системата, а v (24) е интегралното обобщено смущение.

$$k_{MSOL}(\omega) = r^{0}(\omega) | 1 + R(j\omega) G^{*}(j\omega) |^{-1} \le 1, \quad (\forall \omega, \omega \in [0, \infty))$$
(21.a)

$$k_{MPOL} (\omega) = \left( |1 + R(j\omega)G^*(j\omega)| - r^0(\omega) \right) |1 + R(j\omega)G^{-1}(j\omega)|^{-1} \le 1,$$

$$(\forall \omega, \omega \in [0, \infty))$$
(21.b)

$$e(\omega) = (1 + R^*(\omega))G^*(\omega))^{-1} = \Phi_{y^0\varepsilon}(\omega), (e(\omega) = 1 - \eta(\omega))$$
(22)

$$\eta(\omega) = R^*(\omega) \ G^*(\omega) \ (1 + R^*(\omega) \ G^*(\omega))^{-1} \equiv \Phi_{y^0 y}(\omega) \ , \ (\eta(\omega) = 1 - e(\omega))$$
(23)

$$\upsilon = \upsilon \left( \nu, \xi, f \right) \tag{24}$$

Робастен анализ по характеристиките на чувствителността (25) на затворените системи. Системи са робастно устойчиви и с робастно качество, ако са изпълнени изискванията към функциите на чувствителността  $e^*$  и на допълнителната чувствителност  $\eta^*$  (26.а) и (26.b).

$$e(\omega) = (1 + R^*(\omega))G^*(\omega))^{-1} = \Phi_{y^{\theta_{\varepsilon}}}(\omega)$$
(25.a)

$$\eta(\omega) = R^*(\omega) G^*(\omega) (1 + R^*(\omega) G^*(\omega))^{-1} \equiv \Phi_{y^0 y}(\omega)$$
(25.b)

$$|\eta^*(\omega)| \overline{\ell}_m(\omega) < 1, \forall \omega$$
(26.a)

$$\left|\eta^{*}(\omega)\overline{\ell}_{m}(\omega)\right| + \left|e^{*}(\omega)v(\omega)\right| < 1, \forall \omega$$
(26.b)

По предложените два метода на фиг.7, фиг.8 и фиг.9 в сравнителен план за класическата система с *PID* регулатор, *GSC* - и *ML* • *GSC* - системите са визуализирани резултатите от робастния анализ.



Резултатите аналитично доказват, че в условията на априорна неопределеност:

- класическата *PID* система не притежава робастна устойчивост и робастно качество, тъй като нейните характеристики не удовлетворяват изискванията описани с (15)÷(20) фиг.7. и (25)÷(26) фиг.8.
- класическата GSC система удовлетворява изискванията (15)÷(20) фиг.7, но не удовлетворява (21)÷(22) фиг.8.
- *ML GSC* -системата доказано удовлетворява изискванията дефинирани (фиг.7) със зависимостите (15)÷(20) и (21)÷(22) фиг.8.

• предложената  $\mathcal{ML} \circ GSC$ -система превъзхожда класическата *PID* и системата за управление с параметрична компенсация *GSC* с нейните запас по робастна устойчивост и робастно качество, което се вижда от фиг.9 при критерии, дефинирани с (21)÷(24).

# 9. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Претенциите на разработката се изразяват в постигнатите оригинални и нови резултати и доказателства, както следва:

- Конфигурирани са и е предложен метод за синтез на нов клас репетитивни параметрически компенсационни *ML GSC* системи;
- Анализирано е качеството в номинален параметричен режим на предложения клас системи;
- Представен в сравнителен план е робастен анализ на *PID*, *GSC* и предложените *ML GSC* -системи за управление при едни и същи условия;
- Доказани са робастните свойства на предложената робастна репетитивна система с параметрична компенсация *ML GSC* .

#### ЛИТЕРАТУРА

[1] Shamma J., M. Athans (1991), Gain scheduling: Potential hazards and possible remedies, Proceed. American Contr. Conf., 516-521

[2] Shamma, J., M. Athans (1988), *Guaranteed properties for nonlinear gain scheduled control systems*, Proceedings of the 27th Conference on Decision and Control, 2202-2208

[3] Nikolov E. (2003), Control Instrumentations - part II (control algorithms, intelligent actuator, noise reduction control valves), © 2003 Ed. of Technical University Sofia, Sofia 2003, II-nd Edd., ISBN 954-438-336-6, 2003, 296 p.

[4] Nikolov E., N. G. Nikolova (2013), *Models and Analysis of the Smooth Flow Control in the Control Valves - Stationary Mode, Power Losses - part I,* Journal Proceedings of the Technical University Sofia, © 2013 Publishing House of Technical University of Sofia, ISSN 0374-342X, ISSN 1311-0829, Vol 63, (3), pp. 53-62

[5] Nikolov E., N. G. Nikolova (2013), *Models and Analysis of The Smooth Flow Control in the Control Valves -Non-Stationary Mode, Energy Losses - part II*, Journal Proceedings of the Technical University Sofia, © 2013 Publishing House of Technical University of Sofia, ISSN 0374-342X, ISSN 1311-0829, Vol 63, (4), pp. 53-62

[6] Nikolov E. (2003), Applied Methods for Process Control - part I (frequency methods and systems with robust performances), © 2003 Ed. of Technical University Sofia, Sofia 2003, II-nd Edd., ISBN 954-438-334-4, 2003, 358 p.

[7] Nikolov E., N. G. Nikolova (2014), *Application of Generalized Fractional Calculus in the Gain Scheduled Control Systems*, Journal Cybernetics and Information Technologies, 2014, Volume 13, No X, ISSN 1311–9702, © 2014 Bulgarian Academy of Sciences, pp. 21-32

[8] Nikolova N., E. Nikolov (2003), Gain Scheduled Disturbance Absorbing Robust Control Systems with Internal Model, In: Proc. of International Conference Automatics and Informatics 2002, Bulgaria, Oct 30-31 2003, symposium "Control Power Plants and Systems", © 2003 Union of Automatics and Informatics, Vol. 3, ISBN 954-9641-37-6, 15-18
[9] Nikolova N., E. Nikolov (2002), Gain Scheduled Robust Control Systems with Internal Model, In: Proc. of International Conference Automatics 2002, Bulgaria, Session "Control Power Plants and Systems", Nov. 14-

15 2002, © 2002 Union of Automatics and Informatics, Vol. 3, ISBN 954-9641-32-5 (m.3), 17-22 [10] Álvarez J. D., J. L. Redondo, E. Camponogara, Normey-Rico Julio Elias, M. Berenguel, P. M. Ortigosa

(2013), *Optimizing building comfort temperature regulation via model predictive control*, Energy and Buildings, © 2013 Elsevier, Volume 57, February 2013, pp. 361-372

[11] Normey-Rico Julio Elias, Eduardo F. Camacho (2007), Control of Dead-Time Processes, © 2007 Spinger, Berlin, p. 216

[12] Griñó Robert, Ramon Costa-Castelló (2005), Digital repetitive plug-in controller for odd-harmonic periodic references and disturbances, Automatica, © 2007 Elsevier, Volume 41, Issue 1, January 2005, Pages 153-157

[13] Gricy R., R. Cardoner, Ramon Costa-Castelló, E. Fossas (2007), Digital repetitive control of a three-phase four-wire shunt active filter, IEEE Transactions on Industrial Electronics 54 (3) (2007) 1495-1503

[14] Liuping Wang, Chris T. Freeman, Shan Chai, Eric Rogers (2013), Predictive-repetitive control with constraints: From design to implementation, Journal of Process Control, © 2013 Elsevier, 23 (2013) 956-967

[15] Liuping Wang, S. Chai, Eric Rogers (2010), *Predictive repetitive control based on frequency decomposition*, in: American Control Conference, Baltimore, USA, 2010, pp. 4277-4282

[16] Nikolova N., E. Nikolov (2014), *Predictive Repetitive Control (Applied Methods for Process Control - part III)*, © 2014 Publishing House of Technical University Sofia, ISBN: 978-619-167-136-6, 2014, 160 p.

[17] Nikolova N., Nikolov E. (2008), *ML- Structures In The Repetitive Robust Control Systems*, Cybernetics and Information Technologies Journal, Vol. 8, No 1, © 2008 BAS, 44-64

[18] Nikolova N., E. Nikolov (2015), Methods for analysis of robust and filtration features of repetitive control systems - part I, II, Journal Proceedings of the Technical University - Sofia, © 2015 Publishing House of Technical University of Sofia, volume 65, book 1, 2015, ISSN 1311-0829, pp.71-90

[19] Emil K. Nikolov, Nina G. Nikolova, Boris Grasiani (2015), *Survey of Repetitive Gain Scheduling Control Systems - part I (Synthesis)*, In Proc. of the International Conference "Automatics and Informatics" 15, October 03-07, 2015, Sofia, © 2015 Union of Automatics and Informatics, ISBN-1313-1850, CD- ISBN-1313-1850, ISSN-1313-1869-CD, B-13-B-18, pp.15-22

[20] Emil K. Nikolov, Nina G. Nikolova, Boris Grasiani (2015), *Survey of Repetitive Gain Scheduling Control Systems - part 2 (Analysis)*, In Proc. of the International Conference "Automatics and Informatics" 15, October 03-07, 2015, Sofia, © 2015 Union of Automatics and Informatics, ISBN-1313-1850, CD- ISBN-1313-1850, ISSN-1313-1869-CD, B-13-B-18, pp.23-30

Автори: Емил Николов, проф. дтн, E-mail adress: *nicoloff@tu-sofia.bg*; Нина Николова, доц. д-р, E-mail adress: *ninan@tu-sofia.bg*; Борис Грасиани, маг. инж. докторант, E-mail adress: *bgrasiani@tu-sofia.bg*, катедра "Автоматизация на Непрекъснатите Производства", Факултет Автоматика, Технически Университет - София

Постъпила на 29.04.2016

Рецензент доц. д-р Весела Карлова-Сергиева



## ТРАНСФОРМАЦИИ НА ФУРИЕ И ТЕХНИТЕ ПРИЛОЖЕНИЯ В ИКОНОМИКАТА

## Павел Николов, Александър Ефремов

**Резюме:** В ерата на Big Data генерирането и събирането на данни за почти всеки аспект от бизнеса е присъщо за много компании. Анализа и моделирането на времеви редове биха могли да доведат до откриване на полезна информация и знания. Трансформацията на Фурие представя времеви редове в честотната област. Може да се използва за изчисляване на Спектър на мощността на сигнала, проектиране на филтри или оценка на взаимна корелационна функция. В тази статия е представен метод за автоматично моделиране на сезонна и циклична компонента в основни структурни модели на времеви редове.

**Контролни думи:** ДТФ, БТФ, Времеви Редове, Модел, Идентификация, Сезонна, Циклична, Тренд, Спектър на Мощност, Big Data, Клъстерен Анализ, Алгоритми за Машинно Самообучение Без Учител, к-средни.

## FOURIER TRANSFORM AND ITS APPLICATIONS IN ECONOMICS

## Pavel Nikolov, Alexander Efremov

Abstract: In the era of Big Data it is native for companies to generate and store data about almost every aspect of their business. Analyzing and modeling time series data could lead to beneficial information and knowledge discoveries. Fourier Transform is a frequency domain representation of a time series. It could be used to calculate Power Density Spectrum, filter design or estimate cross-correlation of two signals. A method for automatic modeling of seasonal and cyclical components of a basic structural time series model (BSTS) is presented in this paper.

**Keywords:** DFT, FFT, Time Series, Model, Identification, Seasonal, Cyclical, Trend, Power Density Spectrum, Big Data, Clustering, Unsupervised Learning Algorithms, kmeans.

## **1. INTRODUCTION**

Data-driven economy is expected to lead to more business opportunities and to increase the availability to knowledge and capital while supporting and accelerating the research and innovation on data mining and data science [1]. Since the internet became mainstream Big Data is the biggest game-changing opportunity for enterprises. According to Organisation for Economic Co-operation and Development (OECD) data will be a key pillar in the sources of growth during the 21<sup>st</sup> century [2]. It promises to create value in operations, supply chains, manufacturing, sales and marketing, fi-

nance, labor and customer relationships. Since the world is digital focused and the digital capabilities completely changed the way societies communicate and interact, organizations are able to collect and analyze data in a way that was not possible before. Organizations should be aware that data alone does not automatically lead to profits. Proper skills and tools for data manipulation and knowledge extraction are required in order to have a competitive advantage or efficiency.

#### 2. FOURIER TRANSFORMS

Algorithms from science and technology could be applied to non-scientific areas. In this paper the applications of digital signal processing and in particular Fourier transforms in the economics, will be discussed. Fourier transforms is a frequency domain representation of a time series. In other words it shows what frequencies and in what proportions are presented in the original signal. Fourier Transform and Inverse Fourier Transform are defined as:

$$F(\omega) = F(f) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} f(t) e^{-i\omega t} dt$$
(1)

$$f(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} F(\omega) e^{i\omega x} d\omega$$
<sup>(2)</sup>

Applications of the above integrals vary from image recognition and image correction to filter modeling and signal processing. It is hard to solve (1) and (2) analytically when f(x) is transcendent function so numerical solution is needed [3]. Discrete Fourier Transform is a numerical method that converts finite sequence of samples of a function into a finite combination of complex sinusoids:

$$X(k) = \sum_{n=0}^{N-1} x(n) e^{\frac{-2\pi i k n}{N}},$$
(3)

where N is the number of samples and the sequence is x(0), x(1), ..., x(N-1).

Inverse Discrete Fourier Transform is defined as:

$$x(n) = \frac{1}{N} \sum_{k=0}^{N-1} X(k) e^{\frac{2\pi i k n}{N}}$$
(4)

Let  $q = e^{-\frac{2i\pi}{N}}$ , W is the matrix:

$$W = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & \cdots & 1 \\ 1 & q & q^2 & q^3 & \cdots & q^{N-1} \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ 1 & q^{N-1} & q^{2(N-1)} & q^{3(N-1)} & \cdots & q^{(N-1)^2} \end{pmatrix}$$
(5)

 $W^{-1}$  is the inverse of Wa the column vectors Y and Z are defined as:

$$Y = \begin{pmatrix} x(0) \\ x(1) \\ \vdots \\ x(N-1) \end{pmatrix} Z = \begin{pmatrix} X(0) \\ X(1) \\ \vdots \\ X(N-1) \end{pmatrix}$$
(6)

From (3), (4), (5) and (6) DFT and IDFT could be written in the following matrix forms:

$$Z = \Delta nWY \qquad Y = \Delta nW^{-1}Z, \tag{7}$$

where  $\Delta n$  is the sampling period:

$$0 \le n \le T \qquad \Delta n = \frac{T}{N} \tag{8}$$

The efficiency of the DFT algorithm is  $O(N^2)$ . In 1965 Coole and Tukey presented an algorithm for fast computation of DFT called Fast Fourier Transform (FFT) with  $O(N \log(N))$  complexity [5]. Implementation of the algorithm will not be discussed in this paper. Many modern software packages and processors have implemented FFT as a build-in functionality [8][9].

Some important characteristics and applications of Discrete Fourier Transform X(k) of the time series x(n) are:

- $|X(k)|^2$  is the power of x(n) at frequency  $f = \frac{k}{T}$
- C(d) = X(k) \* Y(k + d) is the cross-correlation of signals x(n) and y(n) with time lag d, where \* denotes complex conjugate.
- It is possible to block out certain frequencies of a signal by splitting it into its constituent frequencies.

#### **3. TIME SERIES ANALYSIS IN ECONOMICS**

In context of econometrics, marketing and quantitative finance the primary goal of time series analysis is forecasting. Another problem is separating signal from noise. Definitions of signal and noise depend on the context, but in general they can be expressed as useful or informative component and unwanted or disturbance component. It is useful to build a mathematical model of the economic system in order to analyze and forecast system's behavior.

Basic structural time series model is formulated in terms of trend, seasonal, cyclical and irregular components [6]:

$$x(n) = x_t(n) + x_s(n) + x_c(n) + \varepsilon(n) \qquad n = 0, 1, \dots, N - 1$$
(9)

Trend is the general course or tendency of a market, price, peoples' behavior etc. It is a long-term change (or no change) in the time series value. The process generating the trend can be regarded as a local approximation to a linear trend [7] and its model [4] can be given with:

$$x_t(n) = \varphi_t^T(n)\theta_t + e_t(n) \tag{10}$$

If the trend component is subtracted from the signal, the residual  $e_t(n)$  is:

$$e_t(n) = x_s(n) + x_c(n) + \varepsilon(n)$$
(11)

The seasonal component in time series exists when there is an influence of seasonal factors (yearly, quarter of the year, monthly, weekly, or daily). The seasonal component can be set up in terms of trigonometric functions with periods less than one year.  $x_s(n)$  can then be expressed as a sine-cosine wave and vector of residuals:

$$x_s(n) = A_0 + A(n)\cos(\omega(n)t) + B(n)\sin(\omega(n)t) + e_s(n), \qquad (12)$$

where t is the time vector,  $\omega$  is the frequency vector,  $A_0$  is the DC component (mean), A is the cosine coefficient vector, B is the sine coefficient vector and  $e_s(n)$  is the residual vector.

Cyclical component of a time series can be explained as phases of expansion or recession. Usually it is called business cycle and the period is more than two years. Business cycle is an important activity in economics. In combination with the trend it can give the researcher valuable information about a market. In time series analysis business cycle can be represented with trigonometric series (12).

## 4. METHOD FOR CYCLICAL AND SEASONAL COMPONENTS IDENTIFICATION

With the exponential growth in the amount of data generated, the speed of generating and processing data and the number of types of data, the 3 Vs of Big Data can be defined (Volume, Velocity and Variety). In the era of Big Data automation of the process of identification is crucial. Human interaction in this process should be minimized in order to reduce errors and increase speed.

In this paper a method for automatic modeling of seasonal and cyclical components of a time series is proposed. It is based on Discrete Fourier Transform (DFT) and unsupervised machine learning algorithms. DFT can be used to compute power density spectrum of the signal. Then unsupervised learning algorithms can be applied to discover seasonal and cyclical patterns from power spectrum. The model can be given with the equation (4). All the coefficients in X corresponding to frequencies of the signal that are not identified as seasonal or cyclical components are filtered (nulled).

Steps in the method for signal decomposition:

- Detrend the data (eq. (10))
- Perform DFT (FFT) on the detrended data
- Calculate PDS of the time series
- Separate PDS to seasonal PDS and cyclical PDS (split in the frequency axis)
- Use unsupervised learning algorithm to identify the significant points in the PDSs
- Filter all of the frequencies in the DFT that are not marked as significant

- Perform IDFT (IFFT) in order to restore filtered signal from the frequency to time domain
- Remove the seasonal and cyclical components from the data

## **5. EXPERIMENTS AND CONCLUSIONS**

In this section experiments on wholesale time series data are shown. Data is sampled at period  $\Delta n$  of one week. The number of points *T* is 137, the period is from January 2013 to June 2015.

Note that data preparation has been done before applying the methods for identification. Missing values have been filled with appropriate values, outliers have been found and removed. These data manipulation techniques are not the subject of the paper.

One can see on fig.1 detrended data, PDSs of cyclical and seasonal components, clustered in groups regarding significance and the restored signals of the cyclical and seasonal components of the time series.



Fig.1. Cluster analysis of the PDSs and restored cyclical and seasonal components from the DFT.



Fig.2. Trend model, S & C model, Residuals and Residuals' distributions.

On the second figure the residuals from detrending (top right plot) and from seasonal and cyclical adjustment (middle right plot) are shown. Also one can see the distribution of the residuals (bottom plots).  $R^2$  performance indicator is used in order to show what amount of the variation of the data is modeled at each step of BSTS model. It can vary from 0 to 1, where bigger value means better model. Summing up the values at each step shows the overall performance of the model ( $R^2 = 0.4029 + 0.1963 = 0.5992$ ). This means that about 60% of the variance of the data is modeled by the BSTS model.

Some problems in the method can occur from DFT and from unsupervised learning algorithm that is used. First, the periods of cyclical and seasonal components could be not deterministic. This could lead to low quality or biased predictions. Another problem is called aliasing and comes from the sampling frequency and the circularity of DFT. According to the Nyquist's sampling theorem the minimum sampling frequency  $F_s$  should be at least two times highest frequency of the signal  $F_{max}$ .

The goal of the unsupervised learning algorithm in the method is to group points of the PDS into different clusters based on some distance or similarity measure. Defining inappropriate number of clusters, similarity measure or using different clustering algorithms could lead to different results. And in thus could induce errors in the predictions. Based on the results shown on the figures we could conclude that the proposed method could be used for automatic modeling of time series data. More experiments need to be done in order to define the best framework for the method. Another methods for identification could be used to model the irregular component in the model in order to reduce the variance.

#### REFERENCES

[1] Euroepan Commission, Big Data Strategy, *https://ec.europa.eu/digital-single-market/en/towards-thriving-data-driven-economy*, last seen May 2016

[2] OECD, Data-driven innovation for growth and well-being, *http://www.oecd.org/sti/ieconomy/data-driven-innovation.htm*, last seen May 2016

- [3] Л. Бояджиев, О. Каменов, Висша Математика 4, Ciela, ISBN 954-649-232-9, Sofia 1999
- [4] А. Ефремов, Идентификация на многомерни системи, ДАР-РХ, ISBN 978-954-9489-34-7, Велико Търново, 2013
- [5] J. Cooley, J. Tukey, An algorithm for the machine calculation of complex Fourier series, Mathematics of Computation 19: 297-301, ISSN 1088-6842
- [6] A. Harvey, S Koopman, M, Riani, The Modeling and Seasonal Adjustment of Weekly Observations, Journal of Business & Economic Statistics, Vol. 15, pp. 354-368, ISNN 1537-2707, 2008
- [7] A. Harvey, S. Peters, Estimation Procedures for Structural Time Series Models, Journal of Forecasting, Vol. 9, pp. 89-108, ISSN 1099-131X, 1990
- [8] G. Fedorov, R. Rahman, The Intel Math Kernel Library and its Fast Fourier Transform Routines, *https://software.intel.com/en-us/articles/the-intel-math-kernel-library-and-its-fast-fourier-transform-routines*, 2011, last seen May 2016
- [9] cuFFT, *https://developer.nvidia.com/cufft*, last seen May 2016
- [10] AMD, OPENCL Optimization Case Study Fast Fourier Transform, http://developer.amd.com/resources/documentation-articles/articles-whitepapers/opencl-optimization-case-study-fast-fourier-transform-part-1/, last seen May 2016

**Authors:** Pavel Nikolov, MEng., PhD student, dept. Continuous Processes Control, Faculty of Automation, Technical University of Sofia; Alexander Efremov, Assoc. Prof. Dr., dept. Continuous Processes Control, Faculty of Automation, Technical University of Sofia, E-mail address: *alefremov@tu-sofia.bg* 

Received 30 April 2016

**Reviewer:** Assoc. Prof. Dr. Stanislav Enev



## АЛГОРИТЪМ ЗА ГЕНЕРИРАНЕ НА СКОРОСТНИ ПРОФИЛИ НА ДВИЖЕНИЕ ЗА ПОЗИЦИОНИРАЩИ ПРИЛОЖЕНИЯ БАЗИРАНИ НА ПЛК

### Станислав Енев

**Резюме:** В работата е предложен алгоритъм за генериране на скоростни профили на движение при зададени желан път и ограничения по скорост, ускорение и рязкост. При реализиране на предложения алгоритъм, скоростният профил се строи точка по точка на всеки работен цикъл на ПЛК посредством оценяване на изчислително леки изрази, изведени при критерий за минимална продължителност на движението. Алгоритъмът е предвиден за реализация в основната програма на програмируем контролер с възможности за генериране на импулсни последователности с динамично конфигурируема честота. Ключови думи: системи за управление на движение, стъпкови/серво задвижвания, ПЛК, извеждане на импулсни последователности, s-овиден профил

## AN ALGORITHM FOR GENERATING MOTION PROFILES FOR PLC-BASED POSITIONING APPLICATIONS

## **Stanislav Enev**

Abstract: In the paper, an algorithm for generating motion profiles for given target distance under speed, acceleration and jerk limit constraints is proposed. The algorithm constructs the speed profile point-by-point at each PLC cycle by evaluating not computationally intensive expressions designed with the goal of minimizing the movement duration. It is intended for implementation in the main program of PLC hardware with frequency generation capability, configurable within the main program in runtime.

Keywords: motion control, stepper/servo motor drives, PLC, PTO, s-curve profile

#### **1. INTRODUCTION**

Numerous industrial applications are based on sequences of point-to-point movements implemented by a mechanical drive train with a stepper or a servo (BLDC, AC) motor in its heart. Stepper motor and servo motor drives usually interface to the rest of the motion control system by pulse/direction interfaces. Through these, a direction and relative position set-point, measured in motor encoder counts, or in case of stepper motor drives systems without feedback, in number of motor steps, are passes to the drive. Pulse train output (PTO) functionality is usually available in the control system,

either embedded or attributed by a separate module, with high level (PLC user program) managing instruction set and configuration support, which is used to generate the motion profile and translate it in a proper way, so that the specialized output hardware circuitry, running independently from the main controller, can generate the respective waveform. The algorithms in the higher level generate a trajectory in one of the two common forms – the so-called trapezoidal and s-curve speed profiles ([1], [2]) and produce a description of the generated trajectory in terms of series of segments with linearly varying speed (for the trapezoidal profile) and acceleration (for the s-curve profile). Parabolic profiles are also suggested [1], but by far the most commonly available PTO capability is for asymmetrical trapezoidal profile generation. This is done ahead of the actual movement and the trajectory description is loaded into the PTO controller memory, which in turn controls the output hardware, so that the appropriate pulse train is produced. Algorithms, for this lower level in PTO functionality implementation can be found in [3], [4] and [5].

In this paper, an algorithm for generating speed trajectory for given target distance under speed, acceleration and jerk (acceleration rate) limit constraints is proposed. The algorithm is intended for implementation in the main program of PLC hardware with less powerful output pulse generation capabilities, but requires frequency generation capability, configurable within the main program in runtime. No asynchronous event generation with respect to the basic cycle time is presumed, thus no access to hardware peripherals on a lower level (such as timers) is required.

Such set of constraints leads to a variant of what's known as "s-curve" speed profile [6]. Unlike existing realizations, the proposed algorithm constructs the speed profile point-by-point at each PLC cycle by evaluating simple, not computationally intensive expressions, designed with the goal of minimizing the movement duration. The current value of the speed is scaled to the frequency value of the output pulse train, which is held constant during the cycle period. The algorithm has two main drawbacks to be mentioned: equal limit values in acceleration and deceleration phases are adopted; the travelled distance is multiple of the maximal speed achieved during the movement, which requires additional shorter movements to reach the target distance.

## 2. THE PROPOSED ALGORITHM

Given the target distance, expressed in pulses, the speed profile is generated point-bypoint in discrete-time, by scanning the PLC program at each cycle. The frequency of the output pulse train is set and maintained constant for the duration of the cycle -  $T_{cyc}$ , so that the number of pulses, output during the period, is equal to the calculated speed value. This is illustrated in Fig.1.

In this way, the speed profile will actually represents a series of step functions. In the setup of a positioning control system, these should be smoothed out by the drive-mo-tor system dynamics, having finite bandwidth, as illustrated in Fig.2.





Fig.2.

The target distance (in pulses) is denoted by  $d_{tar}$ . Lower index  $*_n$  is used to denote the value of the respective quantity at the *n*-th PLC cycle, counted from the start of the movement. We have the following dependency between distance and speed, representing integration expressed by finite differences:

$$d_n = d_{n-1} + s_{n-1}, (1)$$

d, denoting the distance and s - the speed.

Speed and acceleration are updated as:

$$s_n = s_{n-1} + a_n a_n = a_{n-1} + j_n,$$
(2)

where, with a is denoted the acceleration and with j - the jerk. Both quantities are constrained to be smaller in amplitude than given maximum values, that is:

$$|a_n| \le a_{\max}$$
,  $|s_n| \le s_{\max}$  for all  $n$ ,

the jerk taking values from a finite set, specified by:

$$j_n = \{-j_{\max}, -j_{\max} + \Delta j, -j_{\max} + 2\Delta j, ..., j_{\max}, \Delta j \mid j_{\max} / \Delta j \in \mathbb{N}, \Delta j > 0, j_{\max} > 0\}.$$
 (3)

The proposed algorithm generates a speed profile by choosing jerk value from (3) at each cycle, by evaluating respective conditions. Three phases, named "accelerating", "running" and "decelerating" are presumed and realized with the overall goal of minimizing the movement duration.

During the **accelerating** phase, the maximum jerk value is chosen at each cycle, so that the following conditions are respected:

- Applying time-optimal stopping policy, i.e. with maximum possible deceleration, will lead to a still state (zero speed and acceleration) before target distance is reached. It is assumed that such policy will achieve the shortest stopping distance.
- Decelerating sufficiently fast, so that the speed limit is respected, is possible.

The optimal stopping policy is assumed to be realized by applying the maximum (in amplitude) negative jerk until the symmetrical point in the speed trajectory is reached and then following backwards the speed path realized up the given moment. This is illustrated in Fig. 3. Thus, an estimate of the shortest stopping distance is given by the left side of (4). The maximal speed that will be attained is given by the left side of (5).

$$\sum_{i=0}^{k} \left( s_{n-1} + \sum_{r=0}^{i} (a_{n-1} + j_n - rj_{\max}) \right) + d_n \le d_{tar} - d_n, \qquad (4)$$

$$s_{n-1} + \sum_{i=0}^{k/2} (a_{n-1} + j_n - ij_{\max}) \le s_{\max},$$
(5)

where:

$$k = 2|a_{n-1} + j_n| / j_{\max} .$$
 (6)

Conditions (4) and (5) are transformed into (7) and (8) respectively.

$$(k+1)s_{n-1} + \frac{(k+1)(k+2)}{2}(a_{n-1} + j_n) - \frac{k(k+1)(k+2)}{6}j_{\max} \le d_{tar} - 2d_n$$
(7)

$$\frac{(k+2)}{2}(a_{n-1}+j_n) - \frac{k(k+2)}{8}j_{\max} \le s_{\max} - s_{n-1}$$
(8)

#### **Remarks:**

- Expressions (4), (5), (7) and (8) make sense for integer values of k, which will always be integer only in the case when  $\Delta j = j_{max}$ . However, expressions (7) and (8), actually used in the algorithm, are evaluated also for the possible non-integer values, resulting from (6).
- The second stage in the presumed time-optimal, or "fastest" stopping policy, will actually result in the shortest distance to stop when the maximal available jerk, respectively acceleration has been applied up to the given moment. When the acceleration rate ultimately starts slowing down, the left sides of (5) and (7) will begin to over-estimate the shortest possible stopping distance.







The accelerating phase ends when a non-positive value for the acceleration is determined from (7) and (8). Following, the jerk is set so that the acceleration becomes zero and the profile realization enters the **running** phase, where the speed is maintained constant, at the value attained up to the respective moment (being the maximal possible speed). The **running** phase goes on as long as the distance remaining until the target position is reached, is greater than the shortest possible stopping distance. This condition is expressed as:

$$d_n + s_n \le d_{tar} - d^*, \tag{9}$$

where  $d^*$ , the shortest possible stopping distance, is now presumed to be given by:

$$d^* = (n^* - 1)s_{n^*} - d_{n^*}.$$
 (10)

The justification of (10) is supported by the fact, that stopping to a still state from a state of constant speed is equivalent trajectory-wise to speeding up from a still state to a state with that same speed and zero acceleration, if the opposite in sign acceleration path is followed. Thus, the covered distances are geometrically related as in Fig.4.

Given that during the **accelerating** phase the fastest acceleration policy is realized, following the fastest deceleration in the **decelerating** phase will lead to a stopping distance, given by (10), which will also be the shortest stopping distance. This simplifies greatly the speed profile generation in the **decelerating** phase, which is done by choosing the minimal jerk value that will enable accelerating sufficiently fast, with maximum jerk, so that speed remains non-negative. The condition is expressed as:

$$s_{n-1} + \sum_{i=0}^{k} (a_{n-1} + j_n + ij_{\max}) \ge 0, \qquad (11)$$

with:

$$k = |a_{n-1} + j_n| / j_{\text{max}} .$$
 (12)

Condition (11) is transformed into (13), which is used in the algorithm.

$$(k+1)(a_{n-1}+j_n) + \frac{k(k+1)}{2}j_{\max} \ge 0$$
(13)

The first remark made about the conditions evaluated during the **accelerating** phase holds for (11) and (13).



The trajectory generation ends when zero speed is reached.

The smaller value of  $\Delta j$  that will produce acceleration and/or speed variation in a given cycle period is equal to 1, so this is the value chosen for the simulations.

In a practical implementation, the actual speed, acceleration and jerk limits should be scaled by  $T_{cyc}$  in order to obtain the values of  $s_{max}$ ,  $a_{max}$  and  $j_{max}$ .

## **3. DISCUSSION AND CONCLUSION**

In this paper, an algorithm for generating motion profile under speed, acceleration and jerk constraints given a target distance is proposed. Its advantages reside in the computational simplicity and the lack of a pre-movement trajectory planning phase with the respective need for trajectory description and storage, the profile being generated point-by-point, based only on current position, speed and acceleration values.

Equal limit values in acceleration and deceleration phases must be adopted, as a drawback. The main drawback however is highlighted in the graphs on Fig.5 - the actual travelled distance when zero speed is reached is multiple of the maximal speed achieved during the movement. As a result, additional shorter movements are required to reach the target distance. This is done by re-running the algorithm with the residual distance as target one. This property of the algorithm is easily understood from Fig.4, as geometrically the travelled distance is represented by the surface of a rectangle with one side equal to the maximal achieved speed. Further research is envisioned to adapt the algorithm with the goal of reducing residual distance.

## REFERENCES

- [1] Lewin Ch. (2007), *Mathematics of Motion Control Profiles*, Performance Motion Devices Inc., 2007
- [2] High Performance Pulse Train Output (PTO) With PRU-ICSS for Industrial Applications, TI Designs, TIDU707–January 2015, Texas Instruments Incorporated, 2015
- [3] Austin D. (2005), *Generate stepper-motor speed profiles in real time*, EE Times-India, January 2005, pp. 1-5
- [4] Siripala P.J., Ahmet Sekercioglu Y. (2013), *A generalized solution for generating stepper motor speed profiles in real*, Mechatronics 23, pp. 541–547, 2013
- [5] *AVR446: Linear speed control of stepper motor*, *Application Note*, Rev. 8017A-AVR-06/06, 2006
- [6] Nguyen K.D., Ng T-C., Chen I-M. (2008), On Algorithms for Planning Scurve Motion Profiles, International Journal of Advanced Robotic Systems, Vol. 5, No. 1, 2008, ISSN 1729-8806, pp. 99-106

Authors: Stanislav Enev, Assoc. Prof. Dr., Department Continuous Processes Control, Faculty of Automation, Technical University of Sofia, E-mail address: *enev@tu-sofia.bg* 

Received 30 April 2016 Reviewer: Assoc. Prof. Dr. Vessela Karlova-Sergieva


# СИСТЕМИ ЗА УПРАВЛЕНИЕ С УСЛОВНА ОБРАТНА ВРЪЗКА

## Весела Карлова-Сергиева

**Резюме:** Системите за управление с условна обратна връзка попадат в класа на системите с вътрешен модел на обекта за управление. Понижават чувствителността към промяна в параметрите на обекта по отношение на качеството на управление. Известни са като системи с пасивна адаптация. Основната разлика с другите системи за управление с вътрешен модел е наличието на формиращ елемент в структурната им реализация.

**Ключови думи:** Условна обратна връзка, формиращ елемент, качество на управление, нечувствителност

## CONTROL SYSTEMS WITH CONDITIONAL FEEDBACK

## Vessela Karlova-Sergieva

Abstract: Control systems with conditional feedback fall into the class of systems with internal model control. Decreased sensitivity to a change in plant parameters the site in terms of performance. Known as systems with passive adaptation. Founded unlike other systems of the internal model is the existence of a formative element in the structural realization.

Key-words: Conditional Feedback, Formative Element, Performance, Insensitivity

## 1. ВЪВЕДЕНИЕ

Системите за управление с условна обратна връзка (УОВ) са въведени и разгледани в [1]. Причисляват се към класа на системите за управление, в чиято структура е включен вътрешен номинален модел на обекта на управление. Постига се промяна в управляващия сигнал u, което води до намаляване влиянието на промяната в параметрите на обекта върху качеството на процеса за управление. При класическите системи с вътрешен модел се извършва сравнение на изхода на системата y с изхода на модел на обекта y', като този сигнал се подава към грешката  $\varepsilon$  в системата за управление. При системата с условна обратна връзка, фиг.1, разликата между изхода на системата y и модела на обекта y' се подава на входа на обекта за управление. Т.е в първия случай (класическа система с вътрешен модел) се въздейства на сигнала на входа на регулатора  $\varepsilon$ , а във втория (система с условна обратна връзка) - на изхода му u. Промяната на управляващия сигнал u на регулатора към обекта, при системите с УОВ, цели да намали влиянието в промяната на параметрите на обекта и се реализира посредством т.н формиращ елемент  $\Phi E$ , фиг.1.



Фиг.1. Структурна схема на система за управление с УОВ.

## 2. ЦЕЛ И ЗАДАЧИ

Целта на настоящата работа е да се извърши изследване на системи за управление с УОВ при различно конфигуриране на формиращия елемент. За така поставената цел се избират четири класа обекти за управление - статични, астатични, неустойчиви и обекти със закъснение в моделиращата ги предавателна функция.

# 3. ТЕОРЕТИЧНИ СВЕДЕНИЯ

Системата за управление с условна обратна връзка може да бъде приложена при обекти, които се характеризират с промяна в параметрите си. Необходимо условие е наличието на априорна информация за диапазона на промяна на параметрите. Предавателната функция на обекта  $W_o(s,q)$  е функция на известната промяна в параметрите му, означена с q,  $q \in [q^-, q^+]$ , фиг.1. Условната обратна връзка изработва коригиращо въздействие u' върху управляващия сигнал u при положение, че съществува разлика  $\varepsilon'$  между изхода на системата y' с номинален обект  $W_o^*(s)$  и изхода на системата y с реалния  $W_o(s,q)$ , т.е. при  $q \neq 0$ .

Структурната схема от фиг.1 еквивалентно се преобразува в структурна схема, която е представена на фиг.2.



Фиг.2. Еквивалентна структурна схема на система с УОВ.

Оказва се, че за да бъде ефективна УОВ в това да коригира неточностите в обекта чрез сигнала  $u^*$ , от съществено значение е спецификата на обекта за управление и конфигурирането на ФЕ, означен с предавателната му функция F(s) на фиг.2.

В [2] е предложен следния вид на моделираща предавателна функция на формиращия елемент (1)

$$F(s) = -\frac{W_{R}(s, q^{+}) - W_{R}(s)}{1 + W_{R}(s)W_{o}^{*}(s)}$$
(1)

В (1) се използва фиктивна предавателна функция  $W_R(s,q^+)$ , която представлява модел на регулатор, настроен за най-лошия режим на съчетание на параметрите на обекта.

Друг възможен вид на предавателна функция на формиращия елемент е (2)

$$F(s) = f$$
, където  $f = const$ . (2)

В литературата не съществува еднозначно решение за избор на формиращ елемент. Освен от свойствата на обекта за управление успешното приложение на УОВ зависи и от диапазона на промяна в параметрите на обекта. Големите неточности в неговия модел предполагат въвеждане на повече степени на свобода за синтез на алгоритъм за управление, [1-4].

#### 4. ЧИСЛЕНИ ПРИМЕРИ

За да се изследва качеството на системата за управление с УОВ по отношение на коригиране на неточности в параметрите на обекта се предлагат типови модели на индустриални обекти за управление, табл.1. Предавателните функции на регулаторите, настроени за номинален режим на работа (определен от критерии за качество), както и регулаторите, настроени за обектите с най-лошо съчетание на параметрите са показани в табл.1.

					аолица 1
₽	Модел на номинален обект $W_o^*(s)$	Модел на смутен обект W <sub>o</sub> (s,q)	Модел на номинален регулатор $W_R(s)$	Модел на "смутен" регулатор $W_{\!_R}\!\left(s,q^+ ight)$	Критерии за качество
1	$\frac{1}{(3s+1)}$	$\frac{2}{(3.3s+1)}$	$2.4\frac{(3s+1)}{3s}$	$0.4\frac{(3.3s+1)}{s}$	$\sigma \approx 2\%$ $t_s \approx 5s$
2	$\frac{1}{s(s+1)}$	$\frac{5}{s(s+0.5)}$	1	$0.3\frac{(s+0.65)}{(s+1.37)}$	$\sigma \approx 18\%$ $t_s \approx 8s$
3	$\frac{1}{s(s-1)}$	$\frac{1.5}{s(s-1.5)}$	$218\frac{(s+0.99)}{(s+23)}$	$632\frac{(s+0.86)}{(s+34)}$	$\sigma \approx 22\%$ $t_s \approx 2.5s$
4	$\frac{1.25}{(10s+1)}e^{-2s}$	$\frac{2}{(10s+1)}e^{-8s}$	$0.45 \frac{(6.5s+1)}{6.5s} \frac{(0.2s+1)}{(0.01s+1)}$	$0.2\frac{(8s+1)}{8s}\frac{(0.1s+1)}{(0.02s+1)}$	$\sigma \approx 3\%$ $t_s \approx 50s$

В табл.2 са изчислени аналитичните изрази на формиращия елемент по (1) и са записани стойности на f от (2).

		Таблица 2
№	Формиращ елемент F(s) по (1)	ΦE $F(s) = f = const \mathbf{no}$ (2)
1	$\frac{(1.1s+0.4)}{(s+0.8)}$	f = 0.1, 1, 10
2	$0.7s \frac{(s+1.7)(s+1)}{(s+1.4)(s^2+s+1)}$	f = 0.1, 1
3	$-415s \frac{(s+17) (s-1) (s+0.3)}{(s+34) (s+1.3) (s^2+21 s+169)}$	f = 0.1, 1, 10, 100
4	$8\frac{(s+45)(s+3.5)(s+1)(s+0.2)(s+0.1)}{(s+99)(s+50)(s+0.90)(s^{2}+0.16s+0.01)}$	f = 0.1, 1, 10

Проведени са симулационни изследвания във времевата област, резултатите от които са представени на фиг.3 ÷ фиг.6. Синтезът на системите за управление с условна обратна връзка е базиран на фиг.1, като формиращия елемент е изчислен по (1) и (2). За извършване на анализа на качеството на управление на УОВ, са избрани разнородни по свойства си обекти - със статични, астатични свойства, с неустойчива динамика и наличие на закъснение.



Фиг.3. Система за управление с УОВ и статичен обект, №1.



Фиг.4. Система за управление с УОВ и астатичен обект, №2.



Фиг.5. Система за управление с УОВ и неустойчив обект, №3.



Фиг.6. Система за управление с УОВ и обект със закъснение.

## 5. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Получените резултати водят до следните общи изводи:

• Системите за управление с УОВ са подходящи за управление на статични обекти, като тук се препоръчва ФЕ да бъде конфигуриран като коефициент. При такава структурна реализация става възможно постигането на нечувствителност при значителна промяна в параметрите на обекта за управление;

• Системите за управление с УОВ приложени за управление на астатични обекти водят до насищане в управляващия сигнал и работа на системата в отворен контур;

• Системите за управление с УОВ са неприложими при управление на неустойчиви обекти. При задаване на голяма стойност на коефициента на ФЕ съществува вероятност за устойчива работа, но няма еднозначна препоръка за това;

• Системите за управление с УОВ при обекти със закъснение не се препоръчват, тъй като управлението не води до постигане на нечувствителност (приближение на изхода към номиналния изход);

• Знакът на коефициента на ФЕ не променя качеството на управление.

## ЛИТЕРАТУРА

[1]. Томов И., Системи за оптимално и адаптивно управление (втора част), ТУ-София, 1991.

[2]. Николов Е., Приложни методи за управление на технологични процеси - част I, ТУ-София, 2003.

[3]. Николова Н., Е. Николов, Методи и алгоритми за настройка на регулатори в системи за управление, Справочно пособие, ТУ-София, 2006.

[4]. Ricardo S. Sanchez-Pena, M. Sznaier, Robust Systems - Theory and Applications, John Wiley & Sons, Inc., 1998.

**Автор:** Весела Ангелова Карлова-Сериева, доц. д-р, катедра Автоматизация на непрекъснатите производства, Факултет Автоматика, Технически Университет-София, E-mail address: *vaks@tu-sofia.bg* 

Постъпила на: 30.04.2014 г.

Рецензент: проф. дтн Емил Николов



# АНАЛИЗ НА ТЕХНОЛОГИЧНОТО ОСИГУРЯВАНЕ НА ОБУЧЕНИЕТО ПО ИНДУСТРИАЛНА АВТОМАТИЗАЦИЯ

## Борислав Георгиев, Методи Георгиев, Ивайло Михайлов

**Резюме:** В доклада е направено описание и анализ на наличното технологично осигуряване в лабораториите на катедра АНП, ФА, ТУ-София, по отношение на възможностите за обучение в съответствие с технологичните тенденции и съвременни концепции в областта на индустриалната автоматизация. Ключови думи: индустриална автоматизация, технологично осигуряване, обучение, съвременни концепции за процесна автоматизация,

## ANALYSIS OF TECHNOLOGICAL LABORATORY EQUIPMENTS FOR TRAINING IN INDUSTRIAL AUTOMATION

## Borislav Georgiev, Metodi Georgiev, Ivaylo Mihaylov

**Abstract**: The report provide a description and analysis of the technological equipment in the laboratories of the Department of ANP, FA TU-Sofia in terms of training opportunities in line with technological developments and modern concepts in the field of industrial automation.

**Key-words:** industrial automation, automation technology, training, advanced concepts for process automation

## 1. ВЪВЕДЕНИЕ

Съвременните индустриални контролно-управляващи системи изискват сложни и високонадеждни програмно-апаратни комплекси изграждащи необходимото технологично осигуряване.

Както хардуерната, така и софтуерната част на съвременните цифрови системи показва все по-голяма унификация, което се проявява дори и на ниво архитектура на системите. Съществуват обаче и такива особености на системите известни като PLC, SCADA, DCS архитектури, по която те се различават значително по концептуалният модел, заложен в тяхното функциониране. Разпределените системи за управление (Distributed control systems - DCS) традиционно са възприемани като системи за управление на процеси, докато програмируемите логически контролери (PLCs) са предпочитан метод за постигане на високоскоростен контрол върху дискретното производство и процесно регулиране с малък брой променливи. SCADA системите от своя страна изпълняват функциите на системи за събиране на информация в реално време от промишлени процеси, с последващо индексиране на данните, изчисляване на управляващите въздействия за коригиране на наблюдаваните процеси в желаните граници и регистриране на събитията.

Осигуряването на необходимото лабораторно оборудване с програмно-технически средства, което да дава възможности за обучение по отношение трите основни класа системи, отчитайки специфичните им особености е от особено значение и се оказва голямо предизвикателство предвид съществуващите ограничения.

# 2. ОПИСАНИЕ НА ПРОБЛЕМА

Възможността за интеграция на всички контролни и информационни системи в производствата е ключов елемент във функционалността на новите интегрирани концепции. Тя се простира отвъд управлението на процесни и дискретни производства, безопасността, контрола и конфигурацията на задвижвания, поддръжката и системите за управление на активи, складовите и финансови бизнес системи и системите, следящи изпълнението на производствените процеси. Все поголямо значение за повишаване ефективността на производството има тясната интеграция на полевото оборудване и корпоративните бизнес системи – следваща широка крачка в посока еволюцията на промишлената автоматизация. Бизнес системите за управление на производството, като например тези за планиране на ресурсите на предприятието (ERP) или на материалите (MRP) и т. н., по традиция използват пакетна архитектура, която не отразява случващото се в реално време, поне до момента на следващата актуализация на информацията в системата.

Ролята на системите за автоматизация ще се промени съществено, след като корпоративните бизнес системи се сдобият с възможности за обработка на транзакции в реално време, което, от своя страна, ще доведе до синхронизирани операции. Някои доставчици вече предлагат такива решения чрез контролери за автоматизация, които комуникират директно с корпоративните бизнес системи чрез архитектурата ОРС UA (OPC Unified Architecture). За тази цел се преработват и някои индустриални стандарти като ОРС, ОРС UA, B2MML, ERP интерфейсите, както и тези с ИТ бази данни. Всичко това налага търсенето на нови архитектурни концепции и модернизиране на наличната технологична база за обучение.

## 3. НОВИ АРХИТЕКТУРНИ КОНЦЕПЦИИ И РЕШЕНИЯ

Голяма част от съвременните системи за автоматизация са подчинени на популярния 5-степенен пирамидален модел на архитектура на индустриалната автоматизация, дефиниран от университета Purdue, който, както е добре известно, включва: ниво 5 - автоматизация на бизнес системи; ниво 4 - автоматизация на производственото предприятие (на ERP - планиране на ресурсите на предприятието), MRP (стратегия на производствено планиране) и MES (системи за управление на производствените процеси); ниво 3 - автоматизация на филиал на предприятието; ниво 2 - автоматизация на машини и технологични процеси; ни-

во 1 - автоматизация на контролери; ниво 0 – полеви устройства, датчици/из-пълнителни устройства.

В общия случай програмното осигуряване работи на обикновени компютри на нива 2, 3, 4 и 5. Нива 2, 3 и 4 обикновено имат интерфейси за комуникация и бази данни, които буферират и синхронизират информацията между всяко едно от петте нива и потребителските интерфейси. Този модел на компютърна обработка обаче е сложен, увеличава експлоатационните разходи и усложнява администрирането. Ето защо тенденциите са към постепенно опростяване на архитектурата.



Фиг.1. Типичен архитектурен модел на система за индустриална автоматизация.

В новите модели за автоматизация контролерите и полевите устройства комуникират с информация към всички нива директно – от ниво 0 и 1 до ниво 4 и 5, като използват подходящите протоколи и особено уеб услуги с основен фокус върху ОРС UA. Тенденцията се развива естествено и динамично, тъй като всяко ново средство за автоматизация, което се появи на пазара, по правило е с по-богата функционалност и по-интелигентно.

Това засяга и полевото ниво - по-мощни контролери, по-умни устройства и сензори и т. н., и общозаводското ниво - по-мощни компютри. Тази посока на развитие се стимулира в голяма степен и от инициативи като Industry 4.0, OPC UA и Консорциум Industrial Internet of Things.



Фиг.2. Концептуален модел на система за индустриална автоматизация с интеграция на производствените и бизнес операции.

OPC UA е единственият засега отворен стандарт за комуникация, създаден на базата на утвърдени в компютърната индустрия стандарти, който свързва промишления софтуер, контролерите и сензорите с корпоративната бизнес система. Спомага за повишаване на производителността и създава условия за реализация на концепцията за дигиталната фабрика.

Технологията OPC UA позволява създаването на ефективна и сигурна комуникационна инфраструктура – от сензора до корпоративното управление за всички нива на автоматизация в производството, SCADA и процесния контрол. PLCopen OPC UA функционалните блокове, които излязоха през април миналата година, са разширения на стандарта IEC 61131-3, които трасират пътя от софтуерния модел на IEC 61131-3 към UA информационния модел.

До неотдавна комуникационната поддръжка на заводските технологии за автоматизация се дефинираше спрямо концепцията за компютърно-интегрирано производство (Computer integrated manufacturing, CIM). В тази йерархична структура отделните устройства бяха проектирани за конкретни задачи, използваха се специфични мрежи за свързване на устройства, изпълняващи една и съща задача на едно и също мрежово ниво. С развитието на технологиите в областта обаче полевите устройства стават все по-мултифункционални, повишава се интелигентността на оборудването, налага се модулният дизайн. Устройства като сензорите например, които традиционно се използват за различни измервателни дейности, в съвременната процесна автоматизация, все по-често се интегрират в системи за мониторинг и прогнозна поддръжка. Така традиционната йерархична структура в стратегиите за процесен контрол постепенно се оказва недостатъчно функционална и бива изместена от разпределена комуникационна архитектура.

Еволюцията на комуникационните технологии изигра огромна роля за трансформацията в структурата на индустриалните системи за автоматизация.

Индустриалните IP технологии все по-масово се прилагат в производствените предприятия по целия свят заради лесната им конфигурация и експлоатация, високата им ефективност при обработка на информация, опростената свързаност и възможността данните за производствените процеси да се интегрират с корпоративната база данни. Ethernet/IP е най-широко използваната Ethernet технология за комуникация в реално време в индустрията. Ethernet/IP технологията използва протокола CIP (Common Industrial Protocol), който е обща основа и за мрежите DeviceNet и ControlNet чрез своите мрежов, транспортен и приложен слой. Common Industrial Protocol (CIP) е разработен специално за индустриални приложения.

В системите за автоматизация в глобален мащаб се увеличава както броят на свързаните устройства, така и обемът на събираната и обработвана информация. Това създава потребност от внедряването на допълнителни системи за контрол и управление на тези устройства, както и на нови аналитични инструменти, които да извличат пълния потенциал на големите обеми събрани данни.

Визията за IoT платформа в индустрията включва интеграция на различни типове и обеми данни от физически сензори и обработката им посредством аналитични инструменти, за да се осигурят възможности за превантивна поддръжка на устройствата и оборудването, прецизен и навременен контрол и адекватна реакция в случай на непредвидени събития.В резултат е налице информация в реално време за статуса на цялата мрежа и на всяко отделно свързано устройство.

Освен технологични иновации са нужни и по-задълбочени системи за събиране на данни, както и съответните по-мощни аналитични инструменти.Базирана на сензори и устройства с все по-ниска цена и консумация на енергия, платформата Internet of Things осъществява директна комуникационна връзка между сензорите, крайните устройства и заводската инфраструктура, която осигурява на операторите и мениджърите необходимата информация за работата и ефективността на системите.

IoT позволява безпроблемна интеграция на множество различни системи и компоненти за автоматизация в една и съща платформа. Посредством стандартни комуникационни протоколи се свързват помежду си контролери и задвижващи механизми, производствено и процесно оборудване, EMS платформи за управление на предприятията, автоматизирани линии. Целта е да се обединят данните от отделните сензори и устройства в обща база и с помощта на аналитични инструменти да се разкрие неизползваният досега оперативен потенциал, както и да се постигне по-съществена оптимизация на процесите и дейностите. Разпределеният характер на процесите в областта на индустриалната автоматизация позволява в тази сфера да се разработват и прилагат облачни технологии. Благодарение на аналитичните инструменти в облачните бизнес платформи, мениджърите на съоръжения в съвременните предприятия могат да се възползват от възможности за прогнозна поддръжка и предотвратяване на повреди и аварии на оборудването чрез предварително идентифициране на потенциалните проблемни зони.

Посредством IoT концепцията и облачните технологии, системите за планиране на ресурси (ERP) и производствените изпълнителни системи (MES) в предприятията могат да функционират като интегрирана платформа, която изпълнява всички необходими бизнес функции, управление на активите и на веригата на доставките, планиране на производствените графици и оптимизация на дейностите.

Анализът и използването на данни играят важна роля в промишления Интернет. Бързо нарастващият брой сензори, вградени системи и свързани устройства (IoT), както и увеличаващата се хоризонтална и вертикална мрежова свързаност на вериги на стойността водят до огромен, непрекъснат поток от данни. Макар че тези гигантски количества данни се събират по протежение на цялата верига на стойността, те често пъти не се използват по структуриран и целесъобразен начин.

Интегрираният анализ на данните дава възможност, наред с другите му предимства, процесите да се разглеждат по интегриран начин и да се оптимизират въз основа на направените констатации.

По този начин информационните технологии в предприятията постепенно еволюират от системи за ресурсно планиране (ERP), за планиране на материалите (MRP), за планиране на производствените ресурси (MRPII) и цялостни системи за управление на производството (MES) в интегрирани програмни пакети, включващи множество бизнес функции, приложения за управление на веригата на доставките, управление на активите, съставяне на производствени графици и оптимизация на производствените процес

# 4. ТЕХНОЛОГИЧНО ОСИГУРЯВАНЕ

Към наличните в катедрените лаборатории физически и функционални модели на индустриални обекти и експериментални макети са свързани различни програмно-технически решения като:

UniSim® Design- Honeywell- програмен пакет от най-висок клас за физико-химическо моделиране на статични и динамични режими на работа на системи за автоматизация. Дава възмоьност за проектиране на производствени процеси, както и платформи за автоматизация, и за извършване на изпитване на проектите чрез симулация посредством виртуализация преди инвестиране във физически инсталации. Safety Manager – Honeywell- интегрирана система за функционална безопасност предназначени да осигурят сигурност в работата на техническото производствено оборудване като не допуснат навлизането на процесите в авариен режим. Freelance Distributed Control System (DCS) ABB – Система за разпределена ав-

Freelance Distributed Control System (DCS) ABB – Система за разпределена автоматизация с комуникационен модул PROFIBUS.

TIA Portal и SIMATIC базирана платформа за индустриална автоматизация, изградена от модулни хардуерни и софтуерни компоненти, разработени в съответствие с философията за тотална интеграция (Totally Integrated Automation) на Siemens, която осигурява пълна хоризонтална и вертикална интеграция на производствения процес осигурена индустриални комуникационни контролери Industrial Ethernet и PROFIBUS.



Фиг.2. Концептуален модел на система за индустриална автоматизация на базата на OPC Server комуникации

KEPServerEX OPC Server- Програма позволява създаването на ефективна и сигурна комуникационна инфраструктура между разнородни физически обекти, хардуерни устройсва и програмни системи.

OPC Toolbox<sup>тм</sup> Функционален пакет позволяваш комуникация в реално време на обекти изграждани със средствата на MATLAB<sup>®</sup> and Simulink<sup>®</sup>- с индустриални контролери и обекти с I/O OPC.

LabVIEW OPC and Real-Time Systems,- интерфейсни адаптери и програмен пакет даващ възможност за виртуализация на измерванията и управлението.

Така получените разширени и усъвършенствани комуникационни и изчислителни възможности на наличните устройства улесняват разработването на все по-цялостна и адаптивна автоматизация, свързваща различни физически обекти компоненти с виртуални инструменти с разширена аналитична функционалност.

Към момента е достигната интегрираност на подсистемите даваща възможност на обучаващите се сами да създават и конфигурират инструменти за анализ, като използват библиотека от примери и сложни алгоритми, както и визуализация на потока от данни за анализ на зависимости. Пакетите TIA Portal, MATLAB<sup>®</sup> and Simulink<sup>®</sup> са мощно средство за анализ на данни и създаване на оптимизации, прогнозиране и за разработка, проектиране настройка и внедряване на системи за индустриална автоматизация на производството, конфигуриране и приложно програмиране на PLC и SCADA и DCS системи.

## 5. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Важността на автоматизацията продължава да нараства в процесните индустрии с отпадането на бариерите между средствата за автоматизация, комуникационните и информационните технологии. Основно предизвикателство днес се оказва както проектирането на комплексни и мащабни разпределени системи за процесна автоматизация, така и обучението на квалифицирани специалисти в областта. За да се отговори на потребностите на съвременните комплексни приложения в процесните индустрии, е необходима безпроблемна хоризонтална и вертикална интеграция на информационните, комуникационните технологии и средствата за автоматизация в цялата структура на индустриалното предприятие. Ключово решение за постигане на тази цел е ефективната интеграция на различните типове процеси и функционални блокове в единна производствена платформа и осъществяването на комуникация между отделните системи.

В контекста на технологичното оборудване за целите на обучението този важен компонент се оказа надеждната работа на KEPServerEX OPC Server, даващ възможност за реализация на разнообразни управляващи архитектури и алгоритми кореспондиращи със някои съвременни концепции в индустриалната автоматизация. Тази технология дава възможност в пълна степен да се използват моделиращите и изчислителни възможности на пакета MATLAB<sup>®</sup> and Simulink<sup>®</sup>. в хетерогенна среда и в реално време, за реализация и верифиция на оптимизационни и аналитични функционалности.

#### ЛИТЕРАТУРА

[1] Industrial Process Automation Systems: Design and implementation, B.R. Metha, 2015

[2] 4 Big Trends that Impact Industrial Automation and What To Do About Them, Brian Oulton, 2014

[3] Тенденции в развитието на процесната автоматизация. Списание Инженеринг Ревю, брой 9/2015

[4] Process Automation Systems of the Future, Anand Iyer, Emerson Process Experts, 2015

[5] Тестирование и обезпечение качества программно технических комплексов на основе използования виртуалних технологических обектов *https://simaticby.wordpress.com/tag/matlab/* 

Автори: Борислав В. Георгиев, асистент, катедра "Автоматизация на Непрекъснатите Производства", Факултет Автоматика, Технически Университет-София; E-mail address: *b\_gueorgiev@tu-sofia.bg*; Методи Г. Георгиев, доц. д-р, катедра "Автоматизация на Непрекъснатите Производства", Факултет Автоматика, Технически Университет-София; E-mail address: *mgeorgiev@tu-sofia.bg*; Ивайло Михайлов, инж., катедра "Автоматизация на Непрекъснатите Производства", Факултет Автоматика, Технически Университет Автоматика, Технически Университет Автоматика, Технически Университет Автоматика, Технически Университет-София; E-mail address: *Metogia.bg*; E-mail address: *Metogia.bg*; Ивайло Михайлов, инж., катедра "Автоматизация на Непрекъснатите Производства", Факултет Автоматика, Технически Университет-София; E-mail address: *No\_m@tu-sofia.bg* 

Постъпила на 23.04.2016

Рецензент: доц. д-р С. Енев

# ИНТЕРДИСЦИПЛИНАРЕН ПОДХОД ЗА ИЗСЛЕДВАНЕ ВЛИЯНИЕТО НА МУЗИКА С ОПРЕДЕЛЕНИ ЧЕСТОТНИ ХАРАКТЕРИСТИКИ ВЪРХУ ПСИХО-ФИЗИОЛОГИЧНИТЕ ОСОБЕНОСТИ НА ЧОВЕКА - ЧАСТ 1

## Александър Маринчев, Десислава Стоицева-Деличева, Борис Киров

**Резюме:** Музиката е силен инструмент за клинични и извън клинични приложения, които в повечето случаи не са подкрепени от научни изследвания. Настоящата статия е посветена на честотен анализ на избрана музикална терапия, с инструментариума на Фурие анализа. Тя е първа част от поредица, която ще разгледа и методология за психо-физиологична оценка на ефекта върху човека, като ще бъдат представени и резултати от прилагането на тази методология в средно по мащаб изследване.

**Ключови думи:** Фурие анализ, музика, човешки фактор, честотни характеристики

# INTERDISCIPLINARY APPROACH FOR EVALUATION OF IMPACT OF MUSIC WITH SPECIFIC FREQUENCY CHARACTERISTICS ON PSYCHO-PHISIOLOGICAL ASPECTS OF HUMANS - part I

## Alexander Marinchev, Desislava Stoitseva-Delicheva, Boris Kirov

**Abstract:** Music is a powerful tool with clinical and non-clinical applications that in most cases are not supported by enough scientific studies. The present paper is focused on Fourier analysis of the frequencies of a specific music intervention. It's Part 1 of a sequel that would also discuss methodology for physiological and psychological evaluation of the effects on human performance and will present the results from applying the proposed methodology on a medium scale study group. **Index Terms:** Fourier analysis, music, human factor, frequency characteristics

## **1. INTRODUCTION**

Music is a set of human cultural universals that is believed to evoke a wide range of emotions such as exhilaration and relaxation, joy and sadness, fear and comfort [1], and even a mixture of all the enumerated [2-4]. People use music to control mood and arousal, to enhance concentration [5]. Armies use it to coordinate movements and increase cooperation [6], human-operators - to improve attention and vigilance [7], athletes - for stamina and motivation [8] etc. The idea of using music as medicine is deeply rooted into human history and dates back to the healing rituals in the tribal-based societies [9]. In present days music continues to be used for promotion of health

and well-being in clinical settings, self-improvement, pain relief, relaxation and psychotherapy. The clinical and non-clinical application of music is generally based on *ad hoc* approach and is not supported by significant scientific studies. The present paper is the first part of a sequel that will discuss the specifics of a certain music intervention from engineering point of view through Fourier analysis, methodology for physiological and psychological evaluation of the effects on human performance and will present the results from applying the proposed methodology on a medium scale study group.

#### 2. FOURIER ANALYSIS AND SOUND PROCESSING

The basic idea of Fourier series is to approximate a given function by a combination of simple cos and sin functions [10].

The functions considered should be defined on an interval, and without much loss of generality it is assumed that this interval is [0, T], where *T* is some positive number. Any function *f* defined on [0, T] gives rise to a related function defined on the whole real line, by simply gluing together copies of *f*. The result is a periodic function with period *T* that agrees with *f* on [0, T].

It is assumed that f is continuous, but the theory can also be extended to functions which are only Riemann-integrable, more precisely, that the square of the function is integrable. The set of continuous, real functions defined on an interval [0, T] is denoted C[0, T].

A real function f defined on [0, T] is said to be square integrable if  $f^2$  is Riemann-integrable, i.e., if the Riemann integral of  $f^2$  on [0, T] exists,

$$\int_0^T f(t)^2 dt < \infty \tag{1}$$

The set of all square integrable functions on [0, T] is denoted  $L^2[0, T]$ .

The sets of continuous and square-integrable functions can be equipped with an innerproduct, a generalisation of the so-called dot-product for vectors.

Both  $L^2[0, T]$  and C[0, T] are vector spaces. Moreover, if two functions *f* and *g* lie in  $L^2[0, T]$  (or in C[0, T]), then their product is also in  $L^2[0, T]$  (or in C[0, T]). Moreover, both spaces are inner product spaces, with inner product defined by

$$\langle f,g\rangle = \frac{1}{T} \int_0^T f(t)g(t)dt$$
<sup>(2)</sup>

and associated norm

$$\|f\| = \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T f(t)^2 dt}$$
(3)

Let  $V_{N,T}$  be the subspace of C[0, T] spanned by the set of functions given by

$$D_{N,T} = \{1, \cos(2\pi t/T), \cos(2\pi 2t/T), \dots, \cos(2\pi Nt/T), \\ \sin(2\pi t/T), \sin(2\pi 2t/T), \dots, \sin\left(\frac{2\pi Nt}{T}\right)$$
(4)

The Nth-order Fourier series  $V_{N,T}$  approximation of f, denoted  $f_N$ , is defined as the best approximation of f from  $V_{N,T}$  with respect to the inner product defined by (2).

