ISSN 1311-0829

ГОДИШНИК НА ТЕХНИЧЕСКИ УНИВЕРСИТЕТ-СОФИЯ
Том 66, книга 3, 2016

PROCEEDINGS OF TECHNICAL UNIVERSITY OF SOFIA
Volume 66, Issue 3, 2016

РЕДАКЦИОННА КОЛЕГИЯ

главен редактор

проф. дтн Емил НИКОЛОВ

зам. главен редактор

проф. дтн Елена ШОЙКОВА

членове

проф. дтн Георги ПОПОВ
проф. дтн Иван КОРОБКО
проф. дфн Иван УЗУНОВ
проф. дтн Иван ЯЧЕВ
проф. дтн Кети ПЕЕВА
проф. дтн Ганчо БОЖИЛОВ
проф. дтн Евелина ПЕНЧЕВА
проф. дтн Младен ВЕЛЕВ
проф. д-р Бончо БОНЕВ
проф. д-р Иво МАЛАКОВ
проф. д-р Огнян НАКОВ

секретар-организатор

инж. Мая СТОЙЧЕВА

EDITORIAL BOARD

Editor -in -Chief

Prof. D.Sc. Emil NIKOLOV

Editor -in -Vice -Chief

Prof. D.Sc. Elena SHOYKOVA

Editors

Prof. D.Sc. Georgi POPOV
Prof. D.Sc. Ivan KOROBKO
Prof. D.Sc. Ivan UZUNOV
Prof. D.Sc. Ivan YACHEV
Prof. D.Sc. Keti PEEVA
Prof. D.Sc. Gantcho BOJILOV
Prof. D.Sc. Evelina PENCHEVA
Prof. D.Sc. Mladen VELEV
Prof. Ph.D. Boncho BONEV
Prof. Ph.D. Ivo MALAKOV
Prof. Ph.D. Ognyan NAKOV

Organizing Secretary

Eng. Maya STOYCHEVA

Технически университет-София
София 1000, бул."Кл. Охридски" 8
България http://tu-sofia.bg

Technical University of Sofia
Sofia, 1000, boul. Kliment Ohridski 8
Bulgaria http://tu-sofia.bg

© Технически Университет-София
© Technical University of Sofia
All rights reserved

ISSN 1311-0829

СЪДЪРЖАНИЕ том 66, книга 3 (2016)

1. **Димитринка Владева, Иван Трендафилов** **9**
   Проекция върху триъгълник на 4-симплекса е диференциране- I част

2. **Димитринка Владева, Иван Трендафилов** **19**
   Проекция върху триъгълник на 4-симплекса е диференциране- II част

3. **Огнян Каменов**. **29**
   Билинейно-трансформационният метод за интегруеми частни диференциални уравнения

4. **Огнян Каменов**. **37**
   Билинейно-трансформационният метод в частично интегруемите нелинейни частни диференциални уравнения

5. **Стоян Димитров**. **45**
   Аритметични прогресии от три прости числа с едно просто от вида p = x2 + y2 + 1

6. **Стоян Димитров** **55**
   Аритметични прогресии от три прости числа с две прости от вида p = x2 + y2 + 1

7. **Емил Николов**. **65**
   Траектория на турбинното свиване в системи за управление от непълен ред - част I (обобщени дефиниции)

8. **Емил Николов**. **75**
   Траектория на турбинното свиване в системи за управление от непълен ред - част II (функционална параметризация на траекторията)

9. **Ганчо Божилов**. **85**
   Към нелинейната теория на синхронните машини

10. **Емил Д. Манолов**. **91**
    Изследване на експериментални подходи за оразмеряване на субмикронни CMOS транзистори с помощта на gm/ID методологията

11. **Илия Илиев, Станьо Колев, Стойчо Манев**. **101**
    Изследване на OFDM комуникационни системи с 8 и 16 - кратна модулация и PRS кодиране

12. **Илия Илиев, Станьо Колев, Стойчо Манев** **111**
    Изследване на OFDM комуникационни системи с 32-кратна модулация и PRS кодиране

13. **Пламен Ризов**. **117**
    Определяне на времевите функции на фазните потокосцепления и електродвижещи напрежения в синхронни турбогенератори

14. **Петьо Димитров, Валентин С. Моллов, Огнян Наков** **125**
    Експериментално изследване на производителността на виртуална машина и докер контейнер

15. **Деница Згурева** 135
Динамични изследвания на адсорбция/десорбция на въглероден диоксид върху зеолити от летяща пепел

16. **Александър Петков** 145
Прогнозиране на човековремето за разработка на софтуер от софтуерния дизайн

17. **Александър Петков** 155
Метрика за количествена оценка на пълнотата на софтуерната конфигурация

18. **Красимир Стайков** 165
Определяне на граничната работна еквивалентна чувствителност при изпитване на тръби с нормални вълни, възбудени с EMAT

19. **Красимир Стайков** 175
Изпитване на участъци от тръби с ограничен достъп чрез нормални ултразвукови вълни, възбудени с EMAT

20. **Тотьо Тотев, Борислав Игнатов, Васил Раденков, Борислав Ангелов** 185
Създаване на изчислителен модел на прахоконцентратор на прахоприготвящите системи на котли тип Пк 38-4 в ТЕЦ "МАРИЦА ИЗТОК 2"

21. **Тотьо Тотев, Васил Раденков, Борислав Ангелов** 195
CFD моделни изследвания на прахоконцентратор на прахоприготвящи системи на котли тип ПК 38-4 в ТЕЦ "МАРИЦА ИЗТОК 2"

22. **Цветелина Петрова** 205
Моделиране на отравянето на ядрен реактор с ксенон-135

23. **Борис С. Грасиани** 213
Моделиране, изследване и управление на физическа лабораторна пневматична FESTO-инсталация

24. **Ива Петринска** 223
Оценка на отражателните характеристики на материали за фасадни покрития

25. **Валентин Миленов** 231
Моделиране на елементи на вятърен генератор с малка мощност

26. **Цветелина Петрова, Александър Филипов, Илияна Найденова, Георги Цочев, Ивайло Ганев** 241
Внедряване на национална платформа за електронно обучение CLP4NET

27. **Стоянка Динева, Красимира Проданова, Пламен Гецов, Борислав Владимиров** 249
Модел за зависимостта на холедохолитиазата от периампуларния дуоденален дивуртикул

CONTENTS volume 66, Issue 3 (2016)

1. Dimitrinka Vladeva, Ivan Trendafilov 9
   A Projection onto Triangle of the 4-Simplex Is a Derivation - I part
2. Dimitrinka Vladeva, Ivan Trendafilov 19
   A Projection onto Triangle of the 4-Simplex Is a Derivation - II part
3. Ognyan Kamenov 29
   Bilinear-Transformation Method for Integrable Partial Differential Equations
4. Ognyan Kamenov 37
   Bilinear-Transformation Method for Partially Integrable Nonlinear Partial Differential Equations
5. Stoyan Dimitrov 45
   Arithmetic Progressions of Three Prime Numbers With One of the Form p = x2 + y2 + 1
6. Stoyan Dimitrov 55
   Arithmetic Progressions of Three Prime Numbers with Two of the Form p = x2 + y2 + 1
7. Emil Nikolov 65
   Trajectory of Colimaçon in the Fractional Control Systems - part I (generalized defintions)
8. Emil Nikolov 75
   Trajectory of Colimaçon in the Fractional Control Systems - part II (functional parameterization path)
9. Gantcho Bojilov 85
   To the Nonlinear Theory of Synchronous Machines
10. Emil D. Manolov 91
    Exploration of Experimental Approaches for gm/ID Based sizing of Sub-Micron CMOS Transistors
11. Ilia Iliev, Stanio Kolev, Stoicho Manev 101
    Analysis of OFDM Communication Systems with 8 and 16 Ary Modulation Using PRS Coding
12. Ilia Iliev, Stanio Kolev, Stoicho Manev 111
    Analysis of OFDM Communication Systems with 32-Ary Modulation Using PRS Coding
13. Plamen Rizov 117
    Determining the Phase Flux Linkage's Time Function and the Phase Electromotive Forces's in Turbo Generators
14. Petyo Dimitrov, Valentin S. Mollov, Ognyan Nakov 125
    Experimental Study of the Performance of a Virtual Machine and Docker Container
15. Denitza Zgureva 135
    Dynamic Study of Carbon Dioxide Adsorption/Desorption onto Fly Ash Zeolites

16. Alexander Petkov 145
Software Development Effort Estimation from the Software Design

17. Alexander Petkov 155
A Software Metric for Quantitative Evaluation of the Thoroughness of the Software Configuration

18. Krasimir Staykov 165
Determination of Maximum Sensitivity of Guided Waves Testing of Pipes Using EMAT

19. Krasimir Staykov 175
Ultrasonic Guided Waves Inspection of Limited Access Areas of Pipes Using EMAT

20. Totyo Totev, Borislav Ignatov, Vasil Radenkov, Borislav Angelov 185
Model of the Coal-Dust Concentrator of Coal Preparation Systems of Boilers Type PK 38-4 at "TPP MARITZA EAST 2"

21. Totyo Totev, Vasil Radenkov, Borislav Angelov 195
Model of the Coal-Dust concentrator of Coal Preparation Systems of Boilers Type PK 38-4 AT "TPP MARITZA EAST 2"

22. Tsvetelina Petrova 205
Modeling the Nuclear Reactor Poisoning by Xenon-135

23. Boris S. Grasiani 213
Modeling, Research and Control of Physical Laboratory Pneumatic FESTO-Installation

24. Iva Petrinska 223
Estimation of the Reflectance Properties of Real Materials Used for Buildings' Facades

25. Valentin Milenov 231
Modeling of Elements of Small Power Wind Generator

26. Tsvetelina Petrova, Aleksandar Filipov, Iliyana Naydenova, Georgi Tsochev, Ivaylo Ganev 241
Integrating of a National E-Learning Platform CLP4NET

27. Stoyanka Dineva, Krassimira Prodanova, Plamen Getsov, Borislav Vladimirov 249
Model for the Dependency of Choledocholithiasis by Periampullary Duodenal Divurtikul

Author's Index - Volume 66, Issue 3

	author	article		author	article
1.	Aleksandar Filipov	241	18.	Krasimir Staykov	165, 175
2.	Alexander Petkov	145, 155	19.	Krassimira Prodanova	249
3.	Boris S. Grasiani	213	20.	Ognyan Kamenov	29, 37
4.	Borislav Angelov	185, 195	21.	Ognyan Nakov	125
5.	Borislav Ignatov	185	22.	Petyo Dimitrov	125
6.	Borislav Vladimirov	249	23.	Plamen Getsov	249
7.	Denitza Zgureva	135	24.	Plamen Rizov	117
8.	Dimitrinka Vladeva	9, 19	25.	Stanio Kolev	101, 111
9.	Emil D. Manolov	91	26.	Stoicho Manev	101, 111
10.	Emil Nikolov	65, 75	27.	Stoyan Dimitrov	45, 55
11.	Gantcho Bojilov	85	28.	Stoyanka Dineva	249
12.	Georgi Tsochev	241	29.	Totyo Totev	185, 195
13.	Ilia Iliev	101, 111	30.	Tsvetelina Petrova	205, 241
14.	Iliyana Naydenova	241	31.	Valentin Milenov	231
15.	Iva Petrinska	223	32.	Valentin S. Mollov	125
16.	Ivan Trendafilov	9, 19	33.	Vasil Radenkov	185, 195
17.	Ivaylo Ganev	241			

PROCEEDINGS OF TECHNICAL UNIVERSITY OF SOFIA

Volume 66 Issue 3 (2016)

pages	articles	authors
256	27	33

Годишник на Технически Университет - София, том 66, книга 3, 2016
Proceedings of the Technical University of Sofia, Volume 66, Issue 3, 2016

ПРОЕКЦИЯ ВЪРХУ ТРИЪГЪЛНИК НА 4–СИМПЛЕКСА Е ДИФЕРЕНЦИРАНЕ – I ЧАСТ

Димитринка Владева, Иван Трендафилов

Резюме: *Целта на тази статия е да се докаже, че дадена проекция на 4–симплекс върху един негов подсимплекс, който е триъгълник, е диференциране.*

Ключови думи: *полупръстен от ендоморфизми на крайна верига, диференциална алгебра, симплициален комплекс, диференциране в полупръстен.*

A PROJECTION ONTO TRIANGLE OF THE 4–SIMPLEX IS A DERIVATION – I PART

Dimitrinka Vladeva, Ivan Trendafilov

Abstract: *The aim of this paper is to prove that a projection of 4–simplex on one subsimplex, which is a triangle, is a derivation.*

Keywords: *endomorphism semiring of a finite chain, differential algebra, simplicial complex, derivation of the semiring.*

1 Introduction and preliminaries

Differential algebra is an area of algebra in the study of algebraic structures equipped with finitely many derivations, that are linear functions satisfied Leibniz product rule. In 1950, Ritt [7] and in 1973, Kolchin [4] wrote the classical books on differential algebra.

During the last few decades there has been a great deal of works concerning derivations in rings, in Lie rings, in skew polynomial rings and other structures. About derivations in semirings we know

- the definition in Golan's book [1],
- properties of derivations in strings and simplicial complexes of strings – [9],

and following authors results:

- in [13] and [14], where we prove that the projection on any of strings of a triangle is a derivation,

© 2016 Publishing House of Technical University of Sofia
All rights reserved

ISSN 1311-0829

• in [15], where we prove that the projections on the basic strings of a tetrahedron are derivations, but the similar projections on the other strings are not derivations,

• in [16] and [17], where we prove that the projection on any of triangles of a tetrahedron is a derivation,

• in [18], where we prove that the projections on the triangles $\triangle^{(n)}\{a_0, a_1, a_m\}$, where $2 \leq m \leq k-1$, of an arbitrary simplex $\sigma^{(n)}\{a_0, a_1, \ldots, a_{k-1}\}$ are derivations,

• in [19], where we prove that the projections on the basic strings of a an arbitrary simplex are derivations.

Here we costruct a projection of 4-simplex $\sigma^{(n)}\{a_0, a_1, a_2, a_3, a_4\}$ on the triangle $\triangle^{(n)}\{a_0, a_2, a_4\}$ which is a derivation.

The endomorphism semirings of a finite semilattice are well-established, see [3], [6], [10] – [12] and [20]. Concerning background of simplicial complexes, algebraic topology and combinatorics a reader is refered to [2], [5] and [8].

An algebra $R = (R, +, .)$ with two binary operations $+$ and $\cdot$ on R, is called a *semiring* if: **1.** $(R, +)$ is a commutative semigroup, **2.** $(R, \cdot)$ is a semigroup, **3.** distributive laws hold $x \cdot (y + z) = x \cdot y + x \cdot z$ and $(x + y) \cdot z = x \cdot z + y \cdot z$ for any $x, y, z \in R$.

For a join-semilattice $(\mathcal{M}, \vee)$ set $\mathcal{E}_{\mathcal{M}}$ of the endomorphisms of $\mathcal{M}$ is a semiring with respect to the addition and multiplication defined by: • $h = f + g$ when $h(x) = f(x) \vee g(x)$ for all $x \in \mathcal{M}$, • $h = f \cdot g$ when $h(x) = f(g(x))$ for all $x \in \mathcal{M}$. This semiring is called the *endomorphism semiring* of $\mathcal{M}$.

In this article all semilattices are finite chains. Following [10] we fix a finite chain $\mathcal{C}_n = (\{0, 1, \ldots, n-1\}, \vee)$ and denote the endomorphism semiring of this chain with $\widehat{\mathcal{E}}_{\mathcal{C}_n}$. We do not assume that $\alpha(0) = 0$ for arbitrary $\alpha \in \widehat{\mathcal{E}}_{\mathcal{C}_n}$. So, there is not a zero in endomorphism semiring $\widehat{\mathcal{E}}_{\mathcal{C}_n}$. If $\alpha \in \widehat{\mathcal{E}}_{\mathcal{C}_n}$ such that $\alpha(s) = i_s$ for any $s \in \mathcal{C}_n$ we denote α as an ordered n–tuple $\wr\, i_0, i_1, \ldots, i_{n-1} \,\wr$.

Here we give a new treatment of the subsemirings of endomorphism semiring $\widehat{\mathcal{E}}_{\mathcal{C}_n}$ of a finite chain. We investigate endomorphisms $\alpha \in \widehat{\mathcal{E}}_{\mathcal{C}_n}$ such that $|\operatorname{Im}(\alpha)| \leq 5$, where $n \geq 5$.

2 Projection on the triangle $\triangle^{(\mathbf{n})}\{\mathbf{a_0}, \mathbf{a_2}, \mathbf{a_4}\}$

Let us consider the map $\partial_{24} : \sigma^{(n)}\{a_0, a_1, a_2, a_3, a_4\} \to \triangle^{(n)}\{a_0, a_2, a_4\}$ such that for any $\alpha = (a_0)_{i_0}(a_1)_{i_1}(a_2)_{i_2}(a_3)_{i_3}(a_4)_{i_4}$, where $i_0 + i_1 + i_2 + i_3 + i_4 = n$,

$$\partial_{24}(\alpha) = (a_0)_{i_0}(a_2)_{i_1+i_2+i_3}(a_4)_{i_4}.$$

Lemma 1. *For any endomorphisms $\alpha, \beta \in \sigma^{(n)}\{a_0, a_1, a_2, a_3, a_4\}$, it follows*

$$\partial_{24}(\alpha + \beta) = \partial_{24}(\alpha) + \partial_{24}(\beta). \tag{1}$$

Proof. Let $\alpha = (a_0)_{i_0}(a_1)_{i_1}(a_2)_{i_2}(a_3)_{i_3}(a_4)_{i_4}$, $\beta = (a_0)_{j_0}(a_1)_{j_1}(a_2)_{j_2}(a_3)_{j_3}(a_4)_{j_4}$, where $i_0 + i_1 + i_2 + i_3 + i_4 = j_0 + j_1 + j_2 + j_3 + j_4 = n$. Without loss of generality we take $i_4 \geq j_4$.

Case 1. Let $i_0 \leq j_0$. Then $\alpha + \beta = (a_0)_{i_0}(a_1)_{s_1}(a_2)_{s_2}(a_3)_{s_3}(a_4)_{i_4}$, where $s_1 = \min(i_1, j_1)$ and $s_3 = \max(i_3, j_3)$ and $s_2 = n - s_1 - s_3 - i_0 - i_4$. Hence, $\partial_{24}(\alpha + \beta) = (a_0)_{i_0}(a_2)_{n-i_0-i_4}(a_4)_{i_4} = \partial_{24}(\alpha)$. Since

$$\partial_{24}(\alpha) = (a_0)_{i_0}(a_2)_{n-i_0-i_4}(a_4)_{i_4} \geq (a_0)_{j_0}(a_2)_{n-j_0-j_4}(a_4)_{j_4} = \partial_{24}(\beta),$$

it follows that (1) holds.

Case 2. Let $i_0 > j_0$. Then $\alpha + \beta = (a_0)_{j_0}(a_1)_{s_1}(a_2)_{s_2}(a_3)_{s_3}(a_4)_{i_4}$, where $s_1 = \min(i_1, j_1)$ and $s_3 = \max(i_3, j_3)$ and $s_2 = n - s_1 - s_3 - j_0 - i_4$. Then $\partial_{24}(\alpha + \beta) = (a_0)_{j_0}(a_2)_{n-j_0-i_4}(a_4)_{i_4}$. On the other hand $\partial_{24}(\alpha) + \partial_{24}(\beta) =$

$$(a_0)_{i_0}(a_2)_{n-i_0-i_4}(a_4)_{i_4} + (a_0)_{j_0}(a_2)_{n-j_0-j_4}(a_4)_{j_4} = (a_0)_{j_0}(a_2)_{n-j_0-i_4}(a_4)_{i_4}.$$

Hence, (1) holds.

Now, we consider the set

$$S_1 = \{\alpha | \alpha \in \sigma^{(n)}\{a_0, a_1, a_2, a_3, a_4\}, \alpha(a_1) = a_4 \text{ and } \alpha(a_0) \neq a_3\}.$$

For $\alpha, \beta \in S_1$ we obtain $(\alpha + \beta)(a_1) = \alpha(a_1) + \beta(a_1) = a_4$ and $(\alpha + \beta)(a_0) = \alpha(a_0) + \beta(a_0) \neq a_3$. So, $\alpha + \beta \in S_1$.

We find $(\alpha\beta)(a_1) = \beta(\alpha(a_1)) = \beta(a_4) = a_4$, $(\alpha\beta)(a_0) = \beta(\alpha(a_0))$.

If $\alpha(a_0) = a_0$, then $(\alpha\beta)(a_0) \neq a_3$.

If $\alpha(a_0) \geq a_1$, then $(\alpha\beta)(a_0) \geq \beta(a_1) = a_4 \neq a_3$.

Hence, $\alpha\beta \in S_1$. So, S_1 is a subsemiring of $\sigma^{(n)}\{a_0, a_1, a_2, a_3, a_4\}$.

Let us consider the set

$$S_2 = \{\alpha | \alpha \in \sigma^{(n)}\{a_0, a_1, a_2, a_3, a_4\}, \alpha(a_1) = \alpha(a_2) \leq a_1 \text{ and } \alpha(a_4) \neq a_3\}.$$

For $\alpha, \beta \in S_2$ we find $(\alpha+\beta)(a_1) = \alpha(a_1)+\beta(a_1) = \alpha(a_2)+\beta(a_2) = (\alpha+\beta)(a_2)$, $(\alpha + \beta)(a_2) = \alpha(a_2) + \beta(a_2) \leq a_1$ and $(\alpha + \beta)(a_4) = \alpha(a_4) + \beta(a_4) \neq a_3$. So, $\alpha + \beta \in S_2$. Now $(\alpha\beta)(a_1) = \beta(\alpha(a_1)) = \beta(\alpha(a_2)) = (\alpha\beta)(a_2)$, $(\alpha\beta)(a_2) = \beta(\alpha(a_2)) \leq \beta(a_1) \leq \beta(a_2) \leq a_1$ and $(\alpha\beta)(a_4) = \beta(\alpha(a_4))$. If $\alpha(a_4) \leq a_2$, then

$(\alpha\beta)(a_4) \leq \beta(a_2) \leq a_1$, thus $(\alpha\beta)(a_4) \neq a_3$. If $\alpha(a_4) = a_4$, then $(\alpha\beta)(a_4) = \beta(a_4) \neq a_3$. So, $\alpha\beta \in S_2$.

Hence, S_2 is a subsemiring of $\sigma^{(n)}\{a_0, a_1, a_2, a_3, a_4\}$.

We next consider the set

$$S_3 = \{\alpha | \alpha \in \sigma^{(n)}\{a_0, a_1, a_2, a_3, a_4\}, \alpha(a_1) \geq a_1, \alpha(a_2) = a_2 \text{ and } \alpha(a_4) \neq a_3\}.$$

For $\alpha, \beta \in S_3$ we have $(\alpha + \beta)(a_1) = \alpha(a_1) + \beta(a_1) \geq a_1$, $(\alpha + \beta)(a_2) = \alpha(a_2) + \beta(a_2) = a_2$ and $(\alpha + \beta)(a_4) = \alpha(a_4) + \beta(a_4) \neq a_3$. So, $\alpha + \beta \in S_3$. We obtain $(\alpha\beta)(a_1) = \beta(\alpha(a_1)) \geq \beta(a_1) \geq a_1$, $(\alpha\beta)(a_2) = \beta(\alpha(a_2)) = \beta(a_2) = a_2$ and $(\alpha\beta)(a_4) = \beta(\alpha(a_4))$. If $\alpha(a_4) \leq a_2$, then $(\alpha\beta)(a_4) \leq \beta(a_2) = a_2$, so, $(\alpha\beta)(a_4) \neq a_3$. If $\alpha(a_4) = a_4$, then $(\alpha\beta)(a_4) = \beta(a_4) \neq a_3$. So, $\alpha\beta \in S_3$.

Hence, S_3 is a subsemiring of $\sigma^{(n)}\{a_0, a_1, a_2, a_3, a_4\}$

Now, let $\alpha \in S_1$, $\beta \in S_2$ and $\gamma \in S_3$. Then we obtain:

• $(\alpha+\beta)(a_1) = \alpha(a_1)+\beta(a_1) = a_4+\beta(a_1) = a_4$ and $(\alpha+\beta)(a_0) = \alpha(a_0)+\beta(a_0)$. If $\alpha(a_0) = a_4$, then $(\alpha + \beta)(a_0) = a_4 \neq a_3$. If $\alpha(a_0) \leq a_2$, then $(\alpha + \beta)(a_0) = \alpha(a_0) + \beta(a_0) \leq \alpha(a_0) + \beta(a_2) \leq \alpha(a_0) + a_1 \leq a_2 \neq a_3$. So, $\alpha + \beta \in S_1$.

• $(\alpha+\gamma)(a_1) = \alpha(a_1)+\gamma(a_1) = a_4+\beta(a_1) = a_4$ and $(\alpha+\gamma)(a_0) = \alpha(a_0)+\gamma(a_0)$. If $\alpha(a_0) = a_4$, then $(\alpha + \gamma)(a_0) = a_4 \neq a_3$. If $\alpha(a_0) \leq a_2$, then $(\alpha + \gamma)(a_0) = \alpha(a_0) + \gamma(a_0) \leq \alpha(a_0) + \gamma(a_2) = \alpha(a_0) + a_2 \leq a_2 \neq a_3$. So, $\alpha + \gamma \in S_1$.

• $(\beta + \gamma)(a_1) = \beta(a_1) + \gamma(a_1) \geq \beta(a_1) + a_1 = a_1$ and $(\beta + \gamma)(a_2) = \beta(a_2) + \gamma(a_2) = \beta(a_2) + a_2 = a_2$ and $(\beta + \gamma)(a_4) = \beta(a_4) + \gamma(a_4) \neq a_3$. So, $\beta + \gamma \in S_3$.

• Let $\beta(a_4) = a_4$. Then $(\alpha\beta)(a_1) = \beta(\alpha(a_1)) = \beta(a_4) = a_4$. Also we find $(\alpha\beta)(a_0) = \beta(\alpha(a_0))$. If $\alpha(a_0) \leq a_2$, then $(\alpha\beta)(a_0) \leq \beta(a_2) \leq a_1$ and $(\alpha\beta)(a_0) \neq a_3$. If $\alpha(a_0) = a_4$, then $(\alpha\beta)(a_0) = \beta(a_4) = a_4 \neq a_3$. Hence, $\alpha\beta \in S_1$.

• Let $\beta(a_4) \leq a_1$. Now $(\alpha\beta)(a_1) = \beta(\alpha(a_1)) = \beta(a_4) = \beta(\alpha(a_2)) = (\alpha\beta)(a_2)$ and $(\alpha\beta)(a_2) = \beta(\alpha(a_2)) = \beta(a_4) \leq a_1$. Now we find $(\alpha\beta)(a_4) = \beta(\alpha(a_4)) = \beta(a_4) \neq a_3$. Hence, $\alpha\beta \in S_2$.

• Let $\beta(a_4) = a_2$. We have $(\alpha\beta)(a_1) = \beta(\alpha(a_1)) = \beta(a_4) = \beta(\alpha(a_2)) = (\alpha\beta)(a_2)$ and $(\alpha\beta)(a_2) = \beta(\alpha(a_2)) = \beta(a_4) = a_2$. Now we find $(\alpha\beta)(a_4) = \beta(\alpha(a_4)) = \beta(a_4) = a_2 \neq a_3$. Hence, $\alpha\beta \in S_3$.

• Let $\beta(a_1) = \beta(a_2) = a_0$ and $\alpha(a_0) = a_4$. Then $(\beta\alpha)(a_1) = \alpha(\beta(a_1)) = \alpha(a_0) = a_4$. Moreover $(\beta\alpha)(a_0) = \alpha(\beta(a_0)) = \alpha(a_0) = a_4 \neq a_3$. Hence, $\beta\alpha \in S_1$.

• Let $\beta(a_1) = \beta(a_2) = a_0$ and $\alpha(a_0) \leq a_1$. Then $(\beta\alpha)(a_1) = \alpha(\beta(a_1)) = \alpha(\beta(a_2)) = (\beta\alpha)(a_2)$ and $(\beta\alpha)(a_2) = \alpha(\beta(a_2)) = \alpha(a_0) \leq a_1$. If $\beta(a_4) = a_t$,

where $t = 1, 2$ or 4, then $(\beta\alpha)(a_4) = \alpha(a_t) = a_4 \neq a_3$. If $\beta(a_4) = a_0$, then $(\beta\alpha)(a_4) = \alpha(a_0) \neq a_3$. Hence, $\beta\alpha \in S_2$.

• Let $\beta(a_1) = \beta(a_2) = a_0$ and $\alpha(a_0) = a_2$. As in the above case $(\beta\alpha)(a_1) = \alpha(\beta(a_1)) = \alpha(\beta(a_2)) = (\beta\alpha)(a_2)$ and $(\beta\alpha)(a_2) = \alpha(\beta(a_2)) = \alpha(a_0) = a_2$. If $\beta(a_4) = a_t$, where $t = 1, 2$ or 4, then $(\beta\alpha)(a_4) = \alpha(a_t) = a_4 \neq a_3$. If $\beta(a_4) = a_0$, then $(\beta\alpha)(a_4) = \alpha(a_0) \neq a_3$. Hence, $\beta\alpha \in S_3$.

• Let $\beta(a_1) = \beta(a_2) = a_1$. Then $(\beta\alpha)(a_1) = \alpha(\beta(a_1)) = \alpha(a_1) = a_4$ and $(\beta\alpha)(a_0) = \alpha(\beta(a_0))$. If $\beta(a_0) = a_1$, then $(\beta\alpha)(a_0) = \alpha(a_1) = a_4 \neq a_3$. If $\beta(a_0) = a_0$, then $(\beta\alpha)(a_0) = \alpha(a_0) \neq a_3$. Hence, $\beta\alpha \in S_1$.

• Let $\gamma(a_4) = a_4$. Then $(\alpha\gamma)(a_1) = \gamma(\alpha(a_1)) = \gamma(a_4) = a_4$. We obtain $(\alpha\gamma)(a_0) = \gamma(\alpha(a_0))$. If $\alpha(a_0) \leq a_2$, then $(\alpha\gamma)(a_0) \leq \gamma(a_2) = a_2$ and so $(\alpha\gamma)(a_0) \neq a_3$. If $\alpha(a_0) = a_4$, then $(\alpha\gamma)(a_0) = \gamma(a_4) = a_4 \neq a_3$. Hence, $\alpha\gamma \in S_1$.

• Let $\gamma(a_4) \leq a_1$. Then $(\alpha\gamma)(a_1) = \gamma(\alpha(a_1)) = \gamma(a_4) = \gamma(\alpha(a_2)) = (\alpha\gamma)(a_2)$ and $(\alpha\gamma)(a_2) = \gamma(\alpha(a_2)) = \gamma(a_4) \leq a_1$. Also we find $(\alpha\gamma)(a_4) = \gamma(\alpha(a_4)) = \gamma(a_4) \neq a_3$. Hence, $\alpha\gamma \in S_2$.

• Let $\gamma(a_4) = a_2$. Now, it follows $(\alpha\gamma)(a_1) = \gamma(\alpha(a_1)) = \gamma(a_4) = \gamma(\alpha(a_2)) = (\alpha\gamma)(a_2)$ and $(\alpha\gamma)(a_2) = \gamma(\alpha(a_2)) = \gamma(a_4) = a_2$. We have $(\alpha\gamma)(a_4) = \gamma(\alpha(a_4)) = \gamma(a_4) = a_2 \neq a_3$. Hence, $\alpha\gamma \in S_3$.

• Now $(\gamma\alpha)(a_1) = \alpha(\gamma(a_1))$. Since $a_1 \leq \gamma(a_1) \leq a_2$, it follows $(\gamma\alpha)(a_1) = a_4$. Similarly $(\gamma\alpha)(a_0) = \alpha(\gamma(a_0))$. If $\gamma(a_0) = a_0$, then $(\gamma\alpha)(a_0) = \alpha(a_0) \neq a_3$. If $\gamma(a_0) \geq a_1$, we have $(\gamma\alpha)(a_0) \geq \alpha(a_1) = a_4$, so, $(\gamma\alpha)(a_0) \neq a_3$. Hence, $\gamma\alpha \in S_1$.

• We have $(\gamma\beta)(a_1) = \beta(\gamma(a_1))$. If $\gamma(a_1) = a_2$, then $(\gamma\beta)(a_1) = \beta(a_2) = \beta(\gamma(a_2)) = (\gamma\beta)(a_2)$. If $\gamma(a_1) = a_1$, then $(\gamma\beta)(a_1) = \beta(a_1) = \beta(a_2) = \beta(\gamma(a_2)) = (\gamma\beta)(a_2)$. We obtain also $(\gamma\beta)(a_2) = \beta(\gamma(a_2)) = \beta(a_2) \leq a_1$. So, $(\gamma\beta)(a_1) = (\gamma\beta)(a_2) \leq a_1$. Now $(\gamma\beta)(a_4) = \beta(\gamma(a_4))$. If $\beta(a_4) = \gamma(a_4) = a_4$, then $(\gamma\beta)(a_4) = a_4 \neq a_3$. If $\gamma(a_4) = a_4$ and $\beta(a_4) \leq a_2$, then $(\gamma\beta)(a_4) = \beta(a_4) \leq a_2$, so $(\gamma\beta)(a_4) \neq a_3$. If $\gamma(a_4) \leq a_2$, then $(\gamma\beta)(a_4) \leq \beta(a_2) \leq a_1$, so $(\gamma\beta)(a_4) \neq a_3$. Hence, $\gamma\beta \in S_2$.

• We obtain $(\beta\gamma)(a_4) = \gamma(\beta(a_4))$. If $\beta(a_4) = \gamma(a_4) = a_4$, then $(\gamma\beta)(a_4) = a_4 \neq a_3$. If $\beta(a_4) = a_4$ and $\gamma(a_4) \leq a_2$, then $(\beta\gamma)(a_4) = \gamma(a_4) \leq a_2$ and so $(\beta\gamma)(a_4) \neq a_3$. If $\beta(a_4) \leq a_2$, then $(\beta\gamma)(a_4) \leq \gamma(a_2) = a_2$ and so $(\beta\gamma)(a_4) \neq a_3$. Now for the endomorphism $\beta\gamma$ there are four possibilities. Note that $(\beta\gamma)(a_1) = \gamma(\beta(a_1)) = \gamma(\beta(a_2)) = (\beta\gamma)(a_2)$. If $\beta(a_1) = a_0$ and $\gamma(a_0) \leq a_1$, it follows $(\beta\gamma)(a_1) = (\beta\gamma)(a_2) \leq a_1$. If $\beta(a_1) = a_1$ and $\gamma(a_1) \leq a_1$, it follows the same. If $\beta(a_1) = a_0$ and $\gamma(a_0) = a_2$, it follows $(\beta\gamma)(a_1) = (\beta\gamma)(a_2) = a_2$. If $\beta(a_1) = a_1$ and $\gamma(a_1) = a_2$, it follows $(\beta\gamma)(a_1) = (\beta\gamma)(a_2) = a_2$. Hence, in the

first two cases $\beta\gamma \in S_2$ and in the last two cases $\beta\gamma \in S_3$.

Now we consider the set $\mathcal{D}_{\partial_{24}} = S_1 \cup S_2 \cup S_3$. Thus we have prove

Lemma 2. *The set $\mathcal{D}_{\partial_{24}}$ is a subsemiring of the semiring $\sigma^{(n)}\{a_0, a_1, a_2, a_3, a_4\}$.*

Lemma 3. *For any endomorphisms $\alpha, \beta \in \mathcal{D}_{\partial_{24}}$, it follows*

$$\partial_{24}(\alpha\beta) = \partial_{24}(\alpha)\beta + \alpha\partial_{24}(\beta). \tag{2}$$

Proof. Let $\alpha = (a_0)_{i_0}(a_1)_{i_1}(a_2)_{i_2}(a_3)_{i_3}(a_4)_{i_4}$, $\beta = (a_0)_{j_0}(a_1)_{j_1}(a_2)_{j_2}(a_3)_{j_3}(a_4)_{j_4}$, where $i_0 + i_1 + i_2 + i_3 + i_4 = j_0 + j_1 + j_2 + j_3 + j_4 = n$.

Case A. Let $\beta \in S_1$. Then $\beta(a_1) = a_4$ and $\beta(a_0) \neq a_3$.

Case A1. Let $\beta(a_0) = a_0$. Then $\alpha\beta = (a_0)_{i_0}(a_4)_{n-i_0}$ and $\partial_{24}(\alpha\beta) = (a_0)_{i_0}(a_4)_{n-i_0}$. Clearly $\partial_{24}(\alpha) = (a_0)_{i_0}(a_2)_{i_1+i_2+i_3}(a_4)_{i_4}$ and so $\partial_{24}(\alpha)\beta = (a_0)_{i_0}(a_4)_{n-i_0}$. Since $\partial_{24}(\beta) = (a_0)_{j_0}(a_4)_{n-j_0}$ and $a_0 \leq j_0 - 1 \leq j_0 + j_1 + j_2 + j_3 - 1 < a_1$, it follows $\alpha\partial_{24}(\beta) = (a_0)_{i_0}(a_4)_{n-i_0}$ and (2) holds.

Case A2. Let $\beta(a_0) = a_1$ or $\beta(a_0) = a_2$. Then $\alpha\beta = (a_1)_{i_0}(a_4)_{n-i_0}$ or $\alpha\beta = (a_2)_{i_0}(a_4)_{n-i_0}$ and $\partial_{24}(\alpha\beta) = (a_2)_{i_0}(a_4)_{n-i_0}$. Clearly $\partial_{24}(\alpha) = (a_0)_{i_0}(a_2)_{i_1+i_2+i_3}(a_4)_{i_4}$ and so $\partial_{24}(\alpha)\beta = (a_1)_{i_0}(a_4)_{n-i_0}$ or $\partial_{24}(\alpha)\beta = (a_2)_{i_0}(a_4)_{n-i_0}$. Since $\partial_{24}(\beta) = (a_2)_{j_0+j_1+j_2+j_3}(a_4)_{j_4}$ and $j_0 - 1 < a_0 \leq j_0 + j_1 - 1 \leq j_0 + j_1 + j_2 + j_3 - 1 < a_1$ or $j_0 + j_1 - 1 < a_0 \leq j_0 + j_1 + j_2 - 1 \leq j_0 + j_1 + j_2 + j_3 - 1 < a_1$, it follows $\alpha\partial_{24}(\beta) = (a_2)_{i_0}(a_4)_{n-i_0}$ and (in both cases) (2) holds.

Case A3. Let $\beta(a_0) = a_4$. Then $\alpha\beta = \overline{a_4}$ and $\partial_{24}(\alpha\beta) = \overline{a_4}$. We obtain $\partial_{24}(\alpha)\beta = \overline{a_4}$. Since $\partial_{24}(\beta) = \overline{a_4}$, it follows $\alpha\partial_{24}(\beta) = \overline{a_4}$ and (2) holds.

Case B. Let $\beta \in S_2$. Then $\beta(a_1) = \beta(a_2) \leq a_1$ and $\beta(a_4) \neq a_3$.

Case B1. Let $\beta(a_1) = \beta(a_2) = a_0$.

Case B1-1. Let $\beta(a_4) = a_0$. Then $\alpha\beta = \overline{a_0}$ and $\partial_{24}(\alpha\beta) = \overline{a_0}$. We obtai.5n $\partial_{24}(\alpha)\beta = \overline{a_0}$. Since $\partial_{24}(\beta) = \overline{a_0}$, it follows $\alpha\partial_{24}(\beta) = \overline{a_0}$ and (2) holds.

Case B1-2. Let $\beta(a_3) = a_0$ and $a_1 \leq \beta(a_4) \leq a_2$. Then $\alpha\beta = (a_0)_{n-i_4}(a_1)_{i_4}$ or $\alpha\beta = (a_0)_{n-i_4}(a_2)_{i_4}$ and $\partial_{24}(\alpha\beta) = (a_0)_{n-i_4}(a_2)_{i_4}$. Clearly $\partial_{24}(\alpha) = (a_0)_{i_0}(a_2)_{i_1+i_2+i_3}(a_4)_{i_4}$ and so $\partial_{24}(\alpha)\beta = (a_0)_{n-i_4}(a_1)_{i_4}$ or $\partial_{24}(\alpha)\beta = (a_0)_{n-i_4}(a_2)_{i_4}$. Since $\partial_{24}(\beta) = (a_0)_{n-j_4}(a_2)_{j_4}$ and $a_3 \leq j_0 - 1 \leq j_0 + j_1 - 1 < a_4 \leq j_0 + j_1 + j_2 + j_3 - 1$, it follows $\alpha\partial_{24}(\beta) = (a_0)_{n-i_4}(a_2)_{i_4}$ and (in both cases) (2) holds.

Case B1-3. Let $\beta(a_3) = a_0$ and $\beta(a_4) = a_4$. Then $\alpha\beta = (a_0)_{n-i_4}(a_4)_{i_4}$ and $\partial_{24}(\alpha\beta) = (a_0)_{n-i_4}(a_4)_{i_4}$. Clearly $\partial_{24}(\alpha) = (a_0)_{i_0}(a_2)_{i_1+i_2+i_3}(a_4)_{i_4}$ and so $\partial_{24}(\alpha)\beta = (a_0)_{n-i_4}(a_4)_{i_4}$. Since $\partial_{24}(\beta) = (a_0)_{n-j_4}(a_4)_{j_4}$ and $a_3 \leq j_0 - 1 \leq j_0 + j_1 - 1 \leq$

$j_0 + j_1 + j_2 + j_3 - 1 < a_4$, it follows $\alpha\partial_{24}(\beta) = (a_0)_{n-i_4}(a_4)_{i_4}$ and (2) holds.

Case B1-4. Let $\beta(a_3) = a_1$ and $a_1 \leq \beta(a_4) \leq a_2$. Then $\alpha\beta = (a_0)_{i_0+i_1+i_2}(a_1)_{i_3+i_4}$ or $\alpha\beta = (a_0)_{i_0+i_1+i_2}(a_1)_{i_3}(a_2)_{i_4}$ and $\partial_{24}(\alpha\beta) = (a_0)_{i_0+i_1+i_2}(a_2)_{i_3+i_4}$. Clearly $\partial_{24}(\alpha) = (a_0)_{i_0}(a_2)_{i_1+i_2+i_3}(a_4)_{i_4}$ and so $\partial_{24}(\alpha)\beta = (a_0)_{n-i_4}(a_1)_{i_4}$ or $\partial_{24}(\alpha)\beta = (a_0)_{n-i_4}(a_2)_{i_4}$. Since $\partial_{24}(\beta) = (a_0)_{j_0+j_1+j_2}(a_2)_{j_3+j_4}$ and $a_2 \leq j_0 - 1 < a_3 \leq j_0 + j_1 - 1 < a_4 \leq j_0 + j_1 + j_2 - 1$ or $a_2 \leq j_0 - 1 < a_3 < a_4 \leq j_0 + j_1 - 1$ it follows (in both cases) $\alpha\partial_{24}(\beta) = (a_0)_{i_0+i_1+i_2}(a_2)_{i_3+i_4}$ and (2) holds.

Case B1-5. Let $\beta(a_3) = a_1$ and $\beta(a_4) = a_4$. Then $\alpha\beta = (a_0)_{i_0+i_1+i_2}(a_1)_{i_3}(a_4)_{i_4}$ and $\partial_{24}(\alpha\beta) = (a_0)_{i_0+i_1+i_2}(a_2)_{i_3}(a_4)_{i_4}$. Clearly $\partial_{24}(\alpha) = (a_0)_{i_0}(a_2)_{i_1+i_2+i_3}(a_4)_{i_4}$ and so $\partial_{24}(\alpha)\beta = (a_0)_{n-i_4}(a_4)_{i_4}$. Since $\partial_{24}(\beta) = (a_0)_{j_0+j_1+j_2}(a_2)_{j_3}(a_4)_{j_4}$ and $a_2 \leq j_0 - 1 \leq j_0 + j_1 - 1 < a_3 \leq j_0 + j_1 + j_2 + j_3 - 1 < a_4$, it follows $\alpha\partial_{24}(\beta) = (a_0)_{i_0+i_1+i_2}(a_2)_{i_3}(a_4)_{i_4}$ and (2) holds.

Case B1-6. Let $\beta(a_3) = a_2$ and $\beta(a_4) = a_2$. Then $\alpha\beta = (a_0)_{i_0+i_1+i_2}(a_2)_{i_3+i_4}$ and $\partial_{24}(\alpha\beta) = (a_0)_{i_0+i_1+i_2}(a_2)_{i_3+i_4}$. Clearly $\partial_{24}(\alpha) = (a_0)_{i_0}(a_2)_{i_1+i_2+i_3}(a_4)_{i_4}$ and so $\partial_{24}(\alpha)\beta = (a_0)_{n-i_4}(a_2)_{i_4}$. Since $\partial_{24}(\beta) = (a_0)_{j_0+j_1+j_2}(a_2)_{j_3+j_4}$ and $a_2 \leq j_0 - 1 \leq j_0+j_1+j_2-1 < a_3 < a_4 \leq j_0+j_1+j_2-1$, it follows $\alpha\partial_{24}(\beta) = (a_0)_{i_0+i_1+i_2}(a_2)_{i_3+i_4}$ and (2) holds.

Case B1-7. Let $\beta(a_3) = a_2$ or $\beta(a_3) = a_3$ and $\beta(a_4) = a_4$. Then $\alpha\beta = (a_0)_{i_0+i_1+i_2}(a_2)_{i_3}(a_4)_{i_4}$ or $\alpha\beta = (a_0)_{i_0+i_1+i_2}(a_3)_{i_3}(a_4)_{i_4}$ and $\partial_{24}(\alpha\beta) = (a_0)_{i_0+i_1+i_2}(a_2)_{i_3}(a_4)_{i_4}$. Clearly $\partial_{24}(\alpha) = (a_0)_{i_0}(a_2)_{i_1+i_2+i_3}(a_4)_{i_4}$ and so $\partial_{24}(\alpha)\beta = (a_0)_{n-i_4}(a_4)_{i_4}$. Since $\partial_{24}(\beta) = (a_0)_{j_0+j_1+j_2}(a_2)_{j_3}(a_4)_{j_4}$ and $a_2 \leq j_0-1 \leq j_0+j_1-1 < a_3 \leq j_0 + j_1 + j_2 - 1 \leq j_0 + j_1 + j_2 + j_3 - 1 < a_4$ or $a_2 \leq j_0 - 1 \leq j_0 + j_1 - 1 \leq j_0 + j_1 + j_2 - 1 < a_3 \leq j_0 + j_1 + j_2 + j_3 - 1 < a_4$, it follows $\alpha\partial_{24}(\beta) = (a_0)_{i_0+i_1+i_2}(a_2)_{i_3}(a_4)_{i_4}$ and (2) holds.

Case B1-8. Let $\beta(a_3) = a_4$ and $\beta(a_4) = a_4$. Then $\alpha\beta = (a_0)_{i_0+i_1+i_2}(a_4)_{i_3+i_4}$ and $\partial_{24}(\alpha\beta) = (a_0)_{i_0+i_1+i_2}(a_4)_{i_3+i_4}$. Clearly $\partial_{24}(\alpha) = (a_0)_{i_0}(a_2)_{i_1+i_2+i_3}(a_4)_{i_4}$ and then $\partial_{24}(\alpha)\beta = (a_0)_{n-i_4}(a_2)_{i_4}$. Since $\partial_{24}(\beta) = (a_0)_{j_0+j_1+j_2}(a_4)_{j_3+j_4}$ and $a_2 \leq j_0 - 1 \leq j_0 + j_1 + j_2 + j_3 - 1 < a_3 < a_4$, it follows $\alpha\partial_{24}(\beta) = (a_0)_{i_0+i_1+i_2}(a_4)_{i_3+i_4}$ and (2) holds.

Case B2. Let $\beta(a_0) = a_0$ and $\beta(a_1) = \beta(a_2) = a_1$.

Case B2-1. Let $\beta(a_4) = a_1$ or $\beta(a_4) = a_2$. Then we obtain $\alpha\beta = (a_0)_{i_0}(a_1)_{n-i_0}$ or $\alpha\beta = (a_0)_{i_0}(a_1)_{i_1+i_2+i_3}(a_2)_{i_4}$ or $\alpha\beta = (a_0)_{i_0}(a_1)_{i_1+i_2}(a_2)_{i_3+i_4}$ and $\partial_{24}(\alpha\beta) = (a_0)_{i_0}(a_2)_{n-i_0}$. Clearly $\partial_{24}(\alpha) = (a_0)_{i_0}(a_2)_{i_1+i_2+i_3}(a_4)_{i_4}$ and then $\partial_{24}(\alpha)\beta = (a_0)_{i_0}(a_1)_{n-i_0}$ or $\partial_{24}(\alpha)\beta = (a_0)_{i_0}(a_1)_{i_1+i_2+i_3}(a_2)_{i_4}$. Since $\partial_{24}(\beta) = (a_0)_{j_0}(a_2)_{n-j_0}$

and $a_0 \leq j_0-1 < a_1 < a_2 < a_3 < a_4 \leq j_0+j_1-1$ or $a_0 \leq j_0-1 < a_1 < a_2 < a_3 \leq j_0+j_1-1 < a_4 \leq j_0+j_1+j_2-1$, it follows (in both cases) $\alpha\partial_{24}(\beta) = (a_0)_{i_0}(a_2)_{n-i_0}$ and (2) holds.

Case B2-2. Let $a_1 \leq \beta(a_3) \leq a_3$ and $\beta(a_4) = a_4$. Then we obtain $\alpha\beta = (a_0)_{i_0}(a_1)_{i_1+i_2+i_3}(a_4)_{i_4}$ or $\alpha\beta = (a_0)_{i_0}(a_1)_{i_1+i_2}(a_2)_{i_3}(a_4)_{i_4}$ or $\alpha\beta = (a_0)_{i_0}(a_1)_{i_1+i_2}(a_3)_{i_3}(a_4)_{i_4}$ and $\partial_{24}(\alpha\beta) = (a_0)_{i_0}(a_2)_{i_1+i_2+i_3}(a_4)_{i_4}$. Clearly $\partial_{24}(\alpha) = (a_0)_{i_0}(a_2)_{i_1+i_2+i_3}(a_4)_{i_4}$ and then $\partial_{24}(\alpha)\beta = (a_0)_{i_0}(a_1)_{i_1+i_2+i_3}(a_4)_{i_4}$. Since $\partial_{24}(\beta) = (a_0)_{j_0}(a_2)_{j_1+j_2+j_3}(a_4)_{j_4}$ and $a_0 \leq j_0 - 1 < a_1 < a_2 < a_3 \leq j_0 + j_1 - 1 \leq j_0 + j_1 + j_2 + j_3 - 1 < a_4$ or $a_0 \leq j_0 - 1 < a_1 < a_2 \leq j_0 + j_1 - 1 < a_3 \leq j_0 + j_1 + j_2 - 1 \leq j_0 + j_1 + j_2 + j_3 - 1 < a_4$ or $a_0 \leq j_0 - 1 < a_1 < a_2 \leq j_0 + j_1 - 1 \leq j_0 + j_1 + j_2 - 1 < a_3 \leq j_0 + j_1 + j_2 + j_3 - 1 < a_4$, it follows $\alpha\partial_{24}(\beta) = (a_0)_{i_0}(a_2)_{i_1+i_2+i_3}(a_4)_{i_4}$ and (in all cases) (2) holds.

Case B2-3. Let $\beta(a_3) = a_4$ and $\beta(a_4) = a_4$. Then we obtain $\alpha\beta = (a_0)_{i_0}(a_1)_{i_1+i_2}(a_4)_{i_3+i_4}$ and $\partial_{24}(\alpha\beta) = (a_0)_{i_0}(a_2)_{i_1+i_2}(a_4)_{i_3+i_4}$. Clearly $\partial_{24}(\alpha) = (a_0)_{i_0}(a_2)_{i_1+i_2+i_3}(a_4)_{i_4}$ and then $\partial_{24}(\alpha)\beta = (a_0)_{i_0}(a_1)_{i_1+i_2+i_3}(a_4)_{i_4}$. Since $\partial_{24}(\beta) = (a_0)_{j_0}(a_2)_{j_1+j_2}(a_4)_{j_3+j_4}$ and $a_0 \leq j_0-1 < a_1 < a_2 \leq j_0+j_1-1 \leq j_0+j_1+j_2+j_3-1 < a_3 < a_4$, it follows $\alpha\partial_{24}(\beta) = (a_0)_{i_0}(a_2)_{i_1+i_2}(a_4)_{i_3+i_4}$ and (2) holds.

Case B3. Let $\beta(a_0) = \beta(a_1) = \beta(a_2) = a_1$.

Case B3-1. Let $\beta(a_4) = a_1$ or $\beta(a_4) = a_2$. Then we obtain $\alpha\beta = \overline{a_1}$ or $\alpha\beta = (a_1)_{i_0+i_1+i_2+i_3}(a_2)_{i_4}$ or $\alpha\beta = (a_1)_{i_0+i_1+i_2}(a_2)_{i_3+i_4}$ and $\partial_{24}(\alpha\beta) = \overline{a_2}$. Clearly $\partial_{24}(\alpha) = (a_0)_{i_0}(a_2)_{i_1+i_2+i_3}(a_4)_{i_4}$ and then $\partial_{24}(\alpha)\beta = \overline{a_1}$ or $\partial_{24}(\alpha)\beta = (a_1)_{i_0+i_1+i_2+i_3}(a_2)_{i_4}$. Since $\partial_{24}(\beta) = \overline{a_2}$, it follows $\alpha\partial_{24}(\beta) = \overline{a_2}$ and (2) holds.

Case B3-2. Let $a_1 \leq \beta(a_3) \leq a_3$ and $\beta(a_4) = a_4$. Then we obtain $\alpha\beta = (a_1)_{i_0+i_1+i_2+i_3}(a_4)_{i_4}$ or $\alpha\beta = (a_1)_{i_0+i_1+i_2}(a_2)_{i_3}(a_4)_{i_4}$ or $\alpha\beta = (a_1)_{i_0+i_1+i_2}(a_3)_{i_3}(a_4)_{i_4}$ and $\partial_{24}(\alpha\beta) = (a_2)_{i_0+i_1+i_2+i_3}(a_4)_{i_4}$. Clearly $\partial_{24}(\alpha) = (a_0)_{i_0}(a_2)_{i_1+i_2+i_3}(a_4)_{i_4}$ and then $\partial_{24}(\alpha)\beta = (a_1)_{i_0+i_1+i_2+i_3}(a_4)_{i_4}$. Since $\partial_{24}(\beta) = (a_2)_{j_0+j_1+j_2+j_3}(a_4)_{j_4}$ and $j_0 - 1 < a_0 < a_1 < a_2 < a_3 \leq j_0 + j_1 - 1 \leq j_0 + j_1 + j_2 + j_3 - 1 < a_4$ or $j_0-1 < a_0 < a_1 < a_2 \leq j_0+j_1-1 < a_3 \leq j_0+j_1+j_2-1 \leq j_0+j_1+j_2+j_3-1 < a_4$ or $j_0-1 < a_0 < a_1 < a_2 \leq j_0+j_1-1 \leq j_0+j_1+j_2-1 < a_3 \leq j_0+j_1+j_2+j_3-1 < a_4$, it follows $\alpha\partial_{24}(\beta) = (a_2)_{i_0+i_1+i_2+i_3}(a_4)_{i_4}$ and (in all cases) (2) holds.

Case B3-3. Let $\beta(a_3) = a_4$ and $\beta(a_4) = a_4$. Then we obtain $\alpha\beta = (a_1)_{i_0+i_1+i_2}(a_4)_{i_3+i_4}$ and $\partial_{24}(\alpha\beta) = (a_2)_{i_0+i_1+i_2}(a_4)_{i_3+i_4}$. Clearly $\partial_{24}(\alpha) = (a_0)_{i_0}(a_2)_{i_1+i_2+i_3}(a_4)_{i_4}$ and then $\partial_{24}(\alpha)\beta = (a_1)_{i_0+i_1+i_2+i_3}(a_4)_{i_4}$. Since $\partial_{24}(\beta) = (a_2)_{j_0+j_1+j_2}(a_4)_{j_3+j_4}$ and $j_0-1 < a_0 < a_1 < a_2 \leq j_0+j_1-1 \leq j_0+j_1+j_2+j_3-1 <$

$a_3 < a_4$, it follows $\alpha\partial_{24}(\beta) = (a_2)_{i_0+i_1+i_2}(a_4)_{i_3+i_4}$ and (2) holds.

Case C. Let $\beta \in S_3$. Then $\beta(a_1) \geq a_1$, $\beta(a_2) = a_2$ and $\beta(a_4) \neq a_3$.

Case C1. Let $\beta(a_0) = a_0$.

Case C1-1. Let $\beta(a_4) = a_2$. Then $\alpha\beta = (a_0)_{i_0}(a_1)_{i_1}(a_2)_{n-i_0-i_1}$ or $\alpha\beta = (a_0)_{i_0}(a_2)_{n-i_0}$ and $\partial_{24}(\alpha\beta) = (a_0)_{i_0}(a_2)_{n-i_0}$. Clearly $\partial_{24}(\alpha) = (a_0)_{i_0}(a_2)_{i_1+i_2+i_3}(a_4)_{i_4}$ and then $\partial_{24}(\alpha)\beta = (a_0)_{i_0}(a_2)_{n-i_0}$. Since $\partial_{24}(\beta) = (a_0)_{j_0}(a_2)_{n-j_0}$ and $a_0 \leq j_0-1 < a_1 \leq j_0+j_1-1 < a_2 < a_3 < a_4 \leq j_o+j_1+j_2-1$ or $a_0 \leq j_0-1 \leq j_0+j_1-1 < a_1 < a_2 < a_3 < a_4 \leq j_0+j_1+j_2-1$, it follows (in both cases) $\alpha\partial_{24}(\beta) = (a_0)_{i_0}(a_2)_{n-i_0}$ and (2) holds.

Case C1-2. Let $a_2 \leq \beta(a_3) \leq a_3$ and $\beta(a_4) = a_4$. Then we obtain $\alpha\beta = (a_0)_{i_0}(a_1)_{i_1}(a_2)_{i_2+i_3}(a_4)_{i_4}$ or $\alpha\beta = (a_0)_{i_0}(a_1)_{i_1}(a_2)_{i_2}(a_3)_{i_3}(a_4)_{i_4}$ or $\alpha\beta = (a_0)_{i_0}(a_2)_{i_1+i_2+i_3}(a_4)_{i_4}$ or $\alpha\beta = (a_0)_{i_0}(a_2)_{i_1+i_2}(a_3)_{i_3}(a_4)_{i_4}$ and $\partial_{24}(\alpha\beta) = (a_0)_{i_0}(a_2)_{i_1+i_2+i_3}(a_4)_{i_4}$. Clearly $\partial_{24}(\alpha) = (a_0)_{i_0}(a_2)_{i_1+i_2+i_3}(a_4)_{i_4}$ and then $\partial_{24}(\alpha)\beta = (a_0)_{i_0}(a_2)_{i_1+i_2+i_3}(a_4)_{i_4}$. Since $\partial_{24}(\beta) = (a_0)_{j_0}(a_2)_{j_1+j_2+j_3}(a_4)_{j_4}$ and $a_0 \leq j_0 - 1 < a_1 \leq j_0 + j_1 - 1 < a_2 < a_3 \leq j_0 + j_1 + j_2 - 1 \leq j_0 + j_1 + j_2 + j_3 - 1 < a_4$ or $a_0 \leq j_0-1 < a_1 \leq j_0+j_1-1 < a_2 \leq j_0+j_1+j_2-1 < a_3 \leq j_0+j_1+j_2+j_3-1 < a_4$ or $a_0 \leq j_0-1 \leq j_0+j_1-1 < a_1 < a_2 < a_3 \leq j_0+j_1+j_2-1 \leq j_0+j_1+j_2+j_3-1 < a_4$ or $a_0 \leq j_0-1 \leq j_0+j_1-1 < a_1 < a_2 \leq j_0+j_1+j_2-1 < a_3 \leq j_0+j_1+j_2+j_3-1 < a_4$, it follows $\alpha\partial_{24}(\beta) = (a_0)_{i_0}(a_2)_{i_1+i_2+i_3}(a_4)_{i_4}$ and (in all cases) (2) holds.

Case C1-3. Let $\beta(a_3) = a_4$ and $\beta(a_4) = a_4$. Then we obtain $\alpha\beta = (a_0)_{i_0}(a_1)_{i_1}(a_2)_{i_2}(a_4)_{i_3+i_4}$ or $\alpha\beta = (a_0)_{i_0}(a_2)_{i_1+i_2}(a_4)_{i_3+i_4}$ and $\partial_{24}(\alpha\beta) = (a_0)_{i_0}(a_2)_{i_1+i_2}(a_4)_{i_3+i_4}$. Clearly $\partial_{24}(\alpha) = (a_0)_{i_0}(a_2)_{i_1+i_2+i_3}(a_4)_{i_4}$ and then $\partial_{24}(\alpha)\beta = (a_0)_{i_0}(a_2)_{i_1+i_2+i_3}(a_4)_{i_4}$. Since $\partial_{24}(\beta) = (a_0)_{j_0}(a_2)_{j_1+j_2}(a_4)_{j_3+j_4}$ and $a_0 \leq j_0 - 1 < a_1 \leq j_0 + j_1 - 1 < a_2 \leq j_0 + j_1 + j_2 - 1 \leq j_0 + j_1 + j_2 + j_3 - 1 < a_3 < a_4$ or $a_0 \leq j_0-1 \leq j_0+j_1-1 < a_1 < a_2 \leq j_0+j_1+j_2-1 \leq j_0+j_1+j_2+j_3-1 < a_3 < a_4$, it follows $\alpha\partial_{24}(\beta) = (a_0)_{i_0}(a_2)_{i_1+i_2}(a_4)_{i_3+i_4}$ and (2) holds.

Case C2. Let $\beta(a_0) = a_1$.

Case C2-1. Let $\beta(a_4) = a_2$. Then we have $\alpha\beta = (a_1)_{i_0+i_1}(a_2)_{n-i_0-i_1}$ or $\alpha\beta = (a_1)_{i_0}(a_2)_{n-i_0}$ and $\partial_{24}(\alpha\beta) = \overline{a_2}$. Clearly $\partial_{24}(\alpha) = (a_0)_{i_0}(a_2)_{i_1+i_2+i_3}(a_4)_{i_4}$ and then $\partial_{24}(\alpha)\beta = (a_1)_{i_0}(a_2)_{n-i_0}$. Since $\partial_{24}(\beta) = \overline{a_2}$, it follows $\alpha\partial_{24}(\beta) = \overline{a_2}$ and (2) holds.

Case C2-2. Let $a_2 \leq \beta(a_3) \leq a_3$ and $\beta(a_4) = a_4$. Then we obtain $\alpha\beta = (a_1)_{i_0+i_1}(a_2)_{i_2+i_3}(a_4)_{i_4}$ or $\alpha\beta = (a_1)_{i_0+i_1}(a_2)_{i_2}(a_3)_{i_3}(a_4)_{i_4}$ or $\alpha\beta = (a_1)_{i_0}(a_2)_{i_1+i_2+i_3}(a_4)_{i_4}$ or $\alpha\beta = (a_1)_{i_0}(a_2)_{i_1+i_2}(a_3)_{i_3}(a_4)_{i_4}$ and $\partial_{24}(\alpha\beta) = (a_2)_{n-i_4}(a_4)_{i_4}$. Clearly $\partial_{24}(\alpha) = (a_0)_{i_0}(a_2)_{i_1+i_2+i_3}(a_4)_{i_4}$ and

then $\partial_{24}(\alpha)\beta = (a_1)_{i_0}(a_2)_{i_1+i_2+i_3}(a_4)_{i_4}$. Since $\partial_{24}(\beta) = (a_2)_{n-j_4}(a_4)_{j_4}$ and $j_0-1 < a_0 < a_1 \leq j_0+j_1-1 < a_2 < a_3 \leq j_0+j_1+j_2-1 \leq j_0+j_1+j_2+j_3-1 < a_4$ or $j_0-1 < a_0 < a_1 \leq j_0+j_1-1 < a_2 \leq j_0+j_1+j_2-1 < a_3 \leq j_0+j_1+j_2+j_3-1 < a_4$ or $j_0-1 < a_0 \leq j_0+j_1-1 < a_1 < a_2 < a_3 \leq j_0+j_1+j_2-1 \leq j_0+j_1+j_2+j_3-1 < a_4$ or $j_0-1 < a_0 \leq j_0+j_1-1 < a_1 < a_2 \leq j_0+j_1+j_2-1 < a_3 \leq j_0+j_1+j_2+j_3-1 < a_4$, it follows $\alpha\partial_{24}(\beta) = (a_2)_{n-i_4}(a_4)_{i_4}$ and (in all cases) (2) holds.

Case C2-3. Let $\beta(a_3) = a_4$ and $\beta(a_4) = a_4$. Then we obtain $\alpha\beta = (a_1)_{i_0+i_1}(a_2)_{i_2}(a_4)_{i_3+i_4}$ or $\alpha\beta = (a_1)_{i_0}(a_2)_{i_1+i_2}(a_4)_{i_3+i_4}$ and $\partial_{24}(\alpha\beta) = (a_2)_{i_0+i_1+i_2}(a_4)_{i_3+i_4}$. Clearly $\partial_{24}(\alpha) = (a_0)_{i_0}(a_2)_{i_1+i_2+i_3}(a_4)_{i_4}$ and then $\partial_{24}(\alpha)\beta = (a_1)_{i_0}(a_2)_{i_1+i_2+i_3}(a_4)_{i_4}$. Since $\partial_{24}(\beta) = (a_2)_{j_0+j_1+j_2}(a_4)_{j_3+j_4}$ and $j_0 - 1 < a_0 < a_1 \leq j_0 + j_1 - 1 < a_2 \leq j_0 + j_1 + j_2 - 1 \leq j_0 + j_1 + j_2 + j_3 - 1 < a_3 < a_4$ or $j_0-1 < a_0 \leq j_0+j_1-1 < a_1 < a_2 \leq j_0+j_1+j_2-1 \leq j_0+j_1+j_2+j_3-1 < a_3 < a_4$, it follows $\alpha\partial_{24}(\beta) = (a_2)_{i_0+i_1+i_2}(a_4)_{i_3+i_4}$ and (2) holds.

Case C3. Let $\beta(a_0) = a_2$.

Case C3-1. Let $\beta(a_4) = a_2$. Then we have $\alpha\beta = \overline{a_2}$ and $\partial_{24}(\alpha\beta) = \overline{a_2}$. Clearly $\partial_{24}(\alpha) = (a_0)_{i_0}(a_2)_{i_1+i_2+i_3}(a_4)_{i_4}$ and then $\partial_{24}(\alpha)\beta = \overline{a_2}$. Since $\partial_{24}(\beta) = \overline{a_2}$, it follows $\alpha\partial_{24}(\beta) = \overline{a_2}$ and (2) holds.

Case C3-2. Let $a_2 \leq \beta(a_3) \leq a_3$ and $\beta(a_4) = a_4$. Then it follows $\alpha\beta = (a_2)_{n-i_4}(a_4)_{i_4}$ or $\alpha\beta = (a_2)_{i_0+i_1+i_2}(a_3)_{i_3}(a_4)_{i_4}$ and $\partial_{24}(\alpha\beta) = (a_2)_{n-i_4}(a_4)_{i_4}$. Clearly $\partial_{24}(\alpha) = (a_0)_{i_0}(a_2)_{i_1+i_2+i_3}(a_4)_{i_4}$ and then $\partial_{24}(\alpha)\beta = (a_2)_{n-i_4}(a_4)_{i_4}$. Since $\partial_{24}(\beta) = (a_2)_{n-j_4}(a_4)_{j_4}$ and $j_0 + j_1 - 1 < a_0 < a_1 < a_2 < a_3 \leq j_0 + j_1 + j_2 - 1 \leq j_0 + j_1 + j_2 + j_3 - 1 < a_4$ or $j_0 + j_1 - 1 < a_0 < a_1 < a_2 \leq j_0 + j_1 + j_2 - 1 < a_3 \leq j_0 + j_1 + j_2 + j_3 - 1 < a_4$, it follows $\alpha\partial_{24}(\beta) = (a_2)_{n-i_4}(a_4)_{i_4}$ and (2) holds.

Case C3-3. Let $\beta(a_3) = a_4$ and $\beta(a_4) = a_4$. Then we obtain $\alpha\beta = (a_2)_{i_0+i_1+i_2}(a_4)_{i_3+i_4}$ and $\partial_{24}(\alpha\beta) = (a_2)_{i_0+i_1+i_2}(a_4)_{i_3+i_4}$. Clearly $\partial_{24}(\alpha) = (a_0)_{i_0}(a_2)_{i_1+i_2+i_3}(a_4)_{i_4}$ and so $\partial_{24}(\alpha)\beta = (a_2)_{n-i_4}(a_4)_{i_4}$. Since $\partial_{24}(\beta) = (a_2)_{j_0+j_1+j_2}(a_4)_{j_3+j_4}$ and $j_0 + j_1 - 1 < a_0 < a_1 < a_2 \leq j_0 + j_1 + j_2 - 1 \leq j_0 + j_1 + j_2 + j_3 - 1 < a_3 < a_4$, it follows $\alpha\partial_{24}(\beta) = (a_2)_{i_0+i_1+i_2}(a_4)_{i_3+i_4}$ and (2) holds.

Authors: Dimitrinka Vladeva, assoc. prof., Department "Mathematics and physics", LTU, Sofia, *e-mail:* d_vladeva@abv.bg

Ivan Trendafilov, prof., Department "Algebra and geometry", FAMI, TU–Sofia, *e-mail:* ivan_d_trendafilov@tu-sofia.bg

Received 01 October 2016 **Reviewer:** Assoc. prof., PhD George Venkov

Годишник на Технически Университет - София, том 66, книга 3, 2016
Proceedings of the Technical University of Sofia, Volume 66, Issue 3, 2016

ПРОЕКЦИЯ ВЪРХУ ТРИЪГЪЛНИК НА 4–СИМПЛЕКСА Е ДИФЕРЕНЦИРАНЕ – II ЧАСТ

Димитринка Владева, Иван Трендафилов

Резюме: *Тази статия е продължение на първата част „Проекция върху триъгълник на 4–симплекса е диференциране – I част“.*

Ключови думи: *полупръстен, полупръстен от ендоморфизми на крайна верига, диференциална алгебра, симплициален комплекс, диференциране в полупръстен.*

A PROJECTION ONTO TRIANGLE OF THE 4–SIMPLEX IS A DERIVATION – II PART

Dimitrinka Vladeva, Ivan Trendafilov

Abstract: *This paper is a continuation of the first part “A projection onto triangle of the 4–simplex is a derivation – I part”.*

Keywords: *semiring, endomorphism semiring of a finite chain, differential algebra, simplicial complex, derivation of the semiring.*

The introduction and preliminaries are in the first part. Here we continue the numbering of the sections.

3 The main theorem

Theorem 1. *The map* $\partial_{24} : \mathcal{D}_{\partial_{24}} \to \triangle^{(n)}\{a_0, a_2, a_4\}$ *is a derivation. The semiring* $\mathcal{D}_{\partial_{24}}$ *is the maximal subsemiring of semiring* $\sigma^{(n)}\{a_0, a_1, a_2, a_3, a_4\}$*, closed under the derivation* ∂_{24}*.*

Proof. Using lemmas 1, 2 and 3 we prove that $\partial_{24} : \mathcal{D}_{\partial_{24}} \to \triangle^{(n)}\{a_0, a_2, a_4\}$ is a derivation.

© 2016 Publishing House of Technical University of Sofia
All rights reserved

ISSN 1311-0829

To prove the second part of the theorem we consider the following cases.

Let $\alpha = (a_0)_{i_0}(a_1)_{i_1}(a_2)_{i_2}(a_3)_{i_3}(a_4)_{i_4}$, $\beta = (a_0)_{j_0}(a_1)_{j_1}(a_2)_{j_2}(a_3)_{j_3}(a_4)_{j_4}$, where $i_0 + i_1 + i_2 + i_3 + i_4 = j_0 + j_1 + j_2 + j_3 + j_4 = n$.

Case 1. Let $\beta(a_4) = a_3$. Let m, $(0 \leq m \leq 3)$, be the largest positive integer such that $\beta(a_m) = a_0$.

Case 1-1. Let $m = 3$. Then $\alpha\beta = (a_0)_{n-i_4}(a_3)_{i_4}$ and $\partial_{24}(\alpha\beta) = (a_0)_{n-i_4}(a_2)_{i_4}$. Clearly $\partial_{24}(\alpha) = (a_0)_{i_0}(a_2)_{i_1+i_2+i_3}(a_4)_{i_4}$ and so $\partial_{24}(\alpha)\beta = (a_0)_{n-i_4}(a_3)_{i_4} > \partial_{24}(\alpha\beta)$. Hence, (2) does not hold.

Case 1-2. Let $m = 2$. Then $\alpha\beta = (a_0)_{i_0+i_1+i_2}(a_1)_{i_3}(a_3)_{i_4}$ or $\alpha\beta = (a_0)_{i_0+i_1+i_2}(a_2)_{i_3}(a_3)_{i_4}$ or $\alpha\beta = (a_0)_{i_0+i_1+i_2}(a_3)_{i_3+i_4}$ and $\partial_{24}(\alpha\beta) = (a_0)_{i_0+i_1+i_2}(a_2)_{i_3+i_4}$. Clearly $\partial_{24}(\alpha) = (a_0)_{i_0}(a_2)_{i_1+i_2+i_3}(a_4)_{i_4}$ and so $\partial_{24}(\alpha)\beta = (a_0)_{n-i_4}(a_3)_{i_4} > \partial_{24}(\alpha\beta)$. Hence, (2) does not hold.

Case 1-3. Let $m = 1$ and $\beta(a_2) = a_1$. Then $\alpha\beta = (a_0)_{i_0+i_1}(a_1)_{i_2+i_3}(a_3)_{i_4}$ or $\alpha\beta = (a_0)_{i_0+i_1}(a_1)_{i_2}(a_2)_{i_3}(a_3)_{i_4}$ or $\alpha\beta = (a_0)_{i_0+i_1}(a_1)_{i_2}(a_3)_{i_3+i_4}$ and $\partial_{24}(\alpha\beta) = (a_0)_{i_0+i_1}(a_2)_{i_2+i_3+i_4}$. Clearly $\partial_{24}(\alpha) = (a_0)_{i_0}(a_2)_{i_1+i_2+i_3}(a_4)_{i_4}$ and then $\partial_{24}(\alpha)\beta = (a_0)_{i_0}(a_1)_{i_1+i_2+i_3}(a_3)_{i_4}$. Since $\partial_{24}(\beta) = (a_0)_{j_0+j_1}(a_2)_{j_2+j_3+j_4}$ and $a_1 \leq j_0 - 1 < a_2 < a_3 \leq j_0 + j_1 - 1 \leq j_0 + j_1 + j_2 - 1 < a_4 \leq j_0 + j_1 + j_2 + j_3 - 1$ or $a_1 \leq j_0 - 1 < a_2 \leq j_0 + j_1 - 1 < a_3 \leq j_0 + j_1 + j_2 - 1 < a_4 \leq j_0 + j_1 + j_2 + j_3 - 1$ or $a_1 \leq j_0 - 1 < a_2 \leq j_0 + j_1 - 1 \leq j_0 + j_1 + j_2 - 1 < a_3 < a_4 \leq j_0 + j_1 + j_2 + j_3 - 1$, it follows $\alpha\partial_{24}(\beta) = (a_0)_{i_0+i_1}(a_2)_{i_2+i_3+i_4}$. Now we have

$$\partial_{24}(\alpha)\beta + \alpha\partial_{24}(\beta) = (a_0)_{i_0}(a_1)_{i_1+i_2+i_3}(a_3)_{i_4} + (a_0)_{i_0+i_1}(a_2)_{i_2+i_3+i_4} =$$

$$= (a_0)_{i_0}(a_1)_{i_1}(a_2)_{i_2+i_3}(a_3)_{i_4} \neq (a_0)_{i_0+i_1}(a_2)_{i_2+i_3+i_4} = \partial_{24}(\alpha\beta).$$

Hence, (2) does not hold.

Case 1-4. Let $m = 1$ and $\beta(a_2) \geq a_2$. Then $\alpha\beta = (a_0)_{i_0+i_1}(a_2)_{i_2+i_3}(a_3)_{i_4}$ or $\alpha\beta = (a_0)_{i_0+i_1}(a_2)_{i_2}(a_3)_{i_3+i_4}$ or $\alpha\beta = (a_0)_{i_0+i_1}(a_3)_{i_2+i_3+i_4}$ and $\partial_{24}(\alpha\beta) = (a_0)_{i_0+i_1}(a_2)_{i_2+i_3+i_4}$. Clearly $\partial_{24}(\alpha) = (a_0)_{i_0}(a_2)_{i_1+i_2+i_3}(a_4)_{i_4}$ and then $\partial_{24}(\alpha)\beta = (a_0)_{i_0}(a_2)_{i_1+i_2+i_3}(a_3)_{i_4} > \partial_{24}(\alpha\beta)$ or $\partial_{24}(\alpha)\beta = (a_0)_{i_0}(a_3)_{i_1+i_2+i_3+i_4} > \partial_{24}(\alpha\beta)$. Hence, (in both cases) (2) does not hold.

Case 1-5. Let $m = 0$ and $\beta(a_2) = a_1$. Then $\alpha\beta = (a_0)_{i_0}(a_1)_{i_1+i_2+i_3}(a_3)_{i_4}$ or $\alpha\beta = (a_0)_{i_0}(a_1)_{i_1+i_2}(a_2)_{i_3}(a_3)_{i_4}$ or $\alpha\beta = (a_0)_{i_0}(a_1)_{i_1+i_2}(a_3)_{i_3+i_4}$ and $\partial_{24}(\alpha\beta) = (a_0)_{i_0}(a_2)_{n-i_0}$. Clearly $\partial_{24}(\alpha) = (a_0)_{i_0}(a_2)_{i_1+i_2+i_3}(a_4)_{i_4}$ and then $\partial_{24}(\alpha)\beta = (a_0)_{i_0}(a_1)_{i_1+i_2+i_3}(a_3)_{i_4}$. Since $\partial_{24}(\beta) = (a_0)_{j_0}(a_2)_{n-j_0}$ and $a_0 \leq j_0 - 1 < a_1 <$

$a_2 < a_3 \leq j_0 + j_1 - 1 \leq j_0 + j_1 + j_2 - 1 < a_4 \leq j_0 + j_1 + j_2 + j_3 - 1$ or $a_0 \leq j_0 - 1 < a_1 < a_2 \leq j_0 + j_1 - 1 < a_3 \leq j_0 + j_1 + j_2 - 1 < a_4 \leq j_0 + j_1 + j_2 + j_3 - 1$ or $a_0 \leq j_0 - 1 < a_1 < a_2 \leq j_0 + j_1 - 1 \leq j_0 + j_1 + j_2 - 1 < a_3 < a_4 \leq j_0 + j_1 + j_2 + j_3 - 1$, it follows $\alpha\partial_{24}(\beta) = (a_0)_{i_0}(a_2)_{n-i_0}$. Now we have

$$\partial_{24}(\alpha)\beta + \alpha\partial_{24}(\beta) = (a_0)_{i_0}(a_1)_{i_1+i_2+i_3}(a_3)_{i_4} + (a_0)_{i_0}(a_2)_{n-i_0} =$$

$$= (a_0)_{i_0}(a_2)_{i_1+i_2+i_3}(a_3)_{i_4} > (a_0)_{i_0}(a_2)_{n-i_0} = \partial_{24}(\alpha\beta).$$

Hence, (2) does not hold.

Case 1-6. Let $m = 0$ and $\beta(a_2) \geq a_2$. Then $\alpha\beta = (a_0)_{i_0}(a_1)_{i_1}(a_2)_{i_2+i_3}(a_3)_{i_4}$ or $\alpha\beta = (a_0)_{i_0}(a_1)_{i_1}(a_2)_{i_2}(a_3)_{i_3+i_4}$ or $\alpha\beta = (a_0)_{i_0}(a_1)_{i_1}(a_3)_{i_2+i_3+i_4}$ or $\alpha\beta = (a_0)_{i_0}(a_2)_{i_1+i_2+i_3}(a_3)_{i_4}$ or $\alpha\beta = (a_0)_{i_0}(a_2)_{i_1+i_2}(a_3)_{i_3+i_4}$ or $\alpha\beta = (a_0)_{i_0}(a_2)_{i_1}(a_3)_{i_2+i_3+i_4}$ or $\alpha\beta = (a_0)_{i_0}(a_3)_{n-i_0}$ and $\partial_{24}(\alpha\beta) = (a_0)_{i_0}(a_2)_{n-i_0}$. Clearly $\partial_{24}(\alpha) = (a_0)_{i_0}(a_2)_{i_1+i_2+i_3}(a_4)_{i_4}$ and then $\partial_{24}(\alpha)\beta = (a_0)_{i_0}(a_2)_{i_1+i_2+i_3}(a_3)_{i_4}$ or $\partial_{24}(\alpha)\beta = (a_0)_{i_0}(a_3)_{n-i_0}$. In both cases $\partial_{24}(\alpha)\beta > \partial_{24}(\alpha\beta)$. Hence, (2) does not hold.

Case 1-7. Let $\beta(a_0) \geq a_1$. Then $\alpha\beta = (a_1)_{s_1}(a_2)_{s_2}(a_3)_{s_3}$ where $s_1 \geq 0$, $s_2 \geq 0$, $s_3 \geq 1$ and $s_1 + s_2 + s_3 = n$ – in fifteen cases . Then (in all cases) $\partial_{24}(\alpha\beta) = \overline{a_2}$. Clearly $\partial_{24}(\alpha) = (a_0)_{i_0}(a_2)_{i_1+i_2+i_3}(a_4)_{i_4}$ and then we have:

$\partial_{24}(\alpha)\beta = (a_1)_{n-i_4}(a_3)_{i_4}$ – in three cases;

$\partial_{24}(\alpha)\beta = (a_1)_{i_0}(a_2)_{i_1+i_2+i_3}(a_3)_{i_4}$ – in four cases;

$\partial_{24}(\alpha)\beta = (a_1)_{i_0}(a_3)_{n-i_0}$ – in three cases;

$\partial_{24}(\alpha)\beta = (a_2)_{n-i_4}(a_3)_{i_4}$ – in two cases;

$\partial_{24}(\alpha)\beta = (a_2)_{i_0}(a_3)_{n-i_0}$ – in two cases;

$\partial_{24}(\alpha)\beta = \overline{a_3}$ – in one case.

Clearly $\partial_{24}(\beta) = \overline{a_2}$ and then $\alpha\partial_{24}(\beta) = \overline{a_2}$. Now, it follows:

$$\partial_{24}(\alpha)\beta + \alpha\partial_{24}(\beta) = (a_1)_{n-i_4}(a_3)_{i_4} + \overline{a_2} = (a_2)_{n-i_4}(a_3)_{i_4} > \partial_{24}(\alpha\beta) \text{ or}$$

$$\partial_{24}(\alpha)\beta + \alpha\partial_{24}(\beta) = (a_1)_{i_0}(a_2)_{i_1+i_2+i_3}(a_3)_{i_4} + \overline{a_2} = (a_2)_{n-i_4}(a_3)_{i_4} > \partial_{24}(\alpha\beta) \text{ or}$$

$$\partial_{24}(\alpha)\beta + \alpha\partial_{24}(\beta) = (a_1)_{i_0}(a_3)_{n-i_0} + \overline{a_2} = (a_2)_{i_0}(a_3)_{n-i_0} > \partial_{24}(\alpha\beta) \text{ or}$$

$$\partial_{24}(\alpha)\beta + \alpha\partial_{24}(\beta) = (a_2)_{n-i_4}(a_3)_{i_4} + \overline{a_2} = (a_2)_{n-i_4}(a_3)_{i_4} > \partial_{24}(\alpha\beta) \text{ or}$$

$$\partial_{24}(\alpha)\beta + \alpha\partial_{24}(\beta) = (a_2)_{i_0}(a_3)_{n-i_0} + \overline{a_2} = (a_2)_{i_0}(a_3)_{n-i_0} > \partial_{24}(\alpha\beta) \text{ or}$$

$$\partial_{24}(\alpha)\beta + \alpha\partial_{24}(\beta) = \overline{a_3} + \overline{a_2} = \overline{a_3} > \partial_{24}(\alpha\beta).$$

Hence, (2) does not hold.

Case 2. Let $\beta(a_2) = a_3$, $\beta(a_3) = a_3$ and $\beta(a_4) = a_4$.

Case 2-1. Let $\beta(a_0) = a_0$. Then $\alpha\beta = (a_0)_{i_0+i_1}(a_3)_{i_2+i_3}(a_4)_{i_4}$ or $\alpha\beta = (a_0)_{i_0}(a_1)_{i_1}(a_3)_{i_2+i_3}(a_4)_{i_4}$ or $\alpha\beta = (a_0)_{i_0}(a_2)_{i_1}(a_3)_{i_2+i_3}(a_4)_{i_4}$ or $\alpha\beta = (a_0)_{i_0}(a_3)_{i_1+i_2+i_3}(a_4)_{i_4}$. Now $\partial_{24}(\alpha\beta) = (a_0)_{i_0+i_1}(a_2)_{i_2+i_3}(a_4)_{i_4}$ or $\partial_{24}(\alpha\beta) = (a_0)_{i_0}(a_2)_{i_1+i_2+i_3}(a_4)_{i_4}$. Clearly $\partial_{24}(\alpha) = (a_0)_{i_0}(a_2)_{i_1+i_2+i_3}(a_4)_{i_4}$ and then $\partial_{24}(\alpha)\beta = (a_0)_{i_0}(a_3)_{i_1+i_2+i_3}(a_4)_{i_4}$. Since in both cases $\partial_{24}(\alpha)\beta > \partial_{24}(\alpha\beta)$, (2) does not hold.

Case 2-2. Let $\beta(a_0) \geq a_1$. Then $\alpha\beta = (a_1)_{s_0}(a_2)_{s_1}(a_3)_{i_2+i_3}(a_4)_{i_4}$ where $s_0 \geq 0$, $s_1 \geq 0$ and $s_0 + s_1 + i_2 + i_3 + i_4 = n$ – in six cases. Then (in all cases) $\partial_{24}(\alpha\beta) = (a_2)_{n-i_4}(a_4)_{i_4}$. Clearly $\partial_{24}(\alpha) = (a_0)_{i_0}(a_2)_{i_1+i_2+i_3}(a_4)_{i_4}$ and then we have:

$\partial_{24}(\alpha)\beta = (a_1)_{i_0}(a_3)_{i_1+i_2+i_3}(a_4)_{i_4}$ – in three cases;

$\partial_{24}(\alpha)\beta = (a_2)_{i_0}(a_3)_{i_1+i_2+i_3}(a_4)_{i_4}$ – in two cases;

$\partial_{24}(\alpha)\beta = (a_3)_{n-i_4}(a_4)_{i_4}$ – in one case.

Since $\partial_{24}(\beta) = (a_2)_{n-j_4}(a_4)_{j_4}$ and $j_0+j_1+j_2-1 < a_2 < a_3 \leq j_0+j_1+j_2+j_3-1 < a_4$, it follows then $\alpha\partial_{24}(\beta) = (a_2)_{n-i_4}(a_4)_{i_4}$. Now, we otain:

$$\partial_{24}(\alpha)\beta + \alpha\partial_{24}(\beta) = (a_1)_{i_0}(a_3)_{i_1+i_2+i_3}(a_4)_{i_4} + (a_2)_{n-i_4}(a_4)_{i_4} =$$

$$= (a_2)_{i_0}(a_3)_{i_1+i_2+i_3}(a_4)_{i_4} > \partial_{24}(\alpha\beta) \text{ or}$$

$$\partial_{24}(\alpha)\beta + \alpha\partial_{24}(\beta) = (a_2)_{i_0}(a_3)_{i_1+i_2+i_3}(a_4)_{i_4} + (a_2)_{n-i_4}(a_4)_{i_4} =$$

$$= (a_2)_{i_0}(a_3)_{i_1+i_2+i_3}(a_4)_{i_4} > \partial_{24}(\alpha\beta) \text{ or}$$

$$\partial_{24}(\alpha)\beta + \alpha\partial_{24}(\beta) = (a_3)_{n-i_4}(a_4)_{i_4} + (a_2)_{n-i_4}(a_4)_{i_4} = (a_3)_{n-i_4}(a_4)_{i_4} > \partial_{24}(\alpha\beta).$$

Hence, (2) does not hold.

Case 3. Let $\beta(a_2) = a_3$ and $\beta(a_3) = \beta(a_4) = a_4$.

Case 3-1. Let $\beta(a_1) = a_0$. Then $\alpha\beta = (a_0)_{i_0+i_1}(a_3)_{i_2}(a_4)_{i_3+i_4}$ and $\partial_{24}(\alpha\beta) = (a_0)_{i_0+i_1}(a_2)_{i_2}(a_4)_{i_3+i_4}$. Clearly $\partial_{24}(\alpha) = (a_0)_{i_0}(a_2)_{i_1+i_2+i_3}(a_4)_{i_4}$ and then $\partial_{24}(\alpha)\beta = (a_0)_{i_0}(a_3)_{i_1+i_2+i_3}(a_4)_{i_4}$. Since $\partial_{24}(\beta) = (a_0)_{j_0+j_1}(a_2)_{j_2}(a_4)_{j_3+j_4}$ and $a_1 \leq j_0 - 1 \leq j_0 + j_1 + j_2 - 1 < a_2 \leq j_0 + j_1 + j_2 + j_3 - 1 < a_3 < a_4$, it follows $\alpha\partial_{24}(\beta) = (a_0)_{i_0+i_1}(a_2)_{i_2}(a_4)_{i_3+i_4}$. Now we have

$$\partial_{24}(\alpha)\beta + \alpha\partial_{24}(\beta) = (a_0)_{i_0}(a_3)_{i_1+i_2+i_3}(a_4)_{i_4} + (a_0)_{i_0+i_1}(a_2)_{i_2}(a_4)_{i_3+i_4} =$$

$$= (a_0)_{i_0}(a_3)_{i_1+i_2}(a_4)_{i_3+i_4} > \partial_{24}(\alpha\beta).$$

Hence, (2) does not hold.

Case 3-2. Let $\beta(a_0) = 0$ and $\beta(a_1) \geq a_1$. Then $\alpha\beta = (a_0)_{i_0}(a_1)_{i_1}(a_3)_{i_2}(a_4)_{i_3+i_4}$ or $\alpha\beta = (a_0)_{i_0}(a_2)_{i_1}(a_3)_{i_2}(a_4)_{i_3+i_4}$ or $\alpha\beta = (a_0)_{i_0}(a_3)_{i_1+i_2}(a_4)_{i_3+i_4}$. and $\partial_{24}(\alpha\beta) = (a_0)_{i_0}(a_2)_{i_1+i_2}(a_4)_{i_3+i_4}$. Clearly $\partial_{24}(\alpha) = (a_0)_{i_0}(a_2)_{i_1+i_2+i_3}(a_4)_{i_4}$ and then $\partial_{24}(\alpha)\beta = (a_0)_{i_0}(a_3)_{i_1+i_2+i_3}(a_4)_{i_4}$. Since $\partial_{24}(\beta) = (a_0)_{j_0}(a_2)_{j_1+j_2}(a_4)_{j_3+j_4}$ and $a_0 \leq j_0 - 1 < a_1 \leq j_0 + j_1 - 1 \leq j_0 + j_1 + j_2 - 1 < a_2 \leq j_0 + j_1 + j_2 + j_3 - 1 < a_3 < a_4$ or $a_0 \leq j_0 - 1 \leq j_0 + j_1 - 1 < a_1 \leq j_0 + j_1 + j_2 - 1 < a_2 \leq j_0 + j_1 + j_2 + j_3 - 1 < a_3 < a_4$ or $a_0 \leq j_0 - 1 \leq j_0 + j_1 + j_2 - 1 < a_1 < a_2 \leq j_0 + j_1 + j_2 + j_3 - 1 < a_3 < a_4$, it follows $\alpha\partial_{24}(\beta) = (a_0)_{i_0}(a_2)_{i_1+i_2}(a_4)_{i_3+i_4}$. Now we have

$$\partial_{24}(\alpha)\beta + \alpha\partial_{24}(\beta) = (a_0)_{i_0}(a_3)_{i_1+i_2+i_3}(a_4)_{i_4} + (a_0)_{i_0}(a_2)_{i_1+i_2}(a_4)_{i_3+i_4} =$$

$$= (a_0)_{i_0}(a_3)_{i_1+i_2}(a_4)_{i_3+i_4} > \partial_{24}(\alpha\beta).$$

Hence, (2) does not hold.

Case 3-3. Let $\beta(a_0) \geq a_1$. Then $\alpha\beta = (a_1)_{s_0}(a_2)_{s_1}(a_3)_{i_2}(a_4)_{i_3+i_4}$ where $s_0 \geq 0$, $s_1 \geq 0$ and $s_0 + s_1 + i_2 + i_3 + i_4 = n$ – in six cases. Then $\partial_{24}(\alpha\beta) = (a_2)_{n-i_3-i_4}(a_4)_{i_3+i_4}$. Clearly $\partial_{24}(\alpha) = (a_0)_{i_0}(a_2)_{i_1+i_2+i_3}(a_4)_{i_4}$ and then:

$\partial_{24}(\alpha)\beta = (a_1)_{i_0}(a_3)_{i_1+i_2+i_3}(a_4)_{i_4}$ – in three cases;

$\partial_{24}(\alpha)\beta = (a_2)_{i_0}(a_3)_{i_1+i_2+i_3}(a_4)_{i_4}$ – in two cases;

$\partial_{24}(\alpha)\beta = (a_3)_{n-i_4}(a_4)_{i_4}$ – in one case.

Since $\partial_{24}(\beta) = (a_2)_{n-j_3-j_4}(a_4)_{j_3+j_4}$ and $j_0+j_1+j_2-1 < a_2 \leq j_0+j_1+j_2+j_3-1 < a_3 < a_4$, it follows $\alpha\partial_{24}(\beta) = (a_2)_{n-i_3-i_4}(a_4)_{i_3+i_4}$. Now we have

$$\partial_{24}(\alpha)\beta + \alpha\partial_{24}(\beta) = (a_1)_{i_0}(a_3)_{i_1+i_2+i_3}(a_4)_{i_4} + (a_2)_{n-i_3-i_4}(a_4)_{i_3+i_4} =$$

$$= (a_2)_{i_0}(a_3)_{i_1+i_2}(a_4)_{i_3+i_4} > \partial_{24}(\alpha\beta) \text{ or}$$

$$\partial_{24}(\alpha)\beta + \alpha\partial_{24}(\beta) = (a_2)_{i_0}(a_3)_{i_1+i_2+i_3}(a_4)_{i_4} + (a_2)_{n-i_3-i_4}(a_4)_{i_3+i_4} =$$

$$= (a_2)_{i_0}(a_3)_{i_1+i_2}(a_4)_{i_3+i_4} > \partial_{24}(\alpha\beta) \text{ or}$$

$$\partial_{24}(\alpha)\beta + \alpha\partial_{24}(\beta) = (a_3)_{n-i_4}(a_4)_{i_4} + (a_2)_{n-i_3-i_4}(a_4)_{i_3+i_4} =$$

$$= (a_3)_{n-i_3-i_4}(a_4)_{i_3+i_4} > \partial_{24}(\alpha\beta).$$

Hence, (2) does not hold.

Case 4. Let $\beta(a_1) = a_3$ and $\beta(a_2) = \beta(a_3) = \beta(a_4) = a_4$.

Case 4-1. Let $\beta(a_0) = a_0$. Then $\alpha\beta = (a_0)_{i_0}(a_3)_{i_1}(a_4)_{n-i_0-i_1}$ and $\partial_{24}(\alpha\beta) = (a_0)_{i_0}(a_2)_{i_1}(a_4)_{n-i_0-i_1}$. Clearly $\partial_{24}(\alpha) = (a_0)_{i_0}(a_2)_{i_1+i_2+i_3}(a_4)_{i_4}$ and then $\partial_{24}(\alpha)\beta = (a_0)_{i_0}(a_4)_{n-i_0} > \partial_{24}(\alpha\beta)$. Hence, (2) does not hold.

Case 4-2. Let $\beta(a_0) = a_1$. Then $\alpha\beta = (a_1)_{i_0}(a_3)_{i_1}(a_4)_{n-i_0-i_1}$ and $\partial_{24}(\alpha\beta) = (a_2)_{i_0+i_1}(a_4)_{n-i_0-i_1}$. Clearly $\partial_{24}(\alpha) = (a_0)_{i_0}(a_2)_{i_1+i_2+i_3}(a_4)_{i_4}$ and then $\partial_{24}(\alpha)\beta = (a_1)_{i_0}(a_4)_{n-i_0}$. Since $\partial_{24}(\beta) = (a_2)_{j_0+j_1}(a_4)_{n-j_0+j_1}$ and $a_1 \leq j_0 - 1 < a_3 \leq j_0 + j_1 - 1 < a_4 \leq j_0 + j_1 + j_2 - 1$, it follows $\alpha\partial_{24}(\beta) = (a_2)_{i_0+i_1}(a_4)_{n-i_0-i_1}$. So we obtain

$$\partial_{24}(\alpha)\beta+\alpha\partial_{24}(\beta) = (a_1)_{i_0}(a_4)_{n-i_0}+(a_2)_{i_0+i_1}(a_4)_{n-i_0-i_1} = (a_2)_{i_0}(a_4)_{n-i_0} > \partial_{24}(\alpha\beta).$$

Hence, (2) does not hold.

Case 4-3. Let $\beta(a_0) \geq a_2$. Then $\alpha\beta = (a_2)_{i_0}(a_3)_{i_1}(a_4)_{n-i_0-i_1}$ or $\alpha\beta = (a_3)_{i_0+i_1}(a_4)_{n-i_0-i_1}$ and $\partial_{24}(\alpha\beta) = (a_2)_{i_0+i_1}(a_4)_{n-i_0-i_1}$. Clearly $\partial_{24}(\alpha) = (a_0)_{i_0}(a_2)_{i_1+i_2+i_3}(a_4)_{i_4}$ and then $\partial_{24}(\alpha)\beta = (a_2)_{i_0}(a_4)_{n-i_0}$ or $\partial_{24}(\alpha)\beta = (a_3)_{i_0}(a_4)_{n-i_0}$. Since in both cases $\partial_{24}(\alpha)\beta > \partial_{24}(\alpha\beta)$, then (2) does not hold.

Case 5. Let $\beta(a_1) \leq a_2$ and $\beta(a_2) = \beta(a_3) = \beta(a_4) = a_4$.

Case 5-1. Let $\beta(a_1) = a_0$. Then $\alpha\beta = (a_0)_{i_0+i_1}(a_4)_{n-i_0-i_1}$ and $\partial_{24}(\alpha\beta) = (a_0)_{i_0+i_1}(a_4)_{n-i_0-i_1}$. Clearly $\partial_{24}(\alpha) = (a_0)_{i_0}(a_2)_{i_1+i_2+i_3}(a_4)_{i_4}$ and then $\partial_{24}(\alpha)\beta = (a_0)_{i_0}(a_4)_{n-i_0} > \partial_{24}(\alpha\beta)$. Hence, (2) does not hold.

Case 5-2. Let $\beta(a_0) = a_0$. Then $\alpha\beta = (a_0)_{i_0}(a_1)_{i_1}(a_4)_{n-i_0-i_1}$ or $\alpha\beta = (a_0)_{i_0}(a_2)_{i_1}(a_4)_{n-i_0-i_1}$ and $\partial_{24}(\alpha\beta) = (a_0)_{i_0}(a_2)_{i_1}(a_4)_{n-i_0-i_1}$. Clearly $\partial_{24}(\alpha) = (a_0)_{i_0}(a_2)_{i_1+i_2+i_3}(a_4)_{i_4}$ and then $\partial_{24}(\alpha)\beta = (a_0)_{i_0}(a_4)_{n-i_0} > \partial_{24}(\alpha\beta)$. Hence, (2) does not hold.

Case 5-3. Let $\beta(a_0) \geq a_1$. Then $\alpha\beta = (a_1)_{i_0+i_1}(a_4)_{n-i_0-i_1}$ or $\alpha\beta = (a_1)_{i_0}(a_2)_{i_1}(a_4)_{n-i_0-i_1}$ or $\alpha\beta = (a_2)_{i_0+i_1}(a_4)_{n-i_0-i_1}$ and $\partial_{24}(\alpha\beta) = (a_2)_{i_0+i_1}(a_4)_{n-i_0-i_1}$. Clearly $\partial_{24}(\alpha) = (a_0)_{i_0}(a_2)_{i_1+i_2+i_3}(a_4)_{i_4}$ and then $\partial_{24}(\alpha)\beta = (a_1)_{i_0}(a_4)_{n-i_0}$ or $\partial_{24}(\alpha)\beta = (a_2)_{i_0}(a_4)_{n-i_0}$. Since $\partial_{24}(\beta) = (a_2)_{j_0+j_1}(a_4)_{n-j_0-j_1}$ and $a_2 \leq j_0 + j_1 - 1 < a_4 \leq j_0 + j_1 + j_2 - 1$, it follows $\alpha\partial_{24}(\beta) = (a_2)_{i_0+i_1}(a_4)_{n-i_0-i_1}$. So we obtain

$$\partial_{24}(\alpha)\beta + \alpha\partial_{24}(\beta) = (a_1)_{i_0}(a_4)_{n-i_0} + (a_2)_{i_0+i_1}(a_4)_{n-i_0-i_1} =$$

$$= (a_2)_{i_0}(a_4)_{n-i_0} > \partial_{24}(\alpha\beta) \text{ or}$$

$$\partial_{24}(\alpha)\beta+\alpha\partial_{24}(\beta) = (a_2)_{i_0}(a_4)_{n-i_0}+(a_2)_{i_0+i_1}(a_4)_{n-i_0-i_1} = (a_2)_{i_0}(a_4)_{n-i_0} > \partial_{24}(\alpha\beta).$$

Hence, (2) does not hold.

Case 6. Let $\beta(a_0) = a_3$ and $\beta(a_1) = \beta(a_2) = \beta(a_3) = \beta(a_4) = a_4$. Then $\alpha\beta = (a_3)_{i_0}(a_4)_{n-i_0}$ and $\partial_{24}(\alpha\beta) = (a_2)_{i_0}(a_4)_{n-i_0}$. Clearly $\partial_{24}(\alpha) = (a_0)_{i_0}(a_2)_{i_1+i_2+i_3}(a_4)_{i_4}$ and then $\partial_{24}(\alpha)\beta = (a_3)_{i_0}(a_4)_{n-i_0} > \partial_{24}(\alpha\beta)$. Hence, (2) does not hold.

Case 7. Let $\beta(a_0) = \beta(a_1) = a_0$ and $\beta(a_2) = a_2$.

Case 7-1. Let $\beta(a_4) = a_2$. Then $\alpha\beta = (a_0)_{i_0+i_1}(a_2)_{n-i_0-i_1}$ and $\partial_{24}(\alpha\beta) = (a_0)_{i_0+i_1}(a_2)_{n-i_0-i_1}$. Clearly $\partial_{24}(\alpha) = (a_0)_{i_0}(a_2)_{i_1+i_2+i_3}(a_4)_{i_4}$ and then $\partial_{24}(\alpha)\beta = (a_0)_{i_0}(a_2)_{n-i_0} > \partial_{24}(\alpha\beta)$. Hence, (2) does not hold.

Case 7-2. Let $\beta(a_4) = a_4$. Then $\alpha\beta = (a_0)_{i_0+i_1}(a_2)_{i_2+i_3}(a_4)_{i_4}$ or $\alpha\beta = (a_0)_{i_0+i_1}(a_2)_{i_2}(a_3)_{i_3}(a_4)_{i_4}$ and $\partial_{24}(\alpha\beta) = (a_0)_{i_0+i_1}(a_2)_{i_2+i_3}(a_4)_{i_4}$. Clearly $\partial_{24}(\alpha) = (a_0)_{i_0}(a_2)_{i_1+i_2+i_3}(a_4)_{i_4}$ and then $\partial_{24}(\alpha)\beta = (a_0)_{i_0}(a_2)_{i_1+i_2+i_3}(a_4)_{i_4} > \partial_{24}(\alpha\beta)$. Hence, (2) does not hold.

Case 7-3. Let $\beta(a_3) = a_4$. Then $\alpha\beta = (a_1)_{i_0+i_1}(a_2)_{i_2}(a_4)_{i_3+i_4}$ and $\partial_{24}(\alpha\beta) = (a_1)_{i_0+i_1}(a_2)_{i_2}(a_4)_{i_3+i_4}$. Clearly $\partial_{24}(\alpha) = (a_0)_{i_0}(a_2)_{i_1+i_2+i_3}(a_4)_{i_4}$ and then $\partial_{24}(\alpha)\beta = (a_0)_{i_0}(a_2)_{i_1+i_2+i_3}(a_4)_{i_4}$. Since $\partial_{24}(\beta) = (a_0)_{j_0+j_1}(a_2)_{j_2}(a_4)_{j_3+j_4}$ and $a_0 \leq j_0+j_1-1 < a_2 \leq j_0+j_1+j_2-1 < a_4$, it follows $\alpha\partial_{24}(\beta) = (a_0)_{i_0+i_1}(a_2)_{i_2}(a_4)_{i_3+i_4}$. Now we obtain

$$\partial_{24}(\alpha)\beta + \alpha\partial_{24}(\beta) = (a_0)_{i_0}(a_2)_{i_1+i_2+i_3}(a_4)_{i_4} + (a_0)_{i_0+i_1}(a_2)_{i_2}(a_4)_{i_3+i_4} =$$

$$= (a_0)_{i_0}(a_2)_{i_1+i_2}(a_4)_{i_3+i_4} > \partial_{24}(\alpha\beta).$$

Hence, (2) does not hold.

Case 8. Let $\beta(a_0) = \beta(a_1) = a_0$ and $\beta(a_2) = a_1$.

Case 8-1. Let $\beta(a_4) = a_1$. Then $\alpha\beta = (a_0)_{i_0+i_1}(a_1)_{n-i_0-i_1}$ and $\partial_{24}(\alpha\beta) = (a_0)_{i_0+i_1}(a_2)_{n-i_0-i_1}$. Clearly $\partial_{24}(\alpha) = (a_0)_{i_0}(a_2)_{i_1+i_2+i_3}(a_4)_{i_4}$ and then $\partial_{24}(\alpha)\beta = (a_0)_{i_0}(a_1)_{n-i_0}$. Since $\partial_{24}(\beta) = (a_0)_{j_0+j_1}(a_2)_{n-j_0-j_1}$ and $a_0 \leq j_0+j_1-1 \leq j_0+j_1+j_2+j_3-1 < a_1$, it follows $\alpha\partial_{24}(\beta) = (a_0)_{i_0+i_1}(a_2)_{n-i_0-i_1}$. Now we obtain

$$\partial_{24}(\alpha)\beta + \alpha\partial_{24}(\beta) = (a_0)_{i_0}(a_1)_{n-i_0} + (a_0)_{i_0+i_1}(a_2)_{n-i_0-i_1} =$$

$$= (a_0)_{i_0}(a_1)_{i_1}(a_2)_{n-i_0-i_1} > \partial_{24}(\alpha\beta).$$

Hence, (2) does not hold.

Case 8-2. Let $\beta(a_4) = a_2$. Then $\alpha\beta = (a_0)_{i_0+i_1}(a_1)_{i_2+i_3}(a_2)_{i_4}$ or $\alpha\beta = (a_0)_{i_0+i_1}(a_1)_{i_2}(a_2)_{i_3+i_4}$ and $\partial_{24}(\alpha\beta) = (a_0)_{i_0+i_1}(a_2)_{n-i_0-i_1}$. Clearly $\partial_{24}(\alpha) = (a_0)_{i_0}(a_2)_{i_1+i_2+i_3}(a_4)_{i_4}$ and then $\partial_{24}(\alpha)\beta = (a_0)_{i_0}(a_1)_{i_1+i_2+i_3}(a_2)_{i_4}$. Since $\partial_{24}(\beta) = (a_0)_{j_0+j_1}(a_2)_{n-j_0-j_1}$ and $a_0 \leq j_0 + j_1 - 1 < a_1 \leq j_0 + j_1 + j_2 + j_3 - 1 < a_2$ or $a_0 \leq j_0+j_1-1 < a_1 \leq j_0+j_1+j_2-1 < a_2$, it follows $\alpha\partial_{24}(\beta) = (a_0)_{i_0+i_1}(a_2)_{n-i_0-i_1}$. Now we obtain

$$\partial_{24}(\alpha)\beta + \alpha\partial_{24}(\beta) = (a_0)_{i_0}(a_1)_{i_1+i_2+i_3}(a_2)_{i_4} + (a_0)_{i_0+i_1}(a_2)_{n-i_0-i_1} =$$

$$= (a_0)_{i_0}(a_1)_{i_1}(a_2)_{n-i_0-i_1} > \partial_{24}(\alpha\beta).$$

Hence, (2) does not hold.

Case 8-3. Let $\beta(a_3) \leq a_3$ and $\beta(a_4) = a_4$. Then $\alpha\beta = (a_0)_{i_0+i_1}(a_1)_{i_2+i_3}(a_4)_{i_4}$ or $\alpha\beta = (a_0)_{i_0+i_1}(a_1)_{i_2}(a_2)_{i_3}(a_4)_{i_4}$ or $\alpha\beta = (a_0)_{i_0+i_1}(a_1)_{i_2}(a_3)_{i_3}(a_4)_{i_4}$ and $\partial_{24}(\alpha\beta) = (a_0)_{i_0+i_1}(a_2)_{i_2+i_3}(a_4)_{i_4}$. Clearly $\partial_{24}(\alpha) = (a_0)_{i_0}(a_2)_{i_1+i_2+i_3}(a_4)_{i_4}$ and then $\partial_{24}(\alpha)\beta = (a_0)_{i_0}(a_1)_{i_1+i_2+i_3}(a_4)_{i_4}$. Since $\partial_{24}(\beta) = (a_0)_{j_0+j_1}(a_2)_{j_2+j_3}(a_4)_{j_4}$ and $a_0 \leq j_0+j_1-1 < a_1 \leq j_0 + j_1 + j_2 + j_3 - 1 < a_4$ or $a_0 \leq j_0 + j_1 - 1 < a_1 \leq j_0 + j_1 + j_2 - 1 < a_2 \leq j_0 + j_1 + j_2 + j_3 - 1 < a_4$ or $a_0 \leq j_0 + j_1 - 1 < a_1 \leq j_0 + j_1 + j_2 - 1 < a_3 \leq j_0 + j_1 + j_2 + j_3 - 1 < a_4$, it follows $\alpha\partial_{24}(\beta) = (a_0)_{i_0+i_1}(a_2)_{i_2+i_3}(a_4)_{i_4}$. Now we have

$$\partial_{24}(\alpha)\beta + \alpha\partial_{24}(\beta) = (a_0)_{i_0}(a_1)_{i_1+i_2+i_3}(a_4)_{i_4} + (a_0)_{i_0+i_1}(a_2)_{i_2+i_3}(a_4)_{i_4} =$$

$$= (a_0)_{i_0}(a_1)_{i_1}(a_2)_{i_2+i_3}(a_4)_{i_4} > \partial_{24}(\alpha\beta).$$

Hence, (2) does not hold.

Case 8-4. Let $\beta(a_3) = \beta(a_4) = a_4$. Then $\alpha\beta = (a_0)_{i_0+i_1}(a_1)_{i_2}(a_4)_{i_3+i_4}$ and $\partial_{24}(\alpha\beta) = (a_0)_{i_0+i_1}(a_2)_{i_2}(a_4)_{i_3+i_4}$. Clearly $\partial_{24}(\alpha) = (a_0)_{i_0}(a_2)_{i_1+i_2+i_3}(a_4)_{i_4}$ and then $\partial_{24}(\alpha)\beta = (a_0)_{i_0}(a_1)_{i_1+i_2+i_3}(a_4)_{i_4}$. Since $\partial_{24}(\beta) = (a_0)_{j_0+j_1}(a_2)_{j_2}(a_4)_{j_3+j_4}$ and $a_0 \leq j_0+j_1-1 < a_1 \leq j_0+j_1+j_2-1 < a_4$, it follows $\alpha\partial_{24}(\beta) = (a_0)_{i_0+i_1}(a_2)_{i_2}(a_4)_{i_3+i_4}$. Now we have

$$\partial_{24}(\alpha)\beta + \alpha\partial_{24}(\beta) = (a_0)_{i_0}(a_1)_{i_1+i_2+i_3}(a_4)_{i_4} + (a_0)_{i_0+i_1}(a_2)_{i_2}(a_4)_{i_3+i_4} =$$

$$= (a_0)_{i_0}(a_1)_{i_1}(a_2)_{i_2}(a_4)_{i_3+i_4} > \partial_{24}(\alpha\beta).$$

Hence (2) does not hold again and this completes the proof of the theorem.

References

[1] Golan J. (1999), ***Semirings and Their Applications***, Kluwer, Dordrecht, 1999.

[2] Hatcher A. (2002) ***Algebraic Topology***, Cambridge University Press, 2002.

[3] Jeẑek J., T. Kepka and M. Maròti (2009), ***The endomorphism semiring of a semilattice***, Semigroup Forum, 78 (2009), 21 – 26.

[4] Kolchin E. (1973), ***Differential Algebra and Algebraic Groups***, Academic Press, 1973.

[5] Kozlov D. (2008), ***Combinatorial Algebraic Topology***, Springer, 2008.

[6] Monico C. (2004), ***On finite congruence-simple semirings***, J. Algebra 271 (2004), 846 – 854.

[7] Ritt J., (1950), ***Differential Algebra***, Amer. Math. Soc. Publ. 33, 1950.

[8] Stanley R. (1999), ***Enumerative combinatorics***, Vol. 2, Cambridge University Press, 1999.

[9] Trendafilov I. (2012), ***Derivations in Some Finite Endomorphism Semirings***, Discussiones Mathematicae General Algebra and Applications, Vol. 32, 2012, 77–100.

[10] Trendafilov I. (2014), ***Simplices in the Endomorphism Semiring of a Finite Chain***, Hindawi Publishing Corporation, Algebra, Volume 2014, Article ID 263605.

[11] Trendafilov I., D. Vladeva (2011), ***The endomorphism semiring of a finite chain***, Proc. Techn. Univ.-Sofia, 61, 1, (2011), 9 – 18.

[12] Trendafilov I., D. Vladeva (2013), ***Combinatorial Results for Geometric Structures in Endomorphism Semirings***, Appl. Math. in Eng. and Econ. – 39th. Int. Conf. (2013) AIP Conf. Proc. 1570, 461 – 468.

[13] Vladeva D., I. Trendafilov (2015), ***Derivations in a triangle – I part. The projection on the least string of a triangle is a derivation***, Proc. Techn. Univ.-Sofia, 65, 1, (2015), 243 – 252.

[14] Vladeva D., I. Trendafilov (2015), ***Derivations in a triangle – II part. The projection on any of strings of a triangle is a derivation***, Proc. Techn. Univ.-Sofia, 65, 1, (2015), 253 – 262.

[15] Vladeva D., I. Trendafilov (2015), ***Derivations in a tetrahedron***, AIP Conference Proceedings 1690, 060004 (2015), 1 – 7.

[16] Vladeva D., I. Trendafilov (2015), ***Derivations in a tetrahedron – I part. The projection on triangles of a tetrahedron are derivations***, Proc. Techn. Univ.-Sofia, 65, 2, (2015), 117 – 126.

[17] Vladeva D., I. Trendafilov (2015), ***Derivations in a tetrahedron – II part. The projection on triangles of a tetrahedron are derivations***, Proc. Techn. Univ.-Sofia, 65, 1, (2015), 127 – 136.

[18] Vladeva D., I. Trendafilov (2016), ***The projections on some triangles of a simplex are derivations***, Proceedings of the Forty Five Spring Conference of the Union of Bulgarian Mathematicians, Pleven, April 6–10, 2016..

[19] Vladeva D., I. Trendafilov (2016), ***Derivations in a endomorphism semring***, (to appear).

[20] J. Zumbrägel (2008), ***Classification of finite congruence-simple semirings with zero***, J. Algebra Appl. 7 (2008) 363 – 377.

Authors: Dimitrinka Vladeva, assoc. prof., Department "Mathematics and physics", LTU, Sofia, *e-mail:* d_vladeva@abv.bg

Ivan Trendafilov, prof., Department "Algebra and geometry", FAMI, TU–Sofia, *e-mail:* ivan_d_trendafilov@tu-sofia.bg

Received 01 October 2016 **Reviewer:** Assoc. prof., PhD George Venkov

БИЛИНЕЙНО - ТРАНСФОРМАЦИОННИЯТ МЕТОД ЗА ИНТЕГРУЕМИ ЧАСТНИ ДИФЕРЕНЦИАЛНИ УРАВНЕНИЯ

Огнян Каменов

Резюме: *В настоящата статия е приложена пространствената вариация на билинейно–трансформационния метод за едно интегруемо еволюционно уравнение на Савада-Котера. Целта на анализа е да се съпоставят характерните особености в периодичните решения на интегруемите, частично интегруемите и неинтегруемите еволюционни, частно-диференциални уравнения. Посочени са характерните проявления на точните периодични решения на изследваното интегруемо уравнение.*
Ключови думи: *билинейно-трансформационен метод, оператори на Хирота, θ-тета функции на Якоби, квазипериодични трансформации, солитарни и периодични решения.*

BILINEAR TRANSFORMATION METHOD FOR INTEGRABLE PARTIAL DIFFERENTIAL EQUATIONS

Ognyan Kamenov

Abstract: *In the present work we have applied a spatial modification of the bilinear transformation method on one integrable evolution equation of Sawada-Kotera. The purpose of the analysis is to compare the special features of the periodic solutions of integrable, partially integrable and nontegrable evolution partial-differential equations. Listed are typical manifestations of the exact periodic solutions of the investigated integrable equation.*
Keywords: *bilinear – transformation method, operators of Hirota, Jacobi θ – theta functions, quasiperiodic transformations, solitary and periodic solutions.*

1. ВЪВЕДЕНИЕ

Билинейно - трансформационният метод на Matsuno [1] възниква на основата на билинейните трансформации на нелинейните частни диференциални уравнения, въведени от Hirota [7]. Естествено е първите моделни уравнения, атакувани с този метод, да са интегруемите уравнения, изследвани в този период интензивно за наличието на N- солитонни решения. Едно от първите интегруеми нееволюционни уравнения, решени успешно с билинейно - трансформационния метод, е уравнението на Boussinesq. Тогава, през 1979, Nakamura [8] нарича този подход – директен метод за получаване на точни периодични решения. Редица автори, като Miloh [9], Joseph and Egri [10], Chen and Lee [11], Parker [12], прилагат този теоретичен подход за намирането на локализирани периодични реше-

© 2016 Publishing House of Technical University of Sofia
All rights reserved
ISSN 1311-0829

ния. По-голямата част от известните вече периодични решения на редица интегруеми уравнения имат естествена параметризация с тета функциите. За целите на сравнителния анализ, в следващите два раздела ще използваме билинейно – трансформационния метод за локализация на периодични точни решения на уравнението на Sawada - Kotera. Практиката показва, че естествената параметризация, адаптирана към билинейно - трансформационния метод, е най-удобна с функциите $\theta_3(\xi,q)$ или $\theta_4(\xi,q)$. И двете параметризации водят до еднотипни реални вълнови решения на съответните моделни уравнения. Различието е само в техническите процедури, при които се стига до самите реални решения.

2. ПЕРИОДИЧНИ РЕШЕНИЯ НА ИНТЕГРУЕМОТО ЕВОЛЮЦИОННО УРАВНЕНИЕ НА SAWADA - KOTERA (SK)

Еволюционното уравнение (SK) има формата (в общ вид):

$$\beta u_t + u_{xxxxx} + \frac{30}{\alpha}(uu_{xx})_x + \frac{60}{\alpha^2}(u^3)_x = 0, \quad \alpha,\beta \in \Re, \quad \alpha \neq 0, \quad \beta \neq 0 \tag{1}$$

и се третира като уравнение на Korteweg-de Vries от пети ред (FKDV). Въведено е преди тридесет години като моделно еволюционно уравнение, описващо динамиката на дълги вълни в плитък невискозен флуид. Най-често параметрите α и β се избират $\alpha = 2, \beta = 1$, като в тази форма уравнението SK е изследвано с различни аналитични и числени методи.

Ние ще приложим билинейно - трансформационния метод на Matsuno [1] към уравнението SK в неговата обща форма (1.1). За тази цел ще представим $u(x,t)$, която предполагаме, че е гладка функция до трети ред по x, посредством трансформацията на Hirota-Satsuma [13]

$$u(x,t) = \varsigma_0 + \mu(\ln\varsigma)_{xx}, \tag{2}$$

където ς_0, μ са неизвестни на този етап параметри, като $\mu \neq 0$, а $\varsigma(x,t)$ е непрекъснато диференцируема (до седми ред) в отворената двумерна област:

$$\Omega = \{(x,t) \in \Re^2, -\infty < x < \infty, 0 < t < \infty\}.$$

Ако заместим $u(x,t)$ от (2) в (1) и интегрираме по x еднократно, ще получим следната билинейна форма (виж Приложение А):

$$\mu\beta\frac{D_tD_x\varsigma.\varsigma}{2\varsigma^2} + \mu\frac{D_x^6\varsigma.\varsigma}{2\varsigma^2} - 30\mu\left(\frac{D_x^2\varsigma.\varsigma}{2\varsigma^2}\right)\left(\frac{D_x^4\varsigma.\varsigma}{2\varsigma^2}\right) + 120\mu\left(\frac{D_x^2\varsigma.\varsigma}{2\varsigma^2}\right)^3 +$$

$$+\frac{30\mu}{\alpha}\left[\varsigma_0 + \mu\left(\frac{D_x^2\varsigma.\varsigma}{2\varsigma^2}\right)\right]\left[\frac{D_x^4\varsigma.\varsigma}{2\varsigma^2} - 6\left(\frac{D_x^2\varsigma.\varsigma}{2\varsigma^2}\right)^2\right] + \frac{60}{\alpha^2}\left[\varsigma_0^3 + 3\varsigma_0^2\mu\left(\frac{D_x^2\varsigma.\varsigma}{2\varsigma^2}\right) +\right.$$

$$\left.+3\varsigma_0\mu^2\left(\frac{D_x^2\varsigma.\varsigma}{2\varsigma^2}\right)^2 + \mu^3\left(\frac{D_x^2\varsigma.\varsigma}{2\varsigma^2}\right)^3\right] = C_0,$$

където C_0 е интеграционна константа. Ако изберем свободния параметър μ така, че $\mu = \alpha$, то можем от горното тъждество да получим класическата бидиференциална форма на уравнението SK:

$$[\beta D_tD_x + D_x^6 + 30\left(\frac{\varsigma_0}{\alpha}\right)D_x^4 + 180\left(\frac{\varsigma_0}{\alpha}\right)^2 D_x^2 - 8C]\varsigma.\varsigma = 0 \tag{3}$$

където C е сумарна интеграционна константа, по-конкретно:

$$C = \frac{1}{4}\left[\frac{C_0}{\alpha} - 30\left(\frac{\varsigma_0}{\alpha}\right) - 60\left(\frac{\varsigma_0}{\alpha}\right)^3\right].$$

Ще параметризираме билинейното уравнение (3) на базата на периодичната θ_3-функция [9]

$$\varsigma(x,t) = \theta_3(\xi, q), \tag{4}$$

където фазовата променлива ξ е дефинирана в класическата си форма на "бягаща вълна", т.е. $\xi = kx + \omega t + \delta$, като k е вълновото число – в общия случай комплексно, ω е фазовата скорост $(\omega \neq 0, \omega \in C)$, а δ е фазовото отместване (в общия случай $\delta \in C$). На този етап и трите параметъра k, ω, δ са неизвестни. Предполагаме, че пертурбационният параметър $q = e^{i\pi\tau}$ е такъв, че $0 < |q| < 1$, което осигурява равномерната сходимост на функционалния ред за $\theta_3(\xi, q)$. Като заместим $\varsigma(x,t)$ от (4) в бидиференциалното уравнение (3), използвайки формули (3), ще получим безкрайната верига от алгебрични уравнения $\sum_{m=-\infty}^{\infty} F(m)e^{2im\xi} = 0, \quad m \in \mathrm{Z}$, където

$$\begin{aligned} F(m) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} [&-4\beta k\omega(2n-m)^2 - 64k^6(2n-m)^6 + 480\left(\frac{\varsigma_0}{\alpha}\right)(2n-m)^4 k^4 - \\ &- 720\left(\frac{\varsigma_0}{\alpha}\right)^2 k^2(2n-m)^2 - 8C]q^{n^2+(n-1)^2}, \qquad m = 0, \pm 1, \pm 2, \ldots \end{aligned} \tag{5}$$

На пръв поглед посочената безкрайна алгебрична система е несъвместима, защото има краен брой неизвестни - $k, \omega, \delta, \lambda, C$, но билинейната диференциална структура на (5) позволява да приложим към безкрайната система принципа на индексния паритет. По същество това означава, че ако при фиксирано $m \in Z$ извършим краен брой редукции $n \to n+1$, ще получим тъждествата:

$$F(m) = F(m-2)q^{2(m-1)} = F(m-4)q^{2(2m-4)} = \ldots = \begin{cases} F(0)q^{m^2/2}, & \text{ако } m \text{ е четно число;} \\ F(1)q^{(m^2-1)/2}, & \text{ако } m \text{ е нечетно число.} \end{cases}$$

Ако сумираме в (5) поотделно четните и нечетните събираеми, ще получим една компактна форма на тази система

$$F(0)\theta_3(2\xi, q^2) + q^{-1/2}F(1)\theta_2(2\xi, q^2) = 0, \tag{6}$$

където $\theta_2(z, p)$ е втората θ-функция на Якоби [9]. Линейната независимост на $\theta_2(2\xi, q^2)$ и $\theta_3(2\xi, q^2)$ превръща уравнение (6) в конюнкция от само две уравнения $F(0) = 0, F(1) = 0$. След не сложни манипулации, основани на бидиференциалните тъждества (Приложение Б), последните две уравнения се превръщат в следната линейна, алгебрична, нехомогенна система спрямо ω и C:

$$\begin{aligned} \beta kq\theta_3'.\omega + \theta_3 C &= 4q[60k^4\varsigma_0/\alpha - 45k^2\varsigma_0^2/\alpha^2 - 16]\theta_3' + 48q^2[5k^4\varsigma_0/\alpha - 4]\theta_3'' - 64q^3\theta_3''', \\ \beta kq\theta_2'.\omega + \theta_2 C &= 4q[60k^4\varsigma_0/\alpha - 45k^2\varsigma_0^2/\alpha^2 - 16]\theta_2' + 48q^2[5k^4\varsigma_0/\alpha - 4]\theta_2'' - 64q^3\theta_2''', \end{aligned} \tag{7}$$

където $\theta_2 = \theta_2(0, q^2)$, $\theta_3 = \theta_3(0, q^2)$, а символите за диференциране в системата (7) се отнасят за съответните производни по пертурбационния параметър q. Системата (7) е съвместима и определена, защото детерминантата ѝ $\Delta = \beta kqW(\theta_2, \theta_3)$, където $W(\theta_2, \theta_3)$ е детерминантата на Вронски от линейно независимите θ_2, θ_3,

т.е. $W(\theta_2,\theta_3)\neq 0$. Единственото решение на тази система е

$$\omega(k,q)=\frac{4}{\alpha^2\beta}(60k^3\varsigma_0\alpha-45k\varsigma_0^2-16\alpha^2/k)+\frac{48q}{\alpha\beta}(5k^3\varsigma_0-4\alpha/k)\frac{W'(\theta_2,\theta_3)}{W(\theta_2,\theta_3)}-$$
$$-\frac{64q^2}{\beta k}\left[\frac{W''(\theta_2,\theta_3)}{W(\theta_2,\theta_3)}-\frac{W'(\theta_2,\theta_3)}{W(\theta_2,\theta_3)}\right]; \tag{8}$$

$$C(k,q)=64q^3\frac{W'(\theta_2^{'},\theta_3^{'})}{W(\theta_2,\theta_3)}-\frac{48q^2}{\alpha}(5k^4\varsigma_0-4\alpha). \tag{9}$$

3. РЕАЛНИ ПЕРИОДИЧНИ РЕШЕНИЯ И УСЛОВИЯ ЗА АНАЛИТИЧНОСТ

Вече можем да направим извода, че периодичната функция

$$u(x,t)=\varsigma_0+\alpha(\ln\theta_3(\xi,q))_{xx}$$

е точно решение на еволюционното уравнение SK, ако фазовата скорост $\omega(k,q)$ удовлетворява дисперсионното съотношение (8), а интеграционната константа $C(k,q)$ е както в (9). Тази интеграционна "константа", макар да няма динамични характеристики, има важно значение за генерирането на периодичните решения. Ако $C(k,q)=0$ при някои ненулеви стойности на параметрите k,q,ς_0, то при тези значения не могат да се образуват периодични решения. В този смисъл трябва да изключим онези стойности на ς_0, за които

$$\varsigma_0=\frac{4\alpha}{5k^4}\left[\frac{qW'(\theta_2^{'},\theta_3^{'})}{3W(\theta_2,\theta_3)}+1\right]. \tag{10}$$

Нека запишем полученото точно периодично решение на уравнение SK в по-удобната форма

$$u(x,t)=\varsigma_0+\alpha k^2\frac{d}{d\xi}\left[\frac{\theta_3^{'}(\xi,q)}{\theta_3(\xi,q)}\right], \tag{11}$$

от която се вижда, че то представлява в общия случай мероморфна комплексна функция на фазовата променлива ξ. В комплексната равнина функцията $u(x,t)$, дефинирана с (11) има двукратни полюси в нулите на $\theta_3(\xi,q)$, т.е. в мрежата от точки

$$\xi_{mn}=\pi(m+1/2)+\tau(n+1/2)\pi,\qquad m,n\in\mathrm{Z}.$$

Тъй като се интересуваме от физическата приложимост на решението, ние бихме могли да изберем свободните параметри по такъв начин, че в крайна сметка да получим реални периодични решения и същевременно да избегнем двукратните полюси в точките ξ_{mn}. За целта нека изберем

$$\tau=i\varepsilon,\quad \varepsilon\in\mathrm{R},\quad \varepsilon>0,\text{т.е.}\,q=e^{-\varepsilon\pi}<1, \tag{12}$$

тогава, за да избегнем двукратните полюси на точното решение (11), е достатъчно да ограничим фазовата променлива в хоризонталната ивица

$$-\varepsilon\pi<\mathrm{Im}(\xi)<\varepsilon\pi, \tag{13}$$

което е и условието за аналитичност на полученото точно периодично решение. В случай, че k и q са реални, то очевидно $\mathrm{Im}(\xi)=\mathrm{Im}(\delta)$.

Реалните периодични решения на (11) могат да се генерират при два възможни избора на вълновото число k. Ако k е реално, без ограничение на общността можем да предположим, че $k>0$, при което фазовата променлива $\xi = kx+\omega t+\delta$ е реална при реално фазово отместване δ, при хипотезата на (12). Логаритмичната производна от (11) можем да представим съгласно формулата

$$\frac{\theta_3^{'}(\xi,q)}{\theta_3(\xi,q)} = 2\sum_{m=-\infty}^{\infty}\frac{(-1)^m \sin(2\xi m)}{\mathrm{sh}(\varepsilon\pi m)},$$

при което можем окончателно да представим реалното периодично решение на уравнение SK във формата

$$u(x,t) = \varsigma_0 + 4\alpha k^2\sum_{m=-\infty}^{\infty}\frac{(-1)^m m\cos(2\xi m)}{\mathrm{sh}(\varepsilon\pi m)}. \qquad (14)$$

Това реално периодично решение представлява безкрайна съвкупност от синусоидални хармоники с различни амплитуди, но с едно и също пространствено отклонение ς_0, което в такива случаи може да се игнорира, полагайки $\varsigma_0 = 0$. Това е възможно да направим, тъй като при $\varsigma_0 = 0$, $\omega(k,q)\neq 0$ и $C(k,q)\neq 0$, което следва директно от (8) и (9). Решението (14) е всъщност една четири-параметрична фамилия от реални синусоидални периодични вълни. Тези реални параметри са $\varsigma_0,\varepsilon,k,\delta$, като $\varepsilon>0$ и $k>0$. В третия раздел ще направим допълнителни уточнения за ролята на пространственото отклонение. В случай, че вълновото число е имагинерно, т.е. $k\to ik$, отново бихме могли поради паритетната инвариантност да предположим, че $k>0$. В условието на хипотеза (12) е възможно да се генерират реални периодични решения от (11), ако фазовата скорост е имагинерно число, а фазовото отместване δ е подходящо избрано. Очевидно е от (8), че фазовата скорост е имагинерна, защото дисперсионното съотношение съдържа само нечетни степени по k. За фазовото отместване избираме $\delta\to i\delta+\pi\tau = i(\delta+\varepsilon\pi)$, при което дисперсионното съотношение (8) не се променя поради квази – периодичното свойство на функцията θ_3, т.е. $\theta_2(i\xi,q) = q^{1/4}e^{i\xi}\theta_3(i\xi+\pi\tau/2)$. Използвайки директно формулата за логаритмичните производни

$$\begin{cases}\dfrac{\theta_2^{'}(i\xi,q)}{\theta_2(i\xi,q)} = -i\sum\limits_{m=-\infty}^{\infty}\tanh(\xi-\varepsilon\pi m);\\ \dfrac{d}{d\xi}\left(\dfrac{\theta_2^{'}(i\xi,q)}{\theta_2(i\xi,q)}\right) = -\sum\limits_{m=-\infty}^{\infty}\mathrm{sech}^2(\xi-\varepsilon\pi m).\end{cases}$$

отново получаваме една добре дефинирана в ивицата (13) реална периодична функция

$$u(x,t) = \varsigma_0 - \alpha k^2\sum_{m=-\infty}^{\infty}\mathrm{sech}^2(\xi-\varepsilon m\pi). \qquad (15)$$

Решението (15) показва, че периодичната нелинейна вълна на еволюционното уравнение SK може да бъде представена като безкрайна суперпозиция от равноотстоящи солитарно вълнови профили, чиито гребени са разположени в точките $z_m = 0,\ \pm\pi\varepsilon,\pm 2\pi\varepsilon,...,\pm m\pi\varepsilon,...\ m\in \mathrm{N}$. Това забележително свойство е показано за пръв път от Toda [14] за еволюционното уравнение на KDV, а по-късно е наречено от Boyd [15] – нелинеен принцип на суперпозицията. Както ще видим в следващия

раздел, важно уточнение на този принцип установява A.Parker [12], а в заключителните бележки към настоящата глава ще обсъдим важния въпрос за динамичната еквивалентност на двете периодични решения (14) и (15).

4. ЗАКЛЮЧИТЕЛНИ БЕЛЕЖКИ

Получените във формули (14) и (15) точни периодични решения на интегруемото еволюционно уравнение на Савада-Котера разкриват две важни техни характеристики. Първата е свързана с динамичната еквивалентност между „слабо нелинейното“ периодично решение (14) и „силно нелинейното“ решение (15). Те са проявления на граничните фази на пертурбационния параметър $q = e^{-\varepsilon\pi}$. Втората характерна особеност произтича от произволната стойност, която може да приеме пространственото отклонение ς_0 в посочените точни периодични решения (14) и (15). На практика това означава, че това пространствено отклонение не играе никаква роля в еволюцията на нелинейните вълни, защото можем да го приемем за 0.

Обикновено в такива случаи, когато пространственото отклонение е произволно, за негова стойност избираме тази, при която фазовите скорости на периодичната и солитарната вълна да съвпадат. Тогава сумирането на отделните хармоники в решенията (14) и (15) се интерпретира като една действителна суперпозиция на подобни периодични синусоидални или солитарни вълни. Аналогично е проявлението на пространствената версия на билинейно-трансформационния метод и за други интегруеми еволюционни уравнения, като уравнението на Кортевег - де Вриз, Камаса - Холм, междинното дълговълново уравнение (ILW) и др.

ПРИЛОЖЕНИЕ А

$$
\begin{cases}
(\ln\varphi)_x = \dfrac{\varphi_x}{\varphi},\ \varphi = \varphi(x,t) > 0; \\
(\ln\varphi)_{xx} = \dfrac{D_x^2\varphi.\varphi}{2\varphi^2}; \\
(\ln\varphi)_{xxx} = \dfrac{\varphi_{xxx}}{\varphi} - 3\dfrac{\varphi_x\varphi_{xx}}{\varphi^2} + 2\dfrac{\varphi_x^3}{\varphi^3}; \\
(\ln\varphi)_{xxxx} = \dfrac{D_x^4\varphi.\varphi}{2\varphi^2} - 6\left(\dfrac{D_x^2\varphi.\varphi}{2\varphi^2}\right)^2; \\
(\ln\varphi)_{txxx} = \dfrac{D_tD_x^3\varphi.\varphi}{2\varphi^2} - 6\left(\dfrac{D_tD_x\varphi.\varphi}{2\varphi^2}\right)\left(\dfrac{D_x^2\varphi.\varphi}{2\varphi^2}\right); \\
(\ln\varphi)_{xxxxxx} = \dfrac{D_x^6\varphi.\varphi}{2\varphi^2} - 30\left(\dfrac{D_x^2\varphi.\varphi}{2\varphi^2}\right)\left(\dfrac{D_x^4\varphi.\varphi}{2\varphi^2}\right) + 120\left(\dfrac{D_x^2\varphi.\varphi}{2\varphi^2}\right)^3.
\end{cases}
$$

ПРИЛОЖЕНИЕ Б

$$\begin{cases} \sum_{n=-\infty}^{\infty} q^{2n^2} = \theta_3; & \sum_{n=-\infty}^{\infty} q^{n^2+(n-1)^2} = q^{1/2}\theta_2; \\ \sum_{n=-\infty}^{\infty} n^2 q^{2n^2} = q\theta_3'/2; & \sum_{n=-\infty}^{\infty} (2n-1)^2 q^{n^2+(n-1)^2} = 2q^{3/2}\theta_2'; \\ \sum_{n=-\infty}^{\infty} n^4 q^{2n^2} = q(\theta_3' + q\theta_3'')/4; & \sum_{n=-\infty}^{\infty} (2n-1)^4 q^{n^2+(n-1)^2} = 4q^{3/2}(\theta_2' + q\theta_2''); \\ \sum_{n=-\infty}^{\infty} n^6 q^{2n^2} = q(\theta_3' + 3q\theta_3'' + q^2\theta_3''')/8; & \sum_{n=-\infty}^{\infty} (2n-1)^6 q^{n^2+(n-1)^2} = 8q^{3/2}(\theta_2' + 3q\theta_2'' + q^2\theta_2'''). \end{cases}$$

ЛИТЕРАТУРА

[1] Matsuno Y. (1984), ***Bilinear Transformation Method***, Academic Press Inc., N. Y.

[2] Hirota R. (1980), ***Direct methods in soliton theory, In Solitons*** (ed. R.K. Bullough & P.J. Caudrey), 157-176, Springer.

[3] Nakamura A. (1979), ***A direct method of calculating periodic wave solutions to nonlinear evolution equations. Exact two-periodic wave solutions***, J. Phys. Soc. Japan **47,** 1701-1705

[4] Miloh T. (1990), ***On periodic and solitary wavelike solutions of the intermediate long – wave equation***, J. Fluid Mech. v. 211, 617-627.

[5] Joseph R. I. and R. Egri (1978), ***Multi-soliton solutions in a finite depth fluid***, J. Phys. A: Math. Gen. 11, L97.

[6] Chen H. H. and Y. C. Lee (1979), ***Internal wave solitons of fluids with finite depth***, Phys. Rev. Lett. 43, 264-266.

[7] Parker A. (1992), ***Periodic solutions of the intermediate long-wave equation: a nonlinear superposition principle***, J. Phys. A: Math. Gen. **25,** 2003-2032

[8] Hirota R. and J. Satsuma (1976), ***A variety of nonlinear network equations generated from the Bäcklund transformation for the Toda lattice***, Prog. Theoret. Phys. Suppl. 59, 64-100

[9] Lawden D. F. (1989), ***Elliptic Functions and Applications***, Berlin: Springer.

[10] Toda M. (1979), ***Theory of Nonlinear Lattices***, New York: Springer.

[11] Boyd J. R. (1986), ***Solitons from sine waves: analytical and numerical methods for non-integrable solitary and cnoidal waves***, Physica D21, 227-246

[12] Nakamura A. (1979), ***A direct method of calculating periodic wave solutions to nonlinear evolution equations. Exact two-periodic wave solutions***, J. Phys. Soc. Japan **47,** 1701-1705

Автор: Огнян Йорданов Каменов, доц. дмн, катедра „Математически анализ и числени методи“, ФПМИ, Технически Университет-София, E-mail address: *okam@abv.bg*

Постъпила на 02.02.2016 г. **Рецензент:** доц. д-р Георги Венков

БИЛИНЕЙНО – ТРАНСФОРМАЦИОННИЯТ МЕТОД В ЧАСТИЧНО ИНТЕГРУЕМИТЕ НЕЛИНЕЙНИ ЧАСТНИ ДИФЕРЕНЦИАЛНИ УРАВНЕНИЯ

Огнян Каменов

Резюме: *В настоящата работа е анализирана както модификацията на билинейно–трансформационния метод, така и резултатите от приложението му върху частично интегруемото регуляризирано уравнение на дългите вълни* (*RLW*). *Характерна особеност на тези уравнения е, че билинейната им редукция води до поне две остатъчни уравнения, имащи билинейна структура. Анализирани са резултатите за периодичните решения на посоченото частично интегруемо уравнение, с оглед на сравнението му с подобни решения за интегруемите и неинтегруемите уравнения.*
Ключови думи: *билинейно-трансформационен метод, оператори на Хирота, θ-тета функции на Якоби, квазипериодични трансформации, солитарни и периодични решения.*

BILINEAR TRANSFORMATION METHOD FOR PARTIALLY INTEGRABLE NONLINEAR PARTIAL DIFFERENTIAL EQUATIONS

Ognyan Kamenov

Abstract: *In the present work we have analyzed the modification of the bilinear transformation method, as well as the results of its application to partially integrable regularized long wave equation* (*RLW*). *A typical feature of these equations is that their bilinear reduction leads to at least two residual equations with bilinear structure. The results for the periodic solutions to this partially integrable equation are analyzed, in view of its comparison with similar solutions to integrable and nonintegrable equations.*
Keywords: *bilinear - transformation method, operators of Hirota, Jacobi θ - theta functions, quasiperiodic transformations, solitary and periodic solutions.*

1. ВЪВЕДЕНИЕ

Терминът "частично" интегруеми нелинейни уравнения (използва се също и "полуинтегруеми") е въведен сравнително отскоро, през 1995 г. от A. Parker [2], който прилага билинейно - трансформационния метод на Matsuno [1] върху две нелинейни частни диференциални уравнения - регуляризираното уравнение на дългите вълни (RLW) и регуляризираното уравнение на дългите вълни на Boussinesq (RLWB). Казано в резюме, тези нелинейни уравнения се характеризират с това,

© 2016 Publishing House of Technical University of Sofia
All rights reserved
ISSN 1311-0829

че билинейно се "разпадат" на конюнкция от няколко уравнения, всяко едно от които има билинейна структура. При решаването на тези остатъчни уравнения, се натъкваме на сходни математически проблеми. Тези проблеми произтичат от дефицита на неизвестни параметри в алгебричните системи. Например, ако остатъчните уравнения са две, то са необходими четири неизвестни параметъра, ако остатъчните уравнения са три - необходими са шест и т.н. Обикновено се прилагат два способа за "снабдяване" на остатъчните уравнения с необходимия брой неизвестни параметри: ако конвективните членове в моделното уравнение съдържат членове с нечетни производни, се прибавя (а след това изважда) подходящ билинеен член с неизвестен параметър, т.е. паритетен способ; в случай, че конвективните членове (или част от тях) съдържат четни производни (по пространствената променлива χ), то обикновено използваме способа на диференциалната константа. Приложен е методът на билинейните трансформации над моделното уравнение RLW, но за разлика от Parker [2], то е параметризирано по третата $\theta-$функция на Якоби. Примерът демонстрира паритетния способ за баланс на неизвестните.

2. ПЕРИОДИЧНИ РЕШЕНИЯ НА РЕГУЛЯРИЗИРАНОТО УРАВНЕНИЕ НА ДЪЛГИТЕ ВЪЛНИ (RLW)

Нелинейното уравнение на дългите вълни е въведено от Benjamin, Bona, Mahony [3]

$$u_t + u_x - u_{txx} - 6uu_x = 0, \quad u = u(x,t) \tag{1}$$

като обобщение на класическото уравнение на KDV: $u_t + 6uu_x + u_{xxx} = 0$, което описва динамиката на дълги вълни в правоъгълен канал, запълнен с невискозен флуид. Наличието в уравнение RLW на члена със смесена производна u_{txx}, изобщо казано превръща това уравнение в нееволюционно. С помощта на редукцията $u \to -(1/6)u + (1/6),$ уравнението добива по-удобната форма

$$u_t + uu_x = u_{txx}. \tag{2}$$

За билинейната трансформация на (2) можем да използваме класическата редукция на Hirota - Satsuma [4], т.е. $u(x,t) = \varsigma_0 + 4\mu(\ln\varsigma)_{xx},$ където ς_0, μ са свободни параметри, неизвестни на този етап, като $\mu \neq 0$, а $\varsigma = \varsigma(x,t)$ е гладка функция от класа $C^4(\Omega)$, където Ω е отворената двумерна област $\Omega = \{(x,t) \in \mathrm{R}^2, x \in \mathrm{R}, 0 < t < \infty\}$. След заместването на така представената неизвестна функция $u(x,t)$ и еднократно интегриране по χ, уравнение (2) придобива следната бидиференциална форма (виж Приложение А)

$$\left(\frac{2\mu}{\varsigma^2}\right)[D_t D_x + (\varsigma_0 + a)D_x^2 - D_t D_x^3 + B]\varsigma.\varsigma + 2\mu\left(\frac{D_x^2\varsigma.\varsigma}{\varsigma^4}\right)[\mu D_x^2 + 3D_t D_x - a]\varsigma.\varsigma = 0, \tag{3}$$

където с D_t^n, D_x^m с означени операторите на Hirota [5], а B [*] е сумарна интеграционна константа в изкуствено добавения (на паритетен принцип) член $(D_x^2\varsigma.\varsigma/\varsigma^2)$ не променя структурата на билинейното уравнение (3). То може да се представи като конюнкция на двете бидиференциални уравнения

$$[D_t D_x + (\varsigma_0 + a)D_x^2 - D_t D_x^3 + B]\varsigma.\varsigma = 0, \tag{4}$$

$$[\mu D_x^2 + 3D_t D_x - a]\varsigma.\varsigma = 0. \tag{5}$$

Можем да наречем двете уравнения (4) и (5) остатъчни по отношение на билинейно - трансформационния метод, тъй като и двете уравнения имат една и съща билинейна структура. Ще параметризираме тези остатъчни уравнения с третата биперiодична функция на Якоби, т.е. представяме неизвестната на този етап гладка функция $\varsigma(x,t)$, както следва

$$\varsigma(x,t) = \theta_3(\xi, q) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} q^{n^2} e^{2in\xi},$$

където $q = e^{i\pi\tau}$ $(\mathrm{Im}\,\tau > 0)$, а фазовата променлива има обичайната си форма на "бягаща" вълна, т.е. $\xi = kx + \omega t + \delta$. Параметрите k, ω, δ засега са неизвестни, в общия случай комплексни числа. При заместването на $\varsigma(x,t)$ с третата $\theta-$функция в двете остатъчни уравнения (4) и (5), ще получим две безкрайни системи

$$\sum_{m=-\infty}^{\infty} H(m)e^{2im\xi} = 0, \qquad \sum_{m=-\infty}^{\infty} G(m)e^{2im\xi} = 0, \tag{6}$$

където $H(m)$ и $G(m)$ се отнасят съответно за уравнения (4) и (5), и имат конкретно формите

$$H(m) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} \{-4k[\omega + k(\varsigma_0 + a)](2n-m)^2 - 16\omega k^3(2n-m)^4 + B\} q^{n^2+(n-m)^2},$$

$$G(m) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} \{-4k(\mu k + 3\omega)(2n-m)^2 - a\} q^{n^2+(n-m)^2}.$$

Обстоятелството, че остатъчните уравнения (4) и (5) са с билинейна структура, е благоприятно да приложим към двете безкрайни системи (6) принципа на индексния паритет [6]. Съгласно този принцип, посочените по-горе системи $H(m) = G(m) = 0,\ m = 0, \pm 1, \pm 2, \ldots$ се редуцират до четири алгебрични уравнения

$$H(0) = 0; \quad H(1) = 0; \quad G(0) = 0; \quad G(1) = 0,$$

които могат да се преобразуват в следната алгебрична система, използвайки формулите от Приложение Б

---

[*] По-конкретно $B = \dfrac{1}{2\mu}\left(\dfrac{\varsigma_0^2}{2} - B_0\right), B_0 = \mathrm{const}$

$$\begin{cases} 8kq[\omega+(\varsigma_0+a)k]\theta_3^{'}+64\omega k^3q(\theta_3^{'}+q\theta_3^{''})-B\theta_3=0; \\ 8kq[\omega+(\varsigma_0+a)k]\theta_2^{'}+64\omega k^3q(\theta_2^{'}+q\theta_2^{''})-B\theta_2=0; \\ 8kq(\mu k+3\omega)\theta_3^{'}+a\theta_3=0; \\ 8kq(\mu k+3\omega)\theta_2^{'}+a\theta_2=0, \end{cases} \tag{7}$$

Ще уточним, че $\theta_j=\theta_j(0,q^2),\ j=2,3$, а символите за диференциране за $\theta_j,\ j=2,3$ са по параметъра q. Системата (7) е неопределена, защото неизвестните параметри $\varsigma_0,\mu,\omega,B,a$ са повече от броя на уравненията. В последните две уравнения, ако означим с $b=\mu k+a$, то ще получим хомогенна система с ненулева детерминанта, т.е. налице е само тривиалното решение $a=b=0$. Това означава, от една страна, че фиктивният параметър a не получи никаква роля в системата от остатъчните уравнения (4) и (5), а от друга, че $\omega=-k\mu/3$. Можем да придадем следната форма на първите две уравнения на системата (7)

$$8k^2q\theta_3^{'}(\varsigma_0-\mu/3)-B\theta_3=(64/3)k^4q\mu(\theta_3^{'}+q\theta_3^{''});$$
$$8k^2q\theta_2^{'}(\varsigma_0-\mu/3)-B\theta_2=(64/3)k^4q\mu(\theta_2^{'}+q\theta_2^{''}),$$

която е съвместима и определена. Нейното единствено решение е

$$\varsigma_0(k,q,\mu)=\frac{\mu}{3}\left\{1+8k^2\left[1+q\frac{W'(\theta_2,\theta_3)}{W(\theta_2,\theta_3)}\right]\right\}; \tag{8}$$

$$B(k,q,\mu)=\frac{64}{3}k^4q^2\mu\frac{W(\theta_2^{'},\theta_3^{'})}{W(\theta_2,\theta_3)}, \tag{9}$$

където отново с $W(\varphi,\psi)$ сме означили детерминантата на Вронски от функциите φ и ψ. Вече можем да обобщим, че периодичната функция

$$u(x,t)=\frac{\mu}{3}\left\{1+8k^2\left[1+q\frac{W'(\theta_2,\theta_3)}{W(\theta_2,\theta_3)}\right]\right\}+4\mu k^2\frac{d^2}{d\xi^2}[\ln\theta_3(\xi,q)], \tag{10}$$

с фазова променлива $\xi=kx-\left(\frac{k\mu}{3}\right)t+\delta,$ е точно решение на нелинейното уравнение RLW, ако интеграционната константа $B(k,q,\mu)$ е както в равенство (9). Да уточним, че параметрите k,q,μ са такива, че $k\neq 0, 0<|q|<1, \mu\neq 0$, което показва, че така наречената интеграционна константа $B(k,q,\mu)\neq 0$ при всеки допустим избор на свободните параметри k,q,μ.

3. УСЛОВИЯ ЗА АНАЛИТИЧНОСТ

С равенство (10) получихме една комплексна мероморфна функция, имаща двукратни полюси в мрежата от точки

$$\xi_{mn}=(m+1/2)+i(n+1/2)\tau,\qquad m,n\in\mathrm{Z},$$

За да бъдат избегнати тези полюси, избираме пертурбационния параметър да е

реален, т.е. $q = e^{-\pi\varepsilon}$ $(\tau = i\varepsilon, \varepsilon > 0)$, а фазовата променлива ξ ограничаваме в ивицата $-\pi\varepsilon < \mathrm{Im}(\xi) < \pi\varepsilon.$

Тази хоризонтална ивица е и областта на аналитичност на полученото периодично решение. В случай че $k \in R$ (приемаме, че $k > 0$), $\mu \in R(\mu \neq 0)$ и $\delta \in C$, то очевидно е, че $\mathrm{Im}(\xi) = \mathrm{Im}(\delta)$. При тези хипотези, ако изразим логаритмичната производна в (10) (Вж.[6], [7]), можем да представим периодичното решение като една добре дефинирана функция във формата

$$u(x,t) = \frac{\mu}{3}\left\{1 + 8k^2\left[1 + q\frac{W'(\theta_2,\theta_3)}{W(\theta_2,\theta_3)}\right]\right\} + 16\mu k^2 \sum_{m=-\infty}^{\infty} m(-1)^m \mathrm{cosech}(\varepsilon\pi m)\cos(2m\xi), \qquad (11)$$

Когато вълновото число е имагинерно, т.е. $k \to ik$, отчитайки дисперсионното съотношение $\omega = -k\mu/3$, можем да направим извода, че ако μ е произволно реално, ненулево число, то и фазовата скорост ще бъде имагинерно число. За фазовото отместване избираме числото $\delta \to (\delta + \pi\varepsilon)i$, при което

$$i\xi \to i\xi + \pi\tau(\tau = i\varepsilon), \varepsilon > 0)$$

и като приложим квазипериодичното свойство на $\theta-$функцията θ_3, а именно [6,7]

$$\theta_2(i\xi, q) = q^{1/4}e^{i\xi}\theta_3(i\xi + \pi\tau/2, q).$$

Последното равенство ни позволява да представим периодичното точно решение (10) във вид на суперпозиция от солитарно -вълнови профили

$$u(x,t) = \frac{\mu}{3}\left\{1 + 8k^2\left[1 + q\frac{W'(\theta_2,\theta_3)}{W(\theta_2,\theta_3)}\right]\right\} - 4\mu k^2 \sum_{m=-\infty}^{\infty} \mathrm{sech}^2(\xi - \varepsilon\pi m). \qquad (12)$$

Не е изненадващо, на фона на получените точни периодични (11) и (12), че нелинейната периодична вълна е безкрайна сума от солитарно - вълнови профили, с постоянни амплитуди (при фиксирано k и $\mu \neq 0$), постоянни фазови скорости ($\omega = -k\mu/3$), но с нарастващи фазови отмествания. Изненадващо е, че получената периодична вълна е три - параметрична, k, ε, μ са реални параметри, за които са в сила ограниченията $k > 0, \varepsilon > 0, \mu \neq 0$. За фиксиран вълнов пакет, всички солитарно - вълнови профили се движат в една посока. По-точно, те се движат надясно, ако $\mu > 0$ и наляво, ако $\mu < 0$.

4. ЗАКЛЮЧИТЕЛНИ БЕЛЕЖКИ

Изследванията за наличие на точни периодични решения на частично-интегруемите еволюционни уравнения [9], [10] показват, че билинейно- трансформационният метод лесно се адаптира към този особен клас моделни уравнения. Трудностите основно са свързани с неизбежните изкуствени неизвестни в остатъчните уравнения.

Сравнението между получените точни периодични решения (за разгледаното полуинтегруемо уравнение RLW), (11) и (12) и съответните периодични решения за интегруемите еволюционни уравнения показват, че пространствените от-

клонения при частично-интегруемите уравнения са зависими от един или два динамични параметри, докато при интегруемите модели те са свободни параметри. От гледна точка на баланса за фазовите скорости на периодичната и солитарната вълна, при полуинтегруемите еволюционни уравнения това различие е несъществено. По принцип такъв баланс може да се осъществи при тези частично интегруеми моделни уравнения, тъкмо поради наличието на поне един параметър в пространственото отклонение на периодичното решение.

ПРИЛОЖЕНИЕ А

$$\begin{cases} (\ln\varphi)_x = \dfrac{\varphi_x}{\varphi},\ \varphi = \varphi(x,t) > 0; \\ (\ln\varphi)_{xx} = \dfrac{D_x^2\varphi.\varphi}{2\varphi^2}; \\ (\ln\varphi)_{xxx} = \dfrac{\varphi_{xxx}}{\varphi} - 3\dfrac{\varphi_x\varphi_{xx}}{\varphi^2} + 2\dfrac{\varphi_x^3}{\varphi^3}; \\ (\ln\varphi)_{xxxx} = \dfrac{D_x^4\varphi.\varphi}{2\varphi^2} - 6\left(\dfrac{D_x^2\varphi.\varphi}{2\varphi^2}\right)^2; \\ (\ln\varphi)_{txxx} = \dfrac{D_tD_x^3\varphi.\varphi}{2\varphi^2} - 6\left(\dfrac{D_tD_x\varphi.\varphi}{2\varphi^2}\right)\left(\dfrac{D_x^2\varphi.\varphi}{2\varphi^2}\right); \\ (\ln\varphi)_{xxxxxx} = \dfrac{D_x^6\varphi.\varphi}{2\varphi^2} - 30\left(\dfrac{D_x^2\varphi.\varphi}{2\varphi^2}\right)\left(\dfrac{D_x^4\varphi.\varphi}{2\varphi^2}\right) + 120\left(\dfrac{D_x^2\varphi.\varphi}{2\varphi^2}\right)^3. \end{cases}$$

ПРИЛОЖЕНИЕ Б

$$\begin{cases} \sum\limits_{n=-\infty}^{\infty} q^{2n^2} = \theta_3; & \sum\limits_{n=-\infty}^{\infty} q^{n^2+(n-1)^2} = q^{1/2}\theta_2; \\ \sum\limits_{n=-\infty}^{\infty} n^2 q^{2n^2} = q\theta_3'/2; & \sum\limits_{n=-\infty}^{\infty} (2n-1)^2 q^{n^2+(n-1)^2} = 2q^{3/2}\theta_2'; \\ \sum\limits_{n=-\infty}^{\infty} n^4 q^{2n^2} = q(\theta_3' + q\theta_3'')/4; & \sum\limits_{n=-\infty}^{\infty} (2n-1)^4 q^{n^2+(n-1)^2} = 4q^{3/2}(\theta_2' + q\theta_2''); \\ \sum\limits_{n=-\infty}^{\infty} n^6 q^{2n^2} = q(\theta_3' + 3q\theta_3'' + q^2\theta_3''')/8; & \sum\limits_{n=-\infty}^{\infty} (2n-1)^6 q^{n^2+(n-1)^2} = 8q^{3/2}(\theta_2' + 3q\theta_2'' + q^2\theta_2'''). \end{cases}$$

ЛИТЕРАТУРА

[1] Matsuno Y. (1984), ***Bilinear Transformation Method***, Academic Press Inc., N. Y.

[2] Parker A. (1995), ***On exact solutions of the regularized long - wave equation: A direct approach to partially integrable equations. II. Periodic solutions***, J. Math. Phys. 36, 3506-3519

[3] Benjamin T.B., J.L. Bona and J.J. Mahony (1972), ***Model equations for long waves in nonlinear dispersive systems***, Phil. Trans. Royal Soc. London Ser. A, 272, 47-78

[4] Hirota R. and J. Satsuma (1976), ***A variety of nonlinear network equations generated from the Bäcklund transformation for the Toda lattice***, Prog. Theoret. Phys. Suppl. 59, 64-100

[5] Hirota R. (1973), ***Exact N-soliton solutions of the wave equation of long waves in shallow-water and in nonlinear lattices***, J. Math. Phys. **14,** 810-814

[6] Nakamura A. (1979), ***A direct method of calculating periodic wave solutions to nonlinear evolution equations. Exact two-periodic wave solutions***, J. Phys. Soc. Japan **47,** 1701-1705

[7] Lawden D. F. (1989), ***Elliptic Functions and Applications***, Berlin: Springer.

[8] Ахиезер Н. И. (1970), ***Элементы теории эллиптических функций***, Наука, ГРФМЛ, Москва.

[9] Kamenov O. Y. (2012), ***Periodic solutions of the non-integrable convective fluid equation***, *J. Math. Phys.* **53**, 063705

[10] Каменов О. Й. (2014), ***Докторска дисертация***, София: Технически университет

Автор: Огнян Йорданов Каменов, доц. дмн, катедра „Математически анализ и числени методи“, ФПМИ, Технически Университет-София, E-mail address: *okam@abv.bg*

Постъпила на 02.02.2016 г. **Рецензент:** доц. д-р Георги Венков

Годишник на Технически Университет - София, том 66, книга 3, 2016
Proceedings of the Technical University of Sofia, Volume 66, Issue 3, 2016

АРИТМЕТИЧНИ ПРОГРЕСИИ ОТ ТРИ ПРОСТИ ЧИСЛА С ЕДНО ПРОСТО ОТ ВИДА $\mathbf{p = x^2 + y^2 + 1}$

Стоян Димитров

Резюме: *В настоящата статия доказваме,че съществуват безбройно много аритметични прогресии от три различни прости числа* $p_1, p_2, p_3 = \frac{1}{2}(p_1 + p_2)$ *такива, че* $p_1 = x^2 + y^2 + 1$.

Ключови думи: *аритметична прогресия, прости числа, кръгов метод.*

ARITHMETIC PROGRESSIONS OF THREE PRIME NUMBERS WITH ONE OF THE FORM $\mathbf{p = x^2 + y^2 + 1}$

Stoyan Dimitrov

Abstract: *In the present paper we prove that there exist infinitely many arithmetic progressions of three different primes* $p_1, p_2, p_3 = \frac{1}{2}(p_1 + p_2)$ *such that* $p_1 = x^2 + y^2 + 1$.

Keywords: *Arithmetic progression,Prime numbers,Circle method.*

1 Introduction and statement of the result.

In 1939 Van der Corput [10] proved that there exist infinitely many arithmetic progressions of three different primes. On the other hand Linnik [4] has proved that there exist infinitely many prime numbers of the form $p = x^2 + y^2 + 1$.More precisely he has proved the asymptotic formula

$$\sum_{p \le X} r(p-1) = \pi \prod_{p>2} \left(1 + \frac{\chi(p)}{p(p-1)}\right) \frac{X}{\log X} + \mathcal{O}\left(\frac{X(\log\log X)^7}{(\log X)^{1+\theta_0}}\right), \qquad (1)$$

where $r(k)$ is the number of solutions of the equation $k = x^2 + y^2$ in integers, $\chi(k)$ is the non-principal character modulo 4 and

$$\theta_0 = \frac{1}{2} - \frac{1}{4} e \log 2 = 0.0289... \qquad (2)$$

We couple these two theorems by proving the following theorem.

© 2016 Publishing House of Technical University of Sofia
All rights reserved

ISSN 1311-0829

Define

$$\Gamma(X) = \sum_{\substack{X/2<p_1,p_2,p_3\le X\\ p_1+p_2=2p_3}} r(p_1-1)\log p_1\log p_2\log p_3 \tag{3}$$

and

$$\sigma_0 = 2\prod_{p>2}\left(1-\frac{1}{(p-1)^2}\right), \tag{4}$$

$$\mathfrak{S}_\Gamma = \pi\sigma_0\prod_{p}\left(1+\frac{\chi(p)}{p(p-1)}\right). \tag{5}$$

Theorem 1 *We have the following asymptotic formula*

$$\Gamma(X) = \frac{1}{8}\mathfrak{S}_\Gamma X^2 + \mathcal{O}\big(X^2(\log X)^{-\theta_0}(\log\log X)^6\big)\,,$$

where θ_0 is denoted by (2).

Recently Matomaki [5] and Tolev [8] has obtained a similar results related to a binary Goldbach problem. Tolev [9] has also proved that every sufficiently large odd integer can be represented as a sum of three primes, two of which of the form x^2+y^2+1. In this paper we give just a scheme to the proof of the theorem since we refer to another works with very similar and detailed computations.

2 Outline of the proof.

Denote

$$D = \frac{X^{1/2}}{(\log X)^A}\,. \tag{6}$$

Using (3) and well-known identity $r(n) = 4\sum_{d|n}\chi(d)$ we find

$$\Gamma(X) = 4\big(\Gamma_1(X)+\Gamma_2(X)+\Gamma_3(X)\big), \tag{7}$$

where

$$\Gamma_1(X) = \sum_{\substack{X/2<p_1,p_2,p_3\le X\\ p_1+p_2=2p_3}}\left(\sum_{\substack{d|p_1-1\\ d\le D}}\chi(d)\right)\log p_1\log p_2\log p_3\,, \tag{8}$$

$$\Gamma_2(X) = \sum_{\substack{X/2<p_1,p_2,p_3\le X\\ p_1+p_2=2p_3}}\left(\sum_{\substack{d|p_1-1\\ D<d<X/D}}\chi(d)\right)\log p_1\log p_2\log p_3\,, \tag{9}$$

$$\Gamma_3(X) = \sum_{\substack{X/2<p_1,p_2,p_3\le X\\ p_1+p_2=2p_3}}\left(\sum_{\substack{d|p_1-1\\ d\ge X/D}}\chi(d)\right)\log p_1\log p_2\log p_3\,. \tag{10}$$

In order to estimate $\Gamma_1(X)$ and $\Gamma_3(X)$ we have to consider the sum

$$I_{l,d;J}(X) = \sum_{\substack{X/2<p_2,p_3\le X\\ p_1+p_2=2p_3\\ p_1\equiv l \pmod d\\ p_1\in J}} \log p_1 \log p_2 \log p_3, \tag{11}$$

where d and l are coprime natural numbers,and $J \subset (X/2, X]$-interval. If $J = (X/2, X]$ then we write for simplicity $I_{l,d}(X)$. We apply the circle method. Clearly

$$I_{l,d;J}(X) = \int_0^1 S_{l,d;J}(\alpha) S(\alpha) S(-2\alpha) d\alpha, \tag{12}$$

where

$$S_{l,d;J}(\alpha) = \sum_{\substack{p\in J\\ p\equiv l \pmod d}} e(\alpha p)\log p, \quad S(\alpha) = S_{1,1;(X/2,X]}(\alpha), \quad e(\alpha) = e^{2\pi\imath\alpha}. \tag{13}$$

We define major and minor arcs by

$$E_1 = \bigcup_{q\le Q} \bigcup_{\substack{a=0\\(a,q)=1}}^{q-1} \left(\frac{a}{q} - \frac{1}{q\tau}, \frac{a}{q} + \frac{1}{q\tau}\right), \;\; E_2 = \left(-\frac{1}{\tau}, 1 - \frac{1}{\tau}\right) \setminus E_1, \tag{14}$$

where

$$Q = (\log X)^B, \quad \tau = XQ^{-1}, \;\; A > 4B + 2, \;\; B > 14. \tag{15}$$

Then we have the decomposition

$$I_{l,d;J}(X) = I^{(1)}_{l,d;J}(X) + I^{(2)}_{l,d;J}(X), \tag{16}$$

where

$$I^{(i)}_{l,d;J}(X) = \int_{E_i} S_{l,d;J}(\alpha) S(\alpha) S(-2\alpha) d\alpha, \quad i = 1, 2. \tag{17}$$

Further following the method in ([6],p.157–164) we find

$$\begin{aligned} I^{(1)}_{l,d;J}(X) = \frac{\sigma_0}{\varphi(d)} \sum_{\substack{X/2<m_1,m_2\le X\\ m_1+m_3=2m_2\\ m_3\in J}} 1 &+ \mathcal{O}\left(\frac{X^2}{d}\sum_{q>Q}\frac{(d,q)\log q}{q^2}\right) \\ &+ \mathcal{O}\left(\tau^2(\log X)\sum_{q\le Q}\frac{q}{[d,q]}\right) + \mathcal{O}\left(XQ^2(\log X)\sum_{q\le Q}\frac{\Delta(X,[d,q])}{q^2}\right) \\ &+ \mathcal{O}\left(\frac{X^2}{d}e^{-c\sqrt{\log X}}\right). \end{aligned} \tag{18}$$

where (d,q), $[d,q]$ denote the greatest common divisor and the least common multiple of d and q respectively, $\varphi(d)$-Euler's function and

$$\Delta(t,h)=\max_{y\le t}\max_{(l,h)=1}\left|\sum_{\substack{p\le y\\ p\equiv l\ (\mathrm{mod}\ h)}}\log p-\frac{y}{\varphi(h)}\right|. \tag{19}$$

We shall estimate $\Gamma_3(X),\Gamma_2(X)$ and $\Gamma_1(X)$ respectively in the sections 3, 4 and 5. In section 6 we shall complete the proof of the theorem.

3 Upper bound for $\Gamma_3(X)$.

Consider the sum $\Gamma_3(X)$. Since

$$\sum_{\substack{d\mid p_1-1\\ d\ge X/D}}\chi(d)=\sum_{\substack{m\mid p_1-1\\ m\le (p_1-1)D/X}}\chi\left(\frac{p_1-1}{m}\right)=\sum_{j=\pm1}\chi(j)\sum_{\substack{m\mid p_1-1\\ m\le (p_1-1)D/X\\ \frac{p_1-1}{m}\equiv j\ (\mathrm{mod}\ 4)}}1$$

then from (10) and (11) it follows

$$\Gamma_3(X)=\sum_{\substack{m<D\\ 2\mid m}}\sum_{j=\pm1}\chi(j)I_{1+jm,4m;J_m}(X),$$

where $J_m=\left(\max\{1+mX/D\,,X/2\}\,,X\right]$. Therefore from (16) we get

$$\Gamma_3(X)=\Gamma_3^{(1)}(X)+\Gamma_3^{(2)}(X), \tag{20}$$

where

$$\Gamma_3^{(\nu)}(X)=\sum_{\substack{m<D\\ 2\mid m}}\sum_{j=\pm1}\chi(j)I^{(\nu)}_{1+jm,4m;J_m}(X),\quad \nu=1,2. \tag{21}$$

Let us consider first $\Gamma_3^{(2)}(X)$.Bearing in mind (17) for $i=2$ and (21) for $\nu=2$ we have

$$\Gamma_3^{(2)}(X)=\int\limits_{E_2}K(\alpha)S(\alpha)S(-2\alpha)d\alpha,$$

where

$$K(\alpha)=\sum_{\substack{m<D\\ 2\mid m}}\sum_{j=\pm1}\chi(j)S_{1+jm,4m;J_m}(\alpha)\,.$$

Using Cauchy's inequality we obtain

$$\Gamma_3^{(2)}(X)\ll\sup_{E_2}|S(\alpha)|\int\limits_{E_2}|K(\alpha)S(-2\alpha)|d\alpha$$

$$\ll \sup_{E_2}|S(\alpha)|\left(\int\limits_0^1|K(\alpha)|^2d\alpha\right)^{1/2}\left(\int\limits_0^1|S(-2\alpha)|^2d\alpha\right)^{1/2}. \tag{22}$$

The second sum denoted by (13) can be estimated over the minor arcs by Vinogradov's method. Using (14) and (15) we can prove in the same way as in ([3],Ch.10,Th.2) that

$$\sup_{E_2}|S(\alpha)| \ll \frac{X}{(\log X)^{B/2-4}}. \tag{23}$$

We square out and after straightforward computations find

$$\int\limits_0^1|S(-2\alpha)|^2d\alpha \ll X\log X. \tag{24}$$

$$\int\limits_0^1|K(\alpha)|^2d\alpha \ll X\log^3 X. \tag{25}$$

Thus from (22)–(25) it follows

$$\Gamma_3^{(2)}(X) \ll \frac{X^2}{(\log X)^{B/2-6}}. \tag{26}$$

Now let us consider $\Gamma_3^{(1)}(X)$. From (18) and (21) for $\nu=1$ it follows

$$\begin{aligned}\Gamma_3^{(1)}(X) = \Gamma^* &+ \mathcal{O}\big(X^2\Sigma_1\big) + \mathcal{O}\big(\tau^2(\log X)\Sigma_2\big)\\ &+ \mathcal{O}\big(XQ^2(\log X)\Sigma_3\big) + \mathcal{O}\big(X^2e^{-c\sqrt{\log X}}\Sigma_4\big),\end{aligned} \tag{27}$$

where

$$\Gamma^* = \sigma_0 \sum_{\substack{X/2<m_1,m_2\le X\\ m_1+m_3=2m_2\\ m_3\in J_m}} 1 \sum_{\substack{m<D\\ 2|m}} \frac{1}{\varphi(4m)} \sum_{j=\pm1}\chi(j),$$

$$\Sigma_1 = \sum_{m<D}\sum_{q>Q}\frac{(4m,q)\log q}{mq^2},$$

$$\Sigma_2 = \sum_{m<D}\sum_{q\le Q}\frac{q}{[4m,q]},$$

$$\Sigma_3 = \sum_{m<D}\sum_{q\le Q}\frac{\Delta(X,[4m,q])}{q^2},$$

$$\Sigma_4 = \sum_{m<D}\frac{1}{m}.$$

From the properties of $\chi(k)$ we have that

$$\Gamma^* = 0. \tag{28}$$

Arguing as in ([6],p.164–166) and using Bombieri – Vinogradov's theorem we find for the error terms in (27) the following estimates

$$\Sigma_1 \ll \frac{\log^4 X}{Q}, \quad \Sigma_2 \ll Q \log^2 X, \tag{29}$$

$$\Sigma_3 \ll \frac{X}{(\log X)^{A-B-5}}, \quad \Sigma_4 \ll \log X\,. \tag{30}$$

Bearing in mind (15), (27) – (30) we obtain

$$\Gamma_3^{(1)}(X) \ll \frac{X^2}{(\log X)^{B-4}}\,. \tag{31}$$

Now from (20), (26) and (31) we find

$$\Gamma_3(X) \ll \frac{X^2}{(\log X)^{B/2-6}}. \tag{32}$$

4 Upper bound for $\Gamma_2(X)$.

Consider the sum $\Gamma_2(X)$. We denote by $\mathcal{F}$ the set of all primes $X/2 < p \le X$ such that $p-1$ has a divisor belongs to the interval $(D, X/D)$. Using Cauchy's inequality and (9) we get

$$\Gamma_2(X)^2 \ll (\log X)^6 \sum_{\substack{X/2<p_1,\dots,p_6\le X\\ p_1+p_2=2p_3\\ p_4+p_5=2p_6}} \left|\sum_{\substack{d\mid p_1-1\\ D<d<X/D}} \chi(d)\right| \left|\sum_{\substack{t\mid p_4-1\\ D<t<X/D}} \chi(t)\right|$$

$$\ll (\log X)^6 \sum_{\substack{X/2<p_1,\dots,p_6\le X\\ p_1+p_2=2p_3\\ p_4+p_5=2p_6\\ p_4\in\mathcal{F}}} \left|\sum_{\substack{d\mid p_1-1\\ D<d<X/D}} \chi(d)\right|^2\,.$$

The summands in the last sum for witch $p_1 = p_4$ can be estimated with $\mathcal{O}(X^{3+\varepsilon})$.

Therefore

$$\Gamma_2(X)^2 \ll (\log X)^6 \Sigma_0 + X^{3+\varepsilon}, \tag{33}$$

where

$$\Sigma_0 \ll \sum_{X/2<p_1\le X}\left|\sum_{\substack{d|p_1-1\\ D<d<X/D}}\chi(d)\right|^2 \sum_{\substack{X/2<p_4\le X\\ p_4\in\mathcal{F}\\ p_4\ne p_1}}\ \sum_{\substack{X/2<p_2,p_3,p_5,p_6\le X\\ p_1+p_2=2p_3\\ p_4+p_5=2p_6}} 1\,.$$

Further we use that if h is an integer such that $1\le|h|\le 3X/2$,then the number of solutions of the equation $2p_1-p_2=h$ in primes such that $X/2<p_1,p_2\le X$ is $\mathcal{O}\big(X(\log X)^{-2}\log\log X\big)$. This follows for example from ([1],Ch.2,Th.2.4).

Hence

$$\Sigma_0 \ll \frac{X^2}{\log^4 X}(\log\log X)^2\Sigma'\Sigma'', \tag{34}$$

where

$$\Sigma' = \sum_{X/2<p\le X}\left|\sum_{\substack{d|p-1\\ D<d<X/D}}\chi(d)\right|^2, \qquad \Sigma'' = \sum_{\substack{X/2<p\le X\\ p\in\mathcal{F}}} 1.$$

The last sums are similar to Σ' and Σ'' estimated in ([2],Ch.5).Working by the same way we obtain

$$\Sigma' \ll \frac{X(\log\log X)^7}{\log X}, \qquad \Sigma'' \ll \frac{X(\log\log X)^3}{(\log X)^{1+2\theta_0}}. \tag{35}$$

where θ_0 is denoted by (2). From (33) – (35) it follows

$$\Gamma_2(X) \ll X^2(\log X)^{-\theta_0}(\log\log X)^6. \tag{36}$$

5 Asymptotic formula for $\Gamma_1(X)$.

Consider the sum $\Gamma_1(X)$. From (8), (11) and (16) we get

$$\Gamma_1(X) = \Gamma_1^{(1)}(X) + \Gamma_1^{(2)}(X), \tag{37}$$

where

$$\Gamma_1^{(1)}(X) = \sum_{d\le D}\chi(d)I_{1,d}^{(1)}(X),$$

$$\Gamma_1^{(2)}(X) = \sum_{d\le D}\chi(d)I_{1,d}^{(2)}(X).$$

We estimate the sum $\Gamma_1^{(2)}(X)$ by the same way as the sum $\Gamma_3^{(2)}(X)$ and find

$$\Gamma_1^{(2)}(X) \ll \frac{X^2}{(\log X)^{B/2-6}}\,. \tag{38}$$

Now we consider $\Gamma_1^{(1)}(X)$. We use formula (18) for $J = (X/2, X]$. The error term is estimated by the same way as for $\Gamma_3^{(1)}(X)$. We have

$$\Gamma_1^{(1)}(X) = \frac{1}{8}\sigma_0 X^2 \sum_{d\le D} \frac{\chi(d)}{\varphi(d)} + \mathcal{O}\bigg(\frac{X^2}{(\log X)^{B-4}}\bigg). \tag{39}$$

We denote

$$\Sigma = \sum_{d\le D} f(d), \qquad f(d) = \frac{\chi(d)}{\varphi(d)}\,. \tag{40}$$

We have

$$f(d) \ll d^{-1}\log\log(10d) \tag{41}$$

with absolute constant in the Vinogradov's symbol. Hence the corresponding Dirichlet series

$$F(s) = \sum_{d=1}^{\infty} \frac{f(d)}{d^s}$$

is absolutely convergent in $Re(s) > 0$. On the other hand $f(d)$ is a multiplicative with respect to d and applying Euler's identity we find

$$F(s) = \prod_p T(p,s)\,, \quad T(p,s) = 1 + \sum_{l=1}^{\infty} f(p^l)p^{-ls}\,. \tag{42}$$

From (40) and (42) we establish that

$$T(p,s) = \bigg(1 - \frac{\chi(p)}{p^{s+1}}\bigg)^{-1}\bigg(1 + \frac{\chi(p)}{p^{s+1}(p-1)}\bigg)\,.$$

Hence we find

$$F(s) = L(s+1,\chi)\mathcal{N}(s)\,, \tag{43}$$

where $L(s+1,\chi)$ - Dirichlet series corresponding to the character χ and

$$\mathcal{N}(s) = \prod_p \bigg(1 + \frac{\chi(p)}{p^{s+1}(p-1)}\bigg)\,. \tag{44}$$

From the properties of the L-functions it follows that $F(s)$ has an analytic continuation to $Re(s) > -1$. It is well known that

$$L(s+1,\chi) \ll 1 + |Im(s)|^{1/6} \quad \text{for} \;\; Re(s) \ge -\frac{1}{2}\,. \tag{45}$$

Moreover

$$\mathcal{N}(s) \ll 1\,. \tag{46}$$

Using (43), (45) and (46) we get

$$F(s) \ll X^{1/6} \quad \text{for} \quad Re(s) \geq -\frac{1}{2}, \quad |Im(s)| \leq X\,. \tag{47}$$

We apply Perron's formula given at Tenenbaum ([7], Chapter II.2) and also (41) to obtain

$$\Sigma = \frac{1}{2\pi\imath} \int\limits_{\kappa-\imath X}^{\kappa+\imath X} F(s)\frac{D^s}{s}ds + \mathcal{O}\left(\sum_{t=1}^{\infty} \frac{X^{\varepsilon} D^{\kappa} \log\log(10t)}{t^{1+\kappa}\left(1 + X\left|\log\frac{D}{t}\right|\right)}\right). \tag{48}$$

where $\kappa = 1/10$. It is easy to see that the error term above is $\mathcal{O}\left(X^{-1/20}\right)$. Applying the residue theorem we see that the main term is equal to

$$F(0) + \frac{1}{2\pi\imath}\left(\int\limits_{1/10-\imath X}^{-1/2-\imath X} + \int\limits_{-1/2-\imath X}^{-1/2+\imath X} + \int\limits_{-1/2+\imath X}^{1/10+\imath X}\right) F(s)\frac{D^s}{s}ds\,.$$

From (47) it follows that the contribution from the above integrals is $\mathcal{O}\left(X^{-1/20}\right)$.

Hence

$$\Sigma = F(0) + \mathcal{O}\left(X^{-1/20}\right). \tag{49}$$

Using (43) we get

$$F(0) = \frac{\pi}{4}\mathcal{N}(0)\,. \tag{50}$$

Bearing in mind (39), (40), (44) , (49) and (50) we find a new expression for $\Gamma_1^{(1)}(X)$

$$\Gamma_1^{(1)}(X) = \frac{1}{32}\mathfrak{S}_{\Gamma} X^2 + \mathcal{O}\left(\frac{X^2}{(\log X)^{B-4}}\right). \tag{51}$$

where $\mathfrak{S}_{\Gamma}$ is defined by (5). From (37), (38) and (51) we find

$$\Gamma_1(X) = \frac{1}{32}\mathfrak{S}_{\Gamma} X^2 + \mathcal{O}\left(\frac{X^2}{(\log X)^{B/2-6}}\right). \tag{52}$$

6 Proof of the Theorem.

Therefore using (7), (32), (36) and (52) we get

$$\Gamma(X) = \frac{1}{8}\mathfrak{S}_{\Gamma} X^2 + \mathcal{O}\left(X^2(\log X)^{-\theta_0}(\log\log X)^6\right).$$

This implies that $\Gamma(X) \to \infty$ as $X \to \infty$. The Theorem is proved.