The set  $D_{N,T}$  is an orthogonal basis for  $V_{N,T}$ . In particular, the dimension of  $V_{N,T}$  is 2N + 1, and if *f* is a function in L<sup>2</sup>[0, T], denoted by  $a_0, \ldots, a_N$  and  $b_1, \ldots, b_N$  the coordinates of  $f_N$  in the basis  $D_{N,T}$ , i.e.

$$f_N(t) = a_0 + \sum_{n=1}^{N} (a_n \cos(2\pi nt/T) + b_n \sin(2\pi nt/T))$$
(5)

where 
$$a_0 = \langle f, 1 \rangle = \frac{1}{T} \int_0^T f(t) dt$$
,  
 $a_n = 2 \langle f, \cos(2\pi nt/T) \rangle = \frac{2}{T} \int_0^T f(t) \cos(2\pi nt/T) dt$  for  $n \ge 1$ ,  
 $b_n = 2 \langle f, \sin(2\pi nt/T) \rangle = \frac{2}{T} \int_0^T f(t) \sin(2\pi nt/T) dt$  for  $n \ge 1$ .

A major topic in harmonic analysis is to state conditions on f which guarantee the convergence of its Fourier series. By choosing N large enough, any reasonable periodic function can be approximated arbitrarily well by its Nth-order Fourier series approximation. If f is periodic with period T, and has a finite set of discontinuities in each period, contains a finite set of maxima and minima in each period and  $\int_0^T |f(t)| dt < \infty$  is true [11]. With continuous Fourier series function defined on an interval can be decomposed into a linear combination of sines and cosines, or equivalently, a linear combination of complex exponential functions. However, this kind of decomposition is not very convenient from a computational point of view. The coefficients are given by integrals that in most cases cannot be evaluated exactly, so some kind of numerical integration technique would have to be applied.

If it is started with a vector of finite dimension the aim is then to decompose this vector in terms of linear combinations of vectors built from complex exponentials. This simply amounts to multiplying the original vector by a matrix, and there are efficient algorithms for doing this. It turns out that these algorithms can also be used for computing good approximations to the continuous Fourier series [12].

Digital sound is simply a sequence of numbers, in other words, a vector. An algorithm for decomposing a vector into combinations of complex exponentials therefore corresponds to an algorithm for decomposing a digital sound into a combination of pure tones.

A digital sound is a finite sequence (or equivalently a vector) x of numbers, together with a number (usually an integer) fs, the sample rate, which denotes the number of measurements of the sound per second. The length of the vector is usually assumed to be N, and it is indexed from 0 to N – 1. Sample k is denoted by  $x_k$ .

At the outset these vectors have real components, but we are performing Fourier analysis with complex exponentials which will often result in complex vectors. For complex vectors of length N the Euclidean inner product is given by [10]

$$\langle x, y \rangle = \sum_{k=0}^{N-1} x_k \overline{y_k} \tag{6}$$

The associated norm is

$$\|x\| = \sqrt{\sum_{k=0}^{N-1} |x_k|^2} \tag{7}$$

In Fourier analysis of vectors, a vector  $\mathbf{x} = (x_0, \ldots, x_{N-1})$  is represented as a linear combination of the N vectors

$$\Phi_n = \frac{1}{\sqrt{N}} \left( 1, e^{2\pi i n/N}, e^{2\pi i 2n/N}, \dots, e^{\frac{2\pi i k n}{N}}, \dots, e^{2\pi i (N-1)n/N} \right)$$
(8)

These vectors are called the normalized complex exponentials or the pure digital tones of order *N*. The whole collection  $F_N = {\{\Phi_n\}_{n=0}^N}$  is called the N-point Fourier basis [11].

Fourier analysis for finite vectors is focused around mapping a given vector from the standard basis to the Fourier basis, performing some operations on the Fourier representation, and then changing the result back to the standard basis. The Fourier matrix, which represents this change of basis, is therefore of crucial importance.

#### **3. ANALYSIS RESULTS**

The chosen music therapy program consists of 5 subprograms that are believed to stimulate different brain areas and their related functions.

Each subprogram is divided into sets of three plays. In the present paper are shown the results from the performed Fourier analysis for all subprogram and one of their sets of plays.

In order to perform the Fourier analysis, the following code was developed and simply modified for each analyzed file:

```
[snd,fs]=audioread('Data\CD2 Track2.wav');
msnd=(snd(:,1)+snd(:,2))/2;
X = fft(msnd);
dt = 1/fs;
t = (0:dt:(length(X)/fs/2)-dt)';
N = size(t, 1);
dF = fs/N;
f = 0:dF:fs-dF;
FRD=X(1:N);
figure
plot(msnd)
title('Sound'), xlabel('time (samples)'), ylabel('Amplitude (norm)')
figure
semilogx(f,abs(FRD)/N);
title('FFT'), xlim([1 10^5]), xlabel('frequency (Hz)'), ylabel('Amplitude (norm)')
clear all
```

The first subprogram is dedicated to full spectrum stimulation and is stimulating the areas in the brain responsible for attention, concentration and memory. The results from the frequency analysis for its plays are shown on Fig.1-Fig.3. From the Fourier analysis it's visible that in plays 1 and 3 there are frequencies in the whole audible specter. In play 2 there is a concentration of frequencies near 1 kHz.



The second subprogram works for sensory integration and is stimulating the areas connected with processing of different sensory inputs. The results are shown on Fig.4-Fig.6. Plays 1 and 3 are characterized by frequencies distributed between 100 Hz and 1 kHz but with different intensity, and play 2 has groups of frequencies around 100 kHz and around 1 kHz.



Fig.5. Sensory integration, play 2



Fig.6. Sensory integration, play 3

The third subprogram is dedicated to speech, language and listening comprehension. The results from the frequency analysis for its plays are shown on Fig.7-Fig.9. The results show high frequency signals - between 200 Hz and 20 kHz, in all three plays. Play 3 is somehow different by staying in the same frequency rage but with distinctively lower amplitude of the signal.



The fourth and the fifth subprograms are called 'high spectrum' and they should influence mood change, behavior, emotional regulation, sleep, energy, social skills etc.

The results from the frequency analysis for their plays are shown on Fig.10-Fig.12 and Fig.13- Fig.15 respectfully.

Play 1 of the first 'high spectrum' subprogram is characterized by frequencies between 1 kHz and 10 kHz.

Play 2 of the same subprogram has low amplitude signal with relatively wide frequency range - between 200 Hz and 10 kHz. And play 3 is depicted by low intensity, low frequency signal between 200 Hz and 20 kHz.



Fig.15. High spectrum 2, play 3.

Play 1 of the second 'high spectrum' subprogram is characterized by low intensity, low frequency signal between 200 Hz and 20 kHz, similar to the one in play 3 from 'high spectrum'1. For play 2 are typical low amplitude frequencies in the range 500 Hz - 50 kHz which are outside the human audible range (20 Hz - 20 kHz). Play 3 is outlined by low amplitude, low frequency signals in the range 5 Hz - 100 Hz and well-defined high amplitude zone between 200 Hz - 10 kHz.

## **3. CONCLUSIONS**

This paper has presented the results from applying the Fourier analysis for digital sound processing and has discussed the frequency properties of several types of sounds that are believed to influence the human performance in different aspects. The next step of the research is to introduce a physiological and psychological methodology for evaluation of these aspects and acquire results from its implementation on a small scale study group. By doing it the authors intend to be able to prove or disprove the influence of music with the discussed frequency properties on human behavior.

#### REFERENCES

[1] Brown D., (1991), Human Universals, McGraw-Hill, 1991

[2] North A.C., Hargreaves D.J., (1996), Responses to music in aerobic exercise and yogic relaxation classes, Br. J. Psychol. 87, 535–547, 1996

[3] Sloboda J.A.,O'Neill S.A.,(2001),Emotions in everyday listening to music. In Music and Emotion:Theory and Research, Oxford University Press, pp. 415–429, 2001

[4] Sloboda J.A. et al.,(2001), Functions of music in everyday life: an exploratory study using the experience sampling method, Music. Sci. 5, 9–32, 2001

[5] Firlik K., (2006), Another Day in the Frontal Lobe: A Brain Surgeon Explores Life on the Inside, Random House, 2006

[6] McNeil D.,(1995), Keeping Together in Time: Dance and Drill in Human History, Harvard University Press, 1995

[7] Soto D. et al.,(2009), Pleasant music overcomes the loss of awareness in patients with visual neglect, Proc. Natl. Acad. Sci. U.S.A. 106, 6011–6016, 2009

[8] Terry P.C. et al.,(2012), Effects of synchronous music on treadmill running among elite triathletes, J. Sci. Med. Sport 15, 52–57, 2012

[9] Merriam A.P.,(1964), The Anthropology of Music, Northwestern Univ. Press,1964 [10] Ryan Ø., Dahl G., Mørken K.(2012), Fourier theory, wavelet analysis and nonlinear optimization - Lecture notes for the course MAT-INF2360, University of Oslo, 28 March 2012

[11] Миланов С., Ангелов А., Шополов Н., (1977), Висша математика - част четвърта (специални глави), София, ДИ Техника, 1977

[12] McLoughlin I., (2009), Applied Speech and Audio Processing: With Matlab Examples, Cambridge University Press, 2009

Authors: Alexander Marinchev, Ch. Assist. Prof. Dr., Department Continuous Processes Control, Faculty of Automatics, Technical University of Sofia, E-mail address: *amar@tu-sofia.bg*; Desislava Stoitseva-Delicheva, Ch. Assist. Prof. Dr., Department Continuous Processes Control, Faculty of Automatics, Technical University of Sofia, E-mail address: *stoitseva@tu-sofia.bg*; Boris Kirov, Ch. Assist. Prof. Dr., Department Continuous Processes Control, Faculty of Automatics, Technical University of Sofia, E-mail address: *stoitseva@tu-sofia.bg*; Boris Kirov, Ch. Assist. Prof. Dr., Department Continuous Processes Control, Faculty of Automatics, Technical University of Sofia, E-mail address: *boris.kirov@tu-sofia.bg* 

Received 30 April 2016 Reviewer: Assoc. Prof. Dr. Nina G. Nikolova



# ПРИЛОЖЕНИЕ НА СЪВРЕМЕННИ АЛГОРИТМИ ЗА РЕГУЛИРАНЕ НА НИВО ПОСРЕДСТВОМ LABVIEW

## Александър Маринчев

**Резюме:** Регулирането на ниво е широко разпространен процес в съвременните индустриални системи. За различни цели изискванията към качеството на регулиране на ниво са различни, но когато е необходимо да се постигне високо качество на регулиране в голям диапазон на изменение на нивото възникват трудности поради нелинейният характер на обекта за управление.

Целта на настоящата разработка е да се реализира съвременен алгоритъм за регулиране на ниво с помощта на програмната среда LabView и специализирана входно-изходна периферия.

Ключови думи: регулиране на ниво, виртуални инструменти, размита логика

## APPLICATION OF MODERN ALGORITHMS FOR LEVEL CONTROL WITH LABVIEW

## Alexandar Marinchev

**Abstract:** The level control is widespread in modern industrial systems. At different situations level control has different requirements, but when is needed achievement of a high quality of regulation in a wide range of levels there are difficulties because of the nonlinear nature of the controlled system.

The purpose of this paper is to create advanced algorithm for level control by using the LabView programming environment and specialized input-output peripherals. *Keywords:* level control, virtual instruments, fuzzy logic

## 1. ВЪВЕДЕНИЕ

В съвременните индустриални системи са широко разпространени обектите за управление с регулируема величина ниво. Много от тези обекти се описват с нелинейни диференциални уравнения, което създава значителни трудности когато е необходимо постигането на високо качество на регулиране в широк диапазон на изменение на нивото. В последно време съвременните компютърни системи позволяват реализацията на алгоритми със значителна сложност, които са способни да постигнат високо качество на регулирането на ниво в широк диапазон. Целта на настоящата разработка е да се реализира съвременен алгоритъм за регулиране на ниво с помощта на програмната среда LabView.

Използван е алгоритъм за управление с размита логика тъй като той може да се синтезира на база на експертна информация от човек оператор управляващ в ръчен режим обект с регулируема величина ниво [1].

В настоящата работа е приложен алгоритъма разгледан в [1], като са направени някои промени с цел подобряване на качеството на регулиране.

# 3. ОБЩИ СВЕДЕНИЯ ЗА РЕГУЛИРАНЕТО НА НИВО

Регулирането на ниво е широко застъпено в много сфери на индустрията. В различни инсталации е необходимо да се поддържа определен материален баланс, както на течности , така и на насипни материали. Разпространеността на този процес, както и множеството от възможности за поддържане на ниво прави тази тема интересна за изследване.

Постановката за регулиране на ниво се състои от резервоарна система, преобразувател на сигналите и компютър със софтуер, предназначен за работа със съответната система. Резервоарната система представлява два свързани резервоара. Поддържането на нивото се осъществява в първия. Той представлява цилиндър с определено сечение и височина. Водата в него се подава от мембранна помпа и има възможност да изтича във втория посредством два канала. Състоянието на каналите се определя от положението на два сферични крана. Вторият резервоар представлява картер на системата. Водата от първия се втича в него и обратно се връща чрез помпата. Текущото ниво в цилиндричния резервоар се отчита от сензор за налягане (диференциален манометър) [5].

Техническите параметри на системата са:

- Максимално ниво на съда  $H_{max} = 60$ см ± 1см;
- Сечение на цилиндричния резервоар  $A = 78.53 \text{ см}^2$ ;
- Сечение да двата канала за изтичане  $S_n = 0.2827$  см<sup>2</sup>;
- Максимален входен дебит от помпата  $Q_{max}\,{\approx}110$  мл/сек.

Математическото описание на лабораторният стенд се дава от следното уравнение:

$$A\frac{dh}{dt} = k_s U_s - a_z S_n \sqrt{2gh} \tag{1}$$

където:  $k_s$  - коефициент на предаване на помпата;  $U_s$  - напрежение на помпата;  $a_z$  - коефициент на изтичане на течността; g - земно ускорение; h - текущо ниво на течността в съда.

От уравнението се вижда че, обектът за управление е нелинеен. В този случай за да се постигне високо качество на регулиране в целия работен диапазон е необходимо да се използват специфични алгоритми за управление, които в повечето случаи включват някаква нелинейност. Реализирането на такива алгоритми изискват специални технически средства и достатъчен изчислителен капацитет на управляващото устройство.

# 4. ОПИСАНИЕ НА СИСТЕМАТА ЗА УПРАВЛЕНИЕ

В настоящият случай е избран алгоритъм за управление, чиято реализация изисква по-голяма изчислителна мощ от управляващото устройство. За целта е подходящ персонален компютър с 64-битов процесор и 4 GB оперативна памет. Тъй като стандартните персонални компютри за разлика от индустриалните контролери не разполагат с измервателни входове и изходи е необходимо включването на допълнителен хардуер.

В последно време има голямо разнообразие от различни разширителни платки за персонални компютри които позволяват измерването на различни сигланли и обработката им от компютъра, голяма част от тях осигуряват достатъчно бързодействие за употребата им за целите на управлението в реално време.

За целите на настоящата разработка е избрано устройството NI USB-6361, то се свързва с персонален компютър посредством USB интерфейс, което позволява свързването му с почти всички съвременни персонални компютри. NI USB-6361 (от серията NI X) е високопроизводително USB DAQ устройство, което използва нова високоскоростна технология за поточно предаване на сигнали по USB интерфейс. Устройството разполага с 16 високоскоростни аналогови входа със скорост 2MS/s при едноканален режим и 1MS/s при многоканален, 16 битова резолюция и възможност за измерване на напрежения между -10V и +10V. Освен това разползага и с два аналогови изхода, които са също 16 битови и имат възможност за подаване на напрежение между -10V и +10V, скоростта им е до 2,86 MS/s и позволяват протичането на ток до 5mA. Устройството разполага и с 24 цифрови входно-изходни линии, които могат да се използват за високоскоростни броячи, ШИМ и др. с максимална честота от 1MHz.

Избраната платформа за разработване на програмното осигуряване е LabView, тъй като тя пълноценно поддържа всички функции на NI USB-6361. Освен това средата за разработка LabView предоставя лесен за използване и гъвкав графичен интерфейс, чрез който могат да се реализират различни по сложност управляващи алгоритми [2].

За регулирането на ниво е изграден размит регулатор в LabView, като са използвани само стандартните функции на LabView, не са използвани допълнителни специализирани библиотеки, което позволява универсалното приложение на разработеното програмно осигуряване.

Размитият регулатор има структурата показана на фиг.1.



Фиг.1. Структура на размития регулатор.

Входните лингвистични променливи приемат следните терми:

- Променлива "Задание" - "Ниско Задание", "Средно Задание" и "Високо Задание";

- Променлива "Ниво" - "Ниско Ниво", "Средно Ниво" и "Високо Ниво". На всяка терма се съпоставя съответното размито множество зададено с функция на принадлежност както следва:

- Променлива "Задание" - Терма "Ниско Задание" - функцията на принадлежност е триъгълна с начална точка 0, връх 0 и крайна точка 30. Терма "Средно Задание" – функцията на принадлежност е триъгълна с начална точка 0, връх 30 и крайна точка 60. Терма "Високо Задание" - функцията на принадлежност е триъгълна с начална точка 30, връх 60 и крайна точка 60.

- Променлива "Ниво" - Терма "Ниско Ниво" - функцията на принадлежност е триъгълна с начална точка 0, връх 0 и крайна точка 30. Терма "Средно Ниво" – функцията на принадлежност е триъгълна с начална точка 0, връх 30 и крайна точка 60. Терма "Високо Ниво" - функцията на принадлежност е триъгълна с начална точка 30, връх 60 и крайна точка 60.

Изходната лингвистична променлива приема следните терми - "Отрицателно", "Нула" и "Положително" на които се съпоставят размити множества зададени със следните функции на принадлежност "Отрицателно" - триъгълна функция с начална точка -10, връх -10 и крайна точка 0, "Нула" - триъгълна функция с начална точка -5, връх 0 и крайна точка 5 и "Положително" - триъгълна функция с начална точка 0, връх 10 и крайна точка 10.

Функциите на принадлежност за входните лингвистични променливи са реализирани в отделна подпрограма за да се подобри четимостта на програмата. Подпрограмата е показана на фиг.2.



Фиг.2. Подпрограма за размиване

Размитите правила са зададени в табл.1 на размита асоциативна памет:

Таблица 1

Ниво Задание	Ниско	Средно	Високо
Ниско	Нула	Отрицателно	Отрицателно
Средно	Положително	Нула	Отрицателно
Високо	Положително	Положително	Нула

Програмната реализация на тези размити правила е реализирана в основната програма реализираща размитият регулатор (фиг. 4), като с цел оптимизация на кода изчисляването на размитите правила се извършва едновременно с изчисляването на max-min композицията. Реализирана е max-min импликация на Мамдани.

Методът за деразмиване е център на тежестта известен като CoG или CoA [4]. Този метод е подходящ тъй като притежава свойствата непрекъснатост, определеност и правдоподобност, които са основните му предимства пред останалите методи като например методите на максимумите – ляв SoM, среден MoM и десен LoM.

Деразмиването по метода СоА се извършва посредством следната формула [4]:

$$y^{0} = \frac{\int y\mu_{B'}(y)dy}{\int \int \mu_{B'}(y)dy}$$
(2)

където:

у<sup>0</sup> – деразмитата изходна стойност;

у – изходната стойност по повърхността на фигурата образувана от функциите на принадлежност;

μ<sub>В'</sub> – степента на принадлежност на текущата стойност на у към размитите множества.

За деразмиването е направена подпрограма, която намира всички ъгли на фигурата образувана от размитите множества към които принадлежи изхода със съответната им степен на принадлежност. Подпрограмата е показана на фиг.3.



Фиг.3. Подпрограма за определяне на областта на принадлежност на изхода

Размитият регулатор се реализира като се извикват описаните по-горе програмни модули. Програмният код е необходимо да се изпълнява през точно определен интервал от време поради което е използван цикъл while с вграден таймер и е настроен да се изпълнява през 1s. Програмната реализация е показана на фиг.4.



Фиг.4. Програмна реализация на размитият регулатор

Освен програмната реализация на размитият регулатор е направен и потребителски интерфейс, който позволява на човек-оператор да изменя заданието за нивото на течността в съда и в същото време да наблюдава текущата стойност на нивото. Потребителският интерфейс е показан на фиг.5.





## 5. ЕКСПЕРИМЕНТАЛНИ ИЗСЛЕДВАНИЯ И ИЗВОДИ

Извършени са експериментални изследвания с размитият регулатор, като заданието за нивото е променяно ръчно от оператор скокообразно в произволни моменти от време, но само ако текущото ниво е достигнало установена стойност. Първоначално нивото е установено на 10 сm, което е началното ниво на експеримента, след което се подава задание 20 cm, когато нивото се установи заданието се променя на 30 cm, след което и на 40 cm. Експерименталните резултати са показани на фиг.6.



Фиг.6. Експериментални резултати.

От експерименталните резултати се вижда, че регулаторът постига близко качество на регулиране в различните работни точки въпреки нелинейността на обекта за управление. Разработеният регулатор има възможност за последваща настройка посредством която би могло да се постигне и още по-високо качество на регулирането и еднаквост на преходните процеси в различните работни точки.

#### ЛИТЕРАТУРА

[1] Маринчев А., В. Карлова-Сергиева, *Синтез на регулатор със свойства подобни на човека оператор при управление на ниво*, Годишник на ТУ-София, 2015, стр. 185-194.

[2] *LabVIEW User Manual, Part Number 320999E-01*, National Instruments, Austin Texas, 2003.

[3] Taneva A., R. Kazala, I. Ganchev, M. Petrov, *Control system with LabView*, Годишник на ТУ-София, 2015, стр. 207-214.

[4] Младенов, В., Сн. Йорданова, *Размито управление и невронни мрежи.* Изд. на ТУ-София, София, 2006. [5] Маринчев А., В. Карлова-Сергиева, *Експериментално изследване на лабораторен стенд "регулиране на ниво"*, Годишник на ТУ-София, 2014, стр. 195-200.

Автор: Александър Пламенов Маринчев, гл. асистент д-р инж., катедра "Автоматизация на Непрекъснатите Производства", Факултет Автоматика, Технически Университет-София; E-mail address: *amar@tu-sofia.bg* 

Постъпила на 23.04.2016

Рецензент: доц. д-р Васил Т. Гълъбов



# ПЛАН ЗА УПРАВЛЕНИЕ НА ПРОДУКТИВЕН СТАРТ КАТО КЛЮЧОВ ФАКТОР ЗА УСПЕШНО ВНЕДРЯВАНЕ НА СИСТЕМИ ЗА УПРАВЛЕНИЕ НА БИЗНЕСА

## Христина Галева

**Резюме:** Този документ предоставя насоки за управление на фазата "Продуктивен старт" на бизнес софтуерни проекти, чрез представяне на нова методика. Целта на плана за управление на продуктивен старт (ПУПС) е да предостави рамка от технически и бизнес дейности, които да спомогнат за преминаване към нова продуктивна СУБ или обновяване на съществуваща такава. Този документ се фокусира върху проблема за разработка на успешна Методика за управление на фазата "Продуктивен старт" на бизнес софтуерни проекти. Описаната методика предоставя анализ на набор от процеси, модели и добри практики за работа, които могат да осигурят успешното управление на фазата "Продуктивен старт".

**Ключови думи:** План за управление на продуктивен старт; Внедряване на Системи за управление на Бизнеса (СУБ), SAP, Ключови фактори за успех

## CUT OVER PLAN AS A KEY FACTOR FOR SUCCESSFULL IMPLEMENTATION OF ERP SYSTEMS

## Hristina Galeva

Abstract: This study provides guidelines through a newly developed approach concerning Cut Over Plan Management and its appliance during the implementation of Business Information Systems. The aim of the Cut Over Plan (COP) is to provide framework of activities, both technical and business, that will support the transition to a new productive ERP system or upgrade of existing one. The study treats an analysis of number of processes, models and best practices that assures successful Cut Over Management: Model of processes life cycle, Cut Over Plan variants, COP alignment with major stakeholders, Criteria for effective Cut Over Planning, Software environment and tools for planning, maintenance and status updates,.

*Keywords:* Cut Over Plan, ERP Implementation, SAP, Key Success factors, Projects, Integrated information systems, Implementation stages

#### 1. ВЪВЕДЕНИЕ

Еволюцията на Системите за Управление на Бизнеса - СУБ (ERP) изисква интеграция и модулност. Съвременните системи включват широк брой системи, интегрирани в една обща платформа - СУБ. Модулността е необходима, за да задоволи изискванията на компаниите и покрие изискванията на всички процеси. Интеграцията е необходима, за да може отделните модули да работят заедно. Променящите се изисквания, подтикват обновяване на СУБ, което включва интеграция с други СУБ или други системи и модули, с цел задоволяване на нарастващите бизнес нужди.

Компаниите, които внедряват СУБ или надграждат съществуваща платформа или променят съществуващата конфигурация, трябва да съобразяват и отделят необходимото внимание на всяка една от фазите на проекта. Една от фазите на проектите, ключова за успешно внедряване на СУБ е **Управлението на про**дуктивния старт.

Този документ се фокусира върху проблема за разработка на успешна **Методика за управление на фазата "Продуктивен старт" на бизнес софтуерни проекти**. Описаната методика предоставя анализ на набор от процеси, модели и добри практики за работа, които могат да осигурят успешното управление на фазата "Продуктивен старт".

# 2. ОПИСАНИЕ НА ПРОБЛЕМА

## Успешно внедряване на системи за управление на бизнеса (СУБ)

Според "А Guide to the Project Management Body of Knowledge (PMBOK Guide) [1], **Проект** е ограничено във времето начинание, предприето за създаване на уникален продукт, услуга или резултат [1]. Временният характер на проектите означава, че те имат начало и край, което значи и жизнен цикъл. Последният представлява набор от последователни фази на проекта, чието име и номер се определят от контролните нужди на организацията или организациите, намесени в него. Жизненият цикъл може да бъде документиран чрез подходяща методика. Краят на един проект настъпва, когато целите му са постигнати или когато проекта се прекратява, тъй като целите му няма или не могат да бъдат постигнати или ако от проекта няма вече необходимост.

**Какво означава успешно внедряване на проект?** - Успешно внедряване на проект е било дефинирано по много начини, така че да покрива множество критерии. Обаче, с прости термини, успешен проект може да се разглежда, когато покрива четири основни аспекта:

- е завършен по график (Времеви критерий)
- е завършен в рамките на бюджета (Паричен критерий)
- е постигнал всички първоначално поставени цели (критерий Ефективност)
- е приет и използван от клиента, за който проекта е предназначен (критерий Удовлетвореност на потребителя).

Ключови фактори за успех (КФУ) са ограничен брой области, за които резултатите ще осигурят конкурентно предимство при изпълнение. Един от важните КФУ е Управлението на продуктивен старт.

# 3. РЕШЕНИЕ НА ПРОБЛЕМА

#### План за управления на продуктивен старт

Въведеният от SAP AG [8] термин Cutover Plan (СОР) - План за управление на продуктивен старт (ПУПС) е обект на анализ на текущият документ. ПУПС е ключов, тъй като успешното му изпълнение води до плавно стартиране и работа на нова СУБ или обновяване на текуща такава (Активиране на продуктова версия). Това от своя страна означава, че няма да има прекъсване на бизнес процеси и съответно няма да има бизнес загуби за съответната компания.

**Целта** на плана за управление на продуктивен старт (ПУПС) е да се създаде план за работа, по който да се работи непосредствено преди и по-време на продуктивен старт, така че да не се допусне нарушаване или спиране на бизнес процесите. В зависимост от вида на проекта, ПУПС може да бъде изпълнен в рамките от един уикенд, при активиране на продуктова версия и в рамките на един до няколко месеца, при внедряване на нова система.

Времето, през което системите (нови или съществуващи) са недостъпни за потребителите, за изпълнение на бизнес процесите трябва да бъде минимално [3]. Всеки ПУПС трябва да покаже дали зададеният времеви интервал за недостъпност на системите е достатъчен за изпълнението му. Ако се установи, че времевия интервал е недостатъчен, то е необходимо да се направи допълнителен анализ и да се разработят допълнителни процедури за управление на засегнатите дейности. Взимането на финално решение зависи от конкретните параметри и премахва емоцията от процеса, което е предпоставка за успех [4].

Процесът по управление на продуктивен старт на информационни системи предосатвя рамка за дефиниране на дейностите, които трябва да се изпълнят както като подготовка за продуктивен старт, така и за времето непосредствено след продуктивен старт. Процесът включва детайлно описание на дейностите и обхвата на работата, която трябва да се извършат, извършване на оценка на очакваното натоварване, разработване график за изпълнение на дейностите, изготвяне на критерии за успешно изпълнение на ПУПС, изготвяне на списък на критичните процеси и контролни точки, и таблица на времената за спиране и започване на критичните бизнес процеси.

Този документ се фокусира върху проблема за разработка на успешна Методика за управление на фазата "Продуктивен старт" на бизнес софтуерни проекти. Описаната методика предоставя анализ на набор от процеси, модели и добри практики за работа, които могат да осигурят успешното управление на фазата "Продуктивен старт":

- Модел на жизнен цикъл за управление на процесите
- Модели на План за управление на продуктивен старт
- Програмна среда за планиране, поддръжка и определяне на статуса на ПУПС
- Критерии за ефективно планиране
- Разработване на екипна организация
- Осигуряване на информационно осигуряване
- Съгласуване на плана за управление на продуктивен старт
- План за действие в непредвидени ситуации

• Ключови фактори за успех на ПУПС.

Правилното изпълнение на изброените компоненти на методиката трябва да доведат до успешно управление на продуктивен старт и в частност на ПУПС. Успешен план означава да се намери компромис на противоречието да се спрат продажбите на компанията и да се стартира нова СУБ или да се активира нова версия на СУБ, т.е. да се намали цената на неполучените приходи за всеки ден, в който компанията не работи.

## Етапи на процеса по управление дейностите за продуктивен старт

Може да се каже, че етапите на процеса по планиране на продуктивен старт са подобни на тези на планиране на проект. Като пример стандарта ICB version 3 покрива посочените етапи в частта Технически компоненти [2], а PMBOK [1] в множество части от стандарта. Тъй като за етапите на планиране на проект има множество литература и публикации, изложението по-долу е насочено по-скоро към практични насоки, свързани с организацията на процесите, отколкото теоретичното им представяне.

Етапите на процеса по планиране на фазата "Продуктивен старт" на проект за внедряване на СУБ могат да се обособят по следният начин:

- Дефиниране на модел на жизнен цикъл и среда за планиране на ПУПС
- Разработване на цели, обхват и работна структура на ПУПС (WBS Work Breakdown Structure )
- Разработване на финалната работна структура на проекта и Екипна организация
  - о Дефиниране на отговорности на членовете на екипа
  - о Разпределение на работата между членовете на екипа
- Разработване на зависимости и продължителност на задачите
- Създаване на График за изпълнение на плана
- Определяне на критерии за ефективно планиране.

# Методология asap на компанията SAP AG

Използваната от SAP AG методология за внедряване на СУБ ASAP е от водещите в света. Повечето компании, които внедряват SAP софтуер използват методологията ASAP 8 [5]. Процедурата на SAP относно дейностите по продуктивен старт е кратка и предоставя пълна свобода на внедряващата организация за специфичното и разработване. По-изчерпателна информация се съдържа в списъка на транзакционни и основни данни, които трябва да се мигрират към новата система, разпределени по модулите на отделните системи на SAP [6]. Според ASAP, планът покрива дейностите по финална подготовка на продуктивната система както следва [7]:

- 1. Създаване на план за управление на продуктивен старт
- 2. Създаване на финална Контролна таблица
- 3. Създаване на План за действие в непредвидени ситуации
- 4. Определяне на таблица за преобразуване и график на трансфер на финалните данни (основни и транзакционни данни)
- 5. Тестване на оперативната работа на новата система.
В допълнение към тази процедура е необходимо внедряващата организация да добави редица области за управление, включително управление на бизнес процесите, по време на продуктивния старт. В следващата точка са дадени практични насоки за управлението на фазата "Продуктивен старт".

# Насоки за управлението на фазата "продуктивен старт" Дефиниране на Методика за управление дейностите по продуктивен старт

- В процеса на изграждане на методиката, ръководителят на проекта/фазата Продуктивен старт трябва да бъде подкрепян с информация от бизнес функциите и техническите екипи на корпоративно ниво.

Като начало, трябва да се направи преглед на съществуващите методики на компанията производител на СУБ. В повечето случаи, ПУПС се прави само за техническите дейности/стъпки в системите, включващи финални системни настройки, трансфер на начални салда и баланси, и трансфер на транзакционни данни от старата в новата система. Това налага, методиката, необходимите модели и планове да се създават индивидуално за проект от съответната организация внедряваща софтуерния продукт. Някои от важните въпроси/области, които трябва да се вземат в предвид, могат да се обобщят както следва:

- Какъв е вида проект: Прототип, Пилот, Деплоймънт, Активиране на продуктова версия, др.?
- Изготвяне на списък с наличните СУБ и всички сателитни и/или придружаващи софтуерни решения – основна СУБ, мобилни решения, СRM, ВІ, Складови решения, Производствени решения, др.
- Изготвяне списък на всички интегрирани бизнес процеси, които трябва да се управляват (видове процеси, функционални области, има ли процеси с непрекъснат работен цикъл?, т.н.)
- Колко бизнес организации се управляват в дадената СУБ или набор от СУБ?
- Дали процесите са организирани в една обща софтуерна и хардуерна среда?
- Съществуват ли процеси, които работят в различни часови зони? При наличие на големи разлики в часовите зони се изисква много сериозна организация при спиране и поддръжка на системите.
- Какви са локалните правни изисквания за времето на продуктивен старт? Дали датата за продуктивен старт съвпада с началото/края на фискалната година?

Разработената методика трябва да дефинира: Процесите, по които ще се работи; Как трябва да се променят временно времената за изпълнение на бизнес процесите?; Как трябва да се инсталират/ъпгрейдват мобилни устройства в масов режим?; Как трябва да се организира работата по процеси в рамките на времето, когато системите са спрени?; Как трябва да се комуникират проблеми и решения, свързани с продуктивния старт?; Какви процедури за работа трябва се прилагат, в случай че продуктивна система не е налична в планираното време?; Каква е процедурата за забрана за процесни и системни промени за определен период от време?; др. **Ролята на Централен ПУПС Координатор** - В стандартните проекти за внедряване на нова софтуерна система или продуктова версия, дейността по ПУПС се координира от Ръководителя на проекта или от ИТ ръководител или от бизнес човек. Това предполага, че съответният човек има специфични познания отнасящи се само до методиката на водене на проект; или технически познания за внедрявания софтуер или други подобни продукти; или само за бизнес процесите. От друга страна, това означава, че съответните хора имат и други основни задачи, което налага постоянно динамично приоритизиране на задачите. Също, в наличната документация относно методологиите за водене на проекти няма изрични препоръки за създаване на отделна роля на ПУПС Координатор.

Създаването на роля на Централен ПУПС Координатор позволява дейността по управление плана за продуктивен старт да бъде координирана и ръководена централно от служител, който е ангажиран изцяло само за тази дейност. Тази роля е критична за успешното приключване на проекта. Тя трябва да има обявени правомощия, което и дава възможност да изисква решения и действия от висшия управляващ състав на компанията. ПУПС Координаторът съгласува всички аспекти на ПУПС, вкл. Времената за спиране и започване на критичните бизнес процеси. Служителят, който изпълнява ролята трябва да има познания за основните бизнес процеси, интеграцията между тях и техническите решения, посредством които са реализирани; да познава бизнес екипите, проектните екипи, техническият екип.

Съсласуване на плана за управление на продуктивен старт с управленския състав на компанията - След създаването на ПУПС, е необходимо той да се съгласува с висшия управленски състав на компанията, централния проектен и бизнес екипи. Това се прави с цел всички заинтересувани страни да се съгласят и поемат ангажимент за спазването на взетите решения.

Съгласуването на плана трябва се направи в началото на плановия процес. В последствие, е удачно да се правят регулярни срещи за преглед на текущият статус и за дискутиране/решаване на потенциални проблеми. Това означава, че се взимат решения за превантивни мерки за отстраняване на потенциални проблеми, а не решаване на аварийни проблеми. Всички непланирани ситуации и резервни планове също трябва се съгласуват. Този процес се реализира с цел висшият управленски състав да участва активно в него. Той е ключов фактор за успешното изпълнение на ПУПС.

Бизнес планът за край/начало на фискалната годината трябва също да се съгласува с техническият ПУПС (в повечето случаи, продуктивен старт на нова СУБ съвпада с началото на фискалната година). Напр. ако отделът по продажби планира големи промоции в края на годината и не ги съгласува с отделът по логистика и производство, то може да се получи липса на наличности. Този проблем може да се препише като системен проблем при започване на работа в нова система. Тогава трябва да се отдели време да са анализира и да се покаже, от къде идват проблемите – от бизнес процеса или от новата система. Предварителното съгласуване на бизнес плана с ПУПС е фактор за избягването на подобни ситуации. В редица проекти ПУПС не се съгласува предварително, а определени управляващи функции взимат решенията и ги комуникират до участниците само за реализация. Често пъти това води до липса на решения по всички важни процеси или несъобразяване на интеграцията между тях.

Интегриран модел на План за управление на продуктивен старт и работа на повече от една бизнес организация - На теория всеки проект за внедряване на софтуерна платформа за управление на бизнеса се разглежда като проект с продуктивен старт на една бизнес операция. На практика, внедряването на подобна софтуерна платформа се извършва изключително рядко за повече от една бизнес организация. Обаче, когато СУБ се активира за повече от една бизнес организации, планът за продуктивен старт трябва да осигури успешен старт за всички бизнес организации по едно и също време. Ако има дейности, които изискват спиране на една или повече системи, заради една бизнес организация, то всички останали трябва да се съобразят с това. Респективно, всички заключителни дейности по продуктивен старт трябва да се планират, синхронизират и съгласуват за всички общи аспекти. Ако компанията е мултинационална и се работи в различни часови зони, то това води до допълнително стесняване на времевият прозорец, в който могат да се извършват планираните продуктивни стартове или поддръжка на системите (вкл. Спирането им). Това налага изключително прецизно съставяне на плановете, много добра комуникация на всички аспекти от плана от най-високото, до най-ниското ниво в организациите.

Всяка компания, внедряваща СУБ решава индивидуално как да структурира ПУПС, какво ниво на детайлност на задачите да използва, какви времеви единици да използва (седмици, дни, часове), какъв вид балансиране на плана да направи (базиран на усилия, на време или относителни единици), дали да свърже задачите в автоматичен модел за изчисление на графиците или не, дали да балансира натоварването на индивидуалните ресурси (изпълнителите на задачите от плана), каква класификация на задачите да направи, кои задачи да се дефинират като контролни за определяне на статус и т.н. Крайният модел на ПУПС трябва да е напълно интегриран и синхронизиран между всички процеси и организации, и часови зони.

Основен градивен елемент на ПУПС е **Таблица с индивидуални времената за спиране и започване на дейностите за критичните бизнес процеси**. Тези времена представляват дати и час, на които ключовите за организацията бизнес процеси трябва да бъдат спрени (преди продуктивният старт) и кога трябва да започнат (след продуктивният старт). Дефинирането на тези времена цели:

- Да се създаде детайлен график на дейностите по спиране на процесите и започване на процесите около датата на продуктивен старт;
- Да се идентифицират тесните места в ПУПС и да се вземат необходимите мерки за решаването им;
- Да се верифицира за надеждност графика за продуктивен старт;
- Да се използват като отправна точка за детайлизация на задачите и времената по ПУПС и да се съгласуват детайлните задачи;

- Да се идентифицира натоварването за отделните процеси (кои процеси/системи/приложения ще имат голямо натоварване и по кое време);
- Да се създаде Комуникационен план до всички заинтересувани страни (вътре в организацията, навън от организацията до клиенти и доставчици, банки);
- Да се индицират какви ресурси ще са необходими за поддръжка по време на продуктивен старт (кой, кога, колко време);
- Да се организира по-добре и по-лесно изпълнението на ПУПС.

Основна препоръка при дефинирането на начало за бизнес процеси е да се направи план със стъпково увеличение броя процеси, които се активират всеки ден след продуктивния старт. Не се препоръчва да се започнат всички процеси на една дата или да се започне с пълен обем на изпълнение на процеси. Постепенното увеличение на активни процеси позволява да се работи с достатъчно внимание върху лимитирания брой процеси в началните дни и да се даде възможност за бързо отстраняване на проблеми. От друга страна, ако се планира пълен обем работа на процеси, а възникнат проблеми и забавяне в изпълнението им, това ще доведе до натрупване на забавяния и негативно отношение от клиентите на процесите.

Програмно осигуряване - Има много софтуерни приложения, които позволяват по-лесното съставяне, поддържане и следене изпълнението на ПУПС. В зависимост от големина и комплексността на плана, може да се използва MS Project MS Project Сървър, MS Excel, SharePoint, др. Като пример, MS Project дава възможност за автоматизирано свързване на задачите, посредством създаден модел с метод за календарно и времево планиране/изчисление на графика, различни методи за балансиране на графика, автоматични отчети и др. Така цялостният модел позволява да се верифицира коректността на дефинираните желани стоп/старт на процеси и дали ПУПС отговаря на критериите за ефективност, и да се следи изпълнението му. Използването на софтуер за ПУПС намалява значително техническото време за поддръжка, комуникация и прозрачност на процеса.

*Критерии за ефективност на ПУПС* - Критериите за изпълнение на плана, качеството на плана и изпълнението на процедурите трябва да се включват в процеса по мониторинг и контрол. Изброените по-долу критерии, могат да се използват за проследяване и управление на планираните дейности:

- Адекватност на модела Дали Индивидуалните времена за спиране и започване на дейностите за всички критични процеси са дефинирани? Дали дефинираните времена се вписват в зададения период за подготовка на продуктивен старт (отнася се както за техническите времена, така и за бизнес времената)? Дали зададените времена се спазват по време на изпълнение на ПУПС?
- Завършеност на графика Има ли дефиниран период (начало и край) на създаване на ПУПС? Има ли задачи с критични времена и как се управля-

ват те? Има ли процеси, посредством които да се разрешават конфликти в плана (времеви, процедурни, т.н.)?

- Работни усилия Сравнение на количеството планирани усилия спрямо очакваната работа. Как се оценяват очакваните усилия, какви методи се използват статистически или други подходящи за съответния план? Реалистично ли са изчислени очакваните усилия за изпълнение на плана?
- Разпределение на ресурсите Има ли дефиниран изпълнител за всяка индивидуална задача от плана? Има ли изпълнители, които трябва да изпълняват повече задачи, които надвишават капацитета им в зададения период? Как се разрешават конфликти свързани с разпределението на ресурсите?

#### 4. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Настоящата работа има за цел да предложи на специалистите насоки за използването на методика за успешно планиране на дейностите по управление на продуктивен старт, като част от финалната фаза на проект за внедряване на софтуер за управление на бизнеса. Представените насоки са част от методиката, разработена от авторката и използвана в компанията Кока Кола Хеленик (ККХ) [9]. Пълното прилагане на предлаганата методика се извършва при стратегически и големи СУБ проекти на компанията, в периода 2008-2014 година. Мащабът на СУБ платформата и обемът на обработваните данни в ККХ се класифицира като едно от най-големите в света на SAP софтуера.

От проведените изследвания и направените анализи са получени редица приложни резултати, които могат да бъдат обобщят по следният начин:

- Създадена е Методика за планиране дейностите по продуктивен старт на Пилот, Деплоймънт проекти и Активиране на Продуктова версия.
- Дефинирана е Роля на Централен Координатор План за управление на продуктивен старт.
- Дефиниран е процес по съгласуване на плана за управление на продуктивен старт с всички управляващи.
- Разработен е Интегриран модел на План за управление на продуктивен старт и работа при управление на повече от една бизнес организация.
- Разработени са процедури за поддръжка на процеса и програмно осигуряване.
- Разработена е методика за ПУПС, която може да се използва и в различни компании от различни области на бизнес, които планират да внедрят СУБ, или да надграждат или да заменят текущите си системи за управление на бизнеса.

#### ЛИТЕРАТУРА

[1] Project Management Institute, Inc.: A Guide to the Project Management Body of Knowledge (PMBOK Guide), 4th Edition, 2008.

[2] IPMA - International Project Management Association. ICB - IPMA Competence Baseline Version 3.0, June 2006, http://ipma.ch/resources/ipmapublications/ipma-competence-baseline/

[3] Riedel M., Managing SAP® ERP 6.0 Upgrade Projects, Galileo Press, 2009, Chapter 5, www.sap-press.com.

[4] Kalaimani J., SAP Project Management Pitfalls. How to Avoid the Most Common Pitfalls of an SAP Solution, Apress, 2016, Chapter: Approach to Cut Over and Go Live Best Practices.

[5] Musil J.: ASAP 8 Deep Dive into Methodology Framework for SAP Projects and services, SAP AG, 2011

[6] D. Rajen Iyer and Suresh Veeraraghavan, Effective Pricing with SAP® ERP, Galileo Press, 2012, Chapter 6, www.sap-press.com.

[7] SAP AG : ASAP 8, https://support.sap.com/support-programsservices/methodologies/implement-sap/asapimplementation.html#tabSelector#0\_0#1\_0

[8] Dr. Werner Brandt, CFO and Member of the Executive Board, The Market Leader in Business Applications, SAP AG, Deutsche Bank European TMT Conference 2010, London, September 10, 2010 (www.sap.de).

[9] http://www.coca-colahellenic.com

Автор: Христина Галева, маг. инж. Докторант, катедра "Автоматизация на Непрекъснатите Производства", Факултет Автоматика, Технически Университет-София; E-mail address: *hristina\_galeva@yahoo.co.uk* 

Постъпила на 23.04.2016

Рецензент: доц. д-р В. Гълъбов



## ЕНЕРГОЕФЕКТИВНО РАЗМИТО АДАПТИВНО НА ОСНОВА НА СУПЕРВАЙЗОР УПРАВЛЕНИЕ НА НИВО

### Владимир Янков

**Резюме:** Управлението на ниво осигурява технологичен запас, материален и енергиен баланс, филтриране на смущения и свързаност между променливи и оптимални режими на редица енергоемки промишлени инсталации. Обектът е нелинеен, без надежден модел и труден за управление с класически методи. Тук се предлага синтез на нелинеен адаптивен енергоефективен регулатор на база на размити множества и генетични алгоритми без нужда от модел на обекта и анализ на устойчивост на затворената система. Управлението на ниво в реално време с размити регулатори и супервайзор за он-лайн адаптация на мащабните му коефициенти и негова апроксимация с паралелно разпределена компенсация поддържа избрани показатели (вкл. енергийни) в желани норми. Ключови думи: ЛМН, МАТLAB<sup>TM</sup>, ниво, паралелно-разпределена компенсация, размити регулатори, реално време, супервайзор, устойчивост.

#### ENERGY-EFFICIENT FUZZY SUPERVISOR BASED ADAPTIVE LEVEL CONTROL

# Vladimir Yankov

**Abstract**: Level control ensures technological reserves, material and energy balance, filtering of disturbances and coupling effect among variables and optimal operation mode for many high energy consuming industrial installations. The plant is nonlinear, without reliable model and difficult to control by classical means. Here a model-free design of a nonlinear adaptive energy-efficient controller on the basis of fuzzy logic and genetic algorithms and analysis of the closed loop systems stability are suggested. The real time level control by the fuzzy logic controller and supervisor for on-line adjustment of its scaling factors and the parallel distributed compensation equivalent keeps selected performance and energy-efficiency indicators to their desired norms. **Keywords:** fuzzy controller, level, LMI, MATLAB<sup>TM</sup>, parallel-distributed compensation, real time, stability, supervisor.

### 1. ВЪВЕДЕНИЕ И ПОСТАНОВКА НА ЗАДАЧАТА

Енергоефективното управление на ниво е актуален проблем, свързан с осигуряване на необходимия технологичен запас, материален и енергиен баланс на редица енергоемки промишлени инсталации от енергетиката, хранително-вкусовата, химическата др. индустрии [1]. Обектът за управление е нелинеен, инерционен, многосвързан, с моделна неопределеност – сложен за моделиране и управление с класически методи. Управлението му при минимум разход на енергия изисква интелигентни подходи. Перспективни са методите за интелигентно адаптивно на основа на супервайзор управление при съчетаване на техниките на размитата логика, размитоневронните структури и генетичните алгоритми (ГА), осигуряващи устойчивост и добри показатели на процесите в затворената система (ЗС) при икономия на енергия и робастност към неопределености [2-6].

Размитата логика позволява да се използва човешкия опит, да се обработват словесни описания, да се синтезира размит регулатор (PP) без необходимост от модел на обекта – особено важно при управление на сложни обекти.

Невронните мрежи осигуряват обучение от експериментални данни и подобряват адаптивните свойства на PP. ГА са в основата на обективизация на настройката на параметрите на PP – мащабните коефициенти (МК), функциите на принадлежност (ФП) и размитите правила. Този безградиентен подход осигурява многокритериална глобална оптимизация с паралелно случайно търсене, удобно при нелинейни целеви функции на много параметри.

Адаптивните интелигентни регулатори по подобие на класическите адаптивни са: размити адаптивни регулатори с еталонен модел, размити самоорганизиращи се регулатори и размити самонастройващи се регулатори [2, 7]. Размитата компонента се въвежда в еталонния модел, обратния модел на механизма за адаптация или модификатора на правилата. Адаптивно се променят: 1) МК на РР [8] за равномерна промяна на коефициента на РР; 2) параметрите на ФП за промяна на коефициента на РР; 2) параметрите на ФП за промяна на коефициента на етази от тях, които причиняват влошаване на показателите на системата.

Супервайзорното размито управление се разглежда като базирано на показатели адаптивно управление, което използва оценки на избрани показатели на системата по надеждни измерими он-лайн променливи, които се подобряват чрез влияние най-често върху МК като най-ефективен подход [3]. Регулаторът се състои от основен регулатор на първо ниво - линеен, размит или невронно-размит за осигуряване на устойчивост и добри показатели на качеството на регулиране в ЗС, и размит супервайзор на второ ниво за нелинейна он-лайн настройка на основния регулатор с цел подобряване на избрани показатели и енергийната ефективност на управлението.

Известни са различни методи за синтез и алгоритми за адаптация на основа на размит основен регулатор и размит супервайзор за различни приложения, предимно използващи адаптация на МК на РР [7,10-12]. В [14] е предложен системен подход за ГА многокритериална оптимизация при синтеза на супервайзор за адаптация на параметрите на ПИД регулатор като претеглена сума от критерии. В [15] е разработен супервайзор с използване на наблюдател на относителната скорост на промяна на грешката (relative rate observer RRO) за он-лайн настройка на МК и коефициентите в ПИ допълнителната обработка на ПИД РР, като това е реализирано на програмируем логически контролер. В [16] принципът на RRO е сравнен с други методи за синтез на супервайзори.

Независимо от напредъка в разработване на енергоикономични адаптивни системи за интелигентно управление (АСИУ) все още липсва независима от приложението обща методология за проектиране и анализ на устойчивостта им. Това определя целта и задачите на настоящата статия.

# 2. TAKAGI-SUGENO-KANG (TSK) МОДЕЛИРАНЕ НА ОБЕКТА ЗА ИЗСЛЕДВАНЕ

Лабораторният модел на обекта за управление е представен на фиг.1. Регулируемата величина е нивото *H* на течност в резервоар, която се измерва с





Фиг.1. Лабораторен модел на обекта за управление

Фиг.2. Идентификация на обекта в отворен контур

преобразувател на налягане. Законът за управление се реализира софтуерно. Връзката между лабораторния модел и компютър става с интерфейсна платка DAQ NI-6014. Поддържането на желано ниво  $H_3$  се осъществява чрез промяна на оборотите на постояннотокова помпа от усилвател на мощност на чийто вход постъпва управляващото въздействие U от регулатора.

От преходните процеси показани на фиг.2 се вижда, че обектът е нелинеен, което изисква за моделирането му да се приложат интелигентни подходи на база на размита логика и ГА. Търсеният размит модел трябва точно в смисъл на приетия критерий да апроксимира променливата динамика на обекта в три негови работни точки при произволен входен сигнал в зададен обхват. Затова е необходимо входните сигнали към обекта да бъдат с достатъчно богата амплитуда и честота, което от своя страна налага провеждане на идентификация в затворен контур. За целта се синтезира линеен ПИ регулатор, параметрите на който се настройват по емпиричен метод [3] за осигуряване на до 20% пререгулиране  $\sigma$  в системата:

$$K_p = 0.3T_{\min} / (K_{\max}\tau_{\max}) = 0.67; T_i = 0.6T_{\min} = 18s, \qquad (1)$$

където  $K_{\text{max}} = 1.7s$ ,  $T_{\text{min}} = 30s$  и  $\tau_{\text{max}} = 8s$  са най-лошите от гледна точка устойчивост на ЗС стойности за параметрите на получените трипараметрични модели по преходните характеристики на фиг.2. Снемат се преходни процеси от управление на обекта в реално време при три задания. Диапазоните на изменение на управляващия сигнал и нивото са  $D_u \in [0-7]$  VDC и  $D_h \in [0.78-10]$  ст. На тази основа се синтезира размит TSK модел със структурата от фиг. 3, състояща се от размита (Сугено) и динамична части. Сугено частта е от нулев ред с гаусови ФП за входа. Предполага се три области на линейна работа на обекта - *S* (ниско ниво), *M* (средно ниво) и *B* (високо ниво), като във всяка област динамиката на обекта се описва с две апериодични звена. Методът за извеждане на размито заключение е претеглено средно от степените на активация за всяко правило.



Фиг.3. ТSK модел на обекта.

ЗС от TSK модела и ПИ регулатора се симулира в Simulink при същите задания и с помощта на ГА се намират параметрите на TSK модела: начално ниво, коефициенти и времеконстанти на апериодичните звена на динамичната част и параметри на гаусовите ФП в Сугено частта. Минимизира се целевата функция (2) на грешката между изхода на обекта  $H_e(t)$ и изхода на TSK модела  $H_{TSK}(t)$ :

$$F_{p} = \int_{0}^{t} \left\{ \left[ H_{TSK}(t) - H_{e}(t) \right] / H_{e}(t) \right\}^{2} dt \rightarrow \min_{q_{TSK}}.$$
(2)

В резултат на оптимизацията е достигната минимална стойност  $F_p = 1.11$  при оптимални параметри на TSK модела:

$$q_{TSK} = \begin{bmatrix} K_1 = 1.16, K_2 = 1.41, K_3 = 1.25, T_1 = 40.85, T_2 = 77.4, T_3 = 80.13, T_4 = 10.4, y(0) = 0.88, \\ S_{sigma} = 1.58, S_{mean} = 2.78, M_{sigma} = 0.77, M_{mean} = 7.78, B_{sigma} = 0.92, B_{mean} = 8.3. \end{bmatrix}.$$

На фиг.4 е показано сравнение на преходните процеси в ЗС с линеен ПИ регулатор в реално време и от симулация с оптималния TSK модел. Квадратът на относителната грешка между двата изхода е под 1%.

ТЅК моделът е валидиран при различни входни въздействия в допустимия интервал, като резултатите са дадени на фиг. 2. Максималната относителна квадратична грешка между $H_e$  и  $H_{TSK}$  е под 5%, което доказва адекватността и точността на модела за целите на симулация при определяне на супервайзор.

#### **3.** СИНТЕЗ И ИЗСЛЕДВАНЕ НА СИСТЕМА С РАЗМИТ АДАПТИВЕН РЕГУЛАТОР НА ОСНОВА НА СУПЕРВАЙЗОР

Променливостта на параметрите на обекта в различните работни точки вследствие на неговата нелинейност обосновава необходимостта от използване на размит нелинеен алгоритъм за управление. С помощта на второ размито супервайзорно ниво, явяващо се надстройка на ЗС с основен размит регулатор (OPP), съществено се подобряват показателите на качество на преходния процес. То спомага конкретни показатели да се поддържат в определена норма, чрез настройка на МК на OPP и затова съчетанието от OPP и размит супервайзор (PC) може да се причисли към класа на адаптивните системи с пряка адаптация. Синтезът на АСИУ се състои от синтез на OPP и синтез на PC.

#### СИСТЕЗ НА ОСНОВЕН РАЗМИТ РЕГУЛАТОР

Приема се ПИ размит скоростен регулатор (фиг.5), като най-широко използван в практиката, отличаващ с бързодействието си и основа за изграждане на ПИД. За получаване на  $\dot{y}$  се използва диференциатор  $W_d(s) = K_d T_d s / (T_d s + 1)$ . Допълнителната обработка (ДО) за ОРР е интегратор  $W_2(s) = K_{du} / s$ . Размитата единица (РЕ) е тип Мамдани, синтезирана със стандартни (триъгълни и трапецовидни), нормализирани в обхвата [-1, 1] ФП и 15 твърди размити правила. МК за входовете са  $K_e$  и  $K_{dy}$ . Синтезът на ОРР най-често се свежда до настройка на параметрите на предварителната (ПрО) и ДО [13] обработки:

$$q = \lfloor K_d, T_d, K_e, K_{dy}, K_{du} \rfloor.$$

Използват се емпирични данни за обхватите на изменение на грешката в системата e,  $\dot{y}$  и промяната на управлението  $\Delta u$ . За ПИ ОРР са определени:  $K_d = K_{dy} = 1, T_d = 10; K_e = 1/|e_{max}| = 0.3, K_{du} = 0.2; T_d = (5-20)\Delta t, t = 0.1\tau_{cpedho} = 0.5.$ Управлението в реално време с ПИ ОРР води до подобрение на показателите на преходните процеси във всички работни точки в сравнение с линейния ПИ регулатор - фиг.6.



Фиг.4. Преходни процеси с линеен ПИ регулатор и с ТSK модел



Фиг.6. Преходни процеси с ПИ ОРР и линеен ПИ



Фиг.5. Затворена система със скоростен ПИ ОРР.

#### СИНТЕЗ НА РАЗМИТ СУПЕРВАЙЗОР

Синтезът на PC включва два етапа - структурен синтез и синтез на PE и настройка на коефициента  $K_{FLS}$  на изхода на PE. Структурният синтез се заключава в следните стъпки:

 Определяне на показателите, които следва да се подобрят с помощта на PC – анализират се процесите по ниво и управление в системата с OPP. Показателите Π<sub>i</sub> трябва да отговарят на условията: а) да се оценяват по он-лайн измервания на достъпни величини: y, y<sub>3</sub>, e, u, Δu, ý и др; б) да са известни областите им на изменение D<sub>Πi</sub>; в) да може за всеки показател да се дефинира терма "Норма" за желаната или най-срещаната област.

В настоящото изследване чрез различни РС се търси оптималната област на един или два от следните показатели: минимално  $\sigma$  и недорегулиране, оценявани с  $\Pi_1 = y / y_3$  с норма около едно (PE 1); минимален модул на грешката  $\Pi_2 = |e|$  с норма близка до нула (PE 2); и максимална робастност - минимално влияние на промените в коефициента на обекта  $K_k$ , оценен в текущия момент  $t_k - \Pi_3 = K_k, K_k = \Delta y_k / \Delta u_{k-d}$ , с d се отчита средното закъснение в обекта  $\tau_{cpedho} = d\Delta t$  по експертна оценка,  $\Delta y_k = y_k - y_{k-n}, \Delta u_{k-d} = u_{k-d} - u_{k-d-n}$  в случая n = 3, d = 5 и за тях при  $\Delta t = 0.5$  средният предполагаем текущ коефициент определя нормата на  $K_k \approx 1$  (PE 3).

2) Определяне на най-ефективно влияещите параметри  $q_{e\phi}$  от q върху избраните показатели. Например намаляване на  $K_{du}$  понижава  $\sigma$  и възможните области на промяна на тези параметри  $D_{qe\phi}$  от супервайзора, в които 3С с ОРР запазва устойчивостта си.

За ефективни са определени параметрите  $q_{e\phi} = |K_e, K_{dy}, K_{du}|$ .

- Определяне на РЕ на супервайзора брой, свързаност, вид (с един или два входа, Мамдани или Сугено) и тип въздействие на изхода на РЕ върху *q<sub>eф</sub>* мултипликативно, адитивно, функционално и др.
- 4) Синтез на различни структури на супервайзори и сравняването им чрез симулационни изследвания в ЗС с ТЅК модел. Анализират се резултатите и се избира този супервайзор, допринасящ за най-голям положителен ефект върху показателите за качество и енергийната ефективност на управлението, имащ най-проста структура.

На фиг.7 са показани четири варианта на супервайзори, изградени при комбиниране на три Мамдани РЕ с един вход и един изход - РЕ 1 е с вход  $y / y_3$  и изход коефициент  $k_{du}$ , РЕ 2 има вход |e|и изход коефициент  $k_e$  и РЕ 3 е с вход



Фиг.7. Структури на размити супервайзори.

 $K_k$  и изход коефицент  $k_{du}$ . Изходите на РЕ влияят мултипликативно на  $q_{e\phi}$ . Супервайзор вариант 1 е изграден само от РЕ 1, който въздейства върху u и чрез промяна на  $K_{du}$  се опитва да доведе  $y/y_3$  в нормата около едно. Супервайзор вариант 2 е изграден от РЕ 1 и РЕ 2 - РЕ 1 въздейства върху e чрез  $K_e$  и върху  $\dot{y}$  чрез  $K_{dy}$ , докато РЕ 2 адаптира  $K_{du}$ . Супервайзор 3 има същите РЕ 1 и РЕ 2, като РЕ 1 променя  $K_{du}$ , а РЕ 2 адаптира  $K_e$  и  $K_{dy}$ . Супервайзор вариант 4 се състои само от РЕ 3 и променя  $K_{du}$ .

При синтеза на PE на супервайзорите се използват малко на брой стандартни ФП и правила, като метода на деразмиване е центъра на тежеста.

Коефициентите  $K_{FLS}$  са определени чрез симулационни изследвания:  $K_{FLS1} = 0.5, K_{FLS2} = 1.3, K_{FLS3} = 0.8$  от съображенията изложени в 4).

На фиг. 8 са представени преходните процеси на 3С с ОРР, линеен ПИ регулатор и четирите супервайзора в реално време и симулация с TSK модела.

При наличие на PC се намалява времето за регулиране и  $\sigma$ . Енергията за управление оценена по максималната стойност на управлението  $U_{\text{max}}$  също намалява. Резултатите от управлението в реално време са близки с тези от симулация, като най-добър компромис между качество и икономично управление дава вариант 2 с адаптация на всички параметри в  $q_{e\phi}$ . За целите на изследване се избира размит супервайзор 2 (PC2).



Фиг.8. Преходни процеси от симулация (вляво) и реално време (вдясно) на системите с ОРР и различни размити супервайзори.

# 4. АПРОКСИМАЦИЯ НА СИСТЕМА С ОСНОВЕН РАЗМИТ РЕГУЛАТОР И РАЗМИТ СУПЕРВАЙЗОР

Анализът на устойчивостта на системата с OPP-PC2 е подходящо да се проведе на основа на непрекия метод на Ляпунов, тъй като вече има изведен TSK модел на обекта. Необходимо е да се синтезира TSK размит регулатор на принципа на паралелно-разпределена компенсация (ПРК). За целта OPP-PC2 се преобразува към ПРК от Сугено част (заимства се от TSK модела на обекта - фиг.3) и линейни регулатори (в случая ПИ, но могат да бъдат и ПИД) в трите зони на линеаризация, показано на фиг.9. Всеки регулатор управлява съответния обект в тази област. За да се постигне еквивалентност между поведението на 3С с РР-ПРК и OPP-PC2 се решава оптимизационна задача с помощта на ГА за минимизиране на грешката между изходите на двете системи.

$$F_{E} = \int_{0}^{t} \left\{ \left[ H_{OPP-PC2}(t) - H_{PP-\Pi PK}(t) \right] / H_{OPP-PC2}(t) \right\}^{2} dt \to \min_{q_{PP-\Pi PK}}.$$
(3)

В резултат на минимизацията на (3) се определят търсените параметри на ПИ регулаторите с състава на РР-ПРК:

 $q_{PP-\Pi PK} = \lfloor K_{p1}, K_{I1}, K_{p2}, K_{I2}, K_{p3}, K_{I3} \rfloor = [0.33, 0.0157, 0.85, 0.019, 0.4, 0.006], K_{lj} = K_{pj} / T_{lj}$ . Реакциите по ниво от реално време с оптималния PP-ПРК и OPP-PC2 от фиг.10 са близки в смисъл на (3). Предимство е, че PP-ПРК работи с по-плавни и малки по амплитуда управляващи въздействия.



Фиг.9. Размит регулатор с ПРК.