References

[1] Halberstam H., H.- E.Richert (1974), ***Sieve methods***, Academic Press, (1974).

[2] Hooley C. (1976), ***Applications of sieve methods to the theory of numbers***, Cambridge Univ. Press, (1976).

[3] Karatsuba A. (1983), ***Principles of the Analytic Number Theory***, Nauka, Moscow, (1983), (in Russian).

[4] Linnik Ju. (1960), ***An asymptotic formula in an additive problem of Hardy and Littlewood***, Izv. Akad. Nauk SSSR, Ser.Mat., **24**, (1960), 629 – 706 (in Russian).

[5] Matomaki K. (2008), ***The binary Goldbach problem with one prime of the form*** $\mathbf{p = k^2 + l^2 + 1}$, J. Number Theory, **128**, (2008), 1195 – 1210.

[6] Peneva T., D.Tolev (1998), ***An additive problems with primes and almost-primes***, Acta Arith., **83**, (1998), 155 – 169.

[7] Tenenbaum G. (1995), ***Introduction to Analytic and Probabilistic Number Theory***, Cambridge Univ. Press, (1995).

[8] Tolev D. (2009), ***The binary Goldbach problem with arithmetic weights attached to one of the variables***, Acta Arith., **142**, (2009), 169 – 178.

[9] Tolev D. (2010), ***The ternary Goldbach problem with arithmetic weights attached to one of the variables***, J.Number Theory, **130**, (2010), 439 – 457.

[10] Van der Corput J.G. (1939), ***Über Summen von Primzahlen und Primzahlquadraten***, Math.Ann., **116**, (1939), 1 – 50.

Author: Stoyan Dimitrov, Assistant prof., Department "Stochastics and optimization", FAMI, TU–Sofia, *e-mail:* xyzstoyan@gmail.com

Received 09 November 2015 **Reviewer:** Prof., PhD Ivan Trendafilov

Годишник на Технически Университет - София, том 66, книга 3, 2016
Proceedings of the Technical University of Sofia, Volume 66, Issue 3, 2016

АРИТМЕТИЧНИ ПРОГРЕСИИ ОТ ТРИ ПРОСТИ ЧИСЛА С ДВЕ ПРОСТИ ОТ ВИДА $\mathbf{p = x^2 + y^2 + 1}$

Стоян Димитров

Резюме: *В настоящата статия доказваме,че съществуват безбройно много аритметични прогресии от три различни прости числа* $p_1, p_2, p_3 = 2p_2 - p_1$ *такива, че* $p_1 = x_1^2 + y_1^2 + 1$, $p_2 = x_2^2 + y_2^2 + 1$.

Ключови думи: *аритметична прогресия, прости числа, кръгов метод.*

ARITHMETIC PROGRESSIONS OF THREE PRIME NUMBERS WITH TWO OF THE FORM $\mathbf{p = x^2 + y^2 + 1}$

Stoyan Dimitrov

Abstract: *In the present paper we prove that there exist infinitely many arithmetic progressions of three different primes* $p_1, p_2, p_3 = 2p_2 - p_1$ *such that* $p_1 = x_1^2 + y_1^2 + 1$, $p_2 = x_2^2 + y_2^2 + 1$.

Keywords: *Arithmetic progression,Prime numbers,Circle method.*

Notations. The letter p, with or without subscript, will always denote prime numbers. By ε we denote an arbitrary small positive number, not the same in all appearances. X is an sufficiently large positive number and $\mathcal{L} = \log X$. We denote by $\mathcal{J}$ the set of all subintervals of the interval $(X/2, X]$. By (m, n) we denote the greatest common divisor of m and n. As usual $\varphi(d)$ is Euler's function;$\tau(d)$ is the number of positive divisors of d;$r(d)$ is the number of solutions of the equation $d = m_1^2 + m_2^2$ in integers m_j and $\chi(d)$ is the non-principal character modulo 4.

1 Introduction and statement of the result.

Define

$$R(X) = \sum_{\substack{X/2<p_1,p_2,p_3\leq X \\ p_1+p_3=2p_2}} r(p_1-1)r(p_2-1)\log p_1 \log p_2 \log p_3 \tag{1}$$

and

$$\sigma_0 = 2\prod_{p>2}\left(1 - \frac{1}{(p-1)^2}\right), \tag{2}$$

© 2016 Publishing House of Technical University of Sofia
All rights reserved

ISSN 1311-0829

$$\mathfrak{S}_R = \pi^2\sigma_0 \prod_p \left(1 + \chi(p)\frac{2p^2 + p\chi(p) - 4p + 2\chi(p)}{p^2(p-1)(p-2)}\right). \tag{3}$$

Theorem 1 *We have the following asymptotic formula*

$$R(X) = \frac{1}{8}\mathfrak{S}_R X^2 + \mathcal{O}\big(X^2\mathcal{L}^{-\theta_0}(\log\mathcal{L})^7\big), \tag{4}$$

where

$$\theta_0 = \frac{1}{2} - \frac{1}{4}e\log 2 = 0.0289... \tag{5}$$

We use sieve methods to pick out primes of the form $x^2 + y^2 + 1$. Our argument is a modification of Tolev's [5] argument.

2 Some lemmas.

Suppose that $n \le 2X$, let d and l be integers with $(d, l) = 1$ and let $J \in \mathcal{J}$.

Denote

$$\lambda(n) = \prod_{\substack{p\mid n\\ p>2}} \frac{p-1}{p-2}; \tag{6}$$

$$\mathfrak{S}_{d,l}(n) = \begin{cases} \sigma_0\lambda(nd) & \text{if } (d, n-l) = 1 \text{ and } 2 \mid n,\\ 0 & \text{otherwise}; \end{cases} \tag{7}$$

$$I^{(1)}_{d,l}(n, X, J) = \sum_{\substack{X/2<p_1\le X\\ 2p_2-p_1=n\\ p_2\equiv l \pmod d\\ p_2\in J}} \log p_1 \log p_2; \tag{8}$$

$$\Phi^{(1)}(n, X, J) = \sum_{\substack{X/2<m_1\le X\\ 2m_2-m_1=n\\ m_2\in J}} 1; \tag{9}$$

$$\Delta^{(1)}_{d,l}(n, X, J) = I^{(1)}_{d,l}(n, X, J) - \frac{\mathfrak{S}_{d,l}(n)}{\varphi(d)}\Phi^{(1)}(n, X, J); \tag{10}$$

$$I^{(2)}_{d,l}(n, X, J) = \sum_{\substack{X/2<p_1\le X\\ p_1+p_2=n\\ p_2\equiv l \pmod d\\ p_2\in J}} \log p_1 \log p_2; \tag{11}$$

$$\Phi^{(2)}(n, X, J) = \sum_{\substack{X/2<m_1\le X\\ m_1+m_2=n\\ m_2\in J}} 1; \tag{12}$$

$$\Delta^{(2)}_{d,l}(n, X, J) = I^{(2)}_{d,l}(n, X, J) - \frac{\mathfrak{S}_{d,l}(n)}{\varphi(d)}\Phi^{(2)}(n, X, J). \tag{13}$$

If $J=(X/2,X]$ then we write for simplicity $I_{d,l}^{(j)}(n,X)$, $\Phi^{(j)}(n,X)$ and $\Delta_{d,l}^{(j)}(n,X)$ for $j=1,2$.

The following Bombieri – Vinogradov type result gives the arithmetical information needed for the applications of the sieve.

Lemma 1 *For any constant $A>0$ there exists $B=B(A)>0$ such that*

$$\sum_{d\le\sqrt{X}\mathcal{L}^{-B}}\max_{(d,l)=1}\max_{J\in\mathcal{J}}\sum_{n\le X}\left|\Delta_{d,l}^{(j)}(n,X,J)\right|\ll X^2\mathcal{L}^{-A},\ j=1,2.$$

This lemma is a very similar to the result of Laporta [2]. This author studies the equation $p_1-p_2=n$ and without the condition $p_1\in J$. However, inspecting the arguments presented in [2], the reader will readily see that the proof of Lemma 1 can be obtained in the same way.

Next we consider the equation $p_1+p_3=2p_2$ with two primes from arithmetic progressions and belonging to given intervals. Suppose that $\mathbf{d}=\langle d_1,d_2\rangle$ and $\mathbf{l}=\langle l_1,l_2\rangle$ are two-dimensional vectors with integer components such that $(d_i,l_i)=1,\ i=1,2$ and let $\mathbf{J}=\langle J_1,J_2\rangle$ be a pair of intervals $J_1,J_2\in\mathcal{J}$.

Denote

$$I_{\mathbf{d},\mathbf{l}}^{(3)}(X,\mathbf{J})=\sum_{\substack{X/2<p_3\le X\\ p_1+p_3=2p_2\\ p_i\equiv l_i\,(\mathrm{mod}\,d_i)\\ p_i\in J_i\,,i=1,2}}\log p_1\log p_2\log p_3\,; \tag{14}$$

$$\Phi^{(3)}(X,\mathbf{J})=\sum_{\substack{X/2<m_3\le X\\ m_1+m_3=2m_2\\ m_i\in J_i\,,i=1,2}}1\,. \tag{15}$$

Next we define $\mathfrak{S}_{\mathbf{d},\mathbf{l}}^{(3)}$ in the following way.Consider the sets of primes

$$\begin{aligned}
&\mathcal{A}=\{p:\ p\nmid d_1d_2\}\,;\\
&\mathcal{B}=\{p:\ p\mid d_1,\ p\nmid d_2\}\cup\{p:\ p\nmid d_1,\ p\mid d_2\}\,;\\
&\mathcal{C}=\{p:\ p\mid d_1,\ p\mid d_2,\ p\mid(l_1-2l_2)\}\,;\\
&\mathcal{D}=\{p:\ p\mid d_1,\ p\mid d_2,\ p\nmid(l_1-2l_2)\}\,.
\end{aligned}$$

If $\mathcal{C}\ne\emptyset$ then we assume that

$$\mathfrak{S}_{\mathbf{d},\mathbf{l}}^{(3)}=0\,. \tag{16}$$

If $\mathcal{C}=\emptyset$ then we put

$$\mathfrak{S}_{\mathbf{d},\mathbf{l}}^{(3)}=2\prod_{p\in\mathcal{A}\cup\mathcal{B}}\left(1-\frac{1}{(p-1)^2}\right)\prod_{p\in\mathcal{D}}\left(1+\frac{1}{p-1}\right)\,. \tag{17}$$

We also define

$$\Delta^{(3)}_{\mathbf{d},\mathbf{l}}(X,\mathbf{J}) = I^{(3)}_{\mathbf{d},\mathbf{l}}(X,\mathbf{J}) - \frac{\mathfrak{S}^{(3)}_{\mathbf{d},\mathbf{l}}}{\varphi(d_1)\varphi(d_2)}\Phi^{(3)}(X,\mathbf{J})\,. \tag{18}$$

If $J_1 = J_2 = (X/2, X]$ then we write for simplicity $I^{(3)}_{\mathbf{d},\mathbf{l}}(X)$, $\Phi^{(3)}(X)$ and $\Delta^{(3)}_{\mathbf{d},\mathbf{l}}(X)$. The next lemma is analogous to Lemma 1 and also gives the arithmetical information needed for the applications of the sieve.

Lemma 2 *For any constant $A > 0$ there exists $B = B(A) > 0$ such that*

$$\sum_{d_1\le\sqrt{X}\mathcal{L}^{-C}}\ \sum_{d_2\le\sqrt{X}\mathcal{L}^{-C}}\ \max_{\substack{(d_i,l_i)=1\\ i=1,2}}\ \max_{\substack{J_i\in\mathcal{J}\\ i=1,2}}\left|\Delta^{(3)}_{\boldsymbol{d},\boldsymbol{l}}(X,\boldsymbol{J})\right| \ll X^2\mathcal{L}^{-A}\,.$$

This assertion is a slight generalization to the theorem of Peneva and Tolev [3]. In their theorem $(d_1d_2, 2) = 1$, $l_1 = l_2 = -2$ and there are no conditions $p_i \in J_i$. But it is not hard to verify that the method used in this paper implies also the correctness of Lemma 2.

Several times we shell use the following

Lemma 3 *Suppose that $j \in \{-1, 1\}$ and let d, l, m be natural numbers. Then the quantities $\mathfrak{S}_{4m,1+jm}(n)$ and $\mathfrak{S}^{(3)}_{\langle d,4m\rangle,\langle l,1+jm\rangle}$ do not depend on j.*

The proof is a immediate consequence from the definitions of $\mathfrak{S}_{d,l}(n)$ and $\mathfrak{S}^{(3)}_{\mathbf{d},\mathbf{l}}$.

3 Proof of Theorem 1.

Beginning. Denote

$$D = \sqrt{X}\mathcal{L}^{-B(10)-C(10)}, \tag{19}$$

where $B(A)$ and $C(A)$ are specified respectively in Lemma 1 and Lemma 2.

Obviously

$$r(m) = 4\sum_{d|m}\chi(d) = 4\big(r_1(m) + r_2(m) + r_3(m)\big), \tag{20}$$

where

$$r_1(m) = \sum_{\substack{d|m\\ d\le D}}\chi(d), \qquad r_2(m) = \sum_{\substack{d|m\\ D<d<X/D}}\chi(d), \qquad r_3(m) = \sum_{\substack{d|m\\ d\ge D}}\chi(d)\,. \tag{21}$$

Using (1) and (20) we get

$$R(X) = 16\sum_{1\le i,j\le 3} R_{i,j}(X), \tag{22}$$

where

$$R_{i,j}(X) = \sum_{\substack{X/2<p_1,p_2,p_3\le X\\ p_1+p_3=2p_2}} r_i(p_1-1)r_j(p_2-1)\log p_1\log p_2\log p_3\,. \tag{23}$$

We shall prove that the main term in (4) comes from $R_{1,1}(X)$ and the other sums $R_{i,j}(X)$ contribute only to the remainder term. By reason of the analogy we will consider only the sums $R_{i,j}(X)$ with $i \le j$.

The estimation of $\mathbf{R_{1,1}(X)}$. Using (15), (18), (21) and (23) we get

$$R_{1,1}(X) = \sum_{d_1,d_2\le D} \chi(d_1)\chi(d_2) I^{(3)}_{\mathbf{d},\mathbf{1}}(X) = R'_{1,1}(X) + R^*_{1,1}(X)\,, \tag{24}$$

where

$$R'_{1,1}(X) = \Phi^{(3)}(X) \sum_{d_1,d_2\le D} \frac{\chi(d_1)\chi(d_2)}{\varphi(d_1)\varphi(d_2)} \mathfrak{S}^{(3)}_{\mathbf{d},\mathbf{1}}, \tag{25}$$

$$R^*_{1,1}(X) = \sum_{d_1,d_2\le D} \chi(d_1)\chi(d_2)\Delta^{(3)}_{\mathbf{d},\mathbf{1}}(X)\,. \tag{26}$$

From (19), (26) and Lemma 2 it follows that

$$R^*_{1,1}(X) \ll X^2\mathcal{L}^{-1}\,. \tag{27}$$

Consider $R'_{1,1}(X)$.From (15) and (25) we have that

$$R'_{1,1}(X) = \frac{1}{8}X^2\Gamma(X) + \mathcal{O}\left(X^{1+\varepsilon}\right), \tag{28}$$

$$\Gamma(X) = \sum_{d_1,d_2\le D} \frac{\chi(d_1)\chi(d_2)}{\varphi(d_1)\varphi(d_2)} \mathfrak{S}^{(3)}_{\mathbf{d},\mathbf{1}}\,. \tag{29}$$

We shall find an asymptotic formula for $\Gamma(X)$.

Using (16), (17) and (29) we obtain

$$\Gamma(X) = \sigma_0 \sum_{d\le D} \frac{\chi(d)}{\varphi(d)} \sum_{t\le D} f_d(t)\,,$$

where

$$f_d(t) = \frac{\chi(t)}{\varphi(t)} \prod_{p\mid(d,t)} \frac{p-1}{p-2}\,.$$

Arguing as in [5] we obtain

$$\Gamma(X) = \frac{1}{16}\mathfrak{S}_R + \mathcal{O}\left(X^{\varepsilon-1/20}\right). \tag{30}$$

where $\mathfrak{S}_R$ is defined by (3).

Now bearing in mind (24), (27), (28) and (30) we find

$$R_{1,1}(X) = \frac{1}{128}\mathfrak{S}_R X^2 + X^2\mathcal{L}^{-1}\,. \tag{31}$$

The estimation of $\mathbf{R_{1,2}(X)}$. Using (11), (13), (21) and (23) we write

$$R_{1,2}(X) = \sum_{X/2<p\le X} r_2(p-1)\log p \sum_{d\le D}\chi(d)I^{(2)}_{d,1}(2p,X) = R'_{1,2}(X) + R^*_{1,2}(X)\,, \tag{32}$$

where

$$R'_{1,2}(X) = \sum_{X/2<p\le X} r_2(p-1)\log p \sum_{d\le D}\frac{\chi(d)}{\varphi(d)}\mathfrak{S}_{d,1}(2p)\Phi^{(2)}(2p,X)\,, \tag{33}$$

$$R^*_{1,2}(X) = \sum_{X/2<p\le X} r_2(p-1)\log p \sum_{d\le D}\chi(d)\Delta^{(2)}_{d,1}(2p,X)\,. \tag{34}$$

From (21), (34) and Cauchy's inequality we find

$$R^*_{1,2}(X) \ll \mathcal{L}\sum_{X/2<p\le X}\tau(p-1)\sum_{d\le D}\left|\Delta^{(2)}_{d,1}(2p,X)\right| \tag{35}$$

$$\ll \mathcal{L}\sum_{X<n\le 2X}\tau(n)\sum_{d\le D}\left|\Delta^{(2)}_{d,1}(n,X)\right|$$

$$\ll \mathcal{L}\left(\sum_{X<n\le 2X}\sum_{d\le D}\tau^2(n)\left|\Delta^{(2)}_{d,1}(n,X)\right|\right)^{1/2}\left(\sum_{X<n\le 2X}\sum_{d\le D}\left|\Delta^{(2)}_{d,1}(n,X)\right|\right)^{1/2}$$

$$= \mathcal{L}U^{1/2}V^{1/2},$$

say. We use the trivial estimation $\Delta^{(2)}_{d,1}(n,X) \ll \mathcal{L}^2 X d^{-1}$ and the well-known inequality $\sum_{n\le y}\tau^2(n) \ll y\log^3 y$ to get

$$U \ll X^2\mathcal{L}^6\,. \tag{36}$$

In order to estimate V we use (19) and Lemma 1 to obtain

$$V \ll X^2\mathcal{L}^{-10}\,. \tag{37}$$

From (35) - (37) it follows that

$$R^*_{1,2}(X) \ll X^2\mathcal{L}^{-1}\,. \tag{38}$$

Consider now $R'_{1,2}(X)$.Having in mind (6), (7) and (33) we find

$$R'_{1,2}(X)=\sigma_0\sum_{X/2<p\le X}r_2(p-1)\Phi^{(2)}(2p,X)\lambda(2p)\log p\sum_{\substack{d\le D\\(d,2p-1)=1}}\frac{\chi(d)\lambda(d)}{\varphi(d)\lambda((d,2p))}\,. \tag{39}$$

For the sum over d according to ([4],Section 3.2) we have the bound $\sum_d\ll\log\mathcal{L}$. Therefore, using also (2) and (12) we get

$$R'_{1,2}(X)\ll X\mathcal{L}(\log\mathcal{L})^2\sum_{X/2<p\le X}|r_2(p-1)|\,. \tag{40}$$

The last sum is estimated in ([1],Ch.5).Working by the same way we obtain

$$R'_{1,2}(X)\ll X^2\mathcal{L}^{-\theta_0}(\log\mathcal{L})^7\,. \tag{41}$$

Finally from (32), (38) and (41) we find

$$R_{1,2}(X)\ll X^2\mathcal{L}^{-\theta_0}(\log\mathcal{L})^7\,. \tag{42}$$

The estimation of $\mathbf{R_{1,3}(X)}$. From (14), (21) and (23) we have

$$\begin{aligned}R_{1,3}(X)&=\sum_{\substack{X/2<p_1,p_2,p_3\le X\\p_1+p_3=2p_2}}\log p_1\log p_2\log p_3\sum_{\substack{d|p_1-1\\d\le D}}\chi(d)\sum_{\substack{m|p_2-1\\\frac{p_2-1}{m}\ge X/D}}\chi\left(\frac{p_2-1}{m}\right)\\&=\sum_{\substack{d\le D\\m<2D\\2|m}}\chi(d)\sum_{j=\pm1}\chi(j)I^{(3)}_{\langle d,4m\rangle,\langle 1,1+jm\rangle}(X,\langle(X,2X],J_m\rangle)\,,\end{aligned}$$

where $J_m=\big(\max\{1+mX/D,X\},2X\big]$.From (18) we get

$$R_{1,3}(X)=R'_{1,3}(X)+R^*_{1,3}(X)\,, \tag{43}$$

where

$$R'_{1,3}(X)=\sum_{\substack{d\le D\\m<2D\\2|m}}\frac{\chi(d)\Phi^{(3)}(X,\langle(X,2X],J_m\rangle)}{\varphi(d)\varphi(4m)}\sum_{j=\pm1}\chi(j)\mathfrak{S}^{(3)}_{\langle d,4m\rangle,\langle 1,1+jm\rangle}\,, \tag{44}$$

$$R^*_{1,3}(X)=\sum_{\substack{d\le D\\m<2D\\2|m}}\chi(d)\sum_{j=\pm1}\chi(j)\Delta^{(3)}_{\langle d,4m\rangle,\langle 1,1+jm\rangle}(X,\langle(X,2X],J_m\rangle)\,. \tag{45}$$

From (19) and Lemma 2 we obtain

$$R^*_{1,3}(X)\ll X^2\mathcal{L}^{-1}\,. \tag{46}$$

Consider $R'_{1,3}(X)$.According to Lemma 3 the expression $\mathfrak{S}^{(3)}_{\langle d,4m\rangle,\langle 1,1+jm\rangle}$ does not depend on j. Therefore from (44) it follows that

$$R'_{1,3}(X) = 0\,. \tag{47}$$

Using (43), (46) and (47) we find

$$R_{1,3}(X) \ll X^2\mathcal{L}^{-1}\,. \tag{48}$$

The estimation of $\mathbf{R_{2,2}(X)}$. Let $\mathcal{P}$ be the set of primes $X/2 < p \le X$ such that $p-1$ has a divisor lying between $\sqrt{X}\mathcal{L}^{-\omega} < d < \sqrt{X}\mathcal{L}^{\omega}$, (with $\omega = B(10)+C(10)+1$). Using (19), (21) and (23) and the inequality $uv \le u^2+v^2$ we have

$$R_{2,2}(X) \ll \mathcal{L}^3 \sum_{\substack{X/2<p_1,p_2,p_3\le X\\ p_1+p_3=2p_2\\ p_1\in\mathcal{P}}} \left|\sum_{\substack{d|p_2-1\\ D<d<X/D}} \chi(d)\right|^2 \le \mathcal{L}^3 \sum_{X/2<p_2\le X} \left|\sum_{\substack{d|p_2-1\\ D<d<X/D}} \chi(d)\right|^2 \sum_{\substack{p_1+p_3=2p_2\\ p_1\in\mathcal{P}}} 1\,.$$

We estimate the sum over p_1, p_3 applying (Lemma 6,[5]) and we get

$$R_{2,2}(X) \ll X\mathcal{L}^{1-2\theta_0}(\log\mathcal{L})^6 \sum_{X/2<p\le X} \left|\sum_{\substack{d|p-1\\ D<d<X/D}} \chi(d)\right|^2\,.$$

The last sum is estimated in ([1],Ch.5).Arguing by the same way we find

$$R_{2,2}(X) \ll X^2\mathcal{L}^{-2\theta_0}(\log\mathcal{L})^{13}\,. \tag{49}$$

The estimation of $\mathbf{R_{2,3}(X)}$. From (8), (21) and (23) we have

$$\begin{aligned} R_{2,3}(X) &= \sum_{\substack{X/2<p_1,p_2,p_3\le X\\ p_1+p_3=2p_2}} r_2(p_1-1)\log p_1\log p_2\log p_3 \sum_{\substack{m|p_2-1\\ \frac{p_2-1}{m}\ge X/D}} \chi\left(\frac{p_2-1}{m}\right)\\ &= \sum_{X/2<p\le X} r_2(p-1)\log p \sum_{\substack{m<D\\ 2|m}}\sum_{j=\pm1} \chi(j) I^{(1)}_{4m,1+jm}(p,X,J_m)\,, \end{aligned}$$

where $J_m = \big(\max\{1+mX/D, X/2\}, X\big]$. Using (10) we get

$$R_{2,3}(X) = R'_{2,3}(X) + R^*_{2,3}(X)\,, \tag{50}$$

where

$$R'_{2,3}(X) = \sum_{X/2<p\le X} r_2(p-1)\log p \sum_{\substack{m<D\\ 2|m}} \frac{\Phi^{(1)}(p,X,J_m)}{\varphi(4m)} \sum_{j=\pm1} \chi(j)\mathfrak{S}_{4m,1+jm}(p)\,, \tag{51}$$

$$R^*_{2,3}(X) = \sum_{X/2<p\le X} r_2(p-1)\log p \sum_{\substack{m<D\\ 2|m}}\sum_{j=\pm1} \chi(j)\Delta^{(1)}_{4m,1+jm}(p,X,J_m)\,. \tag{52}$$

Consider $R'_{2,3}(X)$. From Lemma 3 we have that $\mathfrak{S}_{4m,1+jm}(p)$ does not depend on j. Therefore using (51) we obtain

$$R'_{2,3}(X) = 0\,. \tag{53}$$

Next we consider $R^*_{2,3}(X)$. From (21), (52) and Cauchy's inequality we find

$$\begin{aligned} R^*_{2,3}(X) &\ll \mathcal{L} \sum_{X/2<p\le X} \tau(p-1) \sum_{\substack{m<D\\ 2|m}} \sum_{j=\pm 1} \left|\Delta^{(1)}_{4m,1+jm}(p,X,J_m)\right| \qquad (54)\\ &\ll \mathcal{L} \sum_{X/2<n\le X} \tau(n) \sum_{\substack{m<2D\\ 2|m}} \sum_{j=\pm 1} \left|\Delta^{(1)}_{4m,1+jm}(n,X,J_m)\right| \\ &\ll \mathcal{L} U_1^{1/2} V_1^{1/2}, \end{aligned}$$

where

$$\begin{aligned} U_1 &= \mathcal{L} \sum_{X/2<n\le X} \tau^2(n) \sum_{\substack{m<D\\ 2|m}} \sum_{j=\pm 1} \left|\Delta^{(1)}_{4m,1+jm}(n,X,J_m)\right|\,, \\ V_1 &= \mathcal{L} \sum_{X/2<n\le X} \sum_{\substack{m<D\\ 2|m}} \sum_{j=\pm 1} \left|\Delta^{(1)}_{4m,1+jm}(n,X,J_m)\right|\,. \end{aligned}$$

We use the trivial bound $\Delta^{(1)} \ll \mathcal{L}^2 X m^{-1}$ and the inequality $\sum_{n\le y} \tau^2(n) \ll y \log^3 y$ to get

$$U_1 \ll X^2 \mathcal{L}^6\,. \tag{55}$$

We estimate V_1 using (19) and Lemma 1 and we obtain

$$V_1 \ll X^2 \mathcal{L}^{-10}\,. \tag{56}$$

From (54) – (56) it follows that

$$R^*_{2,3}(X) \ll X^2 \mathcal{L}^{-1}\,. \tag{57}$$

Now bearing in mind (50), (53) and (57) we find

$$R_{2,3}(X) \ll X^2 \mathcal{L}^{-1}\,. \tag{58}$$

The estimation of $\mathbf{R_{3,3}(X)}$. From (14), (21) and (23) we have

$$\begin{aligned} R_{3,3}(X) &= \sum_{\substack{X/2<p_1,p_2,p_3\le X\\ p_1+p_3=2p_2}} \log p_1 \log p_2 \log p_3 \sum_{\substack{m_1|p_1-1\\ \frac{p_1-1}{m_1}\ge X/D}} \chi\left(\frac{p_1-1}{m_1}\right) \sum_{\substack{m_2|p_2-1\\ \frac{p_2-1}{m_2}\ge X/D}} \chi\left(\frac{p_2-1}{m_2}\right) \\ &= \sum_{\substack{m_1,m_2<D\\ 2|m_1,2|m_2}} \sum_{\substack{j_1=\pm 1\\ j_2=\pm 1}} \chi(j_1)\chi(j_2) I^{(3)}_{\langle 4m_1,4m_2\rangle,\langle 1+j_1m_1,1+j_2m_2\rangle}(X,\mathbf{J_m})\,, \end{aligned}$$

where $\mathbf{J_m} = \langle J_{m_1}, J_{m_2} \rangle$; $J_{m_\nu} = \big(\max\{1 + m_\nu X/D, X/2\}, X \big], \nu = 1, 2$. We write

$$R_{3,3}(X) = R'_{3,3}(X) + R^*_{3,3}(X)\,, \tag{59}$$

where

$$R'_{3,3}(X) = \sum_{\substack{m_1,m_2<D \\ 2|m_1,2|m_2}} \frac{\Phi^{(3)}(X, \mathbf{J_m})}{\varphi(4m_1)\varphi(4m_2)} \sum_{\substack{j_1=\pm 1 \\ j_2=\pm 1}} \chi(j_1)\chi(j_2)\mathfrak{S}^{(3)}_{\langle 4m_1,4m_2\rangle,\langle 1+j_1m_1,1+j_2m_2\rangle}\,, \tag{60}$$

$$R^*_{3,3}(X) = \sum_{\substack{m_1,m_2<D \\ 2|m_1,2|m_2}} \sum_{\substack{j_1=\pm 1 \\ j_2=\pm 1}} \chi(j_1)\chi(j_2)\Delta^{(3)}_{\langle 4m_1,4m_2\rangle,\langle 1+j_1m_1,1+j_2m_2\rangle}(X, \mathbf{J_m})\,. \tag{61}$$

Consider first $R'_{3,3}(X)$. According to Lemma 3 the expression $\mathfrak{S}^{(3)}$ does not depend on j_2. Therefore from (60) it follows that

$$R'_{3,3}(X) = 0\,. \tag{62}$$

Consider now $R^*_{3,3}(X)$. Using (19) and Lemma 2 we find

$$R^*_{3,3}(X) \ll X^2\mathcal{L}^{-1}\,. \tag{63}$$

Now taking into account (59), (62) and (63) we obtain

$$R_{3,3}(X) \ll X^2\mathcal{L}^{-1}\,. \tag{64}$$

The end of the proof. The asymptotic formula (4) follows from (22), (23), (31), (42), (48), (49), (58) and (64). The Theorem is proved.

References

[1] Hooley C. (1976), ***Applications of sieve methods to the theory of numbers***, Cambridge Univ. Press, (1976).

[2] Laporta M. (1999), ***A short intervals result for 2n-twin primes in arithmetic progressions***, Tsukuba J.Math., **23 (2)**, (1999), 201 – 214.

[3] Peneva T., D.Tolev (1998), ***An additive problems with primes and almost-primes***, Acta Arith., **83**, (1998), 155 – 169.

[4] Tolev D. (2009), ***The binary Goldbach problem with arithmetic weights attached to one of the variables***, Acta Arith., **142**, (2009), 169 – 178.

[5] Tolev D. (2010), ***The ternary Goldbach problem with arithmetic weights attached to one of the variables***, J.Number Theory, **130**, (2010), 439 – 457.

Author: Stoyan Dimitrov, Assistant prof., Department "Stochastics and optimization", FAMI, TU–Sofia, *e-mail:* xyzstoyan@gmail.com

Received 14 December 2015 **Reviewer:** Prof., PhD Ivan Trendafilov

Годишник на Технически Университет - София, том 66, книга 3, 2016
Proceedings of the Technical University of Sofia, Volume 66, Issue 3, 2016

ТРАЕКТОРИЯ НА ТУРБИННОТО СВИВАНЕ В СИСТЕМИ ЗА УПРАВЛЕНИЕ ОТ НЕПЪЛЕН РЕД - част I (обобщени дефиниции)

Емил Николов

Резюме: *Целта на работата е систематизацията, аналитичното дефиниране и функционалната параметризация на свойствата и характеристиките на системите за фрактално управление. Предложени са нови методи и алгоритми за анализ. Показани са резултати от функционалната параметризация.*
Контролни думи: *фрактални системи за управление, траектория на турбинното свиване, функционална параметризация*

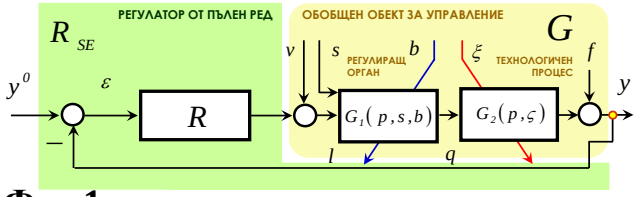
TRAJECTORY OF COLIMAÇON IN THE FRACTIONAL CONTROL SYSTEMS - part I (generalized definitions)

Emil Nikolov

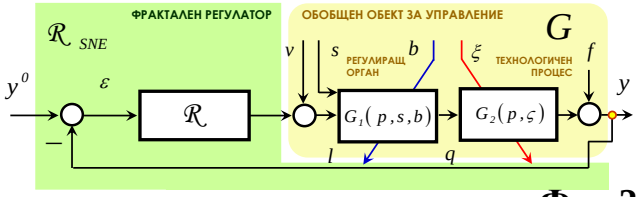
Abstract: *The aim of the work is the systematization, analytical definition and functional parameterization of the properties and characteristics of fractional control systems. Suggested are new methods and algorithms for analysis. Below are the results of functional parameterization.*
Key words*: fractional control systems, trajectory of colimaçon, functional parameterization path.*

ВЪВЕДЕНИЕ И ОБОБЩЕНИ ДЕФИНИЦИИ

За разлика от класическите системи за управление (фиг.1), конфигурирани с алгоритми от пълен (n) ред $R\left(I_p^n, D_p^n\right)$ (1), фракталните системи (фиг.2) са с алгоритми от непълен дробен $(\alpha,\beta\ldots)$ ред $\Re\left(I_p^{\alpha}, D_p^{\beta}\right)$ (2.a). Те са основани на оператори за интегриране I_p^{α} и/или диференциране D_p^{β} (2.b) от теорията на ***обобщеното дробно смятане*** [28], където Γ е ***Гама***-функцията на ***Adrien-Marie Legendre***. В инженерната практика се използват ***регулатори*** $\Re$ (2.c) ***с рационални апроксимации на операторите*** (2.b) ***в ограничен честотен диапазон*** $\omega \in \left[\omega_b, \omega_h\right]$ [28,29,33].



Фиг.1.



Фиг.2.

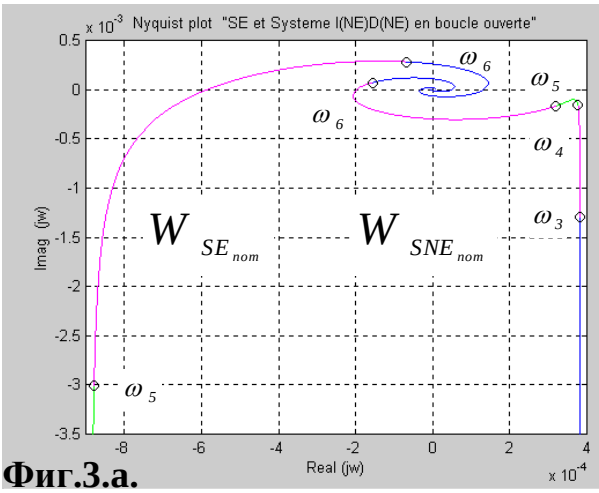
© 2016 Publishing House of Technical University of Sofia
All rights reserved
ISSN 1311-0829

$$R(p)_{\{\sigma=const\}} \Leftrightarrow G^*(p), \left(R\left(I_p^n, D_p^n\right) = k\,(T_i p)^{-1}(T_i p+1)T_d p\,(T_f p+1)^{-1}\right), (n \in N := \{1,2,3,..\}) \qquad (1)$$

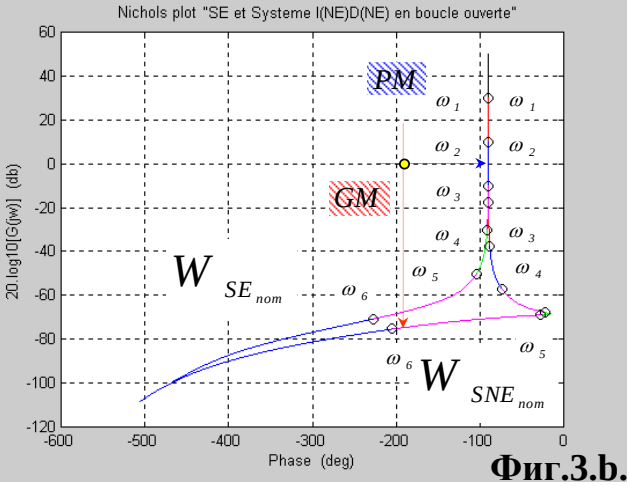
$$\mathcal{R}(p)_{\{\sigma=const\}} \Leftrightarrow G^*(p)\ ,\ \left(\mathcal{R}(p) = \mathcal{R}\left(I_p^{\alpha}, D_p^{\beta}\right) = I_p^{\alpha} + D_p^{\beta}\right), (n-1<\alpha<n), (n-1<\beta<n) \qquad (2.a)$$

$$I_t^{\alpha} f(t) = \frac{1}{\Gamma(-\alpha)} \int_0^t \frac{f(\tau)}{(t-\tau)^{1-\alpha}}\, d\tau \quad ; \quad D_t^{\beta} f(t) = \frac{1}{\Gamma(n-\beta)} \frac{d^n}{dt^n} \int_a^t \frac{f(\tau)}{(t-\tau)^{\beta-n+1}}\, d\tau\ ,$$
$$\Gamma(x) = (x-1)\int_0^{\infty} t^{x-2} e^{-t}\, dt\ ,\ (n \in N := \{1,2,3,..\}, (n-1<\alpha<n), (n-1<\beta<n)) \qquad (2.b)$$

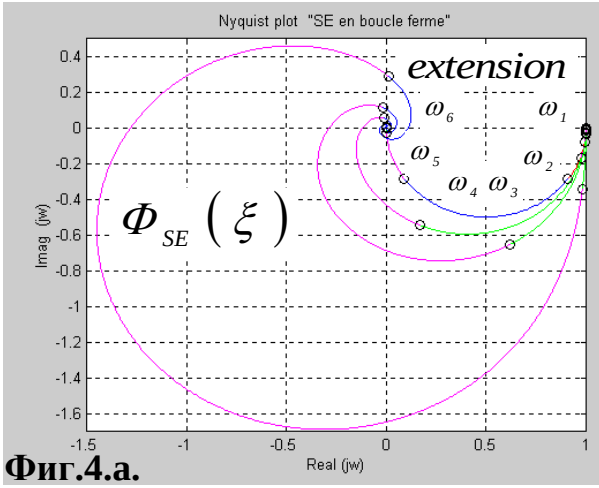
$$\mathcal{R}_{\{\forall\omega\in[\hat{\equiv}_{\omega_b},\omega_h]\}} \left(\frac{1+p(\omega_{bI})^{-1}}{1+p(\omega_{hI})^{-1}}\right)^{\alpha} \prod_{i=1}^{N}\left(\frac{1+p(\omega_{Ii})^{-1}}{1+p(\omega'_{Ii})^{-1}}\right) + \left(\frac{1+p(\omega_{bD})^{-1}}{1+p(\omega_{hD})^{-1}}\right)^{\beta} \prod_{j=1}^{M}\left(\frac{1+p(\omega'_{Dj})^{-1}}{1+p(\omega_{Dj})^{-1}}\right) \qquad (2.c)$$
$$\forall\omega(\bar{\ell}_a, \bar{\ell}_m) \in [\omega_{IA}, \omega_{DB}]\ ,\ \{n-1<\alpha<n\}\ ;\ \{n-1<\beta<n\}\ ;$$



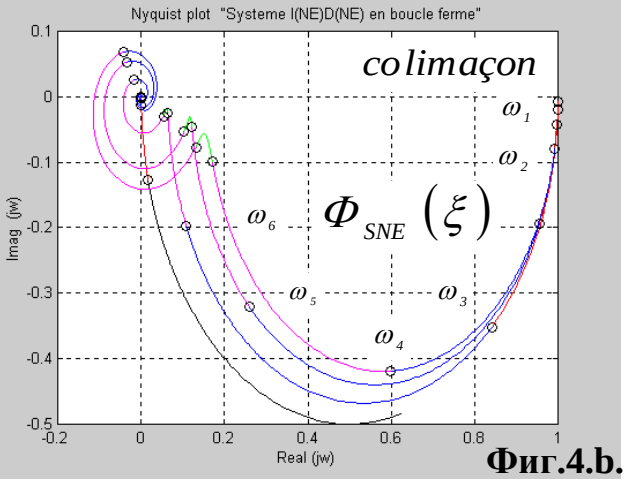
Фиг.3.a.



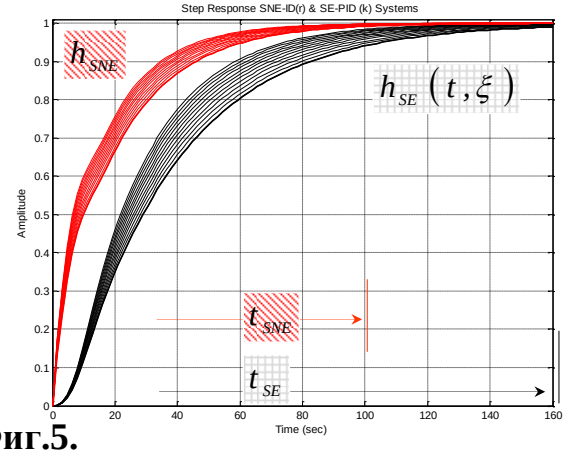
Фиг.3.b.



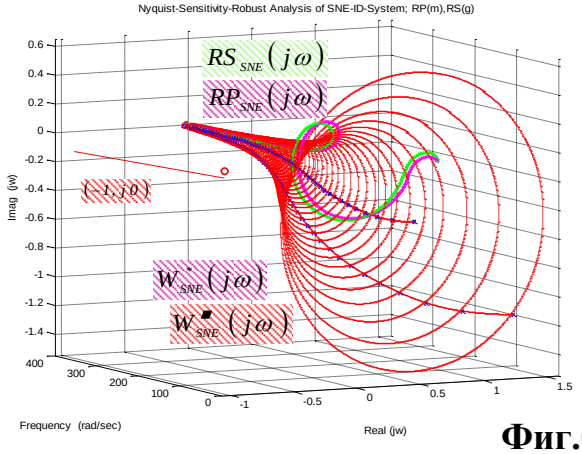
Фиг.4.a.



Фиг.4.b.



Фиг.5.



Фиг.6.

Целта на настоящата разработка е систематизацията, аналитичното дефиниране и функционалната параметризация на свойствата и характеристиките на системите за фрактално управление ***SNE*** (***Systèmes d'Ordre non Entier***) (фиг.2) с алгоритми $\mathcal{R}$ (2.c) от непълен дробен $(\alpha,\beta...)$ ред. В условията на априорна (3) неопределеност (репараметризиране/реструктуриране ξ) ***SNE***-системите за управление на обекти G (3) притежават свойства, съществено отличаващи ги от системите (фиг.1) за управление ***SE*** (***Systèmes d'Ordre Entier***) с алгоритми R (1) от пълен (n) ред.

$$
\begin{gathered}
\Pi(j\omega)=\Delta G(j\omega):\ |G(\omega)-G^*(\omega)|\,|G^*(\omega)|^{-1}\le \bar{\ell}_m(\omega);\ \Pi(j\omega)\in \mathcal{G}(j\omega)\\
\bar{\ell}_a(\omega)=|G(\omega)-G^*(\omega)|;\ \bar{\ell}_m(\omega)=\bar{\ell}_a(\omega)|G^*(\omega)|^{-1};\ \omega\in[0;\infty)\\
G^{\blacksquare}(j\omega)=|G(j\omega)-G^*(j\omega)|_{max};\\
G^{\blacksquare}(j\omega)|G^*(j\omega)|^{-1}=\bar{\ell}_m^{\blacksquare}(\omega),\ \left(\bar{\ell}_m^{\blacksquare}(\omega)=\bar{\ell}_a^{\blacksquare}(\omega)|G^*(j\omega)|^{-1}\right)\\
\xi(\omega)=\varsigma\left(\bar{\ell}_m(\omega),\bar{\ell}_a(\omega)\right),\ \xi(\omega)\in\Omega[0,\xi^{\blacksquare}];\ \xi^{\blacksquare}(\omega)=\varsigma\left(\bar{\ell}_m^{\blacksquare}(\omega),\bar{\ell}_a^{\blacksquare}(\omega)\right)\\
\pi(j\omega)\in W_{SNE}(j\omega),(\omega\in[0;\infty))\\
r^0(\omega_i)=|l_a(\omega_i)R_{NE}(\omega_i)|=|l_m(\omega_i)R_{NE}(\omega_i)G^*(\omega_i)|\\
\pi^0(j\omega_i)=\begin{cases} Real^0(\omega_i)=Re^*(\omega_i)+r(\omega_i)\cos\Omega,(\Omega\in[0,\infty))\\ Imag^0(\omega_i)=Im^*(\omega_i)+r(\omega_i)\sin\Omega,(\Omega\in[0,\infty))\end{cases}
\end{gathered}
\tag{3}
$$

Тези свойства, уникален феномен типичен само за ***SNE***-системите, са систематизирани и аналитично дефинирани в разработка както следва:

- ***неравномерно съотношение на честотно равни профилни дъги*** от характеристиките (фиг.3, фиг.4) на отворените ***SNE***-системи W_{SNE} (4);

$$
\frac{\hat{W}_{\omega_i}^{\omega_{i+1}}}{\hat{W}_{\omega_{i+1}}^{\omega_{i+2}}}\neq\frac{\hat{W}_{\omega_{i+1}}^{\omega_{i+2}}}{\hat{W}_{\omega_{i+2}}^{\omega_{i+3}}}\neq....\neq const,\ \begin{cases}\hat{W}_{\omega_i}^{\omega_{i+1}}\in W_{SNE}(j\omega),\forall\,\omega\in[\omega_i,\omega_{i+1}]\\ \hat{W}_{\omega_{i+1}}^{\omega_{i+2}}\in W_{SNE}(j\omega),\forall\,\omega\in[\omega_{i+1},\omega_{i+2}]\\ .....\\ i\in[1,\infty];\ \omega_i<\omega_{i+1}<....;\ \ \omega_i\in[0,\infty]\\ \omega_{i+1}-\omega_i=\omega_{i+2}-\omega_{i+1}=...=const\end{cases}
\tag{4}
$$

- ***профилно свиване*** (5), изразяващо се в неравномерно честотно разпределение, с отрицателно дефазиране (фиг.3, фиг.4) на характеристиките на отворените ***SNE***-системи при тяхното затваряне с обратната връзка до характеристиките на затворените ***SNE***-системи Φ_{SNE} по линия, инверсна на съответстващата разширяваща се линия на ***SE***-системите, при априорна неопределеност;

$$
\frac{\hat{W}_{\omega_i}^{\omega_{i+1}}}{\hat{\Phi}_{\omega_i}^{\omega_{i+1}}}\neq\frac{\hat{W}_{\omega_{i+1}}^{\omega_{i+2}}}{\hat{\Phi}_{\omega_{i+1}}^{\omega_{i+2}}}\neq....\neq const,\ \forall\omega,\ \begin{cases} i\in[1,\infty];\ \omega_i<\omega_{i+1}<....;\ \ \omega_i\in[0,\infty]\\ \omega_{i+1}-\omega_i=\omega_{i+2}-\omega_{i+1}=...=const\end{cases};
\tag{5}
$$

- ***фазова неоднозначност, изпъкналост*** (6) и съответстваща ***инфлексност*** (7) в характеристиките на ***SNE***-системите и на техните съставящи (фиг.3.b, фиг.4.b, фиг.7÷фиг.10);

$$
\partial W_{SNE}(j\omega,\xi)/\partial\omega\neq const\ \ ;\ \ \partial\Phi_{SNE}(j\omega,\xi)/\partial\omega\neq const\ \ ;
\tag{6}
$$

$$
\partial W_{SNE}(j\omega,\xi)/\partial\omega=0\ \ ;\ \ \partial\Phi_{SNE}(j\omega,\xi)/\partial\omega=0\ \ ;
\tag{7}
$$

- ***колимация*** (***турбинно свиване***) на характеристиките (и на отворените, и на затворените ***SNE***-системи от произволен непълен ред $(\alpha,\beta...)$, и на техните съставящи) - уникален феномен в качеството, типичен само за ***SNE***-системите при репараметризиране/реструктуриране на обекта за управление, ***определена със следните количествени показатели*** (фиг.7÷фиг.10):

- ***честота на колимацията*** $\omega^{\diamond}$ (8), определена с честотата на инфлексната точка в характеристиките на ***SNE***-системите (фиг.7 ÷ фиг.10);

$$\omega^{\diamond}: \left\| \begin{array}{l} W_{SNE}^{(\omega,0)} \left\{ \begin{array}{lll} d\ Re_{W_{SNE}}(j\omega,\xi)=0 & ; & d\ Im_{W_{SNE}}(j\omega,\xi)=0\ ,\forall\ \xi(\omega)\in\Omega\left[0,\xi^{\blacksquare}\right] \\ d\ Mod_{W_{SNE}}(j\omega,\xi)=0 & ; & d\ Arg_{W_{SNE}}(j\omega,\xi)=0\ ,\forall\ \xi(\omega)\in\Omega\left[0,\xi^{\blacksquare}\right] \end{array} \right. \\ \Phi_{SNE}^{(\omega,0)} \left\{ \begin{array}{lll} d\ Re_{\Phi_{SNE}}(j\omega,\xi)=0 & ; & d\ Im_{\Phi_{SNE}}(j\omega,\xi)=0\ ,\forall\ \xi(\omega)\in\Omega\left[0,\xi^{\blacksquare}\right] \\ d\ Mod_{\Phi_{SNE}}(j\omega,\xi)=0 & ; & d\ Arg_{\Phi_{SNE}}(j\omega,\xi)=0\ ,\forall\ \xi(\omega)\in\Omega\left[0,\xi^{\blacksquare}\right] \end{array} \right. \end{array} \right. ; \qquad (8)$$

- ***траектория на колимацията*** $\mathcal{W}^{\diamond}(j\omega^{\diamond},\xi)$ (9), определена с обвиващия ходограф на инфлексните точки на характеристиките при априорна неопределеност (фиг.7 ÷ фиг.10) и ***направление на движение на инфлексната точка*** (***посоката на турбинното свиване***);

$$W_{SNE}^{\diamond}(\xi)\equiv W_{SNE}^{\diamond}(j\omega^{\diamond},\xi)=f_1(\xi)\ ;\ \Phi_{SNE}^{\diamond}(\xi)\equiv\Phi_{SNE}^{\diamond}(j\omega^{\diamond},\xi)=f_2(\xi)\ ;$$
$$\mathcal{W}^{\diamond}(k,n,\tau,\omega^{\diamond})=\mathcal{W}^{\diamond}(n,\tau,\omega^{\diamond})_{\{\omega\equiv\omega^{\diamond}\}}\hat{\equiv}W_{SNE}^{\diamond}(j\omega^{\diamond},\xi)\ ; \qquad (9)$$

■ ***бързодействие*** (10), ***значително по-голямо*** от ***SE***-системите при едни и същи други условия (фиг.5) в смутен параметричен режим и априорна неопределеност;

$$t_p^{SNE} << t_p^{NE}\ ; \qquad (10)$$

■ ***параметрическа и структурна инвариантност на запасите на устойчивостта по модул*** GM (11) ***и фаза*** (12) PM (фиг.3.b) в смутен параметричен режим и априорна неопределеност;

$$\begin{array}{c} GM_m \neq GM_m\left(\xi,\xi^{(1)},\xi^{(2)},...,\xi^{(\varepsilon)}\right), \\ \forall\xi(\omega)\in\Omega\left[0,\xi^{\blacksquare}\right], W_{SNE}(j\omega,\xi)\in\mathcal{W}_{SNE}(j\omega), \left(\omega\in[0;\infty), \omega_{\pi}: arg\ W_{SNE}(j\omega_{\pi})\equiv\pi\right), \\ GM\equiv 20\log_{10}\left|W_{SNE}(\xi,j\omega_{\pi})\right|\equiv 20\log_{10}\left|W_{SNE}(j\omega_{\pi})\right| = const,[dB], \\ GM_{fun}^{inv}\equiv\left|W_{SNE}(\xi,j\omega_{\pi})\right|\equiv\left|W_{SNE}(j\omega_{\pi})\right|,[-]=10^{(GM/20),[dB]},[-] \end{array} ; \qquad (11)$$

$$\begin{array}{c} PM \neq PM\left(\xi,\xi^{(1)},\xi^{(2)},...,\xi^{(\varepsilon)}\right), \\ \forall\xi(\omega)\in\Omega\left[0,\xi^{\blacksquare}\right], W_{SNE}(j\omega,\xi)\in\mathcal{W}_{SNE}(j\omega), \left(\omega\in[0;\infty), \omega_u: \left|W_{SNE}(j\omega_u)\right|=1\right), \\ PM\equiv-\left(180°-\left|arg\left(W_{SNE}(\xi,j\omega_u)\right)\right|\right)\equiv-\left(180°-\left|arg\ W_{SNE}(j\omega_u)\right|\right)\equiv const,[deg], \\ PM\equiv-\left(arg\left(W_{SNE}(\xi,j\omega_u)\right)+180°\right)\equiv-\left(arg\ W_{SNE}(j\omega_u)+180°\right)\equiv const,[deg] \end{array} ; \qquad (12)$$

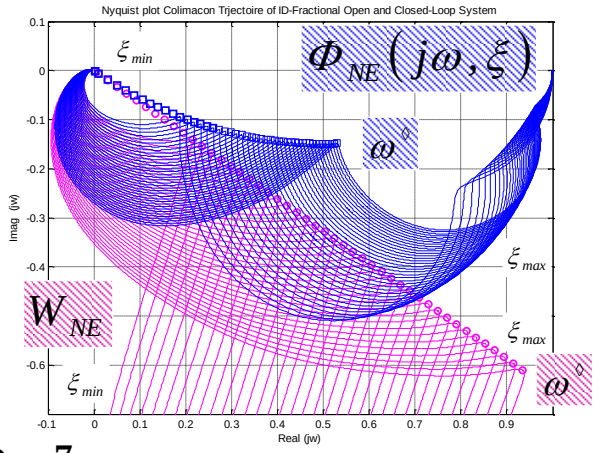
■ ***робастна устойчивост*** (3), (13) RS (фиг.6) ;

$$RS(\omega)\Rightarrow\left\|\eta(\omega)\bar{\ell}_m(\omega)\right\|_{\infty}<1,\forall\omega,(\omega\in[0;\infty)),$$
$$RS(\omega)\Rightarrow\left|1+G^*(\omega)\mathcal{R}(\omega)\right| > \left|G^*(\omega)\mathcal{R}(\omega)\right|\ \bar{\ell}_m(\omega),\ (\forall\omega,\omega\in[0,\infty))\ ; \qquad (13)$$

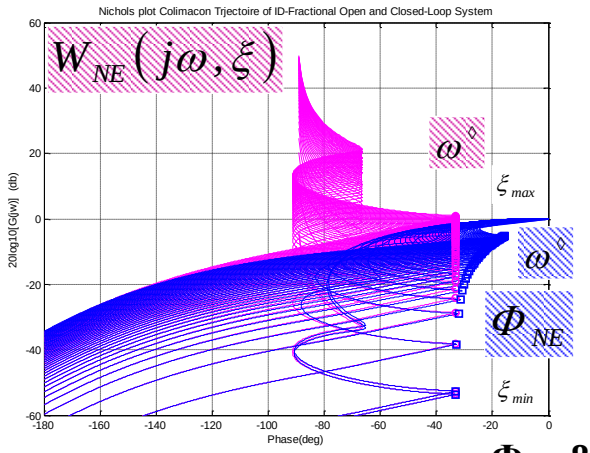
■ ***робастно качество*** (3), (14) RP (фиг.6) ;

$$RP(\omega)\Rightarrow\left|\eta^*(\omega)\bar{\ell}_m(\omega)\right|+\left|e^*(\omega)\nu(\omega)\right|<1,\forall\omega,(\omega\in[0;\infty)),$$
$$RP(\omega)\underset{R}{\Rightarrow} min\ \max_{G\in\Pi}\int_0^{\infty}(\varepsilon(t))^2dt\ \hat{=}\ min_R\ \max_{G\in\Pi}\frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{\infty}\left|\frac{1}{1+G(\omega)\mathcal{R}(\omega)}\right|^2\left|\upsilon\right|^2d\omega\ , \qquad (14)$$
$$\upsilon=\upsilon(\nu,\xi,f)$$

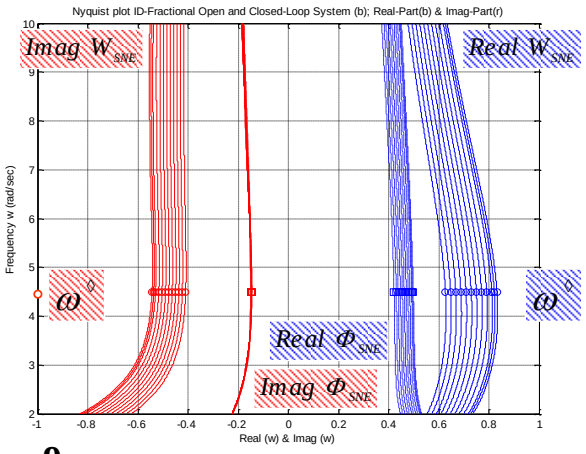
където: e^*, η^* са функциите на чувствителност и допълнителна чувствителност на ***SNE***-системата; υ - обобщеното смущение; $W_{iSNE}^{*}=\mathcal{R}_i G^*$, $W_{iSNE}^{\blacksquare}=\mathcal{R}_i G^{\blacksquare}$ - номиналната и смутената отворена ***SNE***-система; кръгове π с окръжности π^0, с радиуси r^0 и с центрове в точките ω_i (3), моделиращите ***SNE***-системата при априорна неопределеност (фиг.6).



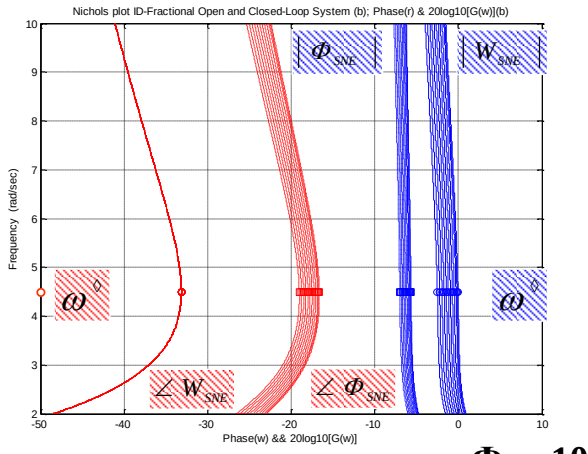
Фиг.7.



Фиг.8.



Фиг.9.



Фиг.10.

ЧИСЛЕН ПРИМЕР, АНАЛИЗ НА СИСТЕМАТА

Разглежда се (фиг.2) ***SNE***-система за управление на примерен (15) обобщен обект $G(p,\xi)$ с фрактален *ID* -регулатор $\mathcal{R}$ (16). Проектиран е по метода на ***°полиномиалната рекурсивна апроксимация°*** с алгоритъм за аналитичен синтез **[29]÷[35]** при критерий ***°робастна устойчивост*** *RS* ***и робастно качество*** *RP* ***с вертикален Nichols-профил със зададени запаси*** *GM* , *PM* ***на устойчивостта°*** и локален критерий σ, към номиналния модел на обекта G^* (17.a). Репараметризиращо/реструктуриращо смущение ξ е показано с диапазоните на вариация на определящите априорната неопределеност параметри (k , n , τ - предавателен коефициент, ред и закъснение в модела на обекта) до максималната горна граница $\xi^{\blacksquare}$ (18).

$$G(p,\xi) = k\left(\frac{0.8333\,p+1}{0.6666\,p+1}\right)\left(\frac{1}{4\,p+1}\right)\left(\frac{1}{\left((\tau/n)p+1\right)^{n}}\right) \tag{15}$$

$$\mathcal{R}(p) = \left(\frac{(2\,p+1)^2}{2\,p(4\,p+1)}\right)+\left(\frac{0.4\,p+1}{0.2\,p+1}\right)^2 , \left(\mathcal{R} \underset{\{\sigma=const;\,RS;\,RP\}}{\Leftrightarrow} G^*\right) \tag{16}$$

$$G^*(p) = k^*\left(\frac{0.8333\,p+1}{0.6666\,p+1}\right)\left(\frac{1}{4\,p+1}\right)\left(\frac{1}{\left((\tau^*/n^*)p+1\right)^{n^*}}\right) \tag{17.a}$$

$$G^{\blacksquare}(p) = k^{\blacksquare}\left(\frac{0.8333\,p+1}{0.6666\,p+1}\right)\left(\frac{1}{4\,p+1}\right)\left(\frac{1}{\left((\tau^{\blacksquare}/n^{\blacksquare})p+1\right)^{n^{\blacksquare}}}\right) \tag{17.b}$$

$$\xi = \left[\begin{array}{ccc} k & n & \tau \end{array}\right]^{-1} ;\ \xi^{\blacksquare} = \left[\begin{array}{ccc} 0.01075 & 8.0 & 5.0 \end{array}\right]^{-1}$$
$$k_{var} \in \left[\ 0.0000725^* \div 0.01075^{\blacksquare}\ \right] ;\ n_{var} \in \left[\ 1 \div 8^{\blacksquare}\ \right] ;\ \tau_{var} \in \left[\ 1 \div 5^{\blacksquare}\ \right] \tag{18}$$

Характеристиката на отворената (фиг.2) ***SNE***-система W_{SNE} (19), (20) е представена на фиг.11 в ***2-D-параметричен*** плот с нейните реална $Re_{W_{SNE}}$, имагинерна $Im_{W_{SNE}}$, модулна $Mod_{W_{SNE}}$, фазова $Arg_{W_{SNE}}$ съставящи и взаимните им аналитични връзки (20)÷(24) за параметричния диапазон (18). Резултатите, показани на фиг.11, както и на всички следващи фигури в разработката, са с ***размерност, определена от 720 паралелно симулирани модели на системи, всяка от 12-ти ред.*** За диапазона (18) имагинерната (24) и фазовата (22) съставящи като функции на ω, n, τ са показани в ***3D***-плот (фиг.12), както и в ***3D-параметрично-контурен*** плот (фиг.13). Кой да е от контурите върху параметричните повърхности на фиг.4 илюстрира съответна постоянна стойност на $Im_{W_{SNE}}(\omega, n, \tau)$ (фиг.13.a), респективно на $Arg_{W_{SNE}}(\omega, n, \tau)$ (фиг.13.b).

$$W_{SNE}(p, \xi) = \mathcal{R}(p)\, G(p, \xi) = W_{SNE}(p, k, \tau, n); \tag{19}$$

$$W_{SNE}(j\omega, n, \tau) = Re_{W_{SNE}}(\omega, n, \tau) + j\, Im_{W_{SNE}}(\omega, n, \tau) = Mod_{W_{SNE}}(\omega, n, \tau)\, exp\left(-j\, Arg_{W_{SNE}}(\omega, n, \tau)\right) \tag{20}$$

$$Mod_{W_{SNE}}(\omega, n, \tau) = \left(Re^2_{W_{SNE}}(\omega, n, \tau) + Im^2_{W_{SNE}}(\omega, n, \tau) \right)^{0.5} \tag{21}$$

$$Arg_{W_{SNE}}(\omega, n, \tau) = arctg\left(-Im_{W_{SNE}}(\omega, n, \tau) / Re_{W_{SNE}}(\omega, n, \tau) \right) \tag{22}$$

$$Re_{W_{SNE}}(\omega, n, \tau) = Mod_{W_{SNE}}(\omega, n, \tau)\; Cos\left(Arg_{W_{SNE}}(\omega, n, \tau)\right) \tag{23}$$

$$Im_{W_{SNE}}(\omega, n, \tau) = Mod_{W_{SNE}}(\omega, n, \tau)\; Sin\left(Arg_{W_{SNE}}(\omega, n, \tau)\right) \tag{24}$$

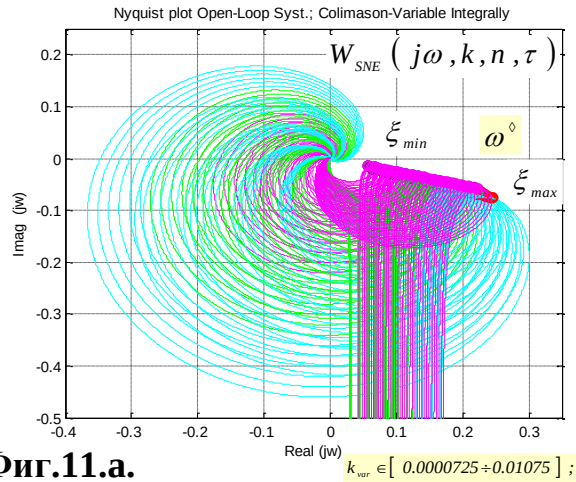
$$\omega^{\diamond} : \left\| \begin{array}{l} d\, Re_{W_{SNE}}(\omega, n, \tau) = 0 \quad ; \quad d\, Im_{W_{SNE}}(\omega, n, \tau) = 0 \quad , \forall\, \xi \in \Omega\left[0\,,\, \xi^{\blacksquare}\right] \\ d\, Mod_{W_{SNE}}(\omega, n, \tau) = 0 \quad ; \quad d\, Arg_{W_{SNE}}(\omega, n, \tau) = 0 \quad , \forall\, \xi \in \Omega\left[0\,,\, \xi^{\blacksquare}\right] \end{array} \right. \tag{25}$$

$$\xi = \left[\, k \;\; n \;\; \tau \,\right]^{-1} \quad ; \quad \xi^{\blacksquare} = \left[\, 0.01075 \;\; 8.0 \;\; 5.0 \,\right]^{-1}$$

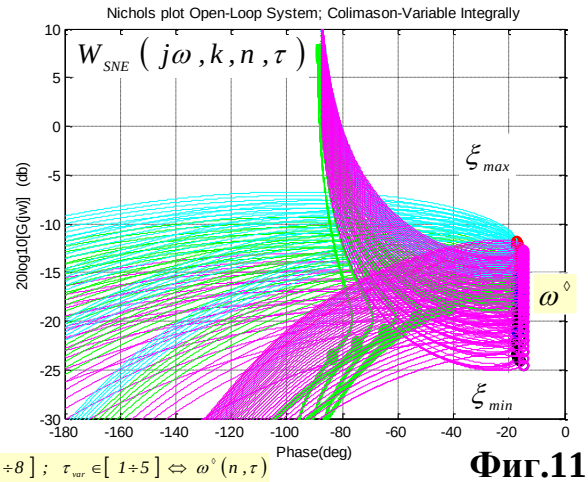
Инфлексната точка на W_{SNE} (изобразена на фиг.11 и следващите визуализации в изследването със символа "**o**") е тази, определена с ***честотата на колимация*** $\omega^{\diamond}$, за която пълните диференциали на съставящите ($Re_{W_{SNE}}(\omega^{\diamond})$, $Im_{W_{SNE}}(\omega^{\diamond})$, $Mod_{W_{SNE}}(\omega^{\diamond})$, $Arg_{W_{SNE}}(\omega^{\diamond})$) на W_{SNE} са с нулеви стойности (25). За да бъдат ***параметризирани честотата*** $\omega^{\diamond}(k, n, \tau)$ и ***траекторията*** $w^{\diamond}(k, n, \tau, \omega^{\diamond})$ ***на колимация*** (да се намери функционалната им свързаност с k, n, τ), то за ***SNE***-системата W_{SNE} (20) са определени ***аналитично*** **(*като символни описания*):**

- имагинерната $Im_{W_{SNE}}(\omega, n, \tau)$ и реалната $Re_{W_{SNE}}(\omega, n, \tau)$ съставящи с (26), (27);
- пълният диференциал на имагинерната съставяща $d\, Im_{W_{SNE}}(\omega, n, \tau)$ с (28), показан изцяло с частните производни (29)÷(31);
- фазовата $Arg_{W_{SNE}}(\omega, n, \tau)$ и модулната $Mod_{W_{SNE}}(\omega, n, \tau)$ съставящи с (32), (33);
- пълният диференциал на фазовата съставяща $d\, Arg_{W_{SNE}}(\omega, n, \tau)$ (35), показан с частните производни $\partial\, Arg_{W_{SNE}}(\omega, n, \tau)/\partial\omega$, $\partial\, Arg_{W_{SNE}}(\omega, n, \tau)/\partial n$, $\partial\, Arg_{W_{SNE}}(\omega, n, \tau)/\partial\tau$,

Зависимостите (26)÷(34) използват субституциите (35), означени с $\mathcal{A}$, $\mathcal{B}$, $\mathcal{C}$, $\mathcal{D}$, $\mathcal{E}$, $\mathcal{F}$, $\mathcal{G}$, $\mathcal{L}$, $\mathcal{M}$, $\mathcal{N}$.

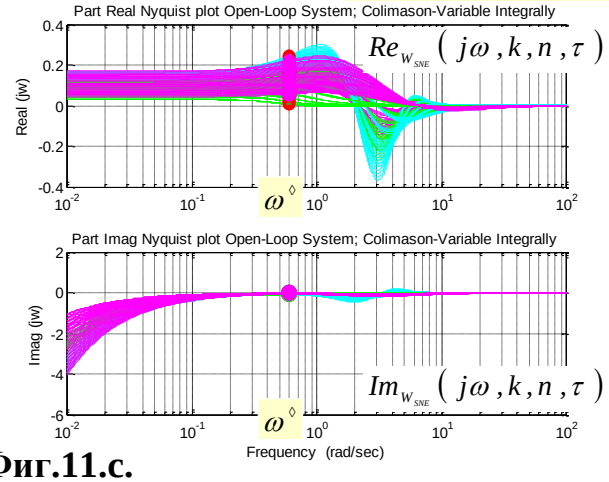


Фиг.11.a.

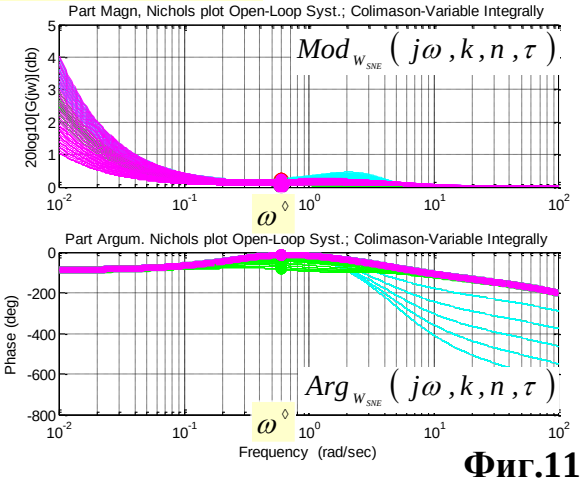


Фиг.11.b.

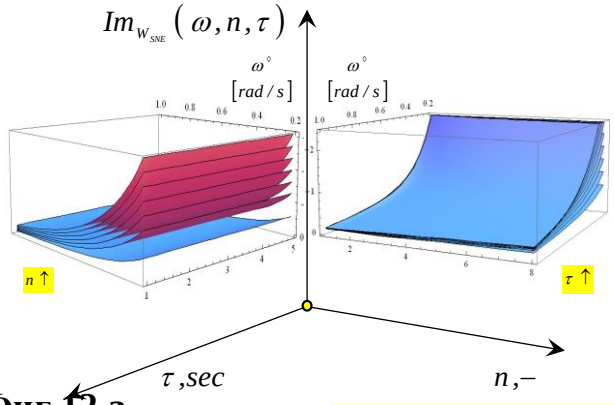
$k_{var}\in\left[\,0.0000725\div0.01075\,\right]\;;\;n_{var}\in\left[\,1\div8\,\right]\;;\;\tau_{var}\in\left[\,1\div5\,\right]\Leftrightarrow\omega^{\diamond}\left(n,\tau\right)$



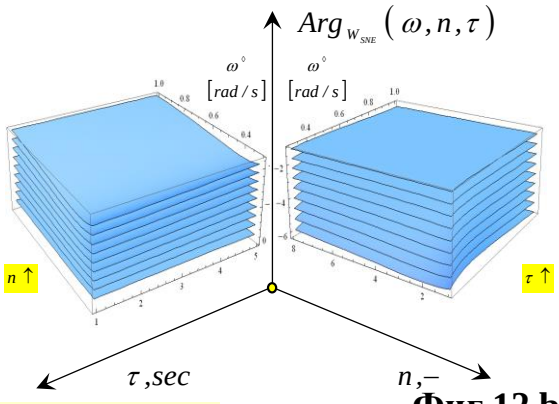
Фиг.11.c.



Фиг.11.d.

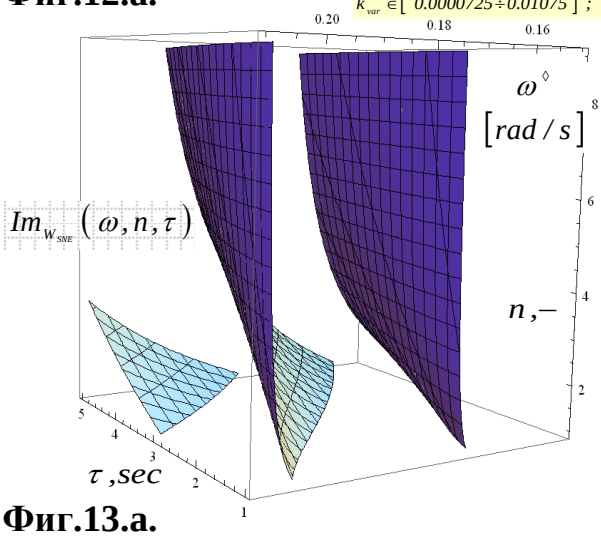


Фиг.12.a.

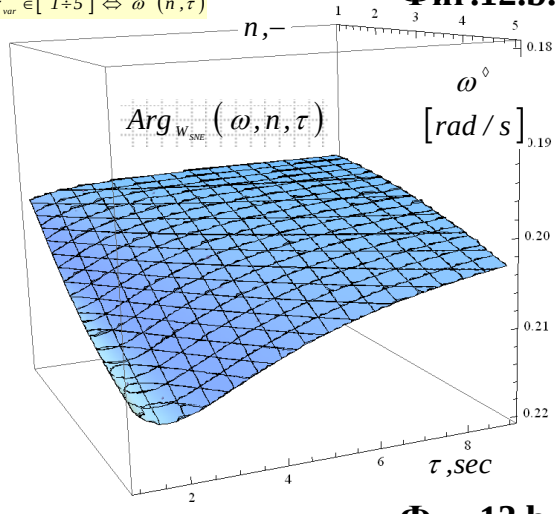


Фиг.12.b.

$k_{var}\in\left[\,0.0000725\div0.01075\,\right]\;;\;n_{var}\in\left[\,1\div8\,\right]\;;\;\tau_{var}\in\left[\,1\div5\,\right]\Leftrightarrow\omega^{\diamond}\left(n,\tau\right)$



Фиг.13.a.



Фиг.13.b.

$$Im_{W_{SNE}}(\omega,n,\tau) = -\frac{6.61\ \omega\ A\,Cos(n\ Arg\ B)}{C} - \frac{38\ \omega^3\ A\,Cos(n\ Arg\ B)}{C} - \frac{17.77\ \omega^5\ A\,Cos(n\ Arg\ B)}{C} + \\ + \frac{A\,Cos(n\ Arg\ B)}{D(\omega)} + \frac{1.91\ A\ Sin(n\ Arg\ B)}{C(\omega)} + \frac{16.11\ \omega^2\ A\,Sin(n\ Arg\ B)}{C(\omega)} + \frac{3.55\ \omega^4\ A\ Sin(n\ Arg\ B)}{C(\omega)} \tag{26}$$

$$Re_{W_{SNE}}(\omega,n,\tau) = -6,61\omega - 38\omega^3 - 17.77\omega^5)\,\mathcal{KM} - 0,5\omega^{-1}\mathcal{KN} + (1,91 + 16,11\omega^2 + 3,55\omega^4)\,\mathcal{LM} \tag{27}$$

$$d\ Im_{W_{SNE}}(\omega,n,\tau) = \frac{\partial\ Im_{W_{SNE}}(\omega,n,\tau)}{\partial\omega} d\ \omega + \frac{\partial\ Im_{W_{SNE}}(\omega,n,\tau)}{\partial n} d\ n + \frac{\partial\ Im_{W_{SNE}}(\omega,n,\tau)}{\partial\tau} d\ \tau \tag{28}$$

$$\begin{gathered}
\partial\ Im_{W_{SNE}}(\omega,n,\tau)/\partial\omega\ = \\
= -(n\,\mathcal{G}_\omega)^{-1}(\tau^2\mathcal{A}^{-1}_{\omega,n,\tau}\,\mathcal{E}_\omega\,Cos(n\,Arg\,\mathcal{B}_{\omega,n,\tau}) + \omega\,\mathcal{F}_\omega\,Sin(n\,Arg\,\mathcal{B}_{\omega,n,\tau})) + \\
-(\omega\,\mathcal{G}_\omega)^{-1}(2\ (8+64\ \omega)\,\mathcal{A}_{\omega,n,\tau}\,\mathcal{E}_\omega\,Cos(n\,Arg\,\mathcal{B}_{\omega,n,\tau}) + \omega\,\mathcal{F}_\omega\,Sin(n\,Arg\,\mathcal{B}_{\omega,n,\tau})) + \\
-\mathcal{G}_\omega^{-1}(64\ \mathcal{A}_{\omega,n,\tau}\,\mathcal{E}_\omega\,Cos(n\,Arg\,\mathcal{B}_{\omega,n,\tau}) + \omega\,\mathcal{F}_\omega\,Sin(n\,Arg\,\mathcal{B}_{\omega,n,\tau})) + \\
-(\omega\,\mathcal{G}_\omega)^{-1}((1.5+2\ \omega)\,\mathcal{A}_{\omega,n,\tau}\,\mathcal{E}_\omega\,Cos(n\,Arg\,\mathcal{B}_{\omega,n,\tau}) + \omega\,\mathcal{F}_\omega\,Sin(n\,Arg\,\mathcal{B}_{\omega,n,\tau})) + \\
-\mathcal{G}_\omega^{-1}(2\,\mathcal{A}_{\omega,n,\tau}\,\mathcal{E}_\omega\,Cos(n\,Arg\,\mathcal{B}_{\omega,n,\tau}) + \omega\,\mathcal{F}_\omega\,Sin(n\,Arg\,\mathcal{B}_{\omega,n,\tau})) + \\
-(\omega^2\,\mathcal{G}_\omega)^{-1}(\mathcal{A}_{\omega,n,\tau}\,\mathcal{E}_\omega Cos(n\,Arg\,\mathcal{B}_{\omega,n,\tau}) + \omega\,\mathcal{F}_\omega\,Sin(n\,Arg\,\mathcal{B}_{\omega,n,\tau})) + \\
+(\omega\,\mathcal{G}_\omega)^{-1}(\mathcal{A}_{\omega,n,\tau}((-49.88\omega + 891.48\omega^2 + 8497.35\omega^3 + 51076.5\omega^4 + 96601.5\omega^5 - 269246.\omega^6 + \\
-1.36.10^6\ \omega^7 - 1.88.10^6\ \omega^8 - 1.72.10^6\ \omega^9 - 913253.\omega^{10} - 496268.\omega^{11})\,Cos(n\,Arg\,\mathcal{B}_{\omega,n,\tau}) + \\
+\omega(85.86 + 1570.88\ \omega + 12509\ \omega^2 + 61056.7\ \omega^3 + 190719\ \omega^4 + 489560\ \omega^5 + \\
+571698\ \omega^6 + 433506\ \omega^7 + 149273\omega^8 + 82618.2\ \omega^9)\,Sin(n\,Arg\,\mathcal{B}_{\omega,n,\tau}))) + \\
+E_\omega\,Sin(n\,Arg\,\mathcal{B}_{\omega,n,\tau}) + \tau\ \omega\,\mathcal{E}_\omega\,Cos(n\,Arg\,\mathcal{B}_{\omega,n,\tau})\,Arg\,\mathcal{B}_\omega - \tau\,\mathcal{D}_\omega\,Sin(n\,Arg\,\mathcal{B}_{\omega,n,\tau})\,Arg\,\mathcal{B}_{\omega,n,\tau}))
\end{gathered} \tag{29}$$

$$\begin{gathered}
\partial\ Im_{W_{SNE}}(\omega,n,\tau)/\partial n = \\
= -\mathcal{G}_\omega^{-1}\,\omega^{-1}\,(\mathcal{A}_{\omega,n,\tau}((\tau^2\,\omega^2 n^{-2}\,\mathcal{A}^{2/n}_{\omega,n,\tau}) - 0.5\ Log\ \mathcal{A}^{-2/n}_{\omega,n,\tau})\,\mathcal{E}_\omega\,Cos(n\,Arg\,\mathcal{B}_{\omega,n,\tau}) + \\
+\omega\,\mathcal{F}_\omega\,Sin(n\,Arg\,\mathcal{B}_{\omega,n,\tau})) - \mathcal{G}_\omega^{-1}\,\omega^{-1}\,(\mathcal{A}_{\omega,n,\tau} + \omega\,\mathcal{F}_\omega\,Cos(n\,Arg\,\mathcal{B}_{\omega,n,\tau}))(Arg\,\mathcal{B}_{\omega,n,\tau} - \tau\omega n^{-1}\mathcal{B}_{\omega,n,\tau})
\end{gathered} \tag{30}$$

$$\begin{gathered}
\partial\ Im_{W_{SNE}}(\omega,n,\tau)/\partial\tau = \\
= -\mathcal{G}_\omega^{-1}\,n^{-1}(\tau\ \omega\ A^{-1}_{\omega,n,\tau}\,\mathcal{E}_\omega\,Cos(n\,Arg\,\mathcal{B}_{\omega,n,\tau}) + \omega\ \mathcal{F}_\omega\,Sin(n\,Arg\,\mathcal{B}_{\omega,n,\tau})) + \\
-\mathcal{G}_\omega^{-1}\,\omega^{-1}(\mathcal{A}_{\omega,n,\tau} + \omega^2\,\mathcal{F}_\omega\,Cos(n\,Arg\,\mathcal{B}_{\omega,n,\tau}))\,Arg\,\mathcal{B}_{\omega,n,\tau} - \omega\,\mathcal{E}_\omega\,Sin(n\,Arg\,\mathcal{B}_{\omega,n,\tau}))\,Arg\,\mathcal{B}_{\omega,n,\tau})
\end{gathered} \tag{31}$$

$$\begin{gathered}
Arg_{W_{SNE}}(\omega,n,\tau) = \\
= Arctg\ \frac{-((-6,61\ \omega - 38\omega^3 - 17,75)\,\mathcal{KM} - 0,5\omega^{-1}\mathcal{KN} + (1,91 + 16,11\omega^2 + 3,55\omega^4)\,\mathcal{LM})}{((-16,11\omega^2 - 1,92 - 3,55\omega^4)\,\mathcal{KM} + 0,5\omega^{-1}\mathcal{KN} - (0,5\omega^{-1} + 6,61\omega + 38\omega^3 + 17,77\omega^5)\,\mathcal{LM})}
\end{gathered} \tag{32}$$

$$\begin{gathered}
Mod_{W_{SNE}}(\omega,n,\tau) = \\
= (((-6.61\,\omega - 38\omega^3 - 17.77\omega^5)\,\mathcal{KM} - 0,5\omega^{-1}\mathcal{KN} + (1,91 + 16,11\omega^2 + 3,55\omega^4)\,\mathcal{LM})^2 + \\
-((16,11\,\omega^2 - 1,92 + 0,5\,\omega^{-1} - 3,55\omega^4)\,\mathcal{KM} - (1,77\,\omega^3 - 38\omega^3 - 17,77\omega^5)\,\mathcal{LM} - 6,61\omega\ \mathcal{LN})^2)^{0,5}
\end{gathered} \tag{33}$$

$$d\ Arg_{W_{SNE}}(\omega,n,\tau) = \frac{\partial\ Arg_{W_{SNE}}(\omega,n,\tau)}{\partial\omega} d\ \omega + \frac{\partial\ Arg_{W_{SNE}}(\omega,n,\tau)}{\partial n} d\ n + \frac{\partial\ Arg_{W_{SNE}}(\omega,n,\tau)}{\partial\tau} d\ \tau \tag{34}$$

$$\mathcal{A}(\omega,n,\tau)=\left(1+\tau^2 n^{-2}\omega^2\right)^{-\frac{n}{2}}\ ;\ \mathcal{B}(\omega,n,\tau)=\left(1+\tau\, n^{-1}\omega\right)$$
$$\mathcal{C}(\omega)=\left(1+0.44\omega^2\right)\left(1+16\omega^2\right)^2\ ;\ \mathcal{D}(\omega)=2\omega\left(1+0.66\omega\right)^2\left(1+16\omega^2\right)^2$$
$$\mathcal{E}(\omega)=-1.29-24.94\omega^2+297.16\,\omega^3+2124.34\omega^4+100215.3\omega^5+16100.3\omega^6+$$
$$-38463.8\omega^7-170251\omega^8-2019594\omega^9-172010\omega^{10}-83023.\,\omega^{11}-41355.6\omega^{12}$$
$$\mathcal{F}(\omega)=4.95+85.86\,\omega+785.44\,\omega^2+4169.65\,\omega^3+15264.2\,\omega^4+38143.8\,\omega^5+$$
$$+81593.4\,\omega^6+81671.1\,\omega^7+54188.2\,\omega^8+16585.9\,\omega^9+8261.82\omega^{10} \qquad (35)$$
$$\mathcal{G}(\omega)=\left(2.27+\omega^2\right)\left(1.14+1.5\,\omega+\omega^2\right)\left(1+16\,\omega^2\right)^2\left(1+8\,\omega+32\,\omega^2\right)^2$$
$$\mathcal{G}(\omega,n,\tau)=\left(1+\tau^2\omega^2 n^{-2}\right)^{-n/2}Cos\left(n\,Arg\left(1+\tau\omega n^{-1}\right)\right)$$
$$\mathcal{L}(\omega,n,\tau)=\left(1+\tau^2\omega^2 n^{-2}\right)^{-n/2}Sin\left(n\,Arg\left(1+\tau\omega n^{-1}\right)\right)$$
$$\mathcal{M}(\omega)=\left(\left(1+0.44\omega\right)\left(1+16\omega^2\right)^2\right)^{-1}\ ;\ \mathcal{N}(\omega)=\left(\left(\left(1+0,66\omega\right)^2+0.44\omega^2\right)\left(16\omega^2+\left(1+4\omega\right)^2\right)^2\right)^{-1}$$

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Символните аналитични описания (26), (27), (32), (33), (35) на $Im_{W_{SNE}}(\omega,n,\tau)$, $Re_{W_{SNE}}(\omega,n,\tau)$, $Arg_{W_{SNE}}(\omega,n,\tau)$, $Mod_{W_{SNE}}(\omega,n,\tau)$ на ***SNE***-системата, определени по зависимостите (19)÷(24) въз основа на (15), (16), са илюстрирани на фиг.11, където инфлексните точки в характеристиките са отразени с помощта на символа "**O**". Тези точки "**O**" се определят с честотата на турбинното свиване (честотата на колимаця) $\omega^{\diamond}$ (25) на характеристиките, а ходографът от обвиващите ги линии определя ***траекторията на колимация***.

Със своята представителна размерност показаните резултати доказват наличието на уникалните свойства (4)÷(9), типични само за ***SNE***-системите. Символните аналитични описания предоставят възможността за параметризирането им по отношение на обобщеното смущение ξ в диапазоните на вариация (18) на променливите на априорната неопределеност k, n, τ - предавателен коефициент, ред и закъснение в модела на обекта до максималната горна граница ξ'' (18). Графично резултатите са показани на фиг.12, фиг.13.

Разработката е представени в две неразделно свързани части. Настоящата е първата от тях и съдържа: въведение и обобщени дефиниции, числен пример, анализ на изследваната фрактална система за управление, заключение. Втората част на разработката съдържа: диференциален анализ на характеристиките на изследваната ***SNE***-система, метод на пълния диференциал за параметрзация на системи, резултати от функционалната параметризация на честотата и на траекторията на турбинното свиване на ***SNE***-системата, заключение и литература.

ЛИТЕРАТУРА

29] Nikolov E. (2004), ***Fractional Order Control Algorithms and Controllers*****,** Sofia, © 2004 Publishing House of Technical University of Sofia, ISBN 954-438-395-6, 2004, 208 p.

[30] Nikolov E. (2004), ***Special Mathematical Functions and Fractal Operators*****,** Sofia, © 2004 Publishing House of Technical University of Sofia, ISBN 954-438-423-5, 2004, 108 p

[29] Nikolov E. (2010), ***Robust Fractional Control (approaches predictive and algebraic, distributed control systems)***, Sofia 2010, © 2010 Publishing House of Technical University of Sofia, 2010, ISBN 978-954-438-851-5, 375 p.

[29] **Nikolov E.** (2015), ***Fractional Control - part 2* (*application of generalized fractional calculus' operators in the control systems, filters*),** Sofia 2015, © 2015 Publishing House of Technical University of Sofia, ISBN: 978 619 167 186 1, 200 p.

[29] **Nikolov E.** (2016), ***Fractional Control - part 3* (*qualitative analysis in uncertainty*),** Sofia 2016, © 2016 Publishing House of Technical University of Sofia, ISBN 978-619-167-136-6, 260 p

[29] **Oustaloup A.** (1994), ***La robustesse* (*analyse et synthèse de commandes robustes*),** © Hermès (Traité des Nouvelles Technologies - Série Automatique), Paris, ISBN-10: 2866014421, ISBN-13: 978-2866014421, 530 p.

[29] **Oustaloup A.** (1995), ***La dérivation non entière* (*théorie, synthèse et applications*),** © Hermès (Traité des Nouvelles Technologies - Série Automatique), Paris, ISBN 2-86601-456-1, ISBN 0989-3571, 508 p.

[29] **Kiryakova V. S.** (1993), ***Generalized Fractional Calculus and Applications***, CRC Press; (December 27, 1993), ISBN: 0582219779, 360 p.

[29] **Kiryakova V. S., Srivastava H. M.** (1993), ***Generalized (multiple) Riemann-Liouville Fractional Differen-Integrals and Their Use in Univalent Function Theory***, In: "Analysis, Geometry and Groups: a Riemann Legacy Volume", Hadronic Press, Inc., (Florida, USA - ISBN 0-911767-59-2), 1993, part. 1, 191 p.

[29] **Kiryakova V. S.** (1994), ***Generalized Fractional Calculus and Applications***, Pitman Research Notes in Mathematics Series No. 301, Longman Scientific and Technical, Harlow, Essex, 1994, ISBN:0-470-20777-9, 260 p.

[29] **Kiryakova V. S.** (1997), ***All the Special Functions are Fractional Differen-Integrals of Elementary Functions***, Journal Physics A: Math. & General, 1997, 30, No 14, Online ISSN: 1361-6447, Print ISSN: 0305-4470, 5085-5103

Автор: Емил Николов, проф. дтн, катедра „Автоматизация на Непрекъснатите Производства", Факултет Автоматика, Технически Университет - София; E-mail address: *nicoloff@tu-sofia.bg*

Постъпила на 15.11.2016 **Рецензент:** Чл. кор. проф. дтн Петко Хр. Петков

Годишник на Технически Университет - София, том 66, книга 3, 2016
Proceedings of the Technical University of Sofia, Volume 66, Issue 3, 2016

ТРАЕКТОРИЯ НА ТУРБИННОТО СВИВАНЕ В СИСТЕМИ ЗА УПРАВЛЕНИЕ ОТ НЕПЪЛЕН РЕД - част II (ФУНКЦИОНАЛНА ПАРАМЕТРИЗАЦИЯ НА ТРАЕКТОРИЯТА)

Емил Николов

Резюме: *Целта на работата е систематизацията, аналитичното дефиниране и функционалната параметризация на свойствата и характеристиките на системите за фрактално управление. Предложени са нови методи и алгоритми за анализ. Показани са резултати от функционалната параметризация.*
Контролни думи: *фрактални системи за управление, траекторията на турбинното свиване, функционална параметризация*

TRAJECTORY OF COLIMAÇON IN THE FRACTIONAL CONTROL SYSTEMS - part II (functional parameterization path)

Emil Nikolov

Abstract: *The aim of the work is the systematization, analytical definition and functional parameterization of the properties and characteristics of fractional control systems. Suggested are new methods and algorithms for analysis. Below are the results of functional parameterization.*
Key words*: fractional control systems, trajectory of colimaçon, functional parameterization path.*

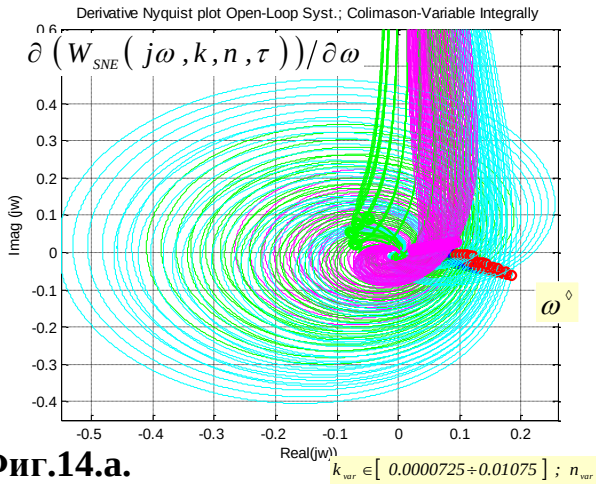
ВЪВЕДЕНИЕ

Резултатите разработката са представени в две неразделно свързани части. Първата от тях и съдържа: въведение и обобщени дефиниции, числен пример, анализ на изследваната фрактална система за управление, заключение. Настоящата е втората част и съдържа: диференциален анализ на характеристиките на ***SNE***-система (***SNE-Systèmes d'Ordre non Entier***), метод на пълния диференциал за параметрзация на системи, резултати от функционалната параметризация на честотата и на траекторията на турбинното свиване на ***SNE***-системата, заключение и литература.

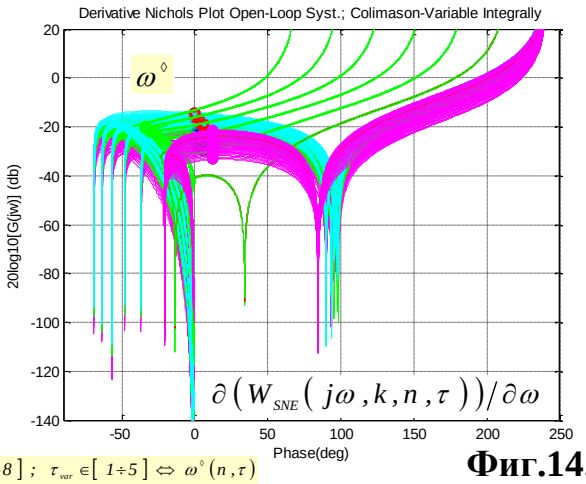
ДИФЕРЕНЦИАЛЕН АНАЛИЗ НА ХАРАКТЕРИСТИКИТЕ НА СИСТЕМАТА

За диапазона на вариации на репараметризращите k_{var} и на реструктуриращите n_{var}, τ_{var} смущения (36) на фиг.14.a,b са илюстрирани частните производни по направление на честотата ω на W_{SNE} (20) въз основа на аналитичните символни описания (28), (29), (34), (35) на частните производни на техните съставящи по направление на ω, показани фиг.5.c,d. Инфлексните точки в характеристиките са отразени с помощта на символа "**O**".

© 2016 Publishing House of Technical University of Sofia
All rights reserved
ISSN 1311-0829

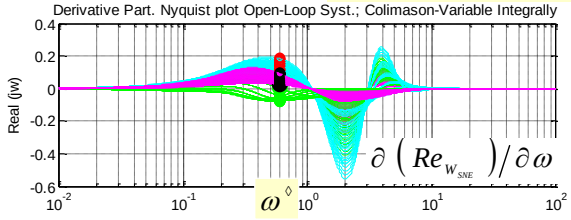


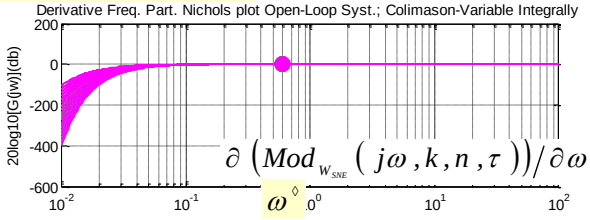
Фиг.14.a.

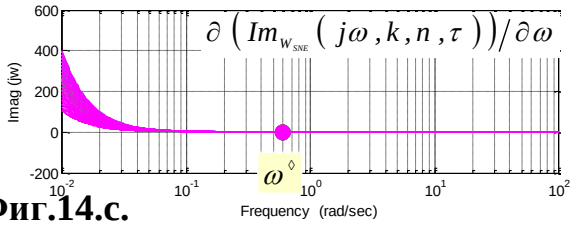


Фиг.14.b.

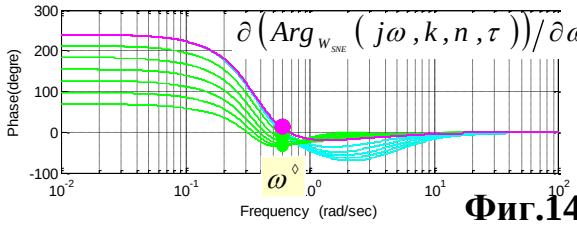
$k_{var}\in\left[\,0.0000725\div0.01075\,\right]\;;\;n_{var}\in\left[\,1\div8\,\right]\;;\;\tau_{var}\in\left[\,1\div5\,\right]\Leftrightarrow\omega^{\Diamond}\left(n,\tau\right)$



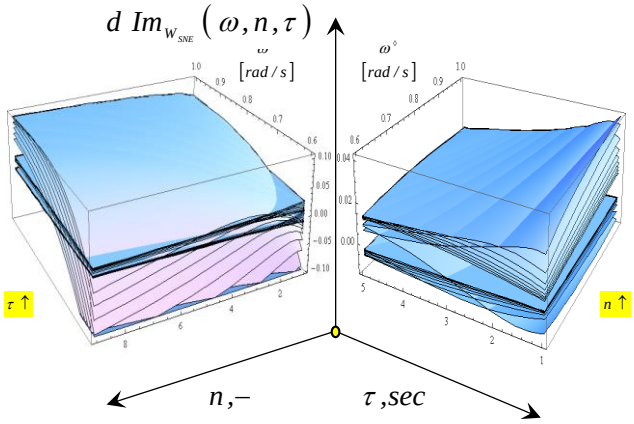




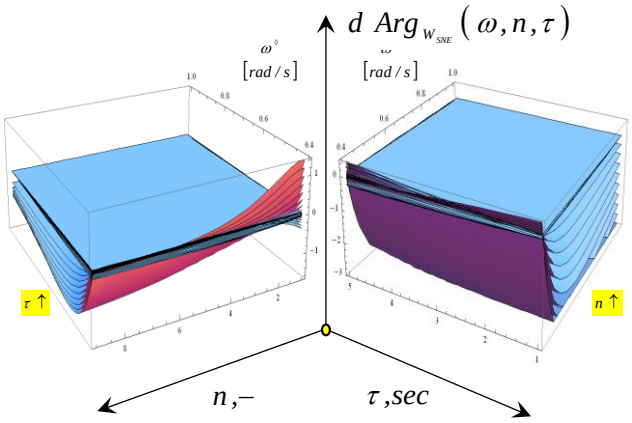
Фиг.14.c.



Фиг.14.d.

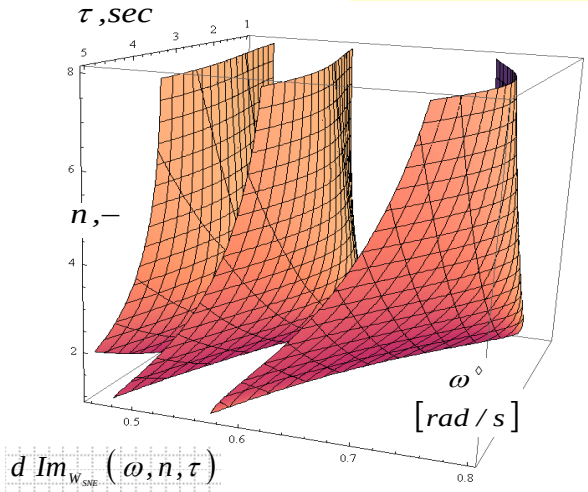


Фиг.15.a.

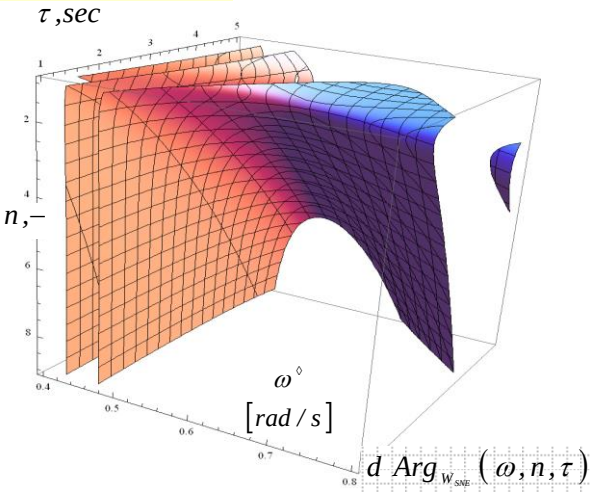


Фиг.15.b.

$k_{var}\in\left[\,0.0000725\div0.01075\,\right]\;;\;n_{var}\in\left[\,1\div8\,\right]\;;\;\tau_{var}\in\left[\,1\div5\,\right]\Leftrightarrow\omega^{\Diamond}\left(n,\tau\right)$



Фиг.16.a.



Фиг.16.b.

За диапазона (36) въз основа на аналитичните символни описания ***пълните диференциали*** (анализиращи промяната на функция на повече от две независими променливи) на имагинерната (28) и на фазовата (34) съставящи като функции на ω, n, τ са показани в ***3D***-плот (фиг.15), както и в ***3D-параметрично-контурен*** плот (фиг.16). На фиг.16 кой да е от контурите върху параметричните повърхности илюстрира съответна постоянна стойност на съставящата $d\,Im_W(\omega, n, \tau)$ (фиг.16.a), респективно на $d\,Arg_{W_{SNE}}(\omega, n, \tau)$ (фиг.16.b).

$$k_{var} \in [\ 0.0000725 \div 0.01075\ ]\ ;\ n_{var} \in [\ 1 \div 8\ ]\ ;\ \tau_{var} \in [\ 1 \div 5\ ] \Leftrightarrow \omega^{\diamond}(n, \tau) \qquad (36)$$

$$k_{var} \in [\ 0.0000725 \div 0.01075\ ]\ ;\ n_{const} = 2.0\ ;\ \tau_{const} = 2.5 \Leftrightarrow \omega^{\diamond} = 0,590\,rad/s = const \qquad (37)$$

На фиг.17, фиг.18 частните производни на имагинерната $\partial\, Im_{W_{SNE}}(\omega, n, \tau)$ и на фазовата $\partial\, Arg_{W_{SNE}}(\omega, n, \tau)$ съставящи по направление на честотата ω, по направление на реда n и по направление на закъснението τ са илюстрирани за (36) в ***2D-параметрично-контурен*** плот като функции на n и като функции на τ респективно. Кой да е от контурите върху параметричните повърхности илюстрира съответна постоянна стойност на съставящата $\partial\, Im_{W_{SNE}}(\omega, n, \tau)$ (фиг.17) във функция на n_{var}, τ_{var}, респективно на $\partial\, Arg_{W_{SNE}}(\omega, n, \tau)$ (фиг.18) във функция на n_{var}, τ_{var}, а самата стойност цветово е визуализирана вдясно на всяка от фигурите.

ФУНКЦИОНАЛНА ПАРАМЕТРИЗАЦИЯ НА ЧЕСТОТАТА И НА ТРАЕКТОРИЯТА НА ТУРБИННОТО СВИВАНЕ. МЕТОД НА ПЪЛНИЯ ДИФЕРЕНЦИАЛ

За диапазона на вариации на k_{var} и постоянни стойности на n_{const}, τ_{const} (37), ***стойността на*** $\omega^{\diamond} = 0,590\,rad/s = const$ (25) ***е независима от стойността и вариациите на*** k_{var}. Това е основанието пълните диференциали на съставящите (28), (34) в настоящия анализ и в параметризирането на $\mathcal{W}^{\diamond}$ (36) да не отчитат частните производни по направление на k - $\partial\, Im_{W_{SNE}}(\omega, n, \tau)/\partial k$ и $\partial\, Arg_{W_{SNE}}(\omega, n, \tau)/\partial k$. ***Стойността на*** $\omega^{\diamond}(n, \tau)$ ***е функция на вариациите на реструктуриращите смущения*** по n_{var}, τ_{var} (36), систематизирана е в табл.1, илюстрирана е на фиг.19 и представлява ***функционалната параметризация на честотата на турбинно свиване*** $\omega^{\diamond}$.

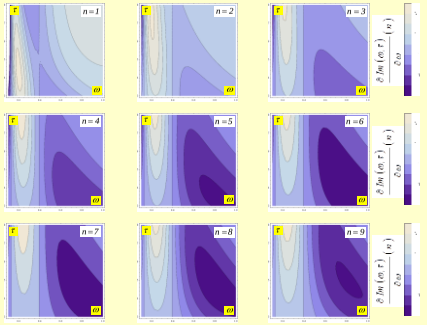
Табл.1

τ, sec	***2,5***	***3,0***	***3,5***	***4,0***	***4,5***	***5,0***
$n, -$	***3,0***	***3,0***	***3,0***	***3,0***	***3,0***	***3,0***
$\omega^{\diamond}, rad/s$	***0,590***	***0,525***	***0,475***	***0,410***	***0,360***	***0,305***
$n, -$	***3,0***	***4,0***	***5,0***	***6,0***	***7,0***	***8,0***
τ, sec	***2,0***	***2,0***	***2,0***	***2,0***	***2,0***	***2,0***
$\omega^{\diamond}, rad/s$	***0,590***	***0,530***	***0,500***	***0,480***	***0,470***	***0,460***

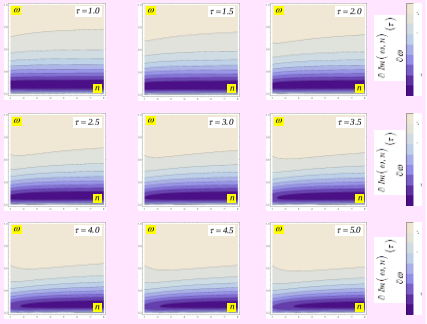
Траекторията на колимация (38) ***се определя с ходографа*** $\mathcal{W}^{\diamond}$ ***на инфлексната точка*** "**O**" ***в честотната характеристика*** на ***SNE***-системата W_{SNE} (20) като функция на ξ. За илюстрация (фиг.20) траекторията $\mathcal{W}^{\diamond}(k, \omega^{\diamond})$ е показана като функция само на вариации на предавателния коефициент k_{var} на системата (20) при условия (37). За този частен случай параметрите n_{const}, τ_{const} са с постоянни стойности.

$$\mathcal{W}^{\diamond}(k, n, \tau, \omega^{\diamond}) = \mathcal{W}^{\diamond}(n, \tau, \omega^{\diamond})_{\{\omega \equiv \omega^{\diamond}\}} \hat{\equiv} W_{SNE}^{\diamond}(j\omega^{\diamond}, \xi) \qquad (38)$$

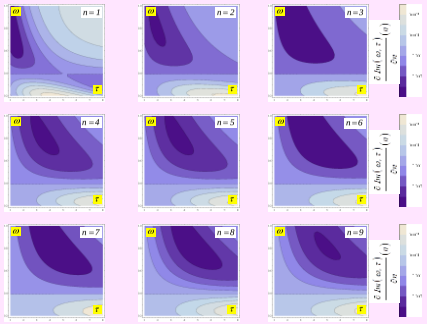
Фиг.17.a. $\frac{\partial\, Im_{SNE}(\omega,\tau)}{\partial\omega}(n)$



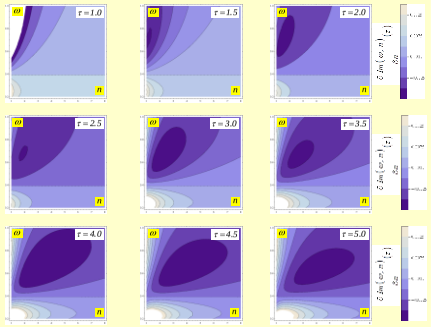
Фиг.17.b. $\frac{\partial\, Im_{SNE}(\omega,n)}{\partial\omega}(\tau)$



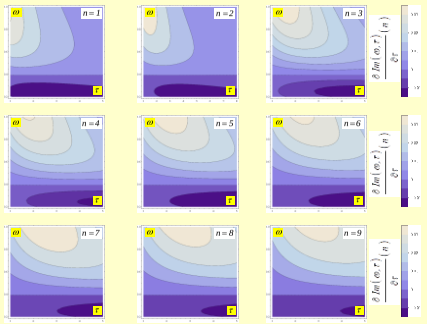
Фиг.17.c. $\frac{\partial\, Im_{SNE}(\omega,\tau)}{\partial n}(n)$



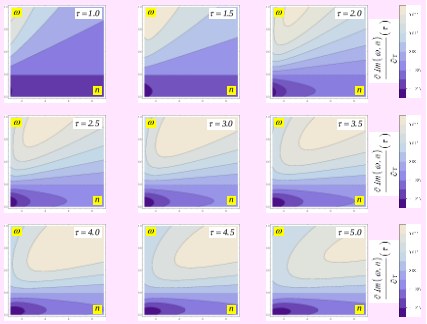
Фиг.17.d. $\frac{\partial\, Im_{SNE}(\omega,n)}{\partial n}(\tau)$



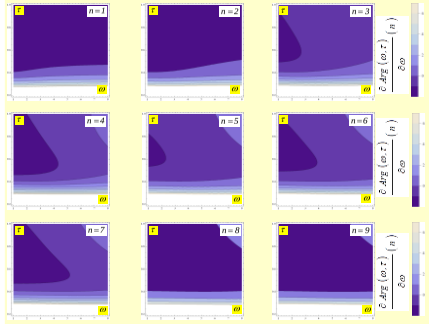
Фиг.17.e. $\frac{\partial\, Im_{SNE}(\omega,\tau)}{\partial\tau}(n)$



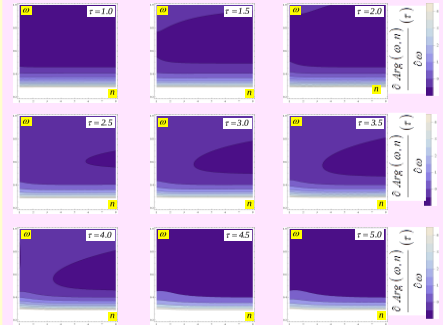
Фиг.17.f. $\frac{\partial\, Im_{SNE}(\omega,n)}{\partial\tau}(\tau)$



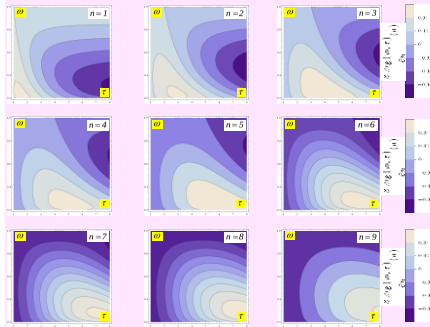
$\frac{\partial\, Arg_{SNE}(\omega,\tau)}{\partial\omega}(n)$ Фиг.18.a.



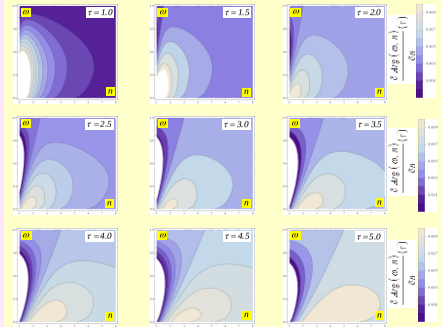
$\frac{\partial\, Arg_{SNE}(\omega,n)}{\partial\omega}(\tau)$ Фиг.18.b.



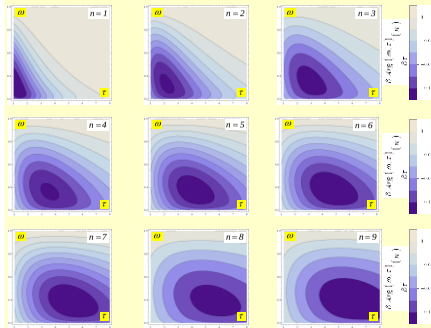
$\frac{\partial\, Arg_{SNE}(\omega,\tau)}{\partial n}(n)$ Фиг.18.c.



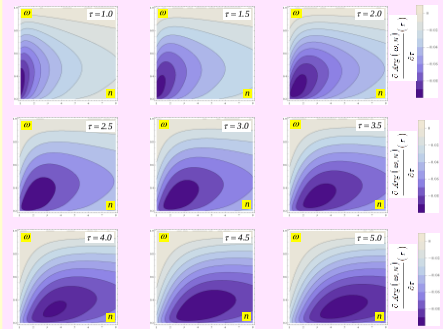
$\frac{\partial\, Arg_{SNE}(\omega,n)}{\partial n}(\tau)$ Фиг.18.d.

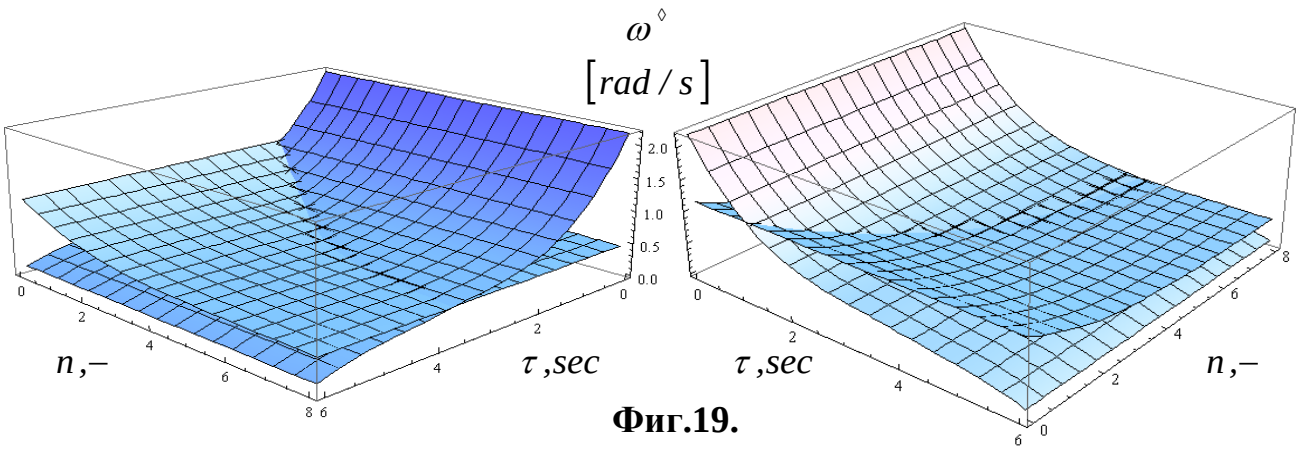


$\frac{\partial\, Arg_{SNE}(\omega,\tau)}{\partial\tau}(n)$ Фиг.18.e.



$\frac{\partial\, Arg_{SNE}(\omega,n)}{\partial\tau}(\tau)$ Фиг.18.f.





Фиг.19.

Направлението на движение на инфлексната точка (***посоката на турбинното свиване на характеристиката***) е означено със стрелки (фиг.20) при увеличаването на стойността на репараметризиращото смущение k_{var}. Пълният (фиг.21) диференциал $d\,\mathcal{W}^{\diamond}(k,\omega^{\diamond})$ е показател за активността на турбинното свиване на (20). На фиг.22 е визуализирана траекторията $\mathcal{W}^{\diamond}(k,n,\tau,\omega^{\diamond})$ като функция на вариациите (36) на репараметризиращите и реструктуриращите смущения n_{var}, τ_{var} в системата (20). Флуктуациите на стойностите на честотата на колимация (фиг.19) във функция на n_{var}, τ_{var} са причината и за промяната на траекторията на колимация $\mathcal{W}^{\diamond}(k,n,\tau,\omega^{\diamond})$. На фиг.21 е означено ***направлението на движение на инфлексната точка*** (***посоката на турбинното свиване на характеристиката***) при n_{var}, τ_{var}.

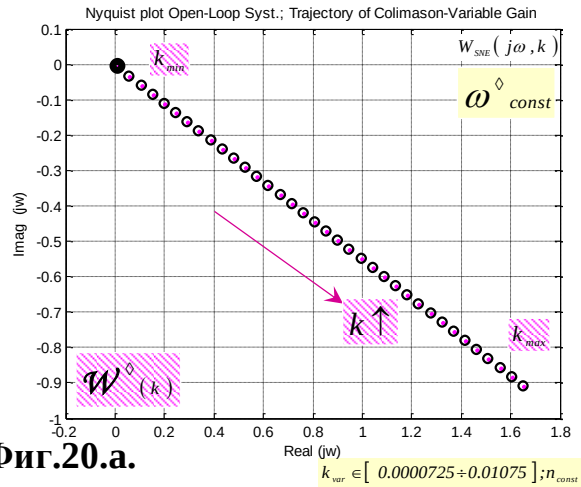
Пълният (фиг.23) диференциал $d\,\mathcal{W}^{\diamond}(k,n,\tau,\omega^{\diamond})$ е показател за активността (ефективността) на турбинното свиване на (20) и на нейната чувствителност към флуктуации на n_{var}, τ_{var}. На фиг.24 траекторията на турбинното свиване на (20) $\mathcal{W}^{\diamond}(k,n,\tau,\omega^{\diamond})$ е представена еквивалентно с непрекъснати обвиващи линии (39) на инфлексните точки "**O**".

$$Im_{SNE}\left(\mathcal{W}^{\diamond}(k,n,\tau,\omega^{\diamond})\right) = tg\left(\alpha_{\mathcal{W}^{\diamond}}(n,\tau)\right) Re_{SNE}\left(\mathcal{W}^{\diamond}(k,n,\tau,\omega^{\diamond})\right) \qquad (39)$$

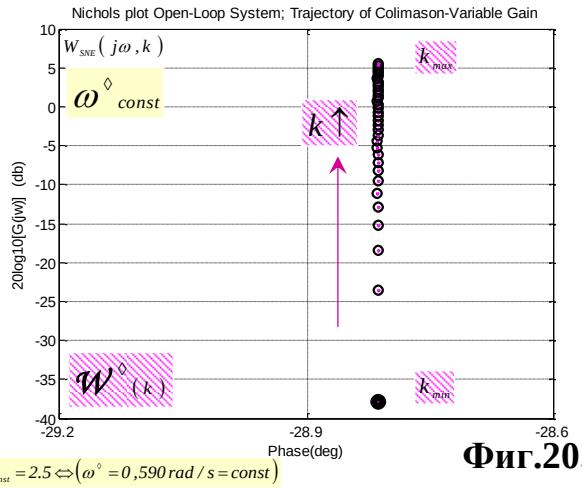
Количествена оценка за активността (ефективността) на турбинното свиване е ъгълът (дефазирането) $\alpha_{\mathcal{W}^{\diamond}}(n,\tau)$ (фиг.24). Колкото е по-голям модулът $|\alpha_{\mathcal{W}^{\diamond}}(n,\tau)|$, толкова активността на турбинното свиване е с по-малка ефективност. ***Стойността на*** $\alpha_{\mathcal{W}^{\diamond}}(n,\tau)$ ***е функция на вариациите на реструктуриращите смущения*** n_{var}, τ_{var} (36). Тази зависимост е систематизирана в табл.2 и илюстрирана на фиг.25 като финален резултат на ***функционалната параметризация на траекторията на колимация*** на ***SNE***-системите.

Табл.2

τ,sec	2,0	2,5	3,0	3,5	4,0	4,5	5,0
$n,-$	3,0	3,0	3,0	3,0	3,0	3,0	3,0
α,deg	-14,22	-28,72	-41,92	-54,23	-64,98	-76.03	-85,12
$n,-$	2,0	3,0	4,0	5,0	6,0	7,0	8,0
τ,sec	2,0	2,0	2,0	2,0	2,0	2,0	2,0
α,deg	-14,22	-15,32	-16,01	-16,83	-17,05	-18,21	-19.42

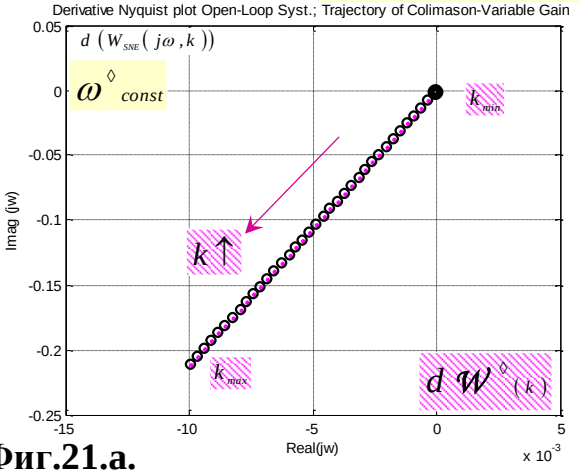


Фиг.20.a.

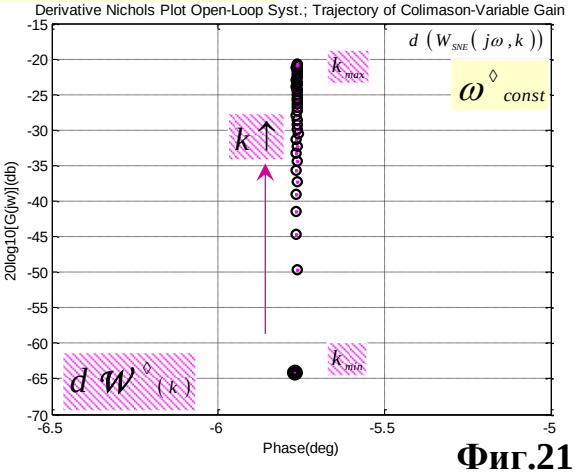


Фиг.20.b.

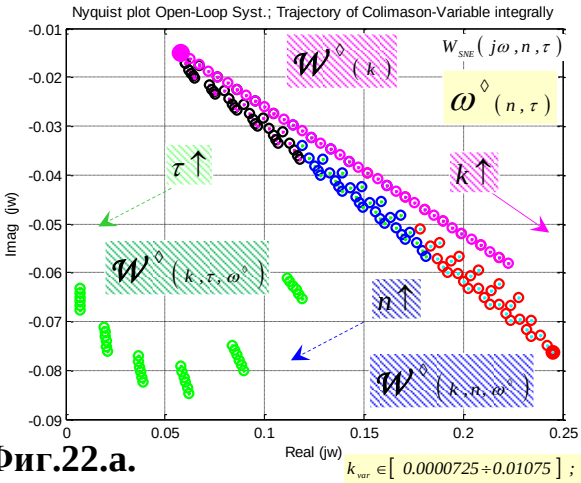
$k_{var} \in [\ 0.0000725 \div 0.01075\ ]; n_{const} = 2.0\ ; \tau_{const} = 2.5 \Leftrightarrow (\omega^{\circ} = 0,590\, rad/s = const)$



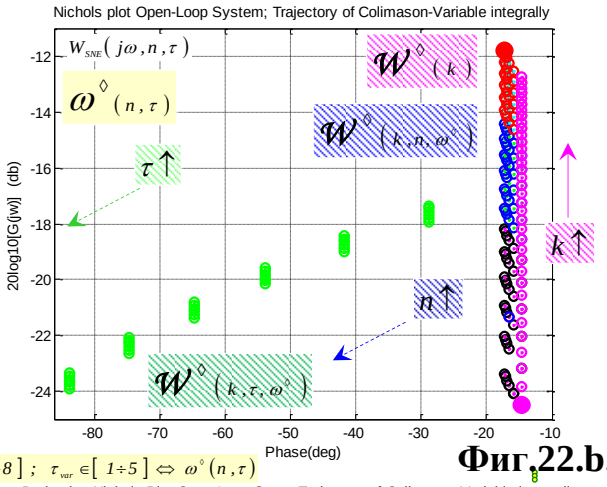
Фиг.21.a.



Фиг.21.b.

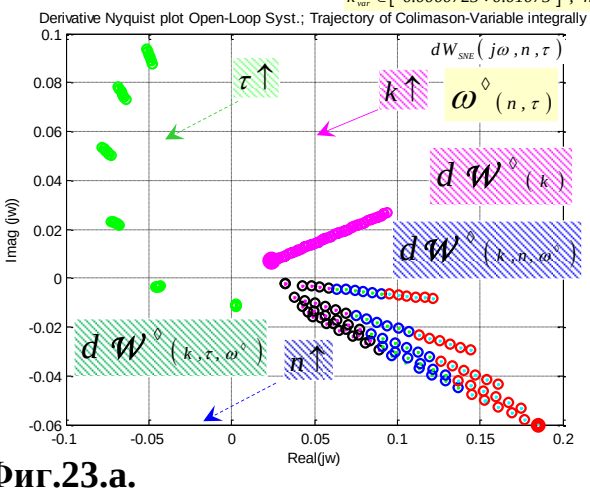


Фиг.22.a.

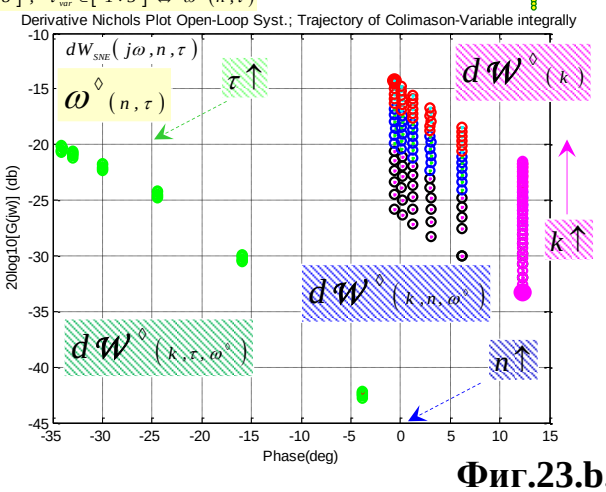


Фиг.22.b.

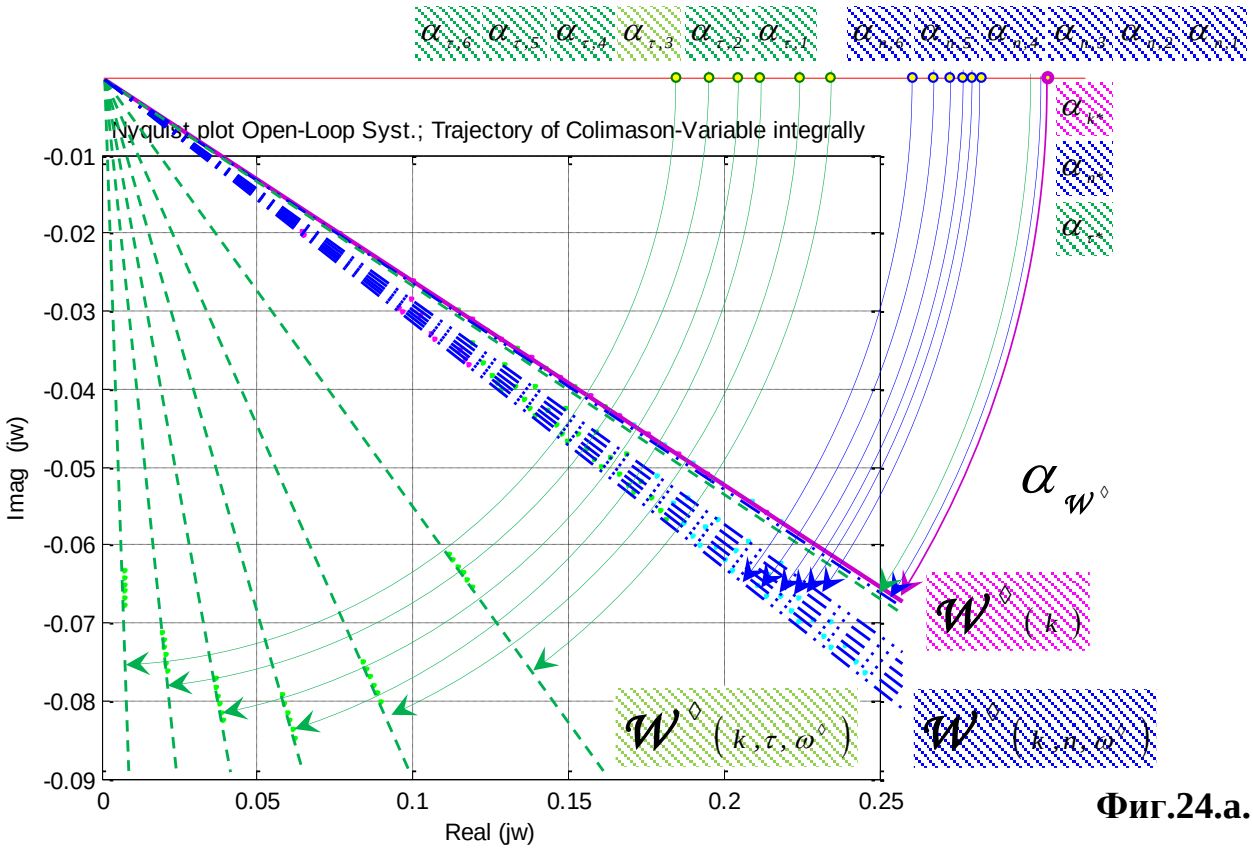
$k_{var} \in [\ 0.0000725 \div 0.01075\ ]\ ;\ n_{var} \in [\ 1 \div 8\ ]\ ;\ \tau_{var} \in [\ 1 \div 5\ ] \Leftrightarrow \omega^{\circ}(n,\tau)$



Фиг.23.a.

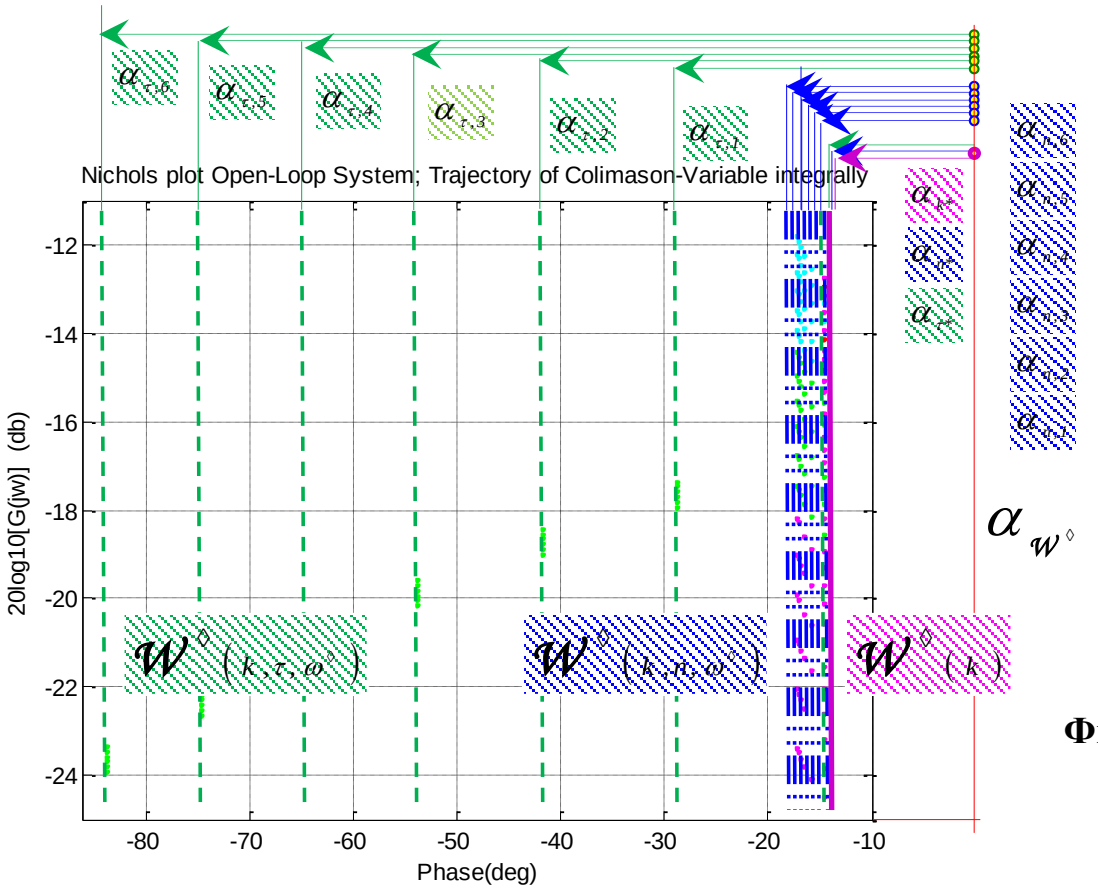


Фиг.23.b.

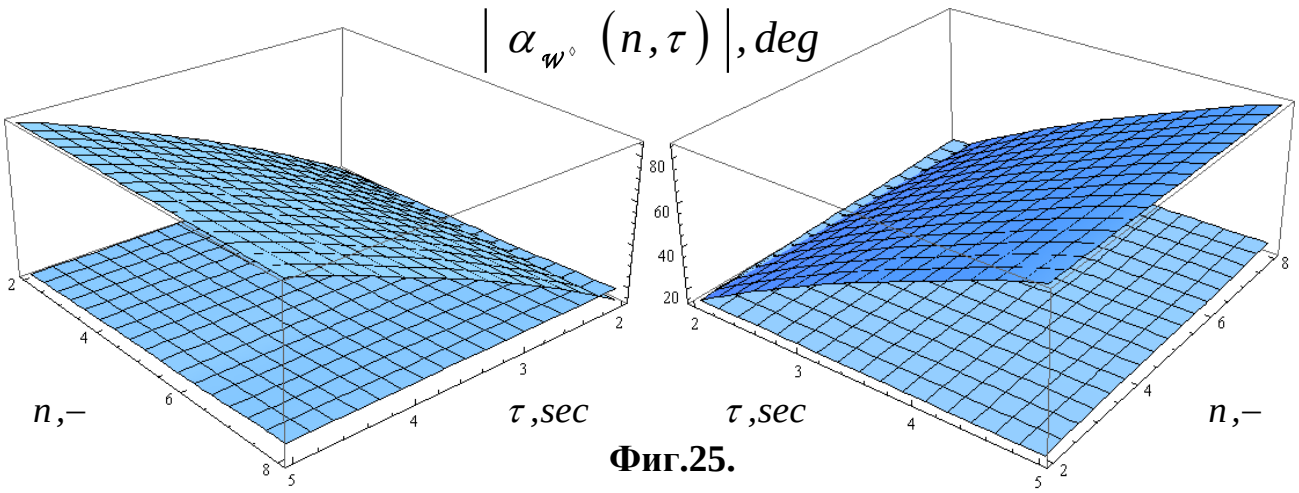


Фиг.24.a.

$$k_{var} \in [\ 0.0000725 \div 0.01075\ ]\ ;\ n_{var} \in [\ 1 \div 8\ ]\ ;\ \tau_{var} \in [\ 1 \div 5\ ]$$



Фиг.24.b.



Фиг.25.

Траекторията на турбинното свиване $w^\diamond$ (и в характеристиките на отворената, и на затворената ***SNE***-система, и на техните пълни диференциали)**:**

- ***е права линия*** $w^\diamond(k)$ (вертикална в ***Nichols***-пространството с дефазиране $\alpha_{w^\diamond}(n,\tau)$ и под ъгъл $\alpha_{w^\diamond}(n,\tau)$ в ***Nyquist***-пространството) при промяната само на k_{var} (n_{const}, τ_{const}), а стойността на честотата на колимация $\omega^\diamond{}_{const}$ е константна**;**
- ***е права линия*** $w^\diamond(k,n,\tau,\omega^\diamond)$ (вертикална в ***Nichols***-пространството с дефазиране $\alpha_{w^\diamond}(n,\tau)$ и под ъгъл $\alpha_{w^\diamond}(n,\tau)$ в ***Nyquist***-пространството) при флуктуации на n_{var} и/или на τ_{var}, а честотата на колимация $\omega^\diamond(n,\tau)$ и наклонът (дефазирането) $\alpha_{w^\diamond}(n,\tau)$ са функции на n_{var}, τ_{var}**;**
- ***елиния*** $w^\diamond(k,n,\tau,\omega^\diamond)$, характеризираща активността на колимацията с помощта на $\alpha_{w^\diamond}(n,\tau)$**:**
  - колкото е по-малка стойността $\left|\alpha_{w^\diamond}(n,\tau)\right| \to 0$, толкова по-голям е диапазонът на промяна стойностите на n_{var}, τ_{var}, за който турбинното свиване е ефективно (***SNE***-системата за управление има робастни свойства),
  - колкото по-голяма е стойността на $\left|\alpha_{w^\diamond}(n,\tau)\right|$, толкова по-малък е диапазонът на промяна на n_{var}, τ_{var}, за който турбинното свиване е ефективно, което свойство се доказва и от характера на пълния диференциал $d\,w^\diamond(k,n,\tau,\omega^\diamond)$ - фиг.21, фиг.23**;**
- ***параметричната зависимост на*** $w^\diamond(k,n,\tau,\omega^\diamond)$ от репараметризиращите и реструктуриращи смущения към ***SNE***-системата за управление, илюстрирана на фиг.25, а съответната параметрична зависимост на честотата на колимация $\omega^\diamond(n,\tau)$ е визуализирана на фиг.19, което е резултатът от параметризацията на $w^\diamond(k,n,\tau,\omega^\diamond)$

Методът на пълния диференциал, предложен в работата и използван ***за функционалната параметризация на честотата и на траекторията на турбинното свиване*** дава възможността: от полученото аналитично символно описание на характеристиките и техните съставящи (19)÷(24), (26), (27) на динамична система да бъдат определени символно техните пълните диференциали (28)÷(34) като функции на повече от една независими променливи (18), за да се

състави(ят) символното(ите) уравнение(ия) в (8), (25), чието(иито) решение(я) е ***функционалната параметризация на честотата на турбинното свиване*** $\omega^{\diamond}$, а след трансформация с $\alpha_{w^{\diamond}}(n,\tau)$ - ***функционалната параметризация на траекторията на турбинно свиване*** $w^{\diamond}$.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Новото и оригинално в настоящата работа са предложените**:**

● систематизация, обобщения и аналитични дефиниции на свойствата и характеристиките на системите за фрактално управление: ***неравномерно съотношение на честотно равни профилни дъги***; профилно свиване; ***фазова неоднозначност, изпъкналост и инфлексност; колимация*** (***турбинно свиване***); ***честота на колимацията; траектория на колимацията, направление на движение на инфлексната точка*** (***посоката на турбинното свиване***)**;** ***бързодействие; параметрическа и структурна инвариантност на запасите на устойчивостта по модул и фаза; робастна устойчивост; робастно качество***;

● числен пример, извод на символни аналитични описания на характеристиките на фрактална система за управление; диференциален анализ на системата**;**

● функционална параметризация на честотата и на траекторията на турбинното свиване на характеристиките на фрактална система**;**

● метод на пълния диференциал за функционална параметризация на характеристики на динамични системи**;**

● символна визуализация на резултатите от изследването с технологиите за ***2D-параметрично-контурен*** плот, ***3D-параметричен*** плот и ***3D-параметрично-контурен*** плот на функции на повече от две независими променливи**;**

ЛИТЕРАТУРА

[29] Nikolov E. (2004), ***Fractional Order Control Algorithms and Controllers*****,** Sofia, © 2004 Publishing House of Technical University of Sofia, ISBN 954-438-395-6, 2004, 208 p.

[30] Nikolov E. (2004), ***Special Mathematical Functions and Fractal Operators*****,** Sofia, © 2004 Publishing House of Technical University of Sofia, ISBN 954-438-423-5, 2004, 108 p

[29] Nikolov E. (2010), ***Robust Fractional Control (approaches predictive and algebraic, distributed control systems)***, Sofia 2010, © 2010 Publishing House of Technical University of Sofia, 2010, ISBN 978-954-438-851-5, 375 p.

[29] Nikolov E. (2015), ***Fractional Control - part 2 (application of generalized fractional calculus' operators in the control systems, filters),*** Sofia 2015, © 2015 Publishing House of Technical University of Sofia, ISBN: 978 619 167 186 1, 200 p.

[29] Nikolov E. (2016), ***Fractional Control - part 3 (qualitative analysis in uncertainty),*** Sofia 2016, © 2016 Publishing House of Technical University of Sofia, ISBN 978-619-167-136-6, 260 p

[29] Oustaloup A. (1994), ***La robustesse (analyse et synthèse de commandes robustes),*** © Hermès (Traité des Nouvelles Technologies - Série Automatique), Paris, ISBN-10: 2866014421, ISBN-13: 978-2866014421, 530 p.

[29] Oustaloup A. (1995), ***La dérivation non entière (théorie, synthèse et applications),*** © Hermès (Traité des Nouvelles Technologies - Série Automatique), Paris, ISBN 2-86601-456-1, ISBN 0989-3571, 508 p.

[29] Kiryakova V. S. (1993), ***Generalized Fractional Calculus and Applications***, CRC Press; (December 27, 1993), ISBN: 0582219779, 360 p.

[29] **Kiryakova V. S., Srivastava H. M.** (1993), ***Generalized (multiple) Riemann-Liouville Fractional Differen-Integrals and Their Use in Univalent Function Theory***, In: "Analysis, Geometry and Groups: a Riemann Legacy Volume", Hadronic Press, Inc., (Florida, USA - ISBN 0-911767-59-2), 1993, part. 1, 191 p.

[29] **Kiryakova V. S.** (1994), ***Generalized Fractional Calculus and Applications***, Pitman Research Notes in Mathematics Series No. 301, Longman Scientific and Technical, Harlow, Essex, 1994, ISBN:0-470-20777-9, 260 p.

[29] **Kiryakova V. S.** (1997), ***All the Special Functions are Fractional Differen-Integrals of Elementary Functions***, Journal Physics A: Math. & General, 1997, 30, No 14, Online ISSN: 1361-6447, Print ISSN: 0305-4470, 5085-5103

Автор: Емил Николов, проф. дтн, катедра „Автоматизация на Непрекъснатите Производства“, Факултет Автоматика, Технически Университет - София; E-mail address: *nicoloff@tu-sofia.bg*

Постъпила на 15.11.2016 **Рецензент:** Чл. кор. проф. дтн Петко Хр. Петков

КЪМ НЕЛИНЕЙНАТА ТЕОРИЯ НА СИНХРОННИТЕ МАШИНИ

Ганчо Божилов

Резюме: *В работата е изследвано изменението на индуктивните съпротивления от реакцията на котвата и влиянието им върху параметрите на синхронните машини. За целта са използвани апроксимиращи зависимости за коефициентите на насищане на магнитната система, което в общия случай води до по-точни резултати за характеристиките на синхронните машини.*
Ключови думи: *Електрически машини, синхронни машини, нелинейни индуктивни съпротивления, нелинейни характеристики*

TO THE NONLINEAR THEORY OF SYNCHRONOUS MACHINES

Gantcho Bojilov

Abstract: *In this paper a study the variation of the non-linear reactances of the armature reaction and this influence on the performances of the synchronous machines is made. For this purpose an approximate functions of the saturation's coefficients of the magnetic circuit and for computing the performances is use.*
Keywords: *Electrical machines, synchronous machines, non-linear reactances, non-linear performances*

УВОД

Разглежданият тук проблем е в това, че прилагането на известната теория на двете реакции е коректно при линейни магнитни системи без насищане на магнитопровода, тъй като се базира на разлагане на статорния ток и реакцията на тока на котвата на две компоненти и последващата го суперпозиция на величините. По тази причина класическата теория на синхронните машини на Блондел е многократно корегирана и допълвана в трудовете на редица автори като Арнолд, Потие, Костенко и други [1,2,3,4]. Както е известно, нелинейната теория на синхронните машини се базира на графични построения на векторни диаграми и графоаналитични методи за определяне на реакцията на котвата и индуктивните съпротивления на статорната намотка чрез корекцията им с коефициентите на насищане на магнитната система на машината, които не са константни, а функции на токовете [1,2,3,6,8]. По отношение на тези коефициенти няма единно мнение в различните източници, където за тях се цитират най-различни стойности в широк диапазон. В този смисъл един аналитичен или числен подход, в който не се използват графични методи, ще бъде по-подходящ и по-точен.

© 2016 Publishing House of Technical University of Sofia
All rights reserved
ISSN 1311-0829

ОСНОВНИ ЗАВИСИМОСТИ

Използват се основните уравнения на явно- и неявнополюсните синхронни машини в относителни единици (о.е.) съгласно теорията на двете реакции при традиционното пренебрегване на активното съпротивление на статорната намотка r_a, което поради много малката му стойност е коректно при масово разпространените машини със средна и голяма мощност [1,2,3,4,8].

$$\dot{E}_d^* = \pm\dot{U}^* + jx_q^*\dot{I}_q^* + jx_d^*\dot{I}_d^* \text{ - за ЯПСМ} \quad (1)$$

$$\dot{E}_d^* = \pm\dot{U}^* + jx_d^*\dot{I}^* \text{ - за НЯПСМ} \quad (2)$$

$$\dot{E}_\delta^* = \pm\dot{U}^* + jx_\sigma^*\dot{I}^*. \quad (3)$$

Тук знакът (+) се отнася за работа на машината като генератор, знакът (-) – като двигател; съответно x_q^* и x_d^* са синхронните реактанси на статорната намотка по напречната и надлъжната оси на машината, x_σ^* – реактансът на разсейване на намотката, $\dot{I}_q^*$ и $\dot{I}_d^*$ – съставките на статорния ток $\dot{I}^*$ по двете оси.

В (1), (2), (3) традиционното означение E_0 на надлъжното електродвижещо напрежение (е.д.н.) на линеаризираната машина без насищане е заменено с E_d (Ив. Попов [5]) за да се отличава от действителното е.д.н. E_0 от характеристиката на празен ход (х.п.х.), от което се определят коефициентите на насищане на магнитната система и повишаването на напрежението при отпадане на товара [1,2,3].

По-нататък изчисленията се провеждат при зададени стойности на котвения ток I^* и фактора на мощността $cos\varphi$ (определени от импеданса на поетия товар) и известни реактанси x_q^*, x_d^* и x_σ^*. Дадена е последователността за явнополюсна синхронна машина, тъй като при неявнополюсната машина $x_q^* = x_d^*$.

Най-напред се определя стойността на е.д.н. E_δ, индуктирано от резултантния магнитен поток Φ_δ, от който зависи действителното състояние на магнитната система на машината, създадено от едновременното действие на потоците на възбуждането и на котвата Φ_f и Φ_a и от което е логично да се определят коефициентите на насищане [1]. Това се потвърждава и с моделиране на магнитното поле по метода на крайните елементи [6,8].

Определят ъглите $\psi_\delta = \sphericalangle(E_\delta, I)$, $\varepsilon = \sphericalangle(E_\delta, U)$ и резултантното е.д.н. E_δ^* (фиг.1).

$$\psi_\delta = arctg\frac{U^*sin\varphi + x_\sigma^*I^*}{U^*cos\varphi}; \qquad \varepsilon = \psi_\delta - \varphi \quad (4)$$

$$E_\delta^* = U^*cos\varepsilon + x_\sigma^*I^*sin\psi_\delta. \quad (5)$$

Тук и по-нататък ъгълът φ е приет за положителен при изоставащ ток и отрицателен при изпреварващ ток.

След това от предварително изчислената х.п.х. $E_0^* = f(I_f^*)$ и от обратната зависимост $I_f^* = \varphi(E_0^*)$ се определя зависимостта на коефициента на насищане по надлъжната ос $k_{\mu d} = f(E_0^*)$, която може да се представи като масив от гъсто разположени стойности или да се апроксимира с полинома

$$k_{\mu d} = \frac{F_{\text{вер}}}{F_\delta} = a + bE_0^* + cE_0^{*2} + dE_0^{*3}. \quad (6)$$

Коефициентът $k_{\mu q} = f(E_0^*)$ се намира от същата х.п.х. чрез видоизменената пре-

ходна характеристика E_0= $f(F_{\delta za})$ и се апроксимира с полином от същия вид

$$k_{\mu q} = \frac{F_\delta \frac{k_d}{k_q} + F_z + F_a}{F_\delta \frac{k_d}{k_q}} = a' + b' E_0^* + c' E_0^{*2} + d' E_0^{*3}, \qquad (7)$$

където $F_{вер}$, F_δ, F_z и F_a са магнитодвижещите напрежения за цялата магнитна верига, за въздушната междина, за зъбите на статора и за статорния ярем, а k_d и k_q са коефициентите на привеждане на реакцията на тока на котвата [1,2,3,4,5], чрез които се отчита разликата в магнитните проводимости по двете оси.

Конкретните стойности на $k_{\mu d}$ и $k_{\mu q}$, съответстващи на е.д.н. E_δ^*, се намират от горните полиноми като във формулите се замести E_0^* с E_δ^*.

След това се определят ъглите ψ=∢(E_d,I), θ=∢(E_d,U) и е.д.н. E_d^*.

$$\psi = arctg \frac{U^* sin\varphi + x_{q\mu}^* I^*}{U^* cos\varphi}; \qquad \theta = \psi - \varphi \qquad (8)$$

$$E_d^* = U^* cos\theta + x_{d\mu}^* I^* sin\psi, \qquad (9)$$

$$x_{d\mu}^* = x_{ad\mu}^* + x_\sigma^* = \frac{x_{ad}^*}{k_{\mu d}} + x_\sigma^*; \quad x_{q\mu}^* = x_{aq\mu}^* + x_\sigma^* = \frac{x_{aq}^*}{k_{\mu q}} + x_\sigma^*; \qquad (10)$$

x_{ad}^* и x_{aq}^* са „ненаситените” реактанси от реакцията на котвата по двете оси, определени по изчислителен път чрез съответните индуктивности [1,2,3,4,5], а $x_{ad\mu}^*$ и $x_{aq\mu}^*$ - „наситените” им стойности.

Възбудителният ток при зададения товар, необходим за компенсиране на реакцията на котвата, ще бъде в о.е. $I_f^* = E_d^*$ [5].

Сега вече могат да се определят важните за синхронната машина V-образни характеристики, P-Q диаграми и ъгловата характеристика в съответствие с фундаменталните зависимости $P^*=U^*I^*\cos\varphi$; $Q^*=U^*I^*\sin\varphi$; $S^*=U^*I$; $M^*=P.^*$

За целта при P^*=const или Q^*=const се задават редица стойности на котвения ток I^*, от където се определя ъгълът φ и по горната процедура се намират съответните стойности на е.д.н. E_δ^* и E_d^* и възбудителния ток $I_f^* = E_d^*$.

$$P^* = P_1^* + P_2^* = \frac{E_d^* U^*}{x_{d\mu}^*} sin\theta + \frac{U^{*2}}{2}\left(\frac{1}{x_{q\mu}^*} - \frac{1}{x_{d\mu}^*}\right) sin2\theta. \qquad (11)$$

В резултат на изчислението трябва да се получи същата стойност на зададената мощност, както в линейния случай, тъй като в нелинейния вариант съставките в горната зависимост се преразпределят, като първата нараства, а втората намалява, докато сумата от двете остава една и съща.

Същата стойност ще се получи и ако в горната формула се замести U^*с E_δ^*, $x_{d\mu}^*$ и $x_{q\mu}^*$ с $x_{ad\mu}^*$ и $x_{aq\mu}^*$, а ъгълът θ с $\theta_\delta = \psi - \psi_\delta$ [7].

$$P^* = P_1^* + P_2^* = \frac{E_d^* E_\delta^*}{x_{ad\mu}^*} sin\theta_\delta + \frac{E_\delta^{*2}}{2}\left(\frac{1}{x_{aq\mu}^*} - \frac{1}{x_{ad\mu}^*}\right) sin2\theta_\delta. \qquad (12)$$

ЧИСЛЕН ПРИМЕР

За илюстрация и по-добро пояснияване на метода е изследван явнополюсен синхронен генератор със следните данни [6,8]: $P_н$=500kW, $U_н$=6,3kV, $I_н$=57,3A, $I_{fн}$=83,8A, $\cos\varphi_н$=0,8инд, x_{ad}^*=1,21, x_{aq}^*=0,67, x_σ^*=0,103, 2p=8.

Получени са следните резултати.

А. Номинален активно-индуктивен товар $\cos\varphi=0{,}8$, $\varphi=36{,}87^o$

$\Psi_\delta=41{,}31^o$, $\varepsilon=4{,}44^o$, $E_\delta^*=1{,}065$

Линейни параметри	Нелинейни параметри
$k_{\mu d}=1, k_{\mu q}=1$	$k_{\mu d}=1{,}285$, $k_{\mu q}=1{,}092$
$\Psi=59{,}72^o$, $\theta=22{,}85^o$, $E_d^*=2{,}053$	$\Psi=58{,}71^o$, $\theta=21{,}84^o$, $E_d^*=1{,}821$
$P^*=P_н^*=0{,}608+0{,}192=0{,}8$	$P^*=P_н^*=0{,}648+0{,}152=0{,}8$

Б. Номинален активен товар $\cos\varphi=1$, $\varphi=0^o$

$\Psi_\delta=5{,}88^o$, $\varepsilon=5{,}88^o$, $E_\delta^*=1{,}005$

Линейни параметри	Нелинейни параметри
$k_{\mu d}=1, k_{\mu q}=1$	$k_{\mu d}=1{,}208$, $k_{\mu q}=1{,}054$
$\Psi=37{,}59^o$, $\theta=37{,}59^o$, $E_d^*=1{,}591$	$\Psi=35{,}6^o$, $\theta=35{,}6^o$, $E_d^*=1{,}421$
$P^*=P_н^*=0{,}74+0{,}26=1$	$P^*=P_н^*=0{,}79+0{,}21=1$

В. Номинален активно-капацитивен товар $\cos\varphi=0{,}8$, $\varphi=-36{,}87^o$

$\Psi_\delta=-31{,}85^o$, $\varepsilon=5{,}02^o$, $E_\delta^*=0{,}942$

Линейни параметри	Нелинейни параметри
$k_{\mu d}=1, k_{\mu q}=1$	$k_{\mu d}=1{,}13$, $k_{\mu q}=1{,}018$
$\Psi=12^o$, $\theta=48{,}87^o$, $E_d^*=0{,}93$	$\Psi=8{,}25^o$, $\theta=45{,}12^o$, $E_d^*=0{,}855$
$P^*=P_н^*=0{,}535+0{,}265=0{,}8$	$P^*=P_н^*=0{,}708+0{,}092=0{,}8$

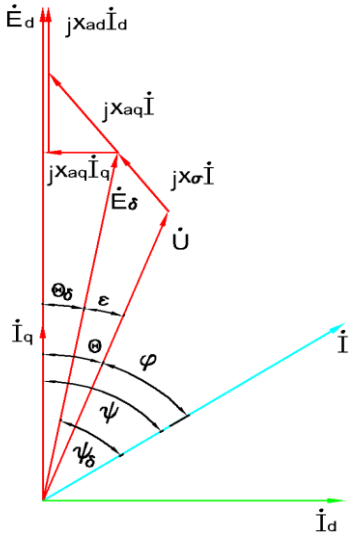
На фиг.2, фиг.3, фиг.4 са показани графичните зависимости на някои величини на машината от примера във функция от възбудителния ток I_f^* при номиналния активно-индуктивен товар.

Характерните точки от фиг.2, съответстващи на основните състояния на изследваната машина, са:

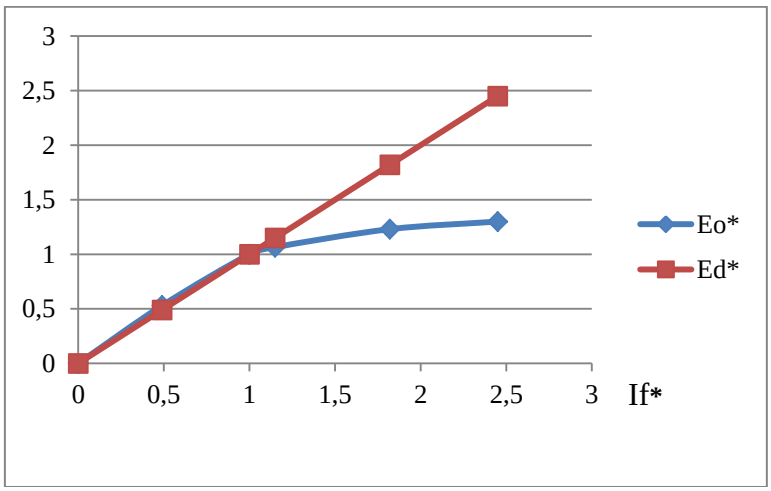
а) Празен ход $I_f^* = E_d^* = E_0^* = 1$

б) Реално магнитно състояние, от което се определят коефициентите на насищане $I_f^* = 1{,}15$; $E_\delta^* = 1{,}065$

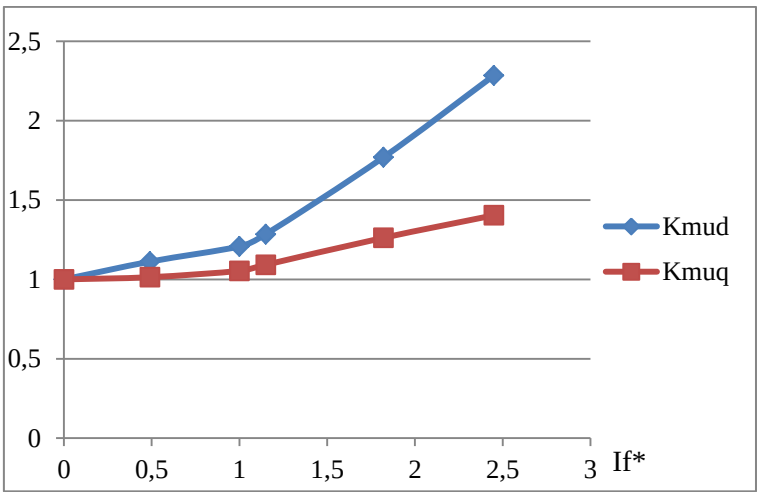
в) Номинален възбудителен ток, компенсиращ размагнитващата реакция на котвата при товар $I_f^* = E_d^* = 1{,}821$; $E_0^* = 1{,}23$. Вътрешен пад на напрежението и повишаване на напрежението при отпадане на товара $\Delta U=23\%$.



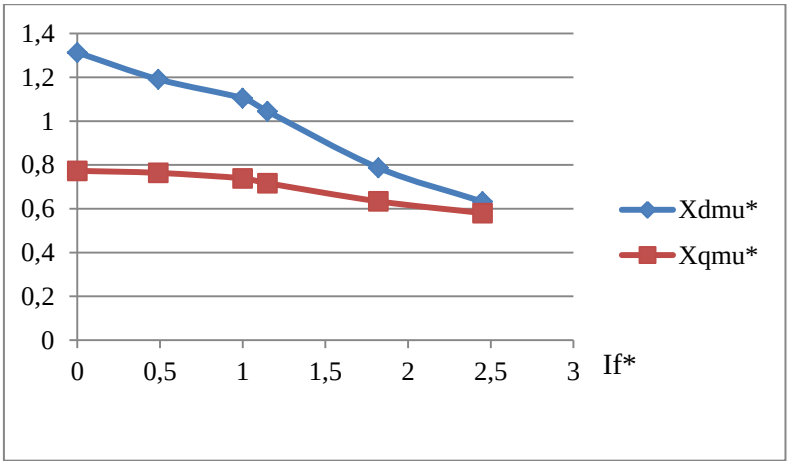
Фиг.1.



Фиг.2.



Фиг.3.



Фиг.4.

ИЗВОДИ

Тъй като предлаганият метод не изисква никакви графични построения, отпада необходимостта от използване на известните векторни диаграми на БАК и Потие като пълна, опростена, видоизменена, шведска, американска, триъгълник и съпротивление на Потие и др., както в режим на генератор, така и в режим на двигател или компенсатор. Същият подход може да се приложи и при отчитане

на съпротивлението r_a, ако е необходимо, при което горните зависимости се усложняват до известна степен [7]. В този смисъл методът е напълно подходящ за използване на широко разпространените изчислителни продукти като Matlab, Matcad, Sigmaplot или Excel.

ЛИТЕРАТУРА

[1] Ангелов, А., Д. Димитров. Електрически машини, ч. II , С., Техника, 1988.

[2] Костенко М., Л. Пиотровский. Электрические машины, М., Энергия, 1965.

[3] Копилов, И. Проектирование электрических машин, М., Энергия, 1980.

[4] Seguier, G., F. Notelet. Electrotechnique industruelle, Paris, Lavoisier, 1994.

[5] Попов, Ив. Електрически машини, ч. III, С., Наука и изкуство, 1957.

[6] Михов М., Д. Сотиров, П. Ризов, В. Господинов, Ст. Баташки. Числен подход за построяване на P-Q диаграми на явнополюсни синхронни генератори, Год. на ТУ-София, том 57, книга 1, 2007.

[7] Божилов, Г., Заместваща схема на синхронна машина и еквивалентност на основните формули, Год. на ТУ-София, том 59, книга 1, 2009.

[8] Божилов, Г., М. Михов. Числен подход към нелинейните проблеми при синхронните машини, VIII Научна конф. на ЕФ, Варна, септ. 2016.

Автор: Ганчо Й. Божилов, проф. дтн, катедра „Електрически машини”, Електротехнически Факултет, Технически Университет - София, E-mail address: *gjboj@tu-sofia.bg*

Постъпила: 31.10.2016 г. **Рецензент:** доц. д-р Михо П. Михов

ИЗСЛЕДВАНЕ НА ЕКСПЕРИМЕНТАЛНИ ПОДХОДИ ЗА ОРАЗМЕРЯВАНЕ НА СУБМИКРОННИ CMOS ТРАНЗИСТОРИ С ПОМОЩТА НА g_m/I_D МЕТОДОЛОГИЯТА

Емил Д. Манолов

Резюме: *Непрекъснатото намаляване на дължината на канала при модерните CMOS технологии налага използването на нови методи за проектиране на аналогови схеми с транзистори работещи в силна и слаба инверсия. Експерименталният подход използва за оразмеряване характеристики, получени от измервания или симулации на емпирични фабрични модели на транзисторите. Тези характеристики се представят чрез графики или таблици. Статията изследва експериментален подход за приложение на g_m/I_D методологията при оразмеряване на CMOS транзистори. За тази цел е оразмерена схемата на 45nm CMOS усилвател с общ сорс при различни стойности на ефективното напрежение и коефициента на инверсия. Получените резултати са верифицирани чрез симулация, която потвърждава ефективността на подхода.*
Ключови думи: *CMOS аналогови схеми, g_m/I_D, CMOS в подпрагова област*

EXPLORATION OF EXPERIMENTAL APPROACHES FOR g_m/I_D BASED SIZING OF SUB-MICRON CMOS TRANSISTORS

Emil D. Manolov

Abstract: *Continuous reduction of the channel length of modern CMOS technologies forces the use of new methods for analog integrated circuit design in all regions of operation. The experimental approach uses for sizing transistor characteristics derived from measurements or simulations of advanced empirical factory models. The characteristics are presented by charts or look-up tables. The paper studies an experimental approach for application of g_m/I_D based sizing methodology. To this aim the classical common source amplifier, implemented in 45nm CMOS technology, is sized by using transconductance efficiency graphs. The obtained results are verified by simulations, which confirm the effectiveness of the method.*
Keywords: *CMOS analog circuits, g_m/I_D, CMOS in subthreshold region of operation*

1. INTRODUCTION

The development of modern CMOS technologies is associated with continuous reduction of the channel length of transistors. For about 40 years the minimum channel length of the transistors is decreased more than 1000 times – from several micrometers to several nanometers. This trend fundamentally changed the understanding of

© 2016 Publishing House of Technical University of Sofia
All rights reserved
ISSN 1311-0829

MOS transistor operation. While the relationships between the currents and the voltages in transistors with channel lengths over 1 μm are relatively simple and clear, for submicron technologies (less than 1 micron to a few nanometers) is necessary to refer towards complicated formulas with a large number of parameters [1, 2, 3]. The same occurs with the models for simulation of submicron MOS transistors. The models for micrometer CMOS are characterized by minimum number of parameters (smaller than 10). They can be used directly for the initial hand calculation of the designed circuits. The advanced empirical factory models for transistors with channel length of the order of several tens of nanometers have over 100 parameters.

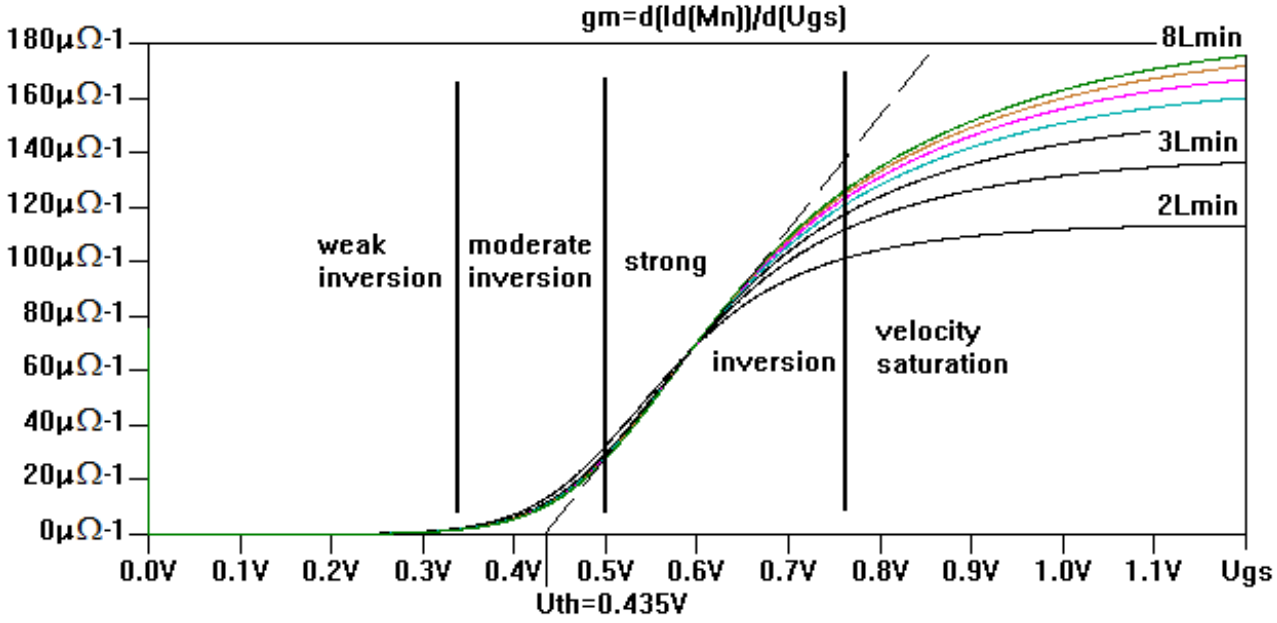


Fig.1. Transconductance g_m vs gate source voltage U_{gs} for 45nm nMOS transistors with W/L=1 and channel lengths from 2Lmin up to 8Lmin.

Fig.1 shows the transconductance g_m vs gate source voltage U_{gs} for 45nm nMOS transistors with W/L=1 and channel lengths from 2Lmin up to 8Lmin. The dashed straight line, which crosses the gate-source axis U_{gs}, determines the value of the threshold voltage U_{th} =0.435V [2]. Using this value, the plot area is divided into four regions of operation – weak inversion, moderate inversion, strong inversion and velocity saturation. The classical analog CMOS design is performed in strong inversion, in saturation, where the well-known square-low equations for the current through the MOS transistors are valid. The other regions of operation are described with very complex formulas. They include parameters, which depend on the sizes and the biasing of the transistors [3, 4, 5].

The reduction of the channel length narrows the strong inversion region of operation, which hampers the analytical description of the behavior of transistors and thus the design of analog circuits. New approaches are needed to describe and design the circuits implemented by modern technologies [4, 5].

There are two main approaches in modern design of analog integrated circuits: experimental and analytical [6]. The first one uses for sizing experimental characteris-

tics, obtained from measurements or simulations of advanced empirical factory models. The characteristics are presented by charts or look-up tables. The second approach is based on analytical expressions, which usually are a basis for implementation of model-driven methods. Both methods are valid for all regions of operation and their aim is to find the most appropriate initial values for biasing and sizing of transistors.

The advantages of the experimental method are the visibility and the clearness of the decision-making process. It does not require complex software environment. It is sufficient to have the necessary graphics, which can be produced from BSIM models of transistors through simulations. The main question is related to the type and format of graphs.

The main objective of dimensioning of analog integrated circuits is the determination of the current through each of the transistors and the sizes of their channels. Most diverse strategies for design are known in practice. What brings them together is the use of same figures of merits, which represent the basic requirements and tradeoffs for design. The most commonly used are the characteristics of transconductance, normalized drain current, transconductance efficiency, bandwidth and intrinsic gain [7].

Recently, in practice a new design method based on transconductance efficiency g_m/I_D as a basic design parameter is used [6, 7, 8, 9]. Transconductance efficiency presents together the transconductance and the drain current. If one of them is fixed, the other follows. The g_m/I_D ratio is weakly dependent on the type of transistor and the technology process. Its value is maximal in the weak inversion. The g_m/I_D ratio characterizes the gain and the power consumption - larger value of the transconductance efficiency is an indicator of smaller supply current and larger gain.

The article explores graphical approaches to calculate the CMOS submicron transistors by using transconductance efficiency graphs. To this aim different graphs of transconductance efficiency vs overdrive voltage, normalized drain current and inversion coefficient are discussed. They are used for dimensioning the amplifying transistor of common source stage in all regions of operation. The results are simulated and the conclusions about applications of the examined method are done.

2. METHODOLOGY OF THE STUDY

The g_m/I_D based design will be examined with classical example of sizing the common source amplifier, shown on Fig. 2 [8, 9]. The goal is to verify the possibility for dimensioning the transistor in all regions of operation.

The circuit will be designed for unity gain frequency f_u=5MHz, with capacitive load C2= 5pF. Then, the transconductance can be calculated as follows [3]:

$$g_m(Mn) = 2\pi f_u C2 = 2\pi \cdot 5MHz \cdot 5pF = 1.571mA/V$$

In order to eliminate the effect of the intrinsic capacitors of the transistor on the bandwidth, in the calculations will be used about 8% higher value of the transconductance – i.e. $g_m(Mn) \approx 1.7mA/V$.

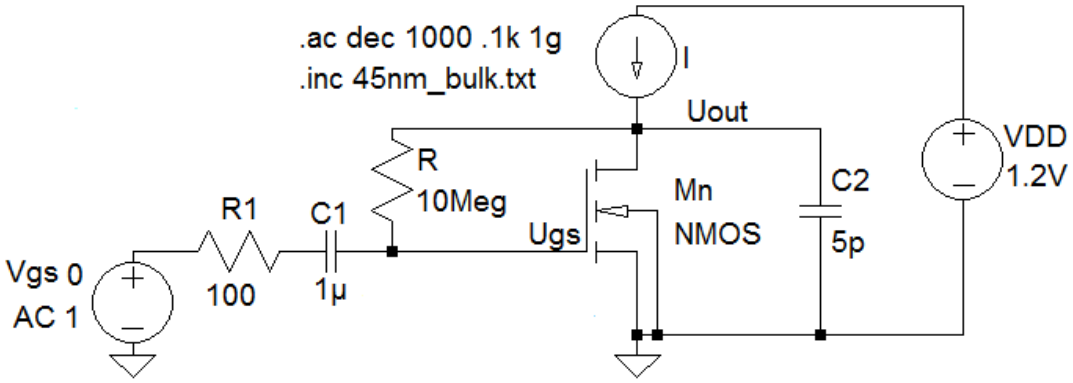


Fig.2. Common source stage test circuit.

The study is accomplished by using LTSpice simulator. A generalized BSIM4 model of the 45nm bulk CMOS technology, which is provided in Predictive Model Technology site [10], is employed.

3. DIMENSIONING BY USING TRANSCONDUCTANCE EFFICIENCY g_m/I_D PRESENTED IN TERMS OF OVERDRIVE VOLTAGE U_{ov}

Fig.3 presents the transconductance efficiency g_m/I_D and the normalized drain current I_D/W of 45nm nMOS transistors with channel lengths between 2 and 8 times Lmin vs overdrive voltage $U_{ov}=U_{gs}-U_{th}$. The X-axis is formatted by using the value of the threshold voltage U_{th}=0.435V, determined graphically in Fig.1. Regardless of the different lengths of the channels the presented g_m/I_D curves are very close to one another, which facilitates the design. The presented graphs are valid for all regions of operation, from U_{gs}=0.135V up to U_{gs}=1.2V. They are used for dimensioning the amplifying transistor Mn for different values of U_{ov}. For this purpose, an appropriate procedure for sizing the transistor is developed.

The results of the transistor sizing are presented in Table 1. The narrow specified bandwidth (unity gain frequency f_u>5MHz) allows to choose large channel length L=8Lmin, which guarantees high gain of the amplifier [11].

The chosen U_{ov} values are written in column A. The column B contains the corresponding transconductance efficiency g_m/I_D graphically determined for L=8Lmin from Fig. 3a. The values of the calculated drain currents are presented in column C. They are obtained by using formula:

$$I_D(Mn) = g_m(Mn)/(g_m/I_D).$$

In column D are presented the values of normalized current I_D/W, graphically determined for L=8Lmin from Fig. 3b. Column E shows the calculated results for channel widths W(Mn):

$$W(Mn) = I_D(Mn)/(I_D/W).$$

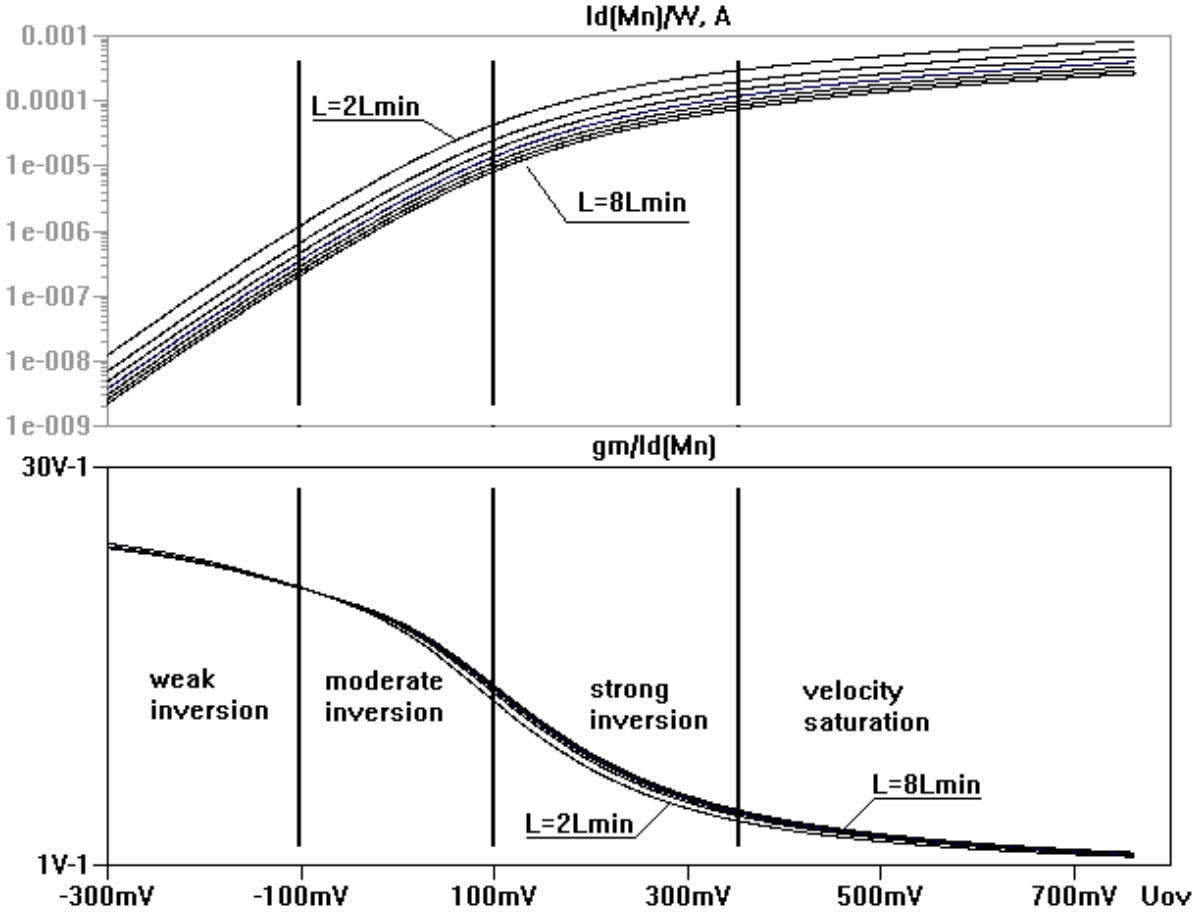


Fig.3. a) Transconductance efficiency g_m/I_D and **b)** normalized current I_D/W vs over-drive voltage U_{ov}, for 45nm nMOS with L=(2÷8)Lmin and $U_{gs}=U_{ds}$.

Table 1. Results of sizing the transistor using g_m/I_D and I_D/W vs U_{ov} graphs.

A	B	C	D	E	F	G
Uov	g_m/I_D	***I_D(Mn)***	I_D/W	***W(Mn), µm***	**f_u, MHz**	**A_u**
-0.30	24.110	***7.051E-06***	2.200E-09	***3205.007***	**3.33**	**172.8**
-0.20	22.950	***7.407E-06***	2.318E-08	***319.560***	**5.10**	**227.7**
-0.10	21.180	***8.026E-06***	2.100E-07	***38.221***	**5.36**	**249.0**
0.00	18.800	***9.043E-06***	1.560E-06	***5.797***	**5.38**	**261.8**
0.10	14.120	***1.204E-05***	8.260E-06	***1.458***	**5.40**	**254.8**
0.20	9.140	***1.860E-05***	2.616E-05	***0.711***	**5.40**	**205.4**
0.30	6.040	***2.815E-05***	5.580E-05	***0.504***	**5.36**	**157.0**
0.40	4.300	***3.953E-05***	9.288E-05	***0.426***	**5.33**	**126.0**
0.50	3.260	***5.215E-05***	1.350E-04	***0.386***	**5.32**	**106.2**
0.60	2.600	***6.538E-05***	1.805E-04	***0.362***	**5.31**	**90.4**
0.70	2.130	***7.981E-05***	2.280E-04	***0.350***	**5.30**	**68.0**

The columns F and G present the results from simulation of the amplifier on Fig.2 with calculated values of I_D*(Mn)* and W(Mn), at L=360nm. The obtained gain is very good – from 68 in velocity saturation region up to 261.8 in the center of moderate inversion region. The term of reference for f_u>5MHz is fulfilled for the entire input

voltage range except U_{ov}= -0.3V. The last is due to the practically worthless value of the width of the transistor (W(Mn)=3205µm), which determines excessive large values of the parasitic capacitances. The conclusion from the examination is that the implemented approach ensures the solution of the task in all regions of operation of the transistor – weak, moderate and strong inversion, as well as in velocity saturation.
The results are graphically illustrated on Fig.4. The maximum gain is in the areas of weak and moderate inversion that are characterized with low current consumption.

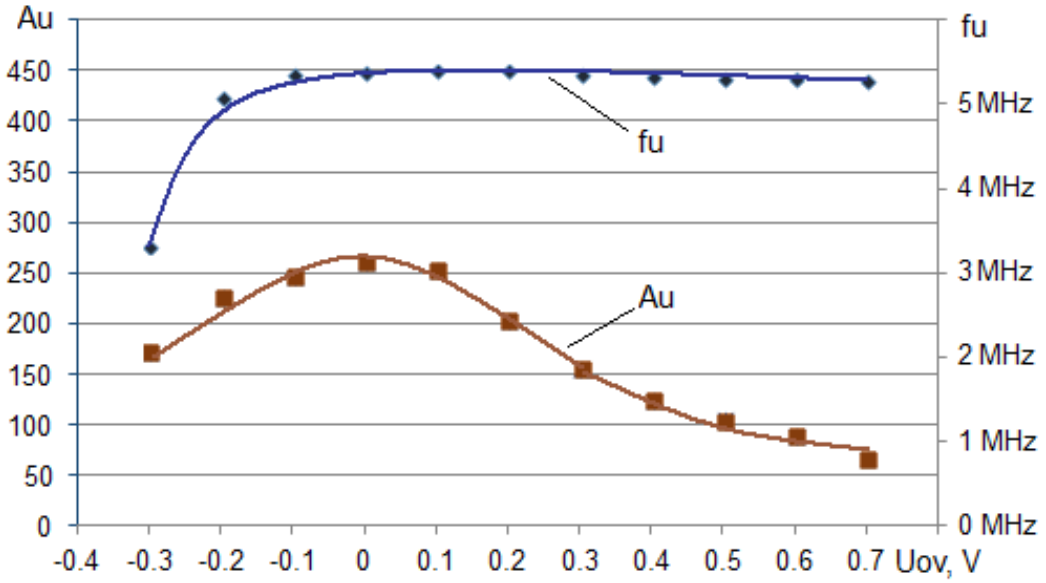


Fig.4. Results from simulation of amplifier for different values of U_{ov}.