#### 5. АНАЛИЗ НА УСТОЙЧИВОСТТА НА ЗАТВОРЕНАТА СИСТЕМА ОТ ТЅК Модел И РР-ПРК

TSK моделът на обекта от фиг. 3 се описва с размити правила от вида:

$$R_i: IF \quad y(t) \quad is \quad Ly_i \quad THEN \quad \begin{vmatrix} \dot{x}(t) = A_i x(t) + B_i u(t) \\ y(t) = C_i x(t) \end{vmatrix}, \tag{4}$$

където

$$Ly_{i} = \begin{bmatrix} S, M, B \end{bmatrix} \ u \quad x(t) = \begin{bmatrix} x_{1}(t) = y(t) \\ x_{2}(t) = \dot{x}_{1}(t) \\ x_{3}(t) = \dot{x}_{2}(t) \end{bmatrix}, A_{i} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & -1/T_{i}T_{4} & -(T_{i} + T_{4})/T_{i}T_{4} \end{bmatrix}, B_{i} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ K_{i}/T_{i}T_{4} \end{bmatrix}, C_{i} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}.$$

Линейните локалните динамични модели имат предавателни функции

$$P_i(s) = K_i \Big[ T_i T_4 s^2 + (T_i + T_4) s + 1 \Big]^{-1}.$$

Интеграторът 1/*s* от локалните ПИ линейни регулатори  $C_i(s) = (K_{pi}s + K_{li})/s$  се привежда към описанието на  $P_i(s)$ . РР-ПРК се представя със същия брой размити правила с еднакъв предикат и заключения, задаващи останалата част от локалните ПИ регулатори, която представлява ПИ скоростни алгоритми:

$$R_{i}: IF \quad y(t) \quad is \quad Ly_{i} \quad THEN \quad \begin{vmatrix} \dot{u}(t) = -F_{i}x(t) + G_{i}x_{3} \\ unu \quad \dot{u}(t) = K_{pi}\dot{e}(t) + K_{li}e(t) \end{vmatrix}, \\ x_{3} = \begin{bmatrix} x_{31} = y_{3} \\ x_{32} = 0 \\ x_{33} = 0 \end{bmatrix}, \\ F_{i} = \begin{bmatrix} K_{li} & K_{pi} & 0 \end{bmatrix}, \\ G_{i} = \begin{bmatrix} K_{li} & 0 & 0 \end{bmatrix}. \quad (5)$$

Достатъчните условия на Ляпунов равновесното състояние на 3С от TSK модел и РР-ПРК да е глобално асимптотически устойчиво се изразяват в съществуването на обща за всички локални линейни 3С положително определена матрица P>0, удовлетворяваща следните матрични неравенства за *i*,  $j=1\div r$ , j>i и тегла на активиране на правилата  $h_i \cap h_i \neq \emptyset$  [9, 17]:

$$\begin{bmatrix}
G_{ii}^{T} P + PG_{ii} < 0 \\
0.5 (G_{ij} + G_{ji})^{T} P + 0.5 P(G_{ij} + G_{ji}) \le 0 \\
G_{ij} = A_{i} - B_{i}F_{j}
\end{bmatrix} \leq 0$$
(6)

Неравенствата (6) са линейни и към тях се добавя изискването за положителна определеност на матрицата (- $P \le -O$ ), където O вместо нулева е диагонална единична матрица, засилваща условието за устойчивост с цел да се отчете, че отворената система е на границата на устойчивост, поради наличие на интегратор в регулатора и неточността при ГА апроксимацията на ОРР-РС2.

Така получените линейни матрични неравенства (ЛМН) се решават числено в MATLAB<sup>TM</sup>, като резултата е:

$\boldsymbol{P} = \begin{bmatrix} 0.0353 & -3.1536 * 10^{-5} & -2.0908 * 10^{-6} \\ -3.1536 * 10^{-5} & 0.0353 & -5.5891 * 10^{-5} \\ -2.0908 * 10^{-6} & -5.5891 * 10^{-5} & 0.0346 \end{bmatrix},$	$det(\mathbf{P}) = 4.3116*10^{-5} > 0, P(1,1), P(2,2), P(3,3) > 0$ $det(P(1:2,1:2)) = 125*10^{-5} > 0$ $det(P(2:3;2:3)) = 122.12*10^{-5} > 0$ $det([P(1,1)P(1,3); P(3,1)P(3,3)]) = 122.1*10^{-5} > 0$ $cond(\mathbf{P}) = 1.0221$
--	---

Всички диагонални минори имат положителни детерминанти, а малкото число на обусловеност cond(P) показва слаба чувствителност на резултата към неточности в данните. Следователно системата с OPP-PC2 запазва устойчивост.

#### 5. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Синтезиран е по емпиричен метод без модел на обекта ПИ РР за управление на ниво; Получен и валидиран е TSK модел на обект на основа на данни от управлението му в реално време. Предложен е подход за синтез на адаптивни на основа на супервайзор РР. Изложена е процедура за анализ на устойчивост по Ляпунов на основата на TSK модела и РР-ПРК.

Бъдещата работа ще бъде насочена към прилагане на методиката за управление на свързани нива и нейната реализация в програмируем логически контролер.

#### БЛАГОДАРНОСТИ

Авторът изказва своите благодарности на НИС на ТУ-София за финансиране на представените изследвания по проект №152ПД0006-08 "Енергоефективно интелигентно адаптивно управление на ниво в свързани резервоари".

#### ЛИТЕРАТУРА

[1] Neshkov T., S. Yordanova, I. Topalova. Process Control and Production Automation. TU-Sofia, S., 207, 152.

[2] Jantzen J. Foundation of Fuzzy Control. John Wiley & Sons Inc., 2007.

[3] Йорданова С. Методи за синтез на размити регулатори за робастно управление на процеси, КИНГ, С., 2011.

[4] Ahmad D., A. Ahmad, V. Redhu, U. Gupta. Liquid Level Control by Using Fuzzy Logic Controller. Int.J. Adv. in Eng.&Techn.,vol. 4, No 1, 2012, pp. 537-549.

[5] Kumar A., Rajbir, Kuldeepak. Performance Comparison of Level Control with the Three, Five & Nine Fuzzy Rules based method. Int. J. Adv. Res. in Comp. Sci & Electronics Eng., vol.2, No 7, 2013, pp. 561-566.

[6] Turker T. E. Fuzzy Controller Parameter Optimization Using Genetic Algorithm for a Real Time Controlled System. Proceedings of the World Congress on Engineering -WCE 2013, July 3 - 5, 2013, vol. 2, London, UK.6.

[7] Passino, K., S. Yurkovich. Fuzzy control. Addison-Wesley Longman, 1998.

[8] Yamashita Y., S. Matsumoto, M. Suzuki. Start-up of a Catalytic Reactor by Fuzzy Controller. J. Chem. Eng. of Japan, vol.21, 1988, pp. 277-281.

[9] Yordanova S., V. Yankov. Design and Stability Analysis of Supervisor-based Adaptive Fuzzy Logic Control System for Temperature. Int.J.IT,Eng.&Appl.Sci.Res,vol.4,No4,2015,pp.20-29.

[10] Zheng J., S. Zhao, S.Wei. Application of Self-tuning Fuzzy PID Controller for a SRM Direct Drive Volume Control Hydraulic Press. J. Contr.Eng. Practice, No 17, 2009, pp.1398-1404.

[11] Chung H-Y, B-C Chen, J-J Lin. A PI-type Fuzzy Controller with Self-tuning Scaling Factors. J. Fuzzy Sets and Systems, vol. 93, 1998, pp. 23-28.

[12] Ghaffari A., A.H.Shamekhi, A.Saki, E. Kamrani. Adaptive Fuzzy Control for Air-Fuel Ratio of Automobile Spark Ignition Engine. Proc. World Academy Sci., Eng.&Techn.,vol.48,2008, pp.284-292.

[13] Mudi R. K., N. R. Pal. A Self-Tuning Fuzzy PI Controller. J. Fuzzy Sets and Systems, vol.115, No 2, 2000, pp.327-338.

[14] Wu C-J, C-N Ko, Y-Y Fu, C-H Tseng. A Genetic-Based Design of Auto-Tuning fuzzy PID Controllers, Int. J. of Fuzzy Sys., vol. 11, No 1, 2009, pp. 49-58.

[15] Karasakal O., E.Yesil, M.Guzelkaya, I. Eksin. Implementation of a new self-tuning fuzzy PID controller on PLC. Turk J Elec Eng., vol.13, No 2,2005, pp.277-286.

[16] Chen K-Y, M-T Tsai, P-C Tung. An Experimental Analysis of an Active Magnetic Bearing System Using PID-Type Fuzzy Controllers with Parameter Adaptive Methods, Proc. 6th WSEAS Int. Conf. Circ., Sys, Electronics, Contr.&Signal Proc., Cairo, Egypt, Dec 29-31, 2007, pp. 191-195.

[17] Tanaka K. and HO Wang, Fuzzy Control Systems Design and Analysis: A Linear Matrix Inequality Approach. NY, John Wiley & Sons, 2001.

Автор: Владимир Янков, маг. инж. Докторант, катедра "Автоматизация на Непрекъснатите Производства", Факултет Автоматика, Технически Университет-София; E-mail address: *vlyankov@tu-sofia.bg* 

#### Постъпила на 23.04.2016

Рецензент: доц. д-р С. Енев



#### ИЗЧИСЛЯВАНЕ НА ОТДЕЛНИТЕ ЗЕМНИ СЪПРОТИВЛЕНИЯ НА СИСТЕМА ОТ ТРИ ЗАЗЕМИТЕЛЯ ПРИ БЕЗКОНТАКТЕН КЛЕЩОВИ МЕТОД НА ИЗМЕРВАНЕ НА СЪПРОТИВЛЕНИЕ

#### Георги Милушев

**Резюме:** В доклада се разглежда приложението на клещовия метод за безконтактно измерване на съпротивление в критичния случай на система от три заземителя. Приложен е изчислителен подход за определяне на съпротивлението на индивидуалните заземители. Доказана е целесъобразността на предложения метод.

**Ключови думи:** Клещови метод, Безконтактно измерване на съпротивление, Заземител, Мълниезащита, Електро-безопасност, Електрически Контрол

#### CALCULATION OF THE SEPARATE GROUND RESISTANCES IN A THREE POINT GROUNDING SYSTEM USING CONTACTLESS CLAMP-ON METHOD FOR MEASUREMENT OF THE RESISTANCES

#### **George Milushev**

**Abstract**: The paper treats the application of the clamp-on method for contactless measurement of resistance in the critical case of a system with three earth points. A method of calculation of the separate ground resistances is applied. The sense of the applied method proved.

*Keywords:* Clamp-on method, Contactless resistance measurement, Grounding, Lightening protection, Electrical safety, Electrical Inspection

#### 1. ВЪВЕДЕНИЕ

Началният и периодичният контрол на заземителите са основни дейности както при съблюдаване на критериите за безопасност на електроинсталациите по отношение на персонала и оборудването, така и при подходите за поддържане на качеството на доставяната електрическа енергия и електрозахранването като цяло, а също така и за обезпечаване на защита от пренапрежения, излъчвани и привнасяни смущения и мълниезащита. Изключителната важност на тази дейност е регламентирана в множество национални документи [1, 2, 3, 4], които са хармонизирани с Европейските норми, и особено с Хармонизираната директива HD 60364 за ниско-волтови инсталации [5].

Необходимостта от увеличаване на производителността на контрола при запазване на работоспособността на инсталациите по време на измерванията е стимул за развитието и усъвършенстването на методите за измерване на съпротивление на заземители и в частност на безконтактните клещови методи. Апаратурата за осъществяване на безконтактно измерване на съпротивление става все по-достъпна и приложима не само в измерванията на заземители, а и във всякакви нискоомни контури. Широкото използване на клещовите методи се препоръчва и в БДС HD 60364-6 [5], но масовото прилагане на този бърз и достатъчно точен метод на контрол се обуславя от предпоставки, които следва да се съблюдават за да не се получават недопустими методични грешки.

В настоящия материал е разгледан именно такъв, достатъчно популярен и разпространен в практиката частен граничен случай на измервания в система от три заземителя, когато методичната грешка може да доведе до неправилно решение.

# 2. ОПИСАНИЕ НА ПРОБЛЕМА

Методът на измерване на съпротивление с клещови уред се състои в генериране на електродвижещо напрежение в измервания контур от източник с клещова сонда и измерване на протичащия през контура ток с помощта на друга клещова сонда [6]. И двете сонди по същество представляват отваряеми токови трансформатори (фиг.1).



Фиг.1. Пример за безконтактно измерване на заземител с две токови клещи (източник Chauvin-Arnoux [6])

Често двете сонди: генерираща и измервателна са обединени в един корпус, което дава възможност измерването да се осъществява бързо и лесно с един захват.

Друго предимство на комбинираните уреди е възможността за измерване на утечни токове с обхвати от nA до A (фиг.2).



Фиг.2. Измерване на заземител в система от заземители с комбиниран клещови уред (източник Chauvin-Arnoux [6])

С оглед да се намали несигурността при измерването може уредът да ползва различни честоти и резултатите да се сравняват [6].

Съпротивлението  $R_1$ , което се отчита от уреда е комбинация от последователно свързаните съпротивления на контролирания заземител  $R_{E1}$ , съответното почвено съпротивление  $R_{G1}$ , свързващия проводник  $R_{W1}$  и общото съпротивление на паралелно свързаните  $R_{E2}$ ,  $R_{E3}$ , ...  $R_{En}$ .

$$R_{1} = R_{E1} + R_{G1} + R_{W1} + \frac{R_{E2}R_{E3}...R_{En}}{R_{E2} + R_{E3} + ... + R_{En}}$$
(1)

В практиката е прието  $R_{G1}$  и  $R_{W1}$  да се включват към съпротивлението на контура на съответния заземител, а съпротивлението на паралелното съединение на системата от всички останали заземители да се пренебрегва като незначително, т.е. да се приеме, че интересуващото ни съпротивление на заземителя е:

$$R_{E1} = R_1 \tag{2}$$

Практическата препоръка за пренебрегването на паралелното съединение на системата от всички останали заземители е

$$n \ge 3, \tag{3}$$

но при често срещания граничен случай n=3 се оказва, че контролираните стойности могат да бъдат доста различни от реалните, което води до неправилни решения и/или рискове от I и II род при контрола на заземителите.

Така например, популярен и често срещан случай при самостоятелни и малки сгради е триточково заземяване на мълниезащита с един приемник. Тогава може да възникне риск от значителни щети и даже летална опасност за намиращите са в обекта хора. Именно решаването на такъв практически случай доведе до необходимостта от метод за изчислително определяне на отделните земни съпротивления на система от три заземителя при безконтактен клещови метод на измерване на съпротивление.

#### 3. РЕШЕНИЕ НА ПРОБЛЕМА

Изходните условия са отделните измервания на всеки от заземителите с клещови метод. Получените резултати при измерванията са:

$$R_1 = R_{E1} + \frac{R_{E2}R_{E3}}{R_{E2} + R_{E3}} \tag{4}$$

$$R_2 = R_{E2} + \frac{R_{E1}R_{E3}}{R_{E1} + R_{E3}} \tag{5}$$

$$R_1 = R_{E3} + \frac{R_{E1}R_{E2}}{R_{E1} + R_{E2}} \tag{6}$$

Целта е да се определят поотделно реалните стойности на съпротивленията на заземителите  $R_{E1}$ ,  $R_{E2}$ , и  $R_{E3}$ . От (4), (5) и (6) следва:

$$R_{E1}R_{E2} + R_{E1}R_{E3} + R_{E2}R_{E3} = R_1(R_{E2} + R_{E3})$$
(7)

$$R_{E1}R_{E2} + R_{E1}R_{E3} + R_{E2}R_{E3} = R_2(R_{E1} + R_{E3})$$
(8)

$$R_{E1}R_{E2} + R_{E1}R_{E3} + R_{E2}R_{E3} = R_3(R_{E1} + R_{E2})$$
(9)

или

$$R_1(R_{E2} + R_{E3}) = R_2(R_{E1} + R_{E3}) = R_3(R_{E1} + R_{E2})$$
(10)

и от там:

$$R_1 R_{E2} - R_2 R_{E1} = (R_2 - R_1) R_{E3}$$
(11)

$$R_1 R_{E3} - R_3 R_{E1} = (R_3 - R_1) R_{E2}$$
(12)

$$R_3 R_{E2} - R_2 R_{E3} = (R_2 - R_3) R_{E1}$$
(13)

Респективно:

$$R_{E3} = \frac{R_1 R_{E2} - R_2 R_{E1}}{R_2 - R_1} \tag{14}$$

$$R_{E2} = \frac{R_1 R_{E3} - R_3 R_{E1}}{R_3 - R_1} \tag{15}$$

$$R_{E1} = \frac{R_3 R_{E2} - R_2 R_{E3}}{R_2 - R_3} \tag{16}$$

При заместване на (14) в (12) се получава:

$$R_{1}(R_{1}R_{E2} - R_{2}R_{E1}) - R_{3}(R_{2} - R_{1})R_{E1} = (R_{3} - R_{1})(R_{2} - R_{1})R_{E2},$$
(17)

което решено спрямо  $R_{E2}$  води до:

$$R_{E2} = \frac{R_1 R_3 - R_1 R_2 - R_2 R_3}{R_2 R_3 - R_1 R_2 - R_1 R_3} R_{E1}$$
(19)

Аналогично при заместване на (15) в (11) и решаване спрямо *R*<sub>E3</sub> се получава:

$$R_{E3} = \frac{R_1 R_2 - R_2 R_3 - R_1 R_3}{R_2 R_3 - R_1 R_2 - R_1 R_3} R_{E1}$$
(20)

Ако (19) и (20) се представят във вида:

$$R_{E2} = aR_{E1}$$
 и  $R_{E3} = bR_{E1}$ , (21)

където безразмерните множители *а* и *b* са съответно:

$$a = \frac{R_1 R_3 - R_1 R_2 - R_2 R_3}{R_2 R_3 - R_1 R_2 - R_1 R_3}$$
(22)

И

$$b = \frac{R_1 R_2 - R_2 R_3 - R_1 R_3}{R_2 R_3 - R_1 R_2 - R_1 R_3}$$
(23)

при заместване в (4) се получава:

$$R_{E1} = \frac{R_1}{\frac{ab}{a+b} + 1} \tag{24}$$

Така, реалната стойност на съпротивлението на заземителя  $R_{E1}$  може да се изчисли от измерените стойности на трите заземителя, а с използването на (19) и (20) могат да се определят и стойностите на другите два заземителя.

#### 4. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В заключение може да бъде разгледан следния практически пример:

При измерване са получени стойности  $R_1$ =17.55  $\Omega$ ;  $R_2$ =16.33  $\Omega$  и  $R_3$ =15.08  $\Omega$ , които стойности умножени със сезонния коефициент  $\varphi$ =1.3 и импулсния коефициент  $\alpha_1$ =1.1 надвишават нормата от 20  $\Omega$ , но преизчислените стойности  $R_{EI}$ =12.54  $\Omega$ ;  $R_{E2}$ =11.02  $\Omega$  и  $R_{E3}$ =9.21  $\Omega$  показват съответствие на нормата.

Така предложеният изчислителен метод разширява приложимостта на безконтактното клещово измерване на съпротивление в граничния случай на система от три паралелни заземителя.

#### ЛИТЕРАТУРА

[1] НАРЕДБА № 16-116 от 8.02.2008 г. за техническа експлоатация на енергообзавеждането, Издадена от министъра на икономиката и енергетиката, обн., ДВ, бр. 26 от 7.03.2008 г., в сила от 11.03.2008 г. [2] НАРЕДБА № 3 от 09 юни 2004 г. за устройството на електрическите уредби и електропроводни линии. Издадена от министъра на енергетиката и енергийните ресурси, обн., ДВ, бр. 90 от 13.10.2004 г. и бр. 91 от 14.10.2004 г., в сила от 15.01.2005 г., изм. и доп. бр. 108 от 19.12.2007 г.

[3] НАРЕДБА № 4 от 22 декември 2010 г. за мълниезащитата на сгради, външни съоръжения и открити пространства, Издадена от Министерството на регионалното развитие и благоустройството, Обн. ДВ. бр. 6 от 18 Януари 2011 г.

[4] НАРЕДБА № 1 от 27 май 2010 г.за проектиране, изграждане и поддържане на електрически уредби за ниско напрежение в сгради, Обн. ДВ, бр. 46 от 2010 г.

[5] БДС HD 60364-6 Електрически уредби за ниско напрежение. Част 6: Проверка (IEC 60364-6:2006, с промени)

[6] Chauvin-Arnoux Group. Earth/ground measurements guide. 2013 Ed. 02, *http://www.chauvin-arnoux.com/sites/default/files/D00VDU63\_0.PDF* 

Автор: Георги Сашов Милушев, доц. д-р инж., катедра "Електроизмервателна техника", Факултет Автоматика, Технически Университет-София; E-mail address: *gm@tu-sofia.bg* 

Постъпила на 23.04.2016

Рецензент: проф. д-р П. Цветков



# ОБОБЩЕН АЛГОРИТЪМ ЗА КАЛИБРИРАНЕ НА ЕНЕРГОАНАЛИЗАТОРИ ПО НАПРЕЖЕНИЕ, ТОК И МОЩНОСТ

#### Красимир Гълъбов, Иван Коджабашев

**Резюме:** В доклада се представя обобщен алгоритъм за калибриране на енергоанализатори по основни величини напрежение, ток и мощност и математичен модел за изчисляване на неопределеността при калибрирането им по тези величини. Представя се математичен модел за изчисляването на неопределеността на резултата от измерване при калибрирането. Алгоритъма може да послужи като основа за софтуерна и хардуерна реализация при калибрирането на енергоанализатори и създаване на методика за калибриране на енергоанализатори.

**Ключови думи:** Енергоанализатор, алгоритъм за калибриране, неопределеност на резултата

### SUMMARY ALGORITHM FOR CALIBRATION OF ENERGY ANALYZERS BY VOLTAGE, CURRENT AND POWER

### Krasimir Galabov, Ivan Kodjabashev

**Abstract:** The paper presents the summary algorithm for calibration of energy analyzers on basic quantities as voltage, current and power and the mathematical model for calculating uncertainty in calibration under these quantities. Provide a mathematical model for calculating the uncertainty of the result of measurement calibration. The algorithm can be used as a basis for software and hardware realization (implementation) in the calibration of energy analyzers and creating a procedure for calibrating energy analyzers.

Keywords: energy analyzers, algorithm for calibration, uncertainty of result

#### 1. ВЪВЕДЕНИЕ

През последните години се появиха първите публикации свързани с практическото приложение на енергоанализаторите [1], а също и за калибриране на тези средства [2]. У нас все още не се извършва калибриране на енергоанализатори и тази дейност представлява актуален проблем. Целта на настоящия доклад е да се предложи обобщен алгоритъм за калибриране на енергоанализатори по основни величини напрежение, ток и мощност.

Енергоанализаторите са микропроцесорно базирана измервателна апаратура с програмно управление. Като основни функции за измерване, които трябва да се калибрират са величините напрежение, ток и мощност. За целта е целесъобразно използването на подхода прилаган при цифровите мултимери [3].

# 2. ОБОБЩЕН АЛГОРИТЪМ ЗА КАЛИБРИРАНЕ НА ЕНЕРГОАНАЛИЗАТОРИ

Калибрирането на енергоанализаторите се извършва пофазно по метода на прякото сравнение.

За калибрирането на енергоанализатори по величините напрежение, ток и мощност, се предлага следният обобщен модел на алгоритъм за калибриране (фиг.1). Посоченият обобщен алгоритъм реализира пълната процедура при калибрирането на енергоанализаторите за съответната величина, съгласно ЕА 4/02 [4]. Алгоритъмът включва последователност от следните операции за величините напрежение, ток и мощност:

# 2.1. Избор на модел

Предлага се следният математически модел за определяне на действителната стойност на величините напрежение, ток и мощност

$$X = \overline{X} - \delta X_{et} - \delta X_{dr} + \delta X_t + \delta X_{res} , \qquad (1)$$

където:

 $\overline{X}$  - оценката за 10-те резултата от измерване на съответната величина;

 $\delta X_{et}$  - оценката на поправката за измерената стойност на съответната величина, взето от свидетелството за калибриране на еталона;

 $\delta X_{dr}$  - оценка на поправката, дължаща се от дрейфа на еталона за съответната величина;

 $\delta X_t$  - оценка на поправката, дължаща се от изменение на температурата за съответната величина;

 $\delta X_{res}$  - оценка на поправката от разделителната способност на енергоанализатора за съответната величина.

### 2.2. Избор на измервана величина Х на модела

При калибрирането се избира съответно величината напрежение, ток или мощност.

# 2.3. Задаване на измерваната величина Х от калибратора

От калибратора се задава точката на калибриране на съответната величина.

# 2.4. Задаване на входните величини $\delta X_{et}$ , $\delta X_{dr}$ , $\delta X_{t}$ и $\delta X_{res}$

От калибратора се задава съответната стойност на измерваната величина напрежение, ток или мощност със стойност в точката на калибриране. Задават се и влияещите величини за  $\delta X_{et}$ ,  $\delta X_{dr}$ ,  $\delta X_{t}$  и  $\delta X_{res}$ .

# 2.5. Измерване на 10<sup>-те</sup> стойности X<sub>i</sub> на измерваната величина от енергоанализатора

Измерват се 10-те стойности във всяка точка на калибриране за съответната величина.

# 2.6. Запис на данните

Записват се изходните данни за входните величини  $X_i, \delta X_{er}, \delta X_{dr}, \delta X_t, \delta X_{res}$  в подходящ цифров вид за последваща обработка.



Фиг.1. Обобщен алгоритъм за калибриране на енергоанализатори

#### 2.7. Оценки на входните величини

Определят се оценки за входните величини  $X_i, \delta X_{er}, \delta X_d, \delta X_t, \delta X_{res}$  и средноквадратичните им неопределености

$$u(\bar{X}_i), u(\delta X_{er}), u(\delta X_{dr}), u(\delta X_t) u(\delta X_{res})$$

Оценката на средната стойност от 10-те измервания е  $\overline{X} = \sum \frac{X_i}{10}$ .

Оценките на входните величини в математическия модел на измерване са:  $\delta X_{et}$  е стойност взета от свидетелството за калибриране на еталона, а оценките за  $\delta X_{dr}$ ,  $\delta X_{t}$  и  $\delta X_{res}$  са нула при приет равномерен закон на разпределение.

# 2.8. Оценка на средноквадратичната неопределеност на входните величини

 $u(\overline{X})$  - определя се по формулата

$$u(X_i) = \sqrt{\frac{\sum_{k=1}^{n} (X_i - \overline{X})^2}{n(n-1)}} , \qquad (2)$$

където:

 $X_i$  са измерените стойности на съответната величина, а  $X_i$  е средната стойност на резултатите от измерване на съответната величина;

 $u(\delta X_{et})$  - определя се като ½ от разширената неопределеност на поправката на калибратора за измерваната стойност, посочена в неговото свидетелство за калибриране за съответната величина;.

 $u(\delta X_{dr})$  и  $u(\delta X_t)$  - определят се чрез граничните стойности на изменението на дрейфа на калибратора и влиянието на температурата за съответната величина по формула

$$u(\delta X_{dr}) = b.a \quad \mathbf{u} \quad u(\delta X_t) = b.a \tag{3}$$

където b = 0,6 за равномерен закон на разпределение при доверителна вероятност P = 1 и a е границата на изменение на съответната величина.  $u(\delta X_{res})$  - определя се по формулата

$$u(\delta X_{res}) = \frac{a}{2\sqrt{3}} \quad , \tag{4}$$

където *а* е стойността на най-младшия разряд на енергоанализатора за съответната величина.

#### 2.9. Определяне на оценка за действителната стойност на измерваната величина

Тази оценка се изчислява по математическия модел, чрез оценките на входните величини.

# 2.10. Оценки на коефициентите на чувствителност, приносите в комбинираната средноквадратична неопределеност на входните величини

Коефициентите на чувствителност на модела са единици, тъй като функцията за модела е линейна. Приносите на всяка входна величина съвпада с нейната средноквадратична неопределеността (тъй като коефициентите на чувствителност са единици  $c_i = 1$ ).

Комбинираната средноквадратична неопределеност *u<sub>c</sub>*(*X*) се изчислява по формулата:

$$u_{c}(X) = \sqrt{u^{2}(\overline{X}) + u^{2}(\delta X_{et}) + u^{2}(\delta X_{dr}) + u^{2}(\delta X_{t}) + u^{2}(\delta X_{res})} , \qquad (5)$$

където е прието, че коефициентите на чувствителност за входните величини са 1.

**2.11. Оценка за разширената неопределеност U** Тази оценка се определя по формулата:

$$U = k.u_c(U) , (6)$$

където k = 2 е коефициент на покритие, съответстващ на доверителна вероятност приблизително 95%.

#### 2.12. Обявен резултат за измерваната величина Х

Резултатът на измерваната величина се дава във вид  $X = X_{\text{действ}} \pm U$ , където  $X_{\text{действ}}$  е оценката на действителната стойност на измерваната величина в точката на калибриране, а U е оценката на разширената неопределеност.

Резултатите от изчисляването на стойността на измерваната величина и нейната неопределеност съответно за всяка измервана величина напрежение, ток и мощност се записват в табличен вид, като бюджет на неопределеността за съответната величина в точката на калибриране.

#### 3. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В доклада се предлага обобщен алгоритъм описващ последователността на операциите при обработка на резултати от калибриране на енергоанализатори по основни величини напрежение, ток и мощност. Предложен е математичен модел на измерването и изчисляване на неопределеността на резултатите от измерването при калибриране на енергоанализатори по основните величини.

#### ЛИТЕРАТУРА

[1] П. Цветков, Метрологично осигуряване на контрола на качеството на електрическата енергия. XEPOH ПРЕС, София, 2011, ISBN 978-954-580-304-8.

[2] C. Cepisca1, G. Seritan1, S. Grigorescu1, F. Argatu1, "Aspects of metrological calibration of power quality analyzers", 8th International Symposium on Advanced Topics in Electrical Engineering, May 23-25, 2013, Bucharest, Romania, pp. 793-798.
[3] К. Гълъбов, "Калибриране на енергоанализатори по напрежение и ток" Сборник доклади на XXV Национален научен симпозиум с международно участие "Метрология и метрологично осигуряване 2015", 7-11 септември 2015, Созопол.

[4] EA 4/02 Expression of the Uncertainty of Measurement in Calibration.

**Автори:** Красимир Симеонов Гълъбов, маг. инж., асистент, катедра "Електроизмервателна техника", Факултет Автоматика, Технически Университет-София; E-mail address: *k\_galabov@tu-sofia.bg*; Иван Николов Коджабашев, доцент д-р, катедра "Електроизмервателна техника", Факултет Автоматика, Технически Университет-София; E-mail address: *kodjabashev@tu-sofia.bg* 

Постъпила на 23.04.2016

Рецензент: проф. д-р Пламен Цветков



## ПРИЛОЖЕНИЯ НА БЕЗЖИЧНИТЕ СЕНЗОРНИ МРЕЖИ ЗА ИЗМЕРВАНЕ ПАРАМЕТРИ НА ОКОЛНАТА СРЕДА

#### Юлия Калъпчийска, Антония Панделова

**Резюме:** През последното десетилетие безжичните сензорни мрежи (WSNs) са важна технология за мониторинг, с високо ниво на ефективност, производителност и системна интеграция. Настоящата статия има обзорен характер. В нея се разглеждат трудностите и предизвикателствата, свързани с разработването на безжичните мрежи. Осигуряването на необходимата сигурност и надеждност са ключови проблеми, влияещи върху избора на подходящ дизайн за хардуерна система и софтуер.

**Ключови думи:** Безжични сензорни мрежи, мониторинг, околна среда, микроклимат, сензор.

#### APPLICATIONS OF WIRELESS SENSOR NETWORK FOR MEASURING PARAMETERS OF ENVIRONMENT

### Julia Kalapchijska, Antonia Pandelova

Abstract: Over the last decade Wireless Sensor Networks (WSNs) are an important technology for monitoring with high level of efficiency, productivity and system integration. This article is a literature survey on WSNs. It examines the difficulties and challenges related to the development of wireless networks. Ensuring the security and reliability are key problems, influencing the choice of a suitable design for system hardware and software.

Keywords: Wireless sensor networks, monitoring, environment, microclimate, sensor.

#### 1. ВЪВЕДЕНИЕ

Развитието на технологиите в областта на сензорите, безжичните комуникации и вградените системи са допринесли за голямата трансформация в Wireless (WSNs). Създадените Sensor Networks мрежи ca алтернатива на конвенционалните методи, имат ниска цена, ниско и балансирано потребление на енергия и са удобни за наблюдение и контрол в реално време. 3a изграждането на WSN се използват компактни и евтини сензорни възли, състоящи се от микроконтролер, памет и приемо-предавател. Служат за събиране на информация, обработка и безжична комуникация. Измерените стойности се изпращат в суров или обработен вид към базова станция, където се анализират автоматично [1]. WSN е подходяща за дистанционно наблюдение на различни параметри в области като медицина, военна промишлиност, селско

стопанство, за мониторинг на парниковия ефект, закрити помещения, горски пожари, климат и други.

#### 2. ПРИЛОЖЕНИЕ НА WSNS

В селскостопанските райони широко приложение намира мониторинга на температурата и влажността на въздуха. В миналото събирането на информация за осъществяване на контрол върху посочените параметри е създавало редица неудобства. За измерване с традиционната система е било необходимо окабеляване на района. Високата цена на инвестицията, полагането и поддържането на окабеляване създават допълнителни трудности за получаване на данни в реално време. За преодоляване на посочените недостатъци се разработва безжична мрежа, която се състои от голям брой, равномерно разпределени, микро-сензорни сонди. Те имат ниска цена и консумация на енергия, а събираната от тях информация е с висока точност.

За нуждите на селското стопанство се използват 85% от наличните ресурси в света на прясна вода. С нарастване броя на населението този процент ще продължи да се увеличава. Необходимо е разработване на нови стратегии, основани на науката и технологиите и предприемане на спешни мерки за устойчиво използване на водните ресурси [2]. Разгледаната в [3] автоматизирана поливна система съчетава предимствата на WSN и GPRS Module за производство на градински чай Salvia. Поливната система е тествана в оранжерии, разположени в близост до Сан Хосе дел Кабо, Мексико. Мрежата е съставена от сензорни възли, позиционирани близо до корените на растенията. Всяка безжична сензорна единица (WSU) включва микроконтролер PIC24FJ64GB004, температурна сонда DS1822 с обхват в диапазона от -10°С до +85°С, сонда VH400 за измерване на почвена влага и радио приемо-предавател, използващ ZigBee технология. Тези компоненти се захранват от акумулаторна AA 2000-mAh Ni-MH CycleEnergy батерия. Поддържа се и фотоволтаичен панел МРТ4.8-75 за постигане на пълна енергийна независимост. Данните от всеки WSU се изпращат към безжична информационна единица (WIU) за идентифициране, записване и анализиране. WIU се състои от микроконтролер PIC24FJ64GB004, SIM-карта, GPRS модул, GPRS PCB антена, Радио модем ZigBee и две 12 V DC 1100 GPH Livewell помпи за задвижване на водата, контролирани с електронни релета. Разработено е софтуерно графично приложение, позволяващо визуализация, мониторинг в реално време и програмиране на напояването на база достигнати прагови стойности на почвената влага и температура. С помощта на WSN изразходваното количество вода за напояване на селскостопанската култура се намалява с до 90%, в сравнение с традиционните методи.

Използването на пестициди в селското стопанство е от съществено значение за контролиране популацията на вредителите. Пръскането на целевите култури със самолет ускорява процеса, намалява контактите на хората с използваните химикали, но при неблагоприятна скорост и посока на вятъра може рязко да намали ефективността [4]. За постигане на необходимата бързина и желани крайни резултати в [5] е разработена WSN, включваща 22 сензорни възела, разделени на подмрежи, разположени върху територия с размери 1500 m x 150 m. Мрежата събира информация за метеорологичните условия и концентрацията на пестициди, разпръснати върху посевите и я изпраща към мобилна станция, прикрепена към безпилотен летателен апарат, оборудван със спринклерна система и комуникационен модул. По време на пръскането над текущата обработвана зона, дронът изисква данни за климатичните условия от подмрежата, разположена в следващата зона и ги препраща към контролна станцията, използваща Ubuntu 2.6.32-21-generic операционна система. В нея се анализира информацията и се задава новия маршрут на летателния апарат. След приключване на пръскането над текущата култура се актуализират настройките на дрона за следващия етап. Степента на изменение на полета се характеризира с параметър, наречен routeChangingFactor. Авторите създават методология, основана на Particle Swarm оптимизация за избора на най-подходящ routeChangingFactor. Дронът лети на височина 20 метра над земята и на всеки 10 секунди получава данни от сензорните подмрежи за количеството разпръснати пестициди върху посевите. Отчетените стойности се използват за изготвяне на графика. Полученият краен резултат е сравнен с фиксираното количество химикали, използвани без Particle Swarm оптимизация. При WSN се наблюдава увеличение на площта с оптимален разход на пестициди.

В [6] авторите описват WSN, функционираща съвместно с безпилотен летателен апарат (дрон) за мониторинг на лозови масиви, намиращи се в северозападната част на Мадрид, Испания. Основният проблем в тази област е измръзването на ресите на лозите при ниски пролетни температури. След анализиране на изследваните в реално време биофизични параметри (температура, влажност и т.н), разработената система позволява бърза намеса за смекчаване на последиците от замръзване. Спомага за намаляване до минимум разхода на пестициди, необходими за ефективен контрол на плевели, болести и неприятели. Информацията се събира от подмрежи, съставени от TelosB сензорни възли, разположени в три зони, с приблизителна площ от 0.5 до 4 хектара. Възлите изпращат периодично данни към динамичен мобилен възел, прикачен към дрон. Мрежата работи автономно, докато мобилната станция (quadrotor) не я приближи. Връзката с WSN се осъществява с помощта на QDTR радиостанция, излъчваща сигнали. За изпращане на отчетените стойности до мобилната станция е избрана ZigBee технология. Стандартът има подходяща скорост на предаване на данни, консумация на енергия и е проектиран за връзка с огромен брой възли. Полетът на въздушния робот се контролира чрез GPS, а промяната в координатите му се извършва чрез изменение на скоростта на четири фиксирани ротори, съставени от X-BL-52 безчеткови мотори и техните контролери. За пренос на данни от дрона към базовата станция се използват система Arduino и GPRS Quad Band модул, с включен комуникационен модул HiLo SAGEM. Информацията може да се анализира, управлява и визуализира с помощта на графичен потребителски интерфейс (GUI). Разгледаната система има голям потенциал за отдалечено наблюдение на култури.

За ефективното отглеждане на земеделски култури в оранжерии, при непрекъснато променящи се климатични условия и характеристики на почвата е разработена програмируема система на Chip Technology (PSoC), като част от безжична сензорна мрежа (WSN) [7]. PSoC технологията е с висока пропускателна способност на радиочестотния спектър, с помощта на която се наблюдават, контролират и управляват от разстояние различни параметри. Създаден е СУЗ271 PSoC First Touch Starter Kit стартов пакет с ниска мощност RF, за приложения с голям обсег. WSN включва 40 до 50 безжични сензорни възли, разположени на територия с размери 70 m x 150 m. Използват се ZigBee или Bluetooth технологии за пренос на информацията към отдалечния сървър. За избор на подходящ датчик са взети под внимание фазите на растеж за всеки вид култура, динамичните промени в оранжерията, характера на почвата, климата и сезоните. Сензорите се класифицират като тип "А", "В" и "С". Външният сензор тип "А" е предназначен за събиране на информация за изменението на външната температура, налягане, интензитет на светлината, влажност, СО<sub>2</sub>, скорост и посока на вятъра. Сензорът тип "Б" се монтира в оранжерията и следи за вътрешното налягане, светлина, температура, влажност и СО2. Почвеният сензор тип "С" измерва киселинност, концентрация на сол, влага, температура, рН и електропроводимост на почвата в парника. Сензорните възли изпращат данни за анализиране само при надвишаване на зададена максимална разлика между текущата и предходна отчетена стойност. На база променените климатични условия се определят успешно оптималните количества вода и торове. Получените резултати служат за корекция на вентилацията, отоплението и пулверизацията в оранжерията.

Употребата на сензори в животновъдството е насочена към наблюдение на района за отглеждане, здравето и поведението на домашни и диви животни с помощта на RFID-базирана система Mobile (RFID-MMS). В [8] е разгледана система за мониторинг на птици и добитък, с която ефективно се менажират микроклиматичните условия във ферми, достига се зоната на оптимална продуктивност на отглежданите животни, изчислява се подходящия разход на фураж и вода, като се запазва здравето и благосъстоянието на животните.

За наблюдение промените на микроклимата и влиянието му върху гнезденето на птиците, обитаващи залива на Мейн, САЩ са разположени две безжични сензорни мрежи, използващи общо 150 възела, съответно в single-hop и multi-hop конфигурация [9]. Разработени са сензорни възли с големина няколко сантиметра, измерващи температура, влажност, осветеност, налягане и инфрачервено излъчване. Сензорните възли на едната мрежа са скрити в гнездата на птиците, а на другата са открити и изложени на атмосферни влияния. Първият тип възли проследяват температурата, влажността и заетостта на гнездата с помощта на безконтактни пасивни инфрачервени датчици за температура. Те имат два сензора: Melexis MLX90601, представляващ безконтактен температурен модул и Sensirion SHT11, измерващ относителна влажност и температура. Използват се 3.6V Electrochem SB880 батерии. Вторият тип възли измерват температурата, влажността и атмосферното налягане. Те имат следните сензори: Sensirion SHT11, Intersema MS5534A барометър, два TAOS TSL2550 светлинни сензори, и два Hamamatsu S1087 фотодиода. Използвани са 2.8V SAFT LO34SX батерии. Топографията на първата мрежа представлява елипса със single-hop маршрутизация и допустим обхват около 57 m. Данните се отчитат и изпращат на всеки 5 минути към шлюз, който представлява координатор на изградената сензорна

мрежа. Втората мрежа използва multi-hop маршрутизация и отчита проби на всеки 20 минути. Разполага се върху максимална територия с размери 221 m x 71 m. Направен е анализ на работата на двете сензорни мрежи с техните предимства и недостатъци на база консумация на енергия, мрежова структура, маршрутизация и надеждност на доставените стойности. Информацията, получена с помощта на WSNs е от голямо значение, както за биолозите, така и за компютърните специалисти.

Горите са важни източници за биологичното разнообразие и екологичното равновесие. Появата на пожари, както и всяко изменение в параметрите на околната среда трябва навреме да бъде идентифицирано и предотвратено. За да бъде работата на противопожарните звена ефективна е необходимо алармиране най-късно до 6 минути след разпалване на огъня. WSNs се използват за откриване и наблюдение на пожари в горски местности, отдалечени от всякаква инфраструктура. В [10] са проведени експерименти в лабораторни и реални условия, като се сравняват данните получени с WSN и кабелна система WDAS. За лабораторните експерименти WSN включва пет сензорни възела, а в реални условия са разположени три - модел MICAz. При кабелната мрежа се използват сложни и скъпи електрически устройства, работещи в експлозивна атмосфера: дълги проводници и системи за събиране и контрол на данните, които трябва да бъдат добре изолирани и защитени под земята. Комуникацията при безжичната мрежа се осъществява от източник, който изпраща сигнал чрез радио вълни с диапазон от 3 кHz до 300 GHz към базова станция. Това намалява разходите по изграждане на системата. Използват се три технологии Zigbee, WiFi и Bluetooth. За разработената WSN е предпочетена ZigBee технология, заради ниска цена, по-голяма компактност и автономия, по-малък разход на енергия, който позволява проектиране на лесни за използване мрежи, предназначени за големи площи и дълги периоди на наблюдение. Оптималната топология за Zigbee е звезда. За да се направи по-точно сравнение между възможностите на кабелната система и WSN, температурата се измерва с два топлинни датчика, разположени на едно и също място, свързани към всяка една от мрежите. При WSN се използва термодвойка тип-К (TC), а при кабелната система WDAS - преносим Campbell Scientific логер модел CR 3000. Установени са различия в работата на системите и са посочени причините за забавянето на данните при безжичната радиокомуникация. В края на експеримента кабелната мрежа е изгоряла напълно, а измерването на температурата преустановено. При WSN обаче разрушенията са частични и не са обхванали всички възли.

В [11] е представен дизайн на WSN, с която се определят местоположението и интензивността на разпространение на огъня. За изграждане на ефективна пожароизвестителна WSN се използва Fire Weather Index (FWI) система, с която се определят шест различни показателя. Те се получават на база информацията за четири основни климатични параметъра (температура, влажност на въздуха, валежи и скорост на вятъра), измерени от сензорите на WSN. Два от основните показатели са FFMC и FWI индекс. FFMC изразява степента на запалване на отпадъци и лесногорими материали от повърхността на почвата, при излагането им на високи температури. FWI индексът показва очаквания процент на

разпространение на огъня, в зависимост от скоростта на вятъра и консумираното количество леснозапалими материали. Високата стойност на индекса FWI е свързана с нарастване на трудностите при контролилане разпространението на огъня.

WSN е разгърната върху една от зоните, на които е разделен големия горски масив. Равномерно разположените сензорни възли събират изчерпателна информация за изследваните параметри, след което я изпращат в базова станция. Експериментите показват, че повечето датчици отчитат преминаването на пламъка, преди да бъдат изгорени напълно. На база създаденият FWI алгоритъм до базовата станция се трансферира само информацията, представляваща интерес за настоящото изследване. Това е от решаващо значение за намаляване на натоварването, удължаване живота на мрежата и постигане на надеждно покритие.

В [12] се анализират възможностите за съчетаване на безжични сензорни системи с изкуствени невронни мрежи (ANNs) за изграждане на "умна сетивна система за ранно откриване на горски пожари" (SFFEDSS). С помощта на евтини сензорни сонди новата система агрегира информация за промяна в температурата, светлината и дима, която ще бъде кодирана като вход за ANN. Обучените невронни модели дават интелигентни решения и доклад за началния етап на пожара на база събраната информация. За увеличаване на сензорната ефективност към MicaZ сензор е прикрепен външен датчик за дим, който не само открива огън, но и точно определя посоката на вятъра.

Друга система, създадена за мониторинг на пожар в райони край Мадрид, Испания е безжичната локална мрежа (WLAN) с мулти-сензорни възли и IP-базирани камери [13]. Възлите отчитат едновременно температура, инфрачервена радиация, влажност, дим и CO<sub>2</sub>. За осъществяване на перфектен безжичен трансфер се използва рутер Linksys WRT54GL, който предлага вътрешен General Purpose Input/Output (GPIO) и два серийни порта JP1 и JP2. Рутерът изпраща съобщение само в случаите, когато два датчика са установили по едно и също време наличието на пожар. Централният сървър стартира софтуерно приложение, с което се координира работата на камерите, намиращи се в близост до алармиращите сензори. Изграден е алгоритъм за осъществяване на обратна връзка и получаване на изпратените видео потоци. Използва се MPEG-4 стандарт, който има по-висока видео компресия и качество в сравнение с други стандарти. Работната температура на избраните камери е между -5,5°C и 75°C. Комбинирането на сензорни данни с изображения е най-важният принос на разработката.

С помощта на WSNs за мониторинг на околната среда се откриват различни екологични замърсявания, които могат да повлияят върху здравето на хората и екологичното равновесие в района [14]. Разработената в [15] WSNs може да се използва за мониторинг на микроклимат в работни помещения, музеи, библиотеки, складове на материали и жилищни помещения. Целта е предотвратяване на неблагоприятното въздействие на въздушната среда върху здравето на хората, осигуряване на правилно съхранение на хранителни продукти, материални и културни ценности. За формиране на WSN са създадени безжичен сензорен и координиращ модул, измерващи и контролиращи температура в диапазона от -55°C до 125°C, относителна влажност и замърсеност на въздуха. Основният установен стандарт за събиране на данни и управление е IEEE 802.15.4 (ZigBee). Безжичният сензорен модул се състои от блок за безжична комуникация PRO Series 2 RF Module, сензорен блок включващ сензор за влажност и температура тип SHT11 и сензор за замърсеност на въздуха тип HS-135, процесорен блок, изграден на основата на микроконтролер PIC18LF4620. Информацията се предава успешно с помощта на сложни механизми на маршрутизация на съобщенията, преминавайки през десетки междинни възли на мрежата до крайната точка.

В [16] е разгледана система за мониторинг на параметри на работна среда в закрити помещения, разработена въз основа на WSN и Mobile Agent (MA) технология. С WSN се измерва температура, влажност, електрическа енергия, налягане и се следи тези показатели да не надхвърлят посочените в националните стандарти гранични стойности. Целта на създадената мрежа е запазване здравето на хората и осигураване на ефективна работа на съоръженията. WSN се състои от голям брой микро сензорни възли UbiCell, разположени в изследваната зона. Трансферът на отчетените от възела стойности се осъществява чрез радио модул CC1000, осигуряващ скорост на потока от 76.8KBaud/s. За безжична комуникация е избран ZigBee протокол (IEEE 802.15.4 стандарт). Mobile Agent е вид програма, която е в състояние да изпълнява команди автономно. МА технологията балансира трафика, удължава живота на мрежата и филтрира големия обем данни, насочени от сензора към координиращ възел и Application server. При надхвърляне на заложените гранични стойности, програмата изпраща съобщение, с което алармира персонала. От Application server отчетите достигат сървър за съхранение на базата с данни. Системата е била тествана в частна компания, в продължение на няколко месеца. Използването на WSN технологията е помогнала за подобряване ефективността при управление на работната среда.

Sensorscope е система за наблюдение на околната среда с много приложения в цяла Швейцария [17]. WSN е инсталирана върху ледник в кантона Вале с цел измерване температурата и влажността на въздуха, температура на повърхността, посока и скорост на вятъра, валежи и слънчева радиация. Разположена е в трудни високопланински терени за период от няколко месеца. Околната среда има силно влияние върху наличието и качеството на безжичната комуникация при WSNs. Използват се голям брой гъсто разположени, евтини сензорни станции за създаване на точен модел на климатичните условия. Сензорният възел Shockfish TinyNode2 представлява алуминиева основа, с прикрепени към нея слънчев панел и седем външни сензори, всички затворени херметично в кутия. За изграждането на сензора се използва Texas Instruments MSP430 16битов микроконтролер, работещ на 8 MHz и Semtech XE1205 радио приемопредавател, работещ на 868MHz. За поддръжане и координация на оперативните нужди на WSN е избрана система TinyOS за ниско мощни, гъвкави, вградени (embedded) мрежи. Информацията се насочва към координиращ възел. GPRS, Wi-Fi или Ethernet технологии се използват за връзка между координиращия възел и сървър за обработка на данни, инсталиран на разстояние. Данните се публикуват в реално време на Google Maps - уеб базиран интерфейс и на уебсайта на Microsoft SensorMap.

В обзорна статия [18] са разгледани различни приложения на WSNs за мониторинг на реални явления. Разработен е проект GlacsWeb за проследяване динамиката на ледниците в Норвегия, повлияна от настъпващите климатични промени; проект Океанография е свързан с измерване на температурата, мътността, солеността и налягането на водата край бреговете на Грейт Ярмут, Великобритания; изследван е микроклимата на горски терен, залесен със 70метрови дървета секвоя; извършен е мониторинг на сеизмичната дейност във вулкана Ревентадор в Еквадор; разработен е проект за мониторинг на екологията на почвите в парк, намиращ се в близост до John Hopkins University, Maryland; наблюдавани са параметри на околната среда, като температура, влажност и CO<sub>2</sub> в Hog Island, USA.

По време на проведените експерименти са открити различни недостатъци в работата на WSN. Във всяко едно от разгледаните приложения са посочени възникналите проблеми, както и предприетите мерки за отстраняването им. Общ проблем са асиметричните връзки, при които комуникацията между двойка възли е възможна само в една посока. Друг недостатък при WSNs е задръстването с данни, когато дадено събитие се констатира едновременно от много възли. Те започват да се конкурират със съседните за достъп до среда и възможност да предадат информацията. Физическата дължина на връзката между два сензора също е от значение. Ако датчиците са много близо или далеч един от друг е възможно да не установят връзка помежду си.

Закъсненията в трансфера на данни в мрежата водят до влошаване качеството на услугата [19]. За намаляване на забавянето са разработени различни протоколи за маршрутизация (проактивни, реактивни и хибридни), които се различават по своите характеристики и отговарят на множество изисквания. Те трябва да се конфигурират лесно, да предават данните с минима-лен брой грешки и да осигуряват надеждна и стабилна работа на мрежата.

Основните проблеми за WSNs са сигурност на информацията и ресурсите, начина на разгръщане на мрежата в изследваната територия и "комуникационните дупки" [20]. Пропуски в комуникацията се получават при непокрита територия, вследствие недостатъчен брой възли; неправилно функциониращи или унищожени сензори; наличие на препятствия, които ограничават обхвата на наблюдение; изчерпване на батерията или софтуерни грешки, водещи до чести рестартирания. Авторите правят сравнение между два модела на разгръщане, използвайки статични и мобилни сензорни възли. Мобилните датчици се разполагат на случаен принцип, с възможност за последващо преместване до оптималното им местоположение. Централизиран алгоритъм VFA максимизира обхвата на сензора, с помощта на диаграма Voronoi и извършване на необходимия брой итерации. За удовлетворяване на специфичните изисквания на WSN могат да се използват хомогенни възли, функциониращи по един и същ начин и хетерогенни, с различна мощност или обхват на сензора. Решаването на изложените проблеми е свързано с правилен избор на схема, ефективното разполагане на възлите, подобряване маршрутизацията на данни, ограничаване възможностите
за заглушаване на радиочестотата, използвана за комуникация между сензорите и координиращия възел.

Методите за разполагане на възлите на WSNs са разделени на две категории: планирано и случайно разгръщане на сензорите в изследваната територия. Разработени са алгоритми, базирани на четири различни математически подхода: Genetic Algorithms, Computational Geometry, Artificial Potential Fields и Particle Swarm Optimization. В [21] е извършено сравнение и е избран подходящ алгоритъм, оптимизиращ една или повече проектни цели, при зададени ограничения за WSN.

#### 3. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Безжичните сензорни мрежи са важна технология за мониторинг и контрол, която задоволява непрекъснато нарастващите изисквания на крайните потребители. Бъдещото развитие на WSNs е свързано с контролиране разхода на енергия, по-лесна инсталация и поддръжка на мрежата, намаляване големината и цената на сензорите, подбор на подходящи датчици и IP протокол, с цел измерване на нови параметри на околната среда.

#### ЛИТЕРАТУРА

[1] **Mohd Fauzi Othman, Khairunnisa Shazali**, Wireless Sensor Network applications: A study in environment monitoring system, Kuala Lumpur, Malaysia, 2012.

[2] John D. Lea-Cox, Using Wireless Sensor Networks for precision irrigation scheduling, Maryland, USA, 2012.

[3] Joaquín Gutiérrez, Juan Francisco Villa-Medina, Alejandra Nieto-Garibay and Miguel Ángel Porta-Gándara, Automated irrigation system using a Wireless Sensor Network and GPRS Module, Mexico, 2014.

[4] Bruno S. Faiçal, Fausto G. Costa, Gustavo Pessin, Jó Ueyama, Heitor Freitas, Alexandre Colombo, Pedro H. Fini, Leandro Villas, Fernando S. Osório, Patrícia A. Vargas, Torsten Braun, The use of unmanned aerial vehicles and wireless sensor networks for spraying pesticides, Brazil, 2014.

[5] Bruno S. Faiçal, Gustavo Pessin, Geraldo P. R. Filho, André C. P. L. F. Carvalho, Gustavo Furquim and Jó Ueyama, Fine-tuning of UAV control rules for spraying pesticides on crop fields, São Paulo, Brazil, 2014.

[6] João Valente, David Sanz, Antonio Barrientos, Jaime del Cerro, Ángela Ribeiro and Claudio Rossi, An air-ground Wireless Sensor Network for crop monitoring, Madrid, Spai, 2011.

[7] **D.D.Chaudhary, S.P.Nayse, L.M.Waghmare**, Application of Wireless Sensor Networks for greenhouse parameter control in precision agriculture, India, 2011.

[8] J. S. L. Timg, S. K. Kwok; W. B. Lee; A. H. C. Tsang, A dynamic RFID-Based mobile monitoring system in animal care management over a Wireless Network, Hong Kong, China, 2007.

[9] **R. Szewczyk, Al. Mainwaring, J. Polastre, J. Anderson and D. Culler**, An analysis of a large scale habitat monitoring application, USA, 2004. [10] **Xavier Silvani, Frederic Morandini and Eric Innocenti**, Evaluation of a Wireless Sensor Network with low cost and low energy consumption for fire detection and monitoring, France, 2014.

[11] **Mohamed Hefeeda and Majid Bagheri**, Wireless Sensor Networks for early detection of forest fires, Canada, 2009.

[12] **H. Soliman, K. Sudan, and A. Mishra**, A smart forest-fire early detection sensory system: Another approach of utilizing wireless sensor and neural networks, New Mexico, 2010.

[13] Jaime Lloret, Miguel Garcia, Diana Bri and Sandra Sendra, A Wireless Sensor Network deployment for rural and forest fire detection and verification, Valencia, Spain, 2009.

[14] Luís M. L. Oliveira, Wireless Sensor Networks: a survey on environmental monitoring, Portugal, 2011.

[15] Г. Димчев, З. Ненова, Т. Ненов, Безжична сензорна мрежа за мониторинг на състоянието на въздушна среда, ТУ Габрово, 2010.

[16] **Zhengzheng Jiang, Xiang Gu, Jihong Chen, Dandan Wang**, Development of an equipment room environment monitoring system based on Wireless Sensor Network and mobile agent, China, 2011.

[17] **G. Barrenetxea, F. Ingelrest, G. Schaefer, M. Vetterli**, Wireless Sensor Networks for environmental monitoring: The SensorScope experience, Switzerland, 2008.

[18] Jan Beutel, Kay Römer, Matthias Ringwald, Matthias Woehrle, Deployment techniques for sensor networks?, Switzerland, Germany,2009.

[19] Илия Костов, доц. д-р Васил Фурнаджиев, Обзор на методите и протоколите за маршрутизация при безжични мрежи, НБУ София, 2012.

[20] **Seema, Reema Goyal,** A survey on deployment methods in Wireless Sensor Networks, India, 2013.

[21] **D. S. Deif, Y. Gadallah**, Classification of Wireless Sensor Networks deployment techniques, Cairo, Egypt, 2013.

Автори: Юлия Велинова Калъпчийска, маг. инж., катедра "Електроизмервателна техника", Факултет Автоматика, Технически Университет-София; E-mail address: *kalapchiiska@abv.bg*; Антония Любенова Панделова, маг. инж., главен асистент д-р, катедра "Електроизмервателна техника", Факултет Автоматика, Технически Университет-София; E-mail address: *apandelova@tu-sofia.bg* 

Постъпила на 23.04.2016

Рецензент: доц. д-р Н. Стоянов



## РАЗРАБОТВАНЕ НА ВИРТУАЛЕН ИНСТРУМЕНТ ЗА ОЦЕНКА НА НЕОПРЕДЕЛЕНОСТТА ПРИ КАЛИБРИРАНЕ НА ЦИФРОВ ВОЛТМЕТЪР

#### Красимир Гълъбов, Антония Панделова, Карамфилия Василева

**Резюме:** Настоящата статия представя възможността за използване на виртуален инструмент за оценяване на неопределеността при калибриране на цифрови волтметри в програмната среда LabView. Даден е моделът на измерване при калибриране с еталонен кибратор, направен е анализ на неопределеността. Калибрирането се извършва в три обхвата: 0-100mV, 100mV-1V, 1-750V при честота 50Hz. Бюджетът на неопределеност е даден в табличен вид.

*Ключови думи:* виртуален инструмент, калибриране, неопределеност, LabView

# DEVELOPMENT OF VIRTUAL INSTRUMENT FOR EVALUATION OF UNCERTAINTY AT CALIBRATION OF DIGITAL VOLTMETER

## Krasimir Galabov, Antonia Pandelova, Karamfilia Vasileva

Abstract: This article presents the possibility of using virtual instrument for estimating uncertainty of calibration of digital voltmeters in LabView. A model of measurement at calibration with reference calibrator is shown. An analysis of uncertainty is made. The salibration is performed in three range: 0-100mV, 100mV-1V, 1-750V at 50 Hz. The budget of uncertainty is given in tables.

Keywords: virtual instrument, calibration, uncertainty, LabView

## 1. ВЪВЕДЕНИЕ

С развитие на съвременните технологии, се налага обработка на все по-голямо количество измервателна информация. За тази цел е подходящо използването на програмна среда, която може да събира, обработва и анализира, дори и с възможност за дистанционен достъп, измервателната информация. Отговарящ на тези изисквания е програмният продукт LabVIEW.

Широката гама от хардуерни устройства, богатият набор от софтуерни приложения за контрол, наблюдение и обработка на измервателна информация предлагани от Американската фирма National Instruments способстват за съвременното разглеждане на този процес в научната, развойната и учебната дейности, където все по-често навлизат виртуалните инструменти. Според National Instruments дефиницията за виртуален инструмент (ВИ) (Virtual Instrument или VI) е комбинация от хардуерни и софтуерни компоненти, които под управлението на персонален компютър добиват функционалност на класически лабораторен измервателен уред [1].

Целта на настоящата статия е да представи виртуален инструмент (ВИ) в програмната среда LabVIEW, с който да се оцени неопределеността при калибриране на цифров волтметър с еталонно средство за измерване.

## 2. МЕТОД НА КАЛИБРИРАНЕ

Процесът на калибриране представлява съвкупност от дейности, свързани с установяване на зависимостта между стойностите на величините, показани от средството за измерване, подлежащо на калибриране и стойностите, зададени от еталонното средство [2]. Калибрирането е вид измерване, в резултат на което на измерваната величина се приписва конкретна стойност с дадена неопределеност. Пълното представяне на резултата от измерване трябва да включва информация за неопределеността на измерване [3, 5].

Калибрирането на цифров волтметър се извършва с помощта на еталонно средство за измерване (еталонен калибратор) чрез използване на пряк метод на измерване. Блок-схемата на процеса на калибриране е показана на фиг.1. Прекият метод на измерване се изразява в непосредствено измерване на зададеното от еталонния калибратор напрежение от цифовия волтметър. За целта трябва да се знаят обхватите, в които се извършва калибрирането, както и точките на калибриране за всеки от тези обхвати.



Фиг.1. Процес на калибриране на цифров волтметър

Цифровият волтметър се калибрира в следните обхвати: 0-100mV, 100mV-1V, 1-750V при честота 50Hz. За случая на калибриране при променливо напрежение точките, в които се извършва калибриране, се изразяват като процент и представляват 10% и 90% от всеки обхват [4]. На еталонният калибратор се задава съответната точка от обхвата и се отчита показанието от цифровия мултимер, подлежащ на калибриране. Във всяка точка се извършват по десет измервания.

## 3. МОДЕЛ НА ИЗМЕРВАНЕ И АНАЛИЗ НА НЕОПРЕДЕЛЕНОСТТА

Моделът на измерване при калибриране на цифров волтметър се дава със следния израз:

$$U = \overline{U} - \delta U_{et} - \delta U_{dr} + \delta U_{t} + \delta U_{p.cn}$$
(1)

където:  $\overline{U}$  - оценката за действителната стойност на измерваната величина,  $\delta U_{et}$  - оценката на поправката за измерената стойност,  $\delta U_{dr}$  - оценка на поправката, дължаща се от дрейфа на еталона,  $\delta U_{t}$  - оценка на поправката, дължаща се от

изменение на температурата,  $\delta U_{p.cn}$  - оценка на поправката от разделителната способност на уреда.

При извършване на многократно измерване оценката на променливото напрежение, зададено от еталона и отчетено от цифровия волтметър, се дава със средноаритметичната стойност:

$$u(U_{cp}) = \sqrt{\frac{\sum_{j=1}^{n} (U_{j} - U_{cp})^{2}}{n(n-1)}}, (n \ge 10)$$
(2)

Средноквадратичната неопределеност на оценената измерена от еталона стойност се характеризира с нормално разпределение.

Оценката на поправката от еталонното средство се взима от свидетелството за калибриране на еталона и се определя като разлика на измерената от цифровия волтметър стойност и действителната стойност:

$$u\left(U_{nonp.}\right) = U_{u3M.} - U_{\partial.} \tag{3}$$

Средноквадратичната неопределеност на оценката на поправката, дължаща се на дрейф на показанията с времето се характеризира с правоъгълно разпределение и има вида:

$$u\left(\delta U_{\rho \rho \bar{u}\phi}\right) = \frac{\Delta U_{\rho \rho \bar{u}\phi}}{2\sqrt{3}} \tag{4}$$

 $\Delta U_{\text{дрей}\phi}$  е изменението в показанията на еталона за определено време, определя се от данните от предишни калибрирания

Средноквадратичната неопределеност на оценката на поправката, дължаща се на разделителната способност е

$$u\left(\delta U_{p.cn.}\right) = \frac{\Delta U_{p.cn.}}{2\sqrt{3}}$$
(5)

и има правоъгълно разпределение.

Комбинирана средноквадратична неопределеност, u<sub>c</sub> - положителен квадратен корен на сумата на квадратите на приносите на входните величини:

$$u_{c} = \sqrt{\sum \left(u_{i}\left(y\right)\right)^{2}}$$
(6)

Разширена неопределеност на измерването:

$$U = k_p u_c \tag{7}$$

 $u_c$  - комбинираната средноквадратична неопределеност;  $k_p = 2$  - фактор на покритие.

#### 4. РЕЗУЛТАТИ

Разработеният виртуален инструмент е показан на фиг.2. Целта на този ВИ е да оцени неопределеността при калибриране на цифров волтметър с еталонен калибратор СХ1651. За реализирането на тази цел е необходим набор от входни данни, свързани с точките на калибриране за раглежданите обхвати. Данните за проведените измервания в точките на калибриране за всеки обхват са свалени софтуерно от средството за измерване, подлежащо на калибриране (PICOTEST M3500A). На фиг.3 е даден предния панел на ВИ с входните данни.