4. DIMENSIONING BY USING TRANSCONDUCTANCE EFFICIENCY g_m/I_D PRESENTED IN TERMS OF INVERSION COEFFICIENT *IC*

Most frequently the analog circuits are designed on the basis of bias currents. Fig.5 shows the transconductance efficiency g_m/I_D versus normalized drain current $I_D/(W/L)$ for channel length L=8Lmin. The curves for other values of L are very close to the presented one. The graph is in logarithmic scale. To determine the different regions of operation three tangent lines *a*, *b* and *c* are mapped out. The *a* tangent line follows the maximal value of transconductance efficiency g_m/I_D and characterizes the transconductance efficiency in weak (WI) and moderate (MI) inversion. The second line *b* has a slope that is equal to -1/2, which is typical for the transconductance efficiency g_m/I_D in strong inversion (SI) region [12]. The third tangent line with slope -1 represents the velocity saturation (VS) region [12]. The cross point A between *a* and *b* lines determines the middle of the moderate inversion (MI) region. The process-dependent current at point A is marked as I_0 and is called moderate inversion characteristic current. In the present case its value is graphically determined and equals 1.4µA. The point of tangency B on tangent line *b* defines the boundary between moderate (MI) and strong inversion (SI). The cross point C between tangent lines *b* and *c* determines the border between strong inversion (SI) and velocity saturation (VS) regions.

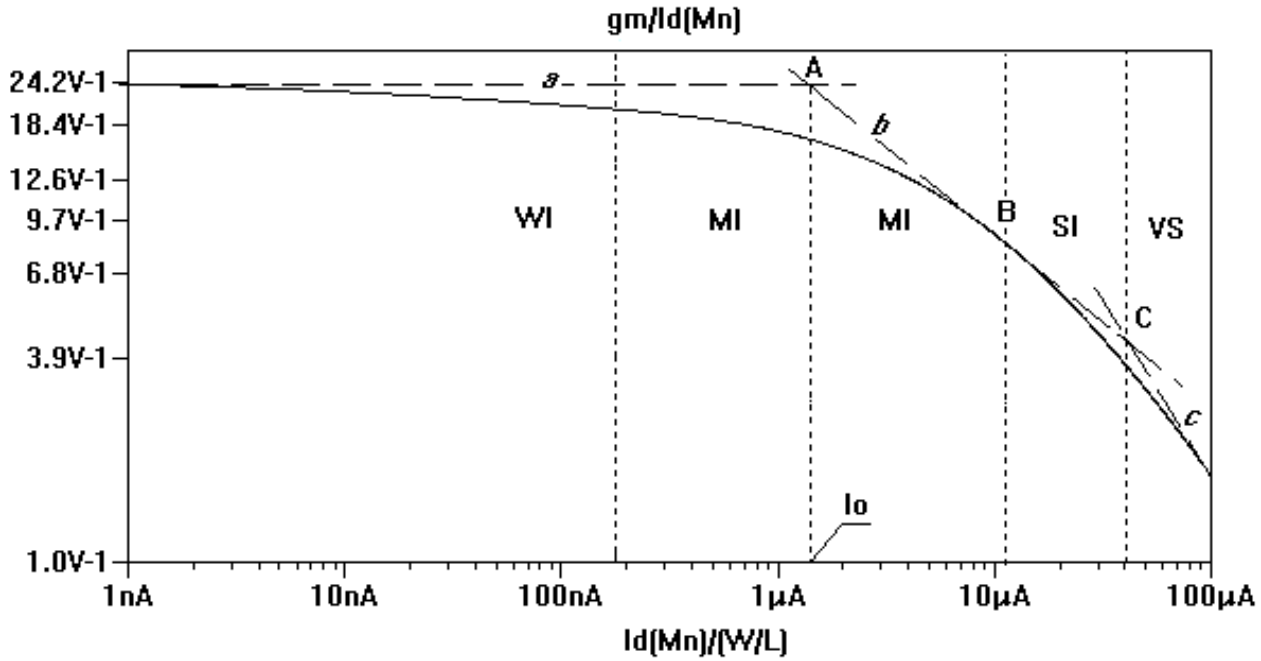


Fig.5. Transconductance efficiency g_m/I_D vs normalized drain current $I_D/(W/L)$ for channel length L=8Lmin.

Frequently the transconductance efficiency is presented in terms of the inversion coefficient *IC*, as it is shown on Fig.6. The inversion coefficient *IC* is independent of the technology parameters and is defined as follows:

$$IC = \frac{I_D}{I_0(W/L)}.$$

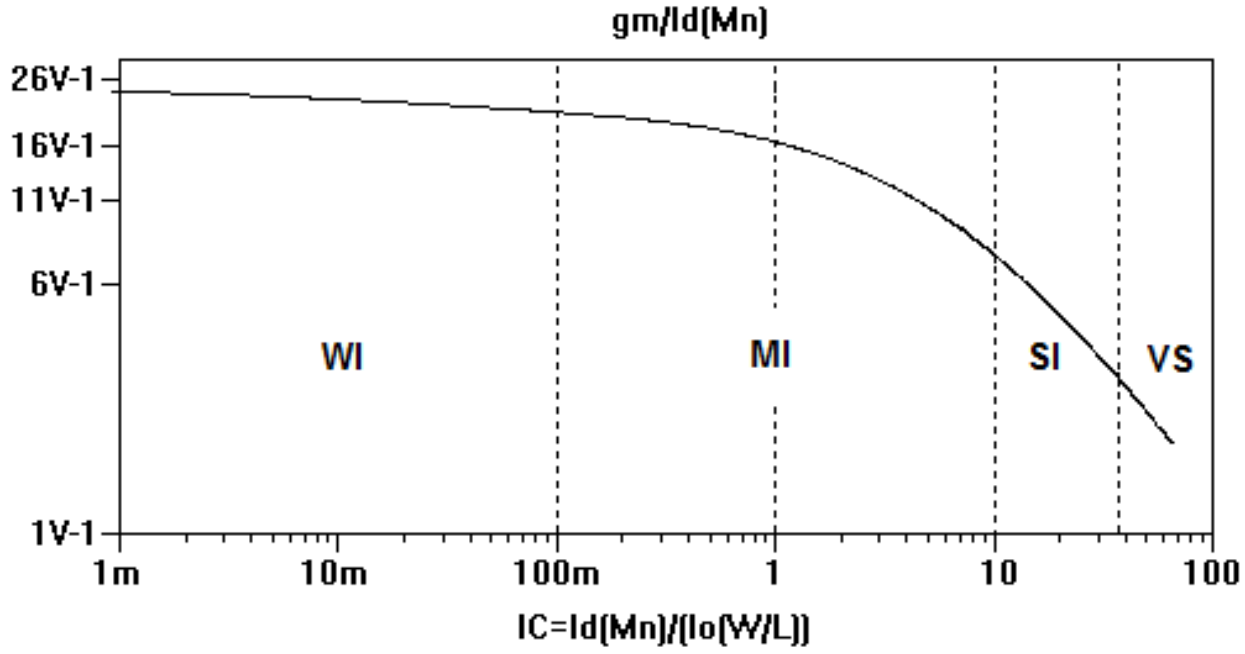


Fig.6. Transconductance efficiency g_m/I_D vs inversion coefficient *IC*.

Usually the boundaries of the operating regions in terms of the inversion coefficient *IC* are defined as follows [13]: *IC*<0.1 – weak inversion; 0.1<*IC*<10 – moderate inversion; *IC*>10 – strong inversion; *IC*>(25÷30) – velocity saturation.
The developed sizing procedure, which uses the transconductance efficiency g_m/I_D and the inversion coefficient *IC* is illustrated in Table 2. Column A contains *IC* values from different regions of operation. Column B presents the transconductance efficiency for the different values of *IC*. They are determined graphically from Fig. 6. The values of the corresponding drain currents are presented in column C. They are calculated by using the formula:

$$I_D(Mn) = g_m(Mn)/\left(g_m / I_D\right).$$

In column D are presented the products of *IC* and the moderate inversion characteristic current I_0. Column E shows the corresponding results for W/L ratio:

$$\left(W / L\right)_n = I_D(Mn)/(IC \cdot I_0).$$

Column F presents the obtained results for channel width

$$W(Mn), \mu m = \left(W / L\right)_n \cdot 8L_{\min} = \left(W / L\right)_n \cdot 0.36$$

The columns F and G present the results from simulation of the amplifier on Fig.2 with calculated values of $I_D(Mn)$ and W(Mn). The obtained gain is between 63.6 and 265.4 – very close to the results in Table 1. The term of reference for f_u>5MHz is fulfilled for the entire input voltage range except for *IC*=0.001. The last is due to the excessive levels of the values of parasitic capacitances of the sized transistor with W=1832μm and L=360nm. The conclusion is that the explored approach is effective in all regions of operation of the transistor from *IC*=0.01 up to *IC*=60.

Table 2. Results of sizing the transistor by using g_m/I_D vs *IC* graph.

A	B	C	D	E	F	G	H
IC	g_m/I_D	***I_D(Mn)***	IC*Io	$(W/L)_n$	***W(Mn), μm***	**f_u, MHz**	**A_u**
0.001	23.860	***7.125E-06***	1.400E-09	5089.211	***1832.116***	**4.05**	**196.4**
0.01	22.580	***7.529E-06***	1.400E-08	537.770	***193.597***	**5.20**	**232.1**
0.1	20.574	***8.263E-06***	1.400E-07	59.020	***21.247***	**5.37**	**247.8**
0.5	18.360	***9.259E-06***	7.000E-07	13.228	***4.762***	**5.40**	**263.7**
1	16.645	***1.021E-05***	1.400E-06	7.295	***2.626***	**5.40**	**265.4**
5	10.450	***1.627E-05***	7.000E-06	2.324	***0.837***	**5.42**	**221.9**
8	8.360	***2.033E-05***	1.120E-05	1.816	***0.654***	**5.43**	**195.1**
10	7.420	***2.291E-05***	1.400E-05	1.637	***0.589***	**5.42**	**180.8**
20	4.800	***3.542E-05***	2.800E-05	1.265	***0.455***	**5.41**	**136.5**
30	3.600	***4.722E-05***	4.200E-05	1.124	***0.405***	**5.40**	**113.8**
40	2.900	***5.862E-05***	5.600E-05	1.047	***0.377***	**5.37**	**99.2**
50	2.400	***7.083E-05***	7.000E-05	1.012	***0.364***	**5.41**	**84.9**
60	2.050	***8.293E-05***	8.400E-05	0.987	***0.355***	**5.43**	**63.6**

The results are presented graphically on Fig.7. They are similar to the results shown on Fig.4.

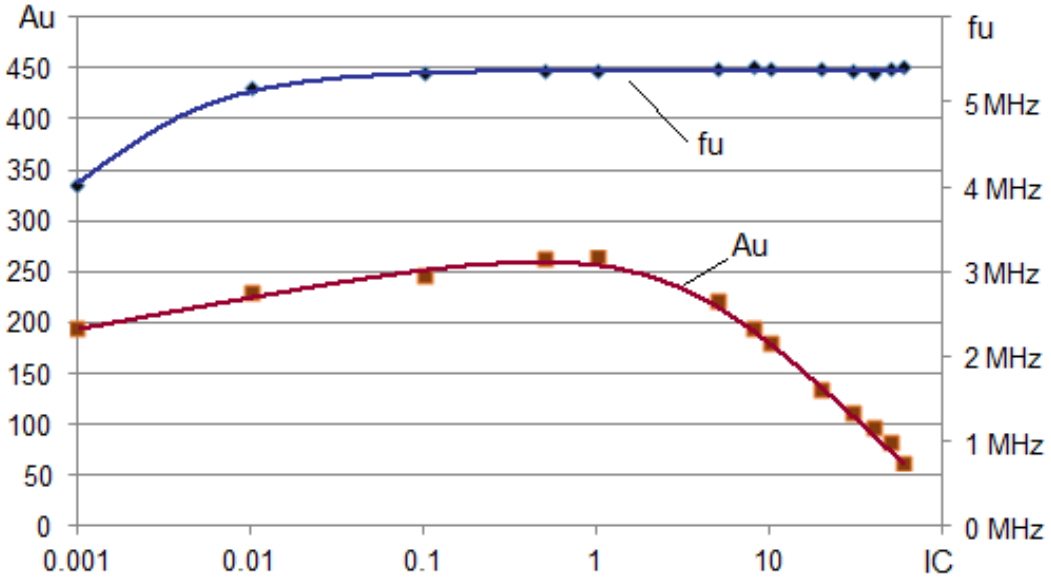


Fig.7. Results from simulations of amplifier for different values of *IC*.

CONCLUSIONS

The paper studies an experimental approach for application of g_m/I_D based sizing methodology. To this aim two procedures for sizing the classical common source amplifier by using two type transconductance efficiency graphs are developed and performed.

The first type is based on transconductance efficiency g_m/I_D vs overdrive voltage U_{ov} chart (Fig.3.a). Normalized drain current I_D/W vs overdrive voltage U_{ov} characteristic (Fig.3.b) is used, as well. The values of drain current $I_D(Mn)$ and channel width W(Mn) are calculated and applied in simulations. For values of overdrive voltage U_{ov} in the range between -0.2V and 0.7V were obtained excellent results (Table 1).

The second type graph is based on the transconductance efficiency g_m/I_D vs the inversion current *IC* (Fig.5). The calculated values of the current $I_D(Mn)$ and the channel width W(Mn) determine very good simulation results (Table 2), which confirm the effectiveness of the method.

Graphical representation and comparison of the results from investigations show a good similarity between both approaches (Fig.4 and Fig.7).

The general conclusion is that the use of g_m/I_D approach allows precise MOS design from weak through strong inversion and velocity saturation, and ensures utilization of MOS transistor in all regions of operation.

REFERENCES

[1] Phillip E. Allen, Douglas R. Holberg, CMOS Analog Circuit Design, 2nd Edition. Oxford University Press, 2002

[2] Tony Chan Carusone, David Johns, Kenneth Martin, Analog Integrated Circuit Design 2nd Edition, John Wiley and sons, 2012

[3] Willy M. C. Sansen, Analog Design Essentials, First Edition, Springer, 2006

[4] Willy Sansen. Analog CMOS from 5 Micromerer to 5 Nanometer. 2015 IEEE International Solid-State Circuits Conference, Digest of Technical Papers, Pages1-6.

[5] Annema, Anne-Johan; Nauta, Bram; Langevelde, van Ronald; Tuinhout, Hans Analog Circuits in Ultra-Deep-Submicron CMOS, IEEE journal of solid-state circuits, 2005, Vol. 40, p.132-143

[6] Jespers, P.: The gm/ID Methodology a Sizing Tool for Low-Voltage Analog CMOS Circuits: The Semi-Empirical and Compact Model Approaches, 1st edn. Springer, Berlin. 2009

[7] W. Sansen. Minimum Power in Analog Amplifying Blocks: Presenting a Design Procedure. IEEE Solid-State Circuits Magazine, 2015, Volume: 7, Issue: 4, Pages: 83-89

[8] Boris Murmann, EE214B Advanced Analog Integrated Circuit Design *https://coursework.stanford.edu/*

[9] Bernhard Boser, Analog Circuit Design with Submicron Transistors, *http://www.ecs.umass.edu/ece/ece697bb/Handouts_697BB/May1905.pdf*

[10] Predictive Technology Model (PTM) website. *http://ptm.asu.edu/*

[11] Manolov, E. D. Performance investigation of deep and ultra-deep submicron

CMOS transistors in analog circuit design. ELEKTROTECHNICA & ELEKTRONICA E+E, 2016, Vol. 51, No 1-2, pp. 47-53.

[12] Daniel Foty, Matthias Bucher, and David Binkley, Re-Interpreting of the MOS Transistor via the Inversion Coefficient and the Continuum of g_{ms}/I_D, The 9th IEEE International Conference on Electronics, Circuits and Systems ICECS 2002, Dubrovnik, Croatia

[13] Reid Harrison. MOSFET Operation in Weak and Moderate Inversion, *http://www.ece.utah.edu/~harrison/ece5720/Subthreshold.pdf*

Author: Emil Dimitrov Manolov, Associate Professor, PhD, Department of Electronics, Faculty of Electronic Engineering and Technologies, Technical University of Sofia, E-mail address: *edm@tu-sofia.bg*

Received 11 May 2016 **Reviewer:** Assoc. Prof. Dr. Georgi Nikolov

Годишник на Технически Университет - София, том 66, книга 3, 2016
Proceedings of the Technical University of Sofia, Volume 66, Issue 3, 2016

ИЗСЛЕДВАНЕ НА OFDM КОМУНИКАЦИОННИ СИСТЕМИ С 8 И 16 - КРАТНА МОДУЛАЦИЯ И PRS КОДИРАНЕ

Илия Илиев, Станьо Колев, Стойчо Манев

Резюме: *В тази статия са представени изследвания на комуникационни системи с 8 и 16 - кратна модулация, използващи PRS кодиране. Анализът е фокусиран върху зависимостите на BER от отношението Eb/No при различни стойности на параметъра e* (*относителното Доплерово отместване*) *за конкретни полиноми. Тези полиноми биха могли да бъдат използвани в мобилни комуникационни системи с висока скорост за намаляване на последиците на Доплеровият ефект.*

Ключови думи: *PRS системи, Корелативно кодиране*

ANALYSIS OF OFDM COMMUNICATION SYTEMS WITH 8 AND 16 ARY MODULATION USING PRS CODING

Ilia Iliev, Stanio Kolev, Stoicho Manev

Abstract: *In this article analysis of communication systems with 8 and 16 ary modulation, using PRS coding, is presented. The analysis is focused on the relations BER from Eb/No by fixed values of the parameter "e" and concrete polynomials. These polynomials could be used in mobile communication systems with high speed to reduce the Doppler Effect.*

Keywords: *PRS systems, Correlative coding.*

1. ВЪВЕДЕНИЕ

OFDM (Orthogonal frequency-division multiplexing) е основен метод за формиране на сигналите в съвременните безжични комуникационни системи и мрежите за радио достъп, като например WiFi подстандарти 802.11.a,g,n, цифрова телевизия и радиомрежи от четвърто поколение WiMAX, LTE и др. Това се основава на факта, че OFDM дава възможност на компенсиране и намаляване на множество нежелани ефекти породени от мобилните комуникационни. Недостатъци на OFDM системите са, че те са податливи на [2]: фазови шумове, честотно отместване (frequency offset), дължащо се на разликите между честотите на носещия сигнал, излъчван от предавателя и хетеродина на приемника или Доплеров ефект, времезакъснение, породено от многолъчевото разпространение.

© 2016 Publishing House of Technical University of Sofia
All rights reserved

ISSN 1311-0829

Методите за намаляване на ICI са :

а) оценка на честотното отместване и последваща корекция;

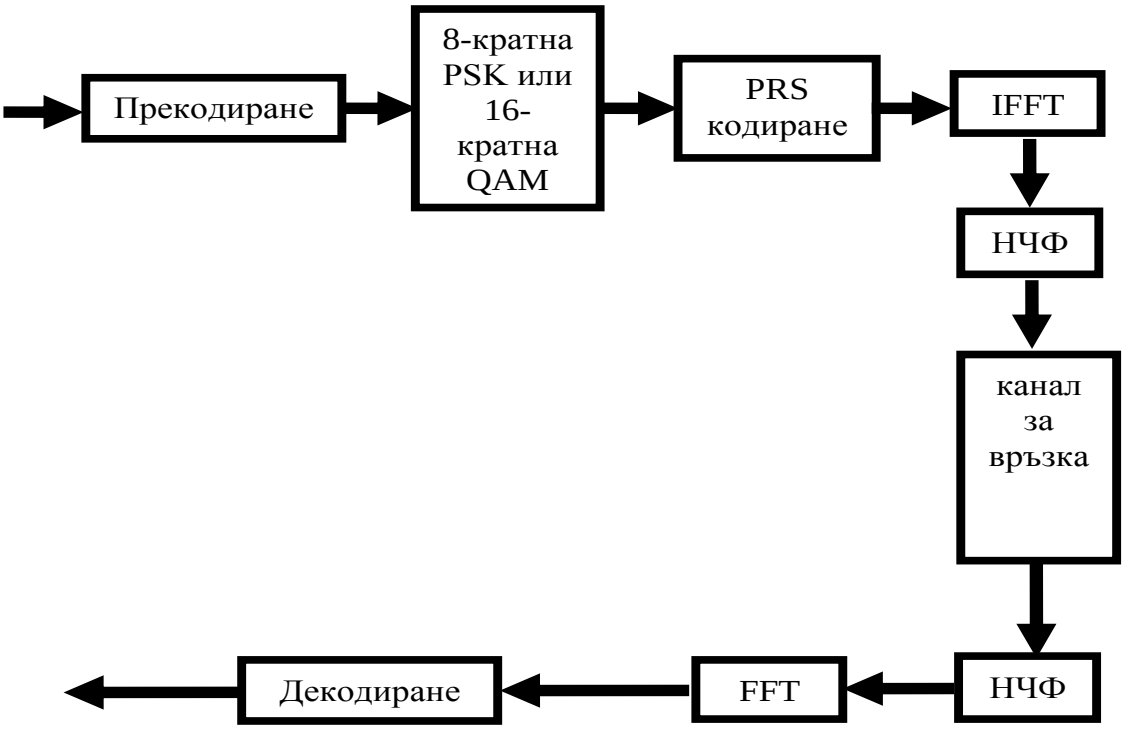
б) корелативно кодиране;

в) метод, използващ комплексно спрегнати компоненти и др.

Основната цел на корелативното кодиране е повишаване на спектралната ефективност [1], [4]. Освен за това, в множество публикации [9-12] се предлага да се използва корелативно кодиране за намаляване на ICI при OFDM в резултат на доплеровото отместване, породено в мобилните комуникационни канали. В [5, 7] е предложен метод за синтез на оптимални PRS кодове, с които се намалява ICI в OFDM системи при голямо честотно отместване. На базата на предложения метод Maximum Likelihood Sequence Detection (MLSD) се постига по добра шумоустойчивост на OFDM системата в сравнение със случаите без корелативно кодиране. В [5,7] и [4,6] са показани резултати за BPSK и QPSK модулации. Тази работа доразвива [4] и [6]. На базата на предложените в [7] оптимални PRS кодове са направени допълнителни изследвания на зависимостта коефициента на двоична грешка BER (Bit Error Rate) от отношението сигнал шум и относителното честотно отместване. Тествани са 8PSK, 16QAM модулации с генериращи полиноми на оптимални PRS кодове от трета и четвърта степен.

2. СИМУЛАЦИОНЕН МОДЕЛ НА СИСТЕМАТА

На фиг.1 е показана блокова схема на PRS-OFDM система [4]



Фиг.1. Блокова схема на PRS-OFDM система (б)

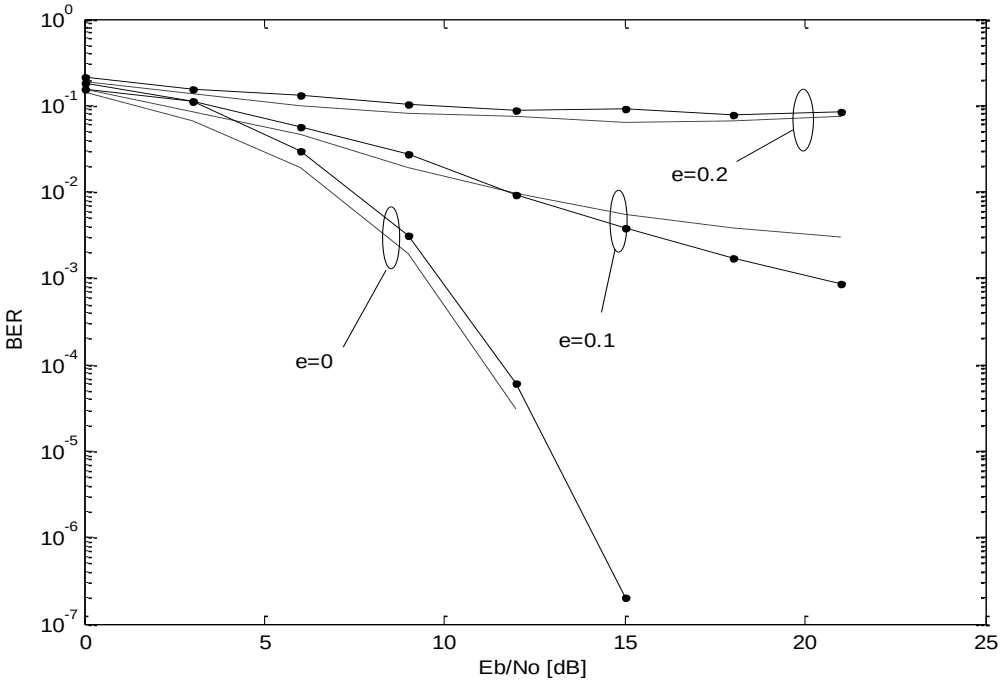
Информацията, постъпваща на входа на предавателя, се прекодира с помощта на коефициентите на PRS полинома и сума по модул 2.

Чрез блока модулация означен с 8-кратна PSK или 16-кратна QAM се извършва модулацията, а в следващият блок се извършва PRS (корелативно) кодиране с

полиноми с различни коефициенти. Следващите блокове са IFFT (Обратно Фурие Преобразуване) с 8PSK, 16QAM модулация, при канал за връзка с AWGN шум и относително честотно отместване „**e”** и FFT (Право Фурие Преобразуване), което всъщност е една типична OFDM система. Декодирането се извършва с декодер MLSD (Maximum Likelihood Sequence Detector) използващ Витерби алгоритъм.

3. РЕЗУЛТАТИ

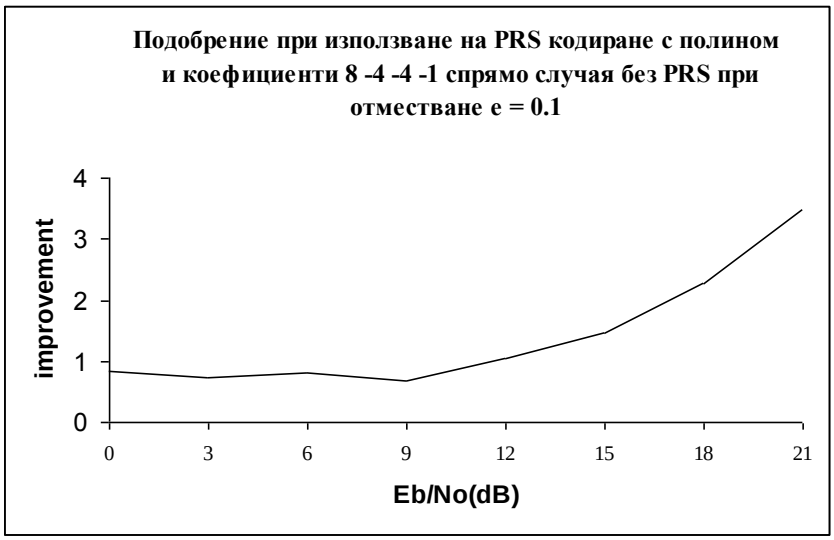
Чрез симулационен модел на PRS - OFDM система са направени съответните симулационни експерименти. Моделът е в основна честотна лента. Изследван е параметърът BER за PRS - OFDM система с M кратна модулация при изменение на отношение сигнал/шум при канал за връзка с AWGN шум и относително честотно отместване. Броят на IFFT точките е N = 128. Получените резултати са показани по-долу:



Фиг.2.

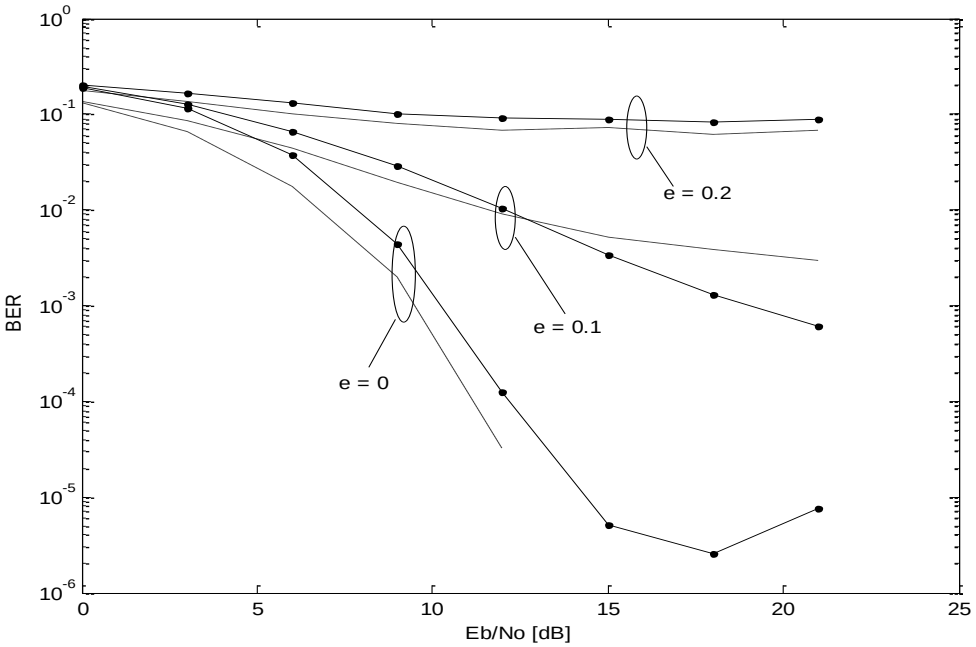
На фиг.2 с пунктирана линия са показани резултатите за OFDM система без използване на PRS, а с черен цвят зависимостта на BER от Eb/No при използване на 8PSK модулация и PRS кодиране с полином с коефициенти 8 -4 -4 -1. Има подобрение на BER от Eb/No при използване на PRS кодиране и e = 0,1.
Подобрението става очевидно за стойности на Eb/No над 12dB.
При отношение Eb/No = 15dB и e = 0,1 за случая без PRS BER= 0,0055 докато в случая с използване на PRS с полином с коефициенти 8 -4 -4 -1 BER възлиза на 0,0038 , т.е има подобрение 1.4550 пъти.
Съответно за Eb/No = 18dB и e = 0,1 за случая без PRS BER= 0,0039 докато в случая с използване на PRS с полином с коефициенти: 8 -4 -4 -1 BER = 0,0017. Наблюдава се подобрение 2.27 пъти.
При Eb/No = 21dB и e = 0,1 при система без използване на PRS BER = 0,0030, а когато се използва PRS с полином с коефициенти: 8 -4 -4 -1 BER = 0,0009. По-

лучава се подобрение 3.49 пъти
Очевидно с нарастване на стойността на отношението Eb/No нараства и подобрението при използването на PRS кодиране с конкретния полином.



Фиг.3.

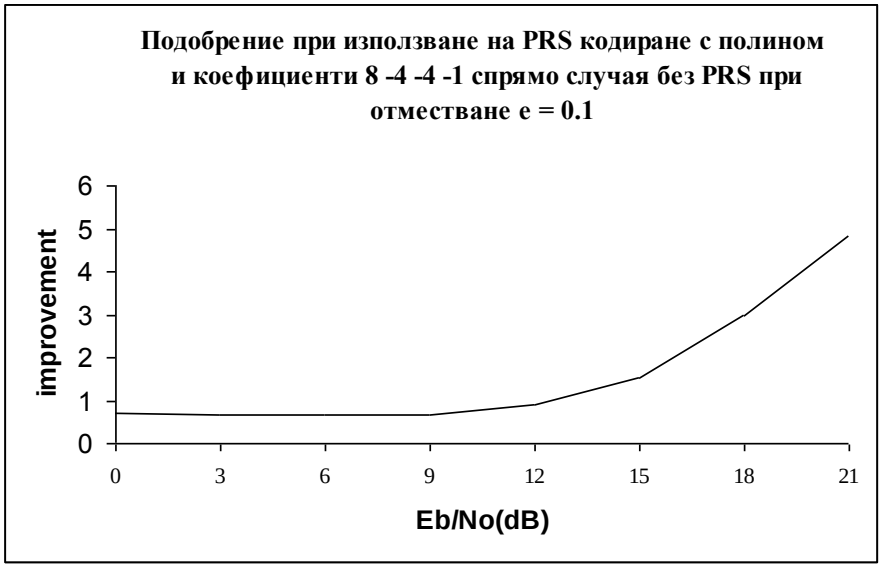
Следващите изследвания са проведени с помощта на полином от вида: 8 -4 -4



Фиг.4.

При използване на PRS кодиране с полином с коефициенти: 8 -4 -4 се получават резултати показани на фиг.4 за OFDM системи без използване на PRS с пунктирана линия, а с черен цвят зависимостта на BER от Eb/No при използване на 8 PSK модулация. При относително честотно отместване e равно на 0,1 за стойности на отношението Eb/No надхвърлящо 14 dB става явно, че при използването на PRS кодиране с полином от вида [8 -4 -4] BER е с по-малки стойности спрямо случая, когато не се използва PRS кодиране. При e = 0.1 и отношение Eb/No=15dB при липса на PRS кодиране стойността на BER е 0,0053 , докато при наличие на такова с полином от вида [8 -4 -4] стойността на BER възлиза

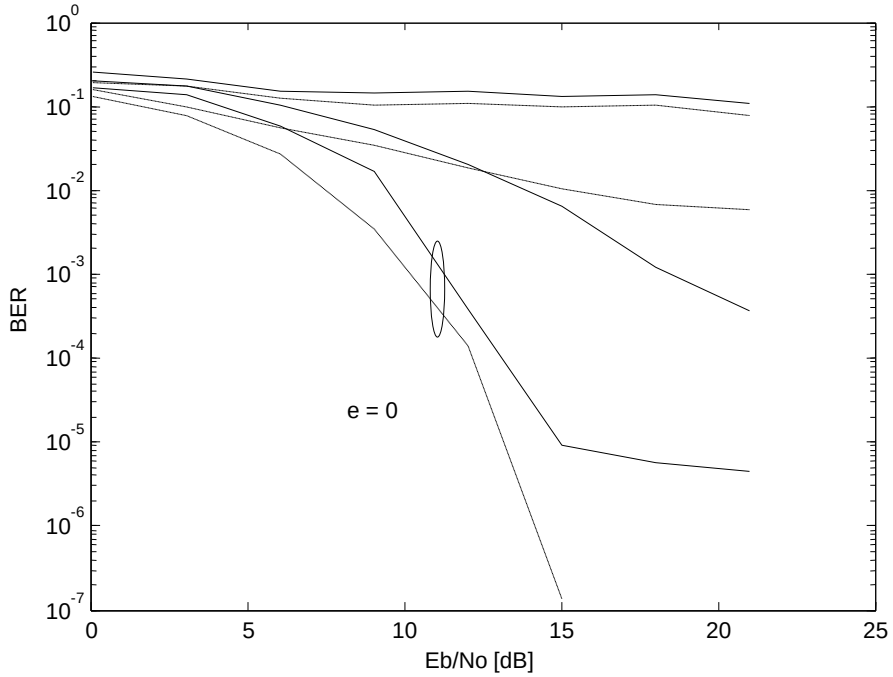
на 0.0034. Подобрението е над 1.4 пъти. При отношение Eb/No=18dB и при липса на PRS кодиране стойността на BER е 0,0039, а при използване на PRS кодиране BER = 0.001. Подобрението е над 2.6 пъти. При отношение Eb/No=21dB и при липса на PRS кодиране стойността на BER е 0.003, докато при наличие на кодиране с полином от вида [8 -4 -4] BER = 0.0006 . Подобрението е повече от 4 пъти.



Фиг.5.

На фиг.5 е представена зависимостта на подобрението при отместване 0.1 във функция от отношението Eb/No.

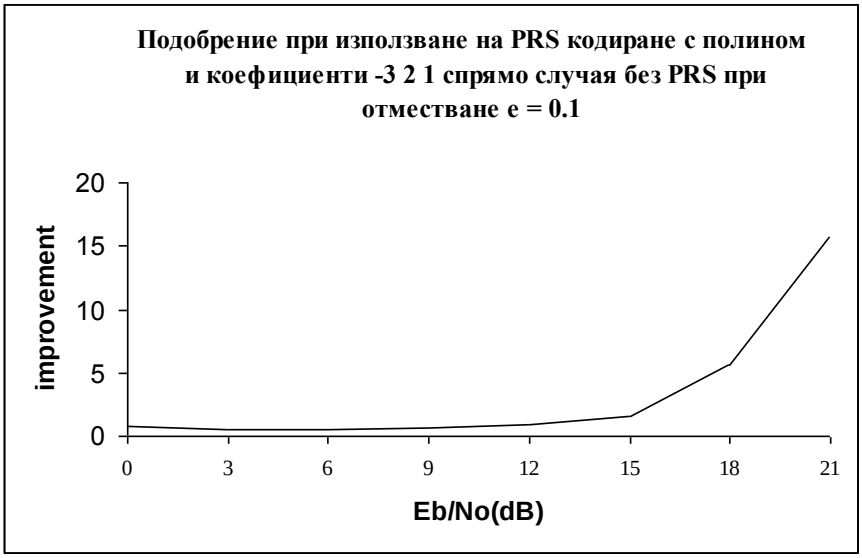
Следващите изследвания касаят полином от вида -3 2 1



Фиг.6.

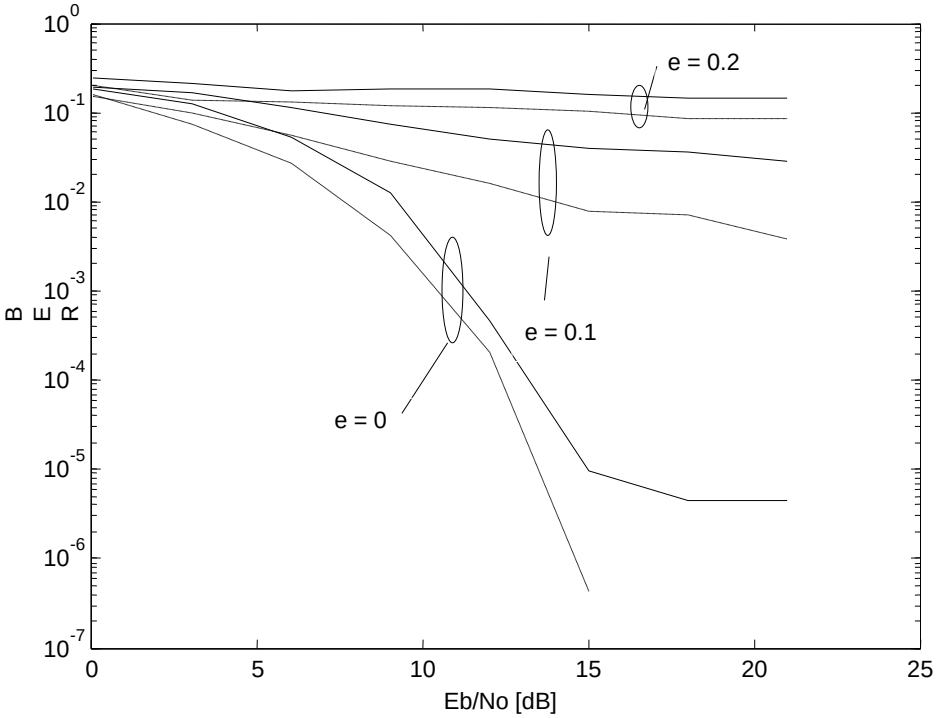
С пунктирана линия са показани резултатите без използване на PRS, а с черен цвят зависимостта на BER от Eb/No при използване на 16QAM модулация и PRS кодиране с полином с коефициенти: -3 2 1.От фиг.6 е видно, че при отместване e = 0.1 при отношение Eb/No по-голямо от 14 се наблюдава подобрение по

отношение на BER при условие, че се използва PRS кодиране спрямо случая, когато не се прилага PRS кодиране. Графично това подобрение е отразено на фиг.7.



Фиг.7.

Друг полином, представляващ обект на изследване в настоящата работа, е от вида: 3 2 -1. Графичните зависимости са показани на фиг.8.



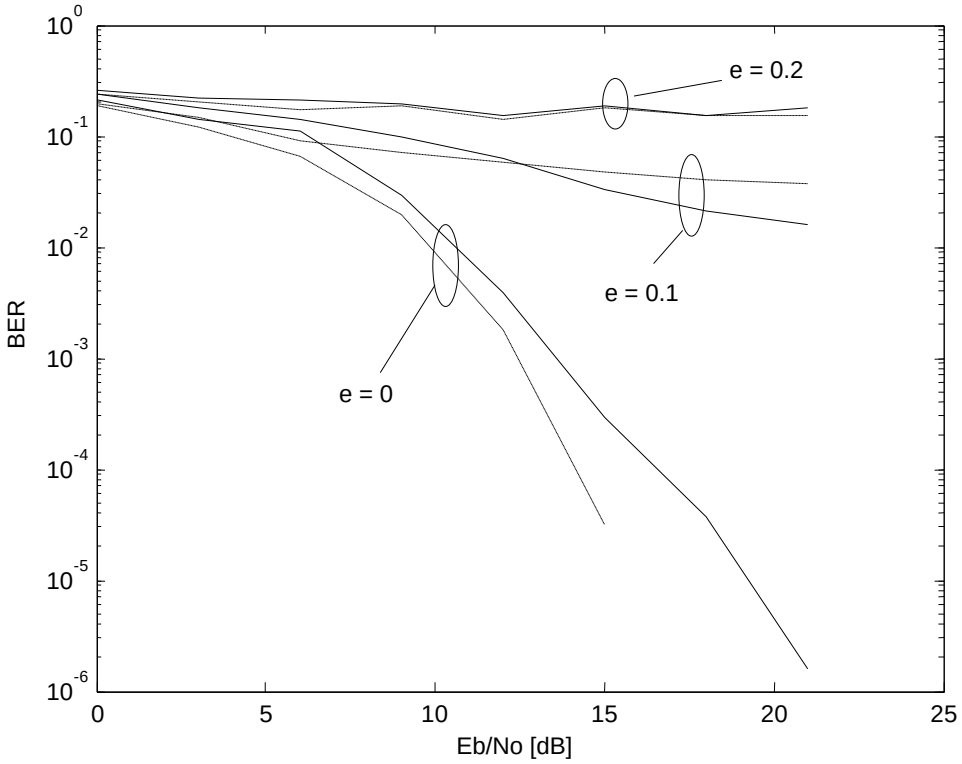
Фиг.8.

С пунктирана линия са показани резултатите без използване на PRS, а с черен цвят зависимостта на BER от Eb/No при използване на 16QAM модулация и PRS кодиране с полином с коефициенти 3 2 -1.

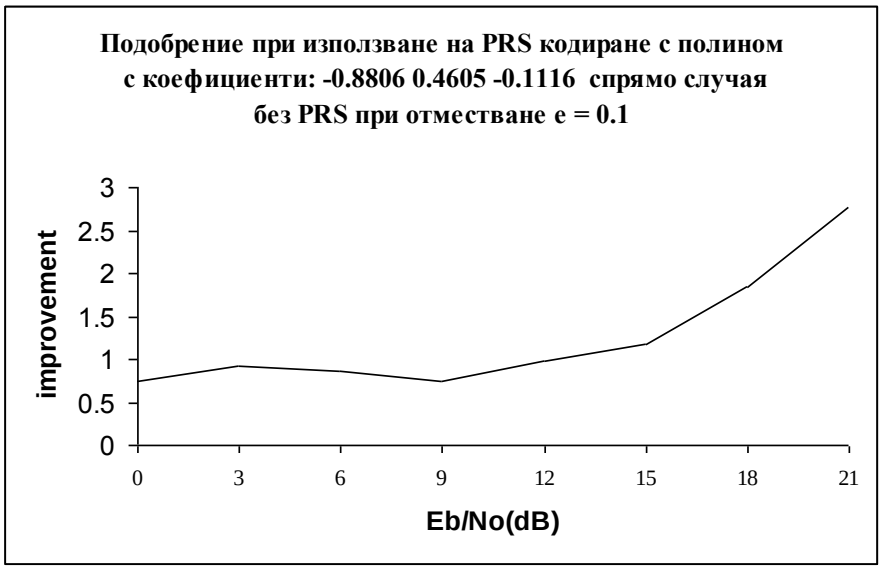
Очевидна е липсата на подобрение при използване на PRS кодиране с полином с посочените коефициенти.
Следващото изследване се отнася до полином с коефициенти:

-0.8806 0.4605 -0.1116.

На фиг.9 са представени графичните зависимости на BER като функции на BER при различни стойности за отместването „e”.



Фиг.9.



Фиг.10.

За случая, когато e = 0.1 и е налице PRS кодиране с полином с коефициенти :

-0.8806 0.4605 -0.1116 .

При отношение Eb/No = 15 dB при използване на PRS кодиране спрямо случая,

когато не се използва PRS кодиране подобрението възлиза на 1.711 пъти.
При отношение Eb/No = 18 dB подобрението е 1.8382 пъти.
При отношение Eb/No = 21 dB подобрението е 2.7892 пъти.
Подобрението като функция на отношението Eb/No в dB е показно на горната фиг.10.

4. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Изследвани са OFDM комуникационни системи с PRS кодиране, използващи полиноми от по-висок ред. Те могат да бъдат използвани в мобилни системи, изискващи високи скорости и големи стойности на Доплеровото отместване (e = 0,1), за минимизиране на интерференцията между подносещите трептения в OFDM системите. Също така тези кодове могат да се използват за компресиране на информацията в записващи и възпроизвеждащи магнитни и оптични устройства.

ЛИТЕРАТУРА

[1] Miftahur Rahman, Preyom Kanti Dey, and M. F. Rabbi Ur Rashid "Improved ICI Self Cancellation Scheme for Phase Rotation Error Reduction in OFDM System "International Journal of Information and Electronics Engineering, Vol. 2, No. 2, March 2012

[2] Sanjiv Kumar "BER Analysis of OFDM Digital Communication Systems with Improved ICI Cancellation Technique" International Journal of Intelligent Systems and Applications (IJISA), Vol. 6, No. 4, March 2014

[3] Abhijeet Bishnu, Anjana Jain, Anurag Shrivastava, "ICI Mitigation Techniques in OFDM System" International Journal of Electronics Communication and Computer Engineering,Volume 4, Issue 1, (Print): 2278–4209

[4] Ilia Iliev, Stanio Kolev and Stoicho Manev "BER simulation analysis of PRS - OFDM systems with MLSD" ICEST 2012, Veliko Tyrnovo

[5] Ilia lliev, Stanio Kolev, Stoicho Manev, „Synthesis of optimal PRS codes for OFDM systems with MLSD detection" Computer and communications engineering, 2012

[6] Stanio Kolev, Ilia Iliev, and Stoicho Manev '' Study of ICI in PRS - OFDM systems'' ICEST 2012 Veliko Tyrnovo

[7] Ilia lliev, Stanio Kolev, Stoicho Manev „Reduction of the frequency offset influence in OFDM using an optimal PRS coding and MLSD", IJRCCT, Volume 4, Issue 1, January 2014, ISSN (Online) 2278-5841

[8] Y. Zhao and S.-G. Haggman, "Intercarrier interference self-cancellation scheme for OFDM mobile communications systems," IEEE Trans. Commun., vol. 49, no. 7, pp. 1185-1191, July 2001.

[9] Zhao Y.,Jean-Damien L., and Sven-Gustav H.,"Intercarrier Interference Compression in OFDM Comminication Systems by using Correlative Coding",IEE Commun. Lett.,vol 2,pp.1089-7798, August 1998

[10] Yuping Zhao And Haggman, S.G, "A Study Of Using Correlative Coding In OFDM Communication Systems,'' In Proc. Int. conf. On communications (ICT'98), Port0 Carras, Greece, 1998, pp 380-384

[11] Sharifah Kamilah Yusof and Norsheila Fisal "Correlative Coding with Clipping and Filtering Technique in OFDM Systems" ICICS – PCM 2003 15-18 December 2003 Singapore

[12] Husna, A.N.; Kamilah, S.Y.S.; Ameruddin, B.; Mazlina, E."Intercarrier interference (ICI) analysis using correlative coding OFDM system "RF and Microwave Conference, 2004. RFM 2004. Proceedings

[13] Станьо Колев, дисертационен труд на тема: „Корелационни методи за предаване на данни" 2013.

Автори: Илия Илиев, доц. д-р, катедра „Радиокомуникации и Видеотехнологии", Факултет по телекомуникации, Технически университет София, E-mail address: *igiliev@tu-sofia.bg*; Станьо Веселинов Колев, гл. ас. д-р, катедра „Радиокомуникации и Видеотехнологии", Факултет по телекомуникации, Технически университет София, E-mail address: *skolev@tu-sofia.bg*; Стойчо Велизаров Манев, гл. ас. д-р, катедра „Радиокомуникации и Видеотехнологии", Факултет по телекомуникации, Технически университет София

Постъпила на 13.11.2015 г. **Рецензент:** доц. д-р Калин Димитров

ИЗСЛЕДВАНЕ НА OFDM КОМУНИКАЦИОННИ СИСТЕМИ С 32-КРАТНА МОДУЛАЦИЯ И PRS КОДИРАНЕ

Илия Илиев, Станьо Колев, Стойчо Манев

Резюме: *В тази статия са представени изследвания на комуникационни системи с 32-кратна модулация, използващи PRS кодиране. При мобилните комуникационни системи, при които връзката се осъществява между абонати, движещи се с висока скорост, на преден план изпъква проблемът свързан с Доплеровият ефект. За преодоляването му би могло да се приложи PRS кодиране. В настоящата статия се третират въпросите, отнасящи се до зависимостта на BER спрямо отношението Eb/No при системи с 32-кратна модулация. Направено е сравнение между случаите, когато се използва PRS кодиране и при липса на такова*
Ключови думи: *PRS системи, Корелативно кодиране*

ANALYSIS OF OFDM COMMUNICATION SYSTEMS WITH 32-ARY MODULATION USING PRS CODING

Ilia Iliev, Stanio Kolev, Stoicho Manev

Abstract: *In this article analysis of communication systems with 32-ary modulation, using PRS coding, is presented. In mobile systems, where the communication is realized between subscribers, moving with high speed, the main problem is in consequence of the Doppler effect. For solving this problem PRS coding could be applied. In the presented paper the problems, concerning the dependence of the BER from the Eb/No in systems, using 32-ary modulation, have been discussed. It has been made comparison between systems with and without PRS coding.*
Keywords: *PRS systems, Correlative coding.*

1. ВЪВЕДЕНИЕ

Изследванията, включени в настоящата статия касаят мобилни OFDM комуникационни системи, използващи 32-кратна модулация. Те се явяват естествено продължение на изследванията, направени в дисертационния труд [13].

Един от основните проблеми при OFDM системите е свързан с нарушаване на ортогоналността между отделните подносещи и като краен ефект появата на интерференция между тях (ICI – Inter Carrier Interference), което пък от своя страна би влошило нормалното функциониране на приемо - предавателната система. ICI, дължаща се на фазовия шум и времевите отклонения (timing offset) може да бъде компенсирана и отстранена напълно [1]. Поради случайния характер на

© 2016 Publishing House of Technical University of Sofia
All rights reserved
ISSN 1311-0829

Доплеровия ефект намаляването на интерференцията между отделните подносещи в сигнала (ICI) е усложнено. Сравнително прост и изключително ефективен метод за справяне с проблема на интерференцията между отделните подносещи е т.н. self cancellation [8]. Този подход води до съществено намаляване на ICI, но за сметка намаляването на скоростта на предаване. Много важно преимущество на този метод се явява възможността за намаляване на нежеланото влияние от Доплеровия ефект [2]. Друг възможен подход представлява PRS кодирането. Именно на него са посветени изследванията в настоящата статия.

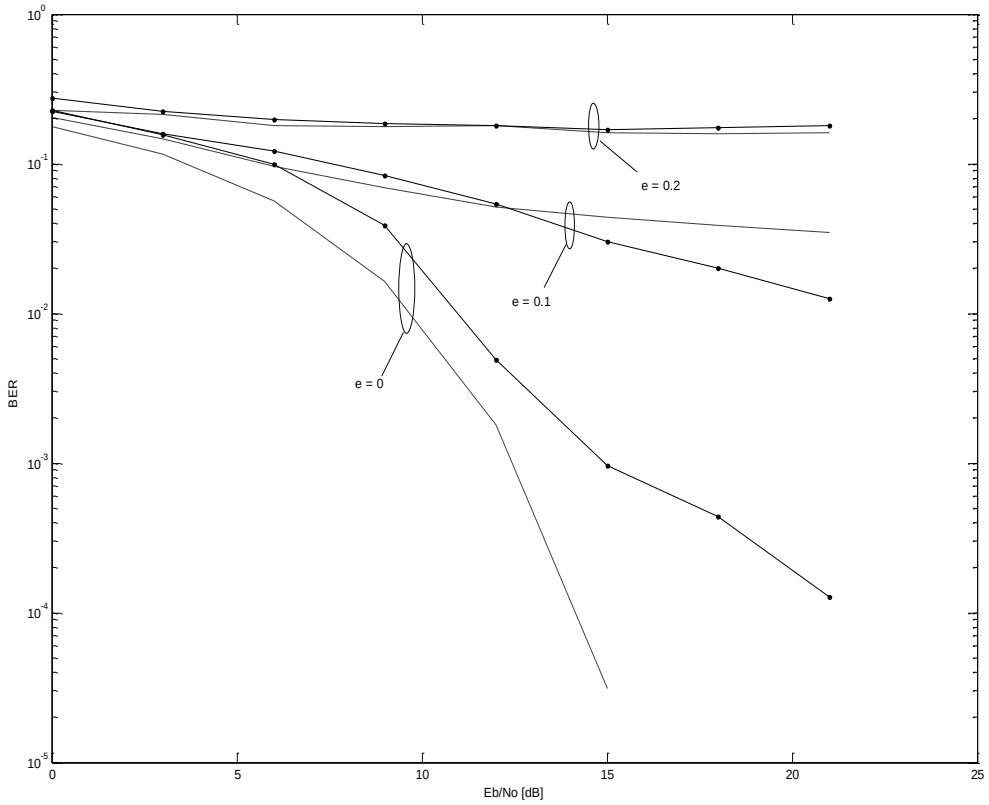
2. АЛГОРИТЪМ, ОПИСВАЩ РАБОТАТА НА СИСТЕМАТА

I. Първият етап включва прекодиране на постъпващия цифров поток, изпълняващ функцията на полезна информация .
II. При следващия стадий се осъществява 32-QAM модулация.
III. При системи, използващи PRS кодиране то се извършва в настоящия етап от алгоритъма като за целта се използва подходящ полином.
IV. Осъществява се обратното преобразуване на Фурие.
V. Моделира се каналът за връзка.
VI. Извършва се право преобразуване на Фурие.
VII. Осъществява се декодиране.

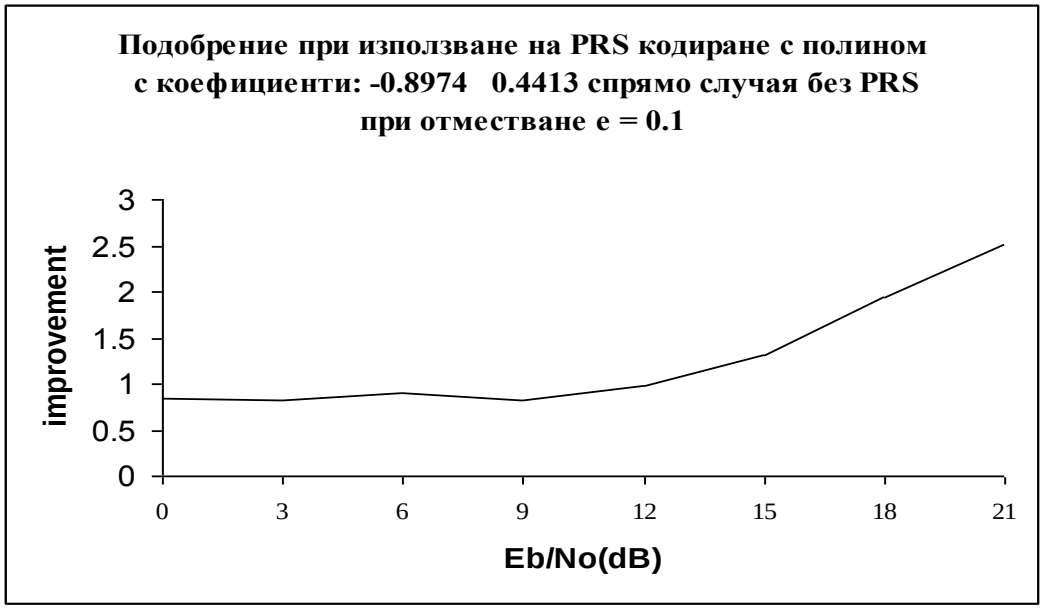
3. РЕЗУЛТАТИ

Симулационните експерименти в настоящата работа са направени в основна честотна лента. Изследван е параметърът BER за PRS - OFDM система с 32 QAM модулация във функция от отношението Eb/No. В моделирането на канала за връзка са включени: AWGN шум и относително честотно отместване. Броят на IFFT точките е N = 128. При кодирането, осъществявано в етап III от алгоритъма, представен в точка 2, са подбрани полиноми със следните коефициенти:
При първите изследвания е използван полином с коефициенти: - 0,8974 0,4413.
Анализирани са зависимостите на BER от отношението Eb/No при различни стойности на Доплеровото отместване (0; 0,1; 0,2). От графичните зависимости са намерени тези случаи, при които е оправдано използването на PRS кодиране с оглед намаляването на BER. За конкретния случай (Доплерово отместване 'e' = 0,1) е представено подобрението спрямо случая при липса на PRS кодиране.
Другите изследвания са аналогични на горните, но са проведени при полином с други коефициенти, а именно - 0,8806 0,4605 - 0,1116.
Получените резултати са показани по-долу.
На фиг.1 са представени резултатите без използване на PRS с пунктирана линия, а с плътна черна линия зависимостта на BER от Eb/No при използване на 32-QAM модулация и PRS кодиране с полином с коефициенти: - 0.8974 0.4413.
За случая, когато e = 0.1 , и е налице PRS кодиране с полином с коефициенти -0.8974 0.4413 са налице следните експериментални резултати:
При отношение Eb/No = 15dB и e = 0,1 за случая без PRS кодиране BER = 0,042, докато в случая с използване на PRS кодиране BER възлиза на 0,0319, т.е има подобрение повече от 1.3 пъти. Съответно за Eb/No = 18dB и e = 0,1 за случая без PRS кодиране BER=0,0374, докато в случая с използване на PRS кодиране

BER = 0,0192. Наблюдава се подобрение около 1.9 пъти. При Eb/No = 21dB и e = 0,1 при система без използване на PRS кодиране BER = 0,0327, а когато се използва PRS кодиране BER = 0,0131. Получава се подобрение приблизително 2.5 пъти. Очевидно с нарастване на стойността на отношението Eb/No нараства и подобрението при използването на PRS кодиране с конкретния полином.
Зависимостта на подобрението в зависимост от отношението Eb/No е показана на фиг.2:

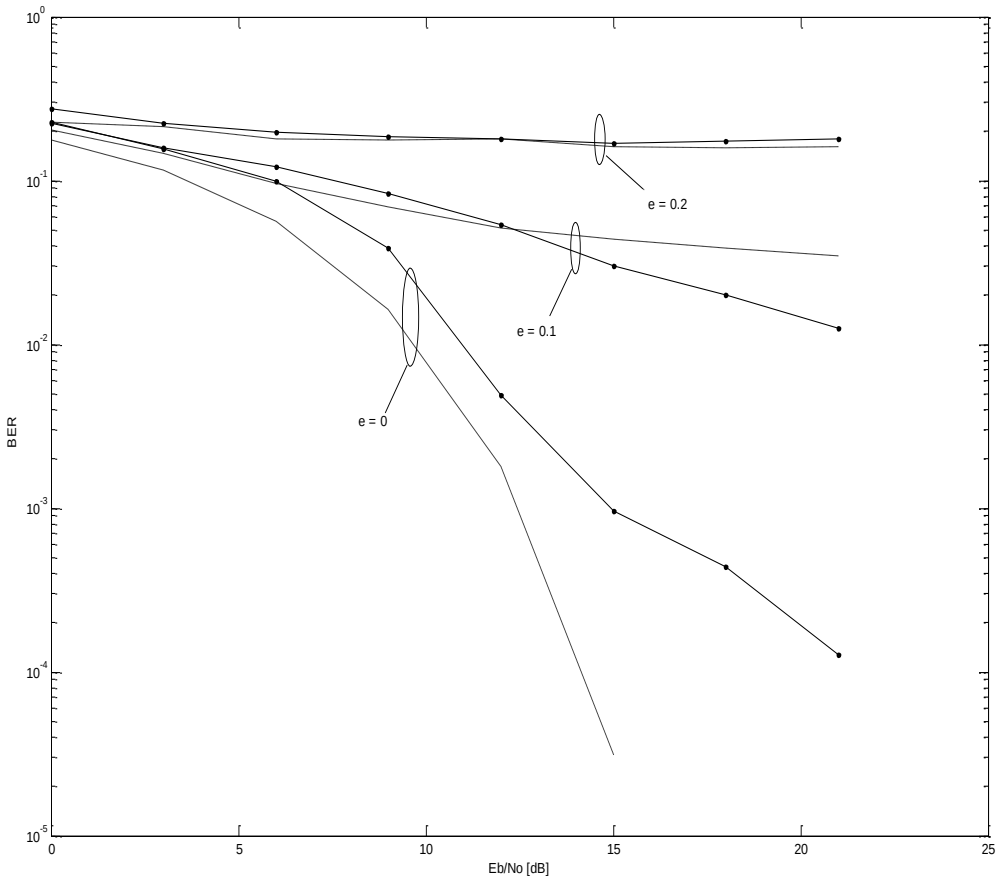


Фиг.1.

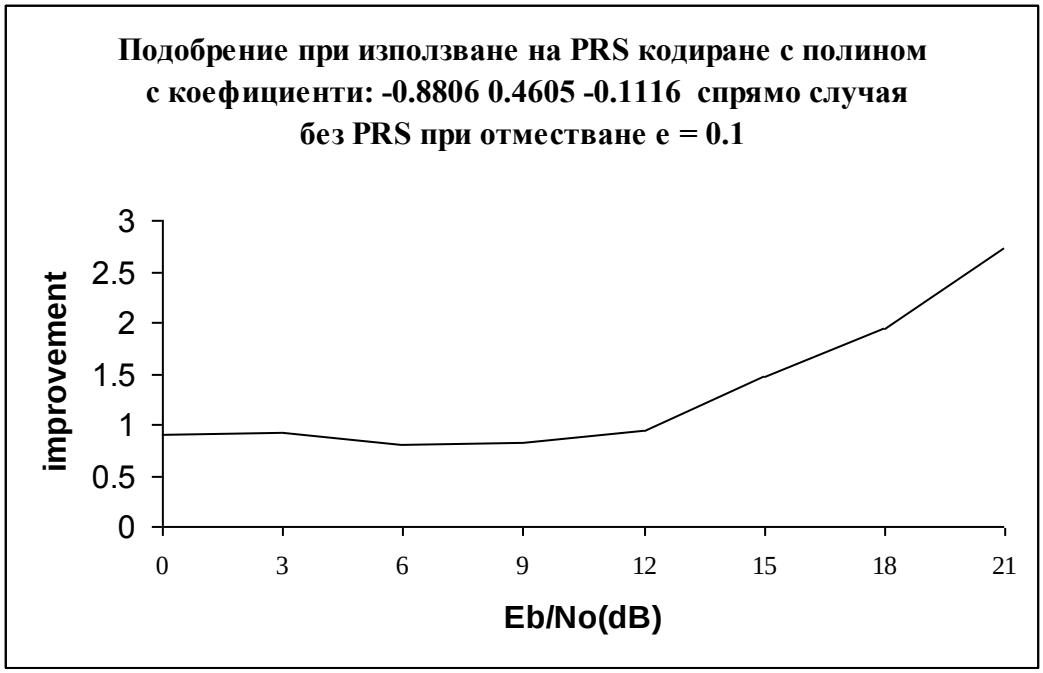


Фиг.2.

Следващите изследвания са проведени, използвайки 32 QAM модулация и полином с коефициенти : - 0,8806 0,4605 - 0,1116



Фиг.3.



Фиг.4.

С пунктирана линия (фиг.3) са показани резултатите без използване на PRS, а с черен цвят зависимостта на BER от Eb/No при използване на 32QAM модулация и PRS кодиране с полином с коефициенти -0.8806 0.4605 -0.1116. Има подобрение на BER изследвано като функция от Eb/No при използване на PRS кодиране при стойност на Доплеровто отместване ‘e’ = 0,1.

При отношение Eb/No = 15dB и e = 0,1 за случая без PRS кодиране BER = 0,0442, докато в случая с използване на PRS кодиране BER възлиза на 0,0301, т.е има подобрение повече от 1,4 пъти. Съответно за Eb/No = 18dB и e = 0,1 за случая без PRS кодиране BER=0,039, докато в случая с използване на PRS кодиране BER = 0,0202. Наблюдава се подобрение около 1,9 пъти. При Eb/No = 21dB и Доплерово отместване 'e’ = 0,1 при система без използване на PRS кодиране BER = 0,0346, а когато се използва PRS кодиране BER = 0,0126. Получава се подобрение над 2,7 пъти. Зависимостта на подобрението от отношението Eb/No при Доплерово отместване със стойност 0,1 e отразена на фиг.4. Видно е, че то нараства с увеличаване на стойността на отношението Eb/No.

4. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Проведените в настоящата статия изследвания се отнасят до OFDM комуникационни системи с PRS кодиране. Засегнат е проблемът, особено актуален при мобилни системи, работещи при сравнително по-високи скорости на отделните абонати. Показно е, че за определени стойности на Доплеровото отместване (‘e’ = 0,1) PRS кодирането се явява ефикасен способ за подобряване на работата на анализираните системи.

ЛИТЕРАТУРА

1 Miftahur Rahman, Preyom Kanti Dey, and M. F. Rabbi Ur Rashid “Improved ICI Self Cancellation Scheme for Phase Rotation Error Reduction in OFDM System “International Journal of Information and Electronics Engineering, Vol. 2, No. 2, March 2012

2 Sanjiv Kumar “BER Analysis of OFDM Digital Communication Systems with Improved ICI Cancellation Technique” International Journal of Intelligent Systems and Applications(IJISA), Vol. 6, No. 4, March 2014

3 Abhijeet Bishnu, Anjana Jain, Anurag Shrivastava, “ICI Mitigation Techniques in OFDM System” International Journal of Electronics Communication and Computer Engineering,Volume 4, Issue 1, (Print): 2278–4209

4 Ilia Iliev, Stanio Kolev and Stoicho Manev, BER simulation analysis of PRS - OFDM systems with MLSD, ICEST 2012, Veliko Tyrnovo

5. Ilia lliev, Stanio Kolev, Stoicho Manev, „Synthesis of optimal PRS codes for OFDM systems with MLSD detection” Computer and communications engineering, 2012

6. Stanio Kolev, Ilia Iliev, and Stoicho Manev, Study of ICI in PRS - OFDM systems, ICEST 2012 Veliko Tyrnovo

7. Ilia lliev, Stanio Kolev, Stoicho Manev „Reduction of the frequency offset influence in OFDM using an optimal PRS coding and MLSD“, IJRCCT, Volume 4, Issue 1, January 2014, ISSN (Online) 2278- 5841

8. Y. Zhao and S.-G. Haggman, Intercarrier interference self-cancellation scheme for OFDM mobile communications systems, IEEE Trans. Commun., vol. 49, no. 7, pp. 1185–1191, July 2001
9. Zhao Y.,Jean-Damien L., and Sven-Gustav H.,"Intercarrier Interference Compression in OFDM Comminication Systems by using Correlative Coding", IEE Commun. Lett.,vol 2,pp.1089-7798, August 1998
10. Yuping Zhao And Haggman, S.G, "A Study Of Using Correlative Coding In OFDM Communication Systems,'' In Proc. Int. conf. On communications (ICT'98), Port0 Carras, Greece, 1998, pp 380-384
11. Sharifah Kamilah Yusof and Norsheila Fisal "Correlative Coding with Clipping and Filtering Technique in OFDM Systems" ICICS-PCM 2003 15-18 December 2003 Singapore
12. Husna, A.N., Kamilah, S.Y.S., Ameruddin, B., Mazlina, E., Intercarrier interference (ICI) analysis using correlative coding OFDM system, RF and Microwave Conference, 2004. RFM 2004. Proceedings
13. Станьо Колев, дисертационен труд на тема: „Корелационни методи за предаване на данни" 2013.

Автори: Илия Илиев, доц. д-р, катедра „Радиокомуникации и Видеотехнологии", Факултет по телекомуникации, Технически университет София, E-mail address: *igiliev@tu-sofia.bg*; Станьо Веселинов Колев, гл. ас. д-р, катедра „Радиокомуникации и Видеотехнологии", Факултет по телекомуникации, Технически университет София, E-mail address: *skolev@tu-sofia.bg*; Стойчо Велизаров Манев, гл. ас. д-р, катедра „Радиокомуникации и Видеотехнологии", Факултет по телекомуникации, Технически университет София

Постъпила на 13.11.2015 г. **Рецензент:** доц. д-р Калин Димитров

ОПРЕДЕЛЯНЕ НА ВРЕМЕВИТЕ ФУНКЦИИ НА ФАЗНИТЕ ПОТОКОСЦЕПЛЕНИЯ И ЕЛЕКТРОДВИЖЕЩИ НАПРЕЖЕНИЯ В СИНХРОННИ ТУРБОГЕНЕРАТОРИ

Пламен Ризов

Резюме: *В доклада е показан алгоритъм за определяне на изменението на фазните потокосцепления Ψ_A, Ψ_B, Ψ_C и потокосцеплениятa в dq-координатна система Ψ_d, Ψ_q, в синхронен турбогенератор с мощност 320 MW и номинално напрежение 20 kV. Алгоритъмът е базиран на числено моделиране на магнитното поле с отчитане на насищането на магнитната верига в турбогенератора. Получени са времевите функции на изменение на потокосцеплениятa. От тях са определени времевите функции на изменение на фазните е.д.н. Изследванията са извършени чрез моделиране на магнитното поле посредством програмния продукт FEMM и собствени програмни модули в средата на Excel за изчисляване на фазните е.д.н. и е.д.н. в dq координатна система.*
Ключови думи: *метод на крайни елементи, турбогенератор, потокосцепления, насищане на стоманата*

DETERMINING THE PHASE FLUX LINKAGE'S TIME FUNCTION AND THE PHASE ELECTROMOTIVE FORCES'S IN TURBO GENERATORS

Plamen Rizov

Abstract: *In the report there is an algorithm given for determining the changes in the phase flux linkages Ψ_A, Ψ_B, Ψ_C and the flux linkages in a dq-coordinate system Ψ_d, Ψ_q, in a synchronous turbo generator with rated power 320 MW and rated voltage 20 kV. The algorithm is based on numeric modeling of the magnetic field with taking in account the saturation of the magnetic circuit in the turbo generator. The time functions are derived from the changes of the flux linkages. From them the time functions of the fluctuations of the phase e.m.f. are defined. The studies are conducted through modeling the magnetic field with the software product FEMM and program modules created in the environment of Excel for the calculation of the phase e.m.f and the e.m.f. in the dq coordinate system.*
Key words*: Finite Element Method* (*FEM*), *synchronous turbo generator, flux linkage, saturation of the steel.*

1. ВЪВЕДЕНИЕ

Големите на синхронни турбогенератори са основен производител на електрическа енергия в енергийната система. Качеството на електрическата енергия,

© 2016 Publishing House of Technical University of Sofia
All rights reserved
ISSN 1311-0829

която те произвеждат определя надеждната работа на сялата система. Един от критериите по които се съди за качеството на произвежданата от тях енергия е нивото на висши хармоници в е.д.н [1]. Наличието на хармоници в е.д.н. на турбогенераторите може да се дължи на допуснати несъответствия в конструкцията им още в процеса на проектиране или получили се по време на експлоатация повреди. Такава повреда е появяването на накъсосъединени навивки във възбудителната им намотка. При паралелна работа с мрежата тази повреда няма да предизвика индуктиране на токове в накъсосъединените навивки на възбудителната намотка, но по отношение на магнитното поле във въздушната междина ще се появи несиметрия. Тя ще доведе до появяване на висши хармоници както на магнитната индукция, така и в е.д.н. на турбогенератора.

Поради изтъкнатите по-горе причини е необходимо да се разработи алгоритъм, чрез който още на етап проектиране на турбогенератора е необходимо да се направи изследване на възможното наличие на висши хармоници в е.д.н [3]. Освен това изучаването на възможната промяна промяната на хармоничния състав на е.д.н. позволява да се разработи защита, която да защищава генераторите от наличие на накъсо съединени навивки във възбудителната намотка. Обикновено тази защита има само сигнализираща функция и не се използва за аварийно изключване на турбогенераторите. За тази цел е необходимо да се определят предварително времевите функции на фазните потокосцепления и е.д.н., използвайки възможностите на метода на крайни елементи.

Целта на настоящия доклад е да се представи разработения алгоритъм, базиран на числено моделиране на магнитното поле в синхронен турбогенератор с отчитане на насищането на магнитната верига, позволяващ получаването на времевите функции на фазните потокосцепления Ψ_A, Ψ_B, Ψ_C и съответните електродвижещи напрежения E_A, E_B, E_C; времевите функции на потокосцепленията в dq-координатна система Ψ_d, Ψ_q..

2. ИЗПОЛЗВАНИ МЕТОДИ ЗА АНАЛИЗ

За определяне на пространственото разпределение на магнитното поле във напречното сечение на синхронния турбогенератор е използва метод на числено моделиране посредством на крайните елементи [2]. За тази цел разработен е 2D модел на поле при последователност от моментни стойности на фазните токове в статорната намотка, които съответстват на поредица последователни положения на статора.

Като обект за изследване е използвани синхронен турбогенератор произведен и експлоатиран в чужбина. Входните данни за изследването са дадени в табл.1.

3. ОБЕКТ НА ИЗСЛЕДВАНЕ

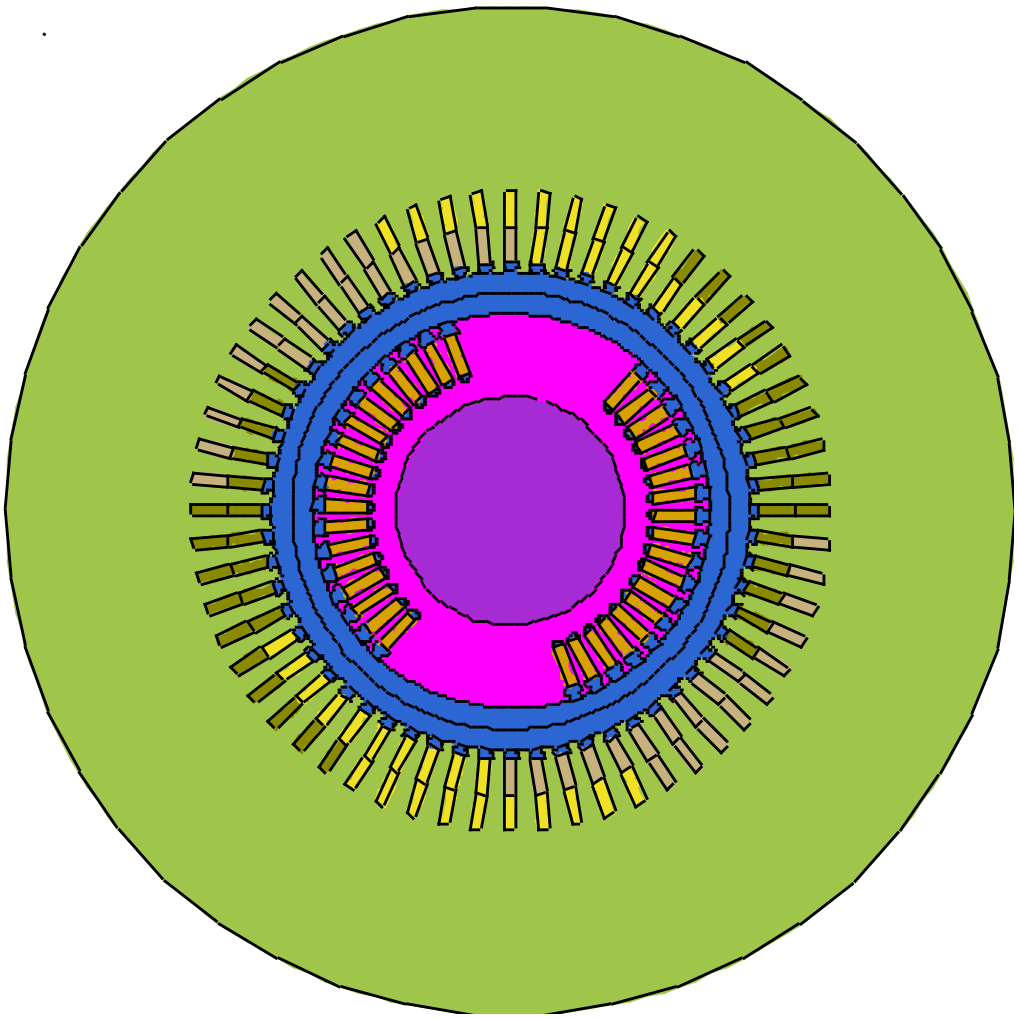
Като обект за изследване е използвани синхронен турбогенератор произведен и експлоатиран в чужбина. Входните данни за изследването са дадени в табл.1.

Таблица 1.

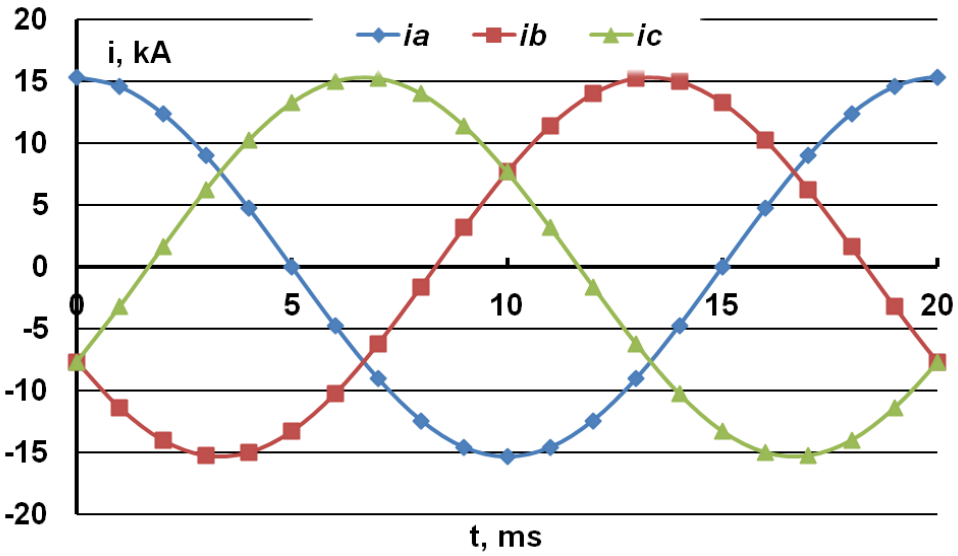
-номинална пълна мощност	MVA	376.5
-номинално напрежение	кV	20
-номинална честота на въртене	min^{-1}	1500
-въздушна междина	mm	70
-аксиална дължина	mm	5363
-външен диаметър на статора	mm	2730
-вътрешен диаметър на статора	mm	1660
-брой на каналите на ротора	-	40
-външен диаметър на ротора	-	1520
-брой навивки в секция на ВН	-	8
-възбудителен ток в номинален режим	A	3700

4. РАЗРАБОТЕНИ ЧИСЛЕНИ МОДЕЛИ

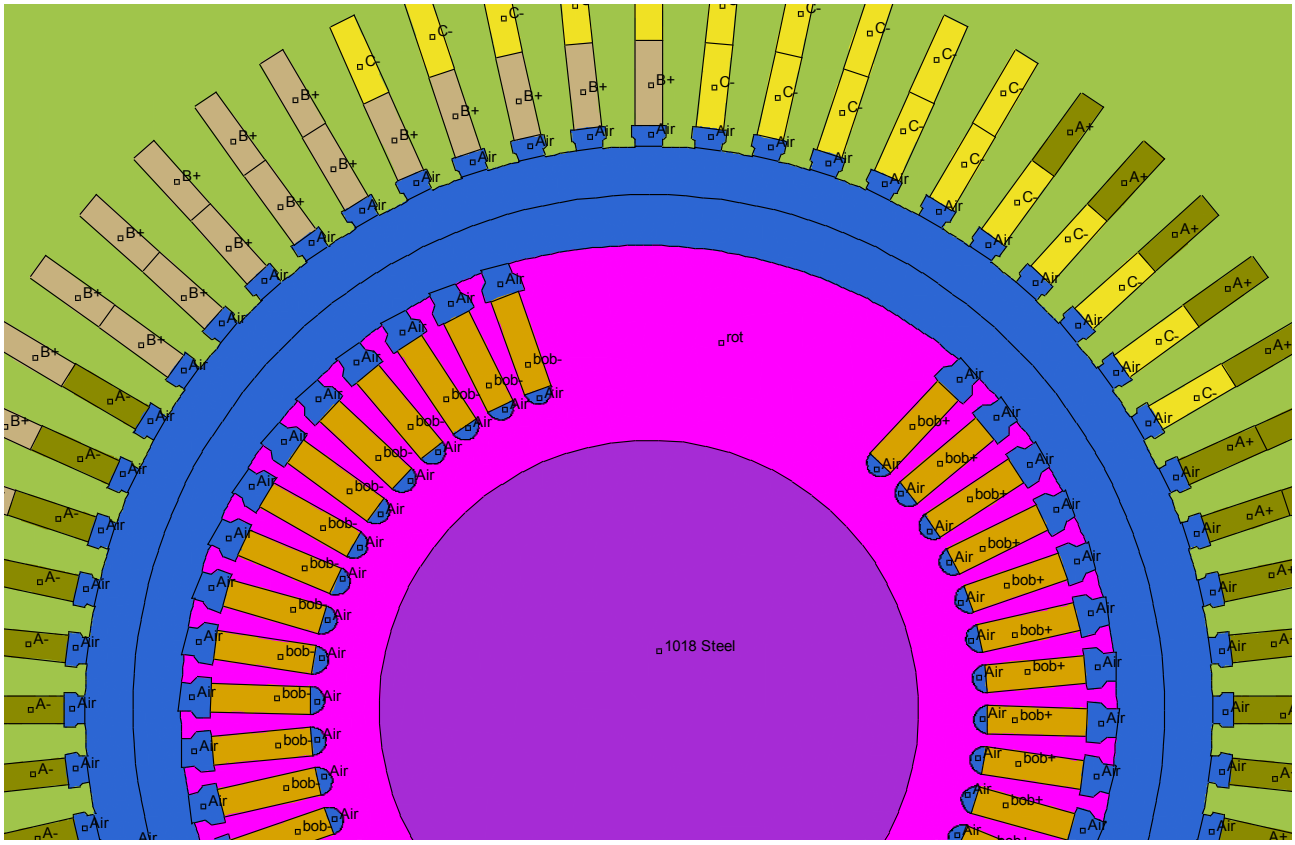
При численото изследване на магнитното поле са разработени серия от модели на синхронния турбогенератор, в които тока е завъртян последователно спрямо статора с една и съща стъпка ъгъл в пространството (фиг.1). На всяко положение на ротора съответства съответно положение на звездата на фазните токове спрямо оста на времето. Времевите функции на фазните токове за показани на фиг.2.



Фиг.1. Модел в средата на FEMM



Фиг.2. Изменение на фазните токове задявани в моделите

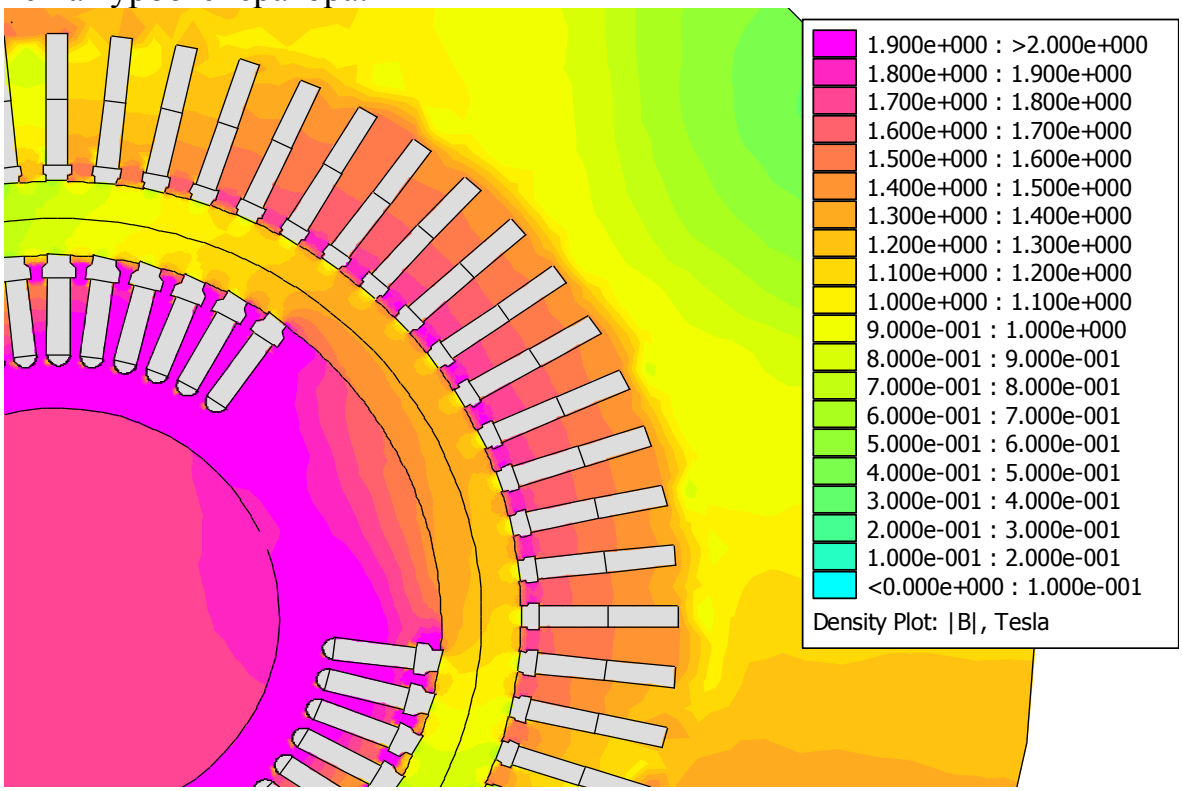


Фиг.3. Разпределение на зоните в моделите в зависимост от техните характеристики

На фиг.3 са показани зоните с различни свойства в напречното сечение на турбогенератора.

5. РЕЗУЛТАТИ ОТ ИЗСЛЕДВАНИЯТА

На фиг.4 е показано разпределението на магнитната индукция в напречното сечение на турбогенератора.



Фиг.4. Разпределение на магнитната индукция във напречно сечения на синхронния турбогенератор

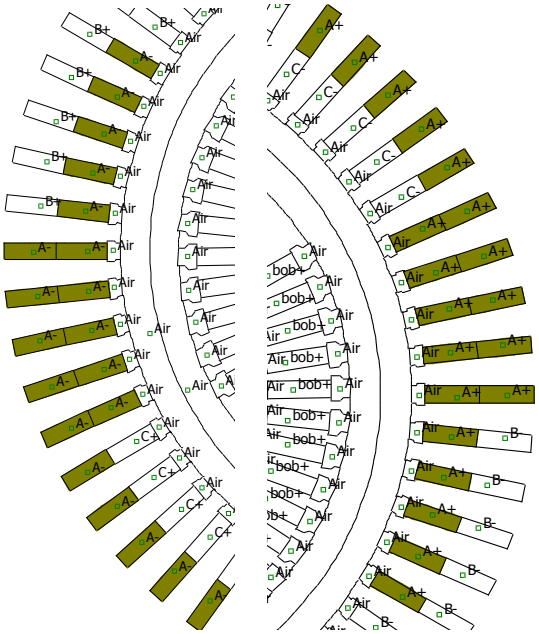
6. ОПРЕДЕЛЯНЕ НА ПОТОКОСЦЕЛЕНИЯ И Е.Д.Н.

Потокосцеплениятa могат да се определят от числените решения на електромагнитната задача [4]. Фазните потокосцепления се определят поотделно в зоните на първите активни страни (обозначени с +) и вторите активни страни на секциите принадлежащи на съответната фаза (обозначени с -) съгласно:

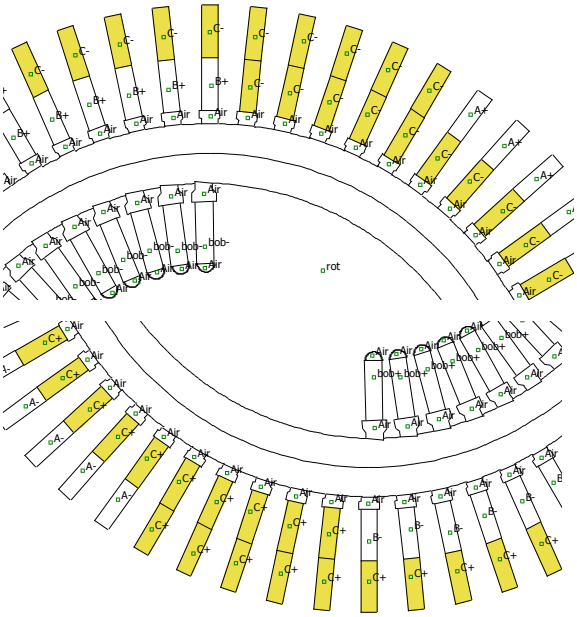
$$\Psi_{c\,(A,B,C)+} = \frac{w_c}{s_c} l_1 . \int_{S_{c(A,B,C)+}} A.ds$$

$$\Psi_{c\,(A,B,C)-} = \frac{w_c}{s_c} l_1 . \int_{S_{c(A,B,C)-}} A.ds \qquad (1)$$

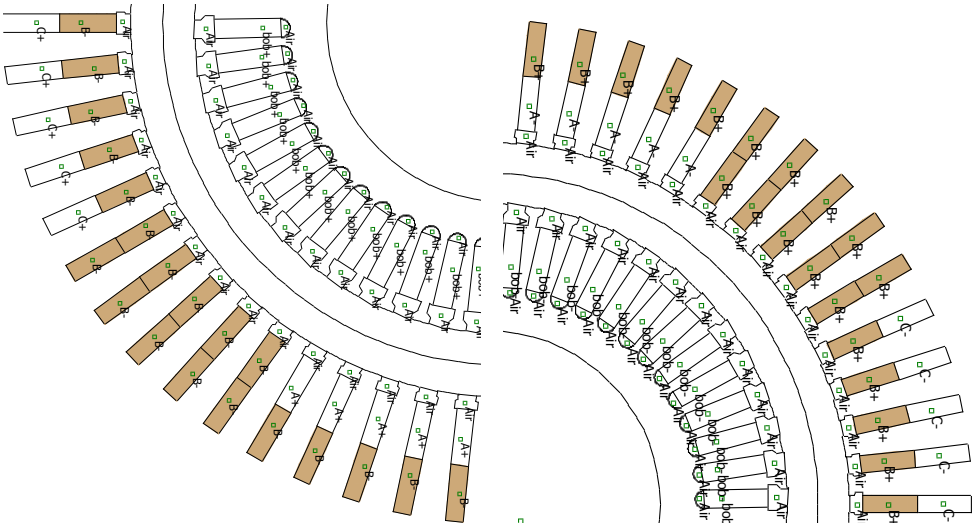
където w_c броят на навивките в една секция; s_c - напречното сечение на статорната секция; l_1 - аксиалната дължина на активната част на статора на турбогенератора; $S_{c\,(A,B,C)+}$ - сумарната площ на първите активни страни на съответната фаза; $S_{c\,(A,B,C)-}$ - сумарната площ на вторите активни страни на съответната фаза; A - магнитен вектор потенциал.



Фиг.5. Активни секционни страни A+ и A- на фаза A



Фиг.6. Активни секционни страни C+ и C- на фаза C



Фиг.7. Активни секционни страни B+ и B- на фаза B

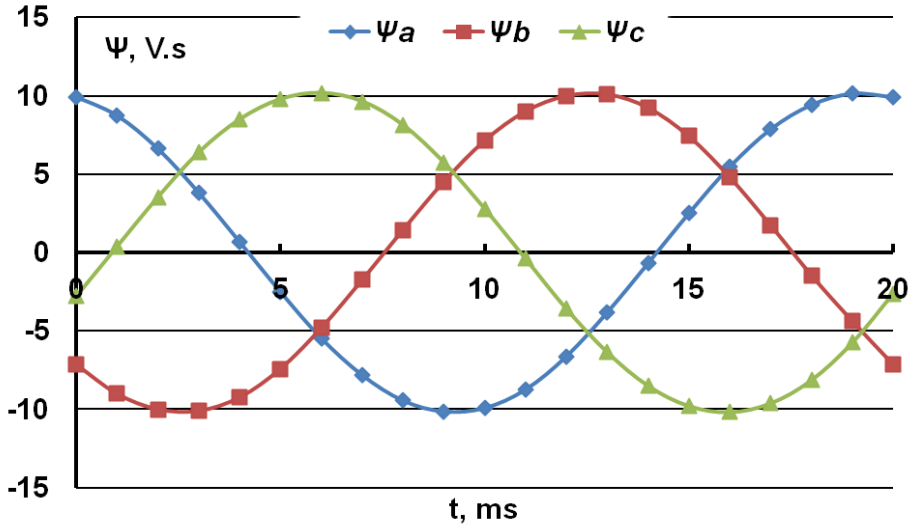
Потокосцеплението на фазите се определя като сума от потокосцепленията на първите и вторите им активни страни съгласно:

$$\Psi_{(A,B,C)} = \sum_{i=1}^{q} \Psi_{c\,(A,B,C)+} - \sum_{i=1}^{q} \Psi_{c\,(A,B,C)-} \qquad (2)$$

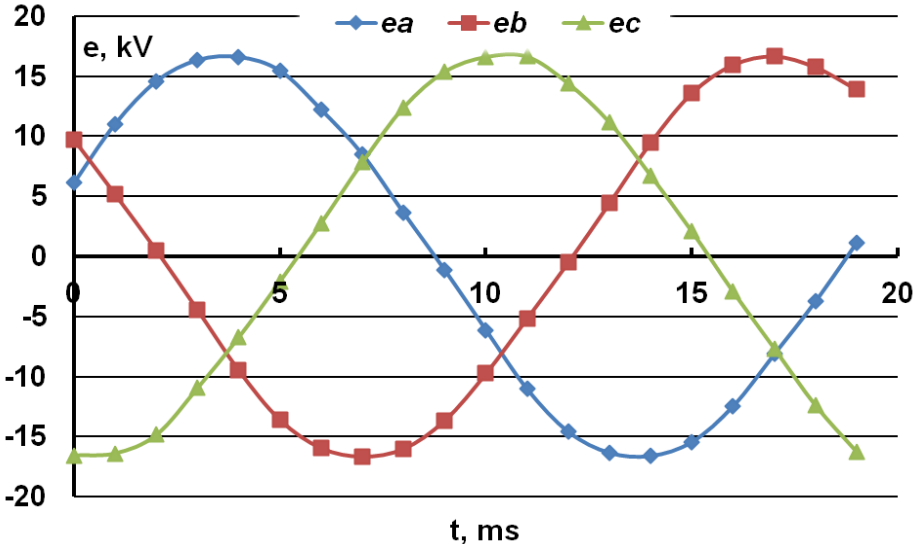
Фазните е.д.н. на турбогенератора се изчисляват от:

$$e(t)_{(A,B,C)} = -\frac{\partial \Psi_{(A,B,C)}}{\partial t} \qquad (3)$$

На фиг.5 са показани селектираните активни страни на фаза A на турбогенератора. Първо се селектират страните обозначени A+, след което се определя стойността на интеграла в първия израз от (1). По нанагорен начин се селектират активните страним обозначени с A+ и се изчислява стойността на интеграла във втория израз на (1),



Фиг.8. Времеви функции на фазните потокосцепления



Фиг.9. Времеви функции на фазните е.д.н.

след което се изчислява потокосцеплението на фаза А. Понеже разглеждания турбогенератор е с един чифт полюси, се оказва че са селектирани всички секционни страни в него. Ако чифтовете са повече от един и с селектирани само секциите принадлежащи не един чифт, е необходимо в (1) да се вземат под внимание броя на чифтовете полюси и паралелни клонове.

На фиг.6 са показани селектираните страни С+ и С- за фаза С на турбогенератора. Интегрирането на вектор потенциал по тяхната повърхност позволява да се определи потокосцеплението на ваза С. По аналогичен начин се изчислява потокосцеплението на фаза В, използвайки селекционираните секционни страни помазани на фиг.7.

На фиг.8 са показани времевите функции на фазните потокосцепления изчислени от (2), а на фиг.9 са показани времевите функции на фазните е.д.н изчислени по (3). Поради наличието на сравнително голяма въздушна междина времевите функции на е.д.н. не съдържат видими стойности на зъбни хармоники. Ефективните стойности на фазните е.д.н. се изчисляват като средно квадратична сума от моментните стойности на фазните е.д.н. e_A, e_B, e_C съгласно:

$$E_A = \sqrt{\frac{\sum e_A^2}{n}} = 11787, \quad V$$

$$E_B = \sqrt{\frac{\sum e_B^2}{n}} = 11789, \quad V \qquad (4)$$

$$E_C = \sqrt{\frac{\sum e_c^2}{n}} = 11856, \quad V$$

Възможно е ефективните стойности на фазните е.д.н. да бъдат изчислени и от максималните им стойности e_{Amax}, e_{Bmax}, e_{Cmax} посредством общо известната връзка между тях:

$$E_A = \frac{e_{A\,max}}{\sqrt{2}} = 11771, \quad V$$

$$E_B = \frac{e_{B\,max}}{\sqrt{2}} = 11815, \quad V \qquad (5)$$

$$E_C = \frac{e_{C\,max}}{\sqrt{2}} = 11792, \quad V$$

7. АНАЛИЗ И ИЗВОДИ

1. Получените резултати показват, че разработения модел позволява да се получат временните функции на фазните потокосцепления с отчитането на насищането на магнитната верига.
2. Времевите функции на е.д.н са получени с отчитане на реалното насищане на магнитната верига и реалната неравномерност на въздушната междина на турбогенератора.
3. Голямата въздушна междина турбогенератора определя и слабото влияние на отворените статорни канали върху наличието на зъбни хармоници във е.д.н. на синхрония турбогенератор.

ЛИТЕРАТУРА

[1] Ангел М. Ангелов, Димитър А. Димитров, Електрически машини II част, ДИ «Техника», София, 1988

[2] D. Meeker, Finite Element Method Magnetics, Version 3.3, User's Manual

[3] Dimitar K. Sotirov, Plamen M. Rizov, Ivailo Panaytov, Dimitar Bozov, Boyan Krachev, Study of harmonics spectrum in wave form of magnetic induction in air gap and EMF of the synchronous hydrogenerators, SIELA 2009 Burgas, 4-6 June, Volume I, pp. 262-271

[4] V. Spasov, So Noguchi and H. Yamashita, "A method for obtaining positive definite matrices in the 3D nodal voltage-fed FEA", Proceedings of the Second Japanese-Greek Joint Workshop on Superconductivity and Magnetic Materials, Oita, Japan, May 10-11, 2001, pp. 86-91

Автор: Пламен Миланов Ризов, доц. д-р инж., катедра „Електрически машини", електротехнически факултет, Технически Университет - София; E-mail address: *pmri@tu-sofia.bg*

Постъпила на 19.11.2015 г. **Рецензент:** доц. д-р Радослав Спасов

ЕКСПЕРИМЕНТАЛНО ИЗСЛЕДВАНЕ НА ПРОИЗВОДИТЕЛНОСТТА НА ВИРТУАЛНА МАШИНА И ДОКЕР КОНТЕЙНЕР

Петьо Димитров, Валентин С. Моллов, Огнян Наков

Резюме: *През последното десетилетие виртуалните машини играят основна роля в процесите по софтуерна разработка и внедряване, тъй като позволяват бързото осигуряване и пресъздаване на компютърни среди. Това довежда до ускоряване на процесите при внедряване на софтуерни приложения. Виртуализацията обаче носи със себе си допълнителни слоеве на абстракция, които могат да доведат до ненужно намаляване на системната производителност. Скорошни разработки в областта на Linux и по-специално Докер контейнери (Docker), позволяват да се съхранят много от ползите предлагани от виртуалните машини, но с намалени системни изисквания. В тази статия ще използваме различни метрики, за да изследваме и сравним производителността на виртуална машина и Докер контейнер.*

Ключови думи: *виртуализация, виртуална машина, контейнер, Докер, метрики на производителност, мрежова латентност*

EXPERIMENTAL STUDY OF THE PERFORMANCE OF A VIRTUAL MACHINE AND DOCKER CONTAINER

Petyo Dimitrov, Valentin S. Mollov, Ognyan Nakov

Abstract: *During the last decade software development and delivery make an extensive use of virtual machines (VMs), because they allow fast provisioning and recreation of environments. This has lead to improving and speeding the process of provisioning enterprise applications. However, the virtualization also comes with additional levels of abstraction. In some cases they can be very beneficial and offer full isolation between the (VM), but in others they cause undesired overhead and reduce the overall performance of the system. Recent developments in the field of Linux containers and Docker, in particular, keep many of the benefits offered by the VMs but with reduced footprint. In this paper we will use specific metrics to examine and compare the performance of the VMs and Docker containers.*

Keywords: *virtualization, virtual machine, container, Docker, performance metrics, network latency*

I. INTRODUCTION

Virtualization is used in many areas of IT from cloud computing platforms offering customers Infrastructure-as-a-Service (IaaS) and Platform-as-a-Service (PaaS) solutions, through virtulization of personal workstations to reduce administration and

© 2016 Publishing House of Technical University of Sofia
All rights reserved

ISSN 1311-0829

maintenance costs in large organizations, to improving the automation and speed of delivering software applications to test and production enterprise environments. In all above cases performance of the VM is a crucial component of the overall performance of the solution. For this reason the overhead of using a virtualization hypervisor has been in the spotlight for some time and served as a driving factor for many improvements to VM technologies [1].

In the last few years the containerization approach has presented a promising alternative to virtual machines in many areas. The basic ideas behind containers are not new inventions [2], but recently a lot of PaaS providers have adopted containers for providing isolation and control of the system resources [3,4].

This contribution focuses on the comparison of the performance of a container and VM via a set of metrics. It will provide up-to-date experimental results and allow us to determine the overhead of using VMs as well as the potential benefits of containers. We apply Oracle VirtualBox as a tool for virtualization, while containerization is performed through Docker. Since both tools can be hosted on Linux, it allows better consistency of the measures results.

The remaining sections of the paper cover the following topics. Section II provides some background information for VirtualBox and Docker. Section III describes the performed experiments and corresponding results, while Section IV summarizes the results of the tests and their impact on the application delivery tools.

II. BACKGROUND

A. VirtualBox VMs

Virtualization hypervisor Oracle VirtualBox is a high-performance multi-platform application running on many Operating Systems (OS): Windows, Ubuntu, Debian, and RedHat [5]. It extends the capabilities of the existing OS instead of replacing it. Some important features of the application include hypervisor of the host OS, API for local or remote control of virtual machines and command line tool. During operation VirtualBox is spawning a separate process in the host OS for each guest OS. Provided the computer system supports hardware virtualization (via Intel VT-x or AMD-V), VirtualBox will make use of this and improve the behavior of hosted virtual machines.

Finally, VirtualBox has been chosen for use in these experiments due to its open source approach, support for multiple operating systems, and ease of automating its operations via tools like Vagrant [6].

B. Docker containers

Virtualization solutions allow the execution of the guest OS inside a hypervisor. This approach provides a strong isolation between the virtual machines, because each guest OS has a separate memory space and access points to the allocated hardware devices on the host.

As shown in Fig.1, containerization uses a fundamentally different approach to virtu-

alization. All containers share the kernel of the host operating system and it provides all the necessary isolation. The main advantage of this technology is the efficient usage of system resources, as it is not necessary to maintain a full-blown guest operating system. Sharing the OS kernel removes the need of an indirect layer between the isolated task and the physically hardware-based execution of that task. One important limitation of containers is that the guest OS must be compatible with the kernel of the host OS. Thus, having a Linux container running directly on Windows is not possible via containers unless virtualization is applied.

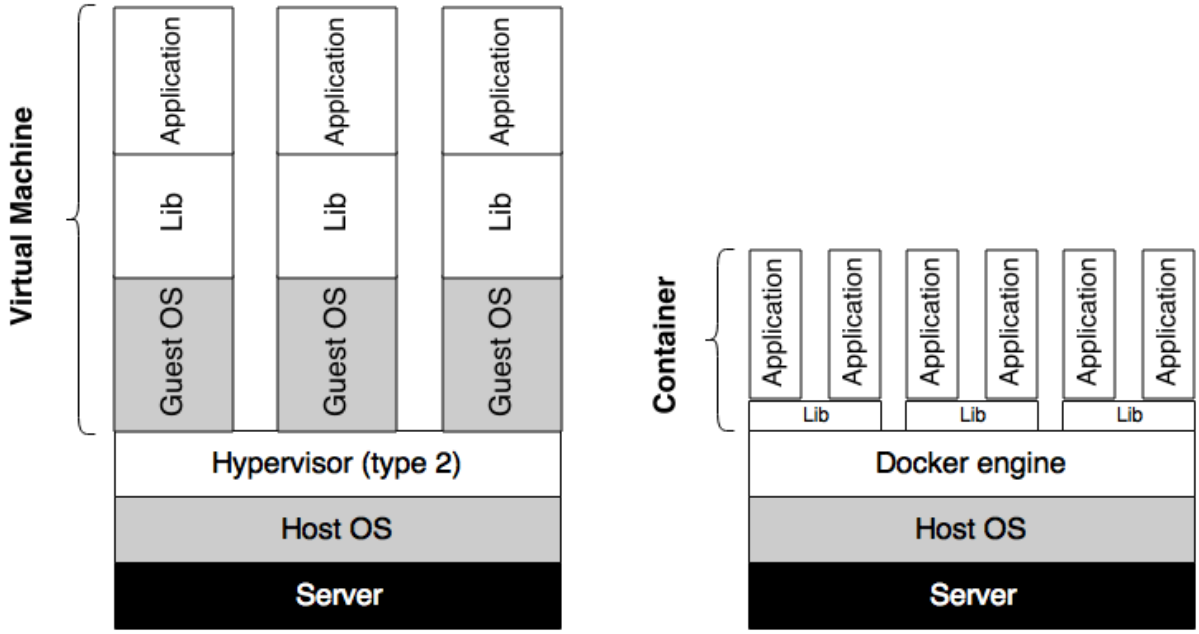


Fig.1: Architecture of virtual machine and container

Containers actually are not a unified entity but an abstraction that is implemented by a collection of technologies [7,8]. These include: Control Groups (cgroups), Namespaces, Union File System and SELinux/AppArmor. Let's look shortly into the capabilities offered by these technologies.

Control Groups (cgroups) allow setting limitations to the hardware resources used by the container, i.e. CPU, memory, swap space, number of I/O operations per second, etc. It is important to note that these settings are valid not only for the main process in the container but also for all its "children".

Each container seemingly has its own file system, network interfaces, devices, etc. However, behind the scenes all of them use the resources available to the kernel of the host system. This is a very useful abstraction that creates the illusion that a container is an independent machine. It is achieved via a feature of the Linux kernel called **Namespaces**. For each shared resource that should appear dedicated a separate namespace is used. This includes file system (mnt), network (net & uts), user, process (pid), and inter-process communication (ipc) namespaces [9].

Union File Systems (UFS) are the next important feature of Docker containers. Storing many container images could be a significant strain for the repository. To solve this issue Docker uses layers – a technique allowing to track changes inside the container and reducing the amount of data transferred over the wire or stored on disk.

Due to the copy-on-write (COW) principle, Docker can quickly start a new container from an existing image without the need to copy all the data beforehand. The file system visible inside the container is a union of all layers with changes. Docker supports several drivers for working with such file systems - AUFS, devicemapper, VFS, OverlayFS, etc. with OverlayFS showing most promise.

The last component of the container abstraction is **SELinux/AppArmor**. Both of these technologies allow enforcing improved security measures (compared to standard Unix-based systems) [10,11].

Several management tools are available for Linux containers, including LXC, lmctfy, Warden, and Docker. Due to its rich feature set and ease of use, Docker has rapidly become the standard management tool and image format for containers. It will be the one used for measuring the performance of Linux containers.

III. EXPERIMENTAL RESULTS

The testing environment used for conducting the experiments has a strong influence on the measured results. It is also important for replicating the setup in a different location and correlating the results. This section presents the system characteristics of the environment and installed software applications.

All tests are performed on Lenovo ThinkPad E540 machine with two Intel Core i5-4200M processors at 2.50GHz and 4 cores (2 physical plus HyperThreading). The architecture of the CPU is 64-bit with a three-level cache organization: L1 is 64KB, L2 is 256KB, and L3 is 3072KB. Computer memory is arranged in two Lenovo 8GB PC3-12800 SODIMM (small-outline memory) modules with a total capacity of 16GB running at 1.6GHz. The network interface card is Realtek RTL8168B PCI Express with maximum speed of 1Gbps.

Tests run on Ubuntu 14.04.3 LTS x64 operating system with kernel v.3.13.0-74. Virtualization is achieved via Oracle's level 2 hypervisor VirtualBox (v.4.3.34) while Docker containers are using Docker 1.8.3 (API 1.20) and OverlayFS file system. In order to simplify the provisioning of virtual machines and containers, Vagrant 1.7.4 (with pre-installed plugin vagrant-hosts) and Docker Compose 1.5.0 RC1 are used, respectively. The testing setup created with these tools allows executing tests easily in the same conditions and with almost identical instructions. Due to the amount of configuration supported by all the applications and the OS, all of them are used with default settings to ensure they are tested in equal conditions.

A. Classic CPU benchmarks

Classic benchmark suites can be used to determine the CPU performance of a VM and container. These tools are the first to standardize CPU performance measurements and include:

- Whetstone: Floating-point test developed for mini-computers [12]. It measures the overall performance in MWIPS (Million Whetstone Instructions per Second).
- Dhrystone: Integer test for various UNIX systems [13]. Its measurements are in

VAX MIPS (Million VAX Instructions per Second).

- Linpack: Floating-point tests for computer workstations produced from the "LINPACK" package of linear algebra routines [14]. It tests 100x100 matrices with single/double precision numbers. Results are in MFLOPS (Million Floating-Point Operations per Second).
- Livermore: Numerical tests for supercomputers [15]. Measurements are shown again in MFLOPS. This tool aims to avoid generating a single result for assessing the overall performance. Therefore, it runs three times and produces minimum and maximum values as well as geometric, harmonic, and arithmetic means.

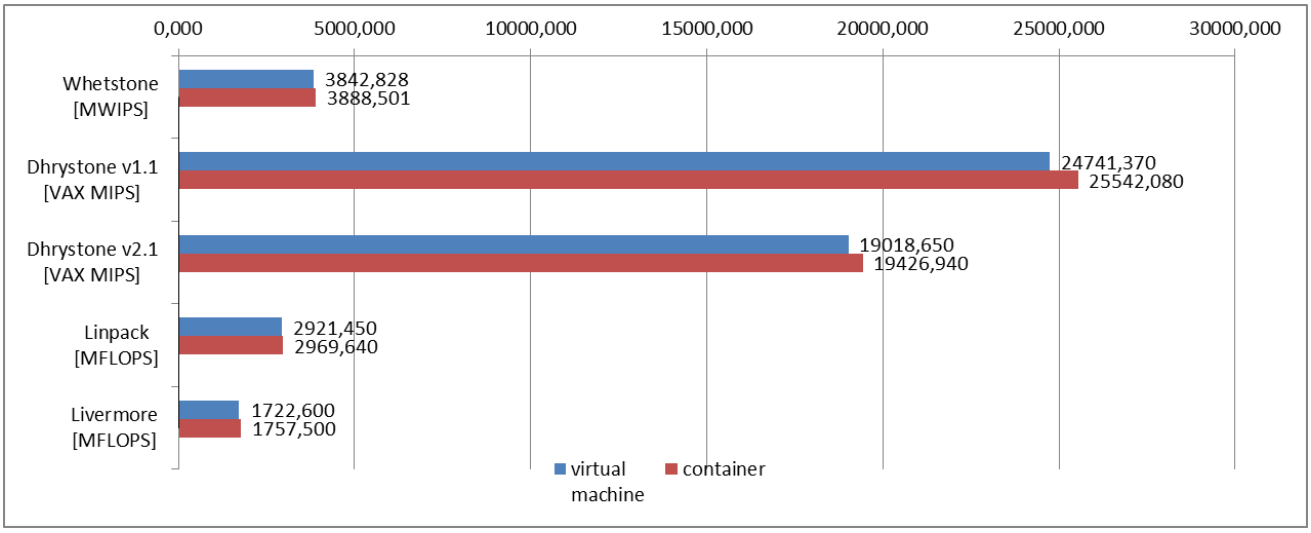


Fig.2: CPU performance comparison via benchmark tests

Results of this experiment are shown in Fig.2. It demonstrates that CPU performance between a VM and container is almost identical with a 2% advantage for containers. The main reason for this difference is that virtualization hides details about the processor, which can affect the tests. Since the benchmark applications cannot determine exactly the specifics of the system, a more generic test algorithm is used which reduces the performance. If VirtualBox is configured to directly map virtual and physical processors and expose the internal cache topology we can expect the 2% difference to disappear completely.

B. Parallel compression via PIGZ

An alternative and more practical way to test CPU performance is via a compression algorithm. Data compression is a processor intensive operation and can offer a hands-on idea for the capabilities of the two technologies. It is also often used by web servers to reduce the size of data transferred over the network or stored on disk. PIGZ is a suitable instrument for performing this test. It is a multi-threaded tool for parallel compression using LZZZ algorithm [16]. Application version is 2.3-2 for Debian Linux distributions.

The data file prepared for compression is obtained from the English version of Wikipedia. Its uncompressed size is equal to 1.4GB. In order to reduce the effect of the input/output operations, the input file is first preloaded completely in memory (via ramfs) and the compressed output is directly discarded (i.e. redirected to /dev/null). The test uses 2nd level compression in a scale from 0 (i.e. none) to 9 (maximum).

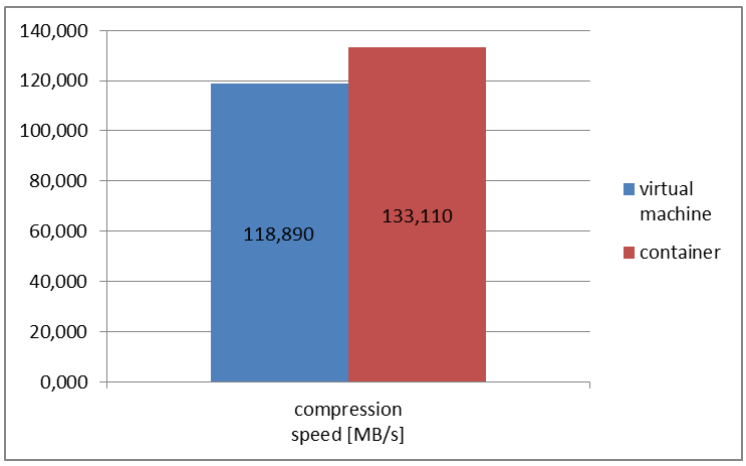


Fig.3: VM vs. Docker compression speed diagram

Results from Docker are approximately 11% better than VirtualBox's results – Fig.3. It is difficult to explain the cause of the difference without going through the source code of the application. One possibility is that the same behavior we observed in the previous section also affects this test. Another option is that running the test overloaded the TLB cache (Translation Lookaside Buffer) used to ease the transformation of virtual addresses to physical ones so the performance becomes poorer.

C. Sequential and random memory access

Memory benchmark application RandMem [17] allows testing sequential and random access to CPU caches and RAM. It performs eight measurements with increasing amount of data and outputs the transfer speed in MB/s. Each measurement is performed for sequential and randomly chosen memory addresses; for the cases of 32- and 64-bit floating-point numbers; via read, write and read/write operations.

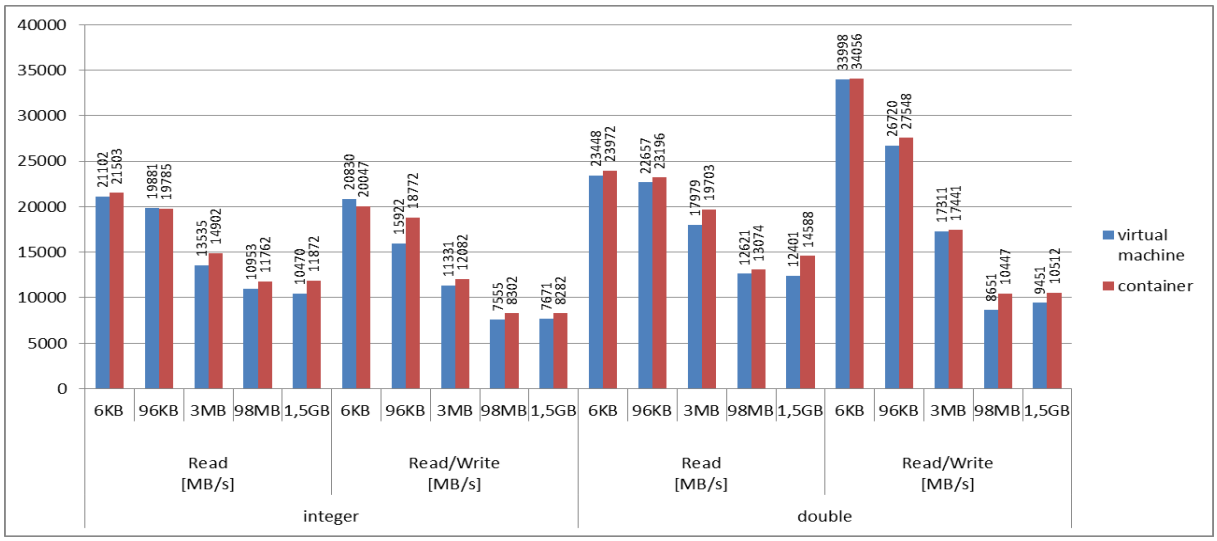


Fig.4: VM vs Docker container sequential memory access speed diagram

Since the testing environment has L1 cache equal to 64KB, L2 – 256KB, L3 – 3072KB and both container and virtual machine are configured with 4GB of RAM, the following test data is used: 6KB, 96KB, 3072KB, 98 MB, and 1.5 GB. The first

three tests demonstrate the usage of each CPU cache, while the last 2 runs – that of the main memory.

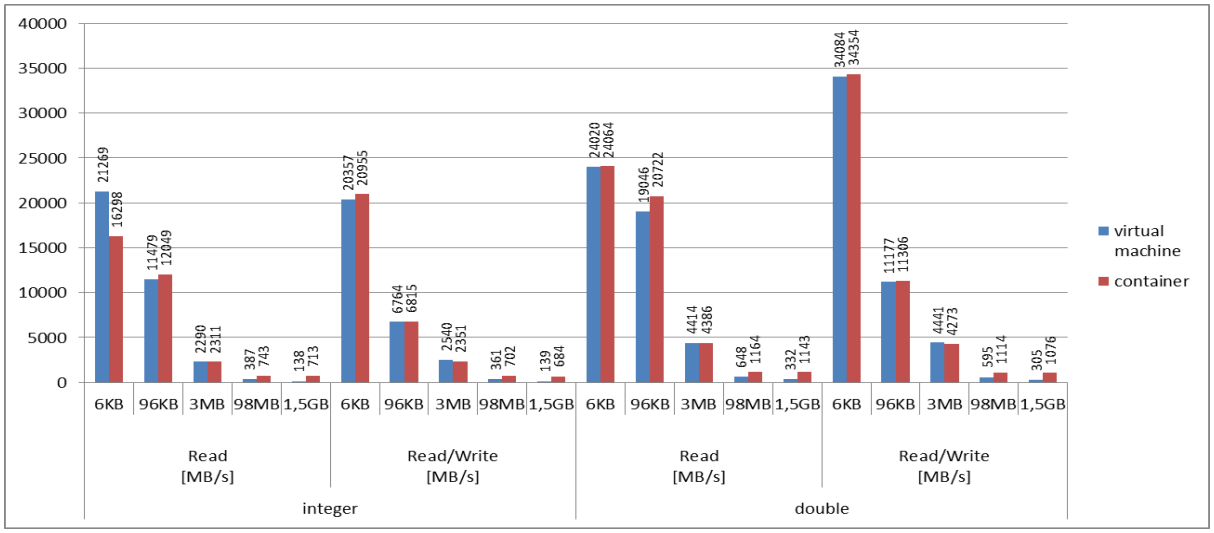


Fig.5: VM vs. Docker container random memory access speed diagram

Fig.4 and Fig.5 confirm that the container results surpass virtual machines in most categories. They also show that the random memory access, as expected, is slower than the sequential one, since proactive loading of subsequent memory pages on the hardware layer is not allowed. Another clear trend is that tests with smaller data sets are performed significantly faster, which confirms our expectation that CPU caches are used.

D. Network latency

Computer networks are another important aspect of system performance. Transfer speed depends on many physical parameters: generally on the distance between the communicating peers, but it is also dramatically affected by the network architecture itself, bandwidth of the network cable, the characteristics of the network adapter and finally - the overhead introduced by the OS network stack. When using virtualization and containers we add an additional layer that increases the network latency, as well. For our study, we apply a simplified test that applies an OS loopback adapter for data exchange between the communication parties thus eliminating any other factors which introduce the overall latency. Therefore, the measured results for our case are not limited by the speed capacity of the network card and could exceed its limit, as it is observed by the plots in *Fig.6*. This test measures the network latency, i.e. the time necessary for a message to travel from peer A to peer B and back. For this purpose we use the netperf tool [18] (v. 2.5.0-1).

Testing setup consists of two systems – a server (running the netperf server, i.e. netserver) and a client (running the netperf executable). The client sends a 100Bt request and waits for a response before sending another request, while the server returns a 200Bt response for each request. Thus, we have a single network transaction that utilizes all available resources at any moment. The client-server cycle is executed continuously for a peiod of 60 seconds to get the total number of transactions per second.

The network latency is calculated by inversing this number to get the time per transaction in µs. The arbitrary low values of the latency are due to the specifics of the applied loopback-based test, so they are not relevant to those, measured over a network with a dedicated multi-point architecture.

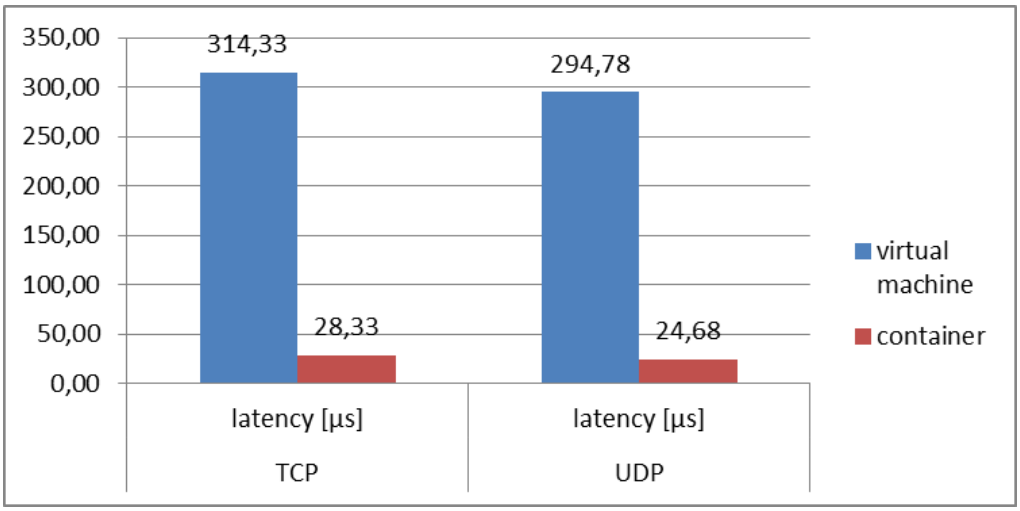


Fig.6: Network latency values obtained for VM and container using a client-server loopback test

Container network latency is very close to the one measured on the host machine (~29µs for TCP and ~25µs for UDP) while virtual machines' result is much lower (Fig.6). Based on this we can conclude that VirtualBox's emulated network devices have reduced performance and cause delays in data transfers. An interesting alternative is using para-virtualization via a virt-io adapter that is supported by VirtualBox. Also as expected the time for UDP communication is less than the one for TCP, due to the lack of ACK transfer confirmation packages, error handling and message resend.

E. Provisioning

The final test aims to measure the time necessary for building and starting a VM compared to a container. This setup is the simplest, since it does not require any additional applications and configuration. Since building an image involves downloading a base image (for VM or container), network can affect the results. To avoid this issue, all base images are cached locally on the testing machine.

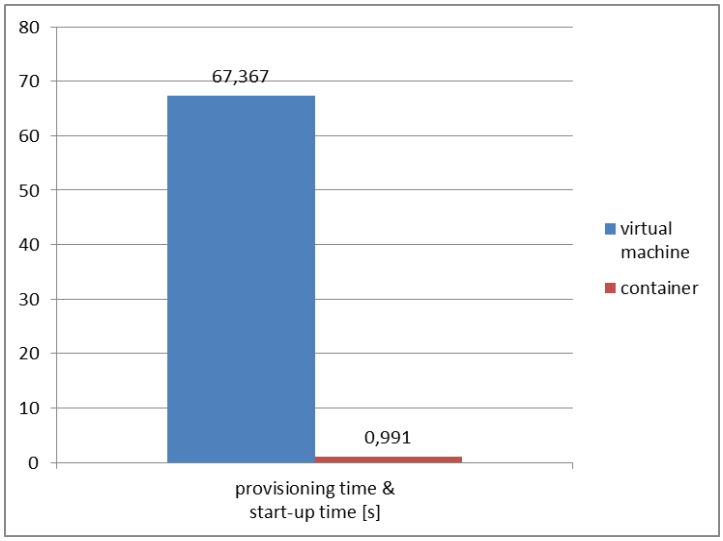


Fig.7: Provisioning time comparison

Each test directly uses a single command to build and start a container/VM (a statement is printed on the console to demonstrate its readiness to run applications). This command is executed 10 times,

the period for each run is measured and an average provisioning time is calculated. The command for Docker is "`docker run -t ubuntu:14.04.3 /bin/bash -c "echo testing"`" and for Vagrant – "`vagrant up & vagrant ssh -c "echo testing"`" (note that the corresponding Dockerfile and Vagrantfile must also be properly configured in advance). As shown in Fif.7, the Docker container seriously outperforms the virtual machine in this test. It is due to the fact that unlike virtual machines, containers do not need to boot another copy of the operating system. Therefore, container start-up times are comparable with the time necessary to allocate and start a process on the host operating system."

IV. CONCLUSION

Both technologies are mature and are building upon a decade of continuous hardware and software optimizations. In most tests, Docker exceeds the performance of the VirtualBox, most notably for provisioning and starting. Another observation is that the Docker's performance is very close to the native performance of the host machine [19, 20].

Upon testing, there are still several opened questions for further investigation on this topic. The networking setup could be enhanced to connect two separate virtual machines/containers so that the network latency to be measured in an end-to-end environment. Switching the VirtualBox adapter to virt-io can also reduce the overhead in network communication arrangement.

Finally, reducing the provisioning time has potential to significantly improve the software delivery process. In the near past, when environments were provisioned manually, testing was mainly done once at the end of the development phase. With the advent of virtual machines, environments can be provisioned in minutes/hours so delivering and verifying solutions is improved. If containers replace VMs, they can speed-up the software delivery process even further. They would allow running component tests against a dynamically provisioned instance of the application as part of the Continuous Integration cycle. This would enable testing the project end-to-end on every commit. Similarly, deploying software to any environment, including production, would be a matter of selecting the needed containers and pointing them to the desired environment.

REFERENCES

[1] Anderson J., McDougall R. (2010), "Virtualization performance: Perspectives and challenges ahead"; ACM SIGOPS Operating Systems Review, Volume: 44, Issue: 4, pp. 40÷56; *http://dx.doi.org/10.1145/1899928.1899933*.

[2] Pike R., Presotto D., Thompson K., Trickey H., Winterbottom P. (1992), The use of name spaces in plan 9, Proceedings of the 5th workshop on ACM SIGOPS European workshop, pp. 1÷5; *http://dx.doi.org/10.1145/506378.506413*.

[3] Google Inc., "Let Me Contain That for You" containerization tool.

[4] Yegulalp S., (2016) "CoreOS launches Rocket 1.0 directly at Docker".

[5] Li P. (2010), "Selecting and using virtualization solutions: our experiences with VMware and VirtualBox", Journal of Computing Sciences in Colleges, Volume: 25, Issue: 3, pp. 11-17.

[6] Palat J. (2012), "Introducing Vagrant", Linux Journal, Volume: 2012, Issue: 220.

[7] Rosen R. (2010), "Resource management: Linux kernel Namespaces and cgroups," University of Santa Barbara, Santa Barbara, CA, USA.

[8] Petazzoni J. (2015), "Anatomy of a Container: Namespaces, cgroups & Some Filesystem Magic," in LinuxCon North America, Seattle, WA, USA.

[9] Biederman E. W. (2006), "Multiple instances of the global Linux namespaces", Linux Symposium, Ottawa, Canada.

[10] McCarty B. (2004), SELinux: NSA's Open Source Security Enhanced Linux.

[11] Bauer M. (2006), "Paranoid penguin: an introduction to Novell AppArmor," Linux Journal, Volume: 2006, Issue: 148, pp. 13.

[12] Wichmann B. A., Curnow H. J., Si T. (1976), "Whetstone: A Synthetic Benchmark," The Computer Journal, Volume: 19, Issue: 1, pp. 43÷49.

[13] Weicker R. (1984), "Dhrystone: A synthetic Systems Programming Benchmark," Communications of the ACM, Volume: 27, Issue: 10, pp. 1013÷1030.

[14] Dongarra J. J. (1988), "Performance of Various Computers Using Standard Linear Algebra Software in a Fortran Environment," ACM SIGARCH Computer Architecture News, Volume: 16, Issue: 1, pp. 47÷69.

[15] McMahon F. (1986), "The Livermore Fortran Kernels: A Computer Test Of The Numerical Performance Range," Lawrence Livermore National Laboratory, Livermore, CA, USA.

[16] Adler M. (2016), "pigz - Parallel gzip", *http://zlib.net/pigz/*.

[17] Longbottom R. (2016), "Linux PC Benchmarks: RandMem Benchmark";

[18] Cannonical (2016), "Ubuntu manual for netperf".

[19] Felter W., Ferreira A., Rajamony R., Rubio J. (2015), "An updated performance comparison of virtual machines and Linux containers", Issue: 148, pp. 13.

[20] Anderson J., Hu H.; Agarwa U., Lowery C., Li H., Apon A (20016), "Performance considerations of network functions virtualization using containers", IEEE Conference Publications, pp: 1÷7.

Authors: Petyo D. Dimitrov, Ph.D. Student, Faculty of Computer Systems and Control, Technical University - Sofia, E-mail address: *petyo.dimitrov@gmail.com***;** Valentin S. Mollov, Associate Professor, Ph.D., Faculty of Computer Systems and Control, Technical University - Sofia, E-mail address: *mollov@tu-sofia.bg***;** Ognyan N. Nakov, Professor, Ph.D., Faculty of Computer Systems and Control, Technical University - Sofia, E-mail address: *nakov@tu-sofia.bg*

Received 11 May 2016 **Reviewer:** Assoc. Prof. Dr. Georgi Naydenov

ДИНАМИЧНИ ИЗСЛЕДВАНИЯ НА АДСОРБЦИЯ/ДЕСОРБЦИЯ НА ВЪГЛЕРОДЕН ДИОКСИД ВЪРХУ ЗЕОЛИТИ ОТ ЛЕТЯЩА ПЕПЕЛ

Деница Згурева

Резюме: *Обект на настоящото изследване са процесите на адсорбция и десорбция в динамични условия на CO_2 върху повърхността на зеолит, синтезиран от летяща пепел. Проведени са експерименти с газова смес от CO_2 и N_2 в обемно съотношение 10/90, с дебит 30 ml/min при 25 °C. Опитната установка се състои от адсорбционна колона, запълнена със зеолит от пепел и газов хроматограф за детекция на концентрациите. Изследвана е десорбцията при 50, 60 и 120 °C. Установеният капацитет на динамична адсорбция е в диапазона 100-115 mgCO_2/g, като е постигнато 87 % възстановяване на адсорбента при температура на десорбция от 50 °C. Получените резултати показват висок потенциал за приложимост на изследвания материал в системи за улавяне на въглеродни емисии чрез физична адсорбция.*

Ключови думи: *адсорбция, десорбция, въглероден диоксид, летяща пепел, зеолит*

DYNAMIC STUDY OF CARBON DIOXIDE ADSORPTION/DESORPTION ONTO FLY ASH ZEOLITES

Denitza Zgureva

Abstract: *In this study the process of dynamic adsorption and desorption of CO_2 onto fly ash zeolite surface was investigated. The experiments were performed with CO_2/N_2 gas mixture in a volume ratio of 10/90, flow rate of 30 ml/min at 25 °C. The experimental set up is equipped with a dynamic adsorption column with fly ash zeolite bed and a gas chromatograph for concentration detection. Desorption process was studied at three temperatures: 50, 60, and 120 °C. The adsorption capacity of fly ash zeolite is obtained in the range of 100-150 mgCO_2/g, as the 87 % recovery was achieved by desorption at low temperature of 50 °C. These results reveal high potential of the investigated materials for application in carbon capture systems by physical adsorption.*

Keywords: *adsorption, desorption, carbon dioxide, fly ash, zeolite*

1. ВЪВЕДЕНИЕ

Един от основните световни проблеми през последните десетилетия е глобалното затопляне, причинено от нарастването на концентрацията на парникови газове (ПГ) в атмосферата [1,2]. От всички ПГ, CO_2 се емитира в най-големи коли-

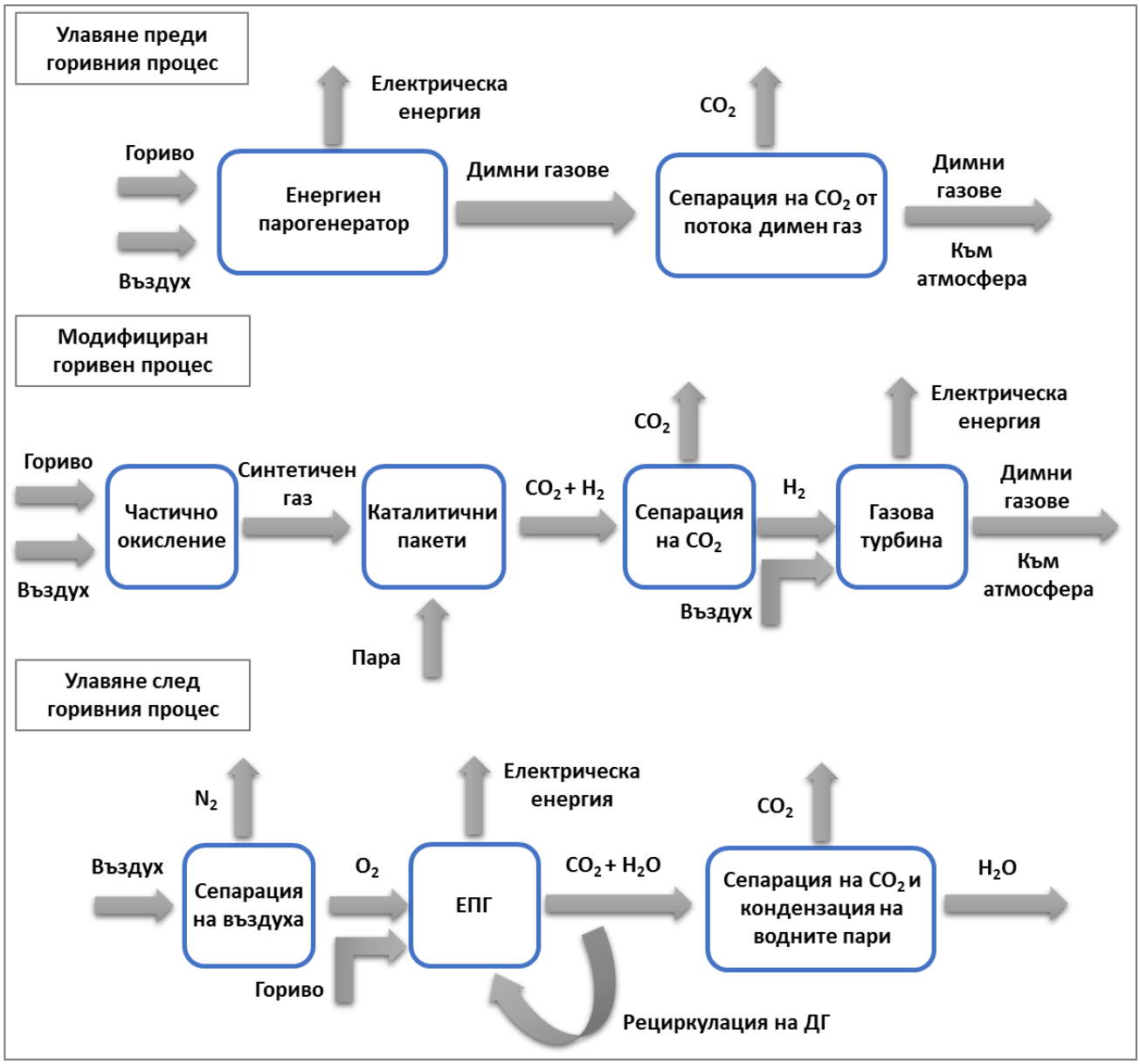
© 2016 Publishing House of Technical University of Sofia
All rights reserved

ISSN 1311-0829

чества от индустриална дейност и е с най-висок дял в парниковия ефект [3].

Понастоящем ~85 % от производството на енергия в света е в ТЕЦ, изгарящи органични горива: въглища, мазут и природен газ, които са източник на ~40 % от общите емисии на CO_2, като с най-голям дял са въглищните централи [4]. Това налага през последните години интензивно да се разработват технологични решения за ограничаване освобождаването на CO_2 в атмосферата от горивни процеси.

Трите направления с индустриална перспектива, в които се развиват технологиите за намаляване на емисиите от CO_2 са: улавяне преди горивния процес, модифициран горивен процес и следгоривно улавяне - фиг.1.



Фиг.1. Направления с индустриална перспектива, в които се развиват технологиите за намаляване на емисиите от CO_2

Важен аспект в решаването на технологичното предизвикателство е технико-икономическо обезпечаване на процесите по сепарация на CO_2 [5]. За целите на

действащата индустрия с дълъг ресурс на работа, основните параметри, които обуславят избора на инсталация за улавяне на въглероден диоксид са: ниски инвестиционни и експлоатационни разходи; надеждност и гъвкавост на технологията; безопасност и екологична съвместимост при работа на съоръженията и съхранението на реагенти и реакционни продукти.

От изследваните технологии с най-висок потенциал на приложимост е следгоривното улавяне на CO_2 чрез хемисорбция с амини [6], а напоследък интензивно се изследва и приложимостта на физичната адсорбция [7].

Процесът на физична адсорбция, се състои в адхезирането на молекулите на газа (адсорбат) чрез Ван дер Ваалсови сили върху повърхността на твърдо тяло (адсорбент). Поради слабите сили на взаимодействие между адсорбента и адсорбата, процесът е лесно обратим (десорбция) чрез въвеждане на топлина или понижаване на налягането в системата.

Ниските енергийни разходи за възстановяване на адсорбента и освобождаване на CO_2 са основно предимство на физичната адсорбция пред хемисорбцията с амини, в комбинация с безопасност от токсични въздействия.

Разработването на нови сорбентни материали, най-вече чрез оползотворяване на твърдофазни отпадъци, би подобрило показателите на процеса, от гледна точка на икономическа ефективност и екологичност.

Целта на настоящото изследване са адсорбцията и десорбцията на CO_2 в динамични условия върху зеолит FAU, синтезиран от летяща пепел.

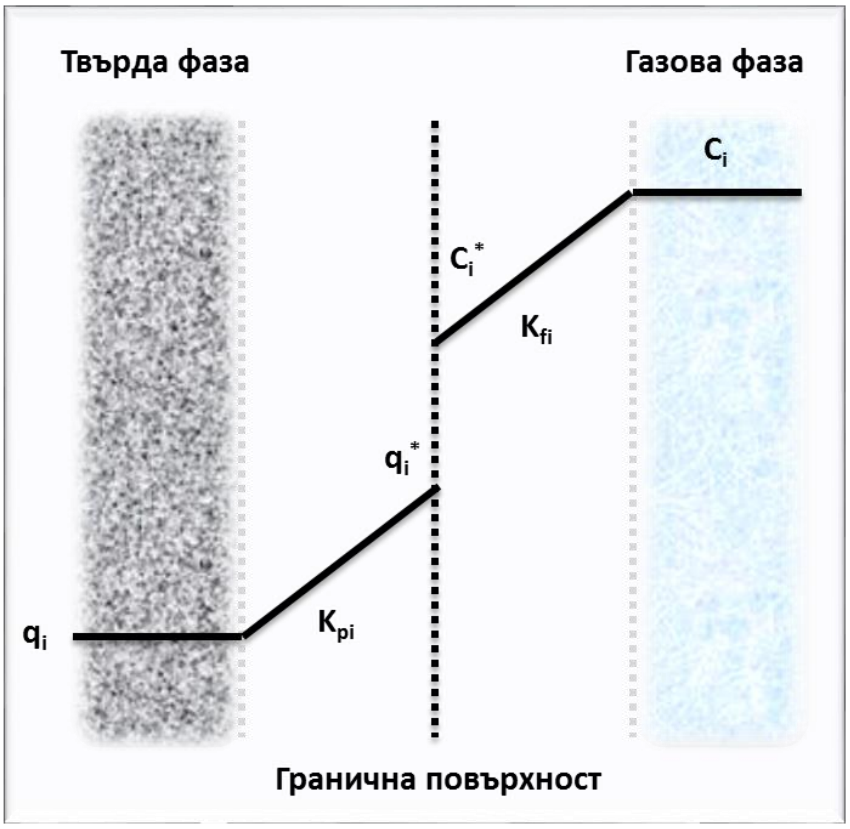
2. АДСОРБЦИЯ НА ГАЗОВЕ В ДИНАМИЧНИ УСЛОВИЯ

Механизмът на адсорбционните процеси е комплексен и се описва с множество емпирични константи, които се определят експериментално за индивидуалните контактни системи газ-твърдо вещество [8]. За симулационното пресмятане на адсорбционни инсталации, съществен параметър е не само равновесния адсорбционен капацитет, но и кинетиката на процеса, която се определя от скоростите на следните етапи [9]:

- трансфер на молекулите към външната повърхност на адсорбента (граничен дифузионен слой);
- дифузия в частицата адсорбент;
- адсорбция.

При описването и симулирането на адсорбционни процеси в системата твърдо тяло-газ, най-широко приложение е намерил моделът, основаващ се на хипотезата на линейна движеща сила LDF (Linear Driving Force) [10].

Етапите на масообмен между твърдо тяло и подвижен флуид и количествените им характеристики са представени на фиг.2.



Фиг.2. Масообмен в системата твърдо тяло-газ

Основно допускане в LDF модела е установяването на мигновено термодинамично равновесие на граничната повърхност, което се описва с израза:

$$(1-\varepsilon)\rho_p \frac{\partial(q_i)}{\partial t} = K_{fi} S_p (C_i - C_i^*)$$

където:

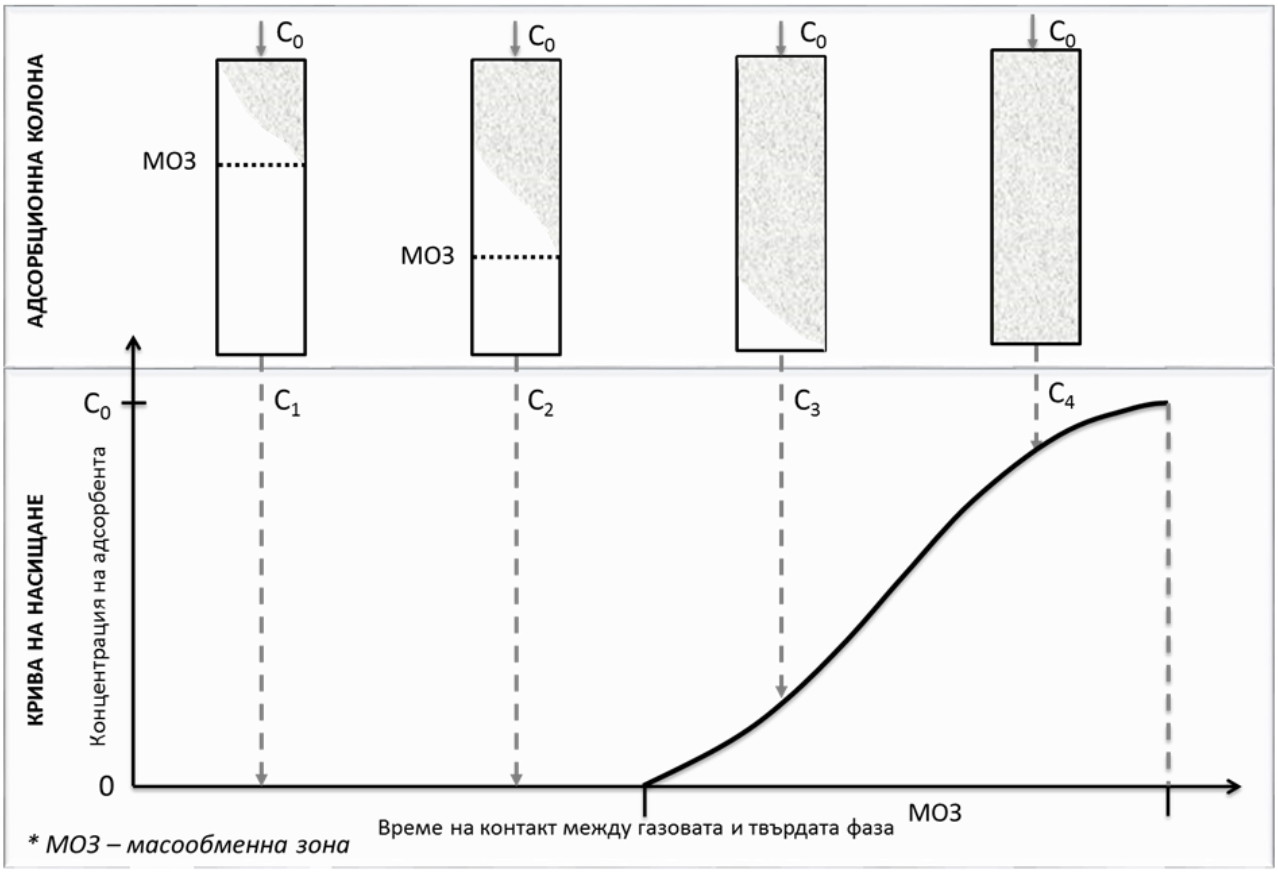
K_{fi}	Коефициент на масообмен в газовата фаза	(m/s)
$\mathbf{S_p}$	Специфична площ за единица обем	(m^2/m^3)
q_i	Парциална концентрация на i-тия компонент в газовата фаза	(mol/m^3)
C_i	Парциална концентрация на i-тия компонент в твърдата фаза	(mol/kg)
C_i*	Парциална концентрация на газовата фаза на граничната повърхност на i-тия компонент	(mol/m^3)
ρ_p	Плътност на адсорбента	(kg/m^3)
ε	Отношение на свободния обем към обема зает от адсорбента в колоната	

В промишлените инсталации, процесът на адсорбция се осъществява в съоръжения адсорбционни колони, запълнени с твърдофазен адсорбент в неподвижен слой - фиг.3. Потокът ДГ постъпва в колоната като в първия момент на контакт, CO_2 молекулите се адсорбират в най-близката зона на слоя адсорбат. Дебит ДГ, наситен с CO_2 преминава през тази зона и постъпва в следваща с ненаситен адсорбент, където протича последващо сепариране на CO_2 молекули. След период от време, когато адсорбентът е достигнал състояние на насищане, процесът на

адсорбция протича в по-отдалечените зони на неподвижния слой. След работния период, неподвижният слой се разделя на три зони:

- входяща зона, в която равновесната адсорбция отговаря количествено на входящата концентрация на CO_2 - C_0;
- масообменна зона (МОЗ), в която концентрацията на CO_2 в потока ДГ е намалена;
- изходяща зона, в която повърхността на адсорбента е останала частично незапълнена.

За времето, в което МОЗ достигне изходящата зона, се получава т.нар. крива на насищане на адсорбата с адсорбент. Графичната зависимост изразява изменението на концентрацията на адсорбата във функция на времето на преминаване през динамичната адсорбционна колона. От кривата на насищане се определя моментът, в който трябва да бъде преустановен процесът на адсорбция, а именно при достигане на 5 vol % от първоначалната концентрация на CO_2 в потока ДГ, напускащ колоната. Наситеният адсорбент трябва да се изведе за регенерация, която обикновено се осъществява чрез понижаване на налягането (PSA) или увеличаване на температурата (TSA) в адсорбционната колона.



Фиг.3. Масообмен в динамична адсорбционна колона - крива на насищане

3. МАТЕРИАЛИ И МЕТОДИ

Експерименталното изпитване на динамичния адсорбционен капацитет е проведено с образец от синтетичен зеолит тип FAU, получен от изходен материал – въглищна летяща пепел (ЛП), добита от електрофилтрите на ТЕЦ „Ей и ЕС Гъ-

лъбово‘‘ - Образец FH-24. Образецът е получен чрез провеждане на двустъпална хидротермална активация при 90 ^{o}C за 4 h с етап на предварително алкално стапяне при 550 ^{o}C, за 1 h, при съотношение на ЛП/NaOH=1/2. Характеристиките на ЛП и резултатите от структурното и морфологично охарактеризиране на материала, са подробно описани в предишни публикации [11]. Образец FH-24 е изследван и по отношение на повърхностните си характеристики и равновесния адсорбционен капацитет към CO_2 [12]. Зеолитът от ЛП притежава смесена микро-мезопорьозна структура, като експериментално определената му специфична повърхност е 387,88 m^2/g. Равновесният адсорбционен капацитет по отношение на CO_2 при 0 ^{o}C и 104 kPa е 136.40 mg/g, а коефициентът на селективност на образеца в системата CO_2-N_2 е CO_2/N_2 = 24.16.

За определяне параметрите на динамична адсорбция се измерва концентрацията на газовите компоненти във входящия и изходящ поток, при непрекъснато обтичане на материала, като за целта е използвана детектираща система - газов хроматограф HP-GC с 25 m PLOT Q капилярна колона, работещ с носещ газ N_2.

4. ОПИСАНИЕ НА ЕКСПЕРИМЕНТАЛНАТА ПРОЦЕДУРА

Лабораторната система за изследване на динамичната адсорбция/десорбция в системата зеолит от ЛП/CO_2 е представена на Фиг..

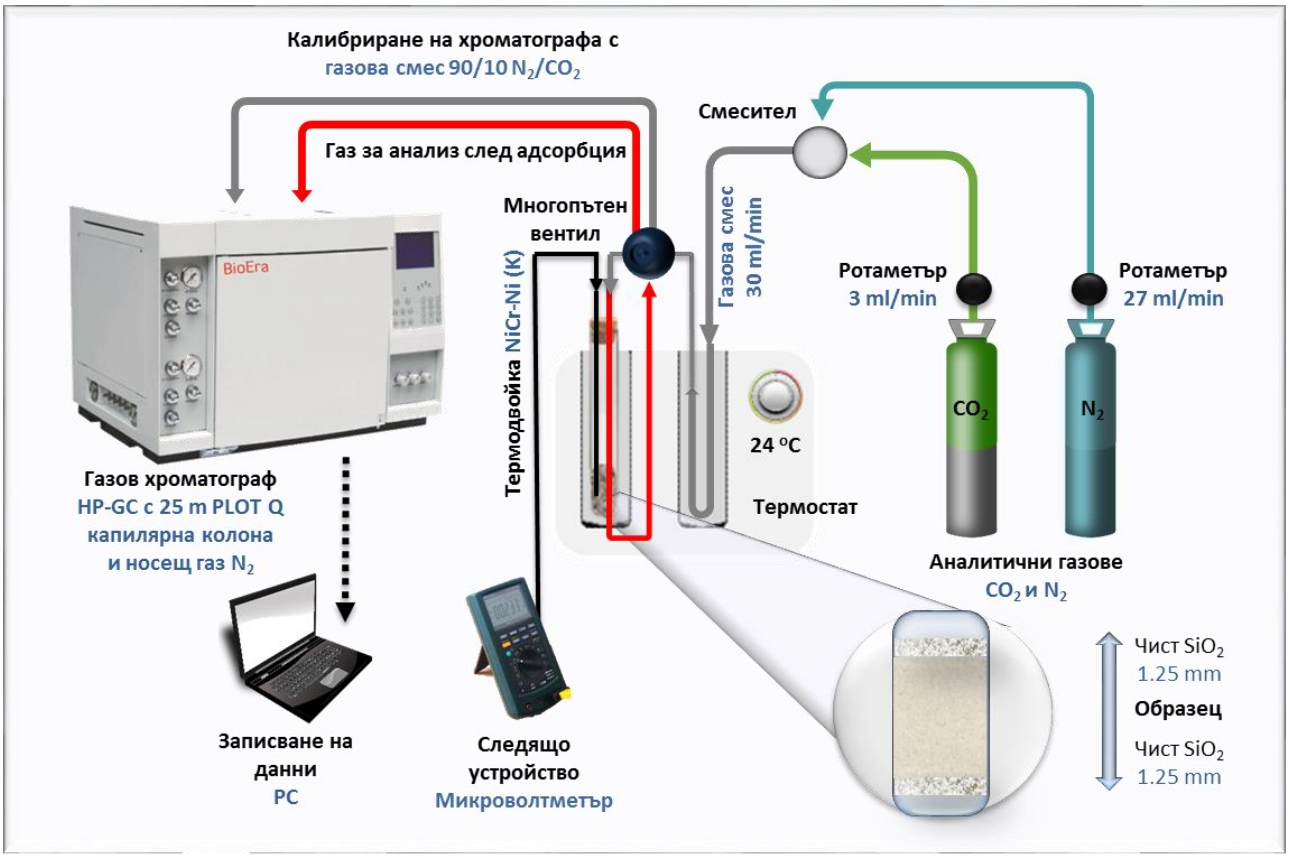
През образец FH-24 се подава газова смес от N_2 и CO_2 в обемно съотношение 90/10. Двата работни газа се подават през ротаметри към стъклен газов смесител, от който се пропуска към пробата смес с дебит 30 ml/min. Сместа постъпва в отопляема линия и се термостатира при 24 ^{o}C, след което се подава към многопътен вентил.

Първият етап от анализа е свързан с калибриране на детектиращото устройство за определяне на газовите концентрации в потока и извеждане на нулева линия на газовия хроматограф.

След този етап, газовата смес от многопътния вентил се подава към стъклена адсорбционна колона, в която е поставен образец FH-24 с маса 1.2 g и височина на адсорбционния слой 2 cm. С цел предотвратяване на отнасянето на прахообразния образец с потока, е поставен кварцов филтър с размер на частиците 1.25 mm. След преминаване през целия обем, газовата смес напуска адсорбционната колона и се подава към детектиращото устройство за измерване на концентрацията на отделните компоненти в нея.

От инерционната крива на газовия хроматограф е определен интервал от 5 min за отчитане стойността на концентрацията на CO_2 в изходящия поток. Концентрацията на N_2 в газовата смес не се измерва, тъй като това е и работен газ за колоната на хроматографа.

Проведена е серия от четири експеримента, без извеждане на образеца от адсорбционната колона, с цел определяне на оптимална температура за провеждане на десорбцията на CO_2 - Таблица.



Фиг.4. Лабораторна система за изследване на динамичната адсорбция/десорбция в системата зеолит от ЛП/CO_2

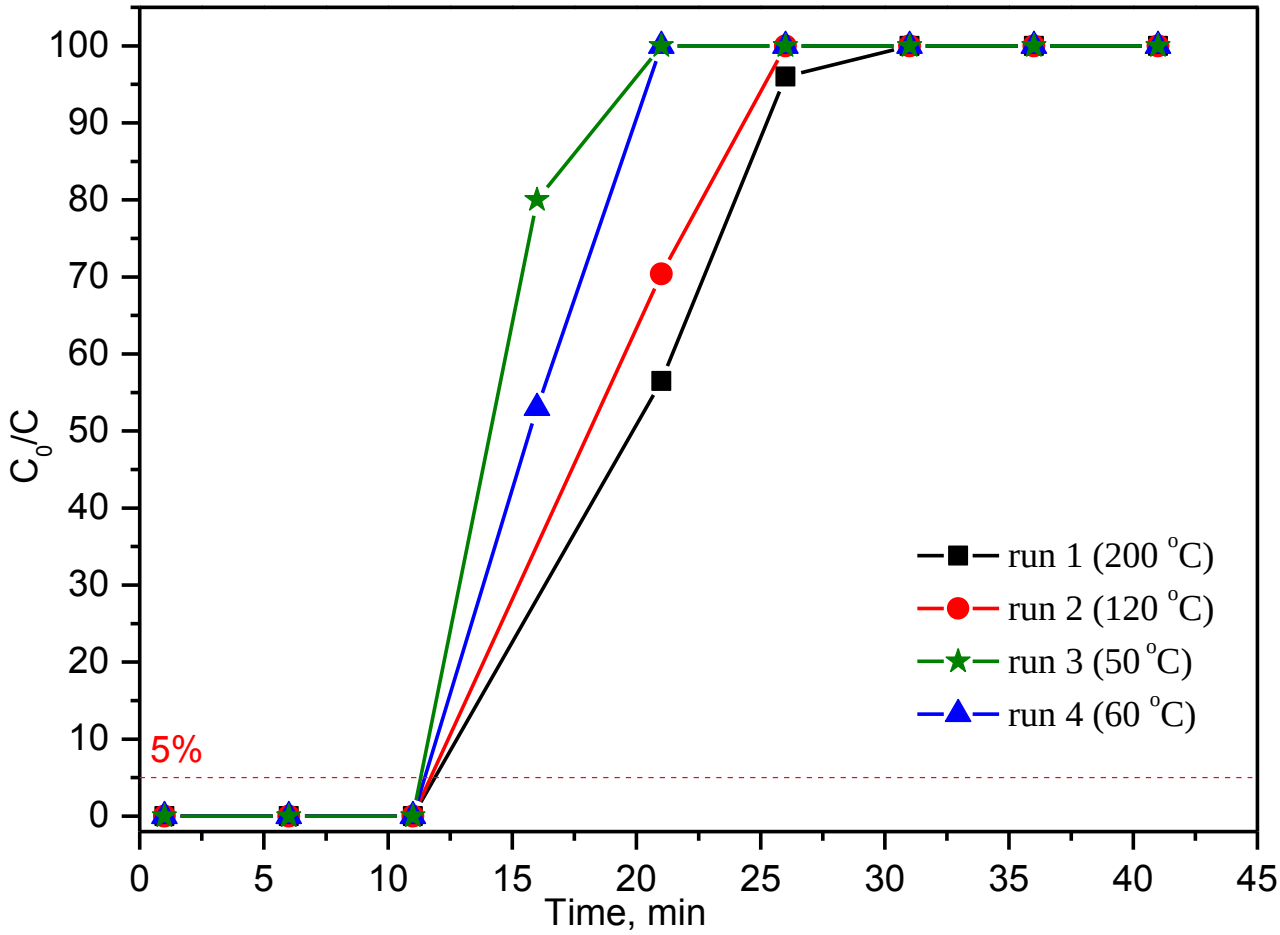
Таблица 1. Експериментални температури на десорбция на CO_2 от зеолита от ЛП след адсорбция от газовата смес N_2/CO_2

Експеримент	Run 1	Run 2	Run 3	Run 3
Температура на десорбция	200 °C	120 °C	50 °C	60 °C

5. РЕЗУЛТАТИ И ДИСКУСИИ

В продължение на 45 min са отчитани концентрациите на CO_2 в газовата смес след преминаване през адсорбционната колона, като са получени 9 експериментални точки. Резултатите са представени графично във вид на криви на насищане - фиг.5. От получените криви се отчита най-дълго време на процеса в масообменната зона при първия от поредицата експерименти, което е очаквано, поради предварителното високотемпературно третиране на образеца и пълното освобождаване на реакционната му повърхност. При достигане на 5 vol % от първоначалната концентрация на CO_2 в изходния газов поток, процесът на адсорбция се преустановява и адсорбента се регенерира чрез десорбция. Получените резултати за времето за преминаване на 5 и 100 vol % CO_2 в изходящия газ и изчисленият адсорбционен капацитет, са представени в Таблица .

Полученият адсорбционен капацитет в динамични условия достига високи относителни стойности в диапазона от 73-85 % спрямо експериментално определения при статични условия 136.40 mgCO_2/g.



Фиг.5. Експериментални криви на насищане на образец FH-24 с CO_2

Таблица 2. Необходимо време за преминаване на 5 и 100 vol % CO_2 от началната концентрация в изходящия газ и адсорбционен капацитет на FH-24 спрямо CO_2 в динамични условия

Експеримент	Run 1	Run 2	Run 3	Run 4
5 vol% CO_2 в изх. поток	11.9 min	11.7 min	11.3 min	11.5 min
100 vol% CO_2 в изх. поток	31 min	26 min	21 min	21 min
Адсорбционен капацитет	115 mgCO_2/g	108 mgCO_2/g	100 mgCO_2/g	100 mgCO_2/g

Данни от изследвания на други автори по отношение на динамичния адсорбционен капацитет на синтетични зеолити са представени в табл.3. Образец FH-24 от FAU тип се характеризира с почти трикратно по-висок динамичен адсорбционен капацитет, в сравнение с измереният при други зеолитни фази, синтезирани от ЛП. Съпоставен с референтен FAU, получен от чисти изходни материали в първия цикъл на адсорбция, капацитетът на образец FH-24 достига 87% от този на референтния зеолит при същите експериментални условия. Съобщават се данни и за значително по-високи стойности на адсорбционен потенциал на зеолит FAU, но измерени при високи налягания (3400 kPa).

Таблица 3. Адсорбционни капацитети на зеолити

Зеолит	Суровина за синтез	Условия на динамичния експеримент	Адсорбционен капацитет на CO_2	Изт.
NaP1	ЛП	25 ^oC, 104 kPa	34 mg/g	[13]
LTA	ЛП	25 ^oC, 104 kPa	52 mg/g	[13]
LTA	Чист разтвор	25 ^oC, 104 kPa	87 mg/g	[13]
FAU	Чист разтвор	25 ^oC, 104 kPa	132 mg/g	[14]
FAU	Чист разтвор	25 ^oC, 3400 kPa	324 mg/g	[15]

Благодарение на високия адсорбционен капацитет на пепелния зеолит по отношение на CO_2 в динамични условия и малката разлика във времената за пропускане на 5 vol % CO_2 в изходния поток при различните температури на регенерация, се установява, че десорбционният процес протича при температури от 50 ^oC. Ниската температура на десорбция е предимство на разглежданата технология от технико-икономическа гледна точка. Регенериране на аминопроизводни от водни разтвори след адсорбция на CO_2 е постигнато при 125 ^oC в експериментални изследвания на други автори [16].

6. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

От проведените експериментални изследвания върху динамичните процеси на адсорбция и десорбция на CO_2 върху повърхността на пепелен зеолит, е установен адсорбционен капацитет от 115 mg CO_2/g, което представлява 85 % от капацитета му в условия на равновесна адсорбция. Постигната е ниска температура на десорбция от 50 °C, при която се освобождават 87 % от реакционната повърхност на сорбента. Установеното време за изчерпване на работния адсорбционен капацитет в динамични условия е 12 min. Прилагането на физичния процес в реални ТЕЦ ще изисква нисък енергиен разход за регенериране на адсорбента, като тази енергия може да бъде осигурена от отпаден топлинен поток. Обект на последващи изследвания е и възможността за оползотворяване на топлината от екзотермичния процес на адсорбция в процесите по предварителна подготовка на адсорбента или последващата му регенерация.

БЛАГОДАРНОСТИ

Авторът благодари на доц. д-р инж. Силвия Бойчева за оказаната помощ при работата върху тематиката. Авторът изказва своята благодарност на Технически Университет - София за финансовата подкрепа, осъществена чрез договор 152ПД0020-02/2015.

ЛИТЕРАТУРА

[1] Mondal, M., Balsora, H., Varshney, P., Progress and trends in CO_2 capture/separation technologies: A review. Energy 46, 2012, 431-441

[2] IPCC. Summary for policymakers. In: climate change 2007: the physical science basis, contribution of working group i to the fourth assessment report of the intergovernmental panel on climate change. Geneva: WMO/UNEP, 2007

[3] IPCC. Policymaker's summary of the scientific assessment of climate change; report to IPCC from working group. Meteorological Office: Branknell, United Kingdom, 1990. www.ipcc.ch/activity/srccs
[4] Yang H, Xu Z, Fan M, Gupta R, Slimane RB, Bland AE, et al., Progress in carbon dioxide separation and capture: a review. Journal of Environmental Sciences 2008, 20:14-27
[5] Robertson E., Analysis of CO_2 separation from flue gas, pipeline transportation, and sequestration in coal, Idaho National Laboratory, 2007
[6] Mamun S, Dindore VY, Svendsen HF., Kinetics of the reaction of carbon dioxide with aqueous solutions of 2-((2-aminoethyl) amino) ethanol. Industrial & Engineering Chemistry Research 2007, 46:385-394
[7] Songolzadeh, M., Ravanchi, M.T., Soleimani, M., Carbon dioxide capture and storage: a general review on adsorbents. World Acad Sci Eng Technol 70, 2012, 225-232
[8] Dantas T., Luna F., Silva Jr. I., Torres A., Azevedo D., Rodrigues A., Moreira R., Modeling of the fixed-bed adsorption of carbon dioxide and a carbon dioxide – nitrogen mixture on zeolite 13X, Brazilian Journal of Chemical Engineering 28, 2011, 533-544
[9] Dungey S., PhD Thesis: Modelling of gas transport in porous zeolite – modified discriminating gas sensors, University College London, 2010
[10] Sircar S., Hufton J.R., Why does the Linear Driving Force Model for adsorption kinetics work, Adsorption 6, 2000, 137-147
[11] Zgureva, D., Boycheva, S., Comparative studies on the zeolitization of fly ash from different Bulgarian power plants TPP „AES Galabovo" and TPP „Maritza East 2". Proceeding of XXth International Conference of FPMPE 2015, Sozopol, Bulgaria, 2015, 71-78
[12] Boycheva, S., Zgureva, D., Surface studies of fly ash zeolites via adsorption/desorption isotherms, Bulgarian Chemical Communications Special Issue A, 2016, 38-43
[13] Kuceba-Majchrzak I., Nowak W., A thermogravimetric study of the adsorption of CO_2 on zeolitez synthesized from fly ash, Termochemica Acta 437, 2005, 67-74.
[14] Siriwardane R., Shen M., Fisher E., Poston J., Shamsi A., Adsorption and desorption of CO_2 on solid sorbent, Journal of energy and environmental research, 2001, 19-31
[15] Adsorption equilibrium of methane, carbon dioxide, and nitrogen on zeolite 13X at high pressure, J. Chem. Eng. Data 49, 2004, 1095-1101
[16] Quang D., Rabindran A., Hadri N., Abu-Zahra M., Reduction in the regeneration of CO_2 capture process by impregnating amine solvent onto precipitated silica, European Scientific Journal, vol. 9, 2013

Автор: Деница Згурева, маг. инж., катедра „Топлоенергетика и ядрена енергетика", Енергомашиностроителен Факултет, Технически Университет-София, E-mail address: *dzgureva@gmail.com*

Постъпила на 10.05.2016 г. **Рецензент**: доц. д-р Силвия Василева Бойчева

ПРОГНОЗИРАНЕ НА ЧОВЕКОВРЕМЕТО ЗА РАЗРАБОТКА НА СОФТУЕР ОТ СОФТУЕРНИЯ ДИЗАЙН

Александър Петков

Резюме: *Настоящата статия въвежда и изследва метрика за прогнозиране на необходимото човековреме за разработка на софтуер след завършване на фазата на проектиране. Статията разглежда характеристиките на процесът по проектиране на софтуер. Разгледани са основните елементи от процеса и очакваните резултати от всеки от тях. Дефинирана е метрика за обема на софтуера от софтуерния дизайн. Метриката използва два елемента от софтуерния дизайн, чрез които прогнозира обема: Брой на таблиците за съхранение/извличане на данни; Брой на интерфейсите към външни системи. Прогнозирането се извършва на базата на исторически данни от сходни проекти. Резултатът от метриката е очаквано човековреме за реализиране на софтуера. Метриката е приложена върху три реални проекта на една организация. Получените данни са изследвани по отношение на точност при прогнозиране. Максималната измерена относителна грешка при прогнозиране на времето за реализиране на един от проектите на базата на исторически данни от другите два проекта е* $\pm$4.2%.
Ключови думи: *прогнозиране, човековреме, софтуер, проектиране, количествено управление*

SOFTWARE DEVELOPMENT EFFORT ESTIMATION FROM THE SOFTWARE DESIGN

Alexander Petkov

Abstract: *This article introduces and examines a metric for estimating the effort needed to develop a software product given its software design. The article examines the characteristics of the software design process. The main activities within the process and the expected results are defined. A software metric for the required effort for development from the software design is defined. The metric estimates the required effort by using two elements of the design: Input/output data storage tables count; Count of interfaces to external systems. The estimation is based on historical data from similar past projects. The result from the metric is estimated effort (in man-days) for the software development. The metric was applied to three projects of one organization. The accuracy of the estimated values was examined. The maximum relative error for the software development effort estimation for a single project, based on two historical projects, was* $\pm$4.2%.
Keywords: *estimation, effort, software, design, quantitative management*

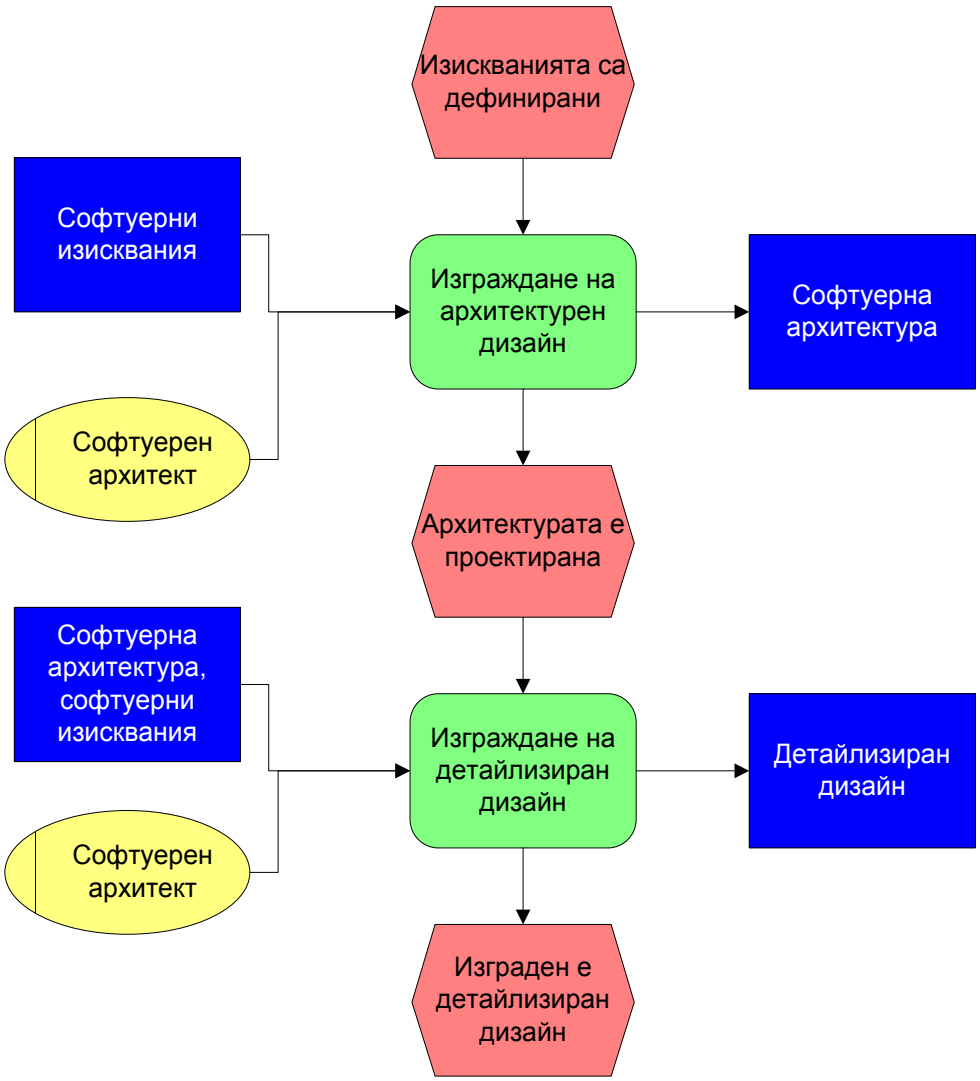
© 2016 Publishing House of Technical University of Sofia
All rights reserved

ISSN 1311-0829

ВЪВЕДЕНИЕ В СОФТУЕРНИЯ ДИЗАЙН

Проектирането е процеса на дефиниране на архитектурата, компонентите, интерфейсите и други характеристики на системата или неин компонент. Резултатът от проектирането се нарича софтуерен дизайн (ISO/IEC/IEEE, 2010).

По своята същност, проектирането представлява изграждане на модел на реалния проблем, който софтуерът трябва да решава. Решаването на проблема в модела решава проблема и в реалния свят. Един и същи проблем може да бъде моделиран по много начини, тъй като при софтуера няма физически ограничения, които да задават рамка на модела. Това прави проектирането изявено творчески процес, което от своя страна прави трудно описването му. Все пак процесът може да бъде разделен на два подпроцеса: архитектурен дизайн и детайлизиран дизайн (P. Bourque and R.E. Fairley, 2014).



Фиг.1. Проектиране на софтуерен дизайн

Архитектурният дизайн описва как софтуерът е разделен на взаимодействащи си компоненти. Детайлизираният дизайн описва поведението на тези компоненти. Резултатът от двата процеса е множество от модели и записи, които описват взетите нетривиални решения и причините, поради които са взети именно тези решения.

Съществуват основни принципи при проектирането на софтуерния дизайн. Използването им в практиката като цяло повишава качеството на софтуерния дизайн. Тези принципи са:

- Абстракция - абстракцията се дефинира като изглед на обект, който се фокусира върху информацията, която е от значение за дадена цел и игнорира останалата част от нея. В софтуерния дизайн подборът на добри абстракции позволява да се управлява сложността на системата и да се намалят нежеланите връзки между модулите.
- Свързаност и кохезия - свързаността се дефинира като мярка за взаимната зависимост между модулите в компютърна програма. В добрия софтуерен дизайн модулите са независими и с ясно дефинирани интерфейси. Високата свързаност прави модулите по-трудни за промяна, защото промяна в един модул често води до промени и в свързаните съм него модули. Кохезията е мярка за силата на връзките между елементите в даден модул. Принципът в софтуерния дизайн е да се поддържа високо ниво на кохезия. Ниско ниво на кохезия показва, че модулът вероятно изпълнява повече от една задача.
- Декомпозиция и модуларизация - принципът на декомпозиция и модуларизация гласи, че софтуерът трябва да бъде разделен на множество малки именовани компоненти с добре дефинирани интерфейси, които описват взаимодействието им един с друг. Различните функционалности и отговорности се отделят в собствени компоненти.
- Капсулиране/скриване на информацията - принципът е да се скриват вътрешните детайли на абстракциите и да се правят недостъпни за външни обекти.
- Разделяне на интерфейс от имплементация - за всеки компонент се дефинира публичен интерфейс, който описва функционалността му за неговите потребители, а детайлите по какъв начин е реализирана функционалността се скриват от тях чрез капсулиране/скриване на информацията.
- Достатъчност, завършеност и простота - за да постигне достатъчност и завършеност, даден софтуерен компонент трябва да обхваща всички важни характеристики на неговата абстракция и нищо повече. Простотата означава, че дизайнът трябва да се базира на шаблони, които са лесни за имплементиране.
- Разделяне на интересите - принципът за разделяне на интересите гласи, че всяка част от софтуера трябва да отговаря само за нейния интерес. Резултатът от прилагането на принципа е модулна програма. Разделянето на интересите се прилага при отделянето на слоеве в софтуерния дизайн - напр. презентационен слой, бизнес логика, слой за достъп до данните, слой за съхранение на данните.

Освен изброените принципи, софтуерният дизайн трябва да се съобразява и с множество ключови въпроси, които често са ортогонални на функционалността

на системата - паралелизация, контрол на потока и обработка на събития, съхранение на данните, разпределение на компонентите върху хардуера, обработка на грешки и изключения, взаимодействия и представяне пред потребителя, сигурност.

Съществуват множество архитектурни стилове, които описват архитектурния дизайн на високо ниво. По-известните такива стилове са:

- Общи структури (слоеве, потоци и филтри)
- Разпределени системи (клиент-сървър, трислойна архитектура, брокер)
- Интерактивни системи (модел-изглед-контролер, презентация-абстракция-управление)
- Адаптивни системи (микроядро, reflection)
- и др.

При изграждане на детайлизирания дизайн могат да бъдат използвани т.нар. *шаблони за дизайн*, които описват "решения за често срещани проблеми" (Jacobson, Booch, & Rumbaugh, 1999). Шаблоните за дизайн могат да бъдат разделени на три групи:

- Шаблони за създаване (фабрика, прототип, сингълтон);
- Структурни шаблони (адаптер, мост, декоратор, фасада, прокси);
- Поведенчески шаблони (команда, интерпретатор, итератор, медиатор, наблюдател, състояние, стратегия, шаблон, посетител).

Проектирането на софтуер се свежда до взимане на решения за начина, по който софтуера да бъде организиран и реализиран. За осигуряване на високо качество на софтуерния дизайн се използват следните техники:

- Преглед на дизайна - извършва се от софтуерните архитекти и инженери. Оценява се качеството на разработените модели и записи.
- Статичен анализ - използва математически модели, които позволяват да се предскаже поведението и да се валидира производителността на софтуера, вместо да се разчита само на тестване.
- Симулация и изграждане на прототип - динамични техники за оценка на дизайна, напр. симулация на производителността или прототип за проучване на осъществимостта.

МЕТРИКИ ЗА ОЦЕНКА НА СОФТУЕРНИЯ ДИЗАЙН

CMMI (Capability Maturity Model Integration) представлява програма за подобряване на процесите, свързани с разработка на софтуер. Програмата категоризира организациите в едно от пет *нива на зрялост*, в зависимост от организацията на вътрешните процеси:

1. Начално ниво - процесите са непредвидими, зле управлявани и реактивни.
2. Управлявано - налични са процеси на ниво проекти и често са реактивни.
3. Дефинирано - налични са процеси на ниво организация и са проактивни.
4. Количествено управлявано - процесите се измерват и контролират.
5. Оптимизиране - фокусът е върху подобрение на процесите.

CMMI описва добри практики за множество области от процеси. За всяка област се дефинират специфични цели, а за всяка цел - специфични практики, които я постигат. За да достигне най-високото, пето, ниво, организацията трябва да постига специфичните цели, прилагайки специфичните практики, така че да реализира процеси, които са проактивни, **измерват се и се контролират количествено** и водят до непрекъснато подобрение (CMMI for Development, Version 1.3, 2010).

(Herbsleb & Goldenson, 1996) изследват внедряването на мерки за подобряване на софтуерния процес в 61 организации, като провеждат анкета сред 138 старши технически експерти, ръководители на проекти и членове на групата за управление на софтуерния процес. От проведените изследвания става ясно, че организациите изпитват затруднение да определят **какво точно** трябва да направят, за да подобрят процесите. Необходими са повече методически указания за прилагането на конкретни мерки.

Добрият дизайн е този, който позволява софтуерът да се развива и променя лесно, без да изисква промени в самия дизайн. За съжаление, оценяването дали даден дизайн изпълнява това условие, преди да е ясно какви промени ще се наложат в бъдеще, е трудно. Може да се разчита основно на спазването на добрите принципи за дизайн и на опита на архитектите.

Тъй като основната дейност при проектирането на софтуера е взимането на решения, а взимането на решения намалява несигурността, след изготвянето на дизайна би трябвало да може да се даде относително точна прогноза за необходимото време и ресурси за реализация на софтуера. В настоящата статия ще бъде предложена "**метрика за обема от дизайна**", която дава очакваното човековреме за реализация на дизайна, с което подпомага планирането на бъдещата разработка.

МЕТОД ЗА ИЗСЛЕДВАНЕ

Всяка метрика трябва да задоволява определени информационни нужди на организацията, за да бъде полезна. Освен това цената за събиране на съответната метрика трябва да е в разумни граници. По-долу са представени дейностите, които бяха извършени при изследване на метриката за пълнота на софтуерната конфигурация.

1. Определяне на информационни нужди, които задоволява
2. Дефиниране на метода за извършване на необходимите измервания
3. Изпълнение на измерванията върху изследваните проекти
4. Анализ на корелацията между метриката и информационните нужди

Тези дейности осигуряват, че метриката е приложима в съответствие с действията, заложени в областта "измерване и анализ" на CMMI (CMMI for Development, Version 1.3, 2010).

Анализът беше извършен по метода на изследване на представителен пример. Беше изследвана една организация с три от нейните проекти. Характеристиките на изследваните проекти са дадени в **Error! Reference source not found.**.