Фиг.2. Блок диаграма на ВИ за оценка на неопределеността при калибриране на цифров волтметър за променливо напрежение

0 - 100 mV	(f = 50Hz)	100 mV - 1V	(f = 50Hz)	1V - 750 V	(f = 50Hz)
10mV/50Hz	90mV/50Hz	110mV/50Hz	900mV/50HZ	1.1V/50hZ	675V/50HZ
0.00997	0.08987	0.10981	0.89929	1.09867	674.28787
0.00997	0.08988	0.10982	0.89933	1.09872	674.22272
0.00997	0.08988	0.10982	0.89934	1.09875	674.22029
0.00997	0.08988	0.10982	0.89934	1.09877	674.22228
0.00997	0.08988	0.10982	0.89935	1.09877	674.22464
0.00997	0.08988	0.10982	0.8995	1.09878	674.22554
0.00997	0.08988	0.10982	0.89936	1.09877	674.25472
0.00997	0.08988	0.10983	0.89936	1.09878	674.22624
0.00997	0.08988	0.10982	0.89935	1.09877	674.23085
0.00997	0.08987	0.10983	0.89935	1.09878	674.23008

## Преден панел (потребителски интефейс) на ВИ с резултати от измерените стойности за съответните обхвати

	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
10mV/50Hz	9E-6	1.2E-5	0.002	0.01799	0.002	0.018	0.01	0.002	0.002	0.2	0.05	0.019	0.01	1E-5	2E-5
90mV/50Hz	1.3E-5	1.2E-5	0.02999	0.17986	0.03	0.18	0.09	0.02999	0.03	0.1	0.03	0.18	0.09	1E-5	2E-5
110mV/50Hz	1.3E-5	1.2E-5	0.02999	0.17986	0.03	0.18	0.11	0.02999	0.03	0.1	0.03	0.18	0.11	1E-5	2E-5
900mV/50Hz	8E-5	0.0004	0.29994	1.7997	0.3	1.8	0.9	0.29994	0.3	0.025	0.005	1.8	0.9	1E-5	0
1,10V/50Hz	8E-5	1.2E-5	0.29994	1.7997	0.3	1.8	1.1	0.29994	0.3	0.025	0.005	1.8	1.1	1E-5	0
675V/50Hz	0.1	1	300.04	899.6	300	900	675	300.04	300	0.03	0.02	760	675	1E-5	0
	,														

Преден панел (потребителски интефейс) на ВИ със стойности за константите

		Deistv.	Poprav-	Deistv. st.						
	Usr.	st-st	ka ot et.	po svid.	U(x izm.)	U(x dreif)	U(x r.sp.)	U(x et.)	uc	U
10mV/50Hz	0.00997	0.00997	-2E-6	0.01	1.84872E-7	4.95E-5	2.886751	5.25E-6	0.0000499	0.0000997
90mV/50Hz	0.08988	0.08989	1.4E-5	0.08994	3.32816E-7	0.00016	2.886751	6.3E-6	0.000164	0.000328
110mV/50Hz	0.10982	0.10983	1.4E-5	0.10992	1.57716E-6	0.00018	2.886751	6.23333E-6	0.000184	0.000368
900mV/50Hz	0.89935	0.89941	6E-5	0.89984	1.7091E-5	0.00032	2.886751	0.0001	0.000332	0.000664
1,10V/50Hz	1.09876	1.09882	6E-5	1.09981	1.13248E-5	0.00037	2.886751	2.18667E-5	0.000366	0.000732
675V/50Hz	674.23452	674.19452	-0.04	674.765	0.00669	0.3545	2.886751	0.33125	0.485	0.97

Преден панел (потребителски интефейс) на ВИ с получени резултати за оценка на неопределеността

#### Фиг.3. Преден панел (потребителски интерфейс) на ВИ с входни данни, въведени константи и получени резулати от оценката на неопределеността

На базата на получените резултати от ВИ се съставя и бюджета на неопределеност. Бюджетът на неопределеност представлява едно обобщение на оценката на неопределеността и се дава във вид на таблици. В табл.1-табл.6 са дадени получените резултати за оценката на неопределеността за всяка точка на калибриране.

## Таблица 1

	DIO	джет на неопр	сделеноет	sa ACV, IUIIV
Оценка на входната величина, <sub>Xi</sub>	Средно квадратична неопределеност на вх.величина, u <sub>i</sub> (x)	Вероятностно разпред. (вид)	Коефици- ент на чувс- твителност, С <sub>і</sub>	Принос към не- опред.на измер- ване на R и опре- деляне на t, u <sub>i</sub> (y)
0.00997	1.84872E-7	нормално	1	1.84872E-7
-2E-6	5.25E-6	нормално	1	5.25E-6

равномерно

(правоъгълно) равномерно

(правоъгълно)

Вх. величина, Х<sub>і</sub>

 $U_{\rm M3X.}$ 

 $\delta U_{nonp}$ 

 $\delta U_{\mathrm{p.cn,}}$ 

 $\delta U_{\mathrm{др.}}$ 

ACU = 0.00997

0

0

2.88675E-6

4.95E-5

#### Бюджет на неопределеност за ACV, 10mV

1

1

## Таблица 2

2.88675E-6

4.95E-5

Разширена неопределеност  $U = u_c k = 0.0000997$ 

## Бюджет на неопределеност за ACV, 90mV

Вх. вели- чина, Х <sub>і</sub>	Оценка на входната величина, <sub>Xi</sub>	Средно квадратична неоп- ределеност на вх.величина, u <sub>i</sub> (x)	Вероятностно разпред. (вид)	Коефици- ент на чувс- твителност, С <sub>і</sub>	Принос към не- опред.на измер- ване на R и опре- деляне на t, u <sub>i</sub> (y)	
<i>U</i> <sub>изх.</sub>	0.08988	3.32816E-7	нормално	1	3.32816E-7	
$\delta U_{n  ext{onp}}$	1.4E-5	6.3E-6	нормално	1	6.3E-6	
$\delta U_{ m p.cn,}$	0	2.88675E-6	равномерно (правоъгълно)	1	2.88675E-6	
$\delta U_{ m дp.}$	0	0.00016	равномерно (правоъгълно)	1	0.00016	
ACU = 0.08989		Комбинирана неопр u <sub>c</sub> = 0.00016	еделеност 4	Разширена неопределеност U = u <sub>c</sub> k = 0.000328		

Комбинирана неопределеност  $u_c = 0.0000499$ 

## Таблица 3

#### Бюджет на неопределеността за ACV, 110mV

Вх. вели- чина, Х <sub>і</sub>	Оценка на входната величина, <sub>Xi</sub>	Средно квадратична неоп- ределеност на вх.величина, u <sub>i</sub> (x)	Вероятностно разпред. (вид)	Коефици- ент на чувс- твителност, С <sub>i</sub>	Принос към не- опред.на измер- ване на R и опре- деляне на t, u <sub>i</sub> (y)	
$U_{{\scriptscriptstyle {\rm H3X.}}}$	0.10982	1.57716E-6	нормално	1	1.84872E-7	
$δU_{nonp}$	1.4E-5	6.23333E-6	нормално	1	6.23333E-6	
$δU_{ m p.cn,}$	0	2.88675E-6	равномерно (правоъгълно)	1	2.88675E-6	
$\delta U_{ m дp.}$	0	0.00018	равномерно (правоъгълно)	1	0.00018	
ACU = 0.10983		Комбинирана неопр u <sub>c</sub> = 0.00018	еделеност 4	Разширена неопределеност U = u <sub>c</sub> k = 0.000368		

## Таблица 4

Вх. вели- чина, Х <sub>і</sub>	Оценка на входната величина, <sub>Xi</sub>	Средно квадратична не- определеност на вх. ве- личина, u <sub>i</sub> (x)	Вероятностно раз- пред. (вид)	Коефици- ент на чувс- твителност, С <sub>і</sub>	Принос към не- опред.на измер- ване на R и опре- деляне на t, u <sub>i</sub> (y)
$U_{ m M3X.}$	0.10982	1.57716E-6	нормално	1	1.84872E-7
$\delta U_{n  ext{onp}}$	1.4E-5	6.23333E-6	нормално	1	6.23333E-6
$δU_{ m p.cn,}$	0	2.88675E-6	равномерно (правоъгълно)	1	2.88675E-6
$\delta U_{ m дp.}$	0	0.00018	равномерно (правоъгълно)	1	0.00018
ACU = 0.10983		Комбинирана нео u <sub>c</sub> = 0.000	пределеност 184	Разширена U = u <sub>c</sub>	а неопределеност k = 0.000368

#### Бюджет на неопределеност за ACV, 900mV

## Таблица 5

## Бюджет на неопределеност за ACV, 1.1V

Вх. вели- чина, Х <sub>і</sub>	Оценка на входната величина, <sub>Xi</sub>	Средно квадратична неоп- ределеност на вх.величина, u <sub>i</sub> (x)	Вероятностно разпред. (вид)	Коефици- ент на чувс- твителност, С <sub>і</sub>	Принос към не- опред.на измер- ване на R и опре- деляне на t, u <sub>i</sub> (y)	
$U_{\scriptscriptstyle  m MRX}$	1.09876	1.13248E-5	нормално	1	1.13248E-5	
$\delta U_{norm}$	6E-5	2.18667E-5	нормално	1	2.18667E-5	
$δU_{ m p.cn,}$	0	2.88675E-6	равномерно (правоъгълно)	1	2.88675E-6	
$\delta U_{ m дp.}$	0	0.00037	равномерно (правоъгълно)	1	0.00037	
ACU = 1.09882		Комбинирана неопр u <sub>c</sub> = 0.00036	еделеност 6	Разширена неопределеност U = u <sub>c</sub> k = 0.000732		

## Таблица 6

## Бюджет на неопределеност за ACV, 675V

Вх. вели- чина, Х <sub>і</sub>	Оценка на входната величина, <sub>Xi</sub>	Средно квадратична неоп- ределеност на вх.величина, u <sub>i</sub> (x)	Вероятностно разпред. (вид)	Коефици- ент на чувс- твителност, С <sub>і</sub>	Принос към не- опред.на измер- ване на R и опре- деляне на t, u <sub>i</sub> (y)	
$U_{{\scriptscriptstyle {\rm H3X.}}}$	1.09876	1.13248E-5	нормално	1	1.13248E-5	
$\delta U_{nom}$	6E-5	2.18667E-5	нормално	1	2.18667E-5	
$δU_{ m p.cn,}$	0	2.88675E-6	равномерно (правоъгълно)	1	2.88675E-6	
$\delta U_{ m дp.}$	0	0.00037	равномерно (правоъгълно)	1	0.00037	
ACU = 1.09882		Комбинирана неопр u <sub>c</sub> = 0.00036	еделеност 6	Разширена неопределеност U = u <sub>c</sub> k = 0.000732		

В показаните таблици се включват всички източници на неопределеност, влизащи в бюджетът на неопределеност. За всяка входна величина се определя нейната оценка, средноквадратичната неопределеност, показан е видът на разпределението, определен е и приносът й към неопределността. В долният край на всяка таблица са изчислени комбинираната неопределеност и разширената неопределеност.

#### 3. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Оценката на неопределеността е важна част от процеса на калибриране и получената стойност присъства в свидетелството за калибриране на средството за измерване. Самото оценяване на неопределеността представлява поредица от изчисления на отделните компоненти на разширената неопределеност, което изисква взимане под внимание на различни коефициенти. Представеният виртуален инструмент облекчава процеса на изчисляване на разширената неопределеност. Създадена е програма, с чиято помощ се оценява неопределеността при калибриране на цифров волтметър с еталонен калибратор. Необходимо условие, преди да се изпълни реализираният

виртуален инструмент, е да се зададат обхватите на калибриране. Виртуалният инструмент може да бъде използван в цялостна система за автоматично калибриране на средство за измерване, но може и да се използва самостоятелно след ръчно въвеждане на независимите п на брой измервания в различните обхвати.

## ЛИТЕРАТУРА

[1] Гълъбов К., Виртуална система за определяне на грешките на резултатите от измерване, Сб. Доклади "Метрология и метрологично осигуряване", 2014

[2] СМБ, Международен речник на основни и общи термини по метрология, кн. 2,2005.

[3] Под общата редакция на проф. Х. Радев, Метрология и измервателна техника, том 1, Софтрейд, 2012

[4] Ръководство за калибриране EURAMET/cg-15/v.01 кн. 2, 2011.

[5] EA-4/02, Expressions of the Uncertainty of Measurements in Calibration (Изразяване на неопределеността от измерване при калибриране) (previously EALR2), 1997.

Автори: Красимир Симеонов Гълъбов, маг. инж. асистент, катедра "Електроизмервателна техника", Факултет Автоматика, Технически Университет-София; E-mail address: *k\_galabov@tu-sofia.bg*; Антония Любенова Панделова, маг. инж., главен асистент, д-р, катедра "Електроизмервателна техника", Факултет Автоматика, Технически Университет-София; E-mail address: *apandelova@tu-sofia.bg*; Карамфилия Георгиева Василева, инж., катедра "Електроизмервателна техника", Факултет Автоматика, Технически Университет-София; E-mail address: *karamfilia\_vasileva@abv.bg* 

**Постъпила** на 04.05.2016 г.

Рецензент: доц. д-р В. Славов



## МОДЕЛИРАНЕ НА ПРЕВКЛЮЧВАНЕТО НА МОЩНОСТЕН ПРЕВКЛЮЧВАТЕЛ С ВАКУУМНИ ДЪГОГАСИТЕЛНИ КАМЕРИ

## Николай Гуров

**Резюме:** Работа е посветена на съставянето на модел на процеса на превключване на мощностен превключвател, който е основна част на стъпалните регулатори на напрежение и осъществява превключването регулиращо напрежението. Изведен е математически модел на конкретен мощностен превключвател с две вакуумни дъгогасителни камери. Разработен е симулационен модел в Simulink, който дава възможност за изследване на влиянието на конструктивните и експлоатационни параметри на процеса на превключването на консмодел в Simulink, който дава възможност за изследване на влиянието на конструктивните и експлоатационни параметри на процеса на превключване в лабораторни условия и може да подпомогне оптимизирането и повишаването на надеждността на конструкцията на изделието.

**Ключови думи:** Стъпален регулатор, Мощностен превключвател, Математически модел, Simulink, MATLAB;

#### MODELING OF THE SWITCHING PROCESS OF A DIVERTER SWITCH WITH VACUUM INTERRUPTERS

## Nikolay Gourov

Abstract: The paper is devoted to compiling the model of the switching process of a diverter switch, which is a major part of on-load tap-changers and implements switching process which actually regulates the voltage. Mathematical model of a particular diverter switch with two vacuum interrupters was achieved. A simulation model in Simulink has been developed. It allows studying the influence of the structural and operating parameters on the switching process in the laboratory and can help optimize and improve the reliability of the construction of the product.

**Keywords:** On-Load Tap-Changer, Diverter Switch, Mathematical model, Simulink, MATLAB

#### 1. ВЪВЕДЕНИЕ

Осигуряването на качеството на електрическата енергия е една от основните задачи на енергетиката. От него зависи както правилната и безаварийна работа на включените в електрическата мрежа уреди, така и живота и здравето на персонала поддържащ мрежата, а и на всички потребители. Номиналното напрежение е един от най-важните параметри на качеството на електрическата енергия. Регулирането под товар на напрежението чрез вградени в трансформаторите стъпални регулатори е най-разпространеният метод в енергетиката и промишлеността. Основни съставни части на стъпалните регулатори, които всъщност осъществяват превключването на отклоненията, което от своя страна регулира напрежението, са мощностните превключватели.

Превключването на мощностните превключватели на стъпалните регулатори обикновено се извършва много бързо, което води до развитието на големи динамични усилия и появата на удари и вибрации. Настройката на режима на превключване в практиката нормално се извършва като се използва натрупания опит и прилагайки метода "проба-грешка". При разработката на нови мощностни превключватели активно се използват специализирани програмни пакети като AutoCAD и ANSYS.

Цел на настоящето изследване е да се разработи математически модел на нов мощностен превключвател на стъпален регулатор на напрежение с две вакуумни дъгогасителни камери. Моделът е симулиран с помощта на Simulink – средата на MATLAB [1] за моделиране и симулиране на динамични системи и с негова помощ може да се изучи влиянието на различни конструктивни и експлоатационни параметри при превключване, което от своя страна е важно за разработчиците, конструкторите и изпитателите на стъпални регулатори на напрежение.

#### 2. КОНСТРУКЦИЯ НА МОЩНОСТНИЯ ПРЕВКЛЮЧВАТЕЛ

Общ вид на изследвания мощностен превключвател (МП) е показан на фиг.1. Електрическата схема на превключване на една фаза на МП с две вакуумни дъгогасителни камери (ВДК) може да се види на фиг.2.а). Главната ВДК V<sub>1</sub> е свързана към текущото отклонение N<sub>1</sub> на стъпалната намотка U<sub>c</sub> чрез бързодействащия разединител K<sub>1</sub>. Превключвател K<sub>2</sub> включва свързаните последователно спомагателна ВДК V<sub>2</sub> и резистор R към затворената главна ВДК. Последователността на действие на отделните комутиращи елементи може да се проследи на идеализираната циклограма от фиг.2.б).



Фиг.1. Общ вид на мощностен превключвател.





На фиг.3 е показана конструкцията на изследвания мощностен превключвател. Всички изследвания в работата са направени за него. Трите фази на трифазния МП са унифицирани с тези на еднофазния, което позволява получените резултати да се умножават по три. С цифри са означени важни елементи на конструкцията. Носещият корпус на МП е съставен от изолационен цилиндър 12, метално дъно 5 и изолационна плоча 13. Централният задвижващ вал 30 е лагеруван към дъното 5 и е свързан с пружинния енергиен акумулатор (ПЕА) 1. На вала 30 са разположени гърбиците 33 за задействане на механизмите 8 на ВДК и изолационните дискове 14 и 15 за задействане на бързодействащите разединители К<sub>1</sub> и К<sub>2</sub>. Неподвижните тоководещи дъги 34 са монтирани отвън на изолационния цилиндър 12. На вала 30 е монтиран и приплъзващ маховик 31.



Фиг.3. Конструкция на изследвания мощностен превключвател; а) Надлъжен разрез; б) Напречен разрез над контактите; в) Напречен разрез над гърбиците.

#### 3. АНАЛИТИЧНО ОПИСАНИЕ НА ДВИЖЕНИЕТО

Действието на МП се описва от връзката между ъгъла на завъртане α на задвижващия вал и обуславящите го силови моменти. В основата на описанието стои теоремата за изменението на кинетичната енергия, която гласи, че извършената работа от сила "F" действаща на тяло с маса "m" е равна на промяната на кинетичната енергия на тялото и може да се запише в диференциална форма във вида [2]:

$$dW = dE_k \tag{1}$$

където W е извършената работа, а Е<sub>к</sub> - кинетичната енергия.

Като се има предвид, че за въртеливо движение е в сила  $dW = Md\alpha$  и  $E_{\kappa} = \frac{1}{2}I\omega^2$ , където М е приведения силов момент действащ на тялото,  $\alpha$  – ъгълът на завъртане, I – приведеният сумарен инерционен момент на тялото,  $\omega$  – ъгловата скорост на тялото, уравнението добива вида:

$$Md\alpha = d\left(\frac{1}{2}I\omega^2\right) = I\omega d\omega + \frac{\omega^2}{2}dI$$
(2)

Тъй като  $\omega = \frac{d\alpha}{dt}$ , следва че  $M = I \frac{d\omega}{dt} + \frac{\omega^2}{2} \frac{dI}{d\alpha} = I \frac{d\omega}{dt} + \frac{\omega}{2} \frac{dI}{dt}$ . Приведеният силов момент M се получава от едновременното действие на двигателния и съпротивителния моменти, т.е.  $M = M_{\partial} - M_c$ . Следователно диференциалното уравнение, което описва движението на въртящия се вал може да се опише с израза:

$$I\frac{d\omega}{dt} = M_{\partial} - M_c - \frac{\omega}{2}\frac{dI}{dt}$$
(3)

За да се получи окончателната форма на диференциалното уравнение трябва да се вземе под внимание, че съпротивителният момент е съставен от следните основни силови моменти: 1) Съпротивителен момент от триене в контактите –  $M_{\rm TpK}$ , 2) Съпротивителен момент от включване и изключване на вакуумните дъгогасителни камери –  $M_{\rm вдк}$ , 3) Съпротивителен момент от механично триене в механизмите на мощностния превключвател –  $M_{\rm тpM}$ , 4) Съпротивителен момент от хидравлично триене –  $M_x$  (Обикновено  $M_x$  се изразява с формулата:  $M_x = S\omega^2 = S\left(\frac{d\alpha}{dt}\right)^2$ , където S е коефициент), 5) Съпротивителен момент на буфера –  $M_{\rm cfo}$ .

Така се получава окончателната форма на диференциалното уравнение, което описва движението на задвижващия вал:

$$I\frac{d\omega}{dt} = M_{\partial} - M_{mpK} - M_{BZK} - M_{mpM} - M_{c\delta} - S\omega^{2} - \frac{\omega}{2}\frac{dI}{dt}$$
или  

$$I\frac{d^{2}\alpha}{dt^{2}} = M_{\partial}(\alpha) - M_{mpK}(\alpha) - M_{BZK}(\alpha) - M_{mpM}(\alpha) - M_{c\delta}(\alpha) - S\left(\frac{d\alpha}{dt}\right)^{2} - \frac{1}{2}\frac{d\alpha}{dt}\frac{dI}{dt}$$
(4)

#### 4. МОДЕЛИРАНЕ НА ПРОЦЕСА НА ПРЕВКЛЮЧВАНЕ

Превключването между отклоненията на МП се осъществява чрез завъртането на централния вал (30 от фиг. 3) на  $90^{\circ}$ , като в едната посока се реализира превключване от N<sub>1</sub> към N<sub>2</sub>, а в обратната посока от N<sub>2</sub> към N<sub>1</sub> (фиг.2.б)).

Двигателният момент  $M_{a}(\alpha)$  се получава от действието на пружинно енергийния акумулатор (1 от фиг.3). При него пружините се натягат предварително до някаква сила  $F_{0}$  и в необходимия момент се освобождават, с което се стартира процеса на превключване. При завъртването силата се променя линейно в зависимост от ъгъл  $\alpha$  по закона  $F(\alpha) = F_{0} - \frac{F_{0}}{180}\alpha$ . Рамото на силата се променя в съответствие с фиг.4 и може да бъде изчислено по формулата  $R(\alpha) = \frac{0,05}{\sqrt{2}}sin(45 + \alpha)$ . Следователно резултатният силов момент е:

$$M_{\mu}(\alpha) = F(\alpha).R(\alpha) = \left(F_0 - \frac{F_0}{180}.\alpha\right).\left(\frac{0.05}{\sqrt{2}}.\sin\left(\frac{(45+\alpha).2.\pi}{360}\right)\right)$$
(5)







Фиг. 5. Контактуване на подвижните и неподвижните контакти.

(9)

Съпротивителният момент от триене в контактите  $M_{TpK}(\alpha)$  се дължи на триенето между подвижните и неподвижните контакти при завъртването на централния вал. Обуславя се от действието на осем пружини (четири пружини на всеки контакт по две за всяка шина) (фиг.5). Конкретните параметри са:

R<sub>1</sub>=80 mm – радиус на първата шина;

R<sub>2</sub>=140 mm – радиус на втората шина;

F<sub>1</sub>=80 N – сила на първата четворка пружини (две по две);

F<sub>2</sub>=40 N – сила на втората четворка пружини (две по две);

f=0,1 – коефициент на триене.

Ν

За тези параметри моментите от съответните сили се получават:

$$M_1 = 2.F_1.R_1.f + 2.F_1.R_2.f = 3,52 \text{ Nm}$$
(6)

$$M_2 = 2.F_2.R_1.f + 2.F_2.R_2.f = 1,76 \text{ Nm}$$
(7)

Общият момент от триене на контактите за трите фази ще бъде:

$$M_{\rm rbK} = (M_1 + M_2).3 = 15,84 \text{ Nm}$$
(8)

От  $63^{\circ}$  до  $72^{\circ}$  изключва втория контакт, т.е.  $M_2=2.F_2.R_1.f=0,64$  Nm

$$A_{\rm TpK} = (M_1 + M_2).3 = 12,48 \text{ Nm}$$
(10)

Съпротивителния момент от действието на вакуумните дъгогасителни камери М<sub>влк</sub> се дължи на включването и изключването на V<sub>1</sub> и V<sub>2</sub>.

Първото превключване започва на 9<sup>°</sup> и продължава до 36<sup>°</sup>. През този период силата се променя линейно от  $F_3$ =200 N до  $F_3$ =-200 N, Радиусът на завъртване е  $R_3$ =40 mm.

Второто превключване започва от  $54^{\circ}$  и продължава до  $81^{\circ}$ . Превключването протича по същия начин, т.е.  $F_3$  се променя линейно за този период от 200 N до -200 N и радиусът на завъртване е  $R_3$ =40 mm.

В крайна сметка се получават следните зависимости за различните ъгли на завъртване:

За  $\alpha = 0^{0} \div 9^{0}$ ,  $\alpha = 36^{0} \div 54^{0}$  и  $\alpha = 81^{0} \div 90^{0}$  вакуумните дъгогасителни камери не участват в превключването, т.е.  $F_{3}(\alpha) = 0$ .

За интервала от  $9^0$  до  $36^0$  се осъществява първото превключване и  $F_3(\alpha)$  действа по следния начин:

$$F_3(\alpha) = A - B\alpha = \frac{1000}{3} - \frac{400}{27}\alpha$$
(11)

За интервала от 54<sup>0</sup> до 81<sup>0</sup> е в сила второто превключване и силата се променя по закона:

$$F_3(\alpha) = A - B\alpha = 1000 - \frac{400}{27}\alpha$$
(12)

За силовият момент се получава М<sub>ВДК</sub>=F<sub>3</sub>(α).0,04 Nm. Сумарно за трите фази

$$M_{BJK} = F_3(\alpha).0,04.3 \text{ Nm.}$$
(13)

Съпротивителният момент от механично триене в механизмите на мощностния превключвател  $M_{\tau pM}$  и съпротивителният момент от хидравлично триене  $M_x$  нормално се състоят от много и най-различни моменти затова с цел опростяване на модела се вземат по 5% от максималния момент от триене на контактите за целия период на завъртане ( $0^0$ ÷90<sup>0</sup>), т.е.

$$M_{TPM}(\alpha) + M_x(\alpha) = 1,584 \text{ Nm.}$$
 (14)

Съпротивителният момент на буфера  $M_{c6}$  се проявява в края на превключването и спомага за избягване на механични удари и вибрации при завършването на процеса. Той се осъществява от две пружини разположени на двете шини. Силата  $F_4(\alpha)$  на пружините се променя линейно от 0 до 300 N за завъртане от 86<sup>0</sup> до 90<sup>0</sup>. Следователно:

$$F_4(\alpha) = \frac{300}{4}(\alpha - 86) = 75\alpha - 6450 N.$$
(15)

За момента се получава:

$$M_{c\delta} = F_4(\alpha)0,08 + F_4(\alpha)0,14 = F_4(\alpha).0,22 = 16,5\alpha - 1419 \text{ Nm}$$
(16)

Сумарният приведен инерционен момент I е сума от приведените инерционни моменти на всички механизми участващи в превключването, но основно влияние има инерционният момент на маховика. За опростяване на модела в началото ще бъде отчетен само инерционният момент на маховика и ще бъде прието, че той е постоянен. Маховикът е изработен във вид на диск, т.е.  $I = \frac{mr^2}{2}$ , където m е масата на маховика, а r – радиусът на завъртване. Масата може да се изчисли от обема на маховика (V) и плътността му ( $\rho$ ) по формулата m=V. $\rho$ = $\pi$ .r<sup>2</sup>.h. $\rho$ . Като се има предвид, че маховикът е изработен от стомана с радиус r=60 mm и дебелина h=50 mm (плътността на стоманата е  $\rho$ =7800 kg/m<sup>3</sup>), за масата се получава: m= $\pi$ .r<sup>2</sup>.h. $\rho$ =4,41kg. Следователно инерционният момент е:

$$I = \frac{mr^2}{2} = \frac{4,41.0,06^2}{2} = 0,0079 \text{ kg.m}^2.$$
(17)

След направените изчисления и опростявания изразът описващ движението на задвижващият вал добива вида:

$$\frac{d^2\alpha}{dt^2} = \frac{M_{\partial}(\alpha) - M_{mpK}(\alpha) - M_{B\mathcal{A}K}(\alpha) - M_{c\delta}(\alpha) - M_{mpM} - M_x}{I}$$
(18)

#### 5. СИМУЛАЦИОНЕН МОДЕЛ

На база на (18) е разработен симулационен модел на превключването в програмна среда MATLAB с помощта на приложението й за моделиране Simulink [5].

Решението във времето се осъществява чрез двойно интегриране на (18):

$$\alpha = \alpha(0) + \iint \left( \frac{M_{a}(\alpha) - M_{\rm TpK}(\alpha) - M_{\rm EdK}(\alpha) - M_{\rm c6}(\alpha) - M_{\rm TpM} - M_{\rm x}}{I} \right) dt \tag{19}$$

Избран е числен метод "Дорманд-Принс" при стъпка на дискретизация  $\Delta t=0,001$  s и време за симулация t=0,5 s. На фиг.6 е представен моделът както изглежда в прозореца за редактиране на Simulink.



Фиг.6. Симулационен модел на процеса на превключване на мощностен превключвател.

#### 6. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В работата е представено построяването на модел на процеса на превключване на мощностен превключвател с вакуумни дъгогасителни камери. Съставен е динамичен модел на превключването базиран на опростени зависимости между функционалните характеристики и геометричните параметри на избрания мощностен превключвател. На основата на този модел е разработен симулационен модел в средата за моделиране и симулиране на динамични системи Simulink на програмния пакет MATLAB. С помощта на полученият модел може да се провеждат симулационни изследвания на динамиката на превключването на мощностния превключвател, които да подпомогнат оптимизирането на процеса на превключване и повишаването на надеждността му. С малки изменения съобразени с конкретната конструкция моделът може да се адаптира и използва за изследване на динамиката и на други мощностни превключватели.

## БЛАГОДАРНОСТ

Авторът изказва своята благодарност на Технически Университет - София за подкрепата, която оказва в работата му.

Научните изследвания, резултатите от които са представени в настоящата публикация, са финансирани от Вътрешния конкурс на ТУ-София - 2015 год., договор 152ПД0032-08

## ЛИТЕРАТУРА

[1] *https://www.ma.utexas.edu/users/haack/getstart.pdf* (посетен последно на 25.04.2016г.)

[2] *http://www.phy.duke.edu/~rgb/Class/intro\_physics\_1/intro\_physics\_1.pdf* (посетен последно на 25.04.2016 г.)

[3] T. Dragomirov and N. Gourov Transient Dynamic Responses During Switch Over Operation of Diverter Switch with Vacuum Inerrupters, Proceedings of XVI – th International Symposium on Electrical Apparatus and Technologies "SIELA 2009", 4 – 6 June 2009, Bourgas, Bulgaria, vol. 1, pp. 94-100

[4] Сн. Йорданова и Пл. Цветков Приложно моделиране и симулиране на системи, Херон Прес ООД, София, 2001, ISBN 954-580-105-0

[5] *http://cn.mathworks.com/help/pdf\_doc/simulink/sl\_using.pdf* (посетен последно на 25.04.2016г.)

Автор: Николай Гуров, маг. инж. асистент, катедра "Електроизмервателна техника", Факултет Автоматика, Технически Университет-София; E-mail address: *nrg@tu-sofia.bg* 

Постъпила на 23.04.2016

Рецензент: проф. д-р П. Цветков



## МАТЕМАТИЧЕН МОДЕЛ И БЮДЖЕТ НА НЕОПРЕДЕЛЕНОСТ НА СИСТЕМА ЗА КАЛИБРИРАНЕ НА АКСЕЛЕРОМЕТРИ С ВИРТУАЛЕН ЕТАЛОН

#### Божидар Джуджев

**Резюме:** В разработката са представени математичен модел и оценка на неопределеността на резултата, при нов подход за калибриране на акселерометри, с използване на виртуален еталон.

Ключови думи: бюджет, неопределеност, виртуален еталон, калибриране

#### MATHEMATICAL MODEL AND UNCERTAINTY BUDGET OF SYSTEM FOR CALIBRATION OF ACCELEROMETERS WITH VIRTUAL STANDARD

#### **Bozhidar Dzhudzhev**

*Abstract*: The paper presents mathematical model and uncertainty estimation of the result, under new approach for accelerometers calibration, using virtual standard. *Keywords:* budget, uncertainty, virtual standard, calibration

## 1. ВЪВЕДЕНИЕ

Вибрациите са едно от най-разпространените явления. Те могат да бъдат полезни или вредни, но и в двата случая е необходимо те да се контролират. Контролът се осъществява чрез измерване на вибрациите с преобразуватели за преместване, за скорост (велосиметри) или за ускорение (акселерометри). Найчесто се използват акселерометрите, заради техните размери, тегло, честотен измервателен диапазон и др. За да сме сигурни в характеристиките на акселерометрите, те подлежат на периодични калибриране. Важна част при калибрирането е оценяването на неопределеността на измерването (бюджет на неопределеност). В настоящия доклад ще бъде представен бюджет на неопределеността на система за калибриране на акселерометри с виртуален еталон.

## 2. СИСТЕМА ЗА КАЛИБРИРАНЕ НА АКСЕЛЕРОМЕТРИ С ВИРТУАЛЕН ЕТАЛОН

На фиг.1 е представена блокова схема на системата за калибриране на акселерометри с виртуален еталон.



Фиг.1. Блокова схема на система за калибриране с виртуален еталон.

Блоковете на фиг.1 са:

- ФГ функционален генератор;
- УМ усилвател на мощност;
- ВС вибростенд;
- КА- калибриран акселерометър;
- ИУ измервателен усилвател;
- К компютър;
- ВЕ виртуален еталон.

Виртуалният еталон е разработен на базата на програмния продукт LabVIEW 2011. Той управлява вибростенда чрез функционалния генератор и усилвателя на мощност [1].

#### 3. МАТЕМАТИЧЕН МОДЕЛ НА СИСТЕМА ЗА КАЛИБРИРАНЕ НА АКСЕЛЕРОМЕТРИ С ВИРТУАЛЕН ЕТАЛОН

Зависимостта (1) представя математичния модел на системата за калибриране на акселерометри с разработения виртуален еталон по фиг.1 [2]

$$S_{k} = \frac{(U_{k} + \delta I_{\Delta 1} + \delta I_{M} + \delta I_{L})}{(a + \delta I_{f} + \delta I_{A_{BM}} + \delta I_{BEM}).(S_{A} + \delta I_{S_{AK}})} \cdot (K_{m} + \delta I_{K_{m}}).(K_{C} + \delta I_{K_{C}}) + \delta I_{S_{E}}$$
(1)

където:

 $S_{\kappa}$  – коефициент на преобразуване на акселерометъра за калибриране;

*U<sub>k</sub>* – напрежение на изхода на акселерометъра

 $\delta I_{\Delta l}$  - влияние на АЦП в канал 1 на осцилоскопа;

 $\delta I_M$  - влияние на условията на монтиране на усилвателя;

 $\delta I_L$  – влияние на нелинейността на акселерометъра;

*К*<sub>*m*</sub> – корекция на масата на акселерометъра;

 $\delta I_{Km}$  – влияние на корекцията на масата на акселерометъра;

*K<sub>c</sub>* – корекция на капацитета на входа на измервателния усилвателя;

 $\delta I_{Kc}$  - влияние на корекцията на капацитета на входа на ИУ; *a* – ускорение;

 $\delta I_f$  - изменение на честотата на функционалния генератор;

 $\delta_{\textit{ABM}}\,$  - нестабилност на амплитудата на вибростенда;

δ<sub>*ABEM*</sub> - влияние на апроксимацията на математичния модел;

 $S_a$  – коефициент на усилване на усилвателя;

 $\delta I_{SA}$  - нестабилност на коефициента на усилване на усилвателя;

 $\delta I_{SE}$  - нестабилност на коефициента на преобразуване на виртуалния еталон.

## 4. БЮДЖЕТ НА НЕОПРЕДЕЛЕНОСТ НА СИСТЕМА ЗА КАЛИБРИРАНЕ НА АКСЕЛЕРОМЕТРИ С ВИРТУАЛЕН ЕТАЛОН

В табл.1 е представен бюджета на неопределеност на системата за калибриране с виртуален еталон. В нея са включени изчислените стойности на компонентите участващи в математичния модел. [2]

									<u>Табл.</u> 1
Влиятенца в еличина Ха	Оценка	Тып өценка	Тып раздределение	Брой измервания и	Граница на разсейване а	Коефициент на разпределението b <sub>i</sub>	Средно квадратична неопределеност и (хэ)	Коефицн ент на чувстви телност ся	Принос на неопреде леността а.ф), mV/ms <sup>-2</sup>
$S_{k}$	4,1	A	Нормално	10	-	-	0,01 mV/ms <sup>-2</sup>	1	0,01
$\delta I_{s_z}$	0	В	Нормално	-	0,0615 mV/ms <sup>-2</sup>	1/2	0,0307 mV/ms <sup>-2</sup>	1	0,0307
$\delta I_{\Delta 1}$	0	В	Правоъгълно	-	0,013 mV	1/√3	0,007514 mV	0.11 1	0,00082654
$\delta I_M$	0	В	Правоъгълно	-	0,002 mV	1/√3	0,001156 mV	$\frac{0,11}{m/s^2}$	0,00012716
$\delta I_L$	0	В	Правоъгълно	-	0,001 mV	1/√3	0,000578 mV		0,00006358
$\delta I_f$	0	В	Правоъгълно	-	0,005 m/s <sup>2</sup>	1/√3	0,00289 m/s <sup>2</sup>		-0,001185
$\delta I_{A_{2M}}$	0	В	Правоъгълно	-	0,03 m/s <sup>2</sup>	1/ √3	0,01734 m/s <sup>2</sup>	- 0,41, mV	-0,0071094
δI <sub>вем</sub>	0	в	Нормално	-	0,1 m/s <sup>2</sup>	1/2	0,05 m/s <sup>2</sup>	(m/s²)²	-0,0205
δІ <sub>5,,,,</sub>	0	В	Правоъгълно	-	0,0022	1/√3	0,0012716	$-4 l, \frac{mV}{(m/s^2)^2}$	-0,0052156
$\delta I_{\kappa_n}$	0	В	Правоъгълно	-	0,00017	1/√3	0,0000983	4,7, $\frac{mV}{m/s^2}$	0,0004601
$\delta I_{\kappa_c}$	0	В	Правоъгълно	-	0,00127	1/√3	0,000734	3,2, $\frac{mV}{m/s^2}$	0,0023488
	4,1				uc(Sk)	Средн	оквадратична нео	пределеност	0,0393
					$U(S_k)$	P	азширена неопред	еленост	0,0787
			Oố	явен	резултат $S_k$ =	4,10 m	$V/m/s2 \pm 1,92$ %	%,	

Представения бюджет е за конкретен случай за калибриране на акселерометър, със системата за калибриране с виртуален еталон. Използваната система с виртуален еталон води до отпадане на елементите участващи в еталонната веригата (измервателен усилвател и еталон). Това отпадане се отразява и в бюджета на неопределеността, чрез отпадане на техните неопределеностите.

#### 5. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Математичният модел включва всички влияещи величини с техните неопределености, които определят резултата от измерването и неговата неопределеност. Системата за калибриране на акселерометри с виртуален еталон, дава възможност за опростяване на системата и отпадане на някои блокове. Това води до отпадане на компоненти от бюджета на неопределеността, чрез което се повишава точността на измерването.

#### ЛИТЕРАТУРА

[1] Б. Джуджев, Д. Гинов, "Изследване на виртуален модел за определяне на характеристиките на акселерометри", Proceeding volume 3 "Mechanics, Dynamics, Strenght and Realiability. Analysis of elements", III international scientific and technical conference "Technics. Technologies. Education. Safety", Велико Търново, България, 2015

[2] Автореферат на дисертация за присъждане на образувателна и научна степен "ДОКТОР" на тема "Метрологично осигуряване на процесите при измерване на вибрации", София, 2015

**Автори:** Божидар Джуджев, асистент д-р, катедра "Електроизмервателна техника", Факултет Автоматика, Технически Университет-София; E-mail address: *b.djudjev@tu-sofia.bg* 

Постъпила на 23.04.2016

Рецензент: доц. д-р Г. Милушев



# УПРАВЛЕНИЕ НА ДВУКОЛЕСЕН РОБОТ ПОСРЕДСТВОМ ЛИНЕЙНО КВАДРАТИЧЕН РЕГУЛАТОР И $H_{\infty}$ ФИЛТЪР

## Цоньо Славов, Йордан Кралев, Николай Христов, Петко Петков

**Резюме:** В работата са представени разработеният от авторите двуколесен робот и синтезираните LQR-регулатор,  $H_{\infty}$  филтър, ПИ регулатор и ПИ филтър на Калман. На базата на оценки на състоянията и ъгъла на наклон на робота получени с  $H_{\infty}$  филтър, LQR-регулаторът стабилизира робота в горно равновесно положение и осигурява следене на заданието за движение напредназад. ПИ филтърът на Калман оценява ъгъла на завъртане на робота около вертикалната ос. Тази оценка се използва от ПИ регулатора за управление на движението на робота около вертикалната ос. В средата на МАТLAB/Simulink е разработен специализиран софтуер за генериране на код за вграждане на синтезираните регулатори и филтри в цифров сигнален процесор TMS320F28335. Дадени са експериментални резултати за движението на робота в равнината, които демонстрират качеството на вградената система за управление. Ключови думи: управление на двуколесен робот, LQR управление,  $H_{\infty}$  филтър, вградената система за управление

## CONTROL OF TWO WHEELED ROBOT BY LQR CONTROLLER AND $H_{\infty}$ FILTER

## Tsonyo Slavov, Jordan Kralev, Nikolay Hristov, Petko Petkov

Abstract: In this paper the developed two-wheeled robot and designed LQR controller,  $H_{\infty}$  filter, PI controller and PI Kalman filter are presented. On the basis of state estimates and body tilt angle estimate obtained by  $H_{\infty}$  filter, the LQR controller stabilizes two wheeled robot in upright position and ensures good tracking of wheel position reference. The PI Kalman filter estimates body yaw angle. The PI controller uses this estimate and controls two wheeled robot rotation around the vertical axis. A software in MATLAB®/Simulink environment for generation of code which is embedded in a Texas Instruments Digital Signal Controller is developed. Experimental results of system performance are given that confirm the efficiency of the control system developed.

*Keywords:* two-wheeled robot control, LQR control,  $H_{\infty}$  filter, embedded system

#### 1. ВЪВЕДЕНИЕ

Поради трудностите възникващи при управление на крачещите мобилни роботи, в последните години се наблюдава засилен интерес към колесните такива [1]. Те започват да се използват във все повече области на човешката дейност

като антитерористична дейност, спасителни операции, ежедневна домашна дейност и др. Нещо повече, колесните роботи са енергийно по-ефективни от крачещите и механичната им конструкция е сравнително проста, което обуславя и не високата им цена. От гледна точка на управлението те могат да бъдат устойчиви обекти, ако имат най-малко три колела или неустойчиви обекти ако са с помалко от три колела. Роботите с повече от две колела са по-прости за управление и са по-енергийно ефективни в сравнение с тези с по-малко, т.к. за да се поддържа устойчиво състояние на двуколесните роботи е необходима енергия. Въпреки това двуколесните роботи имат редица предимства в сравнение с устойчивите колесни роботи като компактни размери, висока маневреност, поради факта че могат да се въртят около вертикалната си ос, способност за преминаване през тесни пространства, способност за толериране на големи товарни смущения, които биха обърнали робот с повече от две колела, възможност за бързо ускоряване и др. Всичко това обуславя засиления интерес към тях и възникването на търговски продукти, представляващи двуколесни роботи. Найпопулярният такъв продукт е средството за персонално придвижване Сигуей (Segway<sup>®</sup>), произвеждано от Segway Inc., САЩ [2], което напоследък придобива популярност и у нас. Някои от неговите модели имат максимална скорост 20 km/h и могат да пропътуват до 38 km с единствено зареждане на батерията. Приложение в обучението намира и двуколесният робот, построен въз основата на развойния кит LEGO<sup>®</sup> Mindstorms NXT [3]. Двуколесните роботи притежават динамика, която е подобна на динамиката на обърнатото махало и поради това е необходимо да бъдат стабилизирани принудително около вертикалното положение с помощта на система за управление. За целта могат да се използват линейно-квадратични регулатори с филтри на Калман [4,5], робастни регулатори [6,7] или ПИД регулатори [8], с които се постига вертикална стабилизация на робота и преместване в желана точка на хоризонталната равнина. При използване на линейно-квадратичен регулатор с филтър на Калман качеството на управление зависи от оценките на състоянията. Филтърът на Калман дава неизместени и ефективни оценки само при точен модел на обекта и известни статистически характеристики на шумовете. На практика тези условия рядко се удовлетворяват напълно. При неточно известни статистически характеристики на шумовете и модел на обекта алтернатива на филтъра на Калман е  $H_{\infty}$  филтъра. Той представлява филтър за най-лошия случай, т.к. се предполага че шумовете са избрани така, че да се максимизира грешката в оценката на състоянието. Този филтър не изисква никакви предположения относно шумовете и представлява робастна версия на филтъра на Калман. Може да се покаже, че филтъра на Калман е частен случай на  $H_{\infty}$  филтъра.

В литературата все още няма докладвани резултати за синтез и реализация на линейно-квадратични регулатори с  $H_{\infty}$  филтри за управление на двуколесни роботи. Това мотивира авторите да синтезират и реализират линейно квадратичен регулатор с  $H_{\infty}$  филтър за стабилизация и управление на надлъжното движение на двуколесен робот.

В настоящата работа са представени теоретични и експериментални резултати, свързани с разработването на вградена система за управление на двуколесен робот, в която за вертикалната стабилизация се използва линейно-квадратичен регулатор. За оценяване на неизмеримите състояния и смущението в показанието на жироскопа за измерване на ъгловата скорост на наклона на тялото на робота е синтезиран и реализиран  $H_{\infty}$  филтър от 17 ред. За управление на движението около вертикалната ос се използва ПИ регулатор с ПИ филтър на Калман от 2 ред. Поради отсъствието на аналитичен модел при синтеза на системата за управление се използва модел, построен от авторите с подходящи процедури за идентификация [9]. В средата на МАТLAB/Simulink е разработен специализиран софтуер за генериране на код, който е вграден в цифров сигнален процесор TMS320F28335. Представени са резултати от реален експеримент с вградената система за управление.

## 2. ДВУКОЛЕСЕН МОБИЛЕН РОБОТ.

Обект на управление е разработеният от авторите двуколесен мобилен робот, чиято снимка и кинематична схема са показани на фиг.1 и фиг.2. Управляващите сигнали са заданията към двата сервомотора, а в реално време се измерват ъгловата скорост на наклона на робота  $\dot{\phi}$ , ъгловата скорост на въртене на робота около вертикалната ос  $\dot{\psi}$  и ъгловата скорост на колелата  $\dot{\theta}$ , съответно посредством инерциален сензор *ADIS16405* и енкодери куплирани към сервомоторите.



Фиг.1. Двуколесен мобилен робот.

Фиг.2. Кинематична схема на двуколесния робот.

Комуникацията между контролера на двигателите и развойния кит и между инерциалния сензор и развойния кит се осъществява по *SPI* интерфейс. Данните от измерванията и заданията към робота се получават и предават в реално време от PC с помощта на Bluetooth комуникация.

## 3. СИНТЕЗ НА ЛИНЕЙНО-КВАДРАТИЧЕН РЕГУЛАТОР

Структурната схема на системата за управление на двуколесния робот е показана на фиг.3. По отношение на стабилизацията в горно равновесно състояние и на движението напред-назад роботът се описва с получените чрез средствата на идентификацията ARMAX и ВЈ модели [9]. ARMAX моделът със структурни параметри *na* = 7, *nb* = 7, *nc* = 7, *nk* = 3 дава връзката между управляващия сигнал скоростта  $\dot{\phi}$ , докато ВЈ моделът със структурни ии параметри nb = 3, nf = 3, nc = 3, nd = 3, nk = 1дава връзката между скоростите Ò И  $\dot{\theta} = (\dot{\theta}_l + \dot{\theta}_r)/2$ , където  $\dot{\theta}_l$  и  $\dot{\theta}_r$  са скоростите на лявото и дясното колела. ARMAX и BJ моделите се трансформират в описание в пространство на състоянието

$$\begin{vmatrix} x_{\dot{\varphi}}(k+1) = A_{\dot{\varphi}} x_{\dot{\varphi}}(k) + B_{\dot{\varphi}} u(k) + J_{\dot{\varphi}} v_{\dot{\varphi}}(k) \\ \dot{\varphi}(k) = C_{\dot{\varphi}} x_{\dot{\varphi}}(k) + H_{\dot{\varphi}} v_{\dot{\varphi}}(k) \end{vmatrix},$$
(1)

$$\begin{aligned} x_{\dot{\theta}}(k+1) &= A_{\dot{\theta}} x_{\dot{\theta}}(k) + B_{\dot{\theta}} \dot{\phi}(k) + J_{\dot{\theta}} v_{\dot{\theta}}(k) \\ \dot{\theta}(k) &= C_{\dot{\theta}} x_{\dot{\theta}}(k) + H_{\dot{\theta}} v_{\dot{\theta}}(k) \end{aligned}, \tag{2}$$



Фиг.3. Структурна схема на системата за управление.

където  $x_{\dot{\phi}}(k) = [x_{\dot{\phi}1}(k) \quad x_{\dot{\phi}2}(k) \quad \dots \quad x_{\dot{\phi}9}(k)]^T$  и  $x_{\dot{\theta}}(k) = [x_{\dot{\theta}1}(k) \quad \dots \quad x_{\dot{\theta}6}(k)]^T$  са вектори на състоянието,  $A_{\dot{\phi}}, B_{\dot{\phi}}, C_{\dot{\phi}}, H_{\dot{\phi}}, A_{\dot{\theta}}, B_{\dot{\theta}}, C_{\dot{\theta}}, H_{\dot{\theta}}$  са матрици със съответните размерности, съдържащи параметрите на моделите,  $v_{\dot{\phi}}(k)$  и  $v_{\dot{\theta}}(k)$  са остатъчните грешки от идентификацията и отразяват неопределеността в модела. Тези грешки се използват за получаване на модели на робота с входна мултипликативна неопределеност, които ще бъдат използвани за анализа на системата за управление. Към моделите (1) и (2) се включва уравнение за неизмеримия ъгъл на завъртане на колелата

$$\theta(k+1) = \theta(k) + T_0 \dot{\theta}(k) = \theta(k) + T_0 C_{\dot{\theta}} x_{\dot{\theta}}(k) + T_0 H_{\dot{\theta}} v_{\dot{\theta}}(k)$$
(3)

и две допълнителни състояния, представляващи интеграл от ъгловата скорост $\dot{\phi}$  и интеграл от грешката по задание за ъгъла на завъртане на колелата

$$x_{\dot{\varphi}_{i}}(k+1) = x_{\dot{\varphi}_{i}}(k) - T_{0}C_{\dot{\varphi}}x_{\dot{\varphi}}(k),$$
  

$$x_{i}(k+1) = x_{i}(k) + T_{0}(r_{\theta}(k) - \theta(k)),$$
(4)

където  $T_0 = 0.005s$  е такт на дискретизация и  $r_{\theta}(k)$  е заданието за ъгъла на завъртане на колелата. За описанието на разширения обект на управление се получава модел от 18 ред

$$\begin{vmatrix} x(k+1) = Ax(k) + Bu(k) + Jv(k) \\ y(k) = Cx(k) + Hv(k) \end{cases},$$
(5)

където

$$x(k) = \begin{bmatrix} x_{\dot{\phi}_i} & x_i & \theta & x_{\dot{\phi}}^T & x_{\dot{\theta}}^T \end{bmatrix}^T$$
,  $y(k) = \begin{bmatrix} \dot{\phi} & \dot{\theta} & \theta \end{bmatrix}^T$ ,  $v = \begin{bmatrix} v_{\dot{\phi}} & v_{\dot{\theta}} \end{bmatrix}^T$  и матриците   
*A*, *B*, *J*, *C*, *H* се формират след обединяване на уравнения (1)-(4). За синтеза на

регулатора се използва квадратичен критерий

$$J = \sum_{k=1}^{\infty} [x^{T}(k)Qx(k) + u^{T}(k)Ru(k)],$$
 (6)

където тегловните матрици Q и R се избират

$$Q = \begin{vmatrix} Q_{x_{\phi_{i}}} & 0 & 0 \\ 0 & Q_{x_{i}} & 0 \\ 0 & 0 & Q_{out} \end{vmatrix}, Q_{out} = C^{T} \begin{vmatrix} Q_{\theta} & 0 & 0 \\ 0 & Q_{\phi} & 0 \\ 0 & 0 & Q_{\dot{\theta}} \end{vmatrix} C, R = 375, Q_{x_{\phi_{i}}} = 15000,$$

$$Q_{x_{i}} = 1.8, Q_{\dot{\phi}} = 1, Q_{\dot{\theta}} = 25.01, Q_{\theta} = 375$$

$$(7)$$

Управлението, което минимизира (6) с отчитане на модела (5) се определя от u(k) = -Kx(k), (8)

където матрицата на регулатора К се определя от израза

$$K = (R + B^T P B)^{-1} B^T P A, \qquad (9)$$

а Реположително определеното решение на уравнението

$$A^{T} P A - P - A^{T} P B (R + B^{T} P B)^{-1} B^{T} P A + Q = 0.$$
 (10)

По отношение на отделните компоненти на вектора на състоянието на обекта (5), матрицата на регулатора се представя във вида

$$K = \begin{bmatrix} K_{\dot{\phi}_i} & K_{x_i} & K_{\theta} & K_{\dot{\phi}} & K_{\dot{\theta}} \end{bmatrix}.$$
(11)

Векторът x(k) е неизмерим и за формиране на управлението (8) се използват оценките на състоянието, които се получават с  $H_{\infty}$ филтър.

#### **3.** СИНТЕЗ НА *H*<sub>∞</sub>ФИЛТЪР

Разглежда се дискретна стационарна система

$$\begin{vmatrix} x_f(k+1) = A_f x_f(k) + B_f u(k) + w(k) \\ y_f(k) = C_f x_f(k) + v(k) \end{vmatrix}$$

където  $A_f, B_f, C_f$  са матрици с подходящи размерности, w(k) и v(k) са шумове в състоянията и изхода. Шумовете могат да са случайни процеси с известни или неизвестни статистически характеристики, но могат да бъдат и детерминирани неизмерими сигнали. Дефинира се целевата функция

$$J_{1} = \frac{\sum_{k=0}^{N-1} (x_{f}(k) - \hat{x}_{f}(k))^{T} S_{f}(x_{f}(k) - \hat{x}_{f}(k))}{\sum_{k=0}^{N-1} (w^{T}(k)Q_{f}^{-1}w(k) + v^{T}(k)R_{f}^{-1}v(k))},$$
(12)

където  $Q_f$ ,  $R_f$  и  $S_f$  са симетрични положително определени тегловни матрици, които се избират от проектанта за конкретната задача. Целта е да се получи оценка  $\hat{x}_f(k)$ на състоянието  $x_f(k)$ , която минимизира (12). Директната минимизация на (12) се извършва трудно, поради което се задава граница на качеството и се търси решение, което да я удовлетворява, т.е търси се оценка  $\hat{x}_f(k)$ такава, че

$$J_1 < \gamma, \tag{13}$$

където  $\gamma > 0$ е граница върху качеството на оценката. След прегрупиране от изрази (12) и (13) се получава

$$J = \sum_{k=0}^{N-1} (x_f(k) - \hat{x}_f(k))^T S_f(x_f(k) - \hat{x}_f(k)) - \gamma(w^T(k)Q_f^{-1}w(k) + v^T(k)R_f^{-1}v(k)) < 0$$

Така се дефинира следната оптимизационна задача

$$J^{*} = \min_{\hat{x}_{f}(k)} \max_{w(k), v(k)} J.$$
(14)

След решаване на минимаксната задача (14), оптималната оценка  $\hat{x}_f(k)$ , която удовлетворява (13), се получава с филтъра [10,11]

$$\hat{x}_{f}(k+1) = A_{f}\hat{x}_{f}(k) + B_{f}u(k) + A_{f}K_{f}(y(k) - C_{f}\hat{x}_{f}(k)), \qquad (15)$$

където матричният коефициент на филтъра  $K_f$  се определя от

$$K_f = P_f \left( I - \frac{1}{\gamma} S_f P_f + C_f^T R_f^{-1} C_f P_f \right)^{-1} C_f^T R_f^{-1} \quad , \tag{16}$$

а  $P_f$  е положително определеното решение на уравнението на Рикати

$$A_f P_f A_f^T - P_f + Q_f - A_f P_f [(C_f^T R_f^{-1} C_f - \frac{1}{\gamma} S_f)^{-1} + P_f]^{-1} P_f A_f^T = 0.$$
(17)

За да бъдат изразите (15), (16) и (17) решение на (14), трябва да се изпълнява следното условие

$$P_f \left( I - \frac{1}{\gamma} S_f P_f + C_f^T R_f^{-1} C_f P_f \right)^{-1} > 0.$$
(18)

Векторът на състоянието x(k) на двуколесния робот е неизмерим и реално управлението (8) се получава от

$$u(k) = -K_{\dot{\phi}_{i}} \hat{x}_{\dot{\phi}_{i}}(k) - K_{x_{i}} \hat{x}_{i}(k) - K_{\theta} \hat{\theta}(k) - K_{\dot{\phi}} \hat{x}_{\dot{\phi}}(k) - K_{\dot{\theta}} \hat{x}_{\dot{\theta}}(k), \qquad (19)$$

където  $\hat{x}_{\dot{\phi}}(k), \ \hat{x}_{\dot{\theta}}(k)$  са оценки на  $x_{\dot{\phi}}(k), \ x_{\dot{\theta}}(k)$  и

$$\hat{x}_{\dot{\phi}_{i}}(k+1) = \hat{x}_{\dot{\phi}_{i}}(k) - T_{0}\hat{\phi}(k), \quad \hat{\phi}(k) = C_{\dot{\phi}}\hat{x}_{\dot{\phi}}(k), 
\hat{x}_{i}(k+1) = \hat{x}_{i}(k) + T_{0}(r_{\theta}(k) - \hat{\theta}(k)),$$
(20)

са оценки на  $x_{\dot{\phi}_i}(k)$  и  $x_i(k)$ . Оценките  $\hat{x}_{\dot{\phi}}(k)$ ,  $\hat{x}_{\dot{\theta}}(k)$  и  $\hat{\theta}(k)$  се получават с помощта на  $H_{\infty}$  филтър. Използваният жироскоп за измерване на  $\dot{\phi}(k)$  се характеризира с шум  $\dot{\phi}_g$ , който се моделира с уравнението

$$\dot{\phi}_g(k+1) = \dot{\phi}_g(k) + J_g v_g(k),$$
 (21)

където  $v_g(k)$ е дискретен нормиран бял гаусов шум и  $J_g = 0.001$  е коефициент, който е експериментално определен така, че да се получи добра оценка на ъгловата скорост  $\dot{\phi}(k)$ . Обединявайки уравнения (1),(2),(3) и (21) за синтеза на  $H_{\infty}$  филтъра се получава модела от 17 ред

$$\begin{vmatrix} x_f(k+1) = A_f x_f(k) + B_f u(k) + J_f v_f(k) \\ y_f(k) = C_f x_f(k) + H_f v_f(k) \end{cases},$$
(22)

където

$$\begin{split} x_{f} &= \begin{bmatrix} \theta & x_{\dot{\phi}}^{T} & x_{\dot{\theta}}^{T} & \dot{\phi}_{g} \end{bmatrix}^{T}, y_{f} = \begin{bmatrix} \dot{\phi} & \dot{\theta} & \theta \end{bmatrix}^{T}, v_{f} = \begin{bmatrix} v_{\dot{\phi}} & v_{\dot{\theta}} & v_{g} \end{bmatrix}^{T} \\ A_{\theta\dot{\phi}\dot{\theta}} &= \begin{vmatrix} I_{1} & T_{0}C_{\dot{\theta}} \\ 0_{15\times1} & \begin{vmatrix} A_{\dot{\phi}} & 0_{9\times6} \\ B_{\dot{\theta}}C_{\dot{\phi}} & A_{\dot{\theta}} \end{vmatrix} \end{vmatrix}, B_{\theta\dot{\phi}\dot{\theta}} = \begin{vmatrix} 0_{1\times1} \\ B_{\dot{\phi}} \\ 0_{6\times1} \end{vmatrix} \end{vmatrix}, J_{\theta\dot{\phi}\dot{\theta}} = \begin{vmatrix} 0_{1\times2} \\ J_{\dot{\phi}} & 0_{9\times1} \\ 0_{6\times1} & J_{\dot{\theta}} \end{vmatrix} \end{vmatrix}, \\ C_{\theta\dot{\phi}\dot{\theta}} &= \begin{vmatrix} 0_{2\times1} & \begin{vmatrix} C_{\dot{\phi}} & 0_{1\times6} \\ 0_{1\times9} & C_{\dot{\theta}} \\ I_{1} & 0_{1\times15} \end{vmatrix} \end{vmatrix}, A_{f} = \begin{vmatrix} A_{\theta\dot{\phi}\dot{\theta}} & 0_{1}6\times1 \\ 0_{1\times16} & I_{1} \end{vmatrix} , B_{f} = \begin{vmatrix} B_{\theta\dot{\phi}\dot{\theta}} \\ 0_{1\times1} \end{vmatrix} \end{vmatrix}, \\ J_{f} &= \begin{vmatrix} J_{\theta\dot{\phi}\dot{\theta}} & 0_{1}6\times1 \\ 0_{1\times2} & 0.001 \end{vmatrix}, C_{f} = \begin{vmatrix} C_{\theta\dot{\phi}\dot{\theta}} & \begin{vmatrix} I_{1} \\ 0_{2\times1} \end{vmatrix} .$$

Решението на уравнението на Рикати (17) е получено при

$$Q_f = J_f I_3 J_f^T, R_f = 10^{-6} I_3, S_f = I_{17}.$$

Числените експерименти показват, че матрицата (18) не може да се получи положително определена за  $\gamma \ll 750$ , поради което  $H_{\infty}$  филтъра е синтезиран за  $\gamma = 750$ .

На базата на получените от идентификацията модели с входна мултипликативна неопределеност [9] е извършен анализ на системата за управление с  $H_{\infty}$  филтъра в честотната област. На фиг.4-6 са показани амплитудно-честотните характеристики на системата за управление, функцията на изходната чувствителност, и структурираното сингулярно число за анализ на робастната устойчивост. Вижда се, че системата ще отработва без статична грешка задания за положението на

колелата с честота до 0.8 *rad/s* и нискочестотните изходни смущения ще се потискат в достатъчна степен. Анализът на робастната устойчивост показва, че системата е устойчива за всички допустими неопределености и в ниските честоти могат да се толерират с около 30% по-големи неопределености.

В системата от фиг.3 за управление на движението на робота около вертикалната ос се използват представените в [5] ПИ регулатор и филтър на Калман.



**Фиг.4.** Амплитудно-честотни характеристики на затворената система



Фиг.5. Амплитудно-честотни характеристики на изходната чувствителност



Фиг.6. Робастна устойчивост.

## 4. ЕКСПЕРИМЕНТАЛНИ РЕЗУЛТАТИ

В средата на *Simulink* са разработени симулационна схема на системата за управление и специализиран софтуер. С помощта на *Simulink Coder* и *Code Composer Studio* от този софтуер се генерира код, който се вгражда в цифров сигнален процесор *TMS320F28335*. Проведени са редица експерименти и е извършено сравнение с резултатите от симулационните изследвания. На фиг. 7-10 са показани получените резултати от експеримента и от симулацията по отношение на основните сигнали в системата за управление.

Забелязва се добро съвпадение между симулационните резултати и експерименталните такива. От фиг.7 се вижда, че пререгулирането е незначително и роботът успява да следи линейно нарастващото задание за ъгъла на колелата. Забелязва се и нечувствителност на движението напред-назад към завъртането на робота около вертикалната ос (за  $60 \le t \le 80s$  и  $100 \le t \le 120s$  не се забелязва допълнително отклонение от заданието). От фиг.9 и фиг. 10 се вижда, че използването на оценките  $\hat{\varphi}(k)$  и  $\hat{\psi}(k)$ , получени с  $H_{\infty}$  филтъра и филтъра на Калман, осигурява точна стабилизация на робота в горно положение и завъртането му около вертикалната ос без грешка, докато в измерените стойности на  $\varphi(k)$  и  $\psi(k)$  се забелязват значителни отмествания с течение на времето, което се дължи на интегрирането на дрейфовете на жироскопите. Управляващият сигнал има приемлив вид и е значително по-малък от амплитудните си ограничения от ±100.



Фиг.7. Положение на колелата на робота.



**Фиг.9.** Ъгъл на наклона на тялото на робота.



Фиг.8. Управляващ

сигнал.



Фиг.10. Ъгъл на завъртане около вертикалната ос.

## 6. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В работата е представена разработената вградена система за управление на двуколесен робот. Синтезираните линейно-квадратичен регулатор,  $H_{\infty}$  филтър и ПИ филтър на Калман за управление на равнинното движение са вградени в цифров сигнален процесор TMS320F28335. Дадени са експериментални и симулационни резултати за движението на робота в равнината, които показват качеството на вградената система за управление. Експерименталните резултати показват, че  $H_{\infty}$  филтърът от 17 ред и ПИ филтъра на Калман успешно оценяват състоянията на робота, изместването в ъгъла на наклон на робота и изместването в ъгъла на завъртане на робота около вертикалната ос. Близостта между симулационните и експерименталните резултати показва валидността на разработените модели.

#### ЛИТЕРАТУРА

[1] Ronald Ping Man Chan, Karl A. Stol, C. Roger Halkyard, *Review of modelling and control of two-wheeled robots*, Annual Reviews in Control, Vol. 37, 2013, pp.89-103

[2] Segway Personal Transporters. Bedford, NH, 2012.http://www.segway.com

[3] Y. Yamamoto. *NXTway-GS* (Self-Balanced Two-Wheeled Robot Controller Design). http://www.mathworks.com/matlabcentral/fileexchange/

[4] Й. Кралев, Ц. Славов, П. Петков, *Синтез и реализация на каскаден линейно квадратичен регулатор за управление на двуколесен робот*, Годишник на ТУ-София, том 64, кн.2, 2014, стр.153-162

[5] Ts. Slavov, J. Kralev, P. Petkov, *Linear-Quadratic Control of a Two–Wheeled Robot*. Comptes rendus de l'Academie Bulgare des Sciences, Vol 67, No8, p.1153-1158, 2014

[6] J. Kralev, Ts. Slavov, P. Petkov. *Design and experimental evaluation of robust controllers for a two-wheeled robot*, International Journal of Control, 2016, DOI:10.1080/00207179.2016.1151940

[7] Ruan, X., Chen, J. (2010),  $H_{\infty}$  robust control of self-balancing two-wheeled robot, Proceedings of the 8th World Congress on Intelligent Control and Automation, Jinan, China, 6-9 July 2010 (pp. 6524-6527).IEEE. DOI: 10.1109/WCICA.2010.5554171

[8] G. Campion, W. Chung, *Wheeled Robots*, In B. Siciliano and O. Khatib, editors, *Springer Handbook of Robotics*, chapter 17, pp. 391-410, Springer, Berlin, 2008

[9] Ц. Славов, Й. Кралев, П. Петков. *Идентификация на двуколесен робот като обект с неопределеност.* Годишник на ТУ-София, том 64,кн.1, 2014, стр.343-352.

[10] D. Simon. *Optimal State Estimation: Kalman,*  $H_{\infty}$  *and Nonlinear Approaches.* John Wiley & Sons, New Jersey, 2006, . ISBN: 10 0-47 1-7085 8-5

[11] X. Shen and L. Deng, *Game theory approach to discrete*  $H_{\infty}$  *filter design*, IEEE Transactions on Signal Processing, Vol. 45, No. 4, April 199,7 p. 1092-1095

Автори: Цоньо Славов, доц. д-р, катедра "Системи и управление", Факултет Автоматика, Технически Университет-София; Е-mail address:  $ts\_slavov@tu-sofia.bg$ ; Йордан Кралев, маг. инж. докторант, катедра "Системи и управление", Факултет Автоматика, Технически Университет-София; Е-mail address: *jkralev@yahoo.com*; Николай Христов, проф. д-р, Université des Sciences et Technologies de Lille 1, France, E-mail address: *Nicolai.Christov@univ-lille1.fr*, Петко Петков, проф. дтн катедра "Системи и управление", Факултет Автома-тика, Технически Университет-София; Е-mail address: *php@tu-sofia.bg* 

Постъпила на 23.04.2016

Рецензент: доц. д-р Т. Пулева



## ПРОЕКТИРАНЕ НА АПЕРИОДИЧНИ РЕГУЛАТОРИ ПРИ НЕОПРЕДЕЛЕНОСТ В ДИНАМИКАТА НА ОБЕКТА НА УПРАВЛЕНИЕ

## Емил Гарипов

**Резюме:** Всяко отклонение на описанието на модела от реалната динамика на обекта, както и изучаването на обекта при наличие на смущения в измерваните сигнали, създава неопределеност в задачата на проектирането на регулатор в системата на управление и формира поведение на нейния изход, различно от желаното теоретично. Статията представя експериментално изследване, доколко системата за управление е чувствителна към немоделираната динамика в обекта. Авторът е потърсил отговор на въпроса може ли чрез корекция в настройките да се компенсира поне частично тази неопределеност при про-ектиране на конкретен тип регулатор - апериодичен регулатор.

**Ключови думи:** идентификация на обекти, проектиране на апериодични регулатори, ефекти от неопределеността в модела

#### DEADBEAT CONTROLLER DESIGN IN CASE OF UNMODELLED PLANT DYNAMICS

## **Emil Garipov**

**Abstract**: Often the model description varies from the real plant dynamics due to the identification procedure or the plant disturbing noises. As result an uncertainty in the controller design is formed with some negative effects so the system output differs from the desired theoretical behavior. The paper presents experimental investigation on the problems of unmodelled dynamics and searches ways to correct the control system parameters in order even partly to compensate the uncertainty of the deadbeat controller design.

**Keywords**: plant identification, deadbeat controller design, unmodelled dynamics effects

## 1. УВОД

Проектирането на структурно-оптимизируеми регулатори, към които принадлежи апериодичният регулатор, изисква познаване на модел на обекта. При несъответствие на описанието на модела с динамиката на обекта, още повече в условията на смущения в измерванията, което съпътства процеса на идентификация, т.е. на създаване на модел на обекта, възниква явлението "немоделирана динамика" на обекта. За всеки проектиран при тези реални условия регулатор и приложен върху обекта ще се наблюдава отклонение от желаното поведение на системата за управление (СУ), а това може дори да компрометира намерението да се използва конкретна процедура на проектиране. В настоящото изследване е избран апериодичният регулатор поради явната зависимост на поведението на изходния сигнал на СУ теоретично да отработва единично задание за (n+d) такта [1,2] при динамично представяне на обекта с дискретен модел от n-ти ред с dтакта чисто закъснение. Очевидно, всяко отклонение на описанието от реалната динамика, както и наличието на смущение върху обекта, създава неопределеност в задачата на проектирането на регулатора и формира поведение на изхода на СУ, различно от теоретично зададено от проектанта. Това означава, че всеки апериодичен регулатор, настроен по оценен модел на обекта, особено когато той е зашумен, с динамика, която не съответства на действителния обект, не може да бъде класифициран като апериодичен, а проектираната СУ няма да притежава безкрайна степен на устойчивост. В настоящото изследване е направен опит да се отговори на следните въпроси: Доколко СУ е чувствителна към немоделираната динамика в обекта? Има ли подходящи параметри в апериодичния регулатор за осъществяване на фини донастройки за допълнителни корекции в СУ? За да се отговори на първия въпрос, в раздел 2 е приложена оптимизационна процедура на базата на преходната характеристика на обекта, като оцененият модел се различава от неговата динамика. Така е изследван отрицателният ефект от отклонението на динамиката на всеки модел от тази на обекта при проектирането на съответния апериодичен регулатор и са съпоставени сигналите в съответните СУ. Отговорите на втория въпрос са предмет на изследователско търсене в раздел 3, защото до сега не са формулирани еднозначно фактори в проектирания регулатор, които да влияят върху качеството на процесите в СУ.

## 2. ЧУВСТВИТЕЛНОСТ НА СИСТЕМАТА ЗА УПРАВЛЕНИЕ КЪМ НЕМОДЕЛИРАНАТА ДИНАМИКА НА ОБЕКТА 2.1. ПОСТАНОВКА НА ЗАДАЧАТА

Ако обектът на управление се представи с обобщената предавателна функция

$$W_{o}(s) = \frac{B_{o}(s)}{A_{o}(s)} e^{-\tau s} , \qquad (1)$$

тогава дискретният еквивалент на (1) при такт на дискретизация  $T_0$  се дава с

$$W_{O}(z) = Z \left\{ \frac{(1 - e^{-T_{0}s})}{s} W_{O}(s) \right\} = \frac{B(z)}{A(z)} z^{-d}, \qquad (2)$$

$$A(z) = 1 + a_1 z^{-1} + a_2 z^{-2} + \dots + a_n z^{-n}, \quad B(z) = b_1 z^{-1} + b_2 z^{-2} + \dots + b_n z^{-n},$$

където закъснението е апроксимирано във вида  $\tau = dT_0$ , d = 0,1,2,..., т.е. d е броят тактове чисто закъснение в дискретния модел. Отсъствието на свободен

член  $b_0$  в полинома B(z) се дължи на ефекта от дискретизацията на непрекъснатото описание на обекта с използване на фиксатор от нулев ред, който фактически внася един допълнителен такт закъснение в дискретния модел.

Класическо описание на цифров регулатор от нормален ред (редът на регулатора съвпада с реда на модела на обекта) в СУ има вида

$$W_{p}(z) = \frac{Q(z)}{P(z)},$$

$$Q(z) = q_{0} + q_{1}z^{-1} + q_{2}z^{-2} + \dots + q_{nq}z^{-nq},$$

$$P(z) = 1 + p_{1}z^{-1} + p_{2}z^{-2} + \dots + p_{np}z^{-np},$$
(3)

като е желателно регулаторът да не внася допълнително закъснение в СУ. От горното предположение следва, че закъснението в нея няма да надхвърля закъснението в самия обект, т.е.  $d_{CY} = d$ .

Апериодичният регулатор, проектиран за точно описание на незашумен динамичен обект, гарантира свойство на изходния сигнал на СУ да отработва единично задание за n+d такта, където n е редът на полинома в знаменателя на дискретната предавателна функция в описанието, а d – броят тактове чисто закъснение. В този случай полиномите в (3) се описват с изразите:

$$Q(z) = q_0 A(z), \ P(z) = 1 - z^{-d} q_0 B(z), \ q_0 = 1 / \sum_{i=1}^n b_i = u(0), \ nq \equiv n, \ np \equiv n+d.$$
(4)

Нека обектът се характеризира с ред  $n_o$  и чисто закъснение  $d_o$  такта, а моделите на обекта – с  $n_i$  и  $d_i$ ,  $n_i \le n_o$  или  $n_i > n_o$ . Задачата за изучаване на чувствителността на СУ към немоделираната динамика на обекта се свежда до следната процедура: първо, извършва се оценяване на множество от непрекъснати модели от вида (1) посредством оптимизационна процедура, която използва преходната функция на обекта; второ, определят се дискретните еквиваленти от вида (2) на тези непрекъснати описания; трето, проектира се множество от дискретни предавателани функции на регулаторите от вида (3, 4) на базата на съответните дискретни модели; четвърто, симулира се дискретна СУ на обекта с така проектираните регулатори и се съпоставя поведението на сигналите в тях.

#### 2.2. ЕКСПЕРИМЕНТАЛНИ РЕЗУЛТАТИ

Избран е следният тестов пример на динамичен обект с предавателна функция

$$W_o(s) = \frac{1.771}{(153.5s+1)(24s+1)(15s+1)}.$$
(5)

Осъществена е следната последователност на решаване на задачата:

*Стъпка* 1. Извършена е многократно оптимизационна процедура за оценяване на непрекъснати модели на (5) по преходната функция на обекта в интервала  $[0, t_{vcm}], t_{vcm} = 1000c$ . Получени са следните модели от вида:

$$\begin{split} W_1^{(1)}(s) &= \frac{k_1^{(1)}}{(T_{1,1}^{(1)}s+1)}e^{-\tau_1^{(1)}s}, \\ W_2^{(1)}(s) &= \frac{k_2^{(1)}}{(T_{2,1}^{(1)}s+1)(T_{2,2}^{(1)}s+1)}e^{-\tau_2^{(1)}s}, \\ W_2^{(2)}(s) &= \frac{k_2^2(T_{2,3}s+1)}{(T_{2,1}^{(2)}s+1)(T_{2,2}^{(2)}s+1)}e^{-\tau_2^{(2)}s}, \\ W_3^{(1)}(s) &= \frac{k_3^{(1)}}{(T_{3,1}^{(1)}s+1)(T_{3,2}^{(1)}s+1)(T_{3,3}^{(1)}s+1)}e^{-\tau_3^{(1)}s}, \\ W_3^{(2)}(s) &= \frac{k_3^{(2)}(T_{3,4}^{(2)}s+1)}{(T_{3,1}^{(2)}s+1)(T_{3,2}^{(2)}s+1)(T_{3,3}^{(2)}s+1)}e^{-\tau_3^{(3)}s}, \\ W_3^{(3)}(s) &= \frac{k_3^{(3)}(T_{3,4}^{(3)}s+1)(T_{3,2}^{(3)}s+1)}{(T_{3,1}^{(1)}s+1)(T_{3,2}^{(2)}s+1)(T_{3,3}^{(3)}s+1)}e^{-\tau_3^{(3)}s}, \\ W_4^{(1)}(s) &= \frac{k_4^{(3)}(T_{3,4}^{(3)}s+1)(T_{3,2}^{(3)}s+1)(T_{3,3}^{(3)}s+1)}{(T_{4,1}^{(1)}s+1)(T_{4,2}^{(1)}s+1)(T_{4,3}^{(1)}s+1)(T_{4,4}^{(1)}s+1)}e^{-\tau_4^{(1)}s}, \\ W_4^{(2)}(s) &= \frac{k_4^{(3)}(T_{4,2}^{(3)}s+1)(T_{4,3}^{(2)}s+1)(T_{4,4}^{(2)}s+1)}{(T_{4,1}^{(3)}s+1)(T_{4,2}^{(3)}s+1)(T_{4,3}^{(3)}s+1)(T_{4,4}^{(3)}s+1)}e^{-\tau_4^{(3)}s}, \\ W_4^{(3)}(s) &= \frac{k_4^{(3)}(T_{4,3}^{(3)}s+1)(T_{4,3}^{(3)}s+1)(T_{4,4}^{(3)}s+1)}{(T_{4,1}^{(3)}s+1)(T_{4,2}^{(4)}s+1)(T_{4,3}^{(4)}s+1)(T_{4,4}^{(4)}s+1)}e^{-\tau_4^{(4)}s}, \\ W_4^{(4)}(s) &= \frac{k_4^{(4)}(T_{4,5}^{(4)}s+1)(T_{4,2}^{(4)}s+1)(T_{4,3}^{(4)}s+1)(T_{4,4}^{(4)}s+1)}{(T_{4,1}^{(4)}s+1)(T_{4,2}^{(4)}s+1)(T_{4,3}^{(4)}s+1)(T_{4,4}^{(4)}s+1)}e^{-\tau_4^{(4)}s}, \\ \end{array}$$

Коефициентите в предавателните функции са дадени в табл.1. При точно съответствие на структурата на модела  $W_3^{(1)}(s)$  с тази на обекта те са:

$$k_3^{(1)} = 1.7713, \ T_{3,1}^{(1)} = 153.8306, \ T_{3,2}^{(1)} = 19.24, \ T_{3,3}^{(1)} = 19.4512, \ \tau_3^{(1)} = 0.4512$$
*Стъпка 2.* След дискретизация с подходящ такт  $T_0 = 15c$  се формират дискретни предавателни функции на моделите от табл.1 от вида

#### Таблица 1

Коефициенти в оценените модели

Модел	τ	k	Знаме-			Числи-			
				нател				тел	
$W_1^{(1)}$	33.77	1.777	161.61						
$W_2^{(1)}$	5.244	1.771	152.98	34.653					
$W_2^{(2)}$	19.435	1.769	151.27	33.695			12.434		
$W_{3}^{(1)}$	3.896	1.774	157.98	16.322	16.783				
$W_3^{(2)}$	1.111	1.771	154.17	25.464	25.743		12.896		
$W_3^{(3)}$	13.894	1.771	152.90	28.379	24.849		22.333	5.087	
$W_4^{(1)}$	0.7727	1.771	155.75	17.200	17.200	2.2639			
$W_4^{(2)}$	0	1.755	138.15	34.014	34.014	6.0153	25.512		
$W_{4}^{(3)}$	5.4191	1.770	152.38	32.183	32.184	19.214	22.883	25.809	
$W_{4}^{(4)}$	5.000	1.7705	152.438	31.830	31.830	18.685	22.469	24.831	5.228

$$W_{i}^{(j)}(z) = \frac{b_{i,1}^{(j)} z^{-1} + b_{i,2}^{(j)} z^{-2} + \dots + b_{i,i}^{(j)} z^{-i}}{1 + a_{i,1}^{(j)} z^{-1} + a_{i,2}^{(j)} z^{-2} + \dots + a_{i,i}^{(j)} z^{-i}} z^{-d_{i}^{(j)}} = \frac{B_{i}^{(j)}(z)}{A_{i}^{(j)}(z)} z^{-d_{i}^{(j)}}, \quad (6)$$

където *i* приема стойността на реда на модела (i = 1, 2, 3 u 4), а j – съответния вариант за конкретен модел (j = 1, ..., i). Коефициентите в моделите (6) са дадени в Табл. 2.

*Стъпка 3.* За моделите в Табл. 2 са проектирани, според изразите (4), апериодични регулатори с коефициенти, зависещи от структурните параметри на моделите (6).

$$W_{p_{i}^{(j)}(z)} = \frac{q_{i,0}^{(j)} + q_{i,1}^{(j)}z^{-1} + q_{i,2}^{(j)}z^{-2} + \dots + q_{i,i}^{(j)}z^{-i}}{1 + p_{i,1}^{(j)}z^{-1} + p_{i,2}^{(j)}z^{-2} + \dots + p_{i,i+d_{i}^{(j)}}^{(j)}z^{-i+d_{i}^{(j)}}} z^{-d_{i}^{(j)}} = \frac{q_{i,0}^{(j)}A_{i}^{(j)}(z)}{1 - d_{i}^{(j)}q_{i,0}^{(j)}B_{i}^{(j)}(z)}$$
(6)

при условие, че  $q_{i,0}^{(j)} = 1/sum(B_i^{(j)}(z))$ . Коефициентите са дадени в Табл. 3, като първите  $p_{i,1}^{(j)}, ..., p_{i,d_i^{(j)}}^{(j)}$  са нулеви.

# Таблица 2

Коефициенти в дискретните модели (6)

Модели		коеф. <i>а</i>				коеф. <i>b</i>	•		d
$W_1^{(1)}$	-0.911				0.157				2
$W_2^{(1)}$	-1.555	0.588			0.031	0.026			0
$W_2^{(2)}$	-1.546	0.580			0.082	-0.022			1
$W_3^{(1)}$	-1.717	0.898	-0.148		0.014	0.036	0.005		0
$W_3^{(2)}$	-2.020	1.319	-0.281		0.024	0.015	-0.007		0
$W_3^{(3)}$	-2.042	1.352	-0.292		0.055	-0.021	-0.003		1
$W_4^{(1)}$	-1.745	0.936	-0.160	0.0002	0.0096	0.036	0.009	0.0001	0
$W_4^{(2)}$	-2.266	1.748	-0.501	0.0307	0.013	0.022	-0.013	-0.002	0
$W_{4}^{(3)}$	-2.619	2.521	-1.058	0.1634	0.032	-0.008	-0.019	0.007	0
$W_4^{(4)}$	-2.603	2.486	-1.035	0.1582	0.052	-0.049	0.008	0.002	0

# Таблица 3

Коефициенти на апериодичните регулатори

Регула-		коеф.				коеф.			
тори	p			q					
$W_1^{(1)}$	0	0	-1		6.349	-5.786	0	0	
$W_2^{(1)}$	-0.543	-0.456			17.211	-26.76	10.122		
$W_2^{(2)}$	0	-1.371	0.371		16.666	-25.77	9.67	0	
$W_{3}^{(1)}$	-0.255	-0.646	-0.098		17.521	-30.09	15.737	-2.60	
$W_3^{(2)}$	-0.743	-0.477	0.221		30.981	-62.59	40.891	-8.71	
$W_3^{(3)}$	0	-1.807	0.686	0.121	32.477	-66.34	43.923	-9.49	0
$W_4^{(1)}$	-0.174	-0.654	-0.169	-0.001	18.184	-31.74	17.03	-2.91	0.0038
$W_4^{(2)}$	-0.660	-1.062	0.634	0.088	47.47	-107.6	83.01	-23.7	1.456
$W_{4}^{(3)}$	-2.583	0.651	1.552	-0.619	80.13	-209.9	202.00	-84.8	13.11
$W_{4}^{(4)}$	-4.053	3.819	-0.634	-0.132	77.33	-201.3	192.29	80.02	-12.23

*Стъка 4.* Симулира се функционирането на системи за управление, в които проектираните регулатори с коефициенти от табл.3 управляват обекта (5). На фиг.1 са дадени графиките на управлението и регулируемата величина при единично входно въздействие.





Фиг.1. Сигнали у и и в системата в устойчив режим на управление

Показаните резултати на фиг.1 навяват песимистични изводи за реалната полза от апериодичните регулатори, чието проектиране се оказва твърде чувствително към идентифицираните модели на управлявания модел, независимо че техните преходни процеси са почти идентични с тези на обекта. Непоказаните графики на системи за управление с проектираните в табл.3 регулатори имат неустойчив характер. Дори малките отклонения в коефициентите на оценения модел  $W_3^{(1)}(z)$ , който притежава структурните параметри на обекта, водят до различие спрямо теоретичното поведение на сигналите в СУ при проектиран регулатор по точната динамика на обекта и отработването на заданието се извършва за повече от n=3 такта. Затова само по два модела -  $W_3^{(1)}(z)$  и  $W_4^{(1)}$  могат да се проектират регулатори с почти оптимално поведение.

# 3. ФАКТОРИ ЗА ДОНАСТРОЙВАНЕ НА АПЕРИОДИЧНИ РЕГУЛАТОРИ 3.1. ИДЕЯ ЗА ДОНАСТРОЙВАНЕ

Вярно е, че и при реализиране на ПИД регулатори феноменът за донастройването им присъства винаги, но малкият брой настройваеми параметри (напр. коефициент на пропорционалност, времеконстанти на интегриране и диференциране, параметри на филтри и т.н.) дават възможност да се осъществяват допълнителни (фини) настройки, чрез които да се постига най-добро поведение на сигналите в СУ. Предимство на тези настройваеми параметри е тяхното въздействие върху специфично поведение на регулатора – пропорционално, интегрално, диференциално, филтриращо сигнали. При апериодичния регулатор няма параметри, които да са независими от тези на динамиката на модела на обекта (вж. (4)), следователно всяка промяна в регулатора представлява корекция върху оценките на параметрите на модела, без да съществува гаранция за постигане всеки път положителен ефект върху поведението на системата за управление и компенсиране на немоделираната динамика в модела.

# 3.2. ЕКСПЕРИМЕНТАЛНИ ИЗСЛЕДВАНИЯ

В този раздел ще бъде изпробвана идеята за коригиране на настройките на апериодичния регулатор посредством изменение на коефициента  $q_0$  от (4) поради влиянието му върху всички коефициенти на регулатора. Изборът на нова стойност  $q_0^*$  е опит да се подмени началната стойност на управляващия сигнал или да се коригират едновременно всички коефициенти в числителя на модела чрез изменение на тяхната сума според (4). Допълнително се изисква да се поддържа същият статичен коефициент на СУ, т.е изходният сигнал се променя схемно с отношението на  $q_0/q_0^*$ . На фиг.2 са показани неустойчивите и устойчивите сигнали в система за управление, съответно, за първоначалната  $q_0$  и коригирана  $q_0^* < q_0$  стойност на настройваемия коефициент, което подсказва възможен път за постигане на положителен ефект дори при немоделираната динамика в моделите.

# 4. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Представените експериментални резултати подкрепят тезата на автора, че управление с типови регулатори не може да се реализира според теоретичните изисквания на задачата за проектирането, ако моделът на обекта се различава от динамиката на обекта.

В тези случаи на отрицателни ефекти от проектирането се препоръчва осъществяване на допълнителни настройки, което е реализирано в доклада за апериодични регулатори чрез избора на начална стойност на управлението в системата.

При всички положения трябва да се примирим, че при реална реализация на посочения тип регулатори, няма да бъдат получени онези изящни резултати от теоретичното проектиране. Тук се налага идеята да се подобри качеството на системата за управление чрез намаляване на разликата в честотните характеристики на модел и обект, за което ще способства друг подход към идентификацията оценяване на параметрите на модела със случайни входно-изходни наблюдения от обекта.



**Фиг.2.** Сигнали в системата за управление за различни  $q_0$ 

# ЛИТЕРАТУРА

1. Изерманн, Р. Цифровьіе системьі управления. МИР, М., 1974.

2. Гарипов, Е. Цифрови системи за управление. Част II – Проектиране на типови дискретни регулатори. ТУ-София, 2007 г.

Автор: Емил Гарипов, проф. д-р, катедра "Системи и управление", Факултет Автоматика, Технически Университет-София; E-mail address: *emgar@tu-sofia.bg* 

Постъпила на 23.04.2016 г.

Рецензент: доц. д-р Ц. Славов



# $H_{\infty}$ УПРАВЛЕНИЕ НА МОЩНОСТТА НА ВЕТРОГЕНЕРАТОР

#### Цоньо Славов, Теофана Пулева, Георги Ружеков

**Резюме:** В статията е синтезирана система за управление на мощността на ветрогенартор с  $H_{\infty}$  регулатор. От нелинейния едномасов модел на ветрогенератора е изведен линеен модел със структурирана неопределеност, който описва динамиката на обекта в целия работен диапазон. На базата на този модел е извършен анализ на робастната устойчивост и робастното качество на системата за управление, който показва, че синтезираният  $H_{\infty}$  регулатор осигурява робастно качество и робастна устойчивост. Представени са симулационни резултати, които показват качеството на системата за целия работен диапазон при работа в режим на извличане на максимална мощност. Ключови думи: ветрогенератор,  $H_{\infty}$  управление, линеен модел с неопределеност

#### $H_{\infty}$ POWER CONTROL OF WIND TURBINE GENERATOR

#### Tsonyo Slavov, Teofana Puleva, Georgi Rouzhekov

Abstract: In this paper a system for power control of wind turbine generator based on  $H_{\infty}$  controller is designed. On the basis of nonlinear one mass drive train model of wind turbine generator, the linear model with parametric uncertainty is obtained. This model describes the plant dynamics in whole working range. Based on uncertain model the robust stability and robust performance analysis of the control system is performed. The results show that the designed  $H_{\infty}$  controller ensures robust stability and robust performance in the control system. Simulation results show the control system performance in the regime "maximum power extraction" when the wind speed varies in a large range.

*Keywords:* Wind generator,  $H_{\infty}$  control, linear uncertain model

#### 1. УВОД

Ветрогенераторите (ВтГ) са енергийни източници, при които стохастичният характер на скоростта на вятъра определя и променливия характер на отдаваната от тях мощност към електроенергийната система. При този променлив характер на първичния енергиен ресурс е особено важно да се извлича максималната енергия от вятъра или да се осъществи работа на номинална мощност, при наличие условия за това (висока скорост на вятъра, при която се достига номиналната мощност). Това означава, че системата за управление на ВтГ трябва да отработва променливо задание по мощност или по скорост. Работа при променлива скорост на ротора води до възможността да се максимизира извличаната енергия, до намаляване на механичните усилия върху валовата линия и подобряване на качеството на изходната мощност [1, 2]. Стратегията за управление "*извличане на максимална мощност от вятъра*" е въведена за пръв път в [3]. Управлението в двата режима на работа, *"извличане на максимална мощност от вятъра*" и *"работа на номинална мощност*", се изследва в [3, 4]. В [5] се предлага робастен двурежимен регулатор на скоростта на ВтГ, а проектиране на класически LQR и предсказващи регулатори за ВтГ е представено в [6, 7]. Изменението на скоростта на вятъра в широк диапазон и изискванията за гарантиране на добри качествени показатели на САУ създава предпоставки за прилагане на средствата на робастното управление [2, 8].

В това изследване е синтезирана система за управление на мощността на ВтГ. Той е моделиран с нелинеен едномасов модел, от който е изведен линеен модел със структурирана неопределеност, който описва динамиката на ВтГ за целия диапазон на изменение на скоростта на вятъра. За номиналния линеен модел е синтезиран  $H_{\infty}$  регулатор. С неопределения модел е извършен анализ на робастното качество и робастната устойчивост на системата за управление. Представени са симулационни резултати, които потвърждават качеството на системата за целия работен диапазон при режим на извличане на максимална мощност от първичния енергиен ресурс.

# 2. МОДЕЛИРАНЕ НА СИСТЕМАТА ЗА ПРЕОБРАЗУВАНЕ НА ЕНЕРГИЯТА ОТ ВЯТЪРА

За целите на моделирането и управлението на работата на ветрогенератори (ВтГ), работещи в електроенергийната система (ЕЕС) е необходимо тяхното динамично описание да бъде декомпозирано на модели, описващи локалните подсистеми. Ветрогенераторите представляват съвкупност от три основни динамични подсистеми: аеродинамична, механична и електромеханична. Аеродинамичната система представлява роторът на турбината, който се състои от лопатки захванати за главина. Механичната система е съвкупността от вала, куплиран към ротора на ветрогенератора (бавноскоростен вал), предавателна кутия (скоростна кутия) и вала от предавателната кутия към генератора (високоскоростен вал). Електромеханичната система се състои от ротора на турбината и генератор, който преобразува механичната енергия от завъртането на претора в електрическа. Към тази система се включват и преобразувателите на електрическа енергия, които привеждат генерираното електричество в достъпен вид за електрическата мрежа.

#### Моделиране на аеродинамичната система

Аеродинамичният момент на турбината зависи от квадрата на скоростта на вятъра и от КПД на аеродинамичната система съгласно съотношението:

$$T_a = 0.5\pi\rho R^3 v^2 C_T(\nu,\beta,\omega), \qquad (1)$$

където  $\rho$  е плътността на въздуха;  $[kg/m^3]$ ; R - радиус на лопатите; [m]; v - скорост на вятъра [m/s];  $C_T(v, \beta, \omega)$  е КПД на аеродинамичната система, зависещ по нелинеен закон от скоростта на вятъра, от ъгъла на завъртане на лопатите на турбината и ъгловата скорост. Аналогично на (1), може да се запише израз за мощността на турбината

$$P_W = 0.5\pi\rho R^2 v^3 C_P(v,\beta,\omega), \qquad (2)$$

където КПД на аеродинамичната система зависи от КПД по мощност съгласно зависимостта:

$$C_T(\lambda,\beta) = \frac{C_P(\lambda,\beta)}{\lambda},\tag{3}$$

а специфичната скорост  $\lambda$  се определя от израза:

$$\lambda = \frac{\omega R}{v} \,. \tag{4}$$

 $C_P(\lambda,\beta)$  обикновено се апроксимира с израза

$$C_P(\lambda,\beta) = c_1 \left( c_2 \frac{1}{\Lambda} - c_3 \beta - c_4 \beta^x - c_5 \right) e^{-c_6 \frac{1}{\Lambda}}, \frac{1}{\Lambda} = \frac{1}{\lambda + 0.08\beta} - \frac{0.035}{1 + \beta^3}, \quad (5)$$

където  $c_1 = 0.5$ ,  $c_2 = 116$ ,  $c_3 = 0.4$ ,  $c_4 = 0$ ,  $c_5 = 5$ ,  $c_6 = 21$  [7].

За ветрогенератори с фиксиран ъгъл на завъртане на лопатките  $\beta = 0$ , изразът (5) приема вида

$$C_P(\lambda) = c_1 \left( c_2 \frac{1}{\Lambda} - c_5 \right) e^{-c_6 \frac{1}{\Lambda}},\tag{6}$$

където  $\frac{1}{\Lambda} = \frac{1}{2} - 0.035$ .

Като се използва връзката (3), за КПД на аеродинамичната система може да се запише:

$$C_{T}(\lambda) = \frac{c_{1}}{\lambda} \left[ c_{2} \left( \frac{1}{\lambda} - 0.035 \right) - c_{5} \right] e^{-c_{6} \left( \frac{1}{\lambda} - 0.035 \right)}.$$
 (7)

Като се има предвид (1) и (3) окончателно за аеродинамичния момент се получава

$$T_a(v,\omega) = \frac{0.5\pi\rho R^3 v^2 C_P(\lambda)}{\lambda}.$$
(8)

#### Моделиране на механичната система

Механичната подсистема включва валова линия и поддържаща система. Валовата линия преобразува аеродинамичния момент от лопатите към вала на генератора. Поддържащата система се състои от кулата и нейните елементи. Динамичните уравнения, отчитащи масата на ротора, масата на мултипликатора и генератора, с отчитане на коефициентите на твърдост и еластичност, могат да се сведат до описание на модел с две маси. В тези изследвания се разглежда представяне на механичната подсистема чрез едномасов модел от вида:

$$T_a - T_g = J_t \frac{d\omega}{dt} + B_t \omega \tag{9}$$

където  $B_t$  е коефициент на еластичност,  $T_a$  е въртящият момент на ротора (аеродинамичния момент),  $T_g$  - въртящият момент на генератора,  $J_t$  - инерционен момент на движещите се маси, приведен към вала на турбината.

#### 3. ЛИНЕАРИЗАЦИЯ НА МОДЕЛА

Синтезът на непрекъснати и дискретни регулатори изисква преди всичко получаване на линеаризиран модел на обекта. Вижда се, че аеродинамичният момент е нелинейна функция на скоростта на вятъра,  $\lambda$  и ъгловата скорост на вятърната турбина  $\omega$ . Изразът (8) може да се линеаризира в околност на избран работен режим. Разлагането на (8) в ред на Тейлор за даден работен режим  $x_0 = (\omega_0, \nu_0)$ , има вида:

$$\Delta T_a = \theta \Delta v + \gamma \Delta \omega, \tag{10}$$

където

$$\theta = \frac{\partial T_a}{\partial v} \bigg|_{O.P.} = C_0 v \left[ 2C_T(\lambda_0) - \lambda_0 \frac{dC_T}{d\lambda} \bigg|_{\lambda = \lambda_0} \right]$$
(11)

$$\gamma = \frac{\partial T_a}{\partial \omega} \bigg|_{O.P.} = C_0 v R \frac{dC_T}{d\lambda} \bigg|_{\lambda = \lambda_0}$$
(12)

$$C_0 = \frac{\rho}{2} \pi R^3, \qquad \lambda_0 = \frac{\omega_0 R}{v_0}$$
 (13)

Съгласно проведената линеаризация на аеродинамичния момент за работната точка  $x_0(\omega_0, v_0)$ , уравнение (9) се представя в следния линеаризиран вид:

$$\theta \Delta v + \gamma \Delta \omega - \Delta T_g = J_r \frac{d\Delta\omega}{dt} + B_t \Delta \omega \tag{14}$$

## 4. СТРАТЕГИИ ЗА УПРАВЛЕНИЕ НА МОЩНОСТТА И СКОРОСТТА НА ВТ

Ветрогенераторите с променлива скорост имат две зони на работа-за подноминална и надноминална скорост (фиг.1) - работа под номинална мощност (зона I) и работа на номинална мощност (зона II). В зона I ВтТ работи в режим на "*частичен товар*", където целта е извличане на максимална мощност от първичния енергиен ресурс. Генерираната мощност зависи по кубична зависимост от скоростта на вятъра (2) до достигане на номиналната мощност. Целта на управлението е запазване на тази мощност въпреки възможно нарастване на скоростта вятъра. Този режим на работа се означава като "*работа на пълен товар*". Изследванията в доклада са проведени за ВтГ с променлива скорост на въртене и фиксиран ъгъл на лопатките  $\beta = 1^{\circ}$ . Необходимо е да се синтезира регулатор на скоростта и мощността на ВТ за двата режима на работа. Управлението е насочено към специфичната скорост  $\lambda$ , като чрез нея се регулира КПД на вятърната турбината. Скоростта на въртене се регулира чрез промяна на съпротивителният момент на генератора  $T_g$  съгласно основното уравнение на електромеханичната система. При скорост на вятъра, за която мощността на турбината е над номиналната, се преминава от режим "*извличане на максимална мощност*" към режим "*работа на номинална мощност*". Превключването на режима на работа си тава при достигане на номиналната мощност на генератора, при която се прев-

ключва от задание



Фиг.1. Режими на работа на ветрогенератора.

$$\omega_{ref} = \frac{\lambda_{opt}}{R} v , \qquad (15)$$

съответстващо на режим "извличане на максимална мощност от първичния енергиен ресурс", към задание

$$\omega_{ref} = \frac{P_n}{T_a},\tag{16}$$

съответстващо на режим "работа на номинална мощност".

Изследванията в тази статия са фокусирани върху режима "извличане на максимална мощност от първичния енергиен ресурс", за който е синтезиран  $H_{\infty}$  регулатор.

#### **5.** СИНТЕЗ НА $H_{\infty}$ РЕГУЛАТОР

Коефициентите  $\gamma$  и  $\theta$  в линеаризирания модел (14) се изменят по отношение на работната точка, която зависи от скоростта на вятъра и ъгловата скорост на ротора (вятърната турбина). При изменения в интервала  $v \in [1, 18]$  m/s и  $\lambda \in [2, 13]$  коефициентът  $\gamma$  се изменя в интервала  $[-2 \times 10^5, 3 \times 10^5]$ , *Nms*. Членът  $\theta \Delta v$  може да се разглежда като входно смущение. По този начин нелинейният модел (9) в целия работен диапазон може да се представи като линеен модел със структурирана неопределеност, което създава предпоставка за синтез на робастен регулатор. Поради сравнително ниския си ред в настоящата работа се синтезира  $H_{\infty}$  ре-

гулатор. От израз (14) се получава линеен модел със структурирана неопределеност

$$\begin{vmatrix} \dot{x} = Ax + B\Delta T_g + Bd_i \\ \Delta \omega = x \end{vmatrix}, \ A = \frac{\gamma - B_t}{J_t}, B = -\frac{1}{J_t}, d_i = \theta \Delta v, \gamma = \overline{\gamma}(1 + p_\gamma \Delta), \tag{17}$$

където  $\overline{\gamma} = 0.5 \times 10^5$  е номиналната стойност ,  $p_{\gamma} = 5$  е максималното отклонение от номиналната стойност и  $|\Delta| \le 1$  е неопределения блок. Моделът (17) се представя във вид на горно линейно дробно преобразование (фиг.2), който ще бъде използван за анализ на робастността на системата за управление. Синтезът на регулатора се извършва съгласно блоковата схема, показана на фиг.3, където



Фиг.2. Неопределен модел на ВтГ Фиг.3. Блокова схема за  $H_{\infty}$  синтез.  $\overline{G}_{\Delta \omega T_g}(p) = (p - \overline{A})^{-1} B, \overline{A} = \frac{\overline{\gamma} - \beta}{J_t}$ (18)

е номиналният модел на ВтГ. Системата от фиг.3 по отношение на външните входове и изходи се описва с

$$z = T_{zr}r, z = \begin{vmatrix} z_1 \\ z_2 \end{vmatrix}, T_{zr} = \begin{vmatrix} W_p S \\ W_u KS \end{vmatrix},$$
(19)

където  $S = (I + \overline{G}K)^{-1}$ е функцията на изходната чувствителност, Kе предавателната матрица на регулатора,  $W_p$  и  $W_u$  са тегловни матрици на качеството и на управлението. Ролята на  $W_p$  е да "накаже" разликата между заданието и изхода в желан нискочестотен диапазон, а ролята на  $W_u$  е да ограничи амплитудата на управляващия сигнал. Целта на синтеза е да се намери субоптимално управляващо устройство, което да осигури вътрешна устойчивост на затворената система и такова, че

$$\left\|T_{zr}\right\|_{\infty} < 1. \tag{20}$$

 $H_{\infty}$  синтезът е извършен за множество тегловни матрици  $W_p$  и  $W_u$ , които осигуряват добър баланс между качество и робастност, но на базата на експерименти е избрано

$$W_p(p) = \frac{p+10}{2p+0.001}, W_u(p) = 4 \times 10^{-8}.$$
 (21)

Използва се функцията *mixsyn* от *Robust Control Toolbox* на *MATLAB* [9], с която се получава  $H_{\infty}$  регулатор от 2 ред такъв, че

$$\left\|T_{zr}\right\|_{\infty} < 0.6865,$$

което означава, че системата има номинално качество. Известно е, че  $H_{\infty}$  регулаторът не винаги осигурява робастна устойчивост и робастно качество на системата при наличие на неопределеност. Това налага извършване на допълнителен анализ на робастната устойчивост и робастното качество, който се реализира съгласно структурната схема, показана на фиг.4.

На фиг.5 и фиг. 6 са показани границите на структурираното сингулярно число по отношение на анализа робастната устойчивост и робастното качество. Вижда се, че системата е робастно устойчива и има огромен запас по устойчивост. Системата притежава робастно качество за всички допустими неопределености.



Фиг.4. Схема за анализ на системата за управление с неопределения модел.



Фиг.5. Робастна устойчивост.

Фиг.6. Робастно качество.

На фиг.7 са показани изходните чувствителности за различни стойности на неопределения параметър и честотната характеристика на  $W_p^{-1}$ , а на фиг.8 са показани допълнителните чувствителности. Семейството честотни характеристики са под границата на качеството и системата ще потиска значително ниско честотните смущения d на изхода на обекта и ще потиска значително ниско честотните смущения  $d_i$  на входа  $u_p$ . Честотната лента на системата е около 8 *rad/s*. Това означава, че ще се отработват без грешка задания с честота до около 50*Hz*, което е от съществено значение, т.к. заданието по скорост се определя от израз (15) и зависи от скоростта на вятъра. Честотната лента на системата е нечувствителна към неопределеността, поради което времето за регулиране ще е почти еднакво за всички допустими стойности на неопределения параметър, както може да се види и от фиг. 9, на която са показани семейството преходни процеси на системата за управление. На фиг.10 са представени честотните характеристики на *KS* и  $W_u^{-1}$ . Вижда се, че ограниченията за управляващия сигнал са спазени.



Фиг.7. Изходна чувствителност.





Фиг.8. Допълнителна чувствителност.



**Фиг.9.** Преходни процеси на затворе- **Фиг.10.** Чувствителност на управленината система ето към заданието

### 6. СИМУЛАЦИОННИ РЕЗУЛТАТИ

Проведени са симулационни изследвания със системата за управление със синтезирания  $H_{\infty}$  регулатор, при които е използван нелинейния модел на аеродинамичния момент. Моделът на ветрогенератора е със следните параметри: номинална мощност на генератора  $P_n = 850 \, kW$ ; радиус на ротора  $R = 26 \, m$ ; работна точка  $v_{t_0} = 7 \, m/s$ ,  $\lambda_0 = 7.9$ ,  $\omega_0 = 2.13 \, rad/s$ ; коефициент на затихване  $B_t = 0.6.10^6 \, Nms$ , инерционен момент  $J_t = 1.6.10^6 \, kgm^2$  (приведен на страната на турбината), плътност на въздуха  $\rho = 1.225 \, kg / m^3$ . Симулационните експерименти са проведени при средна скорост на вятъра, моделирана като нестационарен случен процес със спектър на *Van der Hoven* [2,10]. Ветрогенераторът достига номинална мощност при скорост на вятъра 12m/s и t = 1200s. На фиг.11 са показани заданието по скорост при режим на работа на извличане на максимална мощност, определено от уравнение (15) и скоростта на въртене на ротора на ветрогенератора. На фиг.12 е показана грешката в системата за управление при отработване на заданието по скорост. Виждат се добрите следящи свойства. Средната стойност и дисперсията на грешката са  $m_e = 11 \times 10^{-4}$ ,  $D_e = 3.4425 \times 10^{-4}$ , което е незначително спрямо стойността на заданието. В този работен режим системата запазва относително постоянна стойност на КПД от 0.364 (фиг.13), което е близо до теоретичната оптимална стойност от 0.45. Управляващият сигнал  $T_g$  и промяната на параметъра  $\gamma$  са показани на фиг.14 и фиг.15. Управляващият сигнал има допустими стойности. На фиг.16 е показан преходният процес по скорост на турбината при стъпаловидно задание. Вижда се, че както следва и да се очаква от резултатите, показани на фиг.8 и фиг.9, системата отработва заданието добре в целия работен диапазон.



**Фиг.11.** Скорост на ВтГ и задание по скорост.



**Фиг.13.** КПД на ВтГ при режим на извличане на максимална мощност.



Фиг.12. Грешка при отработване на заданието по скорост.



Фиг.14. Управляващ сигнал.

### 7. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В статията е синтезирана система за управление на мощността на ВтГ с  $H_{\infty}$  регулатор. От едномасовия нелинеен модел на ВтГ е изведен линеен модел със структурирана неопределеност, в който неопределеният параметър заема различни стойности в зависимост от скоростта на вятъра и скоростта на въртене на

ротора. Линейният неопределен модел описва динамиката на обекта в целия работен диапазон. Извършен е анализ на робастното качество и робастната устойчивост, който показва че синтезираният регулатор осигурява робастно качество и робастна устойчивост. Симулационните резултати потвърждават този резултат, като показват качеството на системата за управление при работа в режим на извличане на максимална мощност от първичния енергиен ресурс



**Фиг.15.** Изменение на  $\gamma$ 

Фиг.16. Преходен процес при стъпаловидно задание

## ЛИТЕРАТУРА

[1] Ackermann, T. *Wind Power in Power Systems*, Wiley-Blackwell; 2<sup>nd</sup> ed., 2012

[2] Bianchi, F., De Battista H., Mantz R. Wind Turbine Control System, Springer 2003, Berlin

[3] Connor, C., W. Leithead. *Control strategies for variable speed stall regulated wind turbines*, Proc. Of European Wind Energy Conference, 1994

[4] Connor, B., W. Leithead. *Investigation of control strategy for RES 1MW variable speed wind turbine*. Technical report, Univ. of Strahclyde, UK,1996

[5] Connor, B., W. Leithead, S. Robertson. *Robust two-level control design approach to variable speed stall regulated wind turbines*. European Wind Energy Conference'97, pp.551-554, 1998

[6] Ekelund, T. Modeling and linear quadratic optimal control of wind turbines, PhD thesis, Chalmers University of Technology, Sweden, 1997

[7] Munteanu, I., Bratcu, A., Cutululis N., Ceanga, E. *Optimal Control of Wind Energy Systems* ", Springer, 2008

[8] Ognyanova, O., P. Petkov, E. Haralanova, T. Puleva. *Robust Control of a Wind Turbine*, MedPower 2010, Agia Napa, Cyprus, 2010

[9] Balas, G., R. Chiang, A. Packard, M. Safonov. *Robust Control Toolbox 3*, *User's Guide*, The MathWorks, Inc., Natick, MA, 2013

[10] Nichita, C., Luca, D. *Modelling non-stationary wind speed for renewable energy system*, The Annals of "Dunarea de Jos", University of Galati, Fascicle III, 2000

Автори: Цоньо Славов, доц. д-р, катедра "Системи и управление", Факултет Автоматика, Технически Университет-София; E-mail address: *ts\_slavov@tu-sofia.bg*; Теофана Пулева, доц. д-р, катедра "Системи и управление", Факултет Автоматика, Технически Университет-София; E-mail address: *tpuleva@tu-sofia.bg*; Георги Ружеков, доц. д-р, катедра "Системи и управление", Факултет Автоматика, Технически Университет-София; E-mail address: *tpuleva@tu-sofia.bg*; Георги Ружеков, доц. д-р, катедра "Системи и управление", Факултет Автоматика, Технически Университет-София; E-mail address: *ruzhekov@tu-sofia.bg* 

Постъпила на 23.04.2016 Рецензент: Чл. кор. проф. дтн Петко Хр. Петков



# ПРИЛОЖЕНИЕ НА БЛОЧНО - ИМПУЛСНИТЕ ФУНКЦИИ ПРИ МОДЕЛИРАНЕ И АПРОКСИМАЦИЯ НА ДИНАМИЧНИ СИСТЕМИ

# Камен Перев

**Резюме:** Докладът разглежда някои приложения на блочно-импулсните функции за моделиране и апроксимация на динамични системи. Показано е приложението на ханкеловия оператор на системата за решаване на задачите на моделирането, реализацията и апроксимацията. Показана е връзката между тези три задачи и възможните решения чрез използване на ханкеловата матрица в непрекъснатата и дискретна области. Блочно-импулсните функции са използвани в качеството си на сплайни от нулев ред за дискретизация на импулсната характеристика на непрекъснатата система. Ефективността на този подход се определя от факта, че освен дискретните стойности на непрекъснатата характеристика се осъществява и изглаждане на получените данни, като цялата информация се съхранява в коефициентите на Фурие от апроксимацията чрез блочно-импулсни функции. Свойствата на представения подход са демонстрирани чрез проведените експерименти, които потвърждават неговата ефективност.

**Ключови думи:** задача на моделиране, реализация и апроксимация, оператор на Ханкел, апроксимация чрез блочно-импулсни функции

# APPLICATION OF BLOCK - PULSE FUNCTIONS FOR MODELING AND APPROXIMATION OF DYNAMICAL SYSTEMS

# Kamen Perev

Abstract: The paper considers some applications of the block-pulse functions for modeling and approximation of dynamical systems. The role of the Hankel operator for solving the problems of modeling, realization and approximation is emphasized. The relation between these three problems and the possible solutions in terms of the Hankel matrix in the continuous-time and discrete-time domains is also given. The block-pulse functions are used as zero order splines for discretization of the continuous-time system impulse response. The effectiveness of this approach is determined from the fact that not only the impulse response characteristic is discretized, but also the obtained data is smoothed and the whole signal information is contained in the Fourier coefficients of the block-pulse function approximation. The properties of the presented approach are demonstrated by several experiments which confirm its effectiveness.

*Keywords:* the problems of modeling, realization and approximation, the Hankel operator, block-pulse functions approximation

#### 1. ВЪВЕДЕНИЕ

Важни задачи при изследване на динамични системи са задачите на моделирането, реализацията и апроксимацията. При задачата на моделирането целта е да се получи достатъчно точен за нуждите на изследването математичен модел на системата. Тази задача се решава като или се използват известните от физиката съотношения описващи физичните явления и процеси, или се прилагат базираните на експерименти методи на идентификацията. Получените модели понякога се характеризират със своята голяма размерност. Симулирането на такъв тип модели е свързано с трудности от числен характер, което налага да се използват процедури за апроксимация на получения модел. Основна група от методи за апроксимация на динамичния модел са методите за редуциране на реда на модела. Целта е да се намали броят на уравненията описващи даденото физично явление, като същевременно се запазят някои основни връзки и съотношения между характеризиращите го променливи. Задачата за апроксимация на модела е непосредствено свързана със задачата за реализация, която е свързана с преобразуване на получения модел от честотната област в пространство на състоянията. За целта обикновено се използват стандартни канонични представяния, които се характеризират с определени свойства. Тези свойства на получената реализация често са от решаващо значение при по-нататъшните изследвания на динамичната система.

Изброените три задачи са взаимно обвързани и решаването на някоя от тях често съпровожда решаването на друга и стои в основата при нейното формулиране. Първа и основна задача при изследването на една динамична система е съставянето на математичния модел. Моделите най-общо могат да се разделят на два типа: външни и вътрешни. Външното описание на системата може да се получи еднозначно от вътрешното описание. В честотната област, то може да бъде зададено чрез предавателната функция или чрез степенен ред посредством параметрите на Марков. Обратната задача, при зададено външно описание да се получи вътрешно описание, не е еднозначно решима и може да има няколко решения. Именно при тази възможност за няколко решения се определят специфичните характеристики на задачата на реализацията. Различните решения на задачата на реализацията притежават различни свойства и изборът на едно или друго решение се определя от целите на по-нататъшното изследване. В основата си решението на задачата на реализацията се състои в определяне на реда на системата и системните матрици за модела в пространство на състоянията. Получената реализация е от минимален ред, ако измежду всички възможни реализации, полученият ред е възможно най-нисък. Една от най-често срещаните форми на реализация на системата е чрез използване на ханкеловата матрица, на базата на чиито елементи се определят системните матрици на модела в пространство на състоянията. Ако редът на получения модел е много висок, могат да се използват процедури на динамична апроксимация, при които да се намали броят на описващите уравнения. Ханкеловата матрица намира приложение и при решаване на задачата на апроксимация по най-малките квадрати. При оптимизационната процедура се изчислява най-доброто средно квадратично приближение на всеки следващ стълб от ханкеловата матрица по отношение на останалите стълбове. Системните матрици на модела на апроксимация се определят чрез получените фактори на наклонена проекция. Важно свойство на получения модел от нисък ред е, че запазва устойчивостта на първоначалния модел [3].

Един от основните проблеми при решаване на задачите на моделиране, апроксимация и реализация с използване на ханкеловата матрица на системата е, че тя съдържа като свои елементи експериментални данни от дисретизираната система, докато получените решения се отнасят за непрекъснатата система. Така например, при метода на апроксимация по най-малките квадрати разработен в [3,6] се използват стълбовете на ханкеловата матрица, като изчисленията се осъществяват в дискретната област. При това ако първоначалната система е непрекъсната, е необходимо нейното преобразуване в дискретна и отново в непрекъсната след получаване на решението. Един от начините за осъществяване на този процес на преобразуване е чрез използване на ортогонално представяне с блочно импулсни функции. Блочно-импулсните функции са множество ортогонални функции приемащи дискретни стойности, което е гъсто в пространството на непрекъснатите функции. Блочно-импулсните функции намират приложение в различни задачи за апроксимация на непрекъснати характеристики в теория на управлението. Основно преимущество на блочно-импулсните функции е тяхната проста реализация и голямото бързодействие на изчислителните процедури синтезирани с тяхно участие. Блочно-импулсните функции намират различно приложение в инженерните задачи. В [7] се използват блочно-импулсни функции за идентификация на нелинейни обекти с разпределени параметри. В [5] блочно-импулсните функции намират приложение за оценяване параметрите на билинейни обекти. В [2] се използват блочно-импулсни функции за параметрично оценяване параметрите на модела на речен кораб. Основен недостатък на блочно-импулсните функции е ниската точност на апроксимация, което налага синтезираните чрез тях реализации да бъдат от много висок ред.

В тази статия се разглежда приложението на ханкеловия оператор при моделиране, реализация и апроксимация на линейни системи. Показано е, че при решаване на тези три задачи, често е необходимо преминаване на описание от непрекъсната в дискретна област и обратно. Представен е подход на дискретизация на непрекъснати характеристики, който се осъществява чрез апроксимация с блочно-импулсни функции. Ефективността на този подход се определя от факта, че освен дискретизация на характеристиката се получава и нейното изглаждане, което увеличава точността на апроксимация.

## 2. ОПЕРАТОРЪТ НА ХАНКЕЛ ПРИ МОДЕЛИРАНЕ, АПРОКСИМАЦИЯ И РЕАЛИЗАЦИЯ НА ДИНАМИЧНИ СИСТЕМИ

Разглеждаме устойчивата линейна динамична система описана в пространство на състоянията:

$$\dot{x}(t) = Ax(t) + bu(t), \qquad (1.1)$$

$$y = cx(t) + du(t), \qquad x(t_0) = x_0$$
 (1.2)

където  $x(t) \in \mathbb{R}^n$ ,  $u(t) \in \mathbb{R}$ ,  $y(t) \in \mathbb{R}$ . Операторът на Ханкел изобразява минали стойности на входния сигнал в бъдещи стойности на изходния сигнал. Във времевата област, операторът на Ханкел се задава чрез съотношението  $H: L_2(-\infty, 0] \to L_2[0,\infty)$ , като  $y_+(t) = H(u_-)(t) = \int_{-\infty}^{0} h(t-\tau)u(\tau)d\tau$ ,  $t \ge 0$ . Така операторът на Ханкел изобразява входни сигнали  $u \in L_2(-\infty, 0]$  в изходни сигнали  $(Hu)(t) = \begin{cases} \int_{-\infty}^{0} h(t-\tau)u(\tau)d\tau, & t \ge 0 \\ 0, & t < 0 \end{cases}$ . Квадратът на ненулевите сингулярни стойности

на оператора на Ханкел са собствените стойности на произведението на грамианите на достижимост и наблюдаемост, които се наричат ханкелови сингулярни стойности. Ако разгледаме устойчивата дискретна система:

$$x(k+1) = A_d x(k) + b_d u(k),$$
(2.1)

$$y(k) = c_d x(k) + d_d u(k), \qquad x(0) = x_0$$
 (2.2)

Операторът на Ханкел в дискретната област се дефинира чрез израза:  $H: l_2(Z_-) \to l_2(Z_+), u_- \to y_+,$  където  $y_+(n) = H(u_-)(n) = \sum_{k=-\infty}^{-1} h_{n-k}u_-(k), n \ge 0.$  Матричното представяне на оператора на Ханкел H се дава във вида:

$$\begin{pmatrix} y(0) \\ y(1) \\ y(2) \\ \vdots \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} h_1 & h_2 & h_3 & \cdots \\ h_2 & h_3 & h_4 & \cdots \\ h_3 & h_4 & h_5 & \cdots \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots \end{pmatrix} \begin{pmatrix} u(-1) \\ u(-2) \\ u(-3) \\ \vdots \end{pmatrix},$$
(3)

където връзката между минали стойности на дискретния входен сигнал и бъдещите стойности на изходния сигнал се дава чрез матрицата на Ханкел. Ханкеловата матрица играе важна роля при задачите на реализацията, апроксимацията и моделирането на динамични системи.

Разглеждаме задачата за реализация на правилната предавателна функция:

$$G(s) = \frac{\beta_0 s^n + \beta_1 s^{n-1} + \ldots + \beta_n}{s^n + \alpha_1 s^{n-1} + \ldots + \alpha_n}.$$
 (4)

Представяме предавателната функция (4) в безкраен ред от отрицателните степени на лапласовата променлива *s* във вида:

$$G(s) = h(0) + h(1)s^{-1} + h(2)s^{-2} + \dots,$$
(5)

където коефициентите  $\{h(i)\}, i = 0, 1, 2, ...$  се наричат параметри на Марков и могат да бъдат получени чрез рекурсивните зависимости [4]:

$$h(0) = \beta_0, \ h(1) = -\alpha_1 h(0) + \beta_1, \ h(2) = -\alpha_1 h(1) - \alpha_2 h(0) + \beta_2, \dots,$$
  
$$h(n) = -\alpha_1 h(n-1) - \alpha_2 h(n-2) - \dots - \alpha_n h(0) + \beta_n,$$
  
$$h(n+i) = -\alpha_1 h(n+i-1) - \alpha_2 h(n+i-2) - \dots - \alpha_n h(i), \quad i = 1, 2, \dots$$

Формира се матрицата на Ханкел от ред  $p \times q$ 

$$H(p,q) = \begin{bmatrix} h(1) & h(2) & h(3) & \cdots & h(q) \\ h(2) & h(3) & h(4) & \cdots & h(q+1) \\ h(3) & h(4) & h(5) & \cdots & h(q+2) \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ h(p) & h(p+1) & h(p+2) & \cdots & h(p+q-1) \end{bmatrix}$$
(6)

В сила е следният резултат [4]:

Правилната предавателна функция G(s) е от степен *n* тогава и само тогава, когато е изпълнено условието  $rank\{H(n,n)\}=rank\{H(n+k,n+l)\}=n, k=1,2,..., l=1,2,..., A$ ко се използва съотношението  $G(s)=c(sI-A)^{-1}b+d$  и матричната резолвента се развитие в степенен ред по степените на  $s^{-1}$  се получава:  $G(s)=d+cbs^{-1}+cAbs^{-2}+cA^2bs^{-3}+...$  Казваме, че (A,b,c,d) е реализация на предавателната функция G(s), ако коефициентите в развитието в степенен ред са коефициентите на Марков  $h(i)=cA^{i-1}b, i=1,2,...$  В сила е следното твърдение: Казваме, че редицата от коефициенти на Марков е реализуема чрез (A,b,c,d) ако матрицата на Ханкел може да се представи във вида  $H = O(c,A)\Gamma(A,b)$ , където O(c,A) и  $\Gamma(A,b)$  са съответно безкрайните матрици на наблюдаемост и управля-

емост на системата (1). Тогава получаваме  $H = \begin{pmatrix} cb & cAb & \cdots \\ cAb & cA^2b & \cdots \\ \vdots & \vdots & \ddots \end{pmatrix}$ . Получената ре-

ализация е минимална, ако е едновременно управляема и наблюдаема и редицата h(i), i=1,2,... е реализуема, ако  $rank\{H\}=n$  [3]. Следният алгоритъм [4] показва как може да се реализира системата (1) като се използва нейната ханкелова матрица. При зададена предавателна функция G(s) се определя разложението в ред (5), при което се изчисляват коефициентите на Марков h(i), i=1,2,... Построява се матрицата на Ханкел  $\{H(n+1,n)\}$ . Прилага се алгоритъм за търсене на линейно независими редове от първия ред към последния. Нека първите k реда са линейно независими и (k+1)-ия ред е линейно зависим спрямо останалите. Тогава може да се докаже, че и останалите (k+i), i=2,3,... редове ще бъдат линейно зависими спрямо първите k реда. Алгоритъмът за търсене на линейно независими редове изчислява и коефициентите  $\alpha_i$ , i=1,2,... такива, че е в сила съотношението [4]:

$$\begin{bmatrix} \alpha_1 & \alpha_2 & \cdots & \alpha_k & 1 & 0 & \cdots & 0 \end{bmatrix} H(n+1,n) = 0 \tag{7}$$

Това уравнение представя (k + 1)-ия ред на ханкеловата матрица като линейна комбинация от линейно независимите й редове. Така построената ханкелова реализация:

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & 0 & 1 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & 1 \\ -\alpha_1 & -\alpha_2 & -\alpha_3 & \cdots & -\alpha_k \end{bmatrix}, \quad b = \begin{bmatrix} h(1) \\ h(2) \\ \vdots \\ h(k-1) \\ h(k) \end{bmatrix}, \quad c = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}^T, \quad d = h(0)$$

е напълно управляема и наблюдаема. Прави впечатление, че както първоначалното входно/изходно описание, така и получената реализация са непрекъснати по време модели. Не така стоят нещата при решаване на задачата на апроксимация чрез метода на най-малките квадрати [3,6]. За целта се използва матрицата на Ханкел в нейната дискретна форма (3). Тъй като операторът на Ханкел изобразява минали стойности на входния сигнал върху бъдещи стойности на изходния сигнал, то може да се запише:

$$y(n) = \sum_{k=-\infty}^{-1} c_d A_d^{n-k+1} b_d u(k) = c_d A_d^n \sum_{k=1}^{\infty} A_d^{k-1} b_d u(-k),$$
(8)

като изразът за изходния сигнал y(n) може да се представи във вида:

$$y(n) = c_d A_d^n x_0$$
, където  $x_0 = \sum_{k=1}^{\infty} A_d^{k-1} b_d u(-k)$  (9)

Ако означим чрез  $O_d(c_d, A_d)$  безкрайната матрица на наблюдаемост на дискретната система и чрез  $\Gamma_{d,k}(A_d, b_d)$  матрицата на управляемост от k – ти ред на дискретната система, тогава получаваме  $H_k = O_d \Gamma_{d,k}$  и  $h_{k+1} = O_d A_d^k b_d$  [3,6]. Непосредствено се вижда, че елементите на ханкеловата матрица на дискретната система (2) представляват дискретните стойности на импулсната характеристика на непрекъснатата система (1). Решението на задачата за апроксимация се търси като проекцията на (k + 1)-ия стълб на ханкеловата матрица върху линейната обвивка генерирана от останалите k на брой стълбове на матрицата [3]:

$$H_k \chi_{LS} = h_{k+1} + \varepsilon_{LS} \tag{10}$$

където  $\chi_{LS}$  е решението на апроксимационната задача и  $\varepsilon_{LS}$  е грешката от апроксимация. От теория на апроксимацията по най-малките квадрати, решението се получава във вида:

$$\chi_{LS} = \left(H_k^* H_k^{-1}\right)^{-1} H_k^* h_{k+1}$$
(11)

Редуцираният от *k*-ти ред модел, който е получен чрез проекция върху подпространството определено от първите *k* стълба на матрицата на Ханкел се задава във вида:  $A_{LS} = P_L A_d P_R$ ,  $b_{LS} = P_L b_d$ ,  $c_{LS} = c_d P_R$ , където  $P_R P_L$  е оператор на проекция, като  $P_L = (\Gamma_{d,k}^* W_{d,o} \Gamma_{d,k})^{-1} \Gamma_{d,k}^* W_{d,o}$  и  $P_R = \Gamma_{d,k}$ , при  $W_{d,o} = O_d^* O_d$ . Особеното на този метод е, че той действа в дискретната област и моделът на апроксимация е дискретен. Ако се наложи апроксимирането на непрекъснат модел, то е необходимо неговата дискретизация, след което се прилага алгоритъмът на апроксимация. В [3] се предлага използването на билинейното преобразование  $z = \frac{1+s}{1-s}$  и  $s = \frac{z-1}{z+1}$ , което води до определена връзка между моделите на непрекъснатата и дискретната система. Така например, матрицата  $A_d$  се получава във вида  $A_d = (I + A)(I - A)^{-1}$  и съответно  $A = (A_d + I)^{-1}(A_d - I)$ .  $B_d = \sqrt{2}(I - A)^{-1}B$  и съответно  $D = D_d - C_d(A_d + I)^{-1}B_d$ . Съществен недостатък при използването на тези съотношения е, че се игнорира влиянието на такта на дискретизация, като неявно се приема, че  $\Delta = 2$ sec. В инженерните приложе-

ния обаче, честотата на квантоване на непрекъснати сигнали е важен фактор при получаване на дискретни описания. Още повече, че изборът на различни тактови честоти води до получаване на дискретни модели с различни свойства. Добре известно е, че при избор на такт на дискретизация поне десет пъти помалък от водещата времеконстанта на непрекъснатата система, получената дискретна система може да се счита с голяма степен на достоверност като непрекъсната. Следователно, симулирането на влиянието на такта на дискретизация върху поведението на получената дискретна система играе важна роля при синтеза на закон на управление. Подобна е ситуацията при решаване на задачите на моделирането и реализацията. Нека допуснем, че импулсната характеристика на системата е достъпна за измерване. Целта е да се изведе диференциалното уравнение описващо процеса на управление или моделът на системата в пространство на състоянията от минимален ред, който съответства на тази импулсна характеристика. Задачата на моделирането е сходна със задачата за реализация на системата като основната разлика е в достъпната изходна информация. При задачата на реализацията, изходната информация е предавателната функция на системата. Ханкеловата матрица се построява от изчислените параметри на Марков, които се получават след делене на полиномите в числителя и знаменателя.

При задачата на моделирането, достъпната информация се съхранява в нейната импулсна характеристика. За да се построи ханкеловата матрица  $\{H(n+1,n)\}$  е необходимо импулсната характеристика на непрекъснатата система да се дискретизира. Един от възможните подходи за дискретизация е тя да се осъществи чрез развитие в ортогонален ред от блочно-импулсни функции. Блочно-импулсизвестни още като интерполационни сплайни от нулев ред, ните функции. представляват ортогонално множество състоящо се от по части постоянни функции. Тази интерпретация на блочно-импулсните функции е особено популярна при решаване на технически задачи, тъй като свойството ортогоналност им позволява да се осъществи използването на по части постоянни апроксимации при решаване на различни приложни задачи [1]. Основно преимущество на блочноимпулсните функции е простотата на изчисляване на коефициентите на апроксимация и лекотата на цифрова реализация. Друго свойство на блочно-импулсните функции е, че те формират затворено ортогонално множество, което се дефинира върху произволен интервал от време, например [0,T]. Ако разделим интервала [0,T] на еднакви части, можем да създадем равномерно разделително множество с L на брой точки и размерност на стъпката  $\Delta$  такива, че  $t_i = i\Delta$ ,  $\Delta = \frac{T}{L}$ , *i* = 1,2,...,*L*. Тогава множеството от ортогонални блочно-импулсни функции се получава от израза:

$$\phi_i = \begin{cases} 1 & if \quad t \in \Delta_i = [t_{i-1}, t_i] \\ 0 & if \quad t \in [0, T] / \Delta_i \end{cases}$$
(12)

Така дефинираните функции  $\phi_i$  имат непресичащи се дефиниционни области на ненулевите си стойности и следователно, блочно-импулсните функции форми-

рат ортогонално множество на интервала [0,T]. Всяка функция  $f(t) \in L_2[0,T]$ може да се представи по единствен начин чрез израза  $f^L(t) = \sum_{i=1}^{L} f_i \phi_i(t)$ , където коефициентите на Фурие  $f_i$  се изчисляват както следва [5]:

$$f_{i} = \frac{1}{\Delta} \int_{0}^{T} f(t) \phi_{i}(t) dt = \frac{1}{\Delta} \int_{\Delta_{i}} f(t) \phi_{i}(t) dt \approx \frac{1}{2} [f(i\Delta) + f((i-1)\Delta)], \quad i = 1, 2, \dots, L$$
(13)

Ако броят на точките в разделителното множество е достатъчно голям, тогава развитието на апроксимираната функция в ред от блочно-импулсни функции ще схожда към действителната функция и грешката ще бъде пренебрежимо малка, т.е.  $\lim_{L\to\infty} f^{L}(t) = f(t)$ . Ако  $f(t) \in C[0,T]$  и коефициентите на Фурие се изчислят като се приложи формулата на правоъгълниците, т.е.  $f_n = f(\tau_n)$ , където  $\tau_n = \frac{t_{n-1} + t_n}{2}$ , тогава точността на апроксимация чрез блочно-импулсни функции ще бъде максимално голяма и грешката от апроксимация ще бъде определена както следва [1]:

$$\left\|f - f^{L}\right\|_{\infty} \leq \frac{MT}{2N}, \quad \text{където} \qquad M = \max_{t \in [0,T]} \left|f'(t)\right| \tag{14}$$

Дискретизацията на импулсната характеристика на разглежданата система се осъществява чрез апроксимация с блочно-импулсни функции, които се използват в качеството си на сплайни от нулев ред. Дискретните стойности на импулсната характеристика изграждат ханкеловата матрица, чиито елементи всъщност са коефициентите на Фурие на апроксимираната характеристика. Получената ханкелова матрица се обработва чрез алгоритъма за търсене на линейно независими редове и се изчислява ханкеловата реализация на дискретната система. По този начин от импулсната характеристика на непрекъснатата система се получава ханкелова реализация на дискретната система, като се решава задачата на моделирането.