Таблица 1. Списък на изследваните проекти

Проект	Описание	Технологии
Договори-1	Проектът обхваща създаването на нова уеб-базирана информационна система.	Microsoft .NET, ASP.NET MVC, Entity Framework, PostgreSQL
Уеб Офис-1	Проектът обхваща създаването на нова уеб-базирана информационна система, на базата на съществуваща десктоп система.	Microsoft .NET, ASP.NET MVC, Entity Framework, PostgreSQL
Договори-2	Проектът обхваща разширяването на продукта от проект "Договори-1" и интеграцията му с "Уеб Офис-1".	Microsoft .NET, ASP.NET MVC, Entity Framework, PostgreSQL

Метриката за обема от дизайна дава прогнозна (очаквана) стойност за необходимата човекоработа. Точността на метриката ще бъде изследвана, като ще бъде определена относителната грешка между очакването и получените реални стойности. Ще бъде търсена точност, която отговаря на изискванията от изследванията на (Conte, Dunsmore, & Shen, 1986) - да прогнозира с точност $\pm 25\%$ в 75% от случаите. Това е най-често използваният стандарт за оценка на точността на прогнозиране в софтуерни системи (Stutzke, 2005).

МЕТРИКА ЗА ОБЕМА ОТ ДИЗАЙНА

Дефиниция

Наименование: "Очаквано човековреме за изпълнение на дизайна E_d".

Необходими измервания:

- D_{th} - брой таблици за съхранение/извличане на данни в сходни проекти
- D_{ih} - брой външни програмни интерфейси, реализирани в сходни проекти
- E_{dh} - общо човековреме за реализиране на дизайна на сходни проекти
- E_{dav} - средно човековреме за реализиране на елемент от дизайна, изчислено по формулата от (1) - средно човековреме за реализиране на елемент от дизайна.

$$E_{dav} = \frac{E_{dh}}{D_{th}+D_{ih}} \quad (1)$$

- D_t - брой таблици за съхранение/извличане на данни в дизайна на проекта
- D_i - брой външни програмни интерфейси, предвидени в дизайна на проекта, където е в сила дефиницията (2)- очаквано човековреме за реализиране на елементите на дизайна

$$E_d = E_{dav}(D_t + D_i) = \frac{E_{dh}}{D_{th}+D_{ih}}(D_t + D_i) \quad (2)$$

Информационни нужди: Метриката дава прогнозно човековреме за реализиране на дизайна на проекта, на база на самия дизайн и историческа информация за изпълнението на предишни проекти. Метриката отговаря на въпроса "колко човековреме ще е необходимо за реализиране на дизайна на проекта".

МЕТОД ЗА ИЗВЛИЧАНЕ

Измерване на D_{th}

Под "таблица за съхранение/извличане на данни" в най-елементарния случай разбираме таблица от базата данни. В зависимост от проекта е възможно част от данните да не се съхраняват в база данни. Тогава под "таблица" разбираме всяка точка за съхранение на данни в плосък формат, независимо от технологията на съхранение зад нея. Събирането на историческа информация за броя на тези таблици в предишни проекти е сравнително лесно. Достатъчно е да бъде изваден броя на таблиците от дизайна, най-често от диаграмата или описанието на базата данни. Единствената особеност е, че данните трябва да бъдат извадени от версията на дизайна, която съответства на етапа на текущия проект (а не, например, от последната версия на дизайна, която може да включва допълнителни таблици). Извличането на предишна версия на дизайна е лесно, когато той е под контрол на версиите.

Измерване на D_{ih}

Броят на външните програмни интерфейси показва с колко системи трябва да бъде извършена интеграция. Програмният интерфейс може да е еднопосочен (само вход, само изход) или двупосочен. В настоящата статия и в двата случая интерфейсът ще бъде броен като един. Броят на външните програмни интерфейси също може да бъде изваден лесно от дизайна, като и тук важат особеностите за извличане на данните от версията на дизайна, която съответства на етапа на текущия проект, аналогично на D_{th}.

Измерване на E_{dh}

Общото човековреме за реализиране на дизайна е на практика човековремето за реализиране на проекта след дефиниране на дизайна и до преминаването в поддръжка. Ако всички задачи са въведени в система за управление на конфигурацията и за всяка задача е известно колко време е работено, измерването би било лесно. Практиката, обаче, често изисква един човек да работи паралелно по няколко задачи. При стриктно спазван процес, който изисква всеки да записва отделеното време по всяка задача, подобно измерване би било възможно. С помалко усилия и разумна точност общите човекочасове могат да бъдат получени като сума от работните часове на екипа по проекта. Тъй като някои членове на екипа може да работят по повече от един проект, трябва да бъде предвидена корекция за относителната им ангажираност към съответния проект. Човековремето на членове на екипа, които са участвали само в определени фази от проекта, също трябва да бъде ограничено до тези фази. Относителната ангажираност на хората по проекти може да бъде определена като отношението на задачите им по съответния проект към общия брой на задачите им от всички проекти за съответния период.

Измерване на E_{dav}
Измерването става чрез заместване на стойностите за D_{th}, D_{ih} и E_{dh} в **Error! Reference source not found.**.

Измерване на D_t
Измерването на D_t става от дизайна на текущия проект, аналогично на D_{th}, вж. "Измерване на D_{th}".

Измерване на D_i
Измерването на D_i става от дизайна на текущия проект, аналогично на D_{ih}, вж. "Измерване на D_{ih}".

Анализ
За проверка на достоверността на данните, получени от метриката, ще бъдат използвани исторически данни от реални завършени проекти. Получените стойности ще бъдат съпоставени с действителното време за разработка, според отчетните документи за завършване на етапите на проектите.
Обект на прогнозиране е проект "Договори-2". Сходни проекти, източници на историческа информация, са "Договори-1" (предишен проект по същия продукт) и "Офис Уеб-1" (проект, използващ същите технологии).

ИЗМЕРЕНИ СТОЙНОСТИ

От проект "Офис Уеб-1"
$D_{th} = 34$ таблици
$D_{ih} = 4$ интерфейса
Време за разработка: 236 дни
Относителна ангажираност на човешките ресурси:
Д1 - 33%, С1 - 20%, В1 - 50%
Човековреме:
Д1 = 0.33 * 236 = 77.88 човекодни
С1 = 0.20 * 236 = 47.20 човекодни
В1 = 0.50 * 236 = 118 човекодни
$E_{dh} = 77.88 + 47.20 + 118 = 243.08$ човекодни
$E_{dav} = \frac{243.08}{31} = 7.84$ човекодни/ елемент от дизайна.

От проект "Договори-1"
$D_{th} = 20$ талбици
$D_{ih} = 6$ интерфейса
Време за разработка: 217 дни
Относителна ангажираност на човешките ресурси:
А1 - 77%
Човековреме:
А1 = 0.77 * 217 = 167.09 човекодни
$E_{dh} = 167.09$ човекодни
$E_{dav} = \frac{167.09}{23} = 7.26$ човекодни/ елемент от дизайна.

Сумарно от сходни проекти
$D_{th} = 54$ талбици

$D_{ih} = 10$ интерфейса
$\mathrm{E}_{\mathrm{d}h} = 243.08 + 167.09 = 410.17$ човекодни
$\mathrm{E}_{\mathrm{dav}} = \frac{410.17}{64} = 6.41$ човекодни/елемент от дизайна.

Очаквано време за реализиране на дизайна на проект "Договори-2"

$D_t = 75$ талбици
$D_i = 5$ интерфейса
$\mathrm{E}_{\mathrm{d}} = 6.41 \times (75 + 5) = 512.80$ човекодни

ДЕЙСТВИТЕЛНИ РЕЗУЛТАТИ

За проект "Договори-2"

$D_{th} = 75$ талбици
$D_{ih} = 5$ интерфейса
Време за разработка: 201 дни
Относителна ангажираност на човешките ресурси:
А1 - 80%, Д1 - 75%, Г1 - 90%
Човековреме:
А1 = 0.8 * 201 = 160.80 човекодни
Д1 = 0.75 * 201 = 150.75 човекодни
Г1 = 0.9 * 201 = 180.90 човекодни
$E_{dh} = 160.80 + 150.75 + 180.90 = 492.45$ човекодни

СЪПОСТАВКА И ТОЧНОСТ НА МЕТРИКАТА

Тази метрика се базира на две предположения:

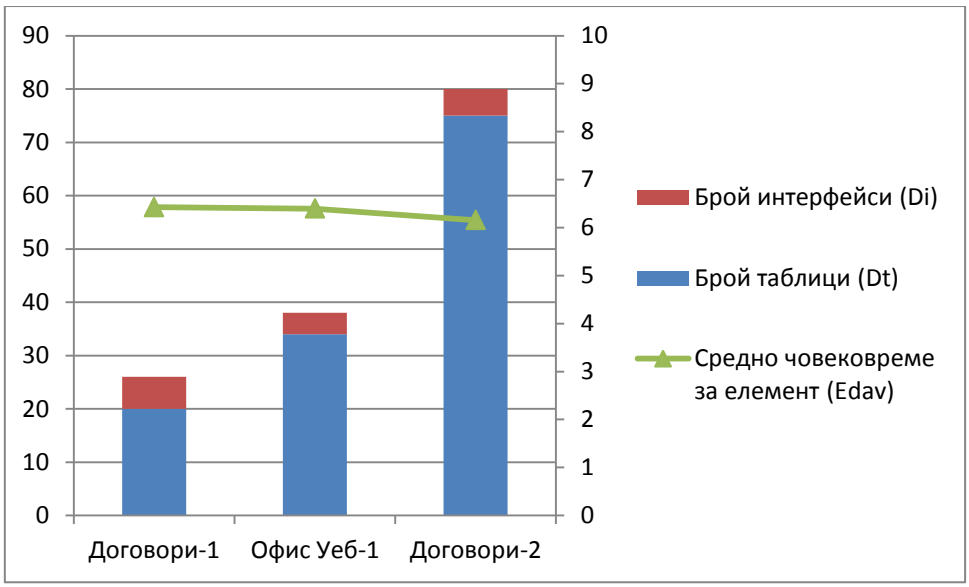
1. Основните елементи на дизайна са структурите за съхранение на информация и външните интерфейси към други системи;
2. Човековремето за реализиране на един елемент от дизайна е близко до константа.

Първото предположение се оказва вярно за изследваните проекти. Всяка таблица в базата данни води до задачи за реализиране на потребителски интерфейс за работа и за справки върху нея. Малкото таблици, които нямат потребителски интерфейс, се използват за връзка с външни системи (напр. таблица за настъпили събития към обекти, таблица с потребители). Това означава, че връзка с външна система, за която е необходимо да се добави таблица в базата данни, ще бъде отчетена веднъж като връзка и веднъж като таблица в базата данни, което на практика означава, че теглото на връзките към външни системи в дизайна е по-голямо от теглото на обекти, които остават вътре в системата. Това заключение съвпада с някои предишни изследвания, например при изчисляване на функционални точки теглото на връзките с външни системи също е по-голямо (Albrecht, 1979).

За второто предположение можем да съдим от получени стойности за $\mathrm{E}_{\mathrm{dav}}$ за различните проекти. Стойностите на $\mathrm{E}_{\mathrm{dav}}$ за трите изследвани проекта са показани на Фиг.2.

И за трите проекта, стойностите на метриката остават близки ($\pm 5.2\%$). Това е причината за получената много близка стойност на прогнозното човековреме до действителното човековреме за проект "Договори-2" – относителната грешка е

едва ±4.2%. Това е и най-голямата грешка, получена с наличните данни (при изчисление на E_d на "Договори-1" или "Офис Уеб-1" от другите два проекта дава отклонения от съответно ±3.0% и ±2.8%). Данните показват, че метриката постига и значително надхвърля изискванията за точност.



Фиг.2. Средно човековреме за елемент от дизайна на сходни проекти.

ЛИТЕРАТУРА

Albrecht, A. J. (1979). Measuring Application Development Productivity. *Proceedings of the Joint SHARE, GUIDE, and IBM Application Development Symposium* (стр. 83-92). Monterey: IBM Corporation.

CMMI for Development, Version 1.3. (11 2010 г.). Свалено от http://resources.sei.cmu.edu/asset_files/TechnicalReport/2010_005_001_15287.pdf

Conte, S. D., Dunsmore, H. E., & Shen, V. Y. (1986). *Software engineering metrics and models.* Benjamin/Cummings Pub. Co.

Herbsleb, J. D., & Goldenson, D. (1996). A systematic survey of CMM experience and results. *Proceedings of the 18th International Conference on Software Engineering* (стр. 323-330). Berlin: IEEE.

ISO/IEC/IEEE. (2010). *ISO/IEC/IEEE 24765:2010 Systems and Software Engineering—Vocabulary.* ISO/IEC/IEEE.

Jacobson, I., Booch, G., & Rumbaugh, J. (1999). *The Unified Software Development.* Addison-Wesley Professional.

P. Bourque and R.E. Fairley, e. (2014). *Guide to the Software Engineering Body of Knowledge, Version 3.0.* IEEE Computer Society, swebok.org.

Stutzke, R. D. (2005). *Estimating Software-Intensive Systems: Projects, Products, and Processes.* Upper Saddle River: Addison-Wesley Professional.

Автор: Александър Бойков Петков, докторант, катедра „Математически анализ и числени методи“, Факултет по приложна математика и информатика, Лаборатория по компютърна графика и географски информационни системи към НИС Технически Университет-София, E-mail address: *alex@acstre.com*

Постъпила на 08.06.2016 г. **Рецензент:** доц. д-р Весела Пашева

Годишник на Технически Университет - София, том 66, книга 3, 2016
Proceedings of the Technical University of Sofia, Volume 66, Issue 3, 2016

МЕТРИКА ЗА КОЛИЧЕСТВЕНА ОЦЕНКА НА ПЪЛНОТАТА НА СОФТУЕРНАТА КОНФИГУРАЦИЯ

Александър Петков

Резюме: *Настоящата статия въвежда и изследва метрика за количествена оценка на пълнотата на софтуерната конфигурация, с цел количествено управление на процеса по управление на конфигурацията. Статията разглежда характеристиките, на които трябва да отговаря процесът по управление на конфигурацията. Разгледани са основните елементи от процеса и очакваните резултати от всеки от тях. Дефинирана е метрика за относителна пълнота на софтуерната конфигурация. Метриката дава количествен индикатор за изпълнението на следните добри практики: Активно използване на система за контрол на версиите за целия код; Активно използване на система за контрол на версиите за документацията по проекта; Записване на задачите по проекта в тракер; Записване в тракера кой изпълнява дадена задача; Поддържане на именовани версии на доставените на клиенти продукти; Записване на промените в елементите на конфигурацията, настъпили в резултат на изпълнението на дадена задача. Метриката е приложена върху четири реални проекта на организация, чийто процес на управление на конфигурацията е подложен на одит. Получените данни са изследвани по отношение на корелация между стойностите на метриката и установените от одита практики.*
Ключови думи: *софтуерни метрики, управление на конфигурацията*

A SOFTWARE METRIC FOR QUANTITATIVE EVALUATION OF THE THOROUGHNESS OF THE SOFTWARE CONFIGURATION

Alexander Petkov

Abstract: *This article introduces and examines a metric for the evaluation of the thoroughness of the software configuration for the purpose of quantitative management of the software configuration management process. The article examines the characteristics of the configuration management process. The main activities within the process and the expected results are defined. A software metric for the thoroughness of the software configuration is defined. The metric produces a quantitative measure for the performance of the following good practices: Actively using a version control system for the entire source code; Actively using a version control system for the project documentation; Recording all issues in a tracking system; Recording who works on which issue in a tracking system; Keeping named versions for all product versions that have been delivered to clients; Recording the changes of configuration items as a result of working on specific issues. The metric was applied to four projects of a single organization which had its configuration management process audited. The conclusions from the metric and the audit were examined for correlation.*
Keywords: *software metrics, configuration management*

© 2016 Publishing House of Technical University of Sofia
All rights reserved

ISSN 1311-0829

ВЪВЕДЕНИЕ В УПРАВЛЕНИЕТО НА КОНФИГУРАЦИЯТА

Под "конфигурация" разбираме набора от конкретни версии на елементите, които изграждат софтуера (нар. *елементи на конфигурацията*), комбинирани за получаването на софтуерен продукт. Управлението на конфигурацията е процесът, който идентифицира елементите на конфигурацията във всеки един момент от времето с цел систематично управление на промените в конфигурацията и поддържането на интегритета и проследимостта на конфигурацията през жизнения цикъл на софтуера (ISO/IEC/IEEE, 2015). Управлението на конфигурацията е поддържащ процес, който се изпълнява през целия жизнен цикъл на софтуера. Основните му подпроцеси са: планиране, идентификация, контрол, отчитане на статуса и управление на версиите (P. Bourque and R.E. Fairley, 2014). Процесът е илюстриран на Фиг.1.

ПЛАНИРАНЕ НА УПРАВЛЕНИЕТО НА КОНФИГУРАЦИЯТА

Планирането на управлението на конфигурацията определя как и от кого ще бъде извършвано то. Планът за управление на конфигурацията дефинира използваните инструменти (софтуер за контрол на версиите, тракер със задачи, софтуер за непрекъсната интеграция и др.) стратегията за разклонения (branching) и обединения (merging), кой отговаря за различни дейности от управлението на конфигурацията (изграждане и маркиране на версии, затваряне на задачи и др.). Резултатът от процеса е план за управление на конфигурацията. Планът може да се променя в процеса на разработка на софтуера, в случай че бъдат установени области за подобрение, напр. по-добър инструмент или по-ефективен процес.

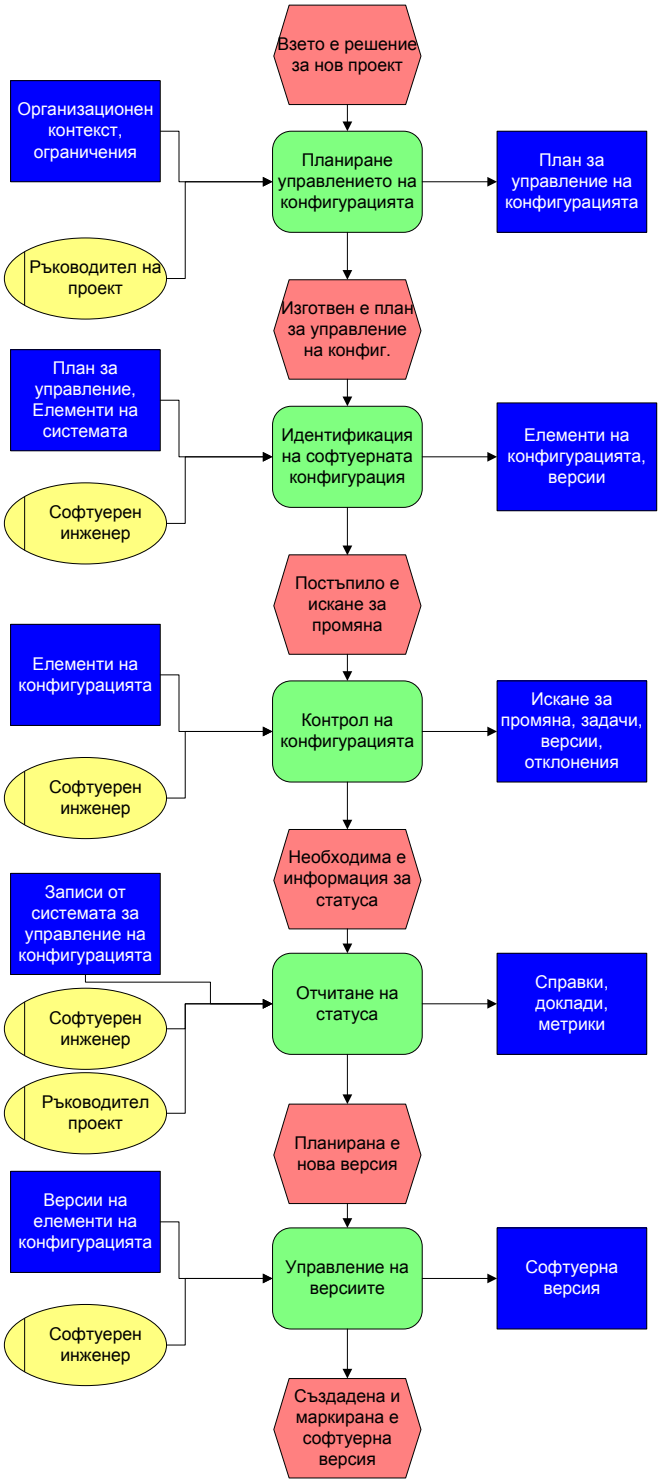
ИДЕНТИФИКАЦИЯ НА СОФТУЕРНАТА КОНФИГУРАЦИЯ

Първата стъпка от идентификацията на софтуерната конфигурация е определянето на елементите на конфигурацията. Промени в идентифицираните елементи на конфигурацията трябва да бъдат ясно проследими във времето. За целта те трябва да бъдат именовани и връзките между тях да бъдат описани, както и да има процедура за получаването на актуалната конфигурация. Елементите на конфигурацията обикновено включват не само кода, а и планове, спецификации, тестове, инструменти, библиотеки, данни и документация. Елементите на конфигурацията се променят с времето. Идентифициран вариант на даден елемент наричаме негова *версия*. Управлението на конфигурацията осигурява начин за извличането на коя да е версия на всеки неин елемент.

КОНТРОЛ НА СОФТУЕРНАТА КОНФИГУРАЦИЯ

Под контрол на софтуерната конфигурация разбираме процесът по управление на промените през жизнения цикъл на софтуера. Това включва решаването какви промени да бъдат извършени, одобряването на промените, поддръжката за реализиране на тези промени, както и реализирането на отклонения от изискванията. Информацията за тези дейности може да бъде полезна при оценяване на честотата на промените и изгубените ресурси в преправяне на реализирани изисквания. Искания за промяна могат да настъпят във всеки един момент от жизнения цикъл. Те се записват в софтуер за проследяването им (т.нар. *тракер*), който обикновено е специализиран софтуерен продукт, интегриран с други системи за управление на конфигурацията, като например системата за контрол на версиите. Обработката на исканията за промяна оставя в тракера информация за процеса по

одобрение, версиите, за които промяната е планирана и реализирана, резултати от тестове и одити.



Фиг.1. Процес на управление на конфигурацията.

Възможно е определени изисквания да не могат да бъдат реализирани към даден от момент от жизнения цикъл. В този случай са допустими *отклонения*, официално одобрени елементи на конфигурацията, които не отговарят на изискванията, но все пак са използваеми в този си вид. Отклоненията обикновено са ограничени във времето или в разпространението си.

Отчитане на статуса. Отчитането на статуса е процесът, който дефинира и реализира събирането и докладването на информация по време на жизнения ци-

къл. Информацията подпомага ръководството, софтуерните инженери, поддръжката и отговорниците по качеството, като им дава необходимата информация за идентифицираната конфигурация, статуса на реализация на промени, отклонения, планирани версии и др. Информацията е потенциален източник за формиране на метрики.

Управление на версиите. Създаването на *софтуерна версия* предполага разпространението на софтуера извън средата за разработка. Това включва както вътрешни версии, така и версии за внедряване при клиенти.Изграждането на софтуера е процесът по комбиниране на правилните версии на елементите на конфигурацията за получаване на изпълним софтуер и библиотеки. Системата за управление на конфигурацията позволява изграждането на точно определени версии на софтуера, включително по-стари версии, в случай на необходимост. Изграденият софтуер обикновено подлежи на тестване. Управлението на софтуерните версии включва идентификацията, пакетирането и разпространението на изградения софтуер заедно със съпътстващата документация, инструкции и данни. При създаването си, софтуерната версия трябва да бъде маркирана върху версиите на всички елементи на конфигурацията, които използва, за да бъде възможно повторното ѝ изграждане.

Метрика за оценка на управлението на софтуерната конфигурация. CMMI (Capability Maturity Model Integration) представлява програма за подобряване на процесите, свързани с разработка на софтуер. Програмата категоризира организациите в едно от пет *нива на зрялост*, в зависимост от организацията на вътрешните процеси:

1. Начално ниво - процесите са непредвидими, зле управлявани и реактивни;
2. Управлявано - налични са процеси на ниво проекти и често са реактивни;
3. Дефинирано - налични са процеси на ниво организация и са проактивни;
4. Количествено управлявано - процесите се измерват и контролират;
5. Оптимизиране - фокусът е върху подобрение на процесите.

CMMI описва добри практики за множество области от процеси. За всяка област се дефинират специфични цели, а за всяка цел - специфични практики, които я постигат. За да достигне най-високото, пето, ниво, организацията трябва да постига специфичните цели, прилагайки специфичните практики, така че да реализира процеси, които са проактивни, **измерват се и се контролират количествено** и водят до непрекъснато подобрение (CMMI for Development, Version 1.3, 2010). (Herbsleb & Goldenson, 1996) изследват внедряването на мерки за подобряване на софтуерния процес в 61 организации, като провеждат анкета сред 138 старши технически експерти, ръководители на проекти и членове на групата за управление на софтуерния процес. От проведените изследвания става ясно, че организациите изпитват затруднение да определят **какво точно** трябва да направят, за да подобрят процесите. Необходими са повече методически указания за прилагането на конкретни мерки. Настоящата статия предлага конкретна метрика за количествено управление на процеса на управление на конфигурацията. Управлението на конфигурацията е процесът, който генерира най-много данни за оценка на софтуерния процес като цяло. Това е така, защото всяка една дейност в софтуерния процес има своето място като запис в системата за управле-

ние на конфигурацията. Като основен източник на информация, управлението на софтуерната конфигурация трябва да бъде добре поддържано. Прескачането на управлението на конфигурацията крие рискове от невъзможност за проследяване на процеса, невъзможност за повтаряне на софтуерни версии и липса на контрол и отчетност за изпълнението на задачите. В настоящата статия ще бъде предложена "**метрика за пълнотата на софтуерната конфигурация**", която би била полезен индикатор за необходимостта от по-детайлно поддържане на софтуерната конфигурация.

МЕТОД ЗА ИЗСЛЕДВАНЕ

Всяка метрика трябва да задоволява определени информационни нужди на организацията, за да бъде полезна. Освен това цената за събиране на съответната метрика трябва да е в разумни граници. По-долу са представени дейностите, които бяха извършени при изследване на метриката за пълнота на софтуерната конфигурация: Определяне на информационни нужди, които задоволява; Дефиниране на метода за извършване на необходимите измервания; Изпълнение на измерванията върху изследваните проекти; Анализ на корелацията между метриката и информационните нужди

Тези дейности осигуряват, че метриката е приложима в съответствие с действията, заложени в областта "измерване и анализ" на CMMI (CMMI for Development, Version 1.3, 2010). Анализът беше извършен по метода на изследване на представителен пример. Беше изследвана една организация с четири от нейните проекти. Характеристиките на изследваните проекти са дадени в Таблица 1.

Таблица 1. Списък на изследваните проекти

Проект	Описание	Технологии
Договори-1	Проектът обхваща създаването на нова уеб-базирана информационна система.	Microsoft .NET, ASP.NET MVC, Entity Framework, PostgreSQL
Уеб Офис-1	Проектът обхваща създаването на нова уеб-базирана информационна система, на базата на съществуваща десктоп система.	Microsoft .NET, ASP.NET MVC, Entity Framework, PostgreSQL
Договори-2	Проектът обхваща разширяването на продукта от проект "Договори-1" и интеграцията му с "Уеб Офис-1".	Microsoft .NET, ASP.NET MVC, Entity Framework, PostgreSQL
ГИС-1	Проектът обхваща предимно поддръжката на ГИС продукт.	C++, Firebird, VCL

Процесът по управление на конфигурацията в изследваната организация е обект на одит. Резултатите от одита бяха използвани за съпоставка на получените от метриката резултати с реалните практики в организацията.

МЕТРИКА ЗА ПЪЛНОТАТА НА СОФТУЕРНАТА КОНФИГУРАЦИЯ

Дефиниция. Наименование: "Относителна пълнота на софтуерната конфигурация Q_{scm}". Необходими измервания: P - сума от броя на версиите на всички файлове в проекта; P_{ci} - сума от броя на версиите на файловете в система за контрол на версиите в проекта; D - брой на версиите на документите по проекта; D_{ci} - брой на наличните версии на документи в система за контрол на версиите; I_a- брой на затворените задачи в проекта, насочени към конкретен човек; I_v- брой на затворените задачи в проекта, свързани към конкретна версия за клиенти; I - брой на затворените задачи в проекта; C_i - брой на записите в системата за контрол на версиите, реферираци задачи; C - брой на записите в системата за контрол на версиите в проекта.

Дефиниция (1) относителна пълнота на софтуерната конфигурация:

$$Q_{scm} = \frac{\frac{P_{ci}}{P} + \frac{D_{ci}}{D} + \frac{I_a}{I} + \frac{I_v}{I} + \frac{C_i}{C}}{5} \quad (1)$$

Информационни нужди: Метриката показва, количествено, доколко се изпълняват добрите практики при управление на конфигурацията. Основните практики, които метриката оценява, са: да се използва активно система за контрол на версиите за целия код, както и за документацията по проекта, да се записват задачите в тракера, да се записва кой изпълнява дадена задача, да се пазят версии на доставените на клиенти продукти, да се записват промените в елементите на конфигурацията, настъпили в резултат на изпълнението на дадена задача. Метриката дава количествена мярка за изпълнението на тези практики със стойности между 0 и 1 и може да бъде използвана за поставяне на цели за подобряване на процеса.

МЕТОД ЗА ИЗВЛИЧАНЕ

Измерване на P_{ci}. Броят на версиите на всички файлове в системата за контрол на версиите може лесно да бъде изваден от системата за контрол на версиите. При измерване на P_{ci} към файловете се броят и директориите (добавянето, преместването или изтриването на директория също влиза в P_{ci}).

Измерване на P. В идеалния случай всички файлове по проекта са в система за контрол на версиите и P има същата стойност като P_{ci}. За получаване на P, към P_{ci} трябва да бъдат добавени всички версии на файлове, които са модифицирани и използвани по проекта извън системата за контрол на версиите. Това могат да бъдат файлове, използвани за създаване на модифицирани версии на продуктите, които са предадени на избрани клиенти, външни библиотеки и зависимости, които трябва да бъдат набавени допълнително, за да бъде изграден софтуера, документация по проекта, файлове с данни, скриптове за автоматизация на обновяване или изграждане, скриптове за създаване на бази данни, версии на файлове, които са добавени в системата за контрол на версиите, но са били използвани без съответната им версия да е била записана в системата и др. Всяка модифицирана версия на тези файлове се брои поотделно. Измерването може да отнеме време, защото е ръчна работа, но целта му е да накара екипът да се замисли дали има файлове от проекта, които не са били включени в системата за контрол на версиите, и тези файлове да бъдат включени в системата веднага, а не да се повтаря измерването им (т.е. самият процес на измерване може да подобри състоянието).

Измерване на D. Документацията е важна част от всеки проект и както останалите елементи на конфигурацията е добре да бъде под контрол на версиите. Невключването на документацията в системата за контрол на версиите ще се отрази негативно на отношението $\frac{P_{ci}}{P}$, но тъй като файловете с документация и техните версии могат да бъдат малко на брой в сравнение с честите промени по кода, теглото им в това измерване би било сравнително ниско. Затова включването на документацията в система за контрол на версиите беше избрано за отделен компонент в метриката, което значително ще повиши относителното му тегло. При измерване на броя на версиите на документи, освен всички ревизии

на документите в системата за контрол на версиите, се включват и всички използвани варианти на изброените по-долу документи, които не са били включени в системата за контрол на версиите: Софтуерна спецификация; Софтуерна архитектура/дизайн; Тестови случаи; Доклади; Ръководства за употреба; Други документи, които са част от проекта. Измерването на броя на версиите може да бъде трудно, защото версиите на файлове извън системата за контрол на версии може да са били загубени и презаписвани многократно. Ако при създаването им е използвана конвенция за поддържане на версии (напр. вътре в документа или като част от името на файла), това би бил добър източник за намиране на броя на неконтролираните версии.

Измерване на D_{ci}. Броят на версиите на документите, които са в системата за контрол на версиите, може да бъде извадена от системата чрез справка, аналогично на P_{ci}, но филтрирана по тип на файла.

Измерване на I_a. Броят на затворените задачи, насочени към конкретен човек, може лесно да бъде получен чрез справка в системата за управление на задачи с филтър по статус и по полето, показващо на кого е възложена задачата. В тази бройка не влизат задачи, в които полето за възложена задача е празно или е възложено на обобщаващи записи, напр. "неразпределена" или име на отдел.

Измерване на I_v. Броят на затворените задачи, които са свързани с конкретна версия на продукта, могат да бъдат извадени от системата за управление на задачи аналогично на I_a, но с филтър по статус и полето за версия, в която е затворена задачата.

Измерване на I. Броят на затворените задачи е бърза справка с филтър по статус от системата за управление на конфигурацията.

Измерване на C_i. Броят на записите в системата за контрол на версиите, реферирящи задачи, показва колко от ревизиите в системата са привързани към поне една задача. Една от възможностите за създаване на такава връзка е чрез текста на съобщението към ревизията. Системата за управление на задачите прочита съобщения в определен формат и разпознава, че тази ревизия реферира определена задача. Тогава измерването на C_i може да стане лесно, чрез търсене на формата в текстовете към ревизиите в системата. Алтернативно, ако системата за управление на задачи има потребителски интерфейс за привързване на задача към ревизия или ревизии, справката може да бъде получена от нея. При всички случаи, ако една ревизия реферира няколко задачи, то тя се брои само веднъж при измерване на C_i.

Измерване на C. Общият брой на записите в системата за контрол на версиите може лесно да бъде изваден чрез стандартна справка в системата. В броя се включват и всички ревизии в разклонения и етикети, не само в основната линия на проекта.

Анализ. Метриката е проектирана по такъв начин, че за постигането на по-високи стойности да е необходимо по-пълноценно използване на системата за управление на конфигурацията. Ако някои от версиите на файловете не са под контрол на версиите, то $\frac{P_{ci}}{P}$ и $\frac{D_{ci}}{D}$ намаляват. За да се повишат трябва файловете да бъдат добавени. След това, за да се правят промени по тях, ще се повишава

броят на записите в системата за контрол на версиите C. Ако тези записи не реферират задачи, то стойността на $\frac{C_i}{C}$ ще се понжи. За да се запази висока, то записите ще трябва да реферират задачи, което ще принуди екипът да създава задачи в системата за управление на задачи, т.е. да повишава I. Това ще доведе но понижаване на $\frac{I_a}{I}$ и $\frac{I_v}{I}$, освен ако задачите не се насочват към членове на екипа и не се привързват към конкретни версии. За да има към какви версии да се привързват, то ще е необходимо и създаване на именовани версии в системата, което е една от целите на метриката. Метриката дава оценка между 0 и 1 на начина на управление на конфигурацията. За анализа ѝ ще бъдат разгледани получените стойности на отделните компоненти в проекти "Договори-1", "Офис Уеб-1" и "Договори-2" и "ГИС-1".

Измерени стойности

От проект "Договори-1"

P = 4817 версии; P_{ci} = 4817 версии; D = 147 версии; D_{ci} = 147 версии; I_a = 64 задачи; I_v = 108 задачи; I = 120 задачи; C_i = 91 записа; C = 236 записа

Стойност на метриката:

$$Q_{scm} = \frac{\frac{4817}{4817} + \frac{147}{147} + \frac{64}{120} + \frac{108}{120} + \frac{91}{587}}{5} = 0.7485 \cong 75\%$$

От проект "Офис Уеб-1"

P = 10617 версии; P_{ci} = 10635 версии; D = 38 версии; D_{ci} = 20 версии; I_a = 103 задачи; I_v = 29 задачи; I = 111 задачи; C_i = 91 записа; C = 587 записа

Стойност на метриката:

$$Q_{scm} = \frac{\frac{10615}{10635} + \frac{20}{38} + \frac{103}{111} + \frac{29}{111} + \frac{91}{587}}{5} = 0.5737 \cong 57\%$$

От проект "Договори-2"

P = 11657 версии; P_{ci} = 11617 версии; D = 214 версии; D_{ci} = 174 версии; I_a = 304 задачи; I_v = 330 задачи; I = 382 задачи; C_i = 312 записа; C = 966 записа

Стойност на метриката:

$$Q_{scm} = \frac{\frac{11617}{11657} + \frac{174}{214} + \frac{304}{382} + \frac{330}{382} + \frac{312}{966}}{5} = 0.7585 \cong 76\%$$

От проект "ГИС-1"

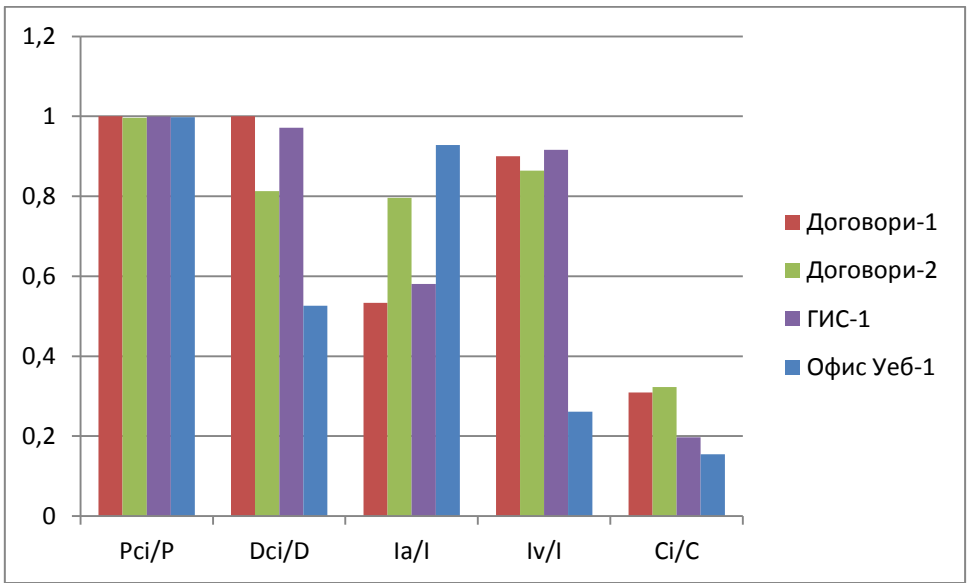
P = 26683 версии; P_{ci} = 26668 версии; D = 531 версии; D_{ci} = 516 версии; I_a = 104 задачи; I_v = 164 задачи; I = 179 задачи; C_i = 134 записа; C = 680 записа

Стойност на метриката:

$$Q_{scm} = \frac{\frac{26668}{26683} + \frac{516}{531} + \frac{104}{179} + \frac{164}{179} + \frac{134}{680}}{5} = 0.7331 \cong 73\%$$

СЪПОСТАВКА НА МЕТРИКАТА С УСТАНОВЕНИТЕ ПРАКТИКИ

Стойностите на петте компонента на метриката за изследваните проекти са показани на Фиг.2. Първият компонент на метриката, $\frac{P_{ci}}{P}$, е със стойност много близка до 1 за всички проекти. Това показва, че в организацията активно се използва система за контрол на версиите, което е потвърдено и от одита в организацията. Стойностите на $\frac{D_{ci}}{D}$ за проектите "Договори-1" и "ГИС-1" са високи (съответно 1 и 0.97), което показва, че документацията им е предимно в системата за контрол на версиите, но стойностите за проекти "Договори-2" и "Офис Уеб-1" са значително по-ниски (съответно 0.81 и и 0.53).



Фиг.2. Стойности на компонентите на Qscm по проекти

Анализирайки процесите в организацията става ясно, че в нея се поддържа хранилище за споделени документи на централен сървър. В него се съхраняват документи, свързани с изпълнението на външни поръчки, каквито са двата проекта с ниски стойности. Можем да направим извода, че този компонент на метриката успешно идентифицира наличието на такъв тип хранилище извън системата за контрол на версиите.

По отношение на компонента $\frac{I_a}{I}$ също има разлики между проектите. Стойностите за проекти "Договори-1" и "ГИС-1" този път са ниски (съответно 0.53 и 0.58), а за "Договори-2" и "Офис Уеб-1" - високи (съответно 0.80 и 0.93). Двата проекта с ниски стойности хронологически предшестват проектите с високи стойности, което може да означава, че практика за явно възлагане на задачите се е появила след приключването им. Ако вземем само данните от проект "ГИС-1" след началото на проект "Офис Уеб-1" получаваме много по-близка стойност на компонента до тази на другите два проекта (0.78), което подкрепя тази хипотеза. Анализ на реалните процеси в организацията показва, че практиката за насочване на задачите през системата за управление на задачи исторически се е използвала основно когато по даден проект работят няколко човека и освен това, въпреки че се приема положително, не се контролира спазването ѝ. Като извод за резултатите от този компонент можем да заключим, че при липса на контрол върху разпределението на задачите около 20% от тях се затварят без да се записва от кого са затворени, като особено внимание трябва да се отдели на проекти, в които има само един човек в екипа. Компонентът $\frac{I_v}{I}$, който отговаря за маркирането на задачите към версии на продукта, показва много близки стойности за три от проектите (между 0.86 и 0.92). Проектът "Офис Уеб-1" се отличава със значително по-ниска стойност - едва 0.26. Анализ на процесите по поддържане на версиите на продуктите показва, че за трите проекта с висока стойност - "Договори-1", "ГИС-1" и "Договори-2" - има строга политика по поддържане на версии. Всяка конфигурация на продукта, която се предоставя на клиенти, получава собствена именована версия, която се записва в системата за уп-

равление на конфигурацията. За проект "Офис Уеб-1" обаче няма ясно дефинирана политика за именоване на версии и многократно различни версии на конфигурацията са били предоставяни на клиенти, без да са създавани именовани версии и без да е възможно установяването на версията на конфигурацията, която работи при даден клиент. Данните категорично налагат извода, че компонентът $\frac{I_v}{I}$ успешно идентифицира наличието или липсата на именовани версии за даден продукт. Компонентът $\frac{C_i}{C}$ има най-ниски стойности за всички изследвани проекти. Това предполага, че няма практика за асоцииране на извършените промени по проектите към съответни задачи. Анализът на процесите в организацията показва, че приетата практика е да се асоциират единствено последните промени със съответни задачи (т.е. маркира се единствено **края** на работата по дадена задача), като няма мерки за следене на изпълнението на тази практика. Наистина, изследвайки отношението $\frac{C_i}{I}$ се вижда, че близо 77% от задачите от всички проекти са асоциирани със съответни ревизии за тяхното приключване. Този дял е консистентен с очакваното за практика, за чието изпълнение няма мерки за контрол. Като цяло стойностите за метриката за отделните проекти показват близки стойности (73% - 76%), с изключение на проект "Офис Уеб-1", който има 58%, основно заради липсата на политика за създаване и разпространение на версии. Получените данни показват, че метриката е добър индикатор за нивото на използване на заложените в нея добри практики по отношение на управление на конфигурацията. Тази метрика прави възможно количественото управление на процеса по поддържане на пълнотата на софтуерната конфигурация.

ЛИТЕРАТУРА

CMMI for Development, Version 1.3. (11 2010 г.). Извлечено от *http://resources.sei.cmu.edu/asset_files/TechnicalReport/2010_005_001_15287.pdf*

Herbsleb, J. D., & Goldenson, D. (1996). A systematic survey of CMM experience and results. *Proceedings of the 18th International Conference on Software Engineering* (стр. 323-330). Berlin: IEEE.

ISO/IEC/IEEE. (2015). *ISO/IEC/IEEE 15288:2015 Systems and software engineering -- System life cycle processes.* ISO/IEC/IEEE.

P. Bourque and R.E. Fairley, e. (2014). *Guide to the Software Engineering Body of Knowledge, Version 3.0.* IEEE Computer Society, swebok.org.

Автор: Александър Бойков Петков, докторант, катедра „Математически анализ и числени методи“, Факултет по приложна математика и информатика, Лаборатория по компютърна графика и географски информационни системи към НИС Технически Университет-София, E-mail address: *alex@acstre.com*

Постъпила на 08.06.2016 г. **Рецензент:** доц. д-р Весела Пашева

ОПРЕДЕЛЯНЕ НА ГРАНИЧНАТА РАБОТНА ЕКВИВАЛЕНТНА ЧУВСТВИТЕЛНОСТ ПРИ ИЗПИТВАНЕ НА ТРЪБИ С НОРМАЛНИ ВЪЛНИ, ВЪЗБУДЕНИ С ЕМАТ

Красимир Стайков

Резюме: *Изследвано е влиянието на основни параметри на система за изпитване с нормални ултразвукови вълни, възбудени с EMAT технология на стоманени тръби върху работната еквивалентна чувствителност. Тези параметри включват параметри на процедурата и параметри на оборудването. Експерименталната работа е проведена чрез периферното сканиране по импулсния-ехо метод. Тази техника е подходяща за изпитване на тръби и тръбопроводи около границата въздух-почва или тръби с ограничен достъп до изпитваната зона. Резултатите са дискутирани и са направени препоръки за практическото им приложение.*
Ключови думи: *нормални вълни, електромагнитен акустичен преобразувател, локална корозия, чувствителност*

DETERMINATION OF MAXIMUM SENSITIVITY OF GUIDED WAVES TESTING OF PIPES USING EMAT

Krasimir Staykov

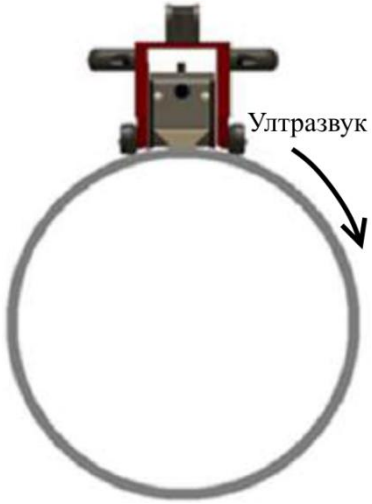
Abstract: *The influence of essential parameters on sensitivity of EMAT generated medium range guided waves system for inspection of steel pipes is examined. This includes procedure parameters and equipment parameters. Circumferential scanning technique in pulse-echo mode is used. The technique is suitable for inspection of air-to-soil interfaces and on tubes where there is no direct access to the area inspected. The results are discussed and guidelines for their application are made.*
Keywords: *guided waves, EMAT, local corrosion, sensitivity*

1. ВЪВЕДЕНИЕ

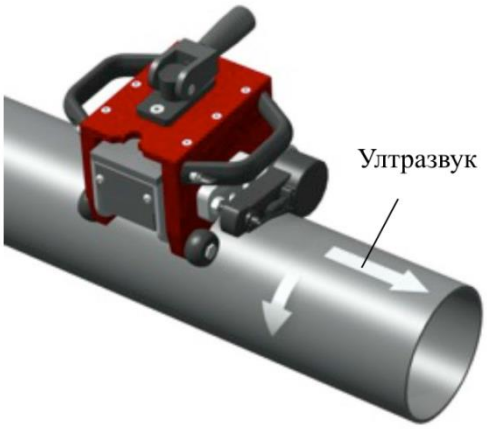
През последните няколко години технологията за изпитване на стоманени изделия от листов материал и тръби с нормални вълни, възбудени чрез електромагнитни акустични преобразуватели започва да намира практическо приложение. Дефектите, които могат да бъдат откривани и характеризирани чрез технологията са локални и общи изтънявания, вследствие на корозия, локална корозия и пукнатини. Съществото предимство на технологията е безконтактно възбуждане и приемане на нормалните вълни, което води до висока прецизност на резултатите от изпитването.

© 2016 Publishing House of Technical University of Sofia
All rights reserved
ISSN 1311-0829

Технологията позволява сканиране на тръби в аксиално и периферно направление с далекодействие до 5m. При аксиално сканиране на тръби (фиг.1.) вълните се разпространяват по периферията на тръбата, докато при периферното сканиране(фиг.2.) се разпространяват по дължина на тръбата. За постигане на максимална чувствителност, технологията се използва при разстояние до 1m от зоната с евентуални несъвършенства. Особен интерес представлява периферното сканиране, тъй като може да се използва за изпитване на участъци от тръби с ограничен достъп, като например тръбопроводи с изолация или такива, които навлизат или преминават през почва, сгради, стоманобетонни конструкции, както и други отговорни метални съоръжения с тръбни носещи елементи, като стълбове за улично осветление, стълбове за градски транспорт, стълбове от пътната инфраструктура, билбордове, пилони, метални подпори греди и др. [1-3].



Фиг.1. Аксиално сканиране на тръба чрез нормални вълни, възбудени с EMAT

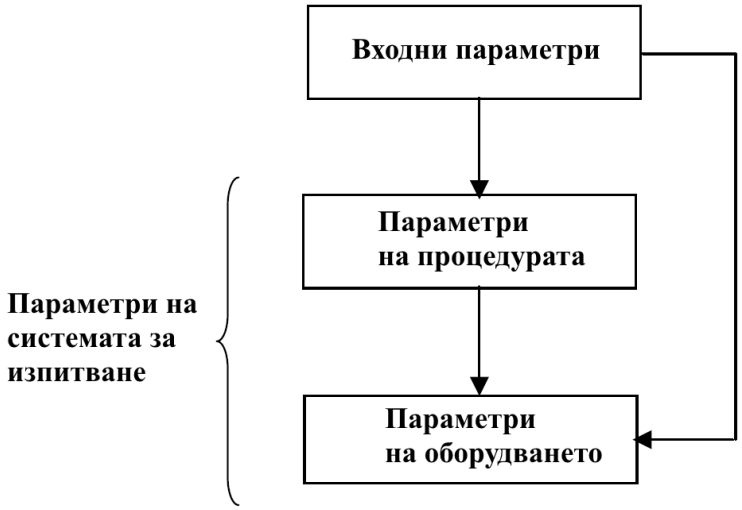


Фиг.2. Периферно сканиране на тръба чрез нормални вълни, възбудени с EMAT

Поради новостта на технологията в световен мащаб липсва стандарт, регламентиращ изпитването на тръби с нея. Съществуващите стандарти за изпитване с EMAT са фокусирани основно върху изпитване на изделия посредством надлъжни и напречни ултразвукови вълни. Съгласно CEN/TR 14748 за методи, технологии(техники) и процедури, които не са стандартизирани с европейски стандарти се прилагат процесите за квалификация на безразрушителния контрол [4]. Под квалификация се разбира потвърждаване чрез изпитване и/или чрез представяне на обективни доказателства, че подробните изисквания за специфично приложение са изпълнени.

Една от основните квалификационни характеристики на процесите за контрол без разрушаване, която влияе на ефикасността на приложение на даден метод е чувствителността. Чувствителността е мярка за способността при определени условия да се откриват отклонения в свойствата на обекта на контрол. Реалната чувствителност се характеризира с минималните размери на уверено откриваните при дадени условия несъвършенства. Реалната чувствителност обикновено не се използва в ултразвуковия контрол, тъй като за изразяването и е необходимо да се използват голям брой параметри, които характеризират обекта на контрол и несъвършенствата. Еквивалентната чувствителност при ултразвуко-

вия контрол се нарича способността при определени условия да се открива уверено контролен отражател, изработен в сравнителен образец с гарантирани характеристики. Еквивалентната чувствителност може да бъде относителна и работна, а нейната максимална за дадени условия стойност се нарича гранична. С относителна чувствителност се характеризира апаратурата, докато работната еквивалентна чувствителност характеризира възможностите на метода и зависи от реалните условия на разпространение на ултразвуковите вълни в обекта за контрол и от относителната чувствителност. Работната еквивалентна чувствителност се обуславя от два фактора: чувствителността на апаратурата и нивото на шумовете [5]. От гореизложеното следва, че в ултразвуковия контрол за постигане на гранична работна еквивалентна чувствителност в даден сравнителен образец с контролен отражател (с минималните размери при уверено откриване) е необходимо така да се подберат параметрите на контрола, че да се постигне максимална амплитуда на отразения сигнал при минимално ниво на шумовете т.е. максимално съотношение сигнал-шум. При изпитването с нормални вълни, освен шумовете от електронен и акустичен характер е необходимо да се вземе под внимание т. нар. кохерентен шум, чийто основен източник е възбуждането и приемането на други моди на нормалните вълни освен основната мода.
Съществуват много параметри, които влияят на чувствителността. В Европейската методология известна от 1990г. като ENIQ, тези параметри са дефинирани като влияещи параметри [6]. Тези параметри, чиято промяна би могла да повлияе на приложението на метода по такъв начин, че то да не отговаря на първоначалните изисквания са дефинирани като основни параметри. Това са параметрите, които трябва да бъдат взети под внимание при квалификацията на процедурата за контрол [6].



Фиг.3. Различни групи влияещи/основни параметри [6]

Влияещите параметри за всяко конкретно приложение на дадена технология могат да бъдат разделени на две основни групи:

- Входни параметри. Те включват параметри, които дефинират конкретното изпитвано изделие (например материал, геометрия и размери) и парамет-

рите на дефектите, които се очакват (например вид, местоположение, ориентация, размери и др.);

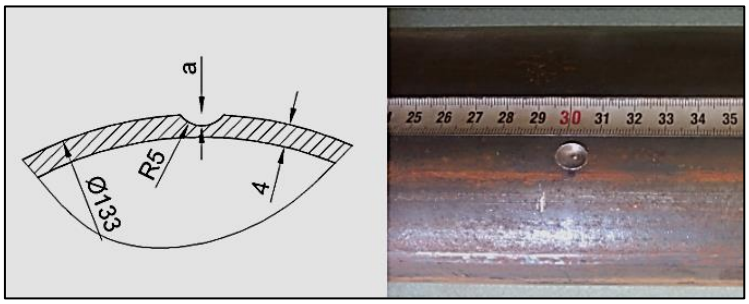
- Параметри на системата за изпитване. Те включват параметри на процедурата и параметри на оборудването [6].

Целта на настоящата работа е да се определи експериментално влиянието на някои основни параметри на системата за изпитване на стоманени тръби с нормалните вълни, възбудени чрез EMAT технология на фирма Innerspec Technologies Inc. чрез периферното сканиране по импулсния-ехо метод върху работната еквивалентна чувствителност и достигане на граничните и стойности.

2. АПАРАТУРА, СРАВНИТЕЛНИ ОБРАЗЦИ И МЕТОДОЛОГИЯ

При изследванията е използвана апаратура на Innerspec Technologies Inc., състояща се от:

- Електромагнитен преобразувател за възбуждане и приемане на нормални вълни, който се състои от постоянен магнит (размер XXL) и набор от намотки (тип RF), възбуждащи нормални вълни с различна дължина на вълната;
- Ролков скенер, снабден с механичен енкодер (позволява периферно и аксиално сканиране на тръби);
- Мобилен ултразвуков дефектоскоп модел Innerspec PowerBox H.

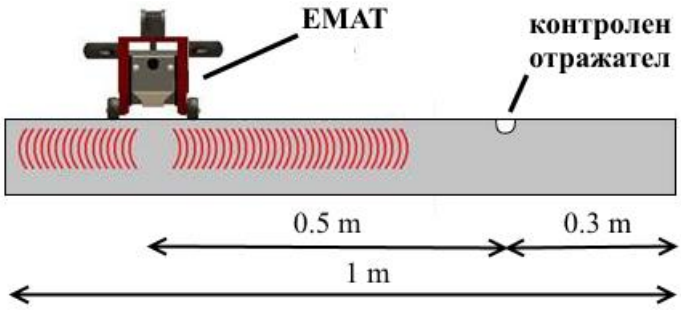


Фиг.4. Геометрични параметри на контролния отражател

За сравнителен образец е използвана шевна стоманена тръба с диаметър 133 mm, номинална дебелина на стената 4 mm и дължина 1 m, изработени от конструкционна стомана марка S235JR, съгласно БДС EN 10025-1:2005.

В образеца на разстояние 300 mm от единия край на тръбата, посредством карбиден шлайфгрифер със сферичен връх с диаметър 10 mm на универсална фреза са изработени 4 бр. контролни отражатели, наподобяващи локална корозионна язва, разположени на 90^0 периферно един от друг (фиг.4.).

Всички изследвания са проведени върху контролен отражател с дълбочина a=3.8 mm, тъй като в предишни изледвания бе установено, че този контролен отражател се открива с мода A0 с 90% вероятност и 95% сигурност при разстояние между него и преобразувателя 0.5 m [3].



Фиг.5. Схема на опитната постановка

Изследванията са проведени от дефектоскопист с квалификация UT ниво 2, съгласно БДС EN ISO 9712:2012, по схемата на фиг.5., без въздушната междина между преобразувателя и образеца (освен при последния тест). Тестовете са реализирани при едно и също усилване на апаратурата (16 dB) при оперирane на батерия, за да се минимизира влиянието на електромагнитните шумове от ел. мрежата. Повечето изследвания са проведени едно след друго за кратко време при фиксирана позиция на скенера, след откриване на отражение с максималната амплитуда от контролния отражател. От предварителните изследвания бе установено, че отклонения в стойността на съотношението сигнал-шум се получават основно от неточно позициониране на скенера. Поради тази причина не са представени данни за неопределеността. Изключение правят тестовете, при които се налага подмяна на намотките и промяна на въздушаната междина между преобразувателя и образеца. При тях са проведени 10 пролъчвания и са изчислени средната стойнст и стандартното отклонение. За изчисляване на съотношението сигнал-шум са използвани две бленди: една за измерване на амплитудата на отразения сигнал от контролния отражател и друга за измерване на нивото на шумовете, като тяхната позиция не е променяна при всички тестове. В последствие е изчислено съотношението сигнал-шум по зависимостта:

$$\mathrm{SNR} = 20\log\frac{\mathrm{A}_{\text{сигнал}}}{\mathrm{A}_{\text{шум}}} \qquad (1)$$

При всички изследвания е изменяна стойността само на изследвания параметър, а всички останали параметри са фиксирани на стойност, при която се получава гранична работна еквивалентна чувствителност, на база на данните получени от предварителните изследвания.

3. ИЗСЛЕДВАНЕ НА ВЛИЯНИЕТО НА ПАРАМЕТРИТЕ НА ПРОЦЕДУРАТА

- *Избор на мода*

Експерименталните изследвания са сведени върху приложението на моди A0, S0 и S1 на нормалните вълни, предвид редица съображения, подробно дискутирани в [2]. Акустичните характеристики на тези моди в работните точки, в които се достига гранична работна еквивалентна чувствителност за тази дебелина на стената 4 mm на тръбата са представени в табл.1.

Табл.1. Акустични характеристики на модите и работните точки с гранична еквивалентна чувствителност

Мода	f [KHz]	λ [mm]	c_p [m/s]	SNR [dB]	Стандартно отклонение
A0	405	6.35	2572	17.5	1.7
S0	321	16.25	5226	2	1.4
S1	1118	5.08	5677	-	-

Основните изводи, които могат да се формулират са:

- Мода S0 притежава относително ниска чувствителност към контролния отражател и амплитудата на отражението и е съизмерима с нивото на шумовете. Освен това притежава голяма мъртва зона (над 300 mm);
- Посредством мода S1 контролният отражател не се открива уверено от това разстояние. Основната причина за това е високото затихване на тази мода. Предимствата и ограниченията на безразрушителния контрол с нея са описани в [2].
- Мода A0 притежава най-висока чувствителност към контролния отражател (SNR=17.5 dB) и това предопределя избора и при следващите изследвания. Нейните характеристики обаче се влияят силно от наличие на заобикаляща среда, което трябва да се вземе предвид при практическото и използване.

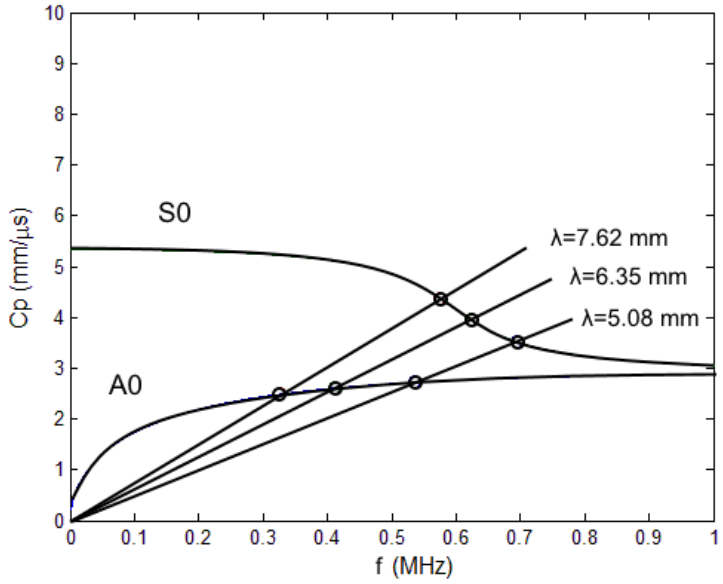
- *Избор на работна точка и намотка*

Проведени са изследвания при възбуждане на мода A0 с набор от намотки с дължината на вълната 5.08 mm, 6.35 mm, 7.62 mm, 10.2 mm, 12.7mm и 16.25 mm. При изпитванията не е използван честотен филтър.

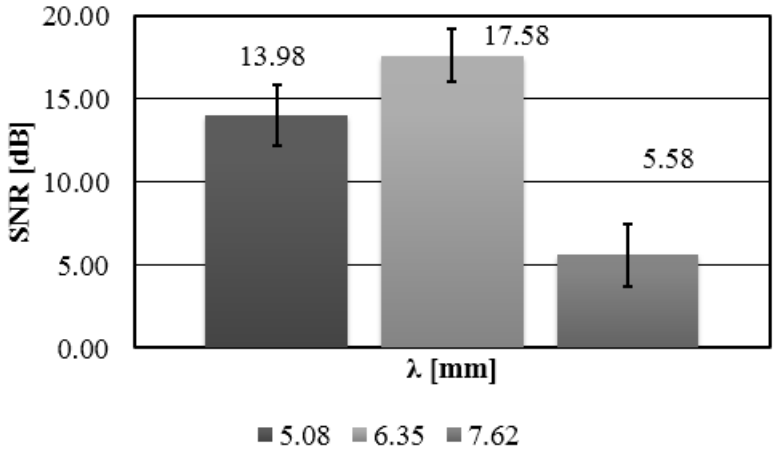
Изчислени са честотите на възбуждане на мода A0 за всяка намотка и в последствие прецизно определени опитно до постигане на максимална амплитуда на отражението от контролния отражател след сканиране в тесен честотен диапазон.

При намотките с дължина на вълната над 7.62 mm контролният отражател не се открива уверено. При намотки с дължина на вълната под 5.08 mm изолирането на мода S0 е затруднено, а освен това значително се понижава съотношението сигнал-шум (фиг.6.).

На фиг.7. са представени резултатите при прозвучаване на контролния отражател с дължина на вълната 5.08 mm, 6.35 mm, 7.62 mm. Най-висока работна еквивалентна чувствителност (SNR=17.5 dB) се получава при намотка с дължина на вълната 6.35 mm при честота 405 kHz (работна точка при 1.62 MHz.mm).



Фиг.6. Дисперсионни криви на фазовата скорост на моди A0 и S0 за тръба с дебелина на стената 4 mm и външен диаметър 133 mm



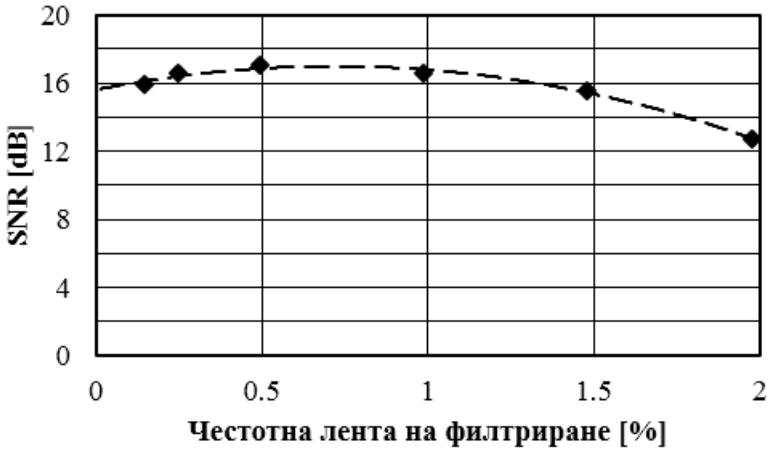
Фиг.7. Влияние на дължината на вълната върху еквивалентната работна чувствителност

4. ИЗСЛЕДВАНЕ НА ВЛИЯНИЕТО НА ПАРАМЕТРИТЕ НА ОБОРУДВАНЕТО

- *Цифров лентов филтър*

Фирмуерът на дефектоскопа позволява прилагането на честотен филтър върху приетите сигнали. Освен, че по този начин се ограничава присъствието на нежелани моди в А-изображения, чрез него се филтрират и нискочестотните електронни шумове. Приложението му е препоръчително, тъй като повишава съотношението сигнал-шум с до 6 dB. Влиянието му върху чувствителността е изследвано и оптимални резултати се получават при честотна лента на филтъра 0.49% при ниво -6dB, което отговаря на лента от 305 KHz до 505 KHz. При по-широка лента нивото на шумовете се повишава, а при по-тясна се отнема част

от енергията на полезния сигнал, което води до понижаване на амплитудата и на съотношението сигнал-шум (фиг.8.).



Фиг.8. Влияние на лентата на честотния филтър върху еквивалентната работна чувствителност

- *Брой на периодите на генериращия сигнал*

Друг съществен параметър, който фирмуерът на оборудването позволява да се конфигурира е броят на периоди на генериращия сигнал, който може да се изменя от оператора от 1 до 5. Експериментът е проведен като при последователно изменяне на броя на периодите на генериращия сигнал е измервано съотношението сигнал-шум и широчината на отражението на мода A0 от контролния отражател при ниво - 6 dB.

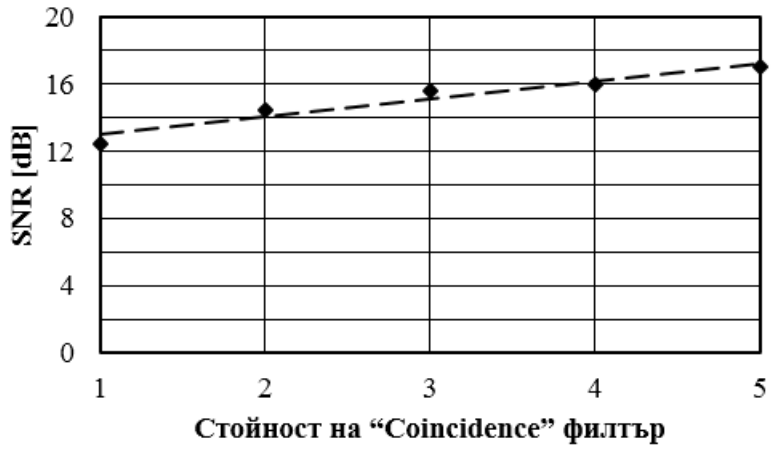
Фиг.9. Влияние на броя на периодите на генериращия сигнал върху еквивалентната работна чувствителност и лъчевата разрешаваща способност

С увеличаване на броя на периодите на генериращия сигнал се увеличава неговата амплитуда и съответно съотношението сигнал-шум, което води до повишаване и на далекодействието. Това от друга страна обаче води до повишаване на широчината на сигналите и съответно до понижаване на лъчевата разделителна способност т.е. способността да се различат два близки един до друг отражателя (фиг.9.). Освен това, с увеличаване на броя периоди на генериращия сигнал се увеличава и мъртвата зона на преобразувателя. От това следва, че изборът на

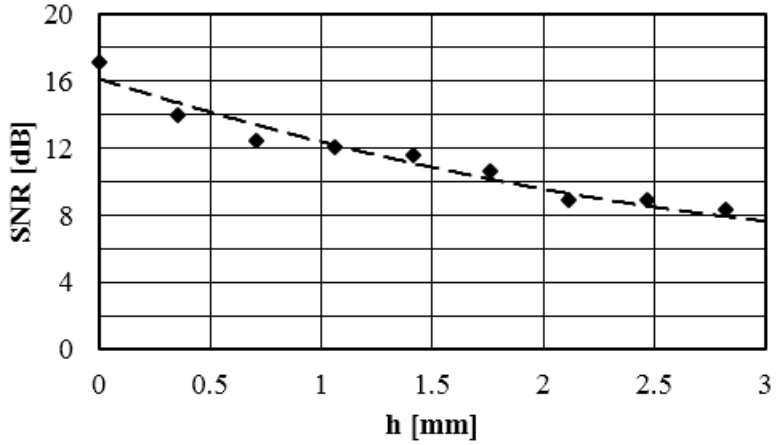
броя на периоди на генериращия сигнал при реален контрол зависи от входните параметри и конкретното приложение.

- *„Coincedence“ филтър*

Този цифров филтър се използва за ограничаване на влиянието на електромагнитните лъчения от различни устройства. Той има стойности от 1 до 5. При максимална стойност се достига до гранична работна еквивалентна чувствителност, но използването му с максимална стойност изисква по интензивно използване на процесора, което влияе негативно на максималната честота на повторение и на максималната скорост на сканиране (фиг.10.).



Фиг.10. Влияние на стойността на „Coincidence” филтър върху еквивалентната работна чувствителност



Фиг.11. Влиянието на отстоянието на преобразувателя h от тръбата върху еквивалентната работна чувствителност

- *Отстояние на преобразувателя от изделието*

По данни на производителя максималното отстояние между изделието и преобразувателя е 3 mm. Логично е повишаването на това отстояние да повлияе негативно върху чувствителността. В [2] бе проведено такова изследване, но при него е измерена промяната на амплитудата от полезния сигнал. Реално обаче с повишаване на отстоянието, заедно с амплитудата се понижава и нивото на шумовете. Поради тази причина за оценка на влиянието на този параметър върху

чувствителността е по-правдоподобно да се измери съотношението сигнал-шум. Експериментът е повторен като е изчислена и неопределеността, която възниква основно от неточното позициониране на преобразувателя. Резултатите показват, че при отстояние 3 mm, съотношението сигнал-шум се понижава с 9 dB (фиг.11.). Това е неколкократно по-малко в сравнение от използването на мода S1 [2], което още един път доказва преимуществата на мода A0. Тези резултати трябва да бъдат взети под внимание при изпитване на тръби с нанесени покрития или с напреднала обща корозия.

5. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Изследвано е влиянието на основните параметри на системата за изпитване с нормалните вълни, възбудени с EMAT технология на фирма Innerspec Technologies Inc. на стоманени тръби чрез периферното сканиране по импулсния-ехо метод върху работната еквивалентна чувствителност и техните стойности за достигане на гранична чувствителност. Технологията тепърва се комерсиализира и данни за подобно изследване в основните научни бази данни не са намерени. При тълкуването на резултатитете трябва да се има предвид, че те зависят до голяма степен от входните параметри т.е. акустичните, магнитните и геометричните характеристики на изпитваните изделия (вид на материала, технология за производство, магнитнта проницаемост, отклонения в номиналната дебелина и др.) и вида и характеристиките на очакваните типове несъвършенства. Резултатите могат да бъдат използвани като отправна точка при квалификация на документираните процедури за изпитване на тръби и тръбопроводи с технологията.

ЛИТЕРАТУРА

[1] ***http://innerspec.com/en/***

[2] Стайков К., ***Някои ограничения при изпитване на тръбопроводи с нормални вълни чрез EMAT преобразуватели***, сп. Акустика, бр. 17, 2015

[3] Стайков К., ***Достоверност при откриване на локална корозия в тръби с нормални вълни, възбудени с EMAT***, Научни известия на НТСМ, год. XXIV, бр.1(187), 2016

[4] CEN/TR 14748:2004, ***Методология за квалификация на изпитването без разрушаване. Общи положения и изисквания***

[5] Скордев Ал.,, К. Маринов, И. Бъчваров, ***Безразрушителния контрол***, изд. Техника, 1984

[6] ***ENIQ Recommended Practice 1:Influential/Essential Parameters***, Issue 2, ENIQ Report nr. 24, EUR 21751 EN, June 2005

Автор: Красимир Стайков, гл. ас. д-р, катедра „Машинни елементи и неметални конструкции”, Машиностроителен факултет, Технически Университет-София, E-mail address: *staikov@tu-sofia.bg*

Постъпила 12.07.2016 г. **Рецензент:** доц. д-р Дамян Ганчев

ИЗПИТВАНЕ НА УЧАСТЪЦИ ОТ ТРЪБИ С ОГРАНИЧЕН ДОСТЪП ЧРЕЗ НОРМАЛНИ УЛТРАЗВУКОВИ ВЪЛНИ, ВЪЗБУДЕНИ С ЕМАТ

Красимир Стайков

Резюме: *Предложеният метод използва нормални ултразвукови вълни във високочестотния диапазон за откриване на корозия, пукнатини и други несъвършенства в заровени тръби. Той е подходящ за изпитване на тръби около зоната на преход въздух-почва (бетон) или участъци от тръби с ограничен достъп. Получените експериментални резултати показват, че понижаването на чувствителността, вследствие на присъствие на заобикаляща среда е относително ниско. Подходът може да се използва за последваща характеризация на дефектите в зоните с ограничен достъп.*
Ключови думи: *нормални вълни, електромагнитен акустичен преобразувател, локална корозия, чувствителност, тръби с ограничен достъп*

ULTRASONIC GUIDED WAVES INSPECTION OF LIMITED ACCESS AREAS OF PIPES USING EMAT

Krasimir Staykov

Abstract: *The proposed method uses high frequency guided waves to detect corrosion, cracks and discontinuities on embedded tubes. It is suitable for inspection of air-to-soil interfaces and any tubes where there is no direct access to the area inspected. Experimental results show that reduction of sensitivity based on presence of surrounding media is relatively low. The approach can be used for further characterization of defects in areas with limited access.*
Keywords: *guided waves, EMAT, local corrosion, sensitivity, embedded pipes*

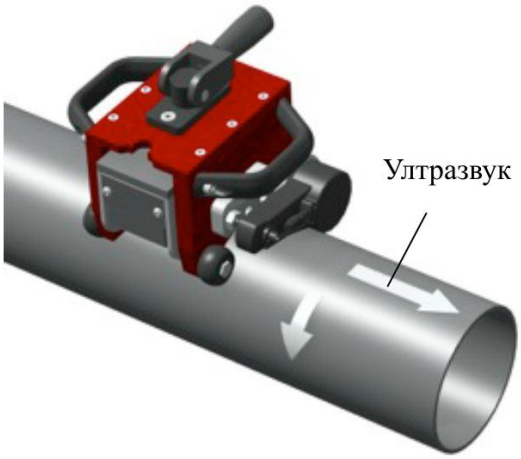
1. ВЪВЕДЕНИЕ

Напоследък в ултразвуковия контрол без разрушаване голям интерес предизвикват технологиите базирани на електромагнитно акустично възбуждане на вълните. Тези технологии са безконтактни, което ги прави незаменими за решаване на определени задачи. С повишаване на интереса към нормалните вълни през последните години, на пазара се предлага вече и комерсиално оборудване за възбуждане на нормални вълни чрез ЕМАТ. Технологията за възбуждане, която се налага е чрез преобразувател, съставен от постоянен магнит и намотки тип „меандър“, осигуряващи постоянна дължина на вълната. Безспорно, най-ценното практическо приложение на тази технология е изпитването на стоманени тръби в експлоатация. Едно от основните предимства на технологията е, че може да се използва за изпитване на тръби с тънки покрития или тръби с по-

© 2016 Publishing House of Technical University of Sofia
All rights reserved
ISSN 1311-0829

груба и корозирала повърхност. Възможно е сканиране на тръби в аксиално и периферно направление с далекодействие до 5 m. При аксиално сканиране на тръби вълните се разпространяват по периферията на тръбата, докато при периферното сканиране се разпространяват по дължина на тръбата (фиг.2.) [1-3].

Фиг.1. Стълб за улично осветление с напреднала локална корозия в началото на подземната зона.



Фиг.2. Периферно сканиране на тръба чрез нормални вълни, възбудени с ЕМАТ.

Особен интерес представлява периферното сканиране, при което вълните се разпространяват по дължина на тръбата, а скенерът, върху който е монтиран преобразувателя се движи по нейната периферия. По този начин се изпитва целият обем на определен участък от тръбата. Основното приложение на тази техника е изпитване на участъци от тръби с ограничен достъп, като например тръбопроводи с изолация или такива, които навлизат или преминават през почва, сгради, стоманобетонни конструкции, както и други отговорни метални съоръжения с тръбни носещи елементи, като стълбове за улично осветление, стълбове за градски транспорт, стълбове от пътната инфраструктура, билбордове, пилони, метални подпори и греди и др. Опитът показва, че в зоната на преход (напр. въздух-бетон), корозионните процеси са интензивни и често водят до образуването на корозионни дефекти, които застрашават цялостта на конструкцията (фиг.1). Силното затихване на вълните, вследствие на влиянието на твърда заобикаляща среда е причина за драстично понижаване на далекодействието при изпитване с нормални вълни [1-3].

Според направлението на доминираща компонента на преместване на частиците, модите на нормалните вълни в тръби биват три типа: надлъжни, усукващи и огъващи (флексурални). Приложение в практиката намират надлъжните моди и фундаменталната усукваща мода (т.нар. аксиално-симетрични моди). Тези моди имат еднакво диаметрално разпределение на компонентите на преместванията. Трудностите при контрола на тръби и пръти при контрола с нормални вълни са свързани основно с изолирането на огъващите моди, които са производни на аксиално-симетричните моди и се получават при асиметрично възбуждане на вълните. При голямо съотношение между диаметъра на тръбата към дебелината на стената (над 20), аксиално-симетричните моди в тръби съвпадат с

модите на вълните на Ламб в пластини. В този случай флексурални моди се възбуждат при много ниски честоти и може да се използва обозначението на модите на вълните на Ламб в пластини [2,4].

Най-голям потенциал за изпитване на стоманени тръби с нормални вълни, възбудени с ЕМАТ има мода А0 в работния диапазон под критичната честота на мода А1 (около 1.65 MHz.mm за стомана) [2;5]. Основните причини за това са, че мода А0 в този диапазон:

- е единствена асиметрична мода, което е предпоставка за ниско нивото на кохерентния шум (шум в следствие на възбуждане на други моди);
- има малка дължина на вълната, поради ниската си фазова скорост, което подобрява чувствителността и към различни отражатели;
- има еднакви стойности на компонентите на преместванията по цялото напречно сечение на пластината, което води до еднаква чувствителност към несъвършенствата, независимо от тяхното разположение в изделието;
- притежава ниска дисперсия в целия честотен диапазон. По този начин широчината на сигналите се променя незначително, което влияе положително върху лъчевата разрешаваща способност [5].

Чрез преобразувател, съставен от намотки тип „меандър“ и постоянен магнит мода А0 се възбужда лесно самостоятелно и притежава добра чувствителност към локална корозия [3]. Основното ограничение е, че в общия случай затихва силно при наличие на заобикаляща среда, като почва, вода, бетон и други, вследствие на доминиращата вертикална компонента на преместванията и [2]. Въпреки това в литературата има теоретични изследвания базирани на софтуерните Disperse [4] и Zanly [6], че в диапазона 1 MHz.mm - 1.65 MHz.mm мода А0 притежава по-ниско затихване вследствие на влиянието на околната среда. Освен това проблемните участъци на тръби навлизащи в твърда среда са обикновено на разстояние до 200 mm след зоната на преход. Предходни изследвания [2;3;7] и изложените доводи дават основание да се предположи, че мода А0 при електромагнитно акустично възбуждане би могла да се използва за откриване, локализиране и характеризация на корозионни дефекти в тръби с ограничен достъп с минимална загуба на чувствителността. Икономическите ползи от това приложение на технологията са големи, тъй като не се налага извършването на изкопни, ремонтни и др. допълнителни дейности, чрез които да се осигури достъп до дефектния участък.

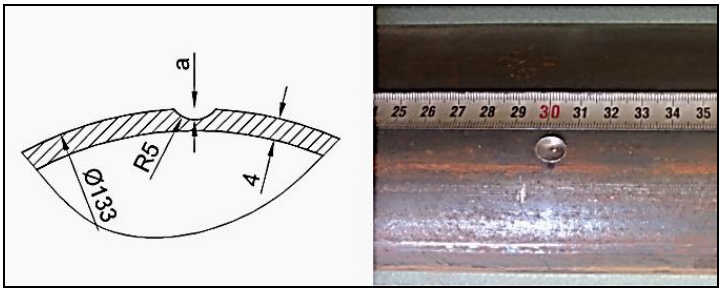
Целта на настоящата работа е да се изследва влиянието на различни типове заобикаляща среда върху работната еквивалентна чувствителност при изпитване на стоманени тръби с мода А0 на нормалните вълни, възбудени чрез ЕМАТ технология при периферното сканиране по импулсния-ехо метод.

2. АПАРАТУРА, СРАВНИТЕЛНИ ОБРАЗЦИ И МЕТОДОЛОГИЯ

При изследванията е използвана апаратура на Innerspec Technologies Inc., състояща се от:

- Електромагнитен преобразувател за възбуждане и приемане на нормални вълни, който се състои от постоянен магнит (размер XXL) и набор от намотки (тип RF), възбуждащи нормални вълни с различна дължина на вълната;

- Ролков скенер, снабден с механичен енкодер (позволява периферно и аксиално сканиране на тръби);
- Мобилен ултразвуков дефектоскоп модел Innerspec PowerBox H.



Фиг.3. Геометрични параметри на контролния отражател.

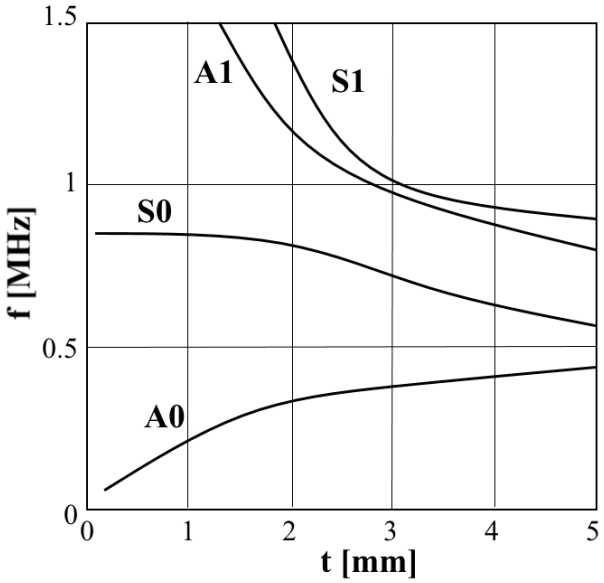
За сравнителен образец е използвана шевна стоманена тръба с диаметър 133 mm, номинална дебелина на стената 4 mm и дължина 1 m, изработена от конструкционна стомана марка S235JR, съгласно БДС EN 10025-1:2005. В образеца на разстояние 300 mm от единия край на тръбата, посредством карбиден шлайф-грифер със сферичен връх с диаметър 10 mm, на универсална фреза са изработени четири броя контролни отражатели, наподобяващ локална корозионна язва, разположени на 90^0 един от друг.

Всички изследвания са проведени върху контролен отражател с дълбочина a=3.8 mm , тъй като в предишни изследвания бе установено, че този контролен отражател се открива с мода A0 с 90% вероятност и 95% сигурност при разстояние между него и преобразувателя 0.5 m [3].
Изследванията са проведени от дефектоскопист с квалификация UT ниво 2 съгласно БДС EN ISO 9712:2012. За оценка на влиянието на заобикалящата среда върху чувствителността е измервано съотношението на амплитудата на отразения от дефекта сигнал към нивото на шумовете при разстояние между контролния отражател и преобразувателя 0,5 m.

За изчисляване на съотношението сигнал-шум са използвани две бленди: една за измерване на амплитудата на отразения сигнал от контролния отражател и друга за измерване на нивото на шумовете, като тяхната позиция не е променяна при всички тестове. В последствие е изчислено съотношението сигнал-шум по зависимостта (1):

$$SNR = 20 \log \frac{A_{сигнал}}{A_{шум}} \qquad (1)$$

Използвана е мода A0 на нормалните вълни при честота 425 kHz. В тази работна точка (1.62 MHz.mm) мода A0 достига гранична еквивалентна чувствителност. Тя се възбужда с намотка с дължина на вълната 6.35 mm. На фиг.4 са представени дисперсионните криви на модите от нулев и първи порядък на тази намотка. Вижда се, че при дебелина на стената на тръбата t=4 mm честотата f на възбуждане на мода A0 е достатъчно отдалечена от честотите за възбуждане на другите моди, което е предпоставка за понижено ниво на кохерентния шум.



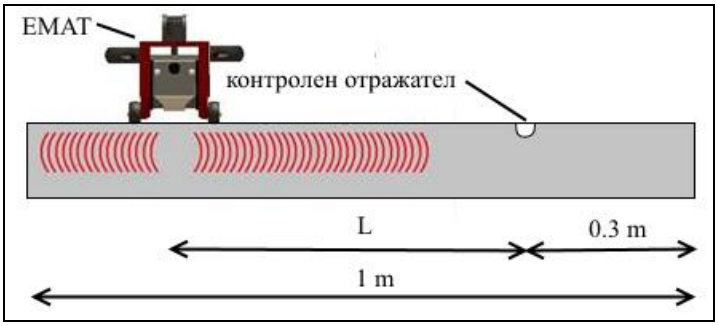
Фиг.4. Дисперсионни криви на модите от нулев и първи порядък за намотка с дължина на вълната 6.35 mm.

При всички тестове са спазени мерките за получаване на висока прецизност съгласно БДС ISO 5725 "Точност (истинност и прецизност) на методи за измерване и получените резултати", а именно: тестовете са проведени за къс интервал от време с една и съща апаратура и едно калибриране от един дефектоскопист.

3. РЕЗУЛТАТИ И ДИСКУСИЯ

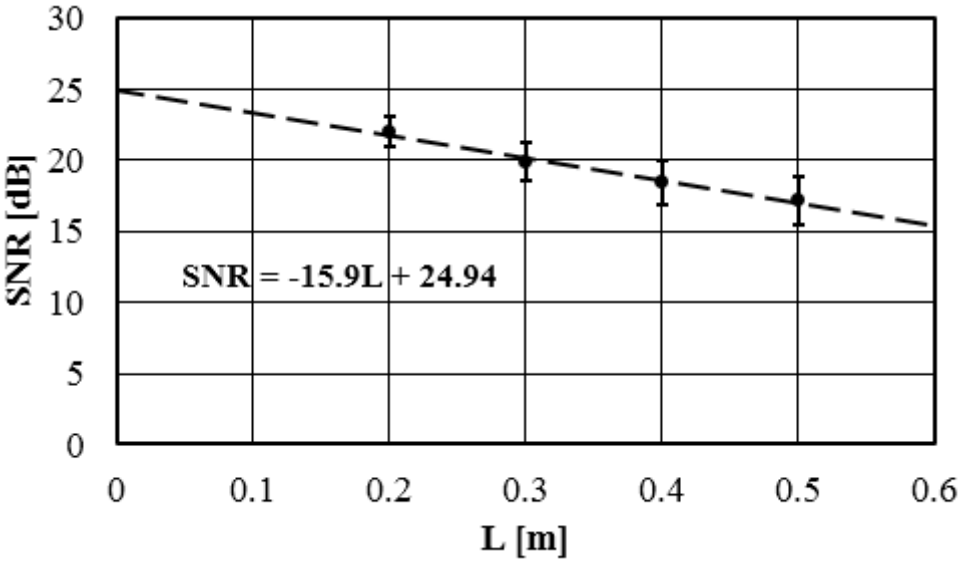
- *Резултати получени без наличие на заобикаляща среда*

Тестът е проведен съгласно схемата на фиг.5, като контролният отражател е прозвучаван от разстояния L=0.2 m, L=0.3 m, L=0.4 m и L=0.5 m. За всяка позиция на преобразувателя са проведени по 10 прозвучавания, като всеки път преобразувателят е поставян наново върху сравнителния образец. Експериментът е проведен без наличие на въздушна междина между образеца и преобразувателя. За всяка позиция е изчислена средната стойност на резултатите и стандартното отклонение.



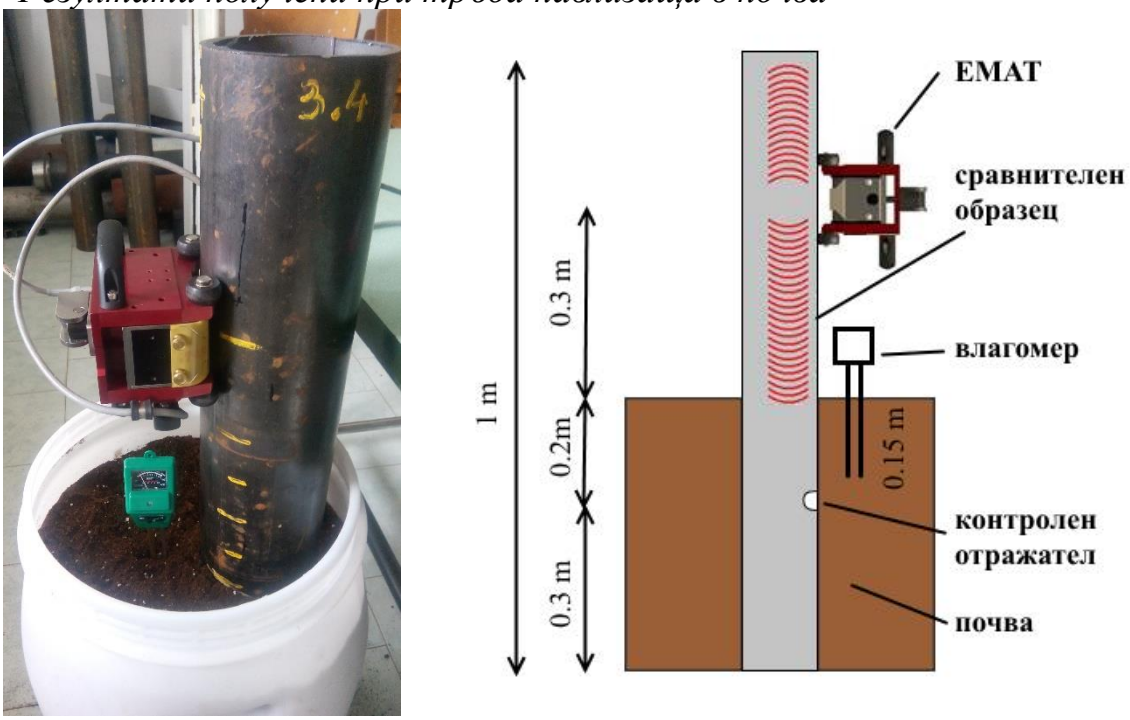
Фиг.5. Схема на опитната постановка при прозвучаване без наличие на заобикаляща среда.

На фиг.6 са представени резултатите при прозвучаване на контролния отражател от различно разстояние. С повишаване на разстоянието се наблюдава спад на чувствителността, като трендът на функцията е линеен с много висок коефициент на определеност (R^2=0.98). Резултатите дават потвърждение на високата степен на прецизност на технологията в условия на повтаряемост. От графиката може да се измери затихването в сравнителния образец (~8 dB/m).



Фиг.6. Влияние на разстоянието до контролния отражател върху граничната работна еквивалентна чувствителност.

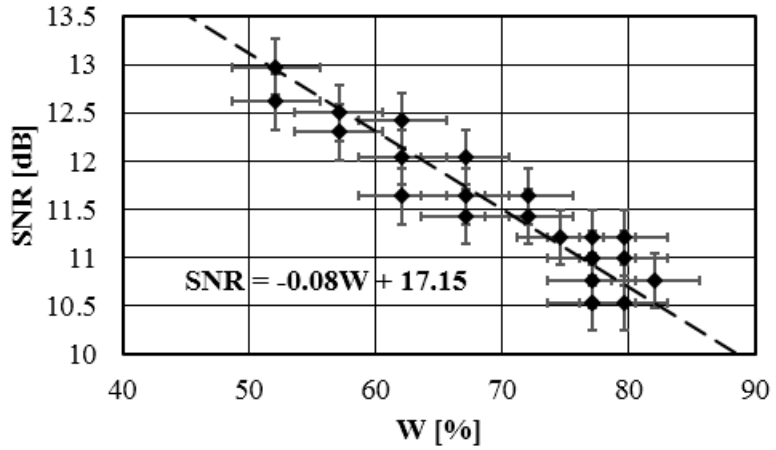
- *Резултати получени при тръба навлизаща в почва*



Фиг.7. Схема на опитната постановка при прозвучаване на тръба навлизаща в почва.