#### 3. ЕКСПЕРИМЕНТАЛНИ РЕЗУЛТАТИ

Разглеждаме линейната стационарна непрекъсната система:

$$\dot{x}(t) = Ax(t) + bu(t),$$
  
 $y = cx(t) + du(t), \qquad x(t_0) = x_0,$ 

чиято импулсна характеристика е представена на фиг.1 с непрекъсната линия. Импулсната характеристика на непрекъснатата система е дискретизирана чрез използване на блочно-импулсна апроксимация за интервал от време [0,T] при T = 20 sec и  $\Delta = 1$  sec. С дискретните стойности на импулсната характеристика на непрекъснатата система е изградена ханкеловата матрица на дискретната система от (3), чиито елементи са всъщност коефициентите на Фурие на блочноимпулсната апроксимация на импулсната характеристика на непрекъснатата система.



Фиг.1. Импулсна характеристика на непрек. с-ма от пълен ред -----; на дискр. с-ма при билинейно преобразование -.-.-; на дискр. с-ма при блочно-импулсна апроксимация ......

След прилагане на алгоритъма за търсене по редове от горе надолу, върху ханкеловата матрица са определени шест линейно независими реда, чиито  $\alpha$ коефициенти са следните:

 $\alpha = \begin{bmatrix} 0.1863 \cdot 10^{-8} & -0.8635 \cdot 10^{-4} & 0.2094 \cdot 10^{-2} & -0.1358 & 0.5641 & -1.0962 \end{bmatrix}$  (15) Лесно може да се провери линейната зависимост на седмия ред на ханкеловата матрица от първите шест реда като по този начин е удовлетворено изискването (7). Следващата стъпка е да се определи минималната ханкелова реализация на системата от шести ред:

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ -\alpha_1 & -\alpha_2 & -\alpha_3 & -\alpha_4 & -\alpha_5 & -\alpha_6 \end{bmatrix}, \quad b = \begin{bmatrix} h_1 \\ h_2 \\ h_3 \\ h_4 \\ h_5 \\ h_6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.5855 \\ 0.1225 \\ -0.1324 \\ -0.0568 \\ -0.0054 \end{bmatrix}, \quad c^{T} = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \end{bmatrix}$$

където последният ред на матрицата *A* е получен както в (15). На фиг.1 са представени импулсната характеристика на непрекъснатата система, импулсната характеристика на дискретната система получена чрез формулите за преобразуване на непрекъснатия модел в дискретен от [3,6] и импулсната характеристика на дискретната система получена чрез блочно-импулсна апроксимация. Може непосредствено да се види, че импулсната характеристика на дискретната система получена чрез развитие в блочно-импулсни функции апроксимира поточно импулсната характеристика на непрекъснатата система в сравнение с тази получена чрез формулите за преобразуване на системните матрици. Причината за това е, че при използване на блочно-импулсните функции се отчита изборът на такта на дискретизация, докато при формулите от [3] тактът на дискретизация не влияе при преобразуване на системните матрици. Следователно, блочноимпулсната апроксимация може успешно да се прилага за дискретизация на някои системни характеристики, където получените коефициенти на Фурие съдържат цялата налична информация.

### 4. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Този доклад разглежда приложението на ханкеловия оператор при решаване на задачите на моделирането, реализацията и апроксимацията на линейни динамични системи. Показана е връзката между тези три задачи и възможните решения в непрекъснатата и дискретната области. Получената ханкелова реализация на линейната система е минимална и се получава от извличане на линейно независимите редове на ханкеловата матрица. Представен е подход на дискретизация на непрекъснати характеристики на системата чрез използване на блочноимпулсни функции. Тази дискретизация е реализуема поради свойствата на блочно-импулсни функции като сплайни от нулев ред.

Изследванията в този доклад са частично финансирани от кат. "Системи и управление", факултет Автоматика, Технически университет – София.

# ЛИТЕРАТУРА

- 1. Методы классической и современной теории автоматического управления. т.2. Статистическая динамика и идентификация систем автоматического управления, ред. К. Пупков и Н. Егупов, Изд. МГТУ им. Н. Баумана, М., 2004
- 2. Тодорова, М., "Приложение на блок-импулсните функции при идентификация на нелинейни системи", Конференция по Автоматика – 50 години обучение по Автоматизация на производството, Годишник на ТУ – София, т. 63, № 1, стр. 251-258, 2013
- 3. Antoulas, A., *Approximation of large scale dynamical systems*, SIAM Publ., Philadelphia, 2005
- 4. Chen, C. T., *Linear system theory and design*, Holt, Rinehart & Winston, N. Y., 1984
- 5. Cheng, B., N. S. Hsu, "Analysis and parameter estimation of bilinear systems via block pulse functions", *Int. J. Control*, vol. 36, № 1, pp. 53-65, 1982
- 6. Gugercin, S., A. Antoulas, "Model reduction of large-scale systems by least squares", *Linear Algebra Appl.*, 415, pp. 290-321, 2006
- 7. Hsu, N. S., B. Cheng, "Identification of non-linear distributed systems via block-pulse functions", *Int. J. Control*, vol. 36, № 2, pp. 281-291, 1982

**Автор:** Камен Перев, доц. д-р, катедра "Системи и управление", Факултет Автоматика, Технически Университет-София; E-mail address: *kperev@tu-sofia.bg* 

Постъпила на 23.04.2016

Рецензент: проф. д-р Емил Гарипов



# ПОДХОД ЗА ДВУМЕРНО ПИД УПРАВЛЕНИЕ С ДЕКУПЛИРАЩИ ФИЛТРИ

# Божидар Раков, Георги Ружеков

**Резюме:** Показан е подход за управление на двумерен обект с използване на декуплиращи филтри. Този подход е приложен върху двумерен обект, представен чрез математически модел. Даден е метод за синтез на системата за управление и са направени симулационни изследвания. Получените резултати са сравнени с резултати от многомерен Н∞ регулатор.

Ключови думи: ПИД регулатор, многомерно управление, декуплиращи филтри

## APPROACH FOR TWO-DIMENSIONAL PID CONTROL WITH DECOUPLING FILTERS

## Bozhidar Rakov, Georgi Ruzhekov

**Abstract**: An approach for control of two-dimensional object using a decoupling filter was shown. This approach is applied to a two-dimensional object represented by a mathematical model. Method of control system design was shown. The result was compared with results from MIMO  $H^{\infty}$  regulator. **Keywords:** PID Control, MIMO Control, Decoupling Filters

### 1. ВЪВЕДЕНИЕ

ПИД законът за управление е масово използван в индустриалните системи. Факторите, които са го наложили като най-употребяван са простата структура, лесната настройка на параметрите (автоматизирано и ръчно), натрупаният с годините опит както и наличието на много хардуерно реализирани регулатори и библиотеки при програмна реализация, ПИД регулаторите имат подчертано робастни свойства. Основното му приложение е при системи с един вход и един изход, но е често срещан и при системи с много входове и изходи, въпреки проблемите, които възникват при настройката и реализацията. Основен проблем при управлението на многомерни обекти е наличието на свързаност между отделните контури. Всякакви промени, възникващи в един от контурите (промяна на задание, наличие на смущение, промяна на параметрите на обекта за управление или на регулатора) се отразяват на всички останали в определена степен. Настоящият материал дава подход за реализация на многомерно управление с ПИД регулатори с използване на декуплиращи филтри. Показан е и алтернативен вариант за система за управление, базирана на  $H_{\infty}$  регулатор. Показани са и резултати, получени при промяна на параметрите на обекта.

### 2. ИЗПОЛЗВАНИ ПОДХОДИ

Най-простият вариант за управление на многомерен обект с ПИД закон е чрез използване на отделни регулатори за всеки контур, без да се отчитат взаимните връзки, фиг.1.



Фиг.1. Отделни регулатори

Предполага се, че стабилизирането на всеки отделен контур води до стабилизация на цялата затворена многомерна система. Получените резултати често водят до незадоволително качество или дори неустойчиво поведение, поради игнориране динамиката на взаимните връзки в обекта.

Често прилаган метод за решаване проблема с взаимните връзки в обекта е използването на декуплиращи филтри, наречени още компенсатори, фиг.2.



Фиг.2. Регулатори с декуплиращи филтри

Чрез въвеждането на компенсатор предавателната матрица на съединението G(s)D(s) (където G(s) е обектът, а D(s) е компенсаторът ) се превръща в диагонална или диагонално-доминираща, което отговаря на N на брой независими или слабо свързани едномерни системи. Тогава синтезът се свежда до намиране на N на брой ПИД регулатора за разширения обект  $\tilde{G}(s) = G(s)D(s)$ . Найизвестният метод за декуплиране е Lineal Decoupling [1] линейно или пряко декуплиране). При него се търси цялостно елиминиране на взаимните връзки. За двумерен обект елементите на компенсатора могат да се получат по показания начин.

$$\begin{bmatrix} \tilde{G}_{11}(s) & \tilde{G}_{12}(s) \\ \tilde{G}_{21}(s) & \tilde{G}_{22}(s) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} G_{11}(s) & G_{12}(s) \\ G_{21}(s) & G_{22}(s) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} d_{11}(s) & d_{12}(s) \\ d_{21}(s) & d_{22}(s) \end{bmatrix}$$
(1)

След извършване на матрично умножение елементите на разширения обект  $\tilde{G}_{ij}$  се записват като (2):

$$\widetilde{G}_{11}(s) = G_{11}(s)d_{11}(s) + G_{12}(s)d_{21}(s)$$

$$\widetilde{G}_{12}(s) = G_{11}(s)d_{12}(s) + G_{12}(s)d_{22}(s)$$

$$\widetilde{G}_{21}(s) = G_{21}(s)d_{11}(s) + G_{22}(s)d_{21}(s)$$

$$\widetilde{G}_{22}(s) = G_{21}(s)d_{12}(s) + G_{22}(s)d_{22}(s)$$
(2)

За елиминиране на взаимните връзки е необходимо елементите, които не се намират на главния диагонал да са равни на нула (3).

$$\tilde{G}_{12}(s) = 0, \, \tilde{G}_{21}(s) = 0$$
 (3)

Достига се до система от две уравнения с четири неизвестни  $d_{ij}(s)$ . Две от неизвестните се полагат равни на единица  $d_{11}(s) = d_{22}(s) = 1$ . Уравнения (3) добиват вида (4).

$$G_{12}(s) + d_{12}(s)G_{11}(s) = 0$$

$$d_{21}(s)G_{22}(s) + G_{21}(s) = 0$$
(4)

След като се реши системата по отношение на  $d_{ij}(s)$  се достига до конкретните изрази (5).

$$d_{12}(s) = -\frac{G_{12}(s)}{G_{11}(s)},$$
  

$$d_{21}(s) = -\frac{G_{21}(s)}{G_{22}(s)}.$$
(5)

където  $g_{ij}(s)$  представляват предавателните функции на обекта по отделните контури. Както може да се види от (5) декуплиращите филтри пряко зависят от модела на обекта. Това води до редица недостатъци. На първо място е необходимостта от точно познаване на модела на обекта. В идеалния случай на съвпадение между модел и обект, компенсацията би била пълна, което отговаря на диагонална предавателна матрица. В действителност винаги съществува някаква немоделирана динамика, което води до разминаване между обекта и неговия модел. Тогава предавателната матрица на разширения обект става диагонално-доминираща. Колкото по-точен е моделът, толкова по-малко е влиянието на взаимните връзки. При наличието на неустойчиви полюси и нули, получените компенсатори ще имат неминимално-фазов или неустойчив характер, което е недопустимо, защото те могат да се разглеждат като част от регулатора. Ако по един или няколко от контурите има закъснение е възможно то да се отрази в знаменател на декуплиращ филтър. В този случай предавателната функция става ирационална. Различието в редовете също може да се окаже проблем. Възможен е случай на неправилни предавателни функции на компенсатора, които от своя страна са физически нереализуеми. За борба с горепосочените проблеми обикновено се използват апроксимации или факторизации на предавателните функции, компенсиране само на отделни контури или дори само на статиката. Един недостатък, който няма решение е сложността на структурата. С увеличаване броя на входовете и изходите на обекта за управление, структурата на декуплиращия филтър нараства значително.

Както може да се види от фиг.2, компенсаторът се намира на входа на обекта. Управляващите сигнали в този случай може да се опишат със следните уравнения (6).

$$U_{1}(s) = U_{PID1}(s) + U_{d_{12}}(s)$$
  

$$U_{2}(s) = U_{PID2}(s) + U_{d_{21}}(s),$$
(6)

където  $U_1(s)$  и  $U_2(s)$  са сигналите на входа на обекта,  $U_{PID1}(s)$  и  $U_{PID2}(s)$  са управляващите сигнали изработени от ПИД регулаторите,  $U_{d_{12}}(s)$  и  $U_{d_{21}}(s)$  са

управляващите сигнали необходими за компенсация на взаимните връзки в обекта. Важен въпрос, на който трябва да се обърне внимание, е ограничението на сигналите на входа на обекта (изходните сигнали от регулатора). Тези сигнали обикновено представляват физически величини, които заемат стойности в ограничен интервал поради своя характер или от технико-икономическа гледна точка. Наличието на допълнителните сигнали  $U_{d_{12}}(s)$  и  $U_{d_{21}}(s)$  в уравнения (6)

могат да допринесат за по-лесно достигане и надминаване на граничните стойности на управляващите сигнали. След преминаване на тези гранични стойности затворената система за управление започва да работи неефективно поради две причини. Регулаторите работят в режим на интегрално насищане (няма критерий, по който насищането на интегралната съставка да бъде спряно) и не подават адекватни управляващи сигнали, необходими за отработване на грешките в съответните контури. Управляващите сигнали необходими за компенсация на взаимните връзки също не отговарят на динамиката на обекта, при което качеството на процесите в затворената система за управление си влошават допълнително.

Може да се премине към синтез на многомерен регулатор. Често срещани са линейно-квадратичният регулатор,  $H_{\infty}$  -регулатор,  $\mu$  -регулатор. При тези закони за управление получените управляващи устройства са оптимални по даден критерий. Обикновено получените резултати са много добри. Ефектите от влиянието между контурите са елиминирани или силно намалени. Затворената сис-

тема се характеризира с робастни свойства. Но дори и тук проблемът с ограничените сигнали на входа на обекта остава в сила. При синтеза на тези регулатори може да се държи сметка за управляващите сигнали, но то не е в явен вид. Въпреки натрупания опит в тази област многомерните регулатори все още остават неясни за инженерите, много трудни за настройка и поради тази причина са много по-малко използвани от ПИД регулаторите. Основен принос за това имат високият ред на получените управляващи устройства и липсата на пряка връзка между параметрите на регулатора и поведението на обекта. Получените регулатори обикновено са от ред много по-висок от този на обекта. Предлагат се методи за редуциране на реда, но това води до разминаване между синтезирания регулатор и редуцирания.

#### 3. ПРИМЕР

Зададен е следният обект за управление, показан на фиг.3.



Фиг.3. Обект за управление

Параметрите на обекта са:

$$k_1 = 1; k_2 = 3; k_3 = 0.5; k_4 = 3; k_5 = 10; k_6 = 5.5;$$
  
 $T_1 = 0.3; T_2 = 0.5; T_3 = 1; T_4 = 0.7;$ 

Предавателните функции, описващи обекта са:

$$G_{11} = \frac{23.571(s+3.721)(s^2+2.612s+2.28)}{(s+3.33)(s+2)(s^2+2.429s+22.86)} \quad G_{12} = \frac{12.857}{(s+2)(s^2+2.429s+22.86)} \\ G_{21} = \frac{20}{(s+2)(s+3.333)} \qquad G_{22} = \frac{6}{s+2}$$

Като се използват уравнения (5) се получава декуплиращ филтър от вида, показан на фиг.2:

$$d_{12}(s) = -\frac{0.54545(s+3.333)}{(s+3.721)(s^2+2.621s+2.8)}$$

$$d_{21}(s) = -\frac{3.333}{(s+3.333)}$$
(8)

За разширения обект се извършва настройка на ПИД регулатори по двата контура, като се използва вторият метод на Astrom-Hagglund [3]. Получените настройки на регулаторите са дадени в табл.1.

					1 auji.1
Контур	K <sub>p</sub>	$T_i$	$T_d$	$T_f$	b
1	3.5181	0.0491	0.0123	0.00123	0.2709
2	19.69	0.1677	0.0426	0.00426	0.2522

Тоб т 1

Провежда се симулационен експеримент със затворената система. Подават се задания на двата входа в различни времена и се следят преходните процеси на входа и изхода на обекта. Входните сигнали към обекта не са ограничени.

Симулационните резултати са показани на фиг.4. и от тях се вижда ефектът от използване на компенсатори. Влиянието между отделните контури е напълно елиминирано, поради използване на точен модел за получаване на декуплиращите филтри. Лошо впечатление прави наличието на големи пикове в управляващите сигнали. Такива ефекти са нереалистични в една система за управление. Експериментът се повтаря като се налагат ограничения върху управляващите сигнали в интервала от -1 до 1 (фиг.8). За борба с ефектите от интегрално насищане се прилага схемно решение [2].

Ограничаването на сигналите води до леко насищане, което обаче не оказва влияние в конкретния случай, фиг.5.





За сравнение с алтернативни методи за управление е синтезиран  $H_{\infty}$  регулатор при *S/KS* чувствителност [3], с две степени на свобода и интегрална съставка. Получено е управляващо устройство от 12 ред с  $\gamma = 0.9976$ . За синтеза е необходимо задаване на шест тегловни филтъра на качеството – два за грешката в системата, два за интегралната грешка и два за управляващите сигнали.

За намирането на съответните филтри се преминава през редица варианти до достигане на желаното качество на затворената система и удовлетворяване на условието  $\gamma \leq 1$ .

Провежда се експеримент без да са наложени ограничения върху управляващите сигнали фиг.6.

Процесите в затворената система с  $H_{\infty}$  регулатор са малко по-бавни, но съизмерими с тези с ПИД. Наблюдава се наличие на незначително влияние между контурите. Като недостатък може да се отбележи по-високият ред.



Фиг.5.а. Преходни процеси при наличие на ограничение за контур 1



Фиг.5.b. Преходни процеси при наличие на ограничение за контур 2 Control signal Plant output





За следващия експеримент управляващите сигнали се ограничават в диапазона от -1 до 1 - фиг.7.



Фиг.7.а. Преходни процеси с ограничение с  $H_{\infty}$  регулатор за контур 1



Фиг.7.b. Преходни процеси с ограничение с  $H_{\infty}$  регулатор за контур 2

Както се вижда от графиките получените резултати не са се влошили значително. Още от фиг.6 може да се види, че не се наблюдават значителни амплитуди извън интервала  $\pm 1$ .

За следващия експеримент параметрите на обекта се променят с  $\pm 20\%$ , с които са направени сравнение на поведението на затворените системи с ПИД регулатори (фиг. 8) и  $H_{\infty}$  регулатор (фиг.9).



Фиг.8. Преходни процеси с ПИД регулатори и промяна на параметрите

Показани са накратко някои от проблемите при използване на ПИД управление при многомерни системи. Отделено е внимание на приложението на декуплиращите филтри и проблемите, които възникват с ограниченията в изходите им (входовете към обекта, които са ограничени от физически съображения, обикновено 0 ÷1 или 0÷100%).



Фиг. 9. Преходни процеси с  $H_{\infty}$  регулатор и промяна на параметрите

# 5. ИЗВОДИ

Показан е метод за синтез на декуплиращи филтри. Разгледан е пример за реализация на двумерно управление с ПИД регулатори с използване на декуплиращи филтри и са показани резултати без и с ограничения на изходите на декуплиращите филтри.

При този подход, при цифрова реализация на регулаторите и декуплиращите филтри, е възможно те да се реализират като част от програмната система за управление. Резултатите от направените симулационни изследвания потвърждават теоретично получените резултати.

За сравнение е показана реализация с многомерен регулатор (алтернативен вариант), без и с ограничения в изходите на регулатора. Резултатите са по-лоши отколкото с използването на ПИД регулатори.

Извършени са експерименти с променени параметри на обекта. Резултатите показват много по-добро качество на процесите при управление с ПИД регулатори в сравнение с  $H_{\infty}$  регулаторите.

#### ЛИТЕРАТУРА

- 1. Deshpande, B. (1989): "Multivariable process control". Instrument Society of America
- 2. Гарипов Е., Цифрови системи за управление, Част 1. Проектиране на ПИД регулатори, ТУ-София, 2004
- 3. Петков П., Константинов М., *"Робастни системи за управление"*, ABC Texника, 2002

**Автори:** Божидар Раков, маг. инж. докторант, катедра "Системи и управление", Факултет Автоматика, Технически Университет-София; E-mail address: *brakov@tu-sofia.bg*; Георги Ружеков, доц. д-р инж., катедра "Системи и управление", Факултет Автоматика, Технически Университет-София; E-mail address: *g\_ruzhekov@tu-sofia.bg* 

Постъпила на 23.04.2016

Рецензент: доц. д-р Т. Пулева


# РОБАСТНО МНОГОМОДЕЛНО ЛМН БАЗИРАНО УПРАВЛЕНИЕ НА СИСТЕМА ЧЕТИРИ СВЪРЗАНИ РЕЗЕРВОАРА

# Андрей Йончев

**Резюме:** В тази статия се раглежда представянето на системата свързани резервоара като обект с политопен модел на неопределеност чиито параметри зависят от положениато на вентилите. Като се използва подходът на линейните матрични неравенства (ЛМН) се извършва много моделен  $H_{\infty}$  синтез с цел проектиране на робастна система за управление на нивото на флуид в два от резервоарите. Изследва се динамичното поведение на разглеждния обект. Ще бъдат показани симулационни резултати, получени от основания на ЛМН много моделен  $H_{\infty}$  синтез. Те демонстрират предимствата на приложената техника на робастният многомоделен оптимален синтез при управление на система система система на система на приложения матрични резервоарите.

**Ключови думи:** модел на система свързани резервоари, много моделен  $H_{\infty}$  синтез основан на ЛМН

## ROBUST MULTI-MODEL LMI BASED CONTROL OF A FOUR TANK SYSTEM

# **Andrey Yonchev**

**Abstract:** In this paper the representation of the four tank system as a plant with polytopic uncertainty model which parameters depend on valve position. Using the linear matrix inequalities (LMI) approach we perform multi-model  $H_{\infty}$  synthesis in order to design a robust control system of fluid level for two of the tanks of the system. The dynamical behavior of the investigated plant is considered. Simulation results obtained from the LMI based multi-model  $H_{\infty}$  synthesis will be illustrated. They demonstrate the advantages of the applied robust multi model optimal synthesis in control of the four tank system.

*Keywords:* four tank system model, LMI based multi-model  $H_{\infty}$  synthesis

# **1. INTRODUCTION**

In this paper the so called *Four Tank Process* based on ideas presented in [1] is investigated. In [1, 3, 4] the necessary information regarding physical processes in the plant is presented. Since then this process is present in scientific areas as a typical representative of peculiar features of multivariable systems. The considered plant is a system of four tanks and two pumps and the aim is to control the fluid levels in two of the tanks. The plant is physically simple but its dynamics can be either minimum

phase or non-minimum phase, which depends on the position of the two valves. A model is proposed, comparisons with real plant are done and investigation of the system properties when changing its parameters is performed in papers [3, 4].

The paper presents the synthesis of robust controller for the fluid level for the two of the tanks of the system. Since the plant parameters vary with respect to changes in position of the two valves, it is proposed to apply a LMI based multi-model  $H_{\infty}$  synthesis procedure. The proposed control technique will ensure acceptable performance of time responses of the closed-loop system.

The goal of this paper is to derive stabilizing robust controller for the investigated four tank system. Applying the considered LMI based multi-model  $H_{\infty}$  synthesis technique the presented control problem will be successfully solved in order to satisfy the technological requirements of the tank system system.

The remainder of the paper is organized as follows. In Section 2 we describe the four tank system model and its linearization. In Section 3 we describe some theoretical facts regarding the LMI based multi-model  $H_{\infty}$  synthesis procedure used to solve the stated control problem. Section 4 is connected with presenting the obtained simulation results before we conclude in Section 5 with some final remarks.

## 2. FOUR TANK SYSTEM MODEL DESCRIPTION

The plant consists of four valves. The input variables of the controlled plant are the relative capacities of pumps' work denoted with  $u_1$  and  $u_2$ . The output variables-the field be a field be at the plant of the plant are the plant.

fluid level for the two tanks are  $h_1$  and  $h_2$  which they which have to be controlled.

To describe the processes in the four tank system nonlinear differential equations are used. They describe volume balance of the transferred fluid between the valves. The pumps are represented as first order lag elements. The description of the nonlinear system is given in [1, 3, 4], i.e. its nonlinear differential equation description, the choice of the equilibrium points and etc. The meaning, dimensions and values of constants used throughout the paper are shown in the table below:

Notation	Meaning	Value
$A_i$	Area of valve <i>i</i>	$730[cm^{2}]$
$a_1$	Section of valve <i>i</i>	2.1; 2.14; 2.2; 2.3 [cm <sup>2</sup> ]
$k_1$ and $k_2$	Prop. coefficient of pump 1 and 2	7.45; 7.3 [ cm <sup>3</sup> /(s.%)]
$ au_1,  au_2$	Time constant of pump 1 and 2	2.0; 2.1 [s]
g	Gravitational constant	$981[cm/s^2]$

The linearized state-space model of the considered plant applying Taylor series expansion and using the linear terms is represented with expression (1):

$$\begin{cases} \dot{x} = Ax + Bu\\ y = Cx \end{cases},\tag{1}$$

Tabla 1

where the corresponding system matrices are:

$$A = \begin{bmatrix} -I/T_{I} & 0 & A_{3} / A_{I}T_{3} & 0 \\ 0 & -I/T_{2} & 0 & A_{4} / A_{2}T_{4} \\ 0 & 0 & -I/T_{3} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -I/T_{4} \end{bmatrix},$$
  
$$B = \begin{bmatrix} \gamma_{1}k_{1} / A_{1} & 0 \\ 0 & \gamma_{2}k_{2} / A_{2} \\ 0 & (1 - \gamma_{2})k_{2} / A_{3} \\ (1 - \gamma_{1})k_{1} / A_{4} & 0 \end{bmatrix}, C = \begin{bmatrix} I & 0 \\ 0 & I \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix},$$
  
$$T_{i} = A_{i} / a_{i} \sqrt{2h_{i0} / g} \quad i = 1 \div 4.$$
(2)

The elements  $h_{i0}$  are represent the equilibrium values of levels  $h_i$ . To reduce the order in the state-space model (1) - (2) the dynamics of the pumps is neglected. This is possible due to the fact that the time constants  $\tau_1$ ,  $\tau_2$  are small compared to  $T_i$ .

The transfer function matrix of the four tank system model with two inputs and two outputs is shown in expression (3):

$$G(s) = \begin{bmatrix} \frac{\gamma_1 T_1 k_1}{A_1(T_1 s + 1)} & \frac{(1 - \gamma_2) T_1 k_1}{A_1(T_1 s + 1)(T_3 s + 1)} \\ \frac{(1 - \gamma_1) T_2 k_2}{A_2(T_2 s + 1)(T_4 s + 1)} & \frac{\gamma_2 T_2 k_2}{A_2(T_2 s + 1)} \end{bmatrix}.$$
 (3)

The considered four tank system can be described using the following polytopic model.

$$\dot{x} = A(t)x + B_{1}(t)w + B_{2}(t)u$$

$$z_{\infty} = C_{1}(t)x + D_{11}(t)w + D_{12}(t)u$$

$$z_{2} = C_{2}(t)x + D_{22}(t)u$$
(4)

with state-space matrices varying in a polytope:

$$\begin{pmatrix} A(t) & B_{1}(t) & B_{2}(t) \\ C_{1}(t) & D_{11}(t) & D_{12}(t) \\ C_{2}(t) & 0 & D_{22}(t) \end{pmatrix} \in Co \left\{ \begin{pmatrix} A_{k} & B_{1k} & B_{2k} \\ C_{1k} & D_{11k} & D_{12k} \\ C_{2k} & 0 & D_{22k} \end{pmatrix} : k = 1, \dots K \right\}.$$
(5)

Such polytopic models are useful to represent plants with uncertain and/or time-varying parameters [5]. The system matrix

$$S(t) = \begin{pmatrix} A(t) & B_1(t) & B_2(t) \\ C_1(t) & D_{11}(t) & D_{12}(t) \\ C_2(t) & 0 & D_{22}(t) \end{pmatrix}$$

varies within a fixed polytope of matrices,

$$S(t) \in Co\{S_{1}, ..., S_{k}\} := \left\{ \sum_{i=1}^{k} \alpha_{i} S_{i} : \alpha_{i} \ge 0, \sum_{i=1}^{k} \alpha_{i} = 1 \right\}$$
(6)

where  $S_1, \ldots S_k$  are given vertex systems:

$$S_{I} = \begin{pmatrix} A_{I} & B_{II} & B_{2I} \\ C_{II} & D_{III} & D_{I2I} \\ C_{2I} & 0 & D_{22I} \end{pmatrix}, \dots, S_{k} = \begin{pmatrix} A_{k} & B_{Ik} & B_{2k} \\ C_{Ik} & D_{IIk} & D_{I2k} \\ C_{2k} & 0 & D_{22k} \end{pmatrix}.$$
(7)

In other words, S(t) is a convex combination of the system matrices  $S_1, \ldots, S_k$ . The nonnegative numbers  $a_1, \ldots, a_k$  are called the polytopic coordinates of S.

For the four tank system described by (1)-(2) we have four vertex systems since the positions of the two values  $\gamma_1$  and  $\gamma_2$  take values in the intervals

$$\gamma_{1\,low} = 0.55 \leq \gamma_1 \leq 0.65 = \gamma_{1\,up} \quad \text{and} \quad \gamma_{2\,low} = 0.6 \leq \gamma_2 \leq 0.8 = \gamma_{2\,up}.$$

This situation corresponds to mode 1 of the tank system process where the system is minimum phase, i.e., it has two zeros with negative real part. The other set of four

vertex systems is when the positions of the two values  $\gamma_1$  and  $\gamma_2$  take values in the intervals

$$\gamma_{1 low} = 0.2 \le \gamma_1 \le 0.4 = \gamma_{1 up}$$
 and  $\gamma_{2 low} = 0.3 \le \gamma_2 \le 0.4 = \gamma_{2 up}$ .

This situation corresponds to mode 2 of the tank system process where the system is non-minimum phase, i.e., it has one zero with positive real part.

## **3. DESIGN OF LMI BASED MULTI-MODEL** $H_{\infty}$ **ROBUST CONTROLLER**

We use *Robust Control Toolbox* of Matlab<sup>®</sup> to define the polytopic model (4) of the four tank system and to perform the multi model robust control synthesis. In the section we have to design an LMI based  $H_{\infty}$  robust controller which has to stabilize the four polytopic systems for each mode and to ensure desired performance.

In order to perform multi-model  $H_{\infty}$  state-feedback synthesis using the LMI technique we seek a single quadratic Lyapunov function  $X := X_{\infty}$  that enforces the required design objectives in the polytope and thus the following system of LMI has to be solved [2]:

Minimize  $\alpha \gamma^2 + \beta Trace(Q)$  over Y, X, Q and  $\gamma_a^2$  subject to

$$\begin{pmatrix} A_{k} X + XA^{T}_{k} + B_{2k} Y + Y^{T} B_{2k}^{T} & B_{1k} & XC^{T}_{1k} + YD^{T}_{12k} \\ B_{1k}^{T} & -I & D^{T}_{11k} \\ C_{1k} X + D_{12k} Y & D_{11k} & -\gamma^{2} I \end{pmatrix} < 0$$

$$\begin{pmatrix} Q & C_{2k} X + D_{22k} Y \\ XC^{T}_{2k} + YD^{T}_{22k} & X \end{pmatrix} > 0$$

$$Trace(Q) < v^{2}_{0}$$

$$\gamma_{a}^{2} < \gamma_{a}^{2}_{0}.$$
(8)

Denote the optimal solution by  $(X^*, Y^*, Q^*, \gamma^*)$ , the corresponding state-feedback gain is given by  $K^* = Y^* (X^*)^{-1}$ .

This gain guarantees the worst case performance:  $||T_{\infty}(s)||_{\infty} \leq \gamma_a^*$ .

### **4. SIMULATION EXPERIMENTS**

In this section we investigate the robust control problem of the uncertain four tank system model (1)-(2) using the applied LMI based multi-model  $H_{\infty}$  synthesis technique. First we consider a convex polytope of four vertices according to mode 1 of the tank system process where the system is minimum phase. Thus we investigate the behavior of four polytopic systems.

In Fig.1- Fig.4 we present the time responses of the linear closed-loop systems with the designed LMI based multi-model  $H_{\infty}$  optimal control for the four polytopic systems according to mode 1. In these cases the time domain responses satisfy the technological requirements of the four tank system model. In mode 1 the tank system achieves nominal performance and also quadratic stability, i.e. the considered four polytopic systems are stable.

Then we consider a convex polytope of four vertices according to mode 2 of the tank system process where the system is non-minimum phase. In this way we investigate the behavior of four polytopic systems.

In Fig.5-Fig.8 we present the time responses of the linear closed-loop systems with the designed LMI based multi-model  $H_{\infty}$  optimal control for the four polytopic systems according to mode 2. In these cases the time domain responses satisfy the technological requirements of the four tank system model. In mode 2 the tank system achieves nominal performance and also quadratic stability, i.e. the considered four polytopic systems are stable.

The values of the state-feedback gains corresponding to the two operation modes of the four tank system are shown below:

$$K_{1}^{*} = \begin{bmatrix} -6.4818 & -8.7684 & -5.1060 & -10.7625 \end{bmatrix}^{T},$$
  

$$K_{2}^{*} = \begin{bmatrix} -8.6725 & -9.3421 & -10.7823 & -11.8973 \end{bmatrix}^{T}.$$

It is obvious that having in mind the high complexity of the performed optimization procedure the computed state-feedback gains do not have complex structure, which will support the realization of the control system in practice.



**Fig.1.** Polytopic system 1- mode 1: gam1\_low=0.55, gam2\_low=0.6



Fig.2. Polytopic system 2- mode 1: gam1\_low=0.55, gam2\_up=0.8



Fig.3. Polytopic system 3- mode 1: gam1\_up=0.65, gam2\_low=0.6



Fig.4. Polytopic system 4- mode 1: gam1\_up=0.65, gam2\_up=0.8



Fig.5. Polytopic system 1- mode 2: gam1\_low=0.2, gam2\_low=0.3



Fig.6. Polytopic system 2- mode 2: gam1\_low=0.2, gam2\_up=0.4



Fig.7. Polytopic system 3- mode 2: gam1\_up=0.4, gam2\_low=0.3



Fig.8. Polytopic system 4- mode 2: gam1\_up=0.4, gam2\_up=0.4

The presented numerical examples show that the investigated control method - LMI based multi-model  $H_{\infty}$  synthesis ensures quadratic stability and acceptable performance of the four tank system model.

## **5. CONCLUSION**

This paper considered the dynamic behavior of a four tank system presented as a plant with uncertainties. The investigations were concerned with the application of the LMI based multi-model  $H_{\infty}$  control technique.

The performance and quadratic stability for each four vertex systems, corresponding to each of the considered modes, being controlled using the robust LMI based technique were studied.

The simulations resulting from the multi-model  $H_{\infty}$  design were presented. They show the advantages of the considered robust optimal control technique.

Applying such an approach leads to the fact that the time domain responses satisfy the technological requirements of the four tank system model.

## REFERENCES

[1] K. H. Johansson et al., *Teaching Miltivariable Control Using the Quadruple-Tank Process*, IEEE CDC, Phoenix, AZ, 1999.

[2] Khargonekar, P.P., and M. A. Rotea, "*Mixed*  $H_2/H_{\infty}$  Control: a Convex Approach", IEEE Aut.Contr., 39 (1991), pp.824-837.

[3] K. H. Johansson. *The Quadruple-Tank Process: A Multivariable Laboratory Process with an Adjustable Zero.* IEEE Trans. on Contr. Sys, Tech. Vol. 8, No 3, 2000, pp. 456-465

[4] K. H. Johansson and J. Nunes, *A multivariable laboratory process with an adjustable zero*, In 17<sup>th</sup> ACC, Philadelphia, PA, 1995

[5] Boyd, S. L. El Ghaoui, E. Feron, V. Balakrishnan, *Linear Matrix Inequalities in Systems and Control Theory*, SIAM books, Philadelphia, 1994

Authors: Andrey Yonchev, Assoc. Prof. PhD, Department Systems and Control, Faculty of Automatics, Technical University-Sofia, E-mail address: *ayonchev@tu-sofia.bg* 

Received 23 April 2016

**Reviewer:** Assoc. Prof. Dr. Kamen Perev



Годишник на Технически Университет - София, том 66, книга 2, 2016 Proceedings of the Technical University of Sofia, Volume 66, Issue 2, 2016

# DIGITAL SYSTEM FOR TUNING AND LONG-TERM FREQUENCY STABILIZATION OF A CW Ti:SAPPHIRE LASER-EXPERIMENTAL SET-UP

# Ilya I. Beterov<sup>a,b</sup>, Asparuh G. Markovski<sup>c,d</sup>, Sergey M. Kobtsev<sup>b,e</sup>, Elena A. Yakshina<sup>a,b,f</sup>, Vasily M. Entin<sup>a</sup>, Denis B. Tretyakov<sup>a</sup>, Vladimir I. Baraulya<sup>b,e</sup>, Igor I. Ryabtsev<sup>a,b,f</sup>

Abstract: Simple digital control system for long-term frequency stabilization and locking to an arbitrary wavelength of a single-frequency ring CW Ti:Sapphire laser is developed. The system utilizes two confocal Fabry-Pérot cavities, one of which is used to narrow the short-term linewidth of the laser and the other improves the long-term stability of the laser frequency. The length of the second cavity is stabilized using the radiation from an external-cavity diode laser locked to an atomic transition. Our system is an improvement of a commercial Tekhnoscan laser lock. This system has been successfully used in our experiments on high-resolution laser spectroscopy of ultracold rubidium Rydberg atoms. A thorough explanation of the hardware set-up is already published in [1]. The work was done in the Rzanov Institute of Semiconductor Physics – Russian Academy of Sciences, Novosibirsk.

Keywords: laser locking; scanning Fabry-Pérot cavity; Rydberg excitation.

### **1. INTRODUCTION**

Laser cooling and multiphoton spectroscopy of atoms and molecules commonly require the use of narrow-band frequency stabilized lasers working at various wavelengths. Single-frequency CW Ti:Sapphire lasers with ring cavities are advantageous for laser spectroscopy due to their high power at single frequencies and tuneability over a broad spectral range. A variety of techniques have been developed for the laser frequency stabilization needed in many applications in optics and spectroscopy. Typically, the laser output is locked to a highly stable reference cavity or to an atomic transition by means of fringe-side locking [2] or the most widely used Pound–Drever– Hall (PDH) technique [3, 4]. Highly stable Fabry-Pérot cavities commonly use ultralow expansion glass spacers and are temperature stabilized and kept in vacuum in order to avoid drifts of the resonant frequency induced by temperature and air pressure variations [5, 6, 7]. In such systems, the mirrors cannot be placed on piezo-ceramic transducers (PZT), which feature large frequency drifts of tens of MHz per hour [8]. Therefore, the laser frequency can only be stabilized at a series of fixed values that are separated by the free spectral range of the cavity. To overcome this obstacle, it is possible to shift the laser frequency using an external acoustic-optical modulator or sideband locking technique with an electro-optical modulator [9]. Locking the laser to an atomic transition via saturation spectroscopy is commonly used in experiments on atomic spectroscopy and laser cooling. However, this technique is difficult to apply in the case when the desirable laser wavelength does not match the wavelength of available atomic transitions. The same difficulty occurs when the reference cavity is locked to a highly stable reference laser. Another recently developed method is based on the use of a high-precision wavelength meter, which also requires additional reference laser to achieve high accuracy [10].

One of the common experimental demands is multistep excitation of ultracold atoms which requires locking of the laser to a transition between excited atomic states. For two step excitation, it is possible to use the resonances of an electromagnetically induced transparency in a gas cell to lock the lasers [11]. However, generalization of this scheme for three-step laser excitation is technically challenging due to small dipole moments of transitions to Rydberg states and the necessity to combine three laser beams in a vapor cell.

We have developed a relatively simple and inexpensive method relying on the digital measurement of the frequency difference between the output of a Ti:Sapphire laser and that of a highly stable diode laser using an auxiliary Fabry–Pérot interferometer. The diode lasers which are locked to an atomic transition between the ground and first excited states of alkali-metal atoms are commonly used in laser cooling experiments. It is important that a single reference laser can be used to lock other lasers to the arbitrary wavelengths.

Essentially, in our locking system, the time delay is measured between emergence of transmission peaks coming from the radiation of the Ti:Sapphire laser and from that of the highly stable diode laser as the Fabry-Pérot cavity is scanned. This method has been successfully implemented in several previous works [12, 13, 14, 15]. A rather complicated analogue electronic detection of transmission peaks in the scanning cavity was first implemented in [12]. A digital integrator was used to provide the feedback signal to the laser. The frequency drift of the laser did not exceed 1 MHz compared to the reference frequency-stabilized He-Ne laser. In the later works, the electronics for laser stabilization was substantially simplified by introduction of ADC/DAC modules with a computer control [13,14,15] In [13], the interference filters were used to individually measure the transmission of multiple laser beams through the cavity, so that several lasers could be locked simultaneously. In [14], the scanning rate was increased to 1 kHz compared to 200 Hz in [13] and the transmission signal was sampled at 4 MHz. The increased scanning rate permits frequency locking in a wider bandwidth but requires faster and more expensive ADC conversion and data analysis. In [15], the scanning frequency was further raised to 3 kHz and the feedback signal was generated using an analogue peak detector and a fast programmable microcontroller. Our approach relies on two confocal cavities for line narrowing and long-term frequency stabilization of the laser. The confocal reference cavity with the mirrors separated by a 10 cm invar spacer is more stable than a long ( $\sim 70$ cm) laser resonator. We use fast analogue locking electronics manufactured by the Tekhnoscan Company (Novosibirsk, Russia) to lock the laser on the reference cavity, and then we only compensate for the long-term drift of the optical length of the reference cavity. This technique allows us to avoid the necessity of using high-speed electronics for peak detection and data analysis compared to the previous works [14, 15,

16]. We use a relatively cheap ZetLab<sup>™</sup> Zet210 ADC/ DAC module sampled at 400 kHz for data acquisition and generation of the feedback output voltage and National Instruments LabView<sup>™</sup> for data analysis.

### 2. EXPERIMENTAL SET-UP

The scheme of our experimental setup is shown in Fig.1. The radiation of the Ti:Sapphire laser is split by semitransparent mirror M1 and directed to confocal cavities 1 and 2. The intensity of the light transmitted through the cavities is measured with photodiodes PD1 and PD2. Semitransparent mirror M2 is used to create a reference laser beam for the side-fringe locking of the Ti:Sapphire laser to a mode of cavity 2 by measuring the difference between the intensities on photodiodes PD2 and PD3 and sending the feedback signal to the laser. This is a part of the commercial Tekhnoscan laser lock. Cavity 2 is a confocal Fabry-Pérot resonator with a 10 cm invar spacer and one of the mirrors mounted on a PZT. The commercially available locking electronics by Tekhnoscan reduces the short-term linewidth of the laser radiation to less than 10 kHz. By applying an offset voltage to the PZT of cavity 2, it is possible to tune the laser frequency within the free spectral range of the cavity, which is 750 MHz. The laser frequency drift caused by temperature and air pressure variations, as well as the drift of the PZT, is more than 30 MHz/h even for the cavity with temperature stabilization. This does not meet our requirements for experiments with cold Rydberg atoms where resonance widths at laser excitation are <5 MHz, and we need to keep the laser on resonance with the atomic transition for tens of minutes. In order to compensate for this drift, on semitransparent mirror M4, we combine the radiation of the Ti:Sapphire laser, which is already locked to cavity 2, with the radiation of the reference external-cavity diode laser with a wavelength 780 nm, locked to an atomic transition in a rubidium vapor cell via PDH technique [3, 4]. The linewidth of this laser was measured by observing the beat spectrum of two identical lasers averaged during 100 ms and was found to be <1 MHz. The radiation of both lasers is sent to cavity 1 which is scanned by a triangular signal at 200Hz from a GW Instek DDS function generator SFG-2004<sup>TM</sup>. The low-voltage output of the function generator is amplified with a home-built high-voltage amplifier which drives the PZT. This amplifier also provides additional offset DC voltage to the PZT. The scanning cavity 1 is a confocal Fabry–Pérot resonator with a 12.5 cm invar spacer corresponding to a free spectral range of c/(4L) = 600 MHz. The cavity can be temperature stabilized, however, this does not significantly change the performance of the system. The signal from photodiode PD1, which has a bandwidth of 10 MHz, is measured using a commercial ZetLab ZET 210<sup>TM</sup> ADC/DAC module with a maximum sampling frequency of 400 kHz. As the signal from photodiode PD1 can only be measured continuously during the period defined by the ADC buffer size of 4096 bytes, we have to use the signal from the function generator, which is measured by a second ADC channel, for synchronization of the data acquisition process. We read the data from the ADC buffer which contains at least two periods of the synchronization signal. Then we find the time of the first minimum of the synchronization signal t<sub>min</sub> and extract data from a time bin defined by the specified width and offset T<sub>off</sub> as shown in Fig.2. Adjustment of the DC offset voltage at the PZT of cavity 1 can be used to tune the positions of the

peaks within the window without interrupting the frequency locking process. This is necessary to move the transmission peaks away from the turning points of the ramp signal and to compensate for temperature drift of the cavity in order to keep all the peaks within the measurement window. The measured time-dependent photoelectric signal on PD1, which is proportional to the transmission of cavity 1, is plotted in Fig.3. We measure the time intervals T1 and T2 between two peaks from the reference laser and the peak from the Ti:Sapphire laser using the Peak Detect virtual instrument implemented in National Instruments Labview<sup>™</sup>, which uses quadratic fit approximation for accurate determination of the peak centers. Then we calculate the ratio:

$$R = \frac{T_1}{T_1 + T_2} \tag{1}$$

This ratio depends linearly on the frequency of the Ti:Sapphire laser and ranges between 0 and 1 depending on the relation between the frequencies of the reference laser and Ti:Sapphire laser. We apply a three-point average filter to an array of measured ratios. Initially, the Ti:Sapphire laser is locked to cavity 2. By changing the offset voltage on the PZT of this cavity, we can tune the laser to any desired wavelength which defines the initial ratio  $R_0$  of time intervals between the transmission peaks of cavity 1. For long-term stability, we need to minimize the variation  $\Delta R=R-R_0$ . This is achieved by applying an additional voltage to the PZT of cavity 2. The feedback signal is calculated using National Instruments Labview<sup>TM</sup> PID toolkit and then converted to voltage via the DAC of the Zetlab ZET 210<sup>TM</sup> module. To tune the laser locked to cavity 1, we can manually change the initially set value R0 in the control program during the experiment. The locking system then drives the laser to a newly defined locking point.



Fig.1. Scheme of the experimental setup. The Ti:Sapphire laser is locked to cavity 2 using a side-fringe locking technique. Cavity 1 is scanned at 200 Hz. The transmission peaks from two lasers are detected on PD1, then recorded using ADC and analyzed on a computer. The feedback signal from DAC is sent to the PZT of cavity 2. The part of the experimental setup that represents the commercial Teknoscan laser lock is shown in the rectangular box.



Fig.2. Timing diagram of the measurement. The ramp signal is used for synchronization. The first minimum of the ramp signal and the measurement time bin are separated by offset time  $T_{off}$ 



Fig.3. Time dependent photoelectric signal on PD1.

### **5. CONCLUSION**

Experimental results with the newly developed system are obtained. They are described in [1]. The system performance was good enough to compensate for the long-term drift of cavity 2. We have used this system to lock the Ti:Sapphire laser at 743 nm for three-step laser excitation of cold rubidium atoms into the Rydberg states.

### ACKNOWLEDGEMENTS

This work was supported by RFBR grant No. 14-02-00680, by the Russian Academy of Sciences, by EU FP7 IRSES Project COLIMA, and by the Russian Quantum Center

### REFERENCES

[1] Beterov, I., A. Markovski. Simple digital system for tuning and long-term frequency stabilization of a CW Ti:Sapphire laser. Optical Engineering 54(3), 034111 (March 2015), paper 150092.

- [2] Barger R. L., M. S. Sorem, J. L. Hall, "Frequencystabilizationofa CW dye laser", Appl. Phys. Lett. 22, 573 (1973).
- [3] Black E. D., "An introduction to Pound–Drever–Hall laser frequency stabilization", Am. J. Phys. 69, 79 (2001).
- [4] Drever R. W. P. et al., "Laser phase and frequency stabilization using an optical resonator", Appl. Phys. B 31, 97 (1983).
- [5] Maddaloni P., M. Bellini, P. D. Natale, "Laser-Based Measurements for Time and Frequency Domain Applications: A Handbook" (Series in "Optics and Optoelectronics"), CRC Press, Boca Raton, Florida (2013).
- [6] Jiangetal Y. Y., "Making optical atomic clocks more stable with 10<sup>16</sup> level laser stabilization", Nat. Photonics 5, 158 (2011).
- [7] Kessler T. et al., "A sub 40 mHz linewidth laser based on a silicon single-crystal optical cavity", Nat. Photonics 6, 687 (2012).
- [8] Löwetal R., "An experimental and theoretical guide to strongly interacting Rydberg gases", J. Phys. B 45, 113001 (2012).
- [9] Thorpe J. I., K. Numata, J. Livas, "Laser frequency stabilization and control through offset sideband locking to optical cavities", Opt. Express 16, 15980 (2008).
- [10] Kobtsev S., S. Kandrushin, A. Potekhin, "Long-term frequency stabilization of a continuous-wave tunable laser with the help of a precision wavelengthmeter", Appl. Opt. 46, 5840 (2007).
- [11] Abel R. P. et al., "Laser frequency stabilization to highly excited state transitions using electromagnetically induced transparency in a cascade system", Appl. Phys. Lett. 94, 071107 (2009).
- [12] Jaffe S. M., M. Rochon, W. M. Yen, "Increasing the frequency stability of singlefrequency lasers", Rev. Sci. Instrum. 64, 2475 (1993).
- [13] Zhao W. Z. et al., "A computer-based digital feedback control of frequency drift of multiple lasers", Rev. Sci. Instrum. 69, 3737 (1998).

- [14] Matsubara K. et al., "Precise frequency-drift measurement of extended-cavity diode laser stabilized with scanning transfer cavity", Jpn. J. Appl. Phys. 44, 229 (2005).
- [15] Seymour-Smith N. et al., "Fast scanning cavity offset lock for laser frequency drift stabilization", Rev. Sci. Instrum. 81, 075109 (2010).
- [16] Tretyakov D. B. et al., "Controlling the interactions of a few cold Rb Rydberg atoms by radiofrequency-assisted Förster resonances", Phys. Rev. A 90, 041403(R) (2014)

## Authors:

Ilya I. Beterov<sup>*a,b*</sup>, Assist. Prof. Dr., E-mail address: *beterov@isp.nsc.ru*; Asparuh G. Markovski<sup>*c,d*</sup>, Ch. Assist. Prof. Dr., Department Systems and Control, Faculty of Automatics, Technical University-Sofia, E-mail address: *agm@tu-sofia.bg*; Sergey M. Kobtsev<sup>*b,e*</sup>, Assist. Prof. Dr., E-mail address: *kobtsev@lab.nsu.ru*; Elena A. Yakshina<sup>*a,b,f*</sup>, M.Sc., PhD Student, E-mail address: *yakshina@isp.nsc.ru*; Vasily M. Entin<sup>*a*</sup>, Assist. Prof. Dr., E-mail address: *ventin@isp.nsc.ru*; Denis B. Tretyakov<sup>*a*</sup>, Assist. Prof. Dr., E-mail address: *dtret@isp.nsc.ru*; Vladimir I. Baraulya<sup>*b,e*</sup>, M.Sc. ; Igor I. Ryabtsev<sup>*a,bf*</sup>; Prof. D.Sc., E-mail address: *ryabtsev@isp.nsc.ru*.

<sup>a</sup>Rzhanov Institute of Semiconductor Physics SB RAS, Department of Quantum Electronics, 630090 Novosibirsk, Russia
<sup>b</sup>Novosibirsk State University, Department of Physics, 630090 Novosibirsk, Russia
<sup>c</sup>University of Latvia, Faculty of Physics and Mathematics, LV-1002 Riga, Latvia
<sup>d</sup>Technical University of Sofia, Faculty of Automatics, 1000 Sofia, Bulgaria
<sup>e</sup>Tekhnoscan Lab LLC, 630090, Novosibirsk, Russia
<sup>f</sup>Russian Quantum Center, Skolkovo, Moscow Reg., 143025, Russia

Received 30 April 2016

**Reviewer:** Assoc. Prof. Dr. Ivan E. Ivanov



# PERFORMANCE OF A DIGITAL SYSTEM FOR TUNING AND LONG-TERM FREQUENCY STABILIZATION OF A CW Ti:SAPPHIRE LASER

# Ilya I. Beterov<sup>a,b</sup>, Asparuh G. Markovski<sup>c,d</sup>, Sergey M. Kobtsev<sup>b,e</sup>, Elena A. Yakshina<sup>a,b,f</sup>, Vasily M. Entin<sup>a</sup>, Denis B. Tretyakov<sup>a</sup>, Vladimir I. Baraulya<sup>b,e</sup>, Igor I. Ryabtsev<sup>a,b,f</sup>

Abstract: Performance of a digital control system for long-term frequency stabilization and locking to an arbitrary wavelength of a single-frequency ring CW Ti:Sapphire laser is presented. The experimental set-up is built in the Rzanov Institute of Semiconductor Physics - Russian Academy of Sciences, Novosibirsk. A thorough explanation of the system and its performance is already published in [1]. The system utilizes two confocal Fabry-Pérot cavities, one of which is used to narrow the shortterm linewidth of the laser and the other improves the long-term stability of the laser frequency. The length of the second cavity is stabilized using the radiation from an external-cavity diode laser locked to an atomic transition. The system has been successfully used in our experiments on high-resolution laser spectroscopy of ultracold rubidium Rydberg atoms.

Key-words: laser locking; scanning Fabry-Pérot cavity; Rydberg excitation.

# **1. INTRODUCTION - EXPERIMENTAL SET-UP**

The scheme of our experimental setup is shown on Fig.1 and is thoroughly described in [1]. A comparison with similar systems is also made in [1].

We have developed a relatively simple and inexpensive method relying on the digital measurement of the frequency difference between the output of a Ti:Sapphire laser and that of a highly stable diode laser using an auxiliary Fabry–Pérot interferometer for locking the laser frequency. In our locking system, the time delay is measured between the transmission peaks coming from the radiation of the Ti:Sapphire laser and from that of the highly stable diode laser as the Fabry–Pérot cavity is scanned. We use two confocal cavities for line narrowing and long-term frequency stabilization of the laser. We use fast analogue locking electronics manufactured by the Tekhnoscan Company (Novosibirsk, Russia) to lock the laser on the reference cavity, and then we only compensate for the long-term drift of the optical length of the reference cavity.

This technique allows us to avoid the necessity of using high-speed electronics for peak detection and data analysis compared to the previous works [2, 3, 4]. We use a relatively cheap ZetLab<sup>TM</sup> Zet210 ADC/ DAC module sampled at 400 kHz for data acquisition and generation of the feedback output voltage and National Instruments LabView<sup>TM</sup> for data analysis.

### **2. SYSTEM PERFORMANCE**

The measured time-dependent photoelectric signal on PD1, which is proportional to the transmission of cavity 1, is plotted in Fig.1.



Fig.1.(a) Scheme of the experimental set-up. The Ti:Sapphire laser is locked to cavity 2 using a side-fringe locking technique. Cavity 1 is scanned at 200 Hz. The transmission peaks from two lasers are detected on PD1, then recorded using ADC and analyzed on a computer. The feedback signal from DAC is sent to the PZT of cavity 2. (b) Timing diagram of the measurement. The ramp signal is used for synchronization. The first minimum of the ramp signal and the measurement time bin are separated by offset time T<sub>off</sub>; (c) Time dependent photoelectric signal on PD1.

We measure the time intervals T1 and T2 between two peaks from the reference laser and the peak from the Ti:Sapphire laser using Labview<sup>TM</sup>, and then make quadratic fit approximation for accurate determination of the peak centers. Then we calculate the ratio:

$$R = \frac{T_1}{T_1 + T_2} \tag{1}$$

This ratio depends linearly on the frequency of the Ti:Sapphire laser and ranges between 0 and 1 depending on the relation between the frequencies of the reference laser and Ti:Sapphire laser.

The results of measurement of the ratio of the time intervals R during approximately 20 minutes are presented in Fig.2(a). The standard deviation of R was 0.00115 which corresponds to an error of 0.7 MHz in the determination of the laser frequency. This result is consistent with the previous measurements [2, 3, 4].

The output voltage of DAC, shown in Fig.2(b), was automatically increased by the locking system from zero to around 0.7 V during the measurement due to the temperature and air pressure variations which affect the optical length of the cavity 2, and due to the drift of the PZTof cavity 2. We have also measured the wavelength of the Ti:Sapphire laser output using HighFinesse<sup>TM</sup> WS6 wavemeter. Although this model has limited long-term accuracy (200 MHz error in absolute value), we have used it to study the short-term fluctuations and drifts of the laser frequency. In the mode when the laser was locked to cavity 2 but without temperature stabilization of the cavity, the drift was around 3 MHz/min [see Fig. 2(c)]. When the laser was also locked to cavity 1, the measured drifts were reduced to 200 kHz/min (see Fig.2(d)) which can be attributed to the temperature drift of the wavemeter.

Another possible source of error could be the drift of the reference laser, but we have not observed it in the beat spectrum of two identical reference lasers locked to 780 nm. Our approach is close to the laser locking system described in [5] where lowfrequency data acquisition at 400 kHz had been used along with fully digital data analysis. However, it has been noted in [5] that their system was unable to compensate for acoustic noises, and an additional stable cavity and analog electronics for line width narrowing has been proposed.

In our work, the laser is locked to cavity 2 by analog electronics via fringe-side locking, which removes the acoustic noises and provides less than 10 kHz rms laser linewidth relative to cavity 2. Our digital locking system compensates only for slow drifts of cavity 2. These are the main differences from the previous work [5]. The limiting factors for the system performance are a rather low scanning rate (200 Hz), finesse of cavity 2 (F~50), and stability of the reference laser. A higher scanning rate requires faster sampling, which was not possible with the ADC we used. However, the peak positions fluctuate from scan to scan even for a stabilized laser due to the nonlinearities and hysteresis of the PZT [5]. Therefore, we believe that an increase of the scanning rate will not substantially improve the performance of our system, and we need to compensate only for slow temperature drifts of cavity 2 and air pressure variations.



**Fig.2(a)** Measured time trace of ratio R of time intervals between the transmission peaks; (b) time trace of DAC output voltage; (c) measured laser frequency drift with the Ti:Sapphire laser locked to cavity 2 only (without temperature stabilization of the cavity); (d) measured laser frequency drift with the Ti: Sapphire laser locked to both cavity 1 and cavity 2. The absolute long-term accuracy of the wavemeter is 200 MHz, but the relative accuracy is much better.

There is no need to further increase the bandwidth of the locking system by the use of high-speed digital electronics, in contrast to previous works [2, 3]. Besides that, for a faster lock, the fluctuations of the peak positions can substantially increase the linewidth of the laser.

The system performance was good enough to compensate for the long-term drift of cavity 2.

We have used this system to lock the Ti:Sapphire laser at 743 nm for three-step laser excitation of cold rubidium atoms into the Rydberg states, as shown in Fig.3(a) [4]. We used a cooling 780 nm laser diode as a reference source. The typical spectrum of laser excitation of 37P Rydberg rubidium atoms obtained by scanning of the Ti:Sapphire laser by linear ramp voltage applied to cavity 2 is shown in Fig.3(b).

The width of the atomic resonance in our experiment was around 5 MHz. Therefore, the stability of our laser lock was good enough for Rydberg excitation of ultracold rubidium atoms.



**Fig.3(a)** Scheme of the three-photon excitation of rubidium Rydberg atoms; **(b)** typical spectrum of laser excitation of cold rubidium 37P Rydberg atoms obtained by scanning of the Ti:Sapphire laser working at 743 nm.

### **3. CONCLUSION**

The system performance was good enough to compensate for the long-term drift of cavity 2. We have used this system to lock the Ti:Sapphire laser at 743 nm for three-step laser excitation of cold rubidium atoms into the Rydberg states.

### ACKNOWLEDGEMENTS

This work was supported by RFBR grant No. 14-02-00680, by the Russian Academy of Sciences, by EU FP7 IRSES Project COLIMA, and by the Russian Quantum Center.

### REFERENCES

[1] Beterov, I., A. Markovski. Simple digital system for tuning and long-term frequency stabilization of a CW Ti:Sapphire laser. Optical Engineering 54(3), 034111 (March 2015), paper 150092.

- [2] Matsubara K. et al., "Precise frequency-drift measurement of extended-cavity diode laser stabilized with scanning transfer cavity", Jpn. J. Appl. Phys. 44, 229 (2005).
- [3] Seymour-Smith N. et al., "Fast scanning cavity offset lock for laser frequency drift stabilization", Rev. Sci. Instrum. 81, 075109 (2010).

- [4] Tretyakov D. B. et al., "Controlling the interactions of a few cold Rb Rydberg atoms by radiofrequency-assisted Förster resonances", Phys. Rev. A 90, 041403(R) (2014)
- [5] Zhao W. Z. et al., "A computer-based digital feedback control of frequency drift of multiple lasers", Rev. Sci. Instrum. 69, 3737 (1998).

## Authors:

Ilya I. Beterov<sup>*a,b*</sup>, Assist. Prof. Dr., E-mail address: *beterov@isp.nsc.ru*; Asparuh G. Markovski<sup>*c,d*</sup>, Ch. Assist. Prof. Dr., Department Systems and Control, Faculty of Automatics, Technical University-Sofia, E-mail address: *agm@tu-sofia.bg*; Sergey M. Kobtsev<sup>*b,e*</sup>, Assist. Prof. Dr., E-mail address: *kobtsev@lab.nsu.ru*; Elena A. Yakshina<sup>*a,b,f*</sup>, M.Sc., PhD Student, E-mail address: *yakshina@isp.nsc.ru*; Vasily M. Entin<sup>*a*</sup>, Assist. Prof. Dr., E-mail address: *ventin@isp.nsc.ru*; Denis B. Tretyakov<sup>*a*</sup>, Assist. Prof. Dr., E-mail address: *dtret@isp.nsc.ru*; Vladimir I. Baraulya<sup>*b,e*</sup>, M.Sc. ; Igor I. Ryabtsev<sup>*a,b,f*</sup>; Prof. D.Sc., E-mail address: *ryabtsev@isp.nsc.ru*;

<sup>a</sup>Rzhanov Institute of Semiconductor Physics SB RAS, Department of Quantum Electronics, 630090 Novosibirsk, Russia
<sup>b</sup>Novosibirsk State University, Department of Physics, 630090 Novosibirsk, Russia
<sup>c</sup>University of Latvia, Faculty of Physics and Mathematics, LV-1002 Riga, Latvia
<sup>d</sup>Technical University of Sofia, Faculty of Automatics, 1000 Sofia, Bulgaria
<sup>e</sup>Tekhnoscan Lab LLC, 630090, Novosibirsk, Russia
<sup>f</sup>Russian Quantum Center, Skolkovo, Moscow Reg., 143025, Russia

Received 30 April 2016

**Reviewer:** Assoc. Prof. Dr. Ivan E. Ivanov



# CONSTRAINED RELATIVE FUNCTIONAL SIMILARITY BY MINIMIZING THE $H^{1}$ SEMI-NORM OF THE LOGARITHMIC DIFFERENCE

# Stefan M. Filipov, Atanas V. Atanasov, Ivan D. Gospodinov

**Abstract:** This paper defines constrained relative similarity between two functions via minimizing the  $H^1$  semi-norm of the difference of the logarithms of the functions. Equations are derived for the mesh function case, i.e. when the functions are given as ordered sets of values. The equations are solved iteratively for problems where one of the constraints is an area-preserving constraint.

*Keywords:* relative functional similarity,  $H^1$  semi-norm, constrained optimization.

# **1. INTRODUCTION**

Suppose that a functional dependence is given that comes from a theoretical model, experimental results, etc. Suppose also that a set of constraints is given that the functional dependence must meet. Then, another function must be found that meets the given constraints and at the same time is as close/similar to the original function as possible. An example is the linear regression fitted by the well-known least squares method [1], [2], [3] that seeks a new function that is closest to the original function, which is often given as set of values.

However, sometimes the functional closeness is not the most important feature to be preserved. Rather, one would like to preserve the functional behavior (e.g. the shape of the function). This gives rise to similarity requirement between the two functions. The two main types of functional similarity are absolute and relative similarity. The authors have treated the subject of absolute similarity in [4]. The present work studies relative functional similarity, where the relative functional values need to be preserved as well as possible. A simple example would be the problem of recovering the real dimensions of a 3D object from a picture of the object when the real size of only some of its elements and/or information about relation between them is given.

This paper starts by introducing definitions of similarity between functions in absolute and relative sense. Then, it defines constrained relative functional similarity and presents an area-preserving solution for functions defined on an uniform mesh.

# 2. ABSOLUTE AND RELATIVE COMPLETE SIMILARITY BETWEEN TWO FUNCTIONS

Let  $u^*$  and u be two real-valued, square integrable functions of a real independent variable  $t \in [a,b]$ . If  $u^* = u + const$  then  $u^*$  will be completely similar to u in an absolute sense.



**Fig.1.** Complete similarity between two functions: (a) absolute; (b) relative. From Fig.1.a the following can be inferred:

$$u^{*}(t) - u(t) = u^{*}(s) - u(s), \quad t, s \in [a, b],$$
(1)

$$\frac{du^*}{dt} - \frac{du}{dt} = 0, \quad t \in [a,b].$$

$$\tag{2}$$

Hence, equality of the derivatives of the two functions throughout the interval is the condition for complete absolute similarity [4].

Let *u* be some given positive function. If  $u^* = const.u$ , where const>0, then  $u^*$  will be completely similar to *u* in a relative sense. From Fig.1.b the following can be inferred:

$$\frac{u^{*}(t)}{u(t)} = \frac{u^{*}(s)}{u(s)}, \quad t, s \in [a, b],$$
(3)

$$\frac{d\ln u^*}{dt} - \frac{d\ln u}{dt} = 0, \quad t \in [a,b].$$
(4)

Since the left-hand-side of (4) is zero for complete relative similarity then, when constraints are introduced, it is natural to require that  $(\ln u^* - \ln u)'$  be as close to zero as possible for all  $t \in [a,b]$ , where the difference  $\ln u^* - \ln u$  is called *logarithmic difference*. Therefore, constrained relative similarity can be defined by minimizing the  $H^1$ semi-norm [5] of the logarithmic difference, subject to the imposed constraints. Expanding  $\ln u^*$  in the logarithmic difference in Taylor series around u and keeping terms up to order one gives the relative difference  $(u^*-u)/u$ . Hence, the logarithmic difference is a measure of the relative difference between  $u^*$  and u.

## 2. CONSTRAINED RELATIVE FUNCTIONAL SIMILARITY BY MINIMIZING THE H<sup>1</sup> SEMI-NORM OF THE LOGARITHMIC DIFFERENCE

Let  $u^*$  and u be two real-valued, square integrable functions of a real independent variable  $t \in [a,b]$ . Let u be some given positive function. The function  $u^*$  will be *relatively similar* to u, under certain given constraints, if  $u^*$  minimizes the  $H^1$  semi-norm of the difference  $\ln u^* - \ln u$ :

$$|\ln u^{*} - \ln u|_{H_{1}} = \sqrt{\int_{a}^{b} \left(\frac{d\ln u^{*}}{dt} - \frac{d\ln u}{dt}\right)^{2} dt},$$
(5)

and at the same time satisfies the constraints in question. In this work we consider linear constraints for the function  $u^*$ , for example: linear combinations of functional values  $u^*(t_i)$  at certain points  $t_i$ , i=1,2,...,N; integral constraints like  $\int_a^b u^* dt = 1$ ; etc. Note, that if a function  $u^*$  minimizes the  $H^1$  semi-norm of  $\ln u^* - \ln u$ , then it also minimizes

$$const | \ln u^* - \ln u |_{H_1}^2,$$
 (6)

where const > 0, and vise versa.

## 4. CONSTRAINED RELATIVE FUNCTIONAL SIMILARITY OF MESH FUNCTIONS

Partitioning the interval [*a*,*b*] by *N* points into *N*-1 intervals of equal size defines a uniform mesh on the interval:

$$\{t_i = a + (i-1)h, \ i = 1, 2, \dots, N, \ h = (b-a)/(N-1)\}.$$
(7)

Any function defined on the mesh, and given as ordered set of values, will be called a *mesh function*. Let u(t),  $t \in [a,b]$  be given as a mesh function  $\{u_i = u(t_i), i = 1,2,...,N\}$  defined on the uniform mesh (7). We want the function  $u^*$ , also a mesh function  $\{u^*_i, i = 1,2,...,N\}$ , to be as similar in shape, in a relative sense (Fig.1.b), to the function u as possible and at the same time to satisfy the following M linear constraints

$$\sum_{i=1}^{N} A_{ji} u^{*}{}_{i} = c_{j}, \qquad j = 1, 2, \dots, M < N.$$
(8)

The constraints (8) can be written in a matrix form

$$Au^* = c , (9)$$

where

$$A = \begin{bmatrix} A_{11} & A_{12} & \dots & A_{1N} \\ A_{21} & A_{22} & \dots & A_{2N} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ A_{M1} & A_{M2} & \dots & A_{MN} \end{bmatrix}, \quad c = \begin{bmatrix} c_1 \\ c_2 \\ \vdots \\ c_M \end{bmatrix}, \quad (10)$$

and  $u^*$  is the  $N \times 1$  column vector of the unknowns.

In order to define constrained relative similarity between the mesh functions u and  $u^*$  expression (6) is discretized using  $(\ln u_{i+1} - \ln u_i)/h$  and  $(\ln u^*_{i+1} - \ln u^*_i)/h$  to approximate the derivatives of  $\ln u$  and  $\ln u^*$  at  $t_i$ , i = 1, 2, ..., N-1. Replacing the integral by a sum, applying the left rectangle rule for numerical integration, and choosing const = h in (6) the following objective function is obtained

$$I = \sum_{i=1}^{N-1} ((\ln u *_{i+1} - \ln u *_{i}) - (\ln u_{i+1} - \ln u_{i}))^{2}.$$
(11)

If  $u_{i}^{*}$ , i = 1, 2, ..., N minimize *I* and at the same time satisfy (8), then the function  $u^{*}$  will be considered *relatively similar* to *u*, under constraints (8).

To find the minimum of *I* the Lagrange's method of the undetermined coefficients is employed [6]. First, equation (8) is rearranged by transferring the left-hand side term to the right. Then the equation is multiplied by the undetermined coefficient  $\lambda_j$ , and summed over *j*. The result is added to the objective function *I* to obtain

$$J = I + \sum_{j=1}^{M} \left( \lambda_j (c_j - \sum_{i=1}^{N} A_{ji} u^*_i) \right).$$
(12)

Then, the derivatives of *J* with respect to the unknowns  $u_1^*$ ,  $u_2^*$ ,...,  $u_N^*$  are equated to zero.

From the equations  $\partial J / \partial u_1^* = 0$ ,  $\partial J / \partial u_k^* = 0$  (k = 2,...,N-1), and  $\partial J / \partial u_N^* = 0$  we obtain respectively:

$$-\ln u *_{2} + \ln u *_{1} + \ln u_{2} - \ln u_{1} = \frac{1}{2}u *_{1}\sum_{j=1}^{M} \lambda_{j}A_{j1}, \qquad (13)$$

$$\ln u *_{k} - \ln u *_{k-1} - \ln u_{k} + \ln u_{k-1} - \ln u *_{k+1} + \ln u *_{k} + \ln u_{k+1} - \ln u_{k} = \frac{1}{2} u *_{k} \sum_{j=1}^{M} \lambda_{j} A_{jk} , \qquad (14)$$

 $k = 2, \dots, N-1$ ,

$$\ln u *_{N} - \ln u *_{N-1} - \ln u_{N} + \ln u_{N-1} = \frac{1}{2} u *_{N} \sum_{j=1}^{M} \lambda_{j} A_{jN} .$$
(15)

The system of equations (13)-(15) is rearranged so that only terms containing  $\ln u_{i}^{*}$  remain on the left-hand side. Then, the system is written in a matrix form as

$$\overline{L}.\ln u^* = \overline{L}.\ln u - \frac{1}{2}u^* (A^T.\lambda), \qquad (16)$$

where  $\overline{L}$  is an  $N \times N$  matrix,  $u^*$  and u are  $N \times 1$  column vectors, and  $\lambda$  is an  $M \times 1$  column vector:

$$\overline{L} = \begin{bmatrix} -1 & 1 & 0 & 0 & . & . & . & 0 \\ 1 & -2 & 1 & 0 & . & . & . & 0 \\ 0 & 1 & -2 & 1 & . & . & . & 0 \\ & & & \ddots & & & \\ & & & \ddots & & \\ 0 & . & . & . & . & 1 & -2 & 1 \\ 0 & . & . & . & . & 0 & 1 & -1 \end{bmatrix}, \quad u^* = \begin{bmatrix} u^*_1 \\ u^*_2 \\ \vdots \\ \vdots \\ u^*_n \end{bmatrix}, \quad u = \begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \\ \vdots \\ \vdots \\ \vdots \\ \vdots \\ u_N \end{bmatrix}, \quad \lambda = \begin{bmatrix} \lambda_1 \\ \lambda_2 \\ \vdots \\ \lambda_M \end{bmatrix}. \quad (17)$$

In (16) the dot product "." denotes the usual matrix multiplication, while the no-sign product and the logarithm of a vector are defined in Appendix 1.

The rows in matrix  $\overline{L}$  are linearly dependent, therefore  $\overline{L}$  is not invertible. Note, that for every positive *const*, the mesh function  $u^*_i = const.u_i$ , i = 1,2,...,N, is a solution to the unconstrained problem. Therefore, the solution of eqn. (16) is not unique unless constraints are introduced. The constraints, in general, single out only one of the possible solutions  $u^*$ . To remove the singularity of  $\overline{L}$  at least one of the equations for the constraints must be added to eqn. (16). However, since equations (16) are nonlinear, whereas the constraints are linear, we consider a particular case of relative similarity transformation which allows one of the equations for the constraints to be added to (16) and the singularity of  $\overline{L}$  to be removed.

### 5. AREA-PRESERVING RELATIVE SIMILARITY TRANSFORMATION OF MESH FUNCTIONS

Expanding  $\ln u_i^*$  in Taylor series around  $u_i$  and keeping terms up to order one yields:

$$\ln u_{i}^{*} = \ln u_{i} + \frac{1}{u_{i}} (u_{i}^{*} - u_{i}).$$
(18)

Then, transferring the first term of the right-hand side to the left, multiplying both sides by  $u_i$ , and summing over *i* yields:

$$\sum_{i=1}^{N} u_i (\ln u *_i - \ln u_i) = \sum_{i=1}^{N} (u *_i - u_i).$$
(19)

In what follows we consider only problems for which one of the given constraints is

$$\sum_{i=1}^{N} u *_{i} = \sum_{i=1}^{N} u_{i} , \qquad (20)$$

which means that the area below the function  $u^*$  must be the same as the area below u. Any transformation (16) of u into  $u^*$ , subject to constraint (20), will be called *ar*-*ea-preserving* relative similarity transformation. Using approximation (19) the constraint (20) can be written as

$$U.\ln u^* = U.\ln u, \qquad (21)$$

where the column-vectors  $\ln u^*$  and  $\ln u$  were introduced in (16), and *U* is the  $N \times N$  matrix

$$U = \begin{bmatrix} u_1 & u_2 & \dots & u_N \\ 0 & 0 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & 0 \end{bmatrix}.$$
 (22)

Adding (21) to (16) yields

$$(\overline{L}+U).\ln u^* = (\overline{L}+U).\ln u - \frac{1}{2}u^*(A^T.\lambda).$$
(23)

Now that the matrix  $\overline{L} + U$  is invertible we multiply both sides of equation (23) from the left by the inverse matrix

$$H = (\bar{L} + U)^{-1}, \tag{24}$$

and rearrange the equation to obtain

$$u^* = u \exp\left(-\frac{1}{2}H.u^*(A^T.\lambda)\right),\tag{25}$$

where the exponent of a vector and the no-sign product are defined in Appendix 1. To obtain  $u^*$  equation (25) should be solved together with the equation for the constraints (9). The two equations constitute a system of N + M equations for the N + M unknowns  $u^*_i$ , i = 1, 2, ..., N and  $\lambda_j$ , j = 1, 2, ..., M.

That  $u^*$  satisfies (9) guarantees that  $u^*$  satisfies the given constraints exactly. That  $u^*$  satisfies (25) means that  $u^*$  is relatively similar to u in the sense of minimizing (11) up to approximation (19). Equation (25) itself can be considered a definition of relative similarity. Note, that equation (25) ensures positivity of the function  $u^*$  for any positive original function u. The reader is reminded that eqn. (25) concerns only area-preserving transformations, i.e. cases for which one of the given constraints is constraint (20). This does not lead to loss of generality for problems that require  $u^*$  to have some other area since any original function u can first be rescaled by a factor to a function of the required area (see the Results section). This rescaling preserves complete relative similarity between the two functions. Then, the obtained function can be subjected to the area-preserving relative similarity transformation (25), subject to constraints (9).

### 6. ITERATIVE SOLUTION TO THE AREA-PRESERVING CASE

Substituting  $u^*$  from (25) into the equation for the constraints (9) yields

$$A.u \exp\left(-\frac{1}{2}H.u^*(A^T.\lambda)\right) = c.$$
<sup>(26)</sup>

The two equations (25) and (26) should be solved simultaneously for the unknowns  $u^*$  and  $\lambda$ . We propose the following method for iterative solution of (25) together with (26). First, choose a starting guess for  $\lambda$  and solve (25) iteratively using the fixed point (simple iteration) method to obtain an approximation for  $u^*$ . The fixed-point method is convenient since  $u^*$  in (25) is expressed as a function of  $u^*$ . Substitute the obtained  $u^*$  in eqn. (26) and solve the equation iteratively, using the New-

ton's method, to obtain an approximation for  $\lambda$ . Use this  $\lambda$  in (25) again and solve (25) by the fixed point method to obtain the next  $u^*$  approximation. The process is repeated until convergence. Note, that if we choose a starting guess  $\lambda = [0,0,...,0]^T$  then from eqn. (25) the first approximation for  $u^*$  will be just u.

When an approximation  $u^*$  is given, in order to solve eqn. (26) for  $\lambda$  by Newton's method we first introduce the function

$$e(\lambda) = c - A \cdot u \exp\left(-\frac{1}{2}H \cdot u^*(A^T \cdot \lambda)\right), \qquad (27)$$

where  $e(\lambda)$  is an  $M \times 1$  column-vector with components

$$e_{j} = c_{j} - \sum_{i=1}^{N} A_{ji} u_{i} \exp\left(-\frac{1}{2} (H \cdot u^{*})_{i} (A^{T} \cdot \lambda)_{i}\right), \quad j = 1, 2, \dots, M.$$
(28)

Solving eqn. (26) is equivalent to solving  $e(\lambda) = 0$ . To solve this equation first the  $M \times M$  Jacobian matrix  $\partial e(\lambda) / \partial \lambda$  is calculated:

$$\frac{\partial e_j}{\partial \lambda_m} = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^N A_{ji} u_i \exp\left(-\frac{1}{2} (H.u^*)_i (A^T.\lambda)_i\right) (H.u^*)_i A_{mi}, \quad j,m=1,2,...,M.$$
(29)

Now, for any given approximation  $u^*$ , the equation  $e(\lambda) = 0$  can be solved iteratively, obtaining each new value for  $\lambda$  from the previous value by the Newton's formula

$$\lambda_{new} = \lambda - \left[ \frac{\partial e(\lambda)}{\partial \lambda} \right]^{-1} \cdot e(\lambda) , \qquad (30)$$

where  $\left[\frac{\partial e(\lambda)}{\partial \lambda}\right]^{-1}$  is the inverse of the Jacobian matrix defined in (29).

### 7. RESULTS

### **Example 1**

Consider an original mesh function { $uo_i = \exp(-(t_i - 3/2)^2)$ , i = 1, 2, ..., N } defined on the uniform mesh (7) with a = 0, b = 2, and N = 39. Find a mesh function  $u^*$  that is relatively similar to uo and satisfies the following two linear constraints

$$\sum_{i=1}^{N} u *_{i} = 0.8 \sum_{i=1}^{N} u o_{i} , \qquad (31)$$

$$u_{1}^{*} - u_{N}^{*} = -0.4848.$$
(32)

First, we introduce the rescaled function u = 0.8uo, whereupon constraint (31) becomes identical to constraint (20). Then, we solve (25) together with constraints (20) and (32) by the method described in the Iterative solution section. Starting from  $\lambda = [0,0]^T$  and the corresponding function *u*, the solution

$$\lambda = 10^{-3} [-0.9228, 0.7617]^T$$

and the corresponding function  $u^*$  are reached in 5 steps within precision  $|\delta\lambda| < 10^{-8}$ . The original function uo, the rescaled function u, and the result  $u^*$  are shown in Fig.2 below.



**Fig.2.** Solution to Example 1 showing the original function  $u_0$ , the rescaled function u, and the sought function  $u^*$ .

### Example 2

Consider an original mesh function { $uo_i = t_i^2$ , i = 1,2,...,N} defined on the uniform mesh (7) with a = -1, b = 1, and N = 39. Find a mesh function  $u^*$  that is relatively similar to uo and satisfies the following two linear constraints

$$\sum_{i=1}^{N} u *_{i} = 2 \sum_{i=1}^{N} u o_{i} , \qquad (33)$$

$$u_{1}^{*} - u_{N}^{*} = 0.4.$$
(34)

Compare the results with the mesh function *ua* that is similar to *uo* in an absolute sense (see Fig. 1a) and satisfies the same constraints [4].

First, we introduce the rescaled function u = 2uo, whereupon constraint (33) becomes identical to constraint (20). Then, we solve (25) together with constraints (20) and (34) by the method described in the Iterative solution section. Starting from  $\lambda = [0,0]^T$  and the corresponding function u, the solution  $\lambda = 10^{-3}[-0.8601,0.2146]^T$  and the corresponding function  $u^*$  are reached in 4 steps within precision  $|\delta\lambda| < 10^{-8}$ .

Fig.3 below shows the functions uo,  $u^*$ , and ua. The results agree very well with what is expected from relative and absolute similarity.



Fig. 3. Solution to Example 2 showing the original function uo, the absolutely similar function ua, and the sought relatively similar function  $u^*$ .

### 7. CONCLUSION

This work introduced constrained relative similarity between two functions. Formula (25) was derived for mesh functions when one of the constraints is area-preserving. The formula ensures relative similarity and positivity of the sought function. The results show that the method can be very useful in optimization practices whenever relative similarity and/or positivity is required.

### **APPENDIX 1**

Let x and y be the two  $N \times 1$  column-vectors  $x = [x_1, x_2, ..., x_N]^T$  and  $y = [y_1, y_2, ..., y_N]^T$ . We define the no-sign product between the two vectors as:

$$xy = [x_1y_1, x_2y_2, \dots, x_Ny_N]^T$$
. (A1.1)

The exponent and the logarithm of a column-vector are defined as:

$$\exp(x) = [\exp x_1, \exp x_2, ..., \exp x_N]^T,$$
 (A1.2)

$$\ln(x) = [\ln x_1, \ln x_2, ..., \ln x_N]^T.$$
(A1.3)

Note, that if *H* is an  $N \times N$  matrix, then  $H_{\cdot}(xy) = (H_{\cdot}x)y$ .

### REFERENCES

[1] Yan, Xin, *Linear Regression Analysis: Theory and Computing*, World Scientific, ISBN 9789812834119, 2009.

[2] Antoniou, A., Wu-Sheng Lu, *Practical Optimization Algorithms and Engineering Applications*, Springer, 2007.

[3] Press, W. H., Flannery, B. P., Teukolsky, S. A., Vetterling, W. T. *Numerical Recipes in FORTRAN: The Art of Scientific Computing*, 2nd ed. Cambridge, England: Cambridge University Press, 1992.

[4] Filipov, S., Atanasov, A., Gospodinov, I. Constrained Functional Similarity by Minimizing the  $H^1$  Seminorm and Applications to Engineering Problems. Journal of Chemical Technology and Metallurgy, 2016

[5] Adams, R. Sobolev Spaces, Academic Press, ISBN 978-0-12-044150-1, 1975.

[6] Arfken, G. *Mathematical Methods for Physicists*, 3rd ed. Orlando, FL: Academic Press, 1985.

Authors: Stefan M. Filipov, PhD student, Department of Informatics, University of Chemical Technology and Metallurgy - Sofia, E-mail address: *Filipov.stefan@yahoo.com*; Atanas V. Atanasov, Assoc. Prof. Dr., Department of Informatics, University of Chemical Technology and Metallurgy - Sofia, E-mail address: *naso@uctm.edu*; Ivan D. Gospodinov, Assoc. Prof. Dr., Department of Informatics, University of Chemical Technology and Metallurgy - Sofia, E-mail address: *naso@uctm.edu*; Ivan D. Gospodinov, Assoc. Prof. Dr., Department of Informatics, University of Chemical Technology and Metallurgy - Sofia, E-mail address: *Gospodinov.ivan@yahoo.com* 

Received 30 April 2016

**Reviewer:** Assoc. Prof. Dr. Andrey Yonchev



# УПРАВЛЕНИЕ НА КОНСУМАЦИЯТА ЗА ВГРАДЕНИ СИСТЕМИ

## Здравко Каракехайов

**Резюме:** В работата се разглеждат оптимални скорости за изпълнение на програмите от вградените компютри при едновременно изпълнение на изискванията за работа в реално време и минимален разход на енергия. Използван е изчислителен модел, при който изпълнението на няколко задачи трябва да завърши за определено време. Всяка една задача има индивидуален енергиен профил. Доказва се, че независимо от броя на задачите има само две оптимални скорости за изпълнение и е показано как се извършва изборът.

**Ключови думи:** вградени системи, системи за реално време, управление на консумацията, управление на тактовата честота

## DYNAMIC POWER MANAGEMENT FOR EMBEDDED SYSTEMS

## Zdravko Karakehayov

**Abstract:** This paper investigates power management under a multitask computational model. Each task is characterized by an individual power signature. The paper shows that regardless of the number of tasks, there are only two execution rates which minimize the energy.

**Keywords:** embedded systems; real-time systems, power management; dynamic frequency scaling

## **1. INTRODUCTION**

Dynamic power management (DPM) is a design methodology that dynamically reconfigures the system's resources to provide the requested services with a minimum amount of energy. DPM is employed to minimize the number of active components such as processors and peripherals, and to select energy efficient execution rates for their operation. The combination of reaction to physical environment and execution on a physical platform outlines the limitations behind the execution speed. Hardware platforms utilize embedded processors and microcontrollers. Thus, there are two essential methods for DPM: variable architecture and variable execution rate. Under the first method, system components are stopped when not in use. This approach can be applied to any component including the CPU. We assume that the system is in a power-saving mode when the CPU is stopped. Since power consumption is closely related to the execution speed and the workload is changed, it is possible to minimize energy given the current timing demand. The execution rate is controlled via the clock frequency - dynamic frequency scaling (DFS).

## **2. RELATED WORK**

The research in the field of power management can be classified according to the modeling assumptions. The first set of considerations revolves around the selection of the energy model. For CMOS logic, supply currents scale linearly with the clock frequency. At the gate level the reduction of the clock frequency does not change the switching activity and the energy remains unchanged [1]. If this result is conveyed to system level [1], DFS will bring no energy efficiency. However, along with the leakage currents, there are currents drawn from system's components which do not scale with the clock frequency.

DFS, under unrestricted energy models, is discussed in [2, 3, 4, 5]. Optimal values for the clock rate are found in [4]. The energy models employed in [4, 5] assume that the clock frequency can continuously vary between 0 and a maximum speed. Discrete operating points underlie the DFS discussed in [3].

## **3. EXECUTION RATE MODEL**

The system functionality is partitioned into tasks. Each task can be assigned an individual clock frequency. Fig. 1 shows a sequence of four tasks and their execution rates. As soon as a task workload has been processed, the CPU is switched off. Embedded peripherals are switched on and off at the beginning and the end of each task. Immediately before the power-saving periods the clock frequency either remains unchanged or is set according to the peripherals requirements.

Execution rate



Fig.1. Different tasks are run at different rates.

## 4. ENERGY MODEL

Fig.2 shows how the supply current in active mode  $I_{DD,ACT}$  and the supply current in power-saving mode  $I_{DD,PS}$  scale with the clock frequency f. The supply current values are equal to the average currents per task. The clock rate can vary between the upper limit of the target,  $f_{MAX}$ , and  $f_{MIN}$ , which makes execution time equal to the deadline requirement.




The clock frequency consumption current relationship is expressed by the empirical equations (1) and (2). The parameters  $k_{ACT}$ ,  $n_{ACT}$ ,  $k_{PS}$  and  $n_{PS}$  are constants for a certain value of the supply voltage. Also, these parameters will vary from task to task and can be obtained via power analysis: simulations or physical measurements.

$$I_{DD,ACT} = k_{ACT} f + n_{ACT}$$
(1)

$$I_{DD,PS} = k_{PS}f + n_{PS}$$
(2)

### **5. SINGLE TASK COMPUTATIONAL MODEL**

When the  $T_i$  task is mapped to the  $N_j$  hardware block, the task execution time would be  $N_{ij}$  clock cycles. Also, the task's model is characterized by a deadline,  $T_{DLi}$ , and a period,  $T_{Pi}$ . The deadline is the time when all computation must finish. The period is the interval between two consecutive executions. When the processor completes the task ahead of the deadline, it enters a power-saving mode. Fig.3 shows the timing for the single task model. The period accommodates the execution time,  $T_{ACTi}$ , and the power-saving period,  $T_{Psi}$ .



Fig.3. Single task computational model.

#### 6. MULTITASK COMPUTATIONAL MODEL

Under this computational model the CPU executes several tasks without slack periods. As soon as all computation has been finished, the CPU enters a power-saving mode.

Fig.4 shows the supply currents of two tasks, T1 and T2, and the supply current in power-saving mode.



Fig.4. Two tasks, T1 and T2, and their relations to the power-saving mode.

In the common case, we may have several tasks indexed i through k. The energy per period

$$E_{Pi-k} = \int_{0}^{T_{Pi-k}} P(t)dt = V_{DD} \sum_{p=i}^{k} (k_{ACTp} f_p + n_{ACTp}) N_{pj} / f_p + V_{DD} (k_{PS} f_{PS} + n_{PS}) (T_{Pi-k} - \sum_{p=i}^{k} N_{pj} / f_p)$$
(3)

A first derivative

$$(E_{P_{i-k}})'_{f_p} = V_{DD} N_{pj} (k_{PS} f_{PS} + n_{PS} - n_{ACTp}) / f_p^2$$
(4)

If A = S or A > S  $(E_{Pi-k})'_{f_p} < 0$  and we choose

$$\mathbf{f}_{\mathbf{A}\geq(\mathbf{S})} = \mathbf{f}_{\mathbf{M}\mathbf{A}\mathbf{X}} \tag{5}$$

If A < S  $(E_{Pi-k})'_{f_n} > 0$  and we calculate

$$f_{A<(S)} = \left(\sum_{T_{i}, A<(S)} N_{ij}\right) / \left(T_{DLi-k} - (1/f_{MAX}) \sum_{T_{i}, A \ge (S)} N_{ij}\right)$$
(6)

The moral of equations (5) and (6):

- The optimal clock frequency is not related to the order of tasks.
- Only two clock frequencies are utilized.
- Equation (6) is based on two accumulated work loads. It is unlikely all task to have maximum execution times. Consequently, an additional improvement would be possible via a realistic prediction of the actual work load.

#### 7. SIMULATION RESULTS

Assume an example based on two tasks. The models possess the following parameters.

$$\begin{split} n_{ACT1} &= 10 \times 10^{-3} & k_{ACT1} = 0.92 \times 10^{-9} & N_{1j} = 20000 \\ n_{ACT2} &= 12 \times 10^{-3} & k_{ACT2} = 0.95 \times 10^{-9} & N_{2j} = 30000 \\ n_{PS} &= 3 \times 10^{-3} & k_{PS} = 0.6 \times 10^{-9} \\ T_{DL1-2} &= 60 \, \text{ms} & T_{P1-2} = 100 \, \text{ms} & f_{MAX} = 40 \, \text{MHz} \end{split}$$

Fig.5. shows how the energy scales with  $f_{PS}$ .



**Fig.5.** The energy scales with  $f_{PS}$  - 10, 13 and 20 MHz

#### CONCLUSION

This paper investigates power management under a multitask computational model. Each task is characterized by an individual power signature. The paper shows that regardless of the number of tasks, there are only two execution rates which minimize the energy. Tasks are broken down into two sets. The tasks from the first set run at maximum speed. The tasks that belong to the second set run as slow as possible - the common deadline is just met.

### REFERENCES

[1] M. Schmitz, B. Al-Hashimi, and P. Eles, System-Level Design Techniques for Energy-Efficient Embedded Systems, Kluwer, 2004

[2] K. Choi, W. Lee, R. Soma, and M. Pedram, "Dynamic voltage and frequency scaling under a precise energy model considering variable and fixed components of the system power dissipation", ICCAD, 2004, pp. 29-34.

[3] E. Bini, G. Buttazzo, and G. Lipari, "Speed modulation in energy-aware realtime systems", In Proceedings of the 17th Euromicro Conference on Real-Time Systems, 2005, pp. 3–10.

[4] Z. Karakehayov, "Dynamic clock scaling for energy-aware embedded systems", In Proceedings of the IEEE Fourth International Workshop on Intelligent Data Acquisition and Advanced Computing Systems, Dortmund, Germany, September, 2007, pp. 96–99.

[5] S. Cho, and R. Melhem, "On the interplay of parallelization, program performance, and energy consumption", IEEE Transactions on parallel and distributed systems, vol. 21, No. 3, March 2010, pp. 342-353

[6] Zdravko Karakehayov "ZETA algebra: where embedded computing real-time and low-power meet", Proceedings of the Technical University of Sofia, Vol. 64, Issue 1, 2014, pp. 407-414.

**ABTOP:** Zdravko Karakehayov, Prof. D.Sc., Department "Informatics", New Bulgarian University, E-mail address: *zgk@nbu.bg* 

Received 30 April 2016

**Reviewer:** Assoc. Prof. Dr. Georgi Ruzhekov



# СИНТЕЗ И АНАЛИЗ НА ИНТЕГРАТОР БАЗИРАН НА МЕМРИСТОР С ПРАГ НА ЧУВСТВИТЕЛНОСТ

## Стоян Кирилов, Валери Младенов

**Резюме:** Целта на статията е представянето на нова схема на интегратор базиран на мемристор с определен праг на чувствителност. Основната идея се основава на пропорционалността между съпротивлението на мемристора и интеграла на приложеното напрежение спрямо времето. При пропускане на постоянен ток с интензивност, по-ниска от неговия праг на чувствителност, съпротивлението му не се променя, а създадения върху него пад на напрежение е пропорционален на интеграла на входното напрежение. За избягване на взаимното влияние между входното напрежение, подлежащо на интегриране, и четящият постоянен ток, се използва подходящо дискретизиране на сигналите във времевата област и различни времеви интервали.

**Ключови думи:** интегратор, мемристор, праг на чувствителност, дискретизиране, времеви интервали.

## SYNTHESIS AND ANALYSIS OF AN INTEGRATOR BASED ON A MEMRISTOR WITH A SENSITIVITY THRESHOLD

# Stoyan Kirilov, Valeri Mladenov

Abstract: The purpose of the paper is to represent a new integrator scheme based on memristor with a given sensitivity threshold. The basic idea is associated with the proportionality between the memristor resistance and the time integral of the applied voltage. If a DC current with intensity lower than the sensitivity threshold is flowing through the memristor its resistance does not change. Then the memristor voltage drop due to the DC current is proportional to the input voltage time integral. To avoid the mutual influence between the input voltage signal and the DC reading current an appropriate sampling in the time domain of the signals is applied and different time intervals for applying the signals are also used.

*Key-words:* integrator, memristor, sensitivity threshold, sampling in the time domain, time intervals.

# **1. INTRODUCTION**

After the theoretical prediction of the memristor by Leon Chua [1] in 1971 and the physical realization of a titanium-dioxide based memristor prototype by Stanley Williams from HP research labs [2] in 2008 a lot of scientific papers associated with the memristor models and applications are published [3, 4, 5, 6]. The Generalized BCM

memristor model proposed by Ascoli, Corinto and Tetzlaff [7] is based on the BCM model [5] but it uses a sensitivity threshold not only when the state variable *x* is in the boundary positions but for all the values of the normalized length of the doped region. The Generalized BCM computer model gives us the possibility for using the switch-based algorithm not only for simulating soft-switching and hard-switching memristor operation but also for writing information in the memristor using voltage higher than the sensitivity threshold and for reading the information stored in the memristor cell without changing using a DC current with intensity lower than the sensitivity threshold. Using the properties of the Generalized BCM memristor model presented above it is possible to create a new integrator circuit with memristor element which is based on a different principle with respect to the classical RC passive integrator circuit [8]. In fact the main idea is based on the transformation of the resistance into output voltage using current source. The lack of papers associated of such a memristor application is one of the motivations for the present research.

In Section 2 a brief description of the Generalized BCM memristor model with sensitivity threshold is presented. The motivation, the basic ideas and the circuit realization of the new memristor-based integrator scheme are given in Section 3. The computer realization of the classical RC passive integrator [8] and of the new memristor integrator in MATLAB and SIMULINK environment [9] is presented and discussed in Section 4. The comparison and discussion of the results obtained by the computer simulation are given in Section 5. The concluding remarks associated with the present research are presented in Section 6.

## 2. A BRIEF DESCRIPTION OF THE GENERALIZED BOUNDARY-CONDITION MEMRISTOR MODEL WITH SENSITIVITY THRESHOLD

The Generalized BCM model will be discussed using the titanium-dioxide memristor structure presented in Fig.1. The electrodes are made by platinum and the left region of the structure is doped with oxygen vacancies. The second sub-layer is made of pure  $TiO_2$ . The conductance of the doped layer is many times higher than the conductance of the second sub-layer. The length of the doped region is denoted with *w* and the length of the whole memristor structure is denoted with *D* [2].



Fig.1. Titanium dioxide based memristor structure

The normalized length of the doped layer, also known as the state variable x could be defined with the following formula [2, 3]:

$$x = \frac{w}{D} \tag{1}$$

The equivalent resistance of the memristor element could be expressed using the assumption for series connection of the doped and the un-doped regions [2]:

$$R_{eq} = R_{doped} + R_{un-doped} = R_{ON}x + R_{OFF}\left(1-x\right)$$
<sup>(2)</sup>

where  $R_{ON}$  and  $R_{OFF}$  are the resistances of the memristor for fully-closed and fullyopen states, respectively [2]. For these states the variable *x* has its limit values – 1 and 0. The current-voltage relationship could be expressed using the Ohm's law [8]:

$$u = R_{eq}i = \left\lfloor R_{ON}x + R_{OFF}\left(1 - x\right) \right\rfloor i$$
(3)

The voltage drop across the doped region  $u_w$  is [8]:

$$u_{w} = R_{doped}i = R_{ON}xi = R_{ON}i\frac{W}{D}$$
(4)

The electric field intensity in the doped layer  $E_w$  is [8]:

$$E_{w} = \frac{u_{w}}{w} = i \frac{R_{ON}}{D}$$
(5)

The rate of moving the boundary between the doped and un-doped layers due to the electric field is [10]:

$$v = \frac{dw}{dt} = \frac{d}{dt} (xD) = D\frac{dx}{dt} = \mu E$$
(6)

where  $\mu$  is the ionic drift mobility After several mathematical transformation of (6) we obtain [5, 7]:

$$\frac{dx}{dt} = \frac{\mu R_{ON}}{D^2} i = ki$$
(7)

Equation (7) represents the so-called linear drift memristor model [2, 5, 7]. Using (7) and (3) we obtain the basic differential equation [5, 7]:

$$\left\lfloor \left( R_{ON} - R_{OFF} \right) x + R_{OFF} \right\rfloor dx = ku(t)dt \tag{8}$$

The analytical solution of (8) is given in [5]. This equation could be solved numerically using the finite differences method. It is also possible to introduce the boundary conditions and the sensitivity threshold also [7]. Using a pseudo-code algorithm based on (8) a SIMSCAPE memristor model is created [5, 9] for using in SIMULINK environment. This model [5, 7, 9] is used in the present research. It is interesting and very useful for the present memristor application that if a voltage or current signal with a level lower than the sensitivity threshold is applied to the memristor its state remains unchanged and then the memristor behavior is similar to the operation of a linear resistor.

### **3. MOTIVATION, BASIC IDEAS AND CIRCUIT REALIZATION OF THE NEW MEMRISTOR-BASED INTEGRATOR SCHEME**

The relationship between the flux linkage and the charge stored in the memristor element [1, 2] was the motivating precondition for the present investigation. The main idea is based on transformation of the input voltage signal in a charge stored in the memristor element. The charge and the memristor state variable x determines the resistance of the memristor cell [2, 3, 5]. So it could be concluded that the input voltage time integral is proportional to the memristance [2, 7]. The information for the resistance of the memristor could be read using a DC current signal with intensity lower than the sensitivity threshold of the memristor element. The voltage drop over the current source will be proportional to the resistance of the memristor. It is established by computer simulations in SIMULINK that if we use general input voltage signal and DC current for reading it is impossible for the new memristor circuit to operate normally due to the mutual influence between the signals and the sources. Due to this reason different time intervals have to be used and a sampling in the time domain of the signals must be applied. The integrator circuit with memristor element is given in Fig.2.



Fig.2. A switch-based memristor integrator -C = 20 nF, Je = 2 mA

The switch  $S_1$  is used for time sampling in the time domain of the input voltage signal. The control signal is rectangular pulse signal with a duty cycle of 10 % and amplitude value of 1 *V*. The minimal value of the control signal is 0. The activation thresholds for all the switches used in the circuit is 0. The control signal for  $S_3$  is the same as the control signal for  $S_1$ . The control signal for  $S_2$  and  $S_4$  is obtained from the first control signal by multiplying with -1 and then summation with 1.

When  $S_1$  and  $S_3$  are closed then  $S_2$  and  $S_4$  are open. In this time interval the input voltage signal is transforming into charge and respectively resistance proportional to the

time integral of the input voltage. The current source is short-circuited and the capacitor retains its previous voltage. After this active time interval,  $S_1$  and  $S_3$  are open and  $S_2$  and  $S_4$  are closed. Then the DC current source reads the information stored in the memristor – the resistance which is proportional to the voltage drop over the current source. The capacitor rapidly charges and its voltage almost reach the voltage of the current source. In fact the capacitor is used for filtering and smoothing the output signal and then the output voltage will be proportional to the time integral of the input voltage signal.

## 4. COMPUTER REALIZATION OF THE CLASSICAL RC PASSIVE INTEGRATOR AND OF THE NEW MEMRISTOR INTEGRATOR IN SIMULINK ENVIRONMENT

The computer realization of a simple passive RC integrator circuit [8] in SIMSCAPE – SIMULINK environment [9] is given in Fig.3. The time step used for sampling in the time domain is 100  $\mu$ s. The convertors PS – S and S – PS are used for transformations between the SIMULINK signals and the physical signals used by SIM-SCAPE. The new memristor integrator given in Fig.2 is realized in SIMULINK and the computer model is presented in Fig.4.



Fig.3. SIMULINK model of the classical passive RC integrator - C = 20 nF,  $R = 220 M\Omega$ 



Fig.4. SIMULINK model of the new memristor integrator given in Fig.2

## 5. COMPARISON AND DISCUSSION OF THE SIMULATION RESULTS

The time diagram of the input voltage signal is given in Fig.5. The time diagrams of the control signals for the switches  $S_1$ ,  $S_3$ , and for  $S_2$  and  $S_4$ , are presented in Fig.6 and Fig.7, respectively. The time diagram of the memristor voltage drop is presented in Fig.8. The complicated form of the memristor voltage drop is due to the operation not only of the input voltage source but also to the reading DC current.



**Fig.5**. Time diagram of the input voltage signal  $-u_m = 0,7$  V, f = 1 Hz



**Fig.7.** Time diagram of the control signal for the switches  $Sw_2$  and  $Sw_4$ 



**Fig.6.** Time diagram of the control signal for the switches  $Sw_1$  and  $Sw_3$ 



**Fig.8.** Time diagram of the memristor voltage drop  $u_M$ 

For simulation and investigation of the classical passive RC circuit [8] and of the new memristor-based integrator circuit the input voltage signal presented in Fig.5 is used. The time diagram of the output voltage for the memristor-based integrator circuit is given in Fig.9. The time diagram of the output signal of the classical RC integrator circuit [8] is presented in Fig.10. After comparison it could be concluded that both the circuits are able to integrate the input voltage signal. For the new memristor integrator circuit the output signal contains a DC component, due to the positive average value of the memristance of the memristor element.



**Fig.9.** Time diagram of the output voltage for the new memristor integrator from Fig. 2



**Fig.10.** Time diagram of the output voltage of the classical passive RC integrator from Fig. 3

#### 6. CONCLUSIONS

From the results obtained by the computer simulations and the physical considerations it could be concluded that the memristor element could be used for integrating voltage signals. For creating a simple memristor integrator a DC reading current source with intensity lower than the sensitivity threshold of the memristor is needed. Four switches are also needed for sampling in the time domain of the input voltage signal and of the reading current also. The capacitor connected in parallel to the output port is used for filtering the output impulse signal and for obtaining analog voltage proportional to the time integral of the input signal. The main advantage of the new memristor integrator is the use of a small-value of the capacitance of the filtering capacitor for very low frequencies, with respect to the classical passive RC integrator circuits. The main disadvantages are the use of four switches, respective controlling signals and a current source, and also the presence of a DC component in the output voltage signal.

#### REFERENCES

[1] Chua, L. O. Memristor, The Missing Circuit Element, *IEEE Trans. on Circuit Theory*, Vol. CT-18, pp. 507-519, September (1971), DOI 10.1109/TCT.1971.1083337

[2] Strukov, D. B., G. S. Snider, D. R. Stewart, R. S. Williams. The missing memristor found. *Nature*, 06932, Vol. 453, pp. 80-83, (2008), DOI: 10.1038/nature06932.

[3] Y. Joglekar, S. Wolf, "The Elusive Memristor: Properties of Basic Electrical Circuits", *European Journal of Physics*, 30,

doi:10.1088/0143-0807/30/4/001, pp. 661-675, 2009.

[4] M. Pickett, D. Strukov, J. Borghetti, J. Yang, G. Snider, D. Stewart, R. S. Williams, "Switching dynamics in titanium dioxide memristive devices", *J. Appl. Phys.* 106, doi: 10.1063/1.3236506, (2009) pp. 1-6 [5] F. Corinto, A. Ascoli, "A Boundary Condition-Based Approach to the Modeling of Memristor Nanostructures", *IEEE Transactions on Circuits and Systems - I, Regular Papers*, vol. 59, no. 11, doi: 10.1109/TCSI.2012.2190563, pp. , 2713 – 2726, 2012.

[6] A. Ascoli, F. Corinto, V. Senger, R. Tetzlaff, "Memristor Model Comparison", *IEEE Circuits and Systems Magazine*, doi: 10.1109/MCAS.2013.2256272, pp. 89-105, 2013

 [7] A. Ascoli, F. Corinto, R. Tetzlaff, "Generalized Boundary Condition Memristor Model", *Int. J. Circ. Theor. Appl.* 44,
 DOI: 10.1002/cta.2063, pp. 60–84, 2016.

[8] Farchy, S., S. Papazov. Theoretical Electrical Engineering-Part 1, Sofia, *Technica Publishing House*, Third Edition, ISBN 954-03-0115-7, 1992 (in Bulgarian)

[9] Walsh, A., Carley, R., Feely, O., Ascoli, A. Memristor circuit investigation through a new tutorial toolbox. 2013 *European Conference on Circuit Theory and Design (ECCTD), IEEE*, DOI: 10.1109/ECCTD.2013.6662261, pp. 1-4.

[10] Hristov, M., T. Vassileva, E. Manolov, Semiconductor elements, Sofia, New knowledge Publishing House, ISBN: 978-954-9315-79-0, 2007 (in Bulgarian).

Authors: Stoyan Kirilov, Ch. Assist. Prof., Dr. Eng., Department of Theoretical Electrical Engineering, Faculty of Automatics, Technical University of Sofia, E-mail address: *s\_kirilov@tu-sofia.bg*; Valeri Mladenov, Prof. Dr. Eng., Department of Theoretical Electrical Engineering, Faculty of Automatics, Technical University of Sofia, E-mail address: *valerim@tu-sofia.bg* 

Received 30 April 2014

Reviewer: Assoc. Prof. Dr. Simona Petrakieva



# АНАЛИЗ НА ПРЕХОДНИ И СТАЦИОНАРНИ ПРОЦЕСИ В ЕЛЕКТРИЧЕСКИ ВЕРИГИ ПРИ ВЪЗДЕЙСТВИЯ НА ПОРЕДИЦА ИМПУЛСИ

## Живко Георгиев, Иван Трушев

**Резюме**: В статията се анализира преходния и стационарния процес в последователна RC-верига, когато въздействащото напрежение е поредица от правоъгълни периодични импулси. Получена е аналитична формула за напрежението върху кондензатора в произволен период от въздействието. Анализът е направен като се използват рекурентни уравнения. Изложеният подход може да се използва и при други вериги и въздействия.

Ключови думи: преходни процеси, поредица импулси, рекурентни уравнения.

# TRANSIENT AND STEADY-STATE ANALYSIS OF ELECTRICAL CIR-CUITS SUPPLIED BY SEQUENCE OF IMPULSES

# Zhivko Georgiev, Ivan Trushev

Abstract: The article analyzes transients and steady-state process in series RCcircuits when the supplied voltage is a sequence of periodic rectangular pulses. An analytical formula for the voltage on the capacitor is derived in any period of the supplied voltage. The analysis is performed using recurrence equations. The approach applied may also be used in other circuits and other forms of the supplied quantity.

Key words: transient processes, sequence of impulses, recurrence equations.

# 1. ВЪВЕДЕНИЕ

Много често в различни електрически и електронни вериги източниците генерират поредица от еднотипни импулси (напр. правоъгълни, триъгълни, трионообразни и др.). Както от теоретична, така и от приложна гледна точка представлява интерес да се анализират преходните и стационарните процеси в такива вериги. Най-разпространеният подход в такива случаи е да се използва техниката на редовете на Фурие [1, 3]. Но редовете на Фурие са валидни само за периодични функции, т.е. по този начин може да се изследва само стационарния режим. Освен това търсените величини се получават във вид на редове, което е известно неудобство.

В настоящата статия се излага един подход за анализ както на преходните, така и на стационарните процеси, когато въздействията са периодични несинусои-

дални функции. При това търсените величини се описват с аналитични формули, валидни както за стационарния, така и за преходния режим. Този подход е основан на използването на рекурентни уравнения. Изложението ще бъде направено за дадена верига и при зададено конкретно въздействие, но основните принципи за анализ се запазват и могат да бъдат приложени и при други вериги и въздействия.

Дадена е последователна *RC*-верига, чиято схема е показана на фиг.1.



Фиг.1. Електрическа схема на изследваната верига

Електродвижещото напрежение на източника e(t) представлява поредица от правоъгълни импулси с амплитуда E, дължина  $t_{H}$  и период на повторение T-фиг.2.



Фиг.2. Поредица от правоъгълни импулси

Моментът на затварянето на ключа K съвпада с началото на първия импулс. Търсим напрежението върху кондензатора  $u_C(t)$  във всеки момент от времето. Без да даваме аналитичен израз за e(t), ще отбележим, че най-общо напрежението върху кондензатора  $u_C(t)$  удовлетворява следното диференциално уравнение

[4, 5]

$$RC\frac{\mathrm{d}u_C}{\mathrm{d}t} + u_C = e(t) , \quad t \ge 0 .$$
(1)

Времето *t*, което участва в това уравнение се измерва от началото на първия импулс.

#### 2. ДИФЕРЕНЦИАЛНИ УРАВНЕНИЯ И ОСНОВНИ ЗАВИСИМОСТИ

Да разгледаме произволен период с номер *n* на генерираното от източника напрежение - фиг.3. По-нататък ще използваме следните дискретни означения:

$$u_{C}(0) = u_{C}[0] = 0$$
 (начално условие), (2a)

$$u_C((n-1)T) = u_C[n-1],$$
 (26)

$$u_C(nT) = u_C[n]. \tag{2B}$$



Фиг.3. Означения на величините в период с номер п

Въвеждаме едно ново време t', което се измерва от началото на *n*-тия период и време t'', което се измерва от края на действието на правоъгълния импулс в същия период. В сила са следните зависимости:

$$t = (n-1)T + t'$$
,  $t' = t - (n-1)T$ , (3a)

$$t' = t_{II} + t''$$
,  $t'' = t' - t_{II}$ . (36)

Означаваме с  $u_{C1}$  напрежението върху кондензатора по време на действието на импулса в период с номер n и с  $u_{C2}$  напрежението върху кондензатора по време на паузата между импулсите в същия период. За  $u_{C1}$  и  $u_{C2}$  са в сила следните диференциални уравнения:

$$RC\frac{\mathrm{d}u_{C1}}{\mathrm{d}t'} + u_{C1} = E , \qquad 0 \le t' \le t_{H} , \qquad (4)$$

$$RC\frac{\mathrm{d}u_{C2}}{\mathrm{d}t''} + u_{C2} = 0, \quad 0 \le t'' \le T - t_H.$$
(5)

Решенията на последните уравнения се дават с изразите:

$$u_{C1}(t') = E + A_n e^{-\alpha t'}, \quad 0 \le t' \le t_H,$$

$$u_{C2}(t'') = B_n e^{-\alpha t''}, \quad 0 \le t'' \le T - t_H,$$
(6)

където  $\alpha = 1/RC$ , а  $A_n$  и  $B_n$  са константи, които зависят от номера на периода на въздействието. В последното уравнение отчитаме зависимостите (36), при което получаваме  $u_{C2}(t') = u_{C2}(t' - t_H) = u_{C2}(t')$ , или

$$u_{C2}(t') = B_n e^{-\alpha(t'-t_H)}, \quad t_H \le t' \le T.$$
(7)

Тогава за напрежението върху кондензатора по време на *n*-тия период на въздействието можем да запишем:

$$u_{C}(t') = \begin{cases} u_{C1}(t') = E + A_{n} e^{-\alpha t'}, & 0 \le t' \le t_{H} \\ u_{C2}(t') = B_{n} e^{-\alpha (t' - t_{H})}, & t_{H} \le t' \le T \end{cases}.$$
(8)

В (8) участват константите  $A_n$  и  $B_n$ , които засега не са определени. Ще изразим тези константи чрез дискретните стойности на напрежението  $u_C$  в началото и в края на *n*-тия период на въздействието. В сила са следните зависимости:

$$u_{C1}(0) = u_C((n-1)T) = u_C[n-1],$$
(9a)

$$u_{C2}(T) = u_C(nT) = u_C[n].$$
 (96)

От (8) и (9) получаваме:

$$u_{C1}(0) = E + A_n = u_C[n-1],$$
  
$$u_{C2}(T) = B_n e^{-\alpha(T-t_H)} = u_C[n].$$

От последните равенства изразяваме  $A_n$  и  $B_n$ , т.е.

$$A_n = u_C[n-1] - E$$
, (10a)

$$B_n = u_C[n] e^{\alpha (T - t_H)}.$$
 (106)

Заместваме получените изрази във формулите (8) за  $u_{C1}$  и  $u_{C2}$ :

$$u_{C1}(t') = E + (u_C[n-1] - E)e^{-\alpha t'}, \quad 0 \le t' \le t_H,$$
(11a)

$$u_{C2}(t') = u_C[n]e^{\alpha T}e^{-\alpha t'}, \quad t_M \le t' \le T.$$
 (116)

Ако по някакъв начин намерим дискретните стойности  $u_C[n-1]$  и  $u_C[n]$ , то напрежението върху кондензатора ще бъде напълно определено в целия период с номер *n*. Но този период беше произволно избран, което означава, че търсеното напрежение е определено изцяло. Целта на работата нататък е да определим именно тези дискретни стойности  $u_C[n-1]$  и  $u_C[n]$ .

Напрежението върху кондензатора е непрекъсната функция на времето, поради което е изпълнено

$$u_{C1}(t_H) = u_{C2}(t_H). \tag{12}$$

От равенства (11) и (12) получаваме

$$E + (u_C[n-1] - E)e^{-\alpha t_H} = u_C[n]e^{\alpha T}e^{-\alpha t_H}.$$

Последното равенство се преобразува по следния начин:

$$u_{C}[n] - e^{-\alpha T} u_{C}[n-1] = E e^{-\alpha T} (e^{\alpha t_{H}} - 1).$$
(13)

Получената зависимост представлява рекурентно уравнение по отношение на дискретните стойности  $u_C[n]$ ,  $n=1,2,3,\cdots$ . По-нататък ще решим това уравнение и ще получим дискретните стойности  $u_C[n-1]$  и  $u_C[n]$ , а след това чрез формули (11) ще определим и напрежението върху кондензатора.

#### 3. РЕШЕНИЕ НА РЕКУРЕНТНОТО УРАВНЕНИЕ

За по-кратки записи в равенство (13) въвеждаме означения за независещите от номера на периода константи като полагаме

$$a = e^{-\alpha T}, \qquad q = E e^{-\alpha T} (e^{\alpha t_H} - 1).$$
 (14)

При това положение рекурентното уравнение (13) приема вида:

$$u_C[n] - a u_C[n-1] = q, \quad n = 1, 2, 3, \cdots.$$
(15)

Равенство (15) представлява линейно нехомогенно рекурентно уравнение от първи ред с постоянни коефициенти. То се решава заедно с началното условие (2а). Съществува аналогия между решението на рекурентни уравнения от получения тип и решенията на линейни диференциални уравнения с постоянни коефициенти.

От теорията на линейните рекурентни уравнения - [2], следва, че общото решение на линейното нехомогенно рекурентно уравнение (15) е сума от общо решение на хомогенното рекурентно уравнение  $u'_{C}[n]$  и частно решение на нехомогенното рекурентно уравнение  $u''_{C}[n]$ , т.е.

$$u_C[n] = u'_C[n] + u''_C[n].$$
(16)

Накратко ще изложим получаването на двете съставки на общото решението на рекурентното уравнение.

#### 3.1. Получаване на общото решение на хомогенното рекурентно уравнение

Общото решение на хомогенното рекурентно уравнение  $u'_{C}[n]$  удовлетворява уравнението

$$u'_{C}[n] - au'_{C}[n-1] = 0, \quad n = 1, 2, 3, \cdots$$
 (17)

Търсим това решение във вида

$$u_C'[n] = Mk^n, \tag{18}$$

където M е константа, M = const, а k е характеристична променлива. След заместване на (18) в (17) получаваме характеристичното уравнение

$$Mk^n - aMk^{n-1} = 0.$$

Коренът на характеристичното уравнение е  $k = a = e^{-\alpha T}$ , а оттук получаваме и общото решение на хомогенното рекурентно уравнение

$$u_C'[n] = M e^{-\alpha nT}.$$
(19)

#### **3.2.** Получаване на частното решение на нехомогенното рекурентно уравнение

Частното решение на нехомогенното рекурентно уравнение (15) има вида на дясната му страна, т.е. това решение е константа, независеща от променливата *n*. От друга страна може да се разсъждава и по следния начин: частното решение описва стационарния процес, а това е процес, който след достатъчно много периоди вече не зависи от номера на периода, т.е. в сила е зависимостта

$$\lim_{n \to \infty} u_C''[n] = \lim_{n \to \infty} u_C''[n-1] = P = const.$$
<sup>(20)</sup>

Тогава  $u_C''[n]$  удовлетворява уравнението

$$u_C''[n] - a u_C''[n] = q, \qquad (21)$$

откъдето получаваме

$$u_C''[n] = \frac{q}{1-a} = \frac{Ee^{-\alpha T}(e^{\alpha t_H} - 1)}{(1 - e^{-\alpha T})}.$$
(22)

При това положение общото решение на линейното нехомогенно рекурентно уравнение (15) става следното

$$u_{C}[n] = Me^{-\alpha nT} + \frac{Ee^{-\alpha T}(e^{\alpha t_{H}} - 1)}{(1 - e^{-\alpha T})}.$$
(23)

След използване на началното условие (2а) получаваме и константата М:

$$u_C[0] = M + \frac{Ee^{-\alpha T}(e^{\alpha t_H} - 1)}{(1 - e^{-\alpha T})} = 0, \qquad M = -\frac{Ee^{-\alpha T}(e^{\alpha t_H} - 1)}{(1 - e^{-\alpha T})}.$$

Заместваме получения израз за константата *M* в равенство (23) и получаваме окончателното решение на рекурентното уравнение:

$$u_{C}[n] = \frac{Ee^{-\alpha T} (e^{\alpha t_{H}} - 1)}{(1 - e^{-\alpha T})} \Big[ 1 - e^{-\alpha nT} \Big]. \qquad n = 1, 2, 3, \cdots$$
(24)

Изразът в равенство (24) дава стойностите на напрежението върху кондензатора в дискретни моменти от времето кратни на периода на генерираното от източника напрежение.

#### 4. ОПРЕДЕЛЯНЕ НА НАПРЕЖЕНИЕТО ВЪРХУ КОНДЕНЗАТОРА

Заместваме израза от равенство (24) във формули (11):

$$u_{C1}(t') = E + E \left\{ \frac{e^{-\alpha T} (e^{\alpha t_{H}} - 1)}{(1 - e^{-\alpha T})} \left[ 1 - e^{-\alpha (n-1)T} \right] - 1 \right\} e^{-\alpha t'}, \quad 0 \le t' \le t_{H},$$
$$u_{C2}(t') = \frac{E e^{-\alpha T} (e^{\alpha t_{H}} - 1)}{(1 - e^{-\alpha T})} \left[ 1 - e^{-\alpha nT} \right] e^{\alpha T} e^{-\alpha t'}, \quad t_{H} \le t' \le T.$$

Правим елементарни преобразувания на последните изрази. Освен това, за да подчертаем, че формулите са валидни за период с номер *n* въвеждаме означенията  $u_{C1}(t') = u_{C1}(t',n)$  и  $u_{C2}(t') = u_{C2}(t',n)$ . При това положение можем окончателно да запишем търсеното решение по следния начин:

1) За произволен период с номер *n*,  $n = 1, 2, 3, \dots$  и при  $0 \le t' \le t_{M}$ 

$$u_{C1}(t',n) = E + E \left\{ \frac{1 - e^{\alpha t_H}}{1 - e^{-\alpha T}} e^{-\alpha nT} - \frac{1 - e^{-\alpha (T - t_H)}}{1 - e^{-\alpha T}} \right\} e^{-\alpha t'} ; \qquad (25a)$$

2) За произволен период с номер  $n, n = 1, 2, 3, \cdots$  и при  $t_M \le t' \le T$ 

$$u_{C2}(t',n) = E \left\{ \frac{1 - e^{\alpha t_{H}}}{1 - e^{-\alpha T}} e^{-\alpha nT} - \frac{1 - e^{\alpha t_{H}}}{1 - e^{-\alpha T}} \right\} e^{-\alpha t'} .$$
(256)

Получените изрази за решението са най-общи, те важат както за преходния процес, така и за стационарния процес. Във формулите (25) може да се премине към първоначалното време *t* като се вземе предвид връзката t' = t - (n-1)T.

### 5. ДОПЪЛНИТЕЛЕН АНАЛИЗ И ПОЛУЧЕНИ РЕЗУЛТАТИ

Лесно се проверява, че по формулите (25) се получават дискретните стойности на напрежението на кондензатора в началото и в края на период с номер *n*, т.е. изпълнени са равенствата

$$u_{C1}(0,n) = u_C[n-1], \quad u_{C2}(T,n) = u_C[n].$$
 (26)

Освен това е изпълнено условието за непрекъснатост на напрежението върху кондензатора

$$u_{C1}(t_{H},n) = u_{C2}(t_{H},n) = E \frac{(1 - e^{-\alpha t_{H}})(1 - e^{-\alpha nT})}{1 - e^{-\alpha T}}.$$
(27)

Теоретично стационарното решение се получава, когато номерът на периода стане безкрайно голям. В този случай  $n \to \infty$ ,  $e^{-\alpha nT} \to 0$  и от формули (25) получаваме стационарното решение

$$u_{C1,cm}(t') = u_{C1}(t',\infty) = E - E \left\{ \frac{1 - e^{-\alpha(T - t_H)}}{1 - e^{-\alpha T}} \right\} e^{-\alpha t'}, \quad 0 \le t' \le t_H,$$
(28a)

$$u_{C2,cm}(t') = u_{C2}(t',\infty) = -E\left\{\frac{1-e^{\alpha t_H}}{1-e^{-\alpha T}}\right\}e^{-\alpha t'}, \quad t_H \le t' \le T.$$
(286)

Последните изрази са валидни за който и да е период от стационарното решение. Лесно се установява, че функцията  $u_{C1,cm}(t')$  е растяща, а функцията  $u_{C2,cm}(t')$  – намаляваща. Това дава възможност да намерим максималната и минималната стойност на напрежението върху кондензатора (или границите, в които се изменя напрежението в стационарен режим), които се получават съответно по формулите

$$u_{C,\max} = u_{C1,cm}(t_H) = u_{C2,cm}(t_H) = E \frac{1 - e^{-\alpha t_H}}{1 - e^{-\alpha T}} , \qquad (29)$$

$$u_{C,\min} = u_{C1,cm}(0) = u_{C2,cm}(T) = E \frac{1 - e^{\alpha t_H}}{1 - e^{\alpha T}} .$$
(30)

Интересно е отношението между максималната стойност на напрежението върху кондензатора при стационарен режим и съответно минималната стойност, което отношение се изразява по следния начин:

$$\frac{u_{C,\max}}{u_{C,\min}} = \frac{e^{\alpha T}}{e^{\alpha t_{H}}}.$$
(31)

Като приложение на изложената теория ще разгледаме един пример.

**Пример**: За схемата от фиг. 1 параметрите на елементите имат следните стойности: E = 200 mV, T = 10 ms,  $t_H = 3 \text{ ms}$ ,  $R = 2 \text{ k}\Omega$ ,  $C = 13 \mu$ F. Да се анализира схемата чрез PSPICE и да се покаже в графичен вид напрежението върху кондензатора  $u_C(t)$ . За време t = 32ms да се пресметне стойността на напрежението върху кондензатора чрез PSPICE и чрез получените аналитични формули и да се сравнят резултатите.

**Решение:** Графиката на напрежението върху кондензатора  $u_C(t)$  получена чрез PSPICE е показана на фиг.4. Стойността на напрежението върху кондензатора за време t = 32ms, определена чрез PSPICE е  $u_C(32ms) = 47.913mV$ . Времето t = 32ms принадлежи на четвъртия период от захранващото напрежение, т.е. n = 4 и t' = t - (n - 1)T = 32 - (4 - 1)10 = 2ms. За да приложим аналитичните формули пресмятаме следните величини:

$$\alpha = 1/RC = 1/(2.10^{3}.13.10^{-6}) = 38.46153846$$
  

$$\alpha T = 0.38461538$$
  

$$\alpha 4T = 1.53846152$$
  

$$\alpha t_{H} = 0.11538462$$
  

$$\alpha (T - t_{H}) = 0.26923077,$$
  

$$\alpha t' = 0.07692308.$$

Заместваме получените данни в уравнение (25а) и получаваме:

=

$$\begin{split} & u_{C1}(0.002,4) = 0.2 + 0.2 \Biggl\{ \frac{1 - e^{0.11538462}}{1 - e^{-0.38461538}} e^{-1.53846152} - \frac{1 - e^{-0.26923077}}{1 - e^{-0.38461538}} \Biggr\} e^{-0.07692308} = \\ & = 0.2 + 0.2 \Biggl\{ \frac{-0.12230502}{0.3192876} 0.21471118 - \frac{0.23603307}{0.3192876} \Biggr\} 0.92596108 = \\ & 0.2 + 0.2 \Biggl\{ -0.0822464 - 0.7392491 \Biggr\} 0.92596108 = 0.04786543V \, . \end{split}$$



Фиг.4. Графика на напрежението върху кондензатора получена чрез PSPICE

Вижда се, че има много добро съвпадение между резултатите получени чрез PSPICE и чрез дадените в статията формули.

Графиката за напрежението върху кондензатора получена чрез PSPICE показва както преходното, така и стационарното (установеното) напрежение. Както се вижда от графиката (а и от дадените по-горе формули) стационарното решение представлява периодична комбинация от експоненциални функции. Въздействието (дясната страна на уравнение (1)), обаче представлява периодична поредица от правоъгълни импулси. Без да навлизаме в по-дълбоки математически подробности ще отбележим, че този пример е една добра илюстрация на факта, че не винаги вида на стационарното решение съвпада с вида на въздействието (или с дясната страна на диференциалното уравнение).

# 6. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В статията се дискутират някои проблеми свързани с изследването на преходни и стационарни процеси в електрически вериги, когато източниците генерират периодични несинусоидални сигнали.

Изложението се отнася за конкретна верига и за конкретно въздействие. Независимо от това, предложеният метод за анализ на преходни и стационарни режими при въздействие на поредица импулси с използване на рекурентни уравнения е достатъчно общ и може да се прилага при произволни вериги от първи ред и при произволни периодични въздействия - напр. двуполярни правоъгълни импулси, триъгълни импулси, трионообразни импулси и др. При това основните принципни положения, които бяха разгледани тук се запазват.

Методът може да се приложи и при вериги от втори и по-висок ред. В тези случаи е удобно да се използват матрични записи за диференциалните уравнения произтичащи от метода с променливите на състоянието, което дава възможност за лесно получаване на рекурентните уравнения.

Накрая ще направим някои коментари свързани със *z-преобразуването*.

Първо, рекурентните уравнения, които се получават при разглежданите проблеми се решават изключително елегантно като се използува z-преобразуването.

Второ, z-преобразуването може да се използва и като самостоятелен метод за анализ на вериги при въздействия на поредица импулси. В този случай се използват дискретните предавателни, преходни и импулсни характеристики дефинирани чрез z-преобразуването.

# ЛИТЕРАТУРА

[1] Брандиски К., Георгиев Ж. и др. (2008), *Теоретична електротехника*, част 2, ИК Кинг, София.

[2] Кючуков А., Недевски П. (1995), **Функционални и диференциални уравне**ния, Академично издателство "Проф. Марин Дринов", София.

[3] Йонкин П. А. (ред.) (1978), *Теоретические основы электротехники*, *Том 1: Основы теории линейных цепей*, Высшая школа, Москва.

[4] Бессонов Л. А. (1999), *Теоретические основы электротехники. Электри*ческие цепи. 10 изд., Гардарики, Москва.

[5] Alexander C., M. Sadiku (2013), *Fundamentals of Electric Circuits*, 5th Edition, McGraw-Hill Higher Education.

**Автори**: Живко Георгиев, проф. д-р, катедра "Teopeтична електротехника", Технически Университет-София, E-mail address: *zhdgeorg@tu-sofia.bg*; Иван Трушев, главен асистент д-р, катедра "Teopeтична електротехника", Технически Университет-София, E-mail address: *ivant@tu-sofia.bg* 

Постъпила на 23.04.2016

Рецензент: доц. д-р А. Червенков



# ИЗСЛЕДВАНЕ КАПАЦИТИВНОТО ВЛИЯНИЕ НА МНОГОПРОВОДНА ЛИНИЯ ЗА ВИСОКО НАПРЕЖЕНИЕ

## Атанас Червенков, Тодорка Червенкова

**Резюме:** Разглеждат се електромагнитните смущения, генерирани от многопроводен въздушен електропровод за високо напрежение. Анализира се капацитивното проникване на електромагнитните смущения в линии за ниско напрежение и линии за пренос на данни, които се намират в близост до въздушни електропроводи за високо напрежение. Определят се взаимните капацитети и напрежението на линията за ниско напрежение, произтичащи от капацитивното смущение. Получено е разпределението на напрежението на смущение в близост до многопроводния електропровод за високо напрежението на напрежението на смущение в

Ключови думи: електромагнитна съвместимост, електромагнитни смущения, капацитивно проникване, въздушни електропроводи, високо напрежение, мно-гопроводна система.

## INVESTIGATION OF THE CAPACITIVE INFLUENCE OF MULTI-CONDUCTOR HIGH-VOLTAGE LINE

# Atanas Chervenkov, Todorka Chervenkova

Abstract: The electromagnetic disturbances generated by multi-conductor overhead power lines for high voltage is considered. Capacitive penetration of electromagnetic disturbance in the low voltage lines and data lines, located near overhead highvoltage lines, are analysed. The mutual capacitances and the voltage on low voltage line, arising from the disturbance by capacitive coupling are determined. The distribution of this voltage in the vicinity of high-voltage multi-conductor lines is obtained. Keywords: electromagnetic compatibility, electromagnetic disturbance, capacitive penetration, overhead power lines, high voltage, multi-conductor system.

# 1. ВЪВЕДЕНИЕ

Ограничаването на електромагнитните смущения в електротехническите устройства, разположени в околността на електроенергийните обекти е основна цел за осъществяване на електромагнитната съвместимост [1, 2]. Капацитивното проникване е един от начините за проникване на тези смущения [3].

Капацитивното проникване се осъществява чрез паразитните капацитети, които се получават между проводниците от два контура с различни потенциали раз-

лики. Първият проводник принадлежи на влияещия контур, а вторият проводник - към контура изпитващ смущението [4].

Разглежда се влиянието на многопроводна линия за високо напрежение върху линия за пренос на данни (линия за ниско напрежение). Двете линии са разположени успоредно над повърхността на земята. Дължината на заредения проводник е голяма и електрическото поле създадено от него може да се счита за плоскопаралелно по направлението на линията.

## 2. ОПРЕДЕЛЯНЕ НА ЕЛЕКТРИЧЕСКОТО ПОЛЕ СЪЗДАДЕНО ОТ ШЕСТ ПРОВОДНА ЛИНИЯ ЗА ПРОМЕНЛИВ ТОК

Разглежда се трифазна, шестпроводна линия. Шестте проводника са окачени на едно и също разстояние спрямо земята h. Разположени са така, че разстоянието помежду тях е едно и също d (фиг.1).



Фиг.1. Трифазна, шестпроводна линия за високо напрежение

Електрическо поле, което се създава от шестфазната линия в еднопроводната линия, разположена на разстояние *x*, се определя по метода на огледалните образи. За целта се използват потенциалните уравнения на Максуел

$$\begin{split} \dot{V}_{1} &= \alpha_{11}q_{1} + \alpha_{12}q_{2} + \alpha_{13}q_{3} + \alpha_{14}q_{4} + \alpha_{15}q_{5} + \alpha_{16}q_{6} + \alpha_{17}q_{7} \\ \dot{V}_{2} &= \alpha_{21}q_{1} + \alpha_{22}q_{2} + \alpha_{23}q_{3} + \alpha_{24}q_{4} + \alpha_{25}q_{5} + \alpha_{26}q_{6} + \alpha_{27}q_{7} \\ \dot{V}_{3} &= \alpha_{31}q_{1} + \alpha_{32}q_{2} + \alpha_{33}q_{3} + \alpha_{34}q_{4} + \alpha_{35}q_{5} + \alpha_{36}q_{6} + \alpha_{37}q_{7} \\ \dot{V}_{4} &= \alpha_{41}q_{1} + \alpha_{42}q_{2} + \alpha_{43}q_{3} + \alpha_{44}q_{4} + \alpha_{45}q_{5} + \alpha_{46}q_{6} + \alpha_{47}q_{7} \\ \dot{V}_{5} &= \alpha_{51}q_{1} + \alpha_{52}q_{2} + \alpha_{53}q_{3} + \alpha_{54}q_{4} + \alpha_{55}q_{5} + \alpha_{56}q_{6} + \alpha_{57}q_{7} \\ \dot{V}_{6} &= \alpha_{61}q_{1} + \alpha_{62}q_{2} + \alpha_{63}q_{3} + \alpha_{64}q_{4} + \alpha_{65}q_{5} + \alpha_{66}q_{6} + \alpha_{67}q_{7} \\ \dot{V}_{7} &= \alpha_{71}q_{1} + \alpha_{72}q_{2} + \alpha_{73}q_{3} + \alpha_{74}q_{4} + \alpha_{75}q_{5} + \alpha_{76}q_{6} + \alpha_{77}q_{7} \end{split}$$

където  $q_1, q_2, q_3, q_4, q_5, q_6$  и  $q_7$  са зарядите на проводниците 1, 2, 3, 4, 5 и 6 в зависимост от техния потенциал спрямо земята.

Приема се, зарядът на еднопроводната линия, разположена в т. M, да е равен на нула т.е.  $q_7 = 0$ . Следователно системата (1) придобива вида

$$V_{1} = \alpha_{11}q_{1} + \alpha_{12}q_{2} + \alpha_{13}q_{3} + \alpha_{14}q_{4} + \alpha_{15}q_{5} + \alpha_{16}q_{6}$$

$$\dot{V}_{2} = \alpha_{21}q_{1} + \alpha_{22}q_{2} + \alpha_{23}q_{3} + \alpha_{24}q_{4} + \alpha_{25}q_{5} + \alpha_{26}q_{6}$$

$$\dot{V}_{3} = \alpha_{31}q_{1} + \alpha_{32}q_{2} + \alpha_{33}q_{3} + \alpha_{34}q_{4} + \alpha_{35}q_{5} + \alpha_{36}q_{6}$$

$$\dot{V}_{4} = \alpha_{41}q_{1} + \alpha_{42}q_{2} + \alpha_{43}q_{3} + \alpha_{44}q_{4} + \alpha_{45}q_{5} + \alpha_{46}q_{6}$$

$$\dot{V}_{5} = \alpha_{51}q_{1} + \alpha_{52}q_{2} + \alpha_{53}q_{3} + \alpha_{54}q_{4} + \alpha_{55}q_{5} + \alpha_{56}q_{6}$$

$$\dot{V}_{6} = \alpha_{61}q_{1} + \alpha_{62}q_{2} + \alpha_{63}q_{3} + \alpha_{64}q_{4} + \alpha_{65}q_{5} + \alpha_{66}q_{6}$$

$$\dot{V}_{7} = \alpha_{71}q_{1} + \alpha_{72}q_{2} + \alpha_{73}q_{3} + \alpha_{74}q_{4} + \alpha_{75}q_{5} + \alpha_{76}q_{6}$$
(2)

Неизвестните  $q_1$ ,  $q_2$ ,  $q_3$ ,  $q_4$ ,  $q_5$ ,  $q_6$  и  $V_7$  се определят, след като се реши системата (2).

Тъй като взаимните потенциални коефициенти *а* удовлетворяват принципа на електростатична взаимност

$$\alpha_{km} = \alpha_{mk} , \qquad (3)$$

то следва, че

$$\begin{aligned} \alpha_{12} &= \alpha_{21}, \alpha_{13} = \alpha_{31}, \alpha_{14} = \alpha_{41}, \alpha_{15} = \alpha_{51}, \alpha_{16} = \alpha_{61}, \alpha_{23} = \alpha_{32} \\ \alpha_{24} &= \alpha_{42}, \alpha_{25} = \alpha_{52}, \alpha_{26} = \alpha_{62}, \alpha_{34} = \alpha_{43}, \alpha_{35} = \alpha_{53}, \alpha_{36} = \alpha_{63}, \\ \alpha_{45} &= \alpha_{54}, \alpha_{46} = \alpha_{64} \lor \alpha_{56} = \alpha_{65} \end{aligned}$$
(4)

Разстоянията между проводниците 1, 2, 3, 4, 5 и 6 са едни и същи - d, от където следва, че при анализа може да се работи със средни стойности на коефициентите  $\alpha_{km}$ , т.е.

$$\alpha_{12cp} = \frac{1}{15} \begin{pmatrix} \alpha_{12} + \alpha_{13} + \alpha_{14} + \alpha_{15} + \alpha_{16} + \alpha_{23} + \alpha_{24} + \alpha_{25} + \alpha_{26} \\ + \alpha_{34} + \alpha_{35} + \alpha_{36} + \alpha_{45} + \alpha_{46} + \alpha_{56} \end{pmatrix}$$
(5)

Височината на окачване на трите фази е една и съща *h* и следователно

$$\alpha_{11} = \alpha_{22} = \alpha_{33} = \alpha_{44} = \alpha_{55} = \alpha_{66} \tag{6}$$

Потенциалите на проводниците ( $\dot{V}$ ), всъщност това са напреженията на проводниците спрямо земята, са фазните напрежения  $\dot{U}$  т.е.

$$\dot{V}_1 = \dot{U}_1; \, \dot{V}_2 = \dot{U}_2; \, \dot{V}_3 = \dot{U}_3; \, \dot{V}_4 = \dot{U}_4; \, \dot{V}_5 = \dot{U}_6; \, \dot{V}_6 = \dot{U}_6$$
(7)

Заместват се (4), (5), (6) и (7) в системата (2) и се получава

$$\begin{split} \dot{U}_{1} &= \alpha_{11}q_{1} + \alpha_{12cp}q_{2} + \alpha_{12cp}q_{3} + \alpha_{12cp}q_{4} + \alpha_{12cp}q_{5} + \alpha_{12cp}q_{6} \\ \dot{U}_{2} &= \alpha_{12cp}q_{1} + \alpha_{11}q_{2} + \alpha_{12cp}q_{3} + \alpha_{12cp}q_{4} + \alpha_{12cp}q_{5} + \alpha_{12cp}q_{6} \\ \dot{U}_{3} &= \alpha_{12cp}q_{1} + \alpha_{12cp}q_{2} + \alpha_{11}q_{3} + \alpha_{12cp}q_{4} + \alpha_{12cp}q_{5} + \alpha_{12cp}q_{6} \\ \dot{U}_{4} &= \alpha_{12cp}q_{1} + \alpha_{12cp}q_{2} + \alpha_{12cp}q_{3} + \alpha_{11}q_{4} + \alpha_{12cp}q_{5} + \alpha_{12cp}q_{6} \\ \dot{U}_{5} &= \alpha_{12cp}q_{1} + \alpha_{12cp}q_{2} + \alpha_{12cp}q_{3} + \alpha_{12cp}q_{4} + \alpha_{11}q_{5} + \alpha_{12cp}q_{6} \\ \dot{U}_{6} &= \alpha_{12cp}q_{1} + \alpha_{12cp}q_{2} + \alpha_{12cp}q_{3} + \alpha_{12cp}q_{4} + \alpha_{12cp}q_{5} + \alpha_{11}q_{6} \\ \dot{U}_{7} &= \alpha_{17}q_{1} + \alpha_{27}q_{2} + \alpha_{37}q_{3} + \alpha_{47}q_{4} + \alpha_{57}q_{5} + \alpha_{67}q_{6} \end{split}$$

От първите шест уравнения на (8) се определят  $q_1, q_2, q_3, q_4, q_5$  и  $q_6$ , като се приложат формулите на Крамер

$$q_1 = \frac{\Delta_1}{\Delta}; \quad q_2 = \frac{\Delta_2}{\Delta}; \quad q_3 = \frac{\Delta_3}{\Delta}; \quad q_4 = \frac{\Delta_4}{\Delta}; \quad q_5 = \frac{\Delta_5}{\Delta}; \quad q_6 = \frac{\Delta_6}{\Delta},$$

където:

$$\Delta = \begin{vmatrix} \alpha_{11} & \alpha_{12cp} & \alpha_{12cp} & \alpha_{12cp} & \alpha_{12cp} & \alpha_{12cp} \\ \alpha_{12cp} & \alpha_{11} & \alpha_{12cp} & \alpha_{12cp} & \alpha_{12cp} \\ \alpha_{12cp} & \alpha_{12cp} & \alpha_{11} & \alpha_{12cp} & \alpha_{12cp} \\ \alpha_{12cp} & \alpha_{12cp} & \alpha_{12cp} & \alpha_{11} & \alpha_{12cp} & \alpha_{12cp} \\ \alpha_{12cp} & \alpha_{12cp} & \alpha_{12cp} & \alpha_{11} & \alpha_{12cp} \\ \alpha_{12cp} & \alpha_{12cp} & \alpha_{12cp} & \alpha_{12cp} & \alpha_{11} & \alpha_{12cp} \\ \alpha_{12cp} & \alpha_{12cp} & \alpha_{12cp} & \alpha_{12cp} & \alpha_{12cp} & \alpha_{12cp} \\ \alpha_{12cp} & \alpha_{12cp} & \alpha_{12cp} & \alpha_{12cp} & \alpha_{12cp} & \alpha_{12cp} \\ \alpha_{12cp} & \alpha_{12cp} & \alpha_{12cp} & \alpha_{12cp} & \alpha_{12cp} & \alpha_{12cp} \\ \alpha_{12cp} & \alpha_{12cp} & \alpha_{12cp} & \alpha_{12cp} & \alpha_{12cp} & \alpha_{12cp} \\ \alpha_{12cp} & \alpha_{12cp} & \alpha_{12cp} & \alpha_{12cp} & \alpha_{12cp} & \alpha_{12cp} \\ \alpha_{12cp} & \alpha_{12cp} & \alpha_{12cp} & \alpha_{12cp} & \alpha_{12cp} & \alpha_{12cp} \\ \alpha_{12cp} & \alpha_{12cp} & \alpha_{12cp} & \alpha_{12cp} & \alpha_{12cp} & \alpha_{12cp} \\ \alpha_{12cp} & \alpha_{12cp} & \alpha_{12cp} & \alpha_{12cp} & \alpha_{12cp} & \alpha_{12cp} \\ \alpha_{12cp} & \alpha_{12cp} & \alpha_{12cp} & \alpha_{12cp} & \alpha_{12cp} & \alpha_{12cp} \\ \alpha_{12cp} & \alpha_{12cp} & \alpha_{12cp} & \alpha_{12cp} & \alpha_{12cp} & \alpha_{12cp} \\ \alpha_{12cp} & \alpha_{12cp} & \alpha_{12cp} & \alpha_{12cp} & \alpha_{12cp} & \alpha_{12cp} \\ \alpha_{12cp} & \alpha_{12cp} & \alpha_{12cp} & \alpha_{12cp} & \alpha_{12cp} & \alpha_{12cp} \\ \alpha_{12cp} & \alpha_{12cp} & \alpha_{12cp} & \alpha_{12cp} & \alpha_{12cp} & \alpha_{12cp} \\ \alpha_{12cp} & \alpha_{12cp} & \alpha_{12cp} & \alpha_{12cp} & \alpha_{12cp} \\ \alpha_{12cp} & \alpha_{12cp} & \alpha_{12cp} & \alpha_{12cp} & \alpha_{12cp} \\ \alpha_{12cp} & \alpha_{12cp} & \alpha_{12cp} & \alpha_{12cp} & \alpha_{12cp} \\ \alpha_{12cp} & \alpha_{12cp} & \alpha_{12cp} & \alpha_{12cp} & \alpha_{12cp} \\ \alpha_{12cp} & \alpha_{12cp} & \alpha_{12cp} & \alpha_{12cp} & \alpha_{12cp} \\ \alpha_{12cp} & \alpha_{12cp} & \alpha_{12cp} & \alpha_{12cp} & \alpha_{12cp} \\ \alpha_{12cp} & \alpha_{12cp} & \alpha_{12cp} & \alpha_{12cp} & \alpha_{12cp} \\ \alpha_{12cp} & \alpha_{12cp} & \alpha_{12cp} & \alpha_{12cp} & \alpha_{12cp} \\ \alpha_{12cp} & \alpha_{12cp} & \alpha_{12cp} & \alpha_{12cp} & \alpha_{12cp} \\ \alpha_{12cp} & \alpha_{12cp} & \alpha_{12cp} & \alpha_{12cp} & \alpha_{12cp} \\ \alpha_{12cp} & \alpha_{12cp} & \alpha_{12cp} & \alpha_{12cp} & \alpha_{12cp} \\ \alpha_{12cp} & \alpha_{12cp} & \alpha_{12cp} & \alpha_{12cp} & \alpha_{12cp} \\ \alpha_{12cp} & \alpha_{12cp} & \alpha_{12cp} & \alpha_{12cp} & \alpha_{12cp} \\ \alpha_{12cp} & \alpha_{12cp} & \alpha_{12cp} & \alpha_{12cp} & \alpha_{12cp} \\ \alpha_{12cp} & \alpha_{12cp} & \alpha_{12cp} & \alpha_{12cp} & \alpha_{12cp} \\ \alpha_{1$$

$$\Delta_{1} = \begin{bmatrix} U_{1}\alpha_{12cp} \alpha_{12cp} \alpha_{12cp} \alpha_{12cp} \alpha_{12cp} \alpha_{12cp} \\ \dot{U}_{2} \alpha_{11} \alpha_{12cp} \alpha_{12cp} \alpha_{12cp} \alpha_{12cp} \\ \dot{U}_{3} \alpha_{12cp} \alpha_{11} \alpha_{12cp} \alpha_{12cp} \alpha_{12cp} \\ \dot{U}_{4} \alpha_{12cp} \alpha_{12cp} \alpha_{11} \alpha_{12cp} \alpha_{12cp} \\ \dot{U}_{5}\alpha_{12cp} \alpha_{12cp} \alpha_{12cp} \alpha_{11} \alpha_{12cp} \\ \dot{U}_{6} \alpha_{12cp} \alpha_{12cp} \alpha_{12cp} \alpha_{12cp} \alpha_{12cp} \alpha_{11} \end{bmatrix};$$

$$\Delta_{2} = \begin{vmatrix} \alpha_{11} \ \dot{U}_{1} \ \alpha_{12cp} \ \alpha$$

$$\Delta_{3} = \begin{vmatrix} \alpha_{11} & \alpha_{12cp} & U_{1} & \alpha_{12cp} & \alpha_{12cp} & \alpha_{12cp} \\ \alpha_{12cp} & \alpha_{11} & \dot{U}_{2} & \alpha_{12cp} & \alpha_{12cp} & \alpha_{12cp} \\ \alpha_{12cp} & \alpha_{12cp} & \dot{U}_{3} & \alpha_{12cp} & \alpha_{12cp} & \alpha_{12cp} \\ \alpha_{12cp} & \alpha_{12cp} & \dot{U}_{4} & \alpha_{11} & \alpha_{12cp} & \alpha_{12cp} \\ \alpha_{12cp} & \alpha_{12cp} & \dot{U}_{5} & \alpha_{12cp} & \alpha_{11} & \alpha_{12cp} \\ \alpha_{12cp} & \alpha_{12cp} & \dot{U}_{6} & \alpha_{12cp} & \alpha_{12cp} & \alpha_{11} \end{vmatrix};$$

$$\Delta_{4} = \begin{vmatrix} \alpha_{11} & \alpha_{12cp} & \alpha_{12cp} & U_{1} & \alpha_{12cp} & \alpha_{12cp} \\ \alpha_{12cp} & \alpha_{11} & \alpha_{12cp} & \dot{U}_{2} & \alpha_{12cp} & \alpha_{12cp} \\ \alpha_{12cp} & \alpha_{12cp} & \alpha_{11} & \dot{U}_{3} & \alpha_{12cp} & \alpha_{12cp} \\ \alpha_{12cp} & \alpha_{12cp} & \alpha_{12cp} & \dot{U}_{4} & \alpha_{12cp} & \alpha_{12cp} \\ \alpha_{12cp} & \alpha_{12cp} & \alpha_{12cp} & \dot{U}_{5} & \alpha_{11} & \alpha_{12cp} \\ \alpha_{12cp} & \alpha_{12cp} & \alpha_{12cp} & \dot{U}_{5} & \alpha_{11} & \alpha_{12cp} \\ \alpha_{12cp} & \alpha_{12cp} & \alpha_{12cp} & \dot{U}_{5} & \alpha_{12cp} & \alpha_{11} \end{vmatrix}$$

$$\Delta_{5} = \begin{vmatrix} \alpha_{11} & \alpha_{12cp} & \alpha_{12cp} & \alpha_{12cp} & \dot{U}_{1} & \alpha_{12cp} \\ \alpha_{12cp} & \alpha_{11} & \alpha_{12cp} & \alpha_{12cp} & \dot{U}_{2} & \alpha_{12cp} \\ \alpha_{12cp} & \alpha_{12cp} & \alpha_{11} & \alpha_{12cp} & \dot{U}_{3} & \alpha_{12cp} \\ \alpha_{12cp} & \alpha_{12cp} & \alpha_{12cp} & \alpha_{12cp} & \dot{U}_{5} & \alpha_{12cp} \\ \alpha_{12cp} & \alpha_{12cp} & \alpha_{12cp} & \alpha_{12cp} & \dot{U}_{5} & \alpha_{12cp} \\ \alpha_{12cp} & \alpha_{12cp} & \alpha_{12cp} & \alpha_{12cp} & \dot{U}_{6} & \alpha_{11} \\ \end{matrix}$$

$$\Delta_{6} = \begin{vmatrix} \alpha_{11} & \alpha_{12cp} & \alpha_{12cp} & \alpha_{12cp} & \dot{U}_{1} & \alpha_{12cp} & \alpha_{12cp} & \dot{U}_{1} \\ \alpha_{12cp} & \alpha_{11} & \alpha_{12cp} & \alpha_{12cp} & \alpha_{12cp} & \dot{U}_{2} \\ \alpha_{12cp} & \alpha_{12cp} & \alpha_{12cp} & \alpha_{12cp} & \alpha_{12cp} & \dot{U}_{2} \\ \alpha_{12cp} & \alpha_{12cp} & \alpha_{11} & \alpha_{12cp} & \alpha_{12cp} & \dot{U}_{2} \\ \alpha_{12cp} & \alpha_{12cp} & \alpha_{12cp} & \alpha_{12cp} & \alpha_{12cp} & \dot{U}_{3} \\ \alpha_{12cp} & \alpha_{12cp} & \alpha_{12cp} & \alpha_{12cp} & \alpha_{12cp} & \dot{U}_{4} \\ \alpha_{12cp} & \alpha_{12cp} & \alpha_{12cp} & \alpha_{12cp} & \alpha_{12cp} & \dot{U}_{4} \\ \alpha_{12cp} & \alpha_{12cp} & \alpha_{12cp} & \alpha_{12cp} & \alpha_{12cp} & \dot{U}_{4} \\ \alpha_{12cp} & \alpha_{12cp} & \alpha_{12cp} & \alpha_{12cp} & \alpha_{12cp} & \alpha_{12cp} & \dot{U}_{6} \\ \end{vmatrix}$$

Резултатите, получени за  $q_1$ ,  $q_2$ ,  $q_3$ ,  $q_4$ ,  $q_5$  и  $q_6$  се заместват в седмото уравнение на (8), в резултат на което се получава напрежението върху еднопроводната линия

$$\dot{U}_{7} = \frac{\alpha_{17} \, \dot{U}_{1} + \alpha_{27} \, \dot{U}_{2} + \alpha_{37} \, \dot{U}_{3} + \alpha_{47} \, \dot{U}_{4} + \alpha_{57} \, \dot{U}_{5} + \alpha_{67} \, \dot{U}_{6}}{\alpha_{11} - \alpha_{12cp}} \tag{9}$$

В съответствие със схемата от фиг.1 се определят коефициентите

$$\begin{aligned} \alpha_{17} &= \frac{1}{2\pi\varepsilon l} ln \frac{a'_{1M}}{a_{1M}} = \frac{1}{2\pi\varepsilon l} ln \frac{\sqrt{(h+y)^2 + (d+x)^2}}{\sqrt{(h-y)^2 + (d+x)^2}} ;\\ \alpha_{27} &= \frac{1}{2\pi\varepsilon l} ln \frac{a'_{2M}}{a_{2M}} = \frac{1}{2\pi\varepsilon l} ln \frac{\sqrt{(h+y)^2 + x^2}}{\sqrt{(h-y)^2 + x^2}} ;\\ \alpha_{37} &= \frac{1}{2\pi\varepsilon l} ln \frac{a'_{3M}}{a_{3M}} = \frac{1}{2\pi\varepsilon l} ln \frac{\sqrt{(h+y)^2 + (x-d)^2}}{\sqrt{(h-y)^2 + (x-d)^2}} ;\\ \alpha_{47} &= \frac{1}{2\pi\varepsilon l} ln \frac{a'_{4M}}{a_{4M}} = \frac{1}{2\pi\varepsilon l} ln \frac{\sqrt{(h+y)^2 + (x-2d)^2}}{\sqrt{(h-y)^2 + (x-2d)^2}} ;\\ \alpha_{57} &= \frac{1}{2\pi\varepsilon l} ln \frac{a'_{5M}}{a_{5M}} = \frac{1}{2\pi\varepsilon l} ln \frac{\sqrt{(h+y)^2 + (x-3d)^2}}{\sqrt{(h-y)^2 + (x-3d)^2}} ;\\ \alpha_{67} &= \frac{1}{2\pi\varepsilon l} ln \frac{a'_{6M}}{a_{6M}} = \frac{1}{2\pi\varepsilon l} ln \frac{\sqrt{(h+y)^2 + (x-4d)^2}}{\sqrt{(h-y)^2 + (x-4d)^2}} ;\end{aligned}$$

$$\alpha_{11} = \frac{1}{2\pi\varepsilon l} ln \frac{2h}{r} ,$$

където:

*h* - височина на окачване на проводниците;

*г* - радиус на проводниците.

$$\begin{aligned} \alpha_{12} &= \frac{1}{2\pi\varepsilon l} ln \frac{b_{12}}{a_{12}} = \frac{1}{2\pi\varepsilon l} ln \frac{\sqrt{(2h)^2 + d^2}}{d}, \\ \alpha_{13} &= \frac{1}{2\pi\varepsilon l} ln \frac{b_{13}}{a_{13}} = \frac{1}{2\pi\varepsilon l} ln \frac{\sqrt{(2h)^2 + (2d)^2}}{2d}, \\ \alpha_{14} &= \frac{1}{2\pi\varepsilon l} ln \frac{b_{14}}{a_{14}} = \frac{1}{2\pi\varepsilon l} ln \frac{\sqrt{(2h)^2 + (3d)^2}}{3d}, \\ \alpha_{15} &= \frac{1}{2\pi\varepsilon l} ln \frac{b_{15}}{a_{15}} = \frac{1}{2\pi\varepsilon l} ln \frac{\sqrt{(2h)^2 + (4d)^2}}{4d}, \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \alpha_{16} &= \frac{1}{2\pi\varepsilon l} ln \frac{b_{16}}{a_{16}} = \frac{1}{2\pi\varepsilon l} ln \frac{\sqrt{(2h)^2 + (5d)^2}}{5d}, \\ \alpha_{23} &= \alpha_{34} = \alpha_{45} = \alpha_{56} = \alpha_{12}, \\ \alpha_{24} &= \alpha_{35} = \alpha_{46} = \alpha_{13}; \ \alpha_{25} = \alpha_{36} = \alpha_{14}; \ \alpha_{26} = \alpha_{15}, \\ \alpha_{12cp} &= \frac{1}{15} (5\alpha_{12} + 4\alpha_{13} + 3\alpha_{14} + 2\alpha_{15} + \alpha_{16}) \end{aligned}$$

# 3. ИЗСЛЕДВАНЕ ВЪЗДЕЙСТВИЕТО НА ЛИНИЯТА ЗА ВИСОКО НАПРЕЖЕНИЕ ВЪРХУ ЛИНИЯ ЗА НИСКО НАПРЕЖЕНИЕ

Разглежда се околното пространство около стълб от електропровод за високо напрежение – 220 kV с две тройки фазови проводници. Схемата на стълба от електропровода за високо напрежение (въздушна линия) е показана на фиг.2.



Фиг.2. Стълб от електропровод за високо напрежение – 220 kV

Определя се напрежението на еднопроводната линия за ниско напрежение, разположена в близост до въздушната линия за високо напрежение - 220 kV, като се използва (9).

При изчисленията се приемат дължините: l = 1m;  $h_{max} = 21m$ ;  $h_{min} = 10m$ ; d = 6m [5].

Проводниците на въздушната линия за  $220 \ kV$  са със сечение  $500 \ mm^2$ .

Проницаемостта на околната среда (въздух) е  $\varepsilon = \varepsilon_0 = 8.86 \cdot 10^{-12} F/m$ . Фазното напрежение на линията за високо напрежение е  $U_{\Phi} = 133 \, kV$ .

Изчислено е напрежението на смущение  $\dot{U}_7$  в проводника на линията за ниско напрежение, създадено от въздушния електропровод за високо напрежение 220 kV.

Изчисленията са извършени за различни стойности на височината на окачване на проводника *h* и при различни стойности на височината на проводника *y* на линията за ниско напрежение от земята.

На фиг.3 са показани разпределенията на модула на напрежението на проводника от линията за ниско напрежение в равнина перпендикулярна на направлението на въздушния електропровод за високо напрежение.



Фиг.3. Разпределение на напрежението в линията за ниско напрежение

Показаните резултати са при височина на проводника на линията за ниско напрежение от земята y = 1.5 m, за две положения на проводниците над земята $h_{min} = 10 m_{\rm H} h_{max} = 21 m$ .

Определена е "условно безопасна зона" при продължителен престой около електропровода, според изискванията на стандарта [6]. На фиг. 3 тя е изобразена с вертикални пунктирани линии.

## 4. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Определени са взаимните коефициенти, съответстващи на взаимните капацитети между шестте проводника на линията за високо напрежение и линията за пренос на данни(линия за ниско напрежение), разположена в близост до въздушната линия за високо напрежение.

Изчислено е напрежението на линията за ниско напрежение, възникнало от електромагнитното смущение посредством капацитивната връзка. Получено е разпределението на това напрежение в околността на електропровода за високо напрежение за различни височини на окачване на проводниците над земята.

Определена е най-опасната зона за разположение на човек около изследвания електропровод за високо напрежение. За изследвания електропровод тя е разположена на разстояние 15 метра от оста на електропровода.

## ЛИТЕРАТУРА

- [1] Habiger E. (1998), *Electromagnetic Compatibility*, Hüthig, 1998.
- [2] Харлов Н.Н. Электромагнитная совместимость в электроэнергетике, Издательство ТПУ, Томск 2007.
- [3] Chervenkova T., I. Hristova, *Sources of electromagnetic disturbances and cases of their penetration in electrical objects*, Proceedings of Technical University of Sliven, vol. 5, 2013, pp. 53-62.
- [4] Червенков А, Т. Червенкова, И. Христова, Изследване на капацитивното влияние на въздушна линия за високо напрежение върху електротехническите съоръжения, Годишник на Технически Университет София, том 64, кн. 1, 2014, стр. 467-464.
- [5] Генков Н, Захариев В. *Механична част на електрически мрежи*, Издателство на ТУ София, 1990.
- [6] EN 62110:2009/AC: 2015 Electric and magnetic field levels generated by AC power systems Measurement procedures with regard to public exposure.

Автори: Атанас Червенков, доц. д-р, катедра "Теоретична електротехника", Факултет Автоматика, Технически Университет - София, E-mail address: *acher@tusofia.bg*; Тодорка Червенкова, доц. д-р, катедра "Електротехника, електроника и автоматика", Инженерно-педагогически факултет, Технически Университет - София, E-mail address: *tchervenkova@tu-sofia.bg* 

Постъпила на 09.10.2015 г.

Резензент проф. д-р Ж. Георгиев



# ИЗСЛЕДВАНЕ НА ЧАСТНИ СЛУЧАИ НА ПРЕХОДНИ ПРОЦЕСИ В ПРЕДАВАТЕЛНИ ЛИНИИ

## Тодорка Червенкова, Атанас Червенков

**Резюме:** Разглеждат се електромагнитните смущения, генерирани при преходни процеси на въздушни линии за ниско напрежение. Изследванията са извършени за случая на компенсация на реактивната мощност на веригата. Анализират се случаите на пулсации и незатихващи колебания в режим на празен ход. Получено е разпределението на свръхнапрежение в линиите за ниско напрежение. Тези свръхнапреженията проникват в товара и нарушават електромагнитната съвместимост.

*Ключови думи*: преходни процеси, силови предавателни линии, моделиране, пулсации, незатихващи колебания, електромагнитна съвместимост.

## INVESTIGATION OF PARTICULARLY CASES OF TRANSIENTS IN POWER TRANSMISSION LINES

# Todorka Chervenkova, Atanas Chervenkov

Abstract: The electromagnetic disturbances generated by transients of overhead power lines for low voltage is investigated. Capacitive compensation of reactive power of load is considered. The cases of pulsations and non-attenuation oscillations in idle power line are analysed. The distribution of overvoltage in low-voltage lines is obtained. These overvoltages penetrate in the load and violate electromagnetic compatibility.

*Keywords: transients, power transmission lines, modelling, pulsations, oscillations, electromagnetic compatibility.* 

# 1. ВЪВЕДЕНИЕ

Много често в електрическите вериги възникват преходни процеси. За някои технически устройства те са нормални режими на работа, но в други те се предизвикват нежелани явления.

При анализа във времето на напреженията и токовете в електрическата верига, обикновено се различава т.н. преходен режим, който затихва в продължение на времето, и стационарен режим, който се установява след това в нея. Това обаче съвсем не означава, че преходните процеси затихват само след изтичане на безкрайно дълъг интервал от време.

В режими на многократни мощни смущения и комутация, при определени условия преходните процеси се превръщат в незатихващи.

В настоящата работа се разглеждат преходни процеси в електрически вериги ниско напрежение, захранвани от синусоидални напрежения, в които при аварийни изключвания, къси съединения и други се появяват нежелани явления като резонанс, биене, свръхнапрежения и др.

# 2. ТЕОРЕТИЧНА ПОСТАНОВКА

Много от електротехническите устройства в радиоелектрониката, автоматиката, измервателната техника, електрическите мрежи и др. се представят чрез електрически вериги със съсредоточени параметри - активно съпротивление, индуктивност и капацитет.

Разглежда се електрическа верига показана на фиг.1. Тя е захранена от източник с напрежение от вида

$$u(t) = u_m \sin(\omega t + \psi_u), \tag{1}$$

където: *u<sub>m</sub>* е амплитудата на захранващото напрежение;

ω е ъгловата честота;

 $\psi_u$  е началната фаза.



Фиг.1. Принципна схема на изследваната верига

Диференциалното уравнение, описващо преходния процес във веригата е

$$\frac{d^2 u_C}{dt^2} + \frac{R}{L} \frac{du_C}{dt} + \frac{1}{LC} u_C = \frac{1}{LC} u(t)$$
(2)

Ако характеристичната променлива се означи с k, за характеристичното уравнение, съответстващо на уравнение (2) се получава

$$k^{2} + \frac{R}{L}k + \frac{1}{LC} = 0$$
 (3)

При по нататъшния анализ за удобство се правят следните полагания

$$2\delta = \frac{R}{L} \quad \mathbf{M} \qquad \omega_0^2 = \frac{1}{LC} \tag{4}$$

Характеристичното уравнение (3) има вида

$$\kappa^2 + 2\delta k + \omega_0^2 = 0$$
 (5)

Характерът на преходния процес зависи от корените на характеристичното уравнение (5) и се оказва съществено различен.

В настоящата работа ще се разглежда само случая, когато корените на уравнение (4) са комплексни т.е.  $\delta < \omega_0$ .

За корените на уравнение (5) се получава

$$k_{1} = -\delta + \sqrt{\delta^{2} + \omega_{0}^{2}} = -\delta + j\Omega$$
  

$$k_{2} = -\delta - \sqrt{\delta^{2} + \omega_{0}^{2}} = -\delta - j\Omega$$
(6)

където:

>  $\delta$  – коефициент на затихване;

▶ ω₀ – резонансна честота на контура;

Ω – честота на затихващите колебания.

При зареден кондензатор преди комутация ( $u_C(0_-) = U_0$ ) и ток на веригата равен на нула ( $i(0_-) = 0$ ), решението на диференциалното уравнение (2) е от вида

$$u_{C} = \frac{i_{m}}{\omega C} \cos(\omega t + \psi_{i}) + \frac{i_{m}}{\Omega C} e^{-\delta t} \left[ sin\psi_{i} sin\Omega t + \frac{\omega_{0}}{\omega} cos\psi_{i} sin(\Omega t - \theta) \right],$$
(7)

където:

*i<sub>m</sub>* е амплитудата на тока през капацитивния елемент;

 $\psi_i$  е началната фаза на тока;

ъгловото отместване  $\theta$  е

$$\theta = \operatorname{arctg} \frac{\Omega}{-\delta} \tag{8}$$

## 3. МОДЕЛИРАНЕ НА ЧАСТНИ СЛУЧАЙ НА ПРЕХОДНИ ПРОЦЕСИ

При  $\delta < \Omega$  преходния процес е псевдопериодичен.

Ще бъдат разгледани случаите когато  $\omega = \Omega$  и когато  $\omega$  и  $\Omega$  са близки но не са равни.

За тази цел се моделира въздушна електрическа разпределителна мрежа за ниско напрежение с компенсация на реактивната мощност. Схемата на електрическата верига е показана на (фиг.2).

Разглежда се електрическа мрежа за ниско напрежение изградена с въздушен електропровод.

Параметрите на веригата са [4]: активно съпротивление на захранващата линия -  $R_0 = 0.303 \ \Omega/m$ ; реактивно съпротивление на захранващата линия -  $X_0 =$ 

0.285  $\Omega/m$ ; капацитет на компенсиращия кондензатор -  $C = 10 \ \mu F$ .

Като източник на смущаващо въздействие се разглеждат висши хармоници на напрежението, получени от работата на регулатори и преобразователи на напрежението, чието напрежение не е "чиста синусоида" [5].

Моделиране се извършва с програмния пакет PSpice [8]. Изследва се преходен процес при включването на източник с висока честота, създаващ смущения в изследваната верига - фиг.2.



Фиг.2. Схема на PSpice модела на изследваната верига

Развитието на преходния процес зависи от това каква е честотата на напрежението на смущение  $\omega$ .

Изследват се случаите, когато напрежението на смущение възниква при работата на преобразователи и регулатори на напрежение. Те много често работят в импулсен режим с насищане и генерират несинусоидално напрежение, съдържащо висши хармоници на напрежението. Честотата на висшите хармоници достига порядъка от 10 kHz - 30 kHz [6, 7]. Такива напрежения може да предизвикат особени случаи на развитие на преходен процес, които е необходимо да се изследват.

# Първи случай

Разглежда се случая, когато честотата на смущаващото напрежение ω е равна на честотата на затихващите колебания във веригата Ω.

При  $\omega = \Omega$  преходния процес се отличава с това, че амплитудата на напрежението на кондензатора постепенно нараства от момента на включване (*t*=0).

В този случай във веригата се получават незатихващи колебания.

На фиг.3 е показано изменението на напрежението на кондензатора в случая на незатихващи колебания.


Фиг.3. Напрежение на компенсиращия кондензатор за случая на незатихващи колебания

Необходимо е да се отбележи, че амплитудата на напрежението на кондензатора може значително да превиши амплитудата на приложеното напрежение. Това свръхнапрежение може да доведе до пробив в изолацията на кондензаторите, които се използват за компенсиране на реактивната енергия на товара и да намали значително ресурса на мрежата.

## Втори случай

Когато честотата на смущаващото напрежение  $\omega$  и честотата на затихващите колебания във веригата  $\Omega$  са близки по значение, но не са равни, тогава във веригата се получава *биене*.

Напрежението върху компенсиращия капацитивен елемент нараства до определена фиксирана максимална стойност, зависеща от параметрите на веригата. След това напрежението пада до нула и после отново нараства до максимална стойност, пак намалява като това се повтаря циклично.

Изменението на напрежението върху кондензатора при преходен процес с "биене" е показано на фиг.4 и фиг.5.

Показаните резултати на фиг.4 се отнасят за случая на верига с много малки загуби на мощност в линията (с малко съпротивление при голямо сечение на проводниците), докато на фиг.5 напрежението на компенсиращия кондензатор е получено при линия със загуби.



**Фиг.4.** Напрежение на компенсиращия кондензатор за случая на "биене" във верига с много малки загуби



Фиг.5. Напрежение на компенсиращия кондензатор за случая на "биене" във верига със загуби

Полученото свръхнапрежение в този случай е краткотрайно, но периодично повтарящото се. То също може да доведе до посочените вече резултати и да влоши работата на веригата.

Освен въздействие на електрическите устройства на системата, получените свръхнапрежения може да създадат и твърде високи нива на електрическото поле, създадено около проводниците на линията за ниско напрежение. Тези стойности на интензитета на електрическото поле са опасни за човешкото здраве, тъй като надвишават нивата, предписани от нормативите за електромагнитна съвместимост [9] като това поле може да въздейства продължително време.

## 4. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Разгледани са електромагнитните смущения, получени при някои особени случай на преходен процес във въздушни линии за ниско напрежение.

Анализират се случаите на пулсации и незатихващи колебания при псевдопериодичен преходен процес във веригата.

Показано е, че в тези случаи може да се получат свръхнапрежения или незатихващи колебания.

Получените в тези случаи свръхнапрежения може да доведат до пробив в изолацията на електрическите съоръжения на системата и по-специално на кондензаторите, които се използват за компенсиране на реактивната енергия на товара. Това може да намали значително ресурса на мрежата.

## ЛИТЕРАТУРА

- [1] Нейман Л.Р., Демирчян К.С., *Теоретические основы электротехники*, том первый, Энергоиздат, 1981.
- [2] Харлов Н.Н. Электромагнитная совместимость в электроэнергетике. Издательство ТПУ, Томск 2007.
- [3] Chervenkova T., I. Hristova, *Sources of electromagnetic disturbances and cases of their penetration in electrical objects*, *Proceedings of Technical University of Sliven*, vol. 5, 2013, pp. 53-62.
- [4] Генков Н.Т. и др., *Ръководство за проектиране на електрически мрежи и системи*, Техника "София, 1993.
- [5] E. Hiraki, M. Nakaoka, S. Sugimoto, S. Ogawa, *Practical evaluations for three-phase soft-switching inverter with high-frequency pulse-current trans-former*, IEEE power Electronics Specialist conference 2004, 20-25 June 2004, volume 5, pp. 3957- 3963.
- [6] G. Li, W. Qian, A. Radchenko, G. Hess, R. Hoeckele, P. Jalbert, T. Van Doren, D. Pommerenke, and D. Beetner, *Estimating the radiated emissions from cables attached to a switching power supply in a MIL-STD 461 Test* in Proc. IEEE Int. Symp. Electromagn. Compat., Denver, CO, USA, 2013, pp. 626– 631.
- [7] Kumar, U., Lavanya, B., Dixit, P., Vijayapriya, P., Vijayakumar, D., Meikandasivam, S., *A novel multi gradient inverter based on variable slope voltagesummation with low harmonic distortion*, International Conference on Advances in Electrical Engineering (ICAEE), 2014, pp. 1-6.

[8] Cadence, PSpice User's Guide, Version 16.3, December 2010.

[9] EN 62110:2009/AC: 2015 Electric and magnetic field levels generated by AC power systems - Measurement procedures with regard to public exposure.

Автори: Тодорка Червенкова, доц. д-р, катедра "Електротехника, електроника и автоматика", Инженерно-педагогически факултет, Технически Университет - София, Сливен 8800, бул. "Бургаско шосе" 59, e-mail: *tchervenkova@tu-sofia.bg*; Атанас Червенков, доц. д-р, катедра "Теоретична електротехника", Технически Университет - София, София 1000, бул. "Климент Охридски" 8, тел.: 029653319, e-mail: *acher@tu-sofia.bg* 

Постъпила на 03.02.2016

Резензент доц. д-р П. В. Георгиев



# АВТОМАТИЧНО ПРЕИЗЧИСЛЯВАНЕ НА КОЕФИЦИЕНТИТЕ В РАЗЛИЧНИТЕ ФОРМИ НА МАТЕМАТИЧЕСКО ОПИСАНИЕ НА ЛИНЕЙНИ ПАСИВНИ ЧЕТИРИПОЛЮСНИЦИ

## Симона Петракиева

Резюме: Отделни модули от електрическите вериги и електронните схеми могат да се моделират чрез четириполюсници, които да се анализират самостоятелно. Поведението на устройството се изследва допълнително на базата на получените резултати относно изменението на характерни токове и напрежения в отделните четириполюсници. Математическите модели, описващи поведението на входните и изходните токове и напрежения в четирипоюлсника, са линейни и различни в зависимост от използваната система уравнения -Y-, Z-, А- или В-. Коефициентите във всяка от тези системи могат да се определят теоретично на базата на П- или Т-образна заместваща схема на четириполюсника. Тъй като те са комплексни числа, преминаването от една система уравнения към друга е свързана с голям брой изчисления. По тази причина в настоящата статия е предложена процедура за автоматично преизчисляване на тези коефициенти чрез Excel, която е тествана върху Т- и П-образен тип четириполюсници при верижно, паралелно и последователно свързване. Ключови думи: линейни пасивни четириполюсници, А-, В-, Z-, Ү- системи уравнения, П- и Т-образни заместващи схеми на четириполюсници

## AUTOMATIC CALCULATION THE COEFFICIENTS IN DIFFERENT MATHEMATICAL MODELS OF LINEAR PASSIVE 2-PORTS NETWORKS

## Simona Petrakieva

**Abstract:** Some modules in electric circuits and electronic schemes can be modeled by 2-ports networks, which analyzes separately. The behavior of the basic device analyses additionally by using the results for typical currents and voltages in separately 2-ports networks. Mathematical models describing the varieties of input and output currents and voltages are linear and have different structure according to the system of equations - Y-, Z-, A- or B-. The coefficients in these systems can be obtained using the 2-ports network of Π- and T-type. Because of the fact that they are complex numbers the transformation between models takes a lot of calculations. Thus, in this paper is proposed a procedure for theirs automatic calculations. It is applied for two 2-ports networks, which are connected in cascade, in serial and in parallel interconnection. It is worked with T- and Π-types 2-ports networks, used in labs' experiments. Calculations are made with Excel. **Keywords:** linear passive 2-ports networks, A-, B-, Z-, Y- models, Π- and T-types 2-ports networks

#### 1. ВЪВЕДЕНИЕ

Цялостното поведение на дадено реално електрическо устройство може да бъде анализирано чрез "разделянето" им на отделни модули, които да се анализират самостоятелно, след което получените резултати да се обединят и да се направят изводи относно протичащите в него процеси. Един такъв типов модул е четириполюсника. **Четириполюсникът** е електрическа верига, която се анализира по отношение на две двойки изводи 1 - 1' (първична страна, входни изводи) и 2 - 2' (вторична страна, изходни изводи), между които липсва външна електрическа връзка (фиг.1). Ако елементите, които изграждат структурата на четириполюсника, са само пасивни, то последния се нарича пасивен. В случай, че той съдържа операционни усилватели, той се нарича активен.

Забележка: В настоящия материал ще бъдат разглеждани само пасивни четириполюсници и предложената процедура за преизчисляване на коефициентите е валидна само за тях.



Настоящата статия е организирана по следния начин. В раздел 2 са представени накратко различните системи уравнения, описващи връзките межу входните и изходните токове и напрежения в пасивен четириполюсник. Преходите между различните математически модели са представени в раздел 3. В раздел 4 е представена обща процедура за преизчисля-

ване на коефициентите от между *A*-, *Y*-, *Z*- системи. Приложимостта на процедурата е илюстрирана в раздел 5 върху *T*- и *П*-образни четириполюсници, свързани верижно, последователно и паралелно. Статията завършва със заключение относно предимствата, които предлага автоматичното преизчисляване на коефициетните в различните системи чрез Excel в сравнение с "ръчното" пресмятане чрез използване на калкулатор. Там са анализирани и недостатъците на Excel при реализация на необходимите операции.

### 2. ДЕФИНИРАНЕ НА ПРОБЛЕМА

Еквивалентната комплексна форма на представяне на пасивния четириполюсник от Фиг. 1 е показана на фиг. 2.



2.1. У-система уравнения

От теорията е известно, че връзките между входните и изходните токове и напрежения на четириполюсника могат да се опишат чрез система от две линейни уравнения. В зависимост от това кои две от тези величини са независими и кои две – зависими – системите могат да бъдат Y-, Z-, A-, B-, G- или H-[1].

$$\begin{vmatrix} \dot{I}_1 = Y_{11}.\dot{U}_1 - Y_{12}.\dot{U}_2 \\ \dot{I}_2 = Y_{21}.\dot{U}_1 - Y_{22}.\dot{U}_2 \end{vmatrix}$$
(1) 
$$\underline{Y} = \begin{vmatrix} Y_{11} & Y_{12} \\ Y_{21} & Y_{22} \end{vmatrix}$$

 $\dot{U}_1 = Z_{11}.\dot{I}_1 + Z_{12}.\dot{I}_2$  $-\dot{U}_2 = Z_{21}.\dot{I}_1 + Z_{22}.\dot{I}_2$  $\underline{Z} = \begin{vmatrix} Z_{11} & Z_{12} \\ Z_{21} & Z_{22} \end{vmatrix}$ (2)2.2. *Z*-система уравнения  $\begin{vmatrix} \dot{U}_1 = A.\dot{U}_2 + B.\dot{I}_2 \\ \dot{I}_1 = C.\dot{U}_2 + D.\dot{I}_2 \end{vmatrix}$  $\underline{A} = \begin{vmatrix} A & B \\ C & D \end{vmatrix}$ (3)2.3. А-система уравнения  $\dot{U}_2 = B_{11}.\dot{U}_1 + B_{12}.\dot{I}_1$  $\underline{B} = \begin{vmatrix} B_{11} & B_{12} \\ B_{21} & B_{22} \end{vmatrix}$ (4)2.4. В-система уравнения  $\dot{I}_2 = B_{21}.\dot{U}_1 + B_{22}.\dot{I}_1$  $\dot{I}_1 = G_{11}.\dot{U}_1 + G_{12}.\dot{I}_2$  $\underline{G} = \begin{bmatrix} G_{11}, S & G_{12}, - \\ G_{21}, - & G_{22}, \Omega \end{bmatrix}$ (5) 2.5. *G*-система уравнения  $-\dot{U}_2 = G_{21}.\dot{U}_1 + G_{22}.\dot{I}_2$  $\begin{vmatrix} \dot{U}_1 = H_{11} \cdot \dot{I}_1 - H_{12} \cdot \dot{U}_2 \\ \dot{I}_2 = H_{21} \cdot \dot{I}_1 - H_{22} \cdot \dot{U}_2 \end{vmatrix} (6) \qquad \underline{H} = \begin{vmatrix} H_{11}, \ \Omega & H_{12}, \ - \\ H_{21}, \ - & H_{22}, \ S \end{vmatrix}$ 2.6. Н-система уравнения

Забележка: Най-широко разпространени са първите три от тях, поради което само те ще представляват обект на разглеждания в настоящата статия.

Коефициентите  $Y_{ij}$ , i, j = 1,2 в система (1) се наричат параметри на късо съединение, тъй като се получават при съответно късо съединение на първичната или на вторичната страна на четириполюсника. Коефициентите  $Z_{ij}$ , i, j = 1,2 в система (2) се наричат параметри на празен ход, тъй като се получават при съответно прекъсване на първичната или на вторичната страна на четириполюсника. Коефициентите в система (3) формират т.нар. <u>А</u>-матрица на четириполюсника и се получават както следва:

$$A = \left(\frac{\dot{U}_{1}}{\dot{U}_{2}}\right)_{\substack{i_{2}=0\\npektoceane \ mexcell 2 \ u \ 2'}}, \quad B = \left(\frac{\dot{U}_{1}}{\dot{I}_{2}}\right)_{\substack{\dot{U}_{2}=0\\\kappa.c.\ mexcell 2 \ u \ 2'}}, \quad \Omega$$

$$C = \left(\frac{\dot{I}_{1}}{\dot{U}_{2}}\right)_{\substack{i_{2}=0\\npektoceane \ mexcell 2 \ u \ 2'}}, \quad S \quad D = \left(\frac{\dot{I}_{1}}{\dot{I}_{2}}\right)_{\substack{\dot{U}_{2}=0\\\kappa.c.\ mexcell 2 \ u \ 2'}}, \quad -$$

$$(7)$$

Даден пасивен четириполюсник може да бъде преставен посредством П- или Тобразна заместваща схема (фиг.3.а и фиг.3.б).



Фиг.3.а. *П*-образна заместваща схема на пасивен четириполюсник



Фиг.3.6. *Т*-образна заместваща схема на пасивен четириполюсник

При теоретичното изследване на четириполюсниците без да се намалява общността на анализа най-удобно е като базов математически модел да се вземе Aсистемата уравнения (3). Тогава аналитичното определяне на нейните коефициенти чрез параметрите на  $\Pi$ - или T-образна заместващи схеми се извършва посредством зависимостите:

$$A = 1 + \frac{Z_{0\Pi}}{Z_{2\Pi}}, - B = Z_{0\Pi}, \Omega \qquad A = 1 + \frac{Z_{1T}}{Z_{0T}}, - B = Z_{1T} + Z_{2T} + \frac{Z_{1T} \cdot Z_{2T}}{Z_{0T}}, \Omega \qquad (86)$$

$$C = \frac{1}{Z_{1\Pi}} + \frac{1}{Z_{2\Pi}} + \frac{Z_{0\Pi}}{Z_{1\Pi} \cdot Z_{2\Pi}}, S \qquad D = 1 + \frac{Z_{0\Pi}}{Z_{1\Pi}}, - C \qquad C = \frac{1}{Z_{0T}}, S \qquad D = 1 + \frac{Z_{2T}}{Z_{0T}}, -C \qquad (87)$$

в които предварително са известни стойностите на комплексните съпротивления от *П*- или *T*-образните заместващи схеми.

## 3. ТРАНСФОРМАЦИИ МЕЖДУ МАТЕМАТИЧЕСКИ МОДЕЛИ НА ЧЕТИРИПОЛЮСНИЦИ

Формулите за преизчисляване на коефициентите от *А*-системата уравнения съответно към *Y*- и *Z*-системите уравнения са показани в табл.1.

			Таблица І
A-система $\dot{U}_1 = A.\dot{U}_2 + B.\dot{I}_2$ $\dot{I}_1 = C.\dot{U}_2 + D.\dot{I}_2$	$\Rightarrow$	Y-система $\dot{I}_1 = Y_{11}.\dot{U}_1 - Y_{12}.\dot{U}_2$ $\dot{I}_2 = Y_{21}.\dot{U}_1 - Y_{22}.\dot{U}_2$	$Y_{11} = \frac{D}{B}$ $Y_{12} = C - \frac{A.D}{B}$ (9a) $Y_{21} = \frac{1}{B}$ $Y_{22} = -\frac{A}{B}$
A-система $\dot{U}_1 = A.\dot{U}_2 + B.\dot{I}_2$ $\dot{I}_1 = C.\dot{U}_2 + D.\dot{I}_2$	$\Rightarrow$	Z-система $\dot{U}_1 = Z_{11}.\dot{I}_1 + Z_{12}.\dot{I}_2$ $-\dot{U}_2 = Z_{21}.\dot{I}_1 + Z_{22}.\dot{I}_2$	$Z_{11} = \frac{A}{C} \qquad Z_{12} = B - \frac{A.D}{C}$ $Z_{21} = -\frac{1}{C} \qquad Z_{22} = \frac{D}{C}$ (96)

Ако се разгледат n на брой четириполюсника с математически модел една от системите уравнения, то при различни техни свързвания е удачно да се работи с една от системите уравнения - A-, Y- или Z-.

При верижно свързване на четириполюсници най-удачно е да се използват *А*системите уравнения на всеки от съставните четириполюсници, като матрицата <u>*A*</u> на резултатния четириполюсник се определя от израза:

$$\underline{A} = \prod_{i=1}^{n} \underline{A}_{i} . \tag{10}$$

При **паралелно свързване на четириполюсници** най-удачно е да се използват *Y*-системите уравнения на всеки от съставните четириполюсници, като матрицата <u>*Y*</u> на резултатния четириполюсник се определя от израза:

$$\underline{Y} = \sum_{i=1}^{n} \underline{Y}_{i} \,. \tag{11}$$

При последователно свързване на четириполюсници най-удачно е да се използват Z-системите уравнения на всеки от съставните четириполюсници, като матрицата <u>Z</u> на резултатния четириполюсник се определя от израза:

$$\underline{Z} = \sum_{i=1}^{n} \underline{Z}_{i} \,. \tag{12}$$

# 4. ОБЩА ПРОЦЕДУРА ЗА ПРЕИЗЧИСЛЯВАНЕ НА КОЕФИЦИЕНТИТЕ ОТ МЕЖДУ *А*-, *Z*-, *Y*-СИСТЕМИТЕ УРАВНЕНИЯ ОТ МАТЕМАТИЧЕСКИЯ МОДЕЛ НА ЧЕТИРИПОЛЮСНИКА

Последователността от изчисления, които трябва да се извършат, за да се реализират описаните в раздел 3 трансформации може да се опишат чрез следната процедура:





Стъпка 1: По данни за стойностите на елементите в П- или Т-образна заместващи схеми на линейни пасивни четириполюсници (фиг.3.а и фиг.3.б) за всеки от изследваните четириполюсници се изчисляват коефициентите в съответстващата му А-система уравнения, съгласно формули (8.а) и (8.б).

Стъпка 2.1: Използвайки получените стойности на коефициентите в Асистемите уравнения на изследваните четириполюсници, се преизчисляват съответните коефициенти в резултатните Y-системи уравнения, съгласно формули (9.а). Стъпка 2.2: Използвайки получените стойности на коефициентите в Асистемите уравнения на изследваните четириполюсници, се преизчисляват съответните коефициенти в резултатните Z-системи уравнения, съгласно формули (9.6).

Стъпка 3.1: При верижно свързване на четириполюсници Изчисляване на коефициентите в А-матрицата на резултатния четириполюсник на базата на А-матриците на съставящите го четириполюсници, съгласно формула (10).

*Стъпка 3.2: При паралелно свързване на четириполюсници* Изчисляване на коефициентите в *У*-матрицата на резултатния четириполюсник на базата на *У*-матриците на съставящите го четириполюсници, съгласно формула (11).

Стъпка 3.3: При последователно свързване на четириполюсници Изчисляване на коефициентите в Z-матрицата на резултатния четириполюсник на базата на Z-матриците на съставящите го четириполюсници, съгласно формула (12).

## 5. ИЛЮСТРАТИВНИ ПРИМЕРИ ЗА ПРИЛОЖЕНИЕ НА ПРЕДЛОЖЕНАТА ПРОЦЕДУРА

Действието на предложената в предходната точка процедура е илюстрирано в случай на два линейни пасивни четириполюсника -  $\Pi_1$  ( $\Pi$ -образнен тип - фиг.5.а) и  $\Pi_2$  (T-образен тип - фиг.5.б) при верижно, паралелно и последователно свързване. Те са вградени в работещи опитни постановки на упражнение "Изследване на свързани четириполюсници" [2], провеждано понастоящем в лаборатории към катедра "Теоретична електротехника", факултет "Автоматика" при Технически университет-София.



Изчисленията са направени с електронната таблица Excel [3] и резултатите от тях са показани в табл.2 съответно за двата пасивни четириполюсника и за техните съединения - верижно, паралелно и последователно.

Таблица 2	RL D3R9 HP		2 17 1 21 20 2 1202 1202 2211 121 1440; 202 1203 1203 1203 2211 121 1440;	3 55052631578947-0 719112751458264i		CBЪD3BAHE	$= Y_1 + Y_2$	-0,00129266981052876-0,00123198317256366j	-0,00258329918171931-0,00316401682743635j		но свързване	$\zeta = Z_1 + Z_2$	-187,258669320711+360,25937725056j	420,74133067929-754,390304278103j		атрица $A_2$	-333,631555459707-636,942675159236j	1-1,04760308414348j	атрица $Y_2$	5i 0.000645314685595266-0.00123198317256366i	55j -0,000645314685595277-0,00190801682743635j		атрица Z 2	-304	304-318,471337579618j
	Верижно с		2 27621578017268 0 2005070162162	0.0051070405557895+0.00549665263157895i		Паралелно	Mampuua Y	,00258329918171931+0,00316401682743635	0,00129266981052875+0,00123198317256365j		Последовател	Z annuw Mampuda Z	420,74133067929-754,390304278103j	-187,258669320711+360,25937725056j		SM	1-1,04760308414348j	0,00329	W	0.000645314685595277+0.0019080168274363	j -0,000645314685595276+0,0012319831725636		MS	56j 304-318,471337579618j	35j
		$R_{0}, \Omega$	516			$Z_{0II}, \Omega$	516	Ő	0	$R_{0}, \Omega$	304			$Z_{0T}, \Omega$	304		516	648096j		98449612403	9612403-0,001256j			9+360,2593772505	-435,91896669848
1	гириполюсник	$C_2, \mathrm{F}$	0,000004	$X_{C2}, \ \Omega$	5,178343949045j	$Z_{2II}, \Omega$	5,178343949045j	<b>7</b> 2	ириполюсник	$C_2,\mathrm{F}$	0,000010	$X_{C2}$ , $\Omega$	8,471337579618j	$Z_{2T}, \Omega$	(8,471337579618j	матрица <i>А</i> <sub>1</sub>		2j 1+0,	матрица $Y_{-1}$	i -0.001937	-0,0019379844	t	матрица Z <sub>1</sub>	85j 116,74133067928	056j 116,74133067929
	<b>П-образен че</b> т	$C_1, F$	0,00004	$X_{C1}, \ \Omega$	796,178343949045j 796	${ m Z}_{1II}, \Omega$	-796,178343949045j -79	II	Т-образен чел	$C_1, F$	0,000010	$X_{C1}, \Omega$	318,471337579618j 31	$Z_{1T}, \Omega$	-318,471337579618j -31		1+0,648096j	-0,000814008575999999+0,00251	E	0.00193798449612403+0.001250	0,00193798449612403			116,74133067929-435,9189666984	116,741330679289+360,259377250

## 6. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Предложената в настоящата статия процедура за преизчисляване на коефициентите в различните математически модели на линейни пасивни четириполюсници е с образователна цел. Тя може да се използва директно от студентите, правещи това упражнение, при аналитично изчисляване на подготвяния от тях протокол. Същата идея може да се приложи и за обработка на данните от направените в упражнението измервания. Основното предимство, което тя предоставя, е свързано с автоматично преизчисляване на коефициентите в А-, Y- или Zсистемите уравнения само при промяна на параметрите на използваните линейни пасивни четириполюсници, както и автоматично пресмятане на коефициентите в резултатните четириполюсници при трите базови свързвания – верижно, паралелно и последователно. Друго важно предимство на предложеното автоматично преизчисляване чрез електронната таблица Excel се състои във вида на представяне на обработваните данни посредством таблици. Този вид визуализация е трудно реализуема при програми като Matlab и Mathcad, но за сметка на това при тях фуниите, реализиращи операции с матрици и с комплексни числа, са вградени в продукта и се извикват директно само чрез една команда. На тази база може да се направи заключението, че основните недостатъци на предложеното решение са два. Първо, в Excel-а не са вградени функции за обработка на матрици, при което това се осъществява чрез функции за обработка на едномерни масиви. Поради това във всяка клетка от резултатната матрица трябва самостоятелно да се въвежда съответната формула за изчисление. Второ, всяка от извършваните операции с комплексни числа се извършва чрез извикване на отделна вградена в Excel функция, което усложнява въвеждането на формула в съответната клетка от таблицата.

## ЛИТЕРАТУРА

К. Брандиски, Ж. Георгиев, В. Младенов, Р. Станчева, *Теоретична електротехника – част 1*, изд. КИНГ 2004, ISBN 954-9518-28-0, 384 стр.
 К. Брандиски и колектив, Ръководство за лабораторни упражнения по Теоретична електротехника, изд. КИНГ 2010, ISBN 954-9518-24-8, 144 стр.
 Місrosoft Excel - Help

**Автор:** Симона Петракиева, доц. д-р, катедра Теоретична електротехника, Факултет Автоматика, Технически Университет-София; E-mail address: *petrakievaste@tu-sofia.bg* 

Постъпила на 19.04.2016 г.

Рецензент проф. д-р Ж. Георгиев