При това изпитване сравнителният образец е положен в пластмасов съд съгласно постановката на фиг.7. Долната половина на образеца е заровена в торфопочвен субстрат с основен компонент мъхест торф Н3-Н7 и следните добавки: дървени опилки, млян варовик, дребнозърнест пясък, влагозадържащ агент и агроперли. Разстоянието между повърхността на почвения слой и контролния отражател е 0.2 m, а контролният отражател е прозвучаван от разстояние L=0.5 m. Експериментът е проведен при фиксирана позиция на преобразувателя и без наличие на въздушна междина между него и образеца в рамките на един ден. Проведени са 30 измервания, като през 20 минути в зоната около тръбата е добавяна

300 ml вода и 5 минути след това е измервано съотношението между отражението от контролния отражател и нивото на шумовете и влажността на почвата с диелектричен капацитивен влагомер (производител TFA Dostmann Ltd - Германия). Сондите на влагомера навлизат на 0.15 m и се намират в непосредствена близост до сравнителния образец и контролния отражател (на разтояние 15 mm). Тъй като влагомерът измерва в относителна скала от 1 до 10 , той е калибриран по изискванията на ISO 11465:1993 „Качество на почвата - Определяне на съдържанието на сухо вещество и влага по маса - Гравиметричен метод".
На фиг.8 са представени резултатите от теста, които съвпадат с очакванията. Наблюдава се тенденция на спад в съотношението сигнал-шума с увеличаване на влажността. Този спад е относително малък с незначително влияние върху качеството на откриване на корозионни дефекти, близки до повърхността на тръбата. Например според получените данни при почва с влажност 50%, съотношението на отражението от отражател (разположен на 200 mm под повърхността на почвения слой) и нивото на шумовете е с 5 dB по-ниско спрямо същия отражател без наличие на заобикаляща среда.



Фиг.8. Влияние на влажността на почвата върху граничната работна еквивалентна чувствителност.

За цялата серия от данни с помощ на Microsoft Excel е изчислена стандартната грешка. В конкретния случай, неопределеността възниква от няколко източника:

- Нивото на кохерентния шум: Въпреки, че по време на теста преобразувателят не променя позицията си и местоположението на блендите за измерване на амплитуда и шум са фиксирани, бе установено, че при наличие на заобикаляща среда определени компоненти на кохерентния шум се изменят по време и амплитуда. Тези компоненти представляват трансформации на основната мода A0 в някоя от другите моди и понякога в зоната на измерване на шума попадат незначими сигнали с по-висока амплитуда от електронния и структурен шум. Този ефект влияе на резултатите при изчисляване на съотношението сигнал-шум;
- Въздействие на апаратите за измерване: Метрологичните несъвършенства на влагомера и използваната везна за калибрането му;
- Условия на измерването. Например стъклените контейнери за съхранение на

почвените проби, използвани при стайна температура, съставят компонент на неопределеността;

- Въздействие на оператора и случайни въздействия.

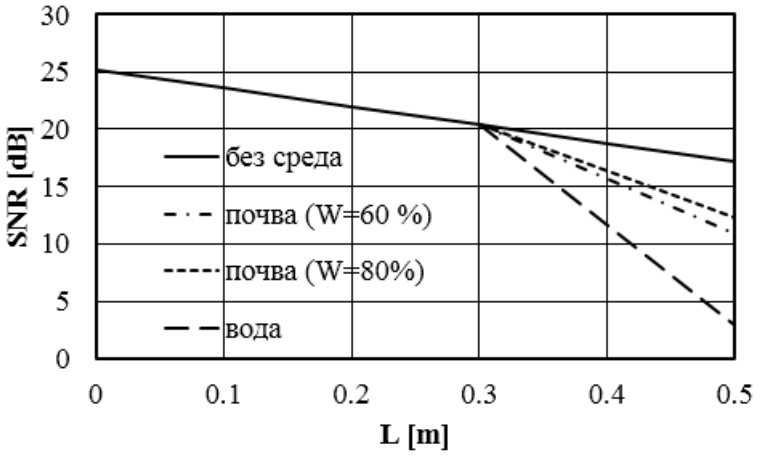
- *Резултати получени при тръба потопена във вода*

Използвайки същата конфигурация, както на схемата на фиг.7 сравнителния образец е потопен в съд с вода, като и в този случай зоната на преход въздух-вода е на разстояние 0.3 m от преобразувателя и 0.2 m от контролния отражател. При това изпитване и вътрешността на тръбата е пълна с вода, което го прави възможно най-неблагоприятният случай. Резултатите показват спад в съотношението сигнал-шум с 15 dB. Контролният отражател се открива с амплитуда надвишаваща нивото на шумовете с около 3 dB, което означава, че ако този отражател е разположен малко по-далеч от зоната на преход, той ще бъде пропуснат. Коефициентът на затихване на мода A0 в тази работна точка в сравнителния образец при наличие на вода по вътрешната и външната повърхност, съгласно получените данни е 44 dB/m. Докато при 0.5 MHz.mm коефициентът на затихване на мода A0 е няколко пъти по-висок [4,6].

- *Чувствителност на метода при навлизане на тръби в други среди*

Представените експериментални данни дават потвърждение на хипотезата, изложена в [3], чрез която се определят размерите на отражател, който се открива уверено при наличие на заобикаляща среда с определени акустични свойства. Задачата, която има по-голямо практическо значение обаче е, да се определи спада в чувствителността (или съответно далекодействието) към определен отражател, намиращ се на определено разстояние от преобразувателя и намиращ се в зона от тръба обхванатата от друга среда.

На база на получените данни на фиг.9 е представен спадът на съотношението сигнал-шум от контролния отражател при навлизане на сравнителния образец в почва с различна влажност и вода съгласно схемата на фиг.7 (разстоянието от преобразувателя до зоната на преход е 0.3). Спадът на чувсвителността зависи само от експерименталния коефициента на затихване, който е сума от кефициента на затихване в материала и затихването вследствие на заобикалящата среда.



Фиг.9. Спад на съотношението сигнал-шум от контролния отражател при навлизане на почва с различна влажност и вода.

Затихването на вълните, вследствие на влиянието на заобикалящата среда зависи както от вида на модата и работната точка, така и от акустичните свойства на средата и качеството на контакта между тръбата и средата. Ако коефициентът на затихване на вълните в тръбата, обхванатa от друга среда може да бъде измерен, на база на получените данни може да се определи спадът в чувствителността към даден отражател, намиращ се на определено разстояние от преобразувателя и от зоната на преход въздух-заобикаляща среда. Ако се приеме, че затихването при разпространението на нормалните вълни има линеен характер (което е валидно, особено при относително малък път на разпространение), на база на гореизложеното, съотношението сигнал-шум може да бъде изчислено със следната зависимост:

$$SNR = -2[\alpha_{solid}L - L_{air}(\alpha_{solid} - \alpha_{air})] + SNR_0; \quad L \geq L_{air}, \qquad (2)$$

където: α_{air} е експерименталният коефициент на затихване на мода A0 в тръбата, когато заобикалящата среда около тръбата е въздух, α_{solid} е експерименталният коефициент на затихване на мода A0 в тръбата, обхванатa от твърдата среда, L_{air} е разстоянието между преобразувателя и зоната на преход, а SNR_0 е прогнозното съотношение между амплитудата на отражението от дефекта към нивото на шумовете при L=0 m.

4. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Представена е методика за изпитване на тръби с ограничен достъп, като например тръбопроводи с изолация или такива, които навлизат в други среди, като почва бетон и други, посредством мода A0 на нормалните вълни. Опитът показва, че в зоната на преход (напр. въздух-бетон), корозионните процеси са интензивни и често водят до образуването на корозионни дефекти под зоната на преход, които са трудни за откриване с други безразрушителни методи. За дефекти, които се намират близо до зоната на преход, влиянието на заобикалящата среда върху работната еквивалентна чувствителност, т.е. върху пригодността по предназначение е ниско. Решението на тази задача дава възможност за характеризация на несъвършенствата по амплитуда и последващата им оценка.

ЛИТЕРАТУРА

[1] ***http://innerspec.com/en/***

[2] Стайков К., ***Някои ограничения при изпитване на тръбопроводи с нормални вълни чрез EMAT преобразуватели***, сп. Акустика, бр. 17, 2015 г.

[3] Стайков К., ***Достоверност при откриване на локална корозия в тръби с нормални вълни, възбудени с EMAT***, Научни известия на НТСМ, год. XXIV, бр.1(187), 2016

[4] Pavlakovic, B., ***Leaky guided ultrasonic waves in NDT***, PhD thesis, Mechanical Engineering Department, Imperial College London, 1998

[5] Стайков К., ***Неразрушаващ конрол на стоманени листове с вълни на Ламб***, Дисертация, Технически университет - София, София, 2012

[6] Rose J.L., ***Ultrasonic Waves in Solid Media***, Cambridge University Press, 2004

[7] Стайков К., Д. Ганчев, ***Безразрушително изпитване на стоманени стълбове от пътната инфраструктура чрез нормални ултразвукови вълни***, сп. Акустика, бр. 17, 2015 г

Автор: Красимир Стайков, гл. ас. д-р, катедра „Машинни елементи и неметални конструкции”, Машиностроителен факултет, Технически Университет-София, E-mail address: *staikov@tu-sofia.bg*

Постъпила 12.07.2016 г. **Рецензент:** доц. д-р Дамян Ганчев

Годишник на Технически Университет - София, том 66, книга 3, 2016
Proceedings of the Technical University of Sofia, Volume 66, Issue 3, 2016

СЪЗДАВАНЕ НА ИЗЧИСЛИТЕЛЕН МОДЕЛ НА ПРАХОКОНЦЕНТРАТОР НА ПРАХОПРИГОТВЯЩИТЕ СИСТЕМИ НА КОТЛИ ТИП ПК 38-4 В ТЕЦ “МАРИЦА ИЗТОК 2”

Тотьо Тотев **Борислав Игнатов**
Васил Раденков **Борислав Ангелов**

Резюме: *Характеристиките на прахоконцентратора оказват голямо влияние върху процесите протичащи в обема на пещната камера в енергийните парогенератори. Чрез промени на конструкцията и характеристиките на прахоконцентратора е възможно да се влияе директно върху горивния процес в горивната камера. Това може да доведе до намаляване на зоните, в които има предпоставки за настъпване на процеси на шлаковане.*
Ключови думи: *прахоприготвящи системи, прахоконцентратор, моделни изследвания*

MODEL OF THE COAL-DUST CONCENTRATOR OF COAL PREPARATION SYSTEMS OF BOILERS TYPE PK 38-4 AT “TPP MARITZA EAST 2”

Totyo Totev **Borislav Ignatov**
Vasil Radenkov **Borislav Angelov**

Abstract: *Coal-Dust Concentrator characteristics have a huge influence on the running processes in combustion chamber volume of steam power generators. By changes of Coal-Dust Concentrator construction and characteristics, it is possible to influence directly on combustion process inside steam generator oven. This can lead to decreasing of fields with slag processes.*
Key words*: coal preparation system, dust concentrator, model studies*

I. ВЪВЕДЕНИЕ

Прахоконцентраторите представляват един особен вид разделители на прахо-газовия поток. Те се използват когато подаваните за изгаряне въглища са с високо съдържание на влага и на пепел. Целта им е да разделят прахо-газо-въздушния поток на две части - единият: богат на въглищен прах, с малко инертни газове (димни газове, изпарена влага), който постъпва в основна горелка на пещната камера и друг: беден на въглищен прах (но за сметка на най-фината част от въглищния прах), заедно с голямото количество инертни газове, който се подава в бридова горелка.

Основните характеристики на прахоконцентраторите са две [1]:

© 2016 Publishing House of Technical University of Sofia
All rights reserved
ISSN 1311-0829

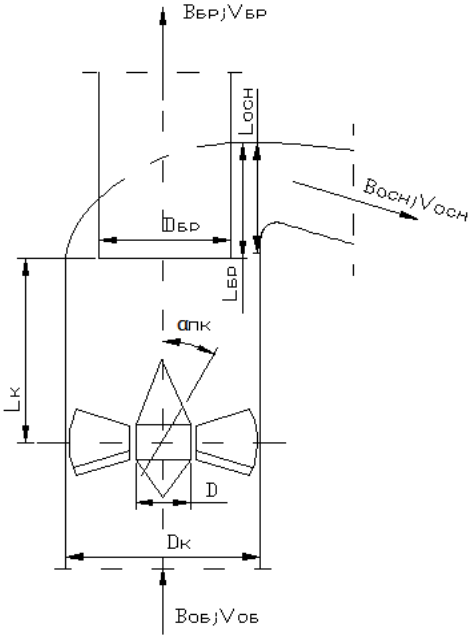
- l_o – степен на отделяне на газовия поток към основната зона. Това е частта от общия обем на транспортиращия агент, която постъпва в основна горелка;

$$l_o = \frac{V_{\text{осн}}}{V_{\text{об}}} \tag{1}$$

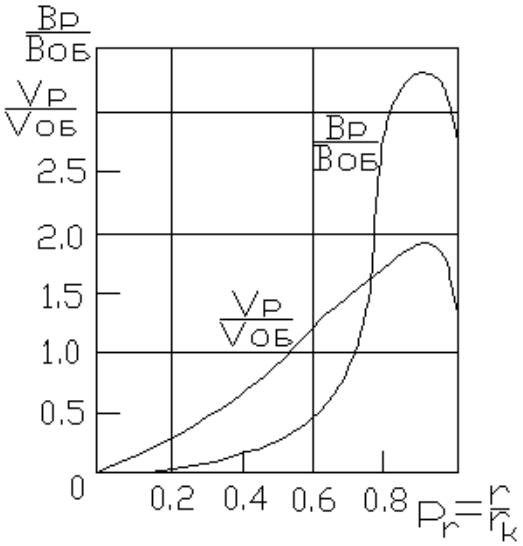
- g_o – степен на отделяне на праха към основната зона. Това е частта от общата маса на въглищния прах, която постъпва в основна горелка.

$$g_o = \frac{B_{\text{осн}}}{B_{\text{об}}} \tag{2}$$

където $B_{об}$ и $V_{об}$ е общият дебит, съответно на въглищния прах и транспортиращия агент, постъпващи в прахоконцентратора, а $B_{осн}$ и $V_{осн}$ - дебитът, отиващ към основната горелка.



Фиг.1. Основни конструктивни параметри на центробежен прахоконцентратор.



Фиг.2. Плътност на разпределение на дебитите на праха и на газовете при разпределителното сечение на центробежен прахоконцентратор.

Коефициентите на съпротивление към основната горелка и към бридовата са

$$\xi_{\text{осн}} = \frac{(p_{\text{п}})_{\text{вх}} - (p_{\text{п}})_{\text{осн}}}{(p_{\text{д}})_{\text{вх}}} \tag{3}$$

$$\xi_{\text{бр}} = \frac{(p_{\text{п}})_{\text{вх}} - (p_{\text{п}})_{\text{бр}}}{(p_{\text{д}})_{\text{вх}}} \tag{4}$$

където $p_п$ и $p_д$ са пълните и динамичните налягания в съответните места - вход на прахоконцентратор, изход към основна горелка и изход към бридова горелка.

За един прахоконцентратор, аналогично на к.п.д. на циклон, степента на отделяне [2] може да се определи по уравнението

$$g_0 = g_{\text{фр}} \frac{y_{\text{об}}(x)}{y_{\text{осн}}(x)} \tag{5}$$

където $y_{об}(x)$ и $y_{осн}(x)$ са фракционните зърнометрични характеристики на общия поток на вход и този към основната зона, а $g_{фр}$ е степента на отделяне по фракции и се определя експериментално [3].

Ако с ρ_r се означи относителния радиус в сечението на основния корпус на разстояние L_k от завихрителя, където е входното сечение за бридите $\rho_r = \frac{r}{r_k}$ (r - текущ радиус, а $r_k = \frac{D_k}{2}$). На фиг.2 са представени плътността на разпределението на дебитите на праха $\frac{B_\rho}{B_{об}}$ и на газовете $\frac{V_\rho}{V_{об}}$ по ρ_r за прахоконцентратора. Тук B_ρ и V_ρ са дебитите на праха и на газовете през венец с широчина $d\rho_r = \frac{dr}{r_k}$ и се определят съответно по формулите:

$$B_\rho = \omega_\rho \mu_\rho 2\pi\rho_r d\rho_r \quad (6)$$

$$V_\rho = \omega_\rho 2\pi\rho_r d\rho_r \quad (7)$$

където ω_ρ е аксиалната скорост на разстояние ρ_r от оста, m/s; μ_ρ - концентрация на прах на същото разстояние, kg/m^3.

От данните на фиг.2 могат да се изчислят

$$g_o = \int_{\rho_{бр}}^{1,0} \frac{B_\rho}{B_{об}} d\rho_r \quad (8)$$

$$l_o = \int_{\rho_{об}}^{1,0} \frac{V_\rho}{V_{об}} d\rho_r \quad (9)$$

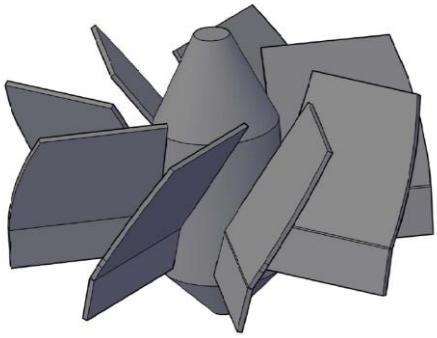
където $\rho_{бр} = \frac{r_{бр}}{r_k} = \frac{D_{бр}}{D_k}$ е относителният радиус на бридовия праховод.

Основните влияещи геометрични параметри са: $\frac{L_{бр}}{L_{осн}}$, $\frac{D_{бр}}{D_k}$, $\alpha_{пк}$ и $\frac{L_k}{D_k}$. С нарастване на $\frac{L_{бр}}{L_{осн}}$ и на $\alpha_{пк}$ и с намаляване на $\frac{D_{бр}}{D_k}$, g_o нараства.

II. КОНСТРУКТИВНИ ОСОБЕНОСТИ И ТЕХНИЧЕСКИ ХАРАКТЕРИСТИКИ НА ЦЕНТРОБЕЖЕН ПРАХОКОНЦЕНТРАТОР КЪМ ППС НА КОТЛИ ТИП ПК 38-4 В ТЕЦ МАРИЦА ИЗТОК 2

На територията на ТЕЦ Марица Изток 2 са разположени 8 броя енергийни парогенератори тип ПК 38-4, производство на Котлостроителен завод гр. Подолск, Русия [4]. Котлите ПК 38-4, реконструирани в периода 1980-1985 за директно изгаряне на лигнитни въглища от басейн "Марица изток" без предварително подсушаване, са снабдени с по 4 прахоприготвящи системи. Всяка една ППС се състои от газозаборна шахта, в която постъпва суровото гориво, мелещ вентилатор, инерционен сепаратор и центробежен прахоконцентратор. Последният има две разновидности - с ляв и десен наклон на завихрящите лопатки. В прахоприготвящите системи А, В и Г са монтирани прахоконцентратори с десен наклон на клапите (фиг.3), докато ППС Б е с ляв наклон. Всичко това се обуславя от конструктивните особенности на всяка една от прахоприготвящите системи и тяхното взаимно разположение спрямо обема на пещната камера.

Степента на обогатяването на прахогазовата смес се характеризира с отношението на дяла на газовете в основната горелка към дяла на праха. По проект делът на газовете в двата етажа на основната горелка е l = 48 %, а делът на праха – g = 85 %.



Фиг.3. Прахоконцентратор с десен наклон на завихрящите клапи.

Променливият ъгъл на наклона на лопатките на прахоконцентратора позволява делът на праха в основните горелки да се променя. Определящ фактор за разделителната способност на прахоконцентратора по газове са хидравличните съпротивления на прахопроводите и горелките. След провеждане на подробно изследване по време на експлоатация, е определен оптимален ъгъл на наклона на лопатките. Критерии за това е осигуряването на стабилно възпламеняване на суровото гориво постъпващо през отворите на горелката.

След приключването на ремонтни дейности по прахоприготвящите системи, както и периодично, промишлено технологичния отдел на централата провежда изпитания с цел установяване на разпределението на горивните и въздушните потоци по височина на горивната уредба. Получените резултати представляват голяма база данни, т.к обхващат 32 прахоприготвящи системи (8 броя котли тип ПК 38-4, всеки с по 4 броя ППС) при различни работни режими. Статистическа обработка на тази богата информация води до следните средни стойности за l и g, показани в Табл. 1, при вентилационна производителност $V_{МВ}$ = 150 000 m3/h разход на гориво за една ППС B = 37 t/h.

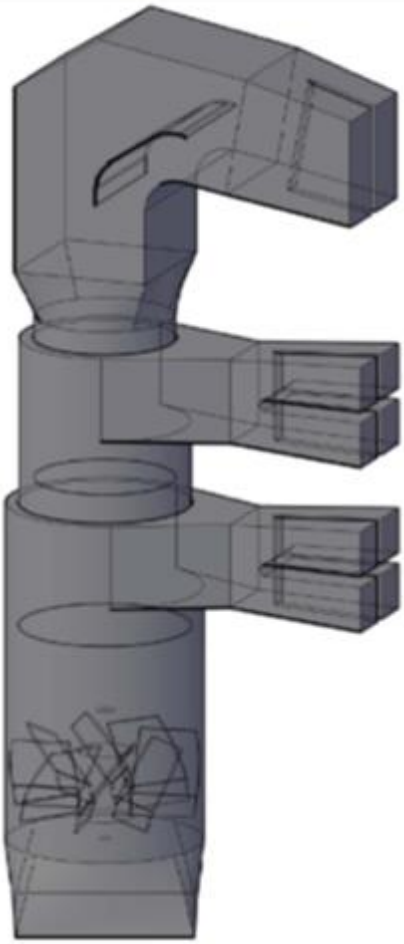
Табл.1. Характеристики на центробежен прахоконцентратор на котли тип ПК 38-4, получени от натурни изпитания

№	Показател	Величина	Размерност.	Стойност
Разпределение на транспортиращият агент по височина - l				
1.	Долна основна горелка	$l_{ДОГ}$	-	0,25
2.	Горна основна горелка	$l_{ГОГ}$	-	0,25
3.	Общо основна горелка	$l_{ОГ}$	-	0,50
4.	Бридова горелка	$l_{БГ}$	-	0,50
Разпределение на праха по височина - g				
5.	Долна основна горелка	$g_{ДОГ}$	-	0,55
6.	Горна основна горелка	$g_{ГОГ}$	-	0,39
7.	Общо основна горелка	$g_{ОГ}$	-	0,94
8.	Бридова горелка	$g_{ГБ}$	-	0,06
№	Показател	Величина	Размерност.	Стойност
9.	Разделителна способност на прахоконцентратора	l/g	-	0,53
Зърнометричен състав на праха след сепаратора				
10.	Остатък - сито с размер R 1000	R_{1000}	%	1 ÷ 5
11.	Остатък -сито с размер R90	R_{90}	%	60 ÷ 75

III. ИЗГРАЖДАНЕ НА ИЗЧИСЛИТЕЛЕН МОДЕЛ НА ЦЕНТРОБЕЖЕН ПРАХОКОНЦЕНТРАТОР КЪМ ППС НА КОТЛИ ТИП ПК 38-4

За да се пристъпи към моделно изследване на прахоконцентриращия ефект в ППС на ПГ тип ПК38-4, е необходимо прецизно да се уточнят границите на работния модел. С цел облекчаване на изчислителния модел, геометричната структура на прахоприготвящата система се разделя на две отделни части:

- Инерционен сепаратор;
- Прахоконцентратор и газоходи до горивната уредба (фиг.4).



Фиг.4. Прахоконцентратор с прилежащи праховоди.

Получават се два отделни обекта за моделни изследвания. Първият е необходим за да осигурява база данни за поведението на потока напускащ обема на инерционния сепаратор. Същия този поток се явява входен при изследване на прахоконцентраторът или входната гранична повърхност на втория обект съвпада с изходната на първия. За постигане на по-прецизен модел представящ прахоконцентриращия ефект в ППС, входа е разделен на девет равни площи - три реда и три колони. Това е направено поради установена нехомогенност на потока напускащ инерционния сепаратор. По този начин достоверно се пресъздава неравномерното разпределение на горивото в сечението на газохода непосредствено пред прахоконцентратора.

Размерите използвани при изграждането на триизмерната геометрична форма в компютърна CAD среда за взети от конструктивните чертежи на прахоприготвящата система.

За създаването на изчислителна мрежа са използвани тетрагонални елементи запълващи работния обем [5]. Размера на изчислителните клетките зависи от тяхното разположение в пространството. В близост до граничните стени, ръбове и детайли пресичащи пътя на потоците, е използвано зафиняване на изчислителната мрежа. Като краен резултат се получават близо 500 000 елемента. Тази стойност не е малка отнесена към времето за изчисляване, но лисата на химични процеси в изследвания работен обем, компенсира този факт.
Зададени са входни и гранични условия на модела съобразени с експлоатационните условя на прахоприготвящата система:

- Вентилационна производителност на мелещия вентилатор е $V_{MB} = 150\,000\,m^3/h$;
- Температура на транспортиращия и сушилен агент t = 150 ^oC;
- Количество сурово гориво 37 t/h;
- Наклон на клапите на прахоконцентратора α = 35 ^oC.

IV. ВАЛИДИРАНЕ НА ИЗЧИСЛИТЕЛНИЯ МОДЕЛ. РЕЗУЛТАТИ ПОЛУЧЕНИ ОТ МОДЕЛНИТЕ ИЗСЛЕДВАНИЯ

След пресмятането на изчислителния модел (изчислителна мрежа и входни и гранични условия) в модула за решаване на CFD средата, е необходимо да се направен оценка на достоверността на получените резултати [6]. За целта е направен детайлен анализ на резултативните данни.

Като първи критерии за валидиране на изчислителния модел може да се използва критерия за сходимост на решението. Това представлява удовлетворяването на предварителни зададена стойност на сходимост при решаването на отделните концептуални модели заложени в изчислителния модел. При създаването на моделът на прахоконентратора към ПК 38-4, като условие за сходимост е зададено, разликата на стойностите между две последователни итерации, на всеки един пресмятан параметър, да не надвишава 10^{-4}. При решаването на симулацията, това условие е изпълнено. По този начин се гарантира достоверността на получените чрез изчислителния модел резултати.

Друг използван критерии за валидиране на изчислителния модел е постигане на мрежово независимо решение. Което означава, че броя на клетки не оказва влияние на достоверността на резултатите получени от симулацията. Изчислителната мрежата от близо 500 00 елементарни обема е оптималната за постигане на очакван резултат близък до реалността. Използването на по-фина изчислителна мрежа от 650 000 и 800 000 елементарни обема води само до увеличаване на времето за пресмятане на изчислителния модел, но не и до промяна на резултатите. Фактът, че симулацията води до един и същи резултат при изчислителни мрежи с над 500 000 клетки, показва че е достигнато желаната достоверност на изчислителния модел или така нареченото „мрежово независимо решение”.

Направен е подробен анализ на стойностите на величини, получени от моделното изследване, които засягат технологичния процес на сепариране на двата потока - горивен и газов, по височината на горивната уредба.

Получените резултати са разгледани в две насоки:

- характерни особености на транспортиращия агент - относително налягане, скоростни линии на потока, разпределение на масовите дялове по височина на горелката, др.;
- характерни особености касаещи гориво - траектории на въглищните частици, изменение на скоростта им, разпределение на масовите дялове по височина на горелката, др.

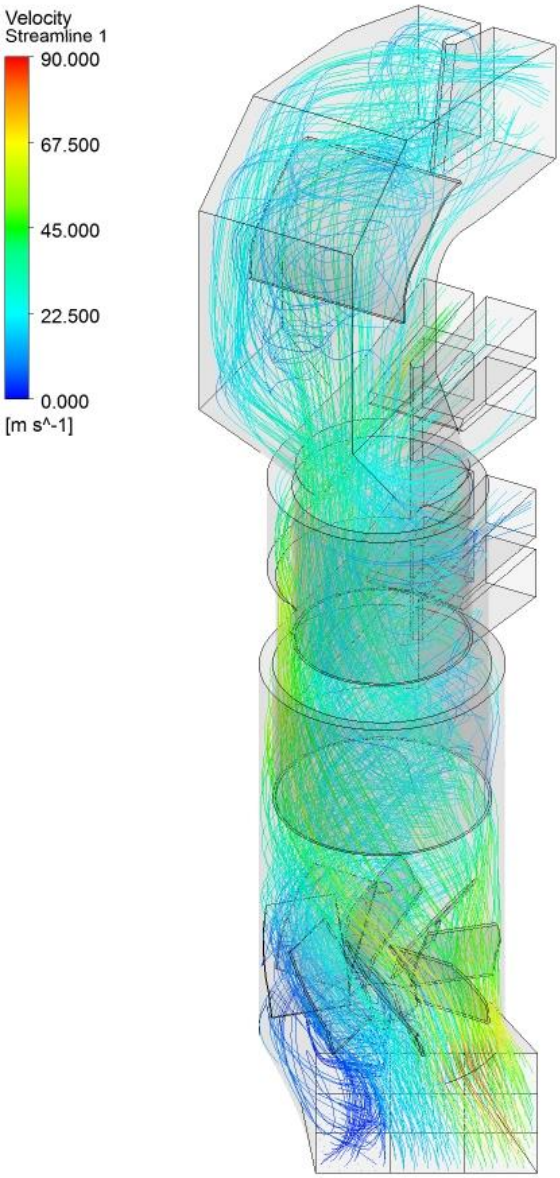
Табл.2. Сравнение на резултати от действителни изпитания и моделни изследвания

№	Показател	Велич.	Разм.	Изпитания Стойност	Модел Стойност
Разпределение на прахогазовата смес по височина - l					
1.	Долна основна горелка	$l_{ДОГ}$	-	0,25	0,244
2.	Горна основна горелка	$l_{ГОГ}$	-	0,25	0,243
3.	Общо основна горелка	$l_{ОГ}$	-	0,50	0,487
4.	Бридова горелка	$l_{БГ}$	-	0,50	0,513
Разпределение на праха по височина - g					
5.	Долна основна горелка	$g_{ДОГ}$	-	0,55	0,565
6.	Горна основна горелка	$g_{ГОГ}$	-	0,39	0,400
7.	Общо основна горелка	$g_{ОГ}$	-	0,94	0,965
8.	Бридова горелка	$g_{ГБ}$	-	0,06	0,035
9.	Разделителна способност на прахоконцентратора	l/g	-	0,53	0,505

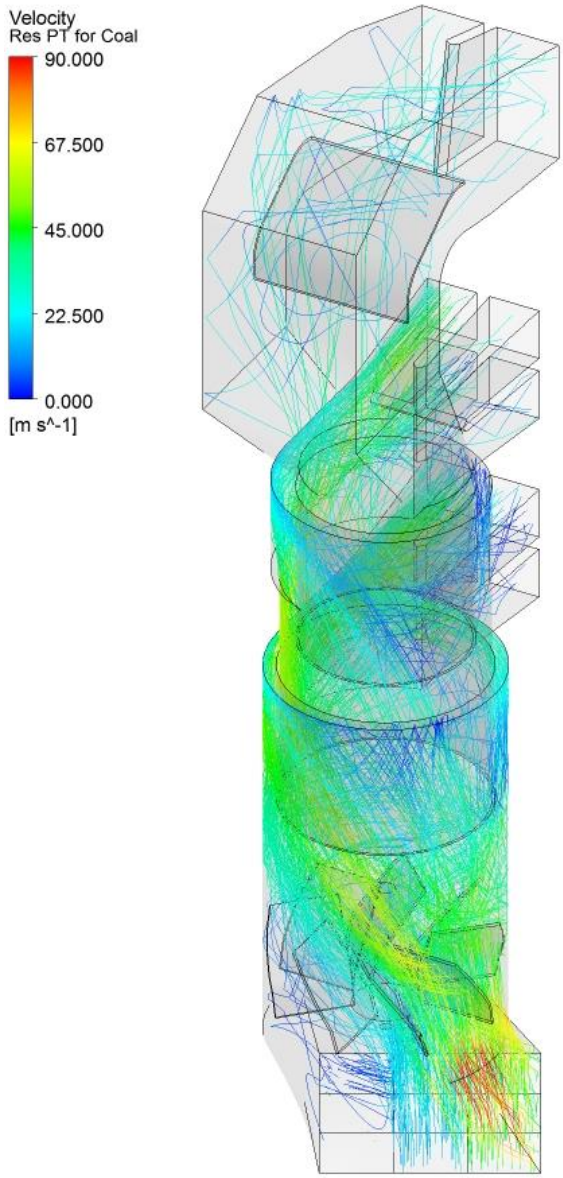
Разпределението на дяловете на горивото и транспортиращия го агент получено от изчислителния модел е съпоставено с резултатите от натурните изпитания в табл.2.

От стойностите ясно се вижда, че моделът адекватно отразява действителния процес на сепариране на потоците по височина на горелката, който е породен от характеристиките на прахоконцентратора. Съпоставянето на моделни резултати с резултати от реални изпитания на изследвания обект, представлява още един критерии за валидиране на изчислителния модел.

В конкретния случай се вижда, че моделът удовлетворява и този критерии.



Фиг.5. Скоростни линии на газовия поток.



Фиг.6. Траектории на движение на въглищните частици

V. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Представения в статията материал може да се обобщи в следните няколко извода:

- Резултатите от натурните експерименти, провеждани периодично от промишлено технологичния отдел на ТЕЦ Марица Изток 2, потвърждават технологичните характеристики на центробежните прахоконцентратори описани в множество литературни източници.
- Създадения в CFD среда изчислителен модел отразява коректно всички конструктивни размери, входни потоци и граничи условия, както и характеристиките на средата в работния обем на изследвания обект.

- Резултатите от изчислителния модел повтарят разпределението на потоците гориво и транспортиращ агент получени при натурни изпитания на прахоприготвящите системи.
- Извършено е валидиране на изчислителния модел по три критерия:
  - сходимост на решението;
  - мрежова независимост на решението;
  - сравнение с резултати от реални изпитания на обекта.
- Създаденият изчислителен модел вярно пресъздава реалните условия на работа на прахоконцентратора на котли тип ПК 38-4, в ТЕЦ Марица Изток 2, което се потвърждава от получените резултати и направеното валидиране. Така изграденият модел може да послужи за последващи моделни изследвания при други работни условия на съоръжението - наклон на лопатките, вентилационна производителност, количество на горивото, качество на горивото и др.

ЛИТЕРАТУРА

[1] Никола Тодориев, Иван Чорбаджийски, Енергийни парогенератори, Държавно Издателство Техника, София, 1983 г.

[2] Атанас Георгиев, Смилане и изгаряне на въглищата в ТЕЦ, Държавно Издателство Техника, София, 1986 г.

[3] Иван Антонов, Горивно-технически изпитвания и настройка на парогенератори, Държавно Издателство Техника, София, 1988 г.

[4] Мариана Геренова, Тотьо Тотев, Бончо Бонев, Характерни особености на прахоприготвящите системи в ТЕЦ Марица Изток 2, XII Научна конференция с международно участие ЕМФ'07, гр. Созопол, 2007 г.

[5] Крум Тодоров, Николай Сотиров, Тотьо Тотев, Изграждане на тримерни геометрични форми и изчислителни мрежи за работа със CFX. XV Научна конференция с международно участие ЕМФ 2010, гр. Созопол, 2010 г.

[6] Крум Тодоров, Верифициране и валидиране на числени решения при изследване на горивни процеси, XVI Научна конференция с международно участие ЕМФ 2011, гр. Созопол, 2011 г.

Автори: Тотьо Иванов Тотев, проф. д-р инж., кат. „Топлоенергетика и ядрена енергетика; Енергомашиностроителен Факултет, Технически Университет-София, E-mail address: *t-totev@tu-sofia.bg*; Борислав Митков Игнатов, гл. ас. д-р инж., кат. „Топлоенергетика и ядрена енергетика; Енергомашиностроителен Факултет, Технически Университет-София, E-mail address: *ignatov.borislav@gmail.com*; Васил Емилов Раденков, маг. инж. кат. „Топлоенергетика и ядрена енергетика; Енергомашиностроителен Факултет, Технически Университет-София, E-mail address: *vradenkov@gmail.com*; Борислав Любенов Ангелов, маг. инж. кат. „Топлоенергетика и ядрена енергетика; Енергомашиностроителен Факултет, Технически Университет-София, E-mail address: *bobyangelov@mail.bg*

Постъпила на 18.10.2016 г. **Рецензент:** проф. д-р Бончо Бонев

CFD МОДЕЛНИ ИЗСЛЕДВАНИЯ НА ПРАХОКОНЦЕНТРАТОР НА ПРАХОПРИГОТВЯЩИ СИСТЕМИ НА КОТЛИ ТИП ПК 38-4 В ТЕЦ "МАРИЦА ИЗТОК 2"

Тотьо Тотев **Васил Раденков** **Борислав Ангелов**

Резюме: *Организацията на горивния процес в пещната камера на енергийните парогенератори зависи освен от конкретни конструктивните особености на котела, но и от скоростите и разпределенията на подаваните през горивните уредби потоци - гориво и транспортиращ агент. Именно поради този факт е необходимо да се изследват сепариращите характеристики, по височина на горелката, на центробежен прахоконцентратор на парогенератори тип ПК38-4 в ТЕЦ Марица Изток 2.*
Ключови думи: *прахоприготвящи системи, нова конструкция, прахоконцентратор, моделни изследвания*

MODEL OF THE COAL-DUST CONCENTRATOR OF COAL PREPARATION SYSTEMS OF BOILERS TYPE PK 38-4 AT "TPP MARITZA EAST 2"

Totyo Totev **Vasil Radenkov** **Borislav Angelov**

Abstract: *Combustion processes organization in combustion chamber of steam generators, depends not only of boiler construction specifics, but depends of fuel and gas flows distribution through burners. This fact makes need of investigation of separation characteristics through burner height of coal-dust concentrator in steam generator PK 38-4, in TPP Maritza East 2*
Keywords: *coal preparation system, new dust concentrator, model studies*

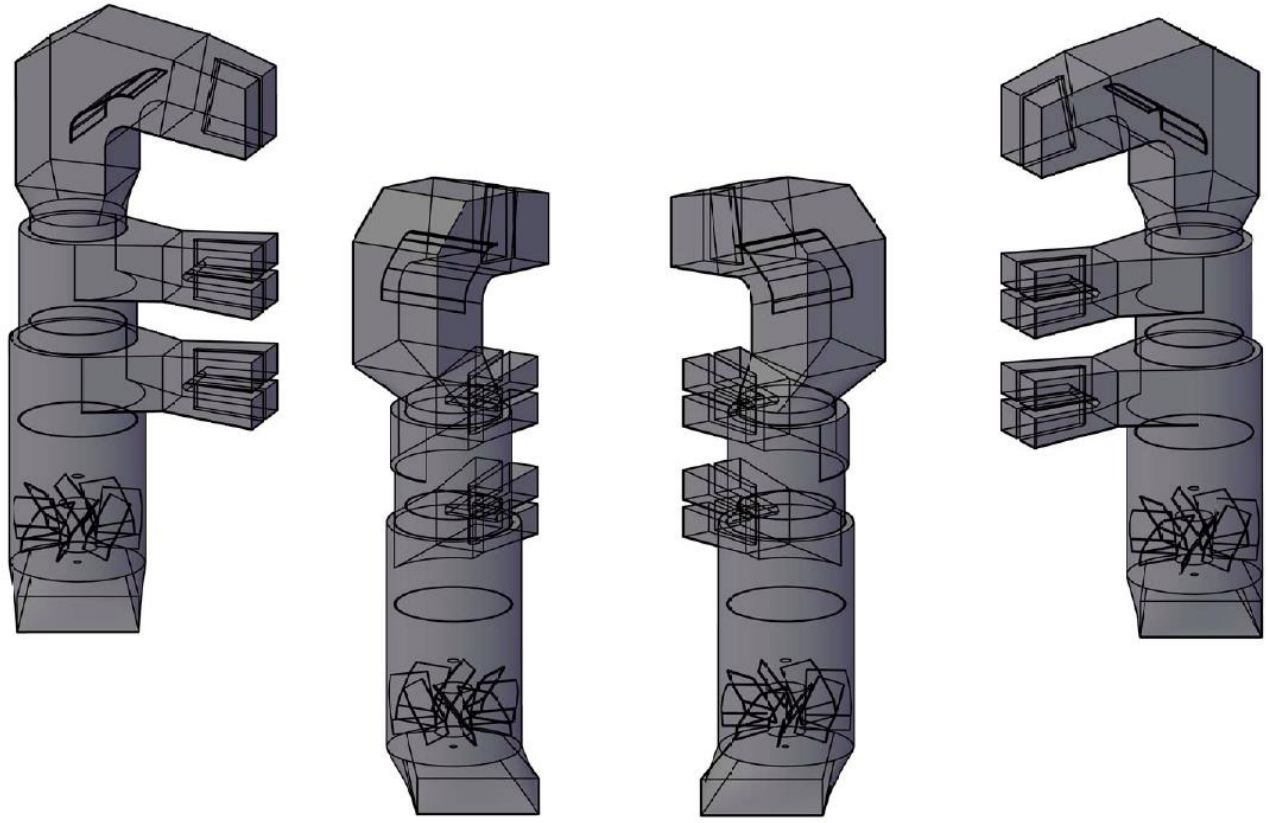
I. ВЪВЕДЕНИЕ

На територията на ТЕЦ Марица Изток 2 има в експлоатация са 8 броя енергийни парогенератори тип ПК 38-4 [1]. Основните им особености са - П-образна компановка, правотокови котли тип "Рамзин". Предназначени са да работят в дубъл блок - два котела, една турбина. Номинално нетно топлопроизводство, за което са проектирани парогенераторите е 733 GW/h, а техническия миниум е $Q_{мин} = 0,7.Q_{ном} = 513$ GW/h.

Скоро след извършена реконструкция, се появява проблем свързан с интензивно зашлаковане на екраните на пещната камера. Това е предпоставка за провеждане на моделни изследвания свързани с организацията на горивния процес [2], [3]. Входните за обема на горивната камера потоци от гориво и транспортиращ агент се явяват изходни за прахоприготвящата система. Тяхното разпределение по височина на горивната уредба зависи основно от техническите характеристики на

© 2016 Publishing House of Technical University of Sofia
All rights reserved
ISSN 1311-0829

центробежния прахоконцентратор, който е част от прахоприготвящата система на котли тип ПК 38-4. Основната цел на прахоконцентраторът е насочване на по-голям дял от гориво в основната зона на горивната камера. Завихрителят на прахоконцентратора е с регулируем ъгъл на лопатките, с което може да се постигне оптимизиране на технологичните му параметри - l и g, при различни работни режими. В зависимост от посоката на насочване на завихрителя, съществуват две разновидности - с "ляв" и "десен" наклон на лопатки. В прахоприготвящите системи "А", "В" и "Г" са монтирани прахоконцентратори с десен наклон на клапите (фиг.1), докато ППС "Б" е с ляв наклон. Всичко това се обуславя от конструктивните особености на всяка една от прахоприхотвящите системи и тяхното положение спрямо обема на пещната камера.



Фиг.1. Разположение и насоченост на четирите ППС ("А", "Б", "В" и "Г") на котли тип ПК 38-4.

Моделните изследвания описани в тази статия имат за цел да дадат една по-ясна представа за процеса на сепариране на потоците по височина на горивната уредба за всяка една от четирите ППС. Получените резултати трябва да послужат за провеждане на едно по-детайлно моделно изследване на горивните процеси в пещната камера.

II. НАЧАЛНИ УСЛОВИЯ ЗА ПРОВЕЖДАНЕТО НА CFD МОДЕЛНО ИЗСЛЕДВАНЕ НА ЦЕНТРОБЕЖЕН ПРАХОКОНЦЕНТРАТОР

Изграждането и валидирането на изчислителен модел на центробежен прахоконцентратор необходимо за провеждането на CFD моделни изследвания е описано в [4].

Както бе споменато по-горе, съществуват конструктивни разлики между праховодите на четирите прахоприготвящи системи. Освен това има и разлика в насочеността на завихрителя на ППС “Б”, спрямо останалите три прахоконцентратора. Тези факти дават предпоставка за провеждането на две групи изследвания:

I група от моделни изследвания. Те имат за цел да съпоставят разпределението на потоците в отделните горивни канали при четирите конструкции на ППС.

Табл.1. Общи начални условия на I група моделни изследвания.

Величина	Размерност	Стойност
Наклон на завихрителя	градус	35
Разход на транспортиращ агент	m^3/h	150 000
Температура на трансп. агент	^oC	150
Разход на сурово гориво	t/h	37

Разликата при разгледаните четири изчисления се обуславя единствено от конструктивните различия на ППС и посоката на насоченост на завихрящите лопатки.

Табл.2. Различия в насочеността на прахоконцентраторите

ППС	А	Б	В	Г
Насоченост на завихрителя	дясно	ляво	дясно	дясно

Промяна в конструкцията на прахоконцентратора би могла да доведе до намаляване на аеродинамичното съпротивление по пътя на газо-горивната смес. Аеродинамичният елемент намиращ се в средата на прахоконцентратора (т.н. торпедо), към който са закрепени насочващите лопатки, запушва част от светлото сечение на газохода, където е разположен. По този начин, той оказва съпротивление по пътя на потока. Ако се промени диаметъра на този елемент, респективно оставащото светло сечение за газовете в праховода, то би следвало да се промени и аеродинамичното съпротивление на ППС. Тази логика е поводът за провеждане на следващото моделно изследване.

II група моделни изследвания. Разглежда влиянието, което би оказала изменението на диаметъра на аеродинамичното тяло в центъра на прахоконцентратора, върху изходните потоци.

Разработени са три изчислителни модела, при който има конструктивни различия в прахоконцентратора. Основният случай е с действителните размери на аеродинамичното тяло. При останалите два случай напречното сечение на торпедото веднъж е намалено с 50% и втори път е увеличено с 50%. Тези три различни конструкции са изпитани при три различни дебита на транспортиращ агент - 151 000, 170 000 и 190 000 m^3/h. Общите начални условия за изследваните случаи са описани в табл.3.

III. РЕЗУЛТАТИ ОТ ПРОВЕДЕНИ МОДЕЛНИ ИЗСЛЕДВАНИЯ НА ЦЕНТРОБЕЖЕН ПРАХОКОНЦЕНТРАТОР НА ЕНЕРГИЕН ПАРОГЕНЕРАТОР ТИП ПК 38-4

След реализиране на симулацията се получават резултати, които са достатъчни за да се анализира прахоконцентриращия ефект в ППС - разпределението на потоците по височина на горивната уредба. Освен количествена оценка на пара-

метрите l и g, може да се реализира и качествена оценка на горивото (среден диаметър на частиците) напускащо през различните горивни отвори.

Табл.3. Общи начални условия за II група моделни изследвания

Величина	Размерност	Стойност
ППС	-	А
Насоченост на завихрителя	-	дясно
Наклон на завихрителя	градус	35
Разход на транспортиращ агент	10^3 m^3/h	151 / 170 / 190
Температура на трансп. агент	^oC	150
Разход на сурово гориво	t/h	37

Получените резултати са разгледани в две насоки:

- характерни особености на транспортиращия агент - статично налягане, скоростни линии на потока, разпределение на масовите дялове по височина на горелката, др.

- характерни особености касаещи гориво - траектории на въглищните частици, изменение на скоростта им, разпределение на масовите дялове по височина на горелката, др.

I ГРУПА МОДЕЛНИ ИЗСЛЕДВАНИЯ

Технологични характеристики на центробежния прахоконцентратор зависят както от неговите конструктивни размери, така и от геометричните особености на праховода, в който е разположен. Това се потвърждава от резултатите получени при моделните изследвания на всяка една от четирите прахоприготвящи системи

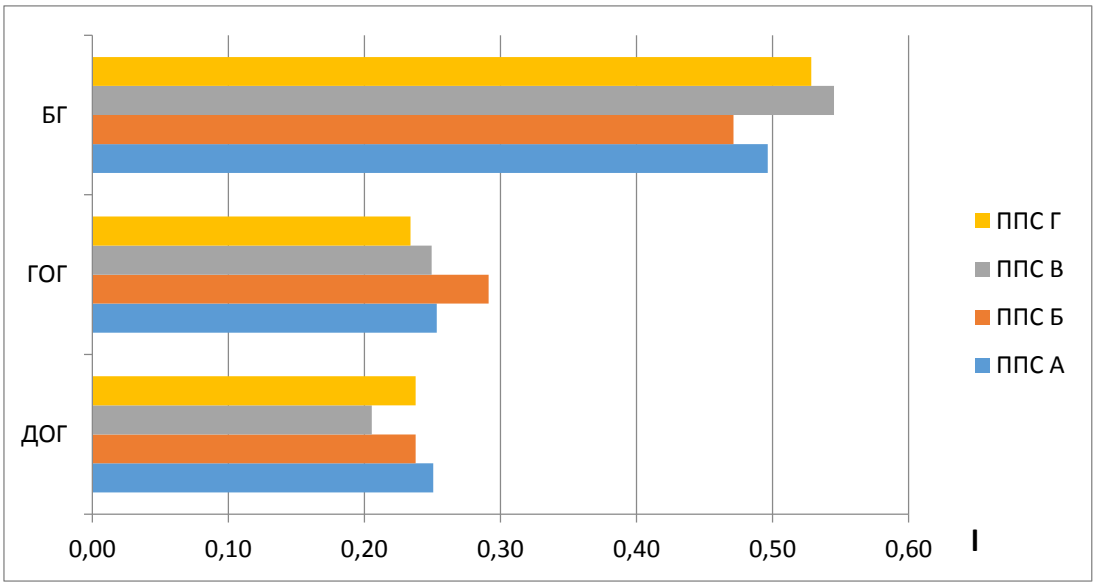
Табл.4. Количествено и качествено изменение на потоците по височина на горивната уредба

ППС А							
Горивен отвор	Количество дим. газ	Масов дял	l	Количество гориво	Масов дял	g	Среден диамет.
-	kg/s	%	-	kg/s	%	-	μm
БГ 2	9,867	28%	0,50	0,148	3%	0,06	162
БГ 1	7,508	21%		0,151	3%		138
ГОГ 4	3,677	11%	0,25	0,481	10%	0,39	228
ГОГ 3	2,307	7%		1,090	22%		210
ГОГ 2	2,430	7%		0,221	4%		294
ГОГ 1	0,445	1%		0,127	3%		205
ДОГ 4	3,621	10%	0,25	0,707	14%	0,55	199
ДОГ 3	2,758	8%		1,574	32%		185
ДОГ 2	2,023	6%		0,358	7%		251
ДОГ 1	0,365	1%		0,124	2%		207

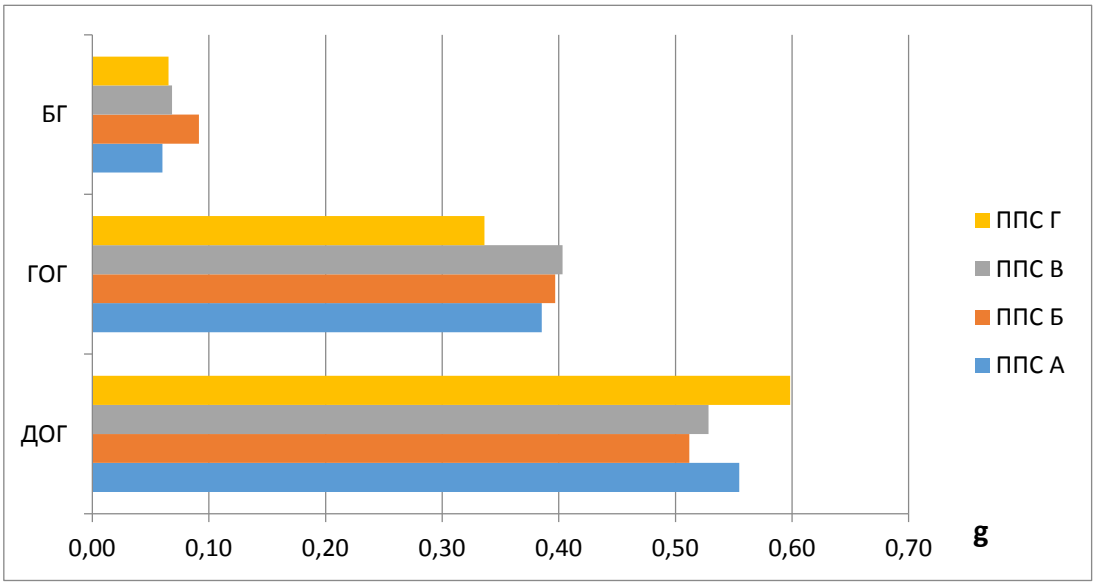
Табл.4. продължение

ППС Б							
Горивен отвор	Количество дим. газ	Масов дял	l	Количество гориво	Масов дял	g	Среден диамет.
-	kg/s	%	-	kg/s	%	-	µm
БГ 2	8,582	25%	0,47	0,214	4%	0,09	182
БГ 1	7,910	23%		0,241	5%		243
ГОГ 4	4,306	12%	0,29	0,964	19%	0,40	166
ГОГ 3	2,013	6%		0,049	1%		101
ГОГ 2	3,202	9%		0,851	17%		307
ГОГ 1	0,675	2%		0,113	2%		250
ДОГ 4	4,310	12%	0,24	2,086	42%	0,51	215
ДОГ 3	1,489	4%		0,137	3%		187
ДОГ 2	2,421	7%		0,279	6%		329
ДОГ 1	0,093	0%		0,049	1%		158
ППС В							
Горивен отвор	Количество дим. газ	Масов дял	l	Количество гориво	Масов дял	g	Среден диамет.
-	kg/s	%	-	kg/s	%	-	µm
БГ 2	10,132	29%	0,55	0,167	3%	0,07	165
БГ 1	8,951	26%		0,174	3%		89
ГОГ 4	1,458	4%	0,25	0,068	1%	0,40	112
ГОГ 3	3,398	10%		0,927	19%		238
ГОГ 2	0,907	3%		0,092	2%		238
ГОГ 1	2,968	8%		0,922	19%		334
ДОГ 4	2,103	6%	0,21	0,669	13%	0,53	103
ДОГ 3	3,763	11%		1,680	34%		168
ДОГ 2	0,000	0%		0,067	1%		134
ДОГ 1	1,322	4%		0,216	4%		177
ППС Г							
Горивен отвор	Количество дим. газ	Масов дял	l	Количество гориво	Масов дял	g	Среден диамет.
-	kg/s	%	-	kg/s	%	-	µm
БГ 2	9,765	28%	0,53	0,228	5%	0,07	108
БГ 1	8,732	25%		0,098	2%		63
ГОГ 4	3,749	11%	0,23	0,409	8%	0,34	194
ГОГ 3	2,097	6%		0,665	13%		234
ГОГ 2	2,218	6%		0,468	9%		262
ГОГ 1	0,122	0%		0,137	3%		250
ДОГ 4	3,657	10%	0,24	0,925	19%	0,60	238
ДОГ 3	1,633	5%		1,390	28%		161
ДОГ 2	2,593	7%		0,495	10%		286
ДОГ 1	0,437	1%		0,177	4%		257

Като обобщение на I-та група моделни изследвания, която включва четирите прахоприготвящи системи, може да се каже, че получените резултати потвърждават прахоконцентриращия ефект на използвания центробежен прахоконцентратор.



Фиг.2. Отношение на дела транспортиращ агент преминал през всяка една горелка (ДОГ, ГОГ и БГ) към общото количество.

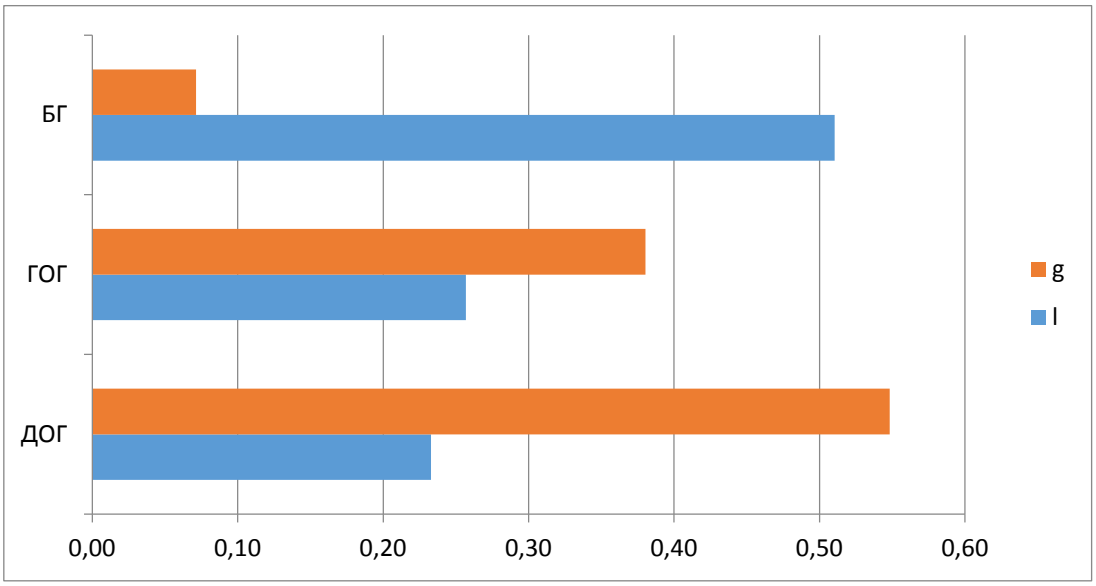


Фиг.3. Отношение на дела гориво преминал през всяка една горелка (ДОГ, ГОГ и БГ) към общото количество, при V_{MB} = 151 000 m^3/h.

Приблизително половината количество димен газ, служещ за сушилен и транспортиращ агент постъпва в бридова горелка. Това удовлетворява технологичните изисквания на горивната уредба, т.к. пренасочва голям дял от баластиращите димни газове извън зоната на основния горивен процес.

Основното количество гориво постъпва в основната горелка. През бридовата горелка преминава малък дял от разпрашените въглища, но с най-малък среден диаметър, което допринася за бързото им изгаряне.

Като заключение може да се обобщи, че независимо от неравномерното разпределение на въглищния прах на изхода на сепаратора, прахоконцентриращия ефект на прахоприготвящата система се запазва.



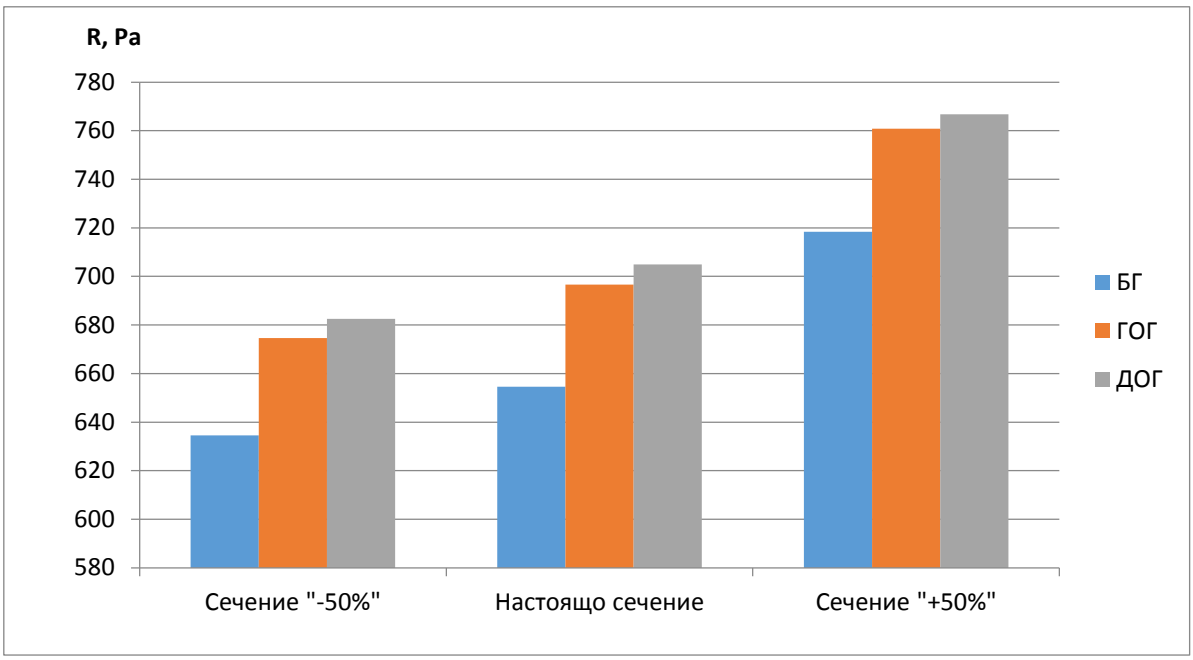
Фиг.4. Осреднени показатели l и g за котел ПК 38-4, от получените моделни резултати за четирите ППС

РЕЗУЛТАТИ ОТ II ГРУПА МОДЕЛНИ ИЗСЛЕДВАНИЯ НА ИНЕРЦИОНЕН ПРАХОКОНЦЕНТРАТОР

Резултатите от проведените моделни изследвания са показани в табличен и графичен вид.

Табл.5. Изменение на аеродинамичното съпротивление на изхода от горивната уредба в зависимост от изменение на напречното сечение на торпедото на прахоконцентратора.

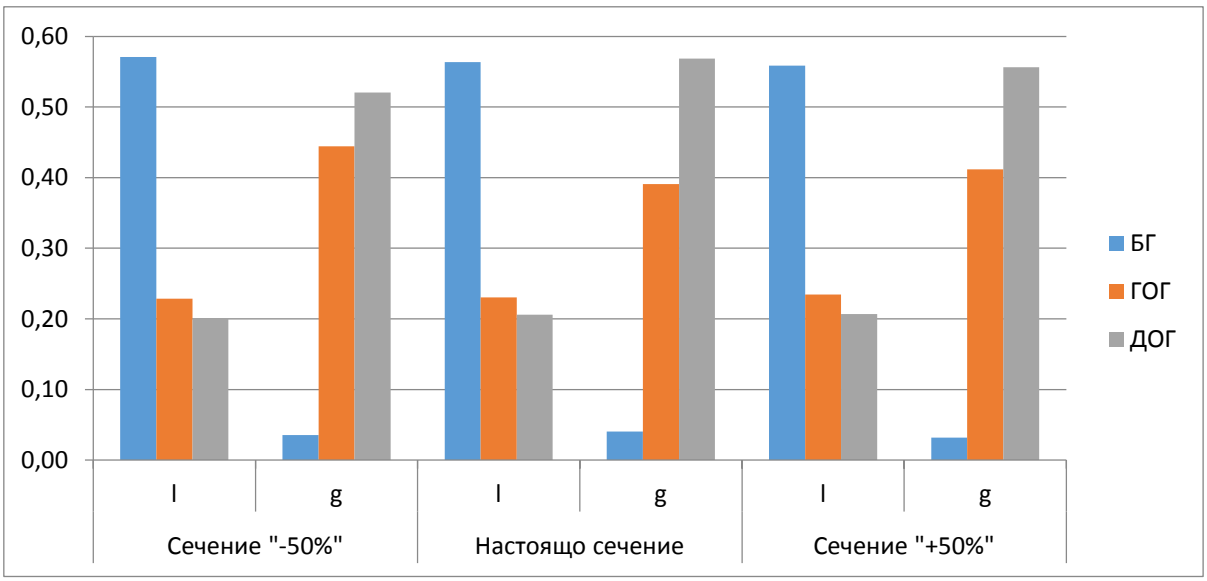
	Съпротивление, [Pa]		
	Сечение "-50 %"	Настоящо сечение	Сечение "+50 %"
Транспортиращ агент 151 000 m^3/h			
БГ	634	655	718
ГОГ	675	697	761
ДОГ	683	705	767
Транспортиращ агент 170 000 m^3/h			
БГ	798	823	905
ГОГ	838	866	948
ДОГ	851	880	957
Транспортиращ агент 190 000 m^3/h			
БГ	990	1024	1122
ГОГ	1030	1067	1166
ДОГ	1048	1086	1180



Фиг.5. Изменение на аеродинамичното съпротивление на праховодите към горивната уредба в зависимост от промяната на напречното сечение на торпедото на прахоконцентратора при V_{MB} = 151 000 m^3/h.

Табл.6. Разпределение на транспортиращ агент (l) и въглищен прах (g) по височина на горивната уредба в зависимост от изменение на напречното сечение на торпедото на прахоконцентратора.

	Сечение "-50 %"		Настоящо сечение		Сечение "+50 %"	
	l	g	l	g	l	g
Транспортиращ агент 151 000 m^3/h						
БГ	0,57	0,04	0,56	0,04	0,56	0,03
ГОГ	0,23	0,44	0,23	0,39	0,23	0,41
ДОГ	0,20	0,52	0,21	0,57	0,21	0,56
Транспортиращ агент 170 000 m^3/h						
БГ	0,57	0,04	0,56	0,04	0,56	0,04
ГОГ	0,23	0,43	0,23	0,39	0,24	0,41
ДОГ	0,20	0,53	0,21	0,57	0,21	0,55
Транспортиращ агент 190 000 m^3/h						
БГ	0,57	0,04	0,56	0,04	0,56	0,03
ГОГ	0,23	0,44	0,23	0,39	0,24	0,41
ДОГ	0,20	0,52	0,21	0,57	0,21	0,56



Фиг.6. Разпределение на дяловете на транспортиращия агент (l) и въглищния прах (g) по височина на горивната уредба в зависимост от напречното сечение на торпедото на прахоконцентратора при V_{MB} = 151 000 m^3/h.

IV. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Получените моделни резултати от I-та група моделни изследвания потвърждават прахоконцентриращия ефект на използвания в ППС прахоконцентратор.

Приблизително половината количество димен газ, служещ за сушилен и транспортиращ агент постъпва в бридова горелка. Това удовлетворява технологичните изисквания на горивната уредба, тъй като пренасочва голям дял от балластиращите димни газове извън зоната на основния горивен процес.

Основното количество гориво постъпва в основната горелка. През бридовата горелка преминава малък дял от разпрашените въглища, но с най-малък среден диаметър, което допринася за бързото им изгаряне.

Разликата между конструкциите на четирите прахоприготвящи системи, нехомогенността на потока пред прахоконцентратора и различната посока на завихрителя оказват влияние при разпределението на потоците в отворите на горивните уредби.

Като цяло неравномерното подаване на разпрашено гориво през напречното сечение на входния канал, показва че не се нарушават работни характеристики - l и g на прахоконцентратора.

Промяна на напречното сечение на торпедото на прахоконцентратора, води до промяна на аеродинамичното съпротивление на ППС. При намаляване на напречното сечение на торпедото на прахоконцентратора с 50%, съпротивлението се редуцира с близо 3%. При увеличаване на размера на торпедото на прахоконцентратора с 50%, съпротивлението нараства с 10%.

Промяната на диаметъра (напречното сечение) на торпедото практически не оказва влияние върху разпределението на транспортиращ агент (l) по височина на горивната уредба.

Наблюдава се преразпределение на горивото по височина на горивната уредба (g) с промяната на диаметъра на торпедото. Интерес представлява факта, че при намаляване напречното сечение на аеродинамичното тяло, дяловете гориво постъпващи към ДОГ и ГОГ имат най-близки стойности.

ЛИТЕРАТУРА

[1] Никола Тодориев, Иван Чорбаджийски, Енергийни парогенератори, Държавно Издателство Техника, София, 1983 г.

[2] Атанас Георгиев, Смилане и изгаряне на въглищата в ТЕЦ, Държавно Издателство Техника, София, 1986 г.

[3] Иван Антонов, Горивно-технически изпитвания и настройка на парогенератори, Държавно Издателство Техника, София, 1988 г.

[4] Мариана Геренова, Тотьо Тотев, Бончо Бонев, Характерни особености на прахоприготвящите системи в ТЕЦ Марица Изток 2, XII Научна конференция с международно участие ЕМФ'07, гр. Созопол, 2007 г.

[5] Крум Тодоров, Николай Сотиров, Тотьо Тотев, Изграждане на тримерни геометрични форми и изчислителни мрежи за работа със CFX. XV Научна конференция с международно участие ЕМФ 2010, гр. Созопол, 2010 г.

[6] Крум Тодоров, Верифициране и валидиране на числени решения при изследване на горивни процеси, XVI Научна конференция с международно участие ЕМФ 2011, гр. Созопол, 2011 г.

Автори: Тотьо Иванов Тотев, проф. д-р инж., кат. „Топлоенергетика и ядрена енергетика; Енергомашиностроителен Факултет, Технически Университет-София, E-mail address: *t-totev@tu-sofia.bg*; Васил Емилов Раденков, маг. инж. кат. „Топлоенергетика и ядрена енергетика; Енергомашиностроителен Факултет, Технически Университет-София, E-mail address: *vradenkov@gmail.com*; Борислав Любенов Ангелов, маг. инж. кат. „Топлоенергетика и ядрена енергетика; Енергомашиностроителен Факултет, Технически Университет-София, E-mail address: *bobyangelov@mail.bg*

Постъпила на 18.10.2016 г. **Рецензент:** проф. д-р Бончо Бонев

МОДЕЛИРАНЕ НА ОТРАВЯНЕТО НА ЯДРЕН РЕАКТОР С КСЕНОН-135

Цветелина Петрова

Резюме: *Настоящата работа представя резулатите от моделни изследвания относно влиянието на отравянето с ксенон-135 върху реактивността. С разработен модел в Matlab/Simulink среда са изследвани два случая на промяна в ядрената концентрация на разглеждания отровител.*

Ключови думи: *отравяне на реактора, промени в ядрената концентрация, влияние върху реактивността*

MODELING THE NUCLEAR REACTOR POISONING BY XENON-135

Tsvetelina Petrova

Abstract: *This work presents the results of model investigations regarding the influence of xenon-135 poisoning on the reactivity. Two cases connected with some changes of the nuclear concentration of the discussed isotope are investigated through a developed model in Matlab/Simulink environment.*

Keywords: *reactor poisoning, changes in nuclear, influence on the reactivity*

1. ВЪВЕДЕНИЕ

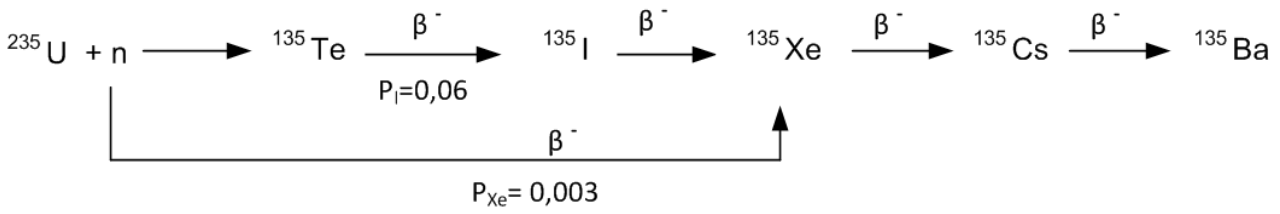
Отравянето е процес на поглъщане на неутрони от нестабилни изотопи, които се получават в активната зона на ядрения реактор. Явлението съществува само при реактори с топлинни неутрони. Нестабилните продукти на делене се получават или непосредствено при деленето, или като продукти на радиоактивното разпадане на непосредствени продукти.

При топлинни енергии на неутроните има големи различия в напречните сечения на взаимодействие на неутроните с атомните ядра, докато при високи енергии те са от един порядък. Xe-135 има висока стойност на микроскопичното ефективно напречно сечение на поглъщане на топлинни неутрони $\sigma_a = 2{,}65.10^6$b. Ксенон-135 е с висок добив (вероятност за получаване) - 6,3% от всички продукти на делене на уран-235. Xe-135 оказва съществено влияние върху реактивността.

Ксенон-135 се получава по два начина- като непосредствен продукт на деленето на уран-235 и вследствие на радиоактивното разпадане на нестабилен непосредствен продукт – телур-135, както е показано на фиг.1.

© 2016 Publishing House of Technical University of Sofia
All rights reserved

ISSN 1311-0829



Фиг.1. Получаване на ксенон-135.

Телур-135 е с период на полуразпадане около 2 минути, заради това той може да се пренебрегне и за непосредствен продукт да се приеме йод-135. Той е с $T_{1/2}$ 6,7 часа [2]. Вероятността за получаване на йод-135 е P_I = 0,06, а директният добив на ксенон-135 е P_{Xe} = 0,003, т.е. сумарният му добив е 6,3%. Периодът на полуразпадане на ксенон-135 е 9,2 часа. Нестабилните изотопи ^{135}Te, ^{135}I, ^{135}Xe и ^{135}Cs претърпяват β^- разпад до превръщането на цезий-135 в барий-135, който е стабилен изотоп. Отравянето от ксенон-135 е пропорционално на ядрената му концентрация и може да се изрази като:

$$q_{Xe} = \frac{\sigma_{a,Xe}.N_{Xe}.\Phi}{\Sigma a,г.\Phi} = \frac{\sigma_{a,Xe}.N_{Xe}}{\Sigma a,г} \qquad (1),$$

където:

$\sigma_{a,Xe}$ - микроскопично ефективно напречно сечение на поглъщане на топлинни неутрони от ксенон-135;

N_{Xe} – ядрена концентрация на ксенон-135;

$\Sigma_{a,г}$ - макроскопично сечение на поглъщане на ядреното гориво;

Ф – неутронен поток в реактора.

Загубата на реактивност на реактора вследствие отравянето му от ксенон-135 се определя от зависимостта:

$$\Delta\rho_{Xe} = -f.q_{Xe} \qquad (2),$$

където f е коефициентът на използване на топлинните неутрони. От израза е видно, че с увеличаване на отравянето, реактивността намалява. Този израз може да се използва за приблизителна оценка при отравяне на хетерогенни реактори.

Съгласно [1], уравненията, описващи промяната на концентрацията на ксенон-135, са:

$$\frac{dN_I}{dt} = P_I.\Sigma f,г.\Phi - \lambda_I.N_I - \sigma_{a,I}.N_I.\Phi \qquad (3)$$

$$\frac{dN_{Xe}}{dt} = P_{Xe}.\Sigma f,г.\Phi + \lambda_I.N_I - \lambda_{Xe}.N_{Xe} - \sigma_{a,Xe}.N_{Xe}.\Phi \qquad (4)$$

където:

P_I, P_{Xe} – добив (вероятност за получаване) съответно на йод-135 и на ксенон-135;

$\Sigma_{f,г}$ - макроскопично сечение на делене на ядреното гориво;

λ_I - константа на радиоактивно разпадане на йод-135;

λ_{Xe} - константа на радиоактивно разпадане на ксенон-135;

N_I – ядрена концентрация на йод-135.

Уравнение (3) описва получаването на йод-135, т.е. предхождащият ксенон-135 изотоп. Последният член от това диференциално уравнение, $\sigma_{a,I}.N_I.\Phi$, може да бъде пренебрегнат заради малката си стойност. Уравнение (4) описва директното получаване на ксенон-135.

Неутронният поток е функция на времето и на координатите. Макроскопичното сечение на делене на горивото също се променя във времето. За да се получат уравнения, описващи промяната на ядрената концентрация на ксенон-135 и на предхождащия го изотоп, йод-135 е необходимо уравнения (3) и (4) да се опростят. За целта се приема независимост на параметрите, включени в уравненията, от времето и координатите.

2. ПРОГРАМЕН МОДЕЛ В MATLAB

Настоящата работа представя резултати от изследвания за следните два случая:

1) промяна в концентрацията на ксенон-135 в случай на *начално пускане на ядрен реактор, зареден със свежо ядрено гориво*.

2) промяна в ядрената концентрация на ксенон-135 в случай на спиране *на ядрен реактор, който е работил продължително време с постоянна стойност на неутронния поток и е достигнал стационарни стойности на ядрените концентрации на йод-135 и ксенон-135*.

При първия разглеждан случай в началния момент от време ядрената концентрация на йод-135 и ксенон-135 е равна на нула, т.е. началните условия са: $t = 0$, $N_{xe} = N_I = 0$, $\Phi = \Phi_o = \text{const}$.

Уравненията, описващи промяната в ядрените концентрации на двата разглеждани изотопа, са:

$$N_I(t) = \frac{P_I.\Sigma f,г.\Phi_o}{\lambda_I}\left(1 - e^{-\lambda_I.t}\right) \qquad (5)$$

$$N_{Xe}(t) = \frac{(P_I + P_{Xe}).\Sigma f,г.\Phi_o}{\lambda_{Xe} + \sigma_{a,Xe}.\Phi_o}\left(1 - e^{-(\lambda_{Xe} + \sigma_{a,Xe}\Phi_o).t}\right) - \frac{P_I.\Sigma f,г.\Phi_o}{\lambda_{Xe} - \lambda_I + \sigma_{a,Xe}.\Phi_o}\left(e^{-\lambda_I.t} - e^{-(\lambda_{Xe} + \sigma_{a,Xe}\Phi_o).t}\right) \qquad (6)$$

При дълговременна работа на горивото в реактора, стойностите на експонентите от горните две уравнения клонят към нула, а ядрените концентрации на ^{135}I и ^{135}Xe достигат своите стационарни стойности:

$$N_I^{cm} = \frac{P_I.\Sigma f,г.\Phi_o}{\lambda_I} \tag{7}$$

$$N_{Xe}^{cm} = \frac{(P_I + P_{Xe}).\Sigma f,г.\Phi_o}{\lambda_{Xe} + \sigma_{a,Xe}.\Phi_o} \tag{8}$$

В такъв случай изразът за стационарното отравяне с ксенон-135 е:

$$q_{Xe}^{cm} = \frac{\sigma_{a,Xe}.N_{Xe}^{cm}}{\Sigma a,г} = \frac{(P_I + P_{Xe})\Phi_o}{\lambda_{Xe} + \sigma_{a,Xe}.\Phi_o}.\frac{\Sigma f,г}{\Sigma a,г}\sigma_{a,Xe} \tag{9}$$

От уравнение (9) се вижда, че отравянето с ^{135}Xe е функция на неутронния поток, с който работи реактора, и на отношението на сечението на делене към сечението на поглъщане на ядреното гориво: $q_{Xe}^{cm} = f(\Phi, \ \frac{\Sigma f,г}{\Sigma a,г})$.

За втория случай началните условия, при които се решават диференциалните уравнения, са: t = 0; $N_{xe} = N^{ст}{}_{xe}(\Phi_o)$; $N_I = N^{ст}{}_I(\Phi_o)$; $\Phi = 0$.
Уравненията, описващи промяната в ядрените концентрации на двата изотопа за разглеждания случай, са:

$$\frac{dN_I}{dt} = -\lambda_I.N_I \tag{10}$$

$$\frac{dN_{Xe}}{dt} = \lambda_I.N_I - \lambda_{Xe}.N_{Xe} \tag{11}$$

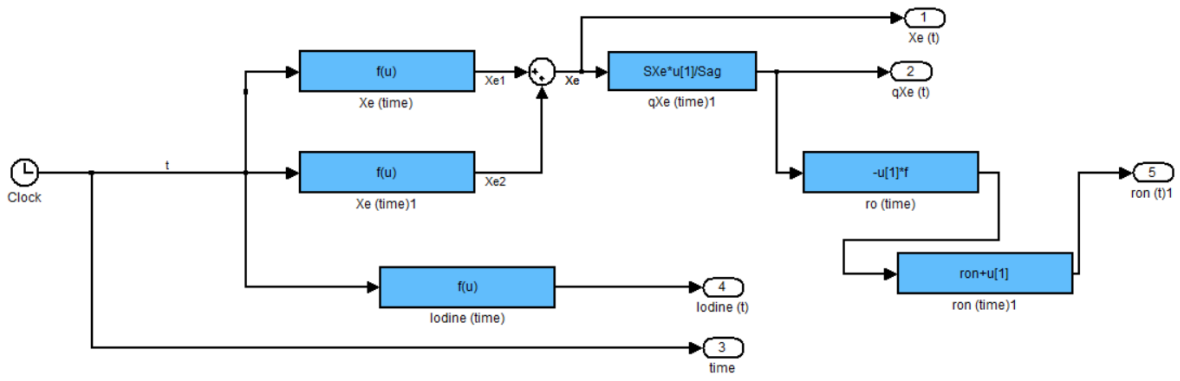
При решаването на диференциалните уравнения спрямо началните условия, се получава уравнението, описващо промяната в ядрената концентрация на йод-135 във времето в случай на спиране на реактора:

$$N_I(t) = N_I^{cm}.e^{-\lambda_I.t} = \frac{P_I.\Sigma f,г.\Phi_o}{\lambda_I}.e^{-\lambda_I.t} \tag{12}$$

и зависимостта, по която се променя ядрената концентрация на ксенон-135 във времето:

$$N_{Xe}(t) = N_{Xe}^{cm}.e^{-\lambda_{Xe}.t} + \frac{P_I.\Sigma f,г.\Phi}{\lambda_{Xe} - \lambda_I}.(e^{-\lambda_I.t} - e^{-\lambda_{Xe}.t}) \tag{13}$$

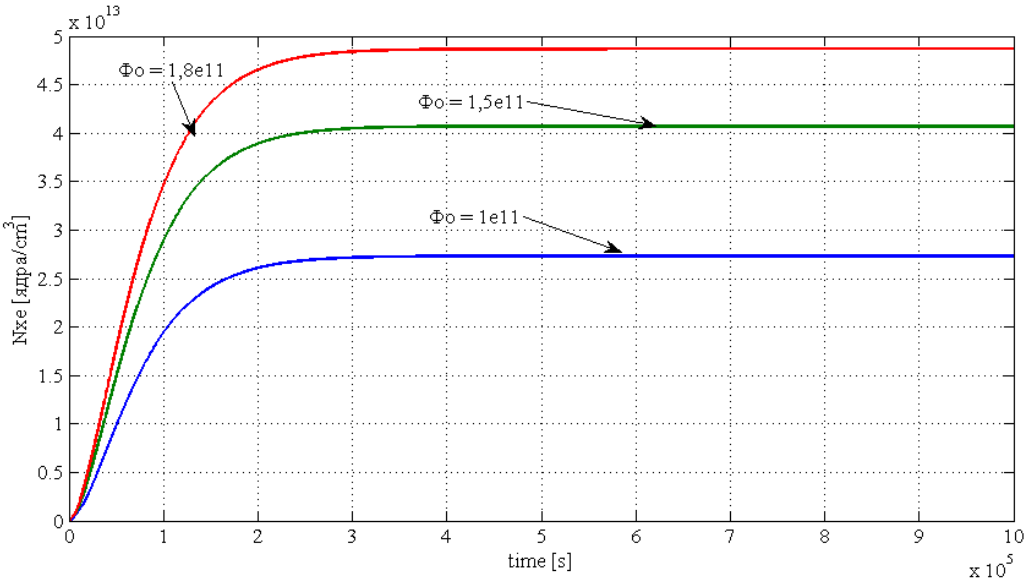
Въз основа на математичните зависимости е създаден модел в Matlab/Simulink среда, който е показан на фиг.2.



Фиг.2. Структура на подсистемата в Matlab/Simulink среда.

3. РЕЗУЛТАТИ

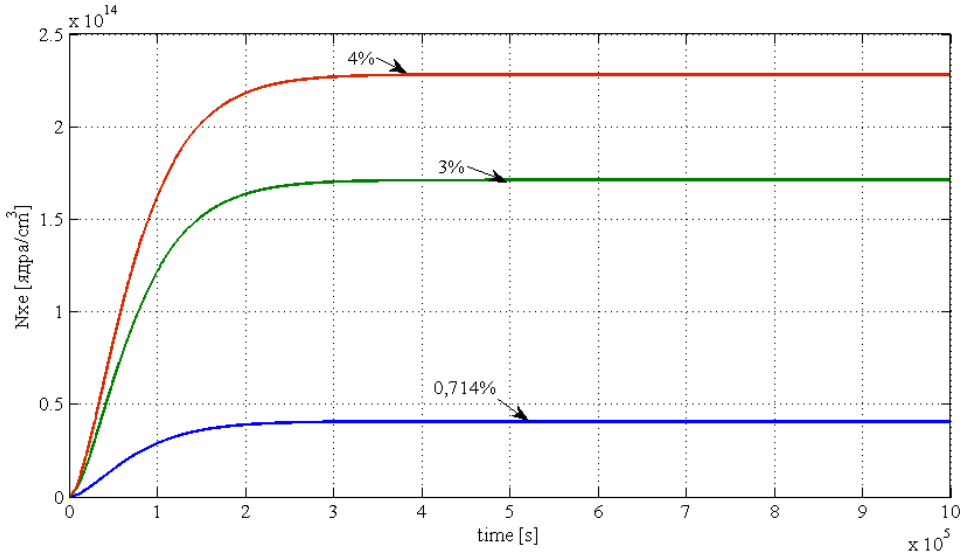
Резултатите от първия разглеждан случай са представени на фиг.3, фиг.4 и фиг.5. Фиг.3 представя получената зависимост за промяната във времето на ядрената концентрация на ксенон-135 (N_{Xe}) във функция от неутронния поток Фо. Графиките са получени за природен уран и три различни стойности на неутронния поток: Фо = 1.10^{10} [неутр./cm^2.s], $1{,}5.10^{11}$ [неутр./cm^2.s] и $1{,}8.10^{11}$ [неутр./cm^2.s]. При различни стойности на неутронния поток ядрените концентрации на ксенон-135 нарастват с различни скорости, а достигнатите стационарни концентрации имат различни стойности.



Фиг.3. Промяна в ядрената концентрация на ксенон-135 при различни стойности на неутронния поток.

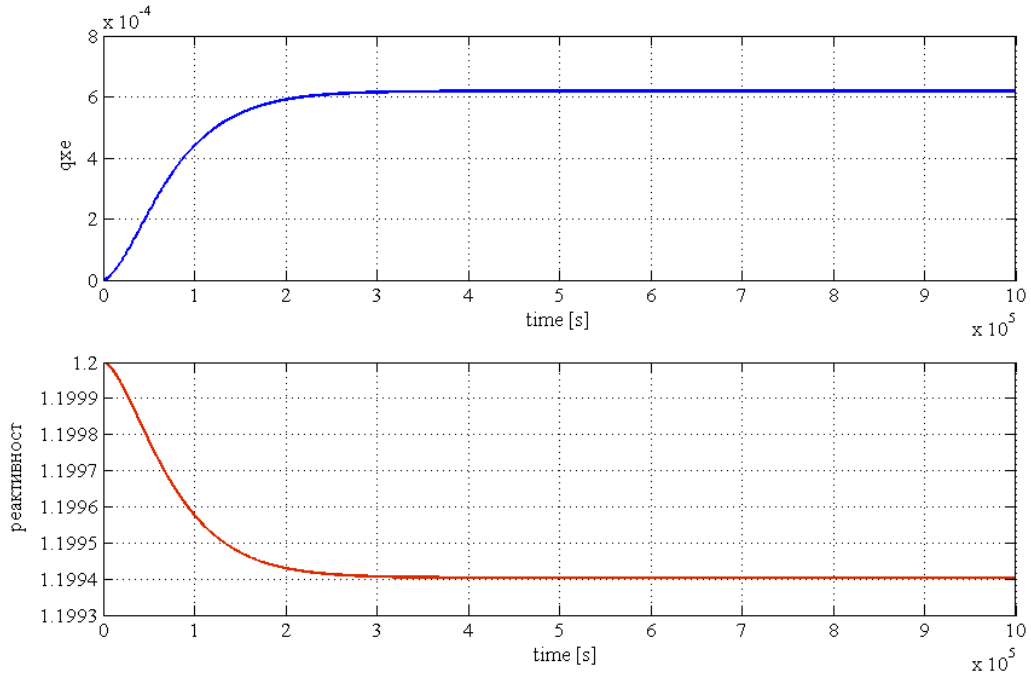
Процесът на промяна на ядрената концентрация на ксенон-135 (N_{Xe}) във времето е изследван за ядрени горива с различно съдържание на ^{235}U - 4%, 3% и

0,714%. Зависимостите са показани в графичен вид на фиг.4. При по-високо обогатяване по уран-235, ядрената концентрация на ксенон-135 нараства по-бързо във времето, като същевременно и достигнатата стационарна стойност N_{Xe} е по-висока.



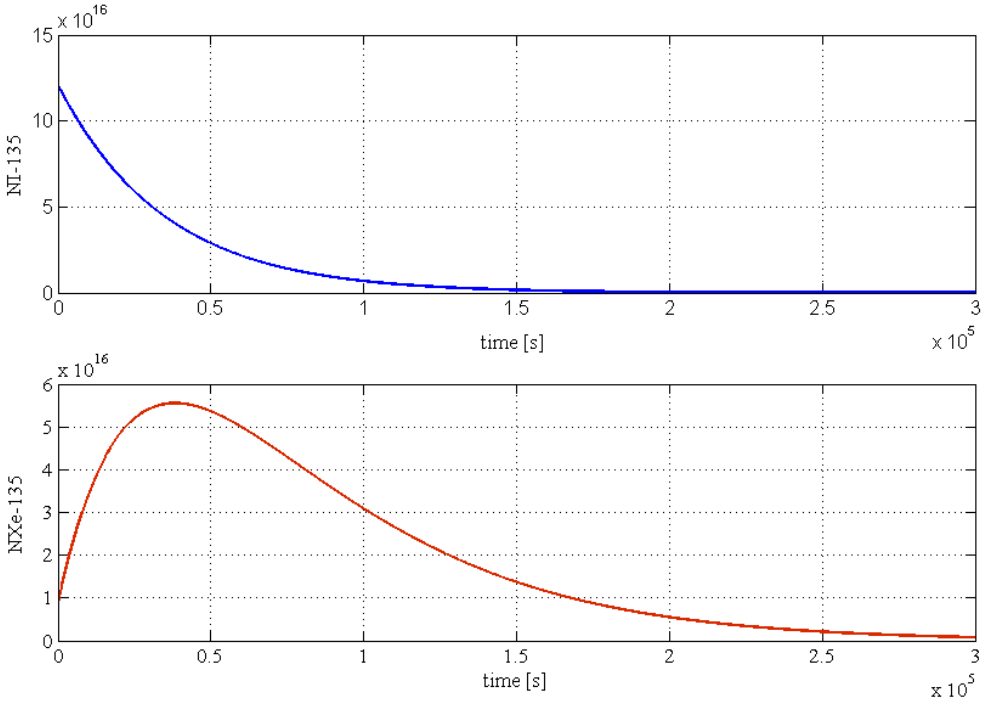
Фиг.4. Промяна в концентрацията на ксенон-135 (N_{Xe}) при ядрени горива с различно обогатяване по уран-235.

Влиянието на отравянето на ядрения реактор с ксенон-135 (q_{xe}) върху реактивността е показано на фиг.5. С увеличаване на времето, през което реактора работи с постоянен неутронен поток Φ_o, нараства отравянето, а пропорционално на него намалява реактивността.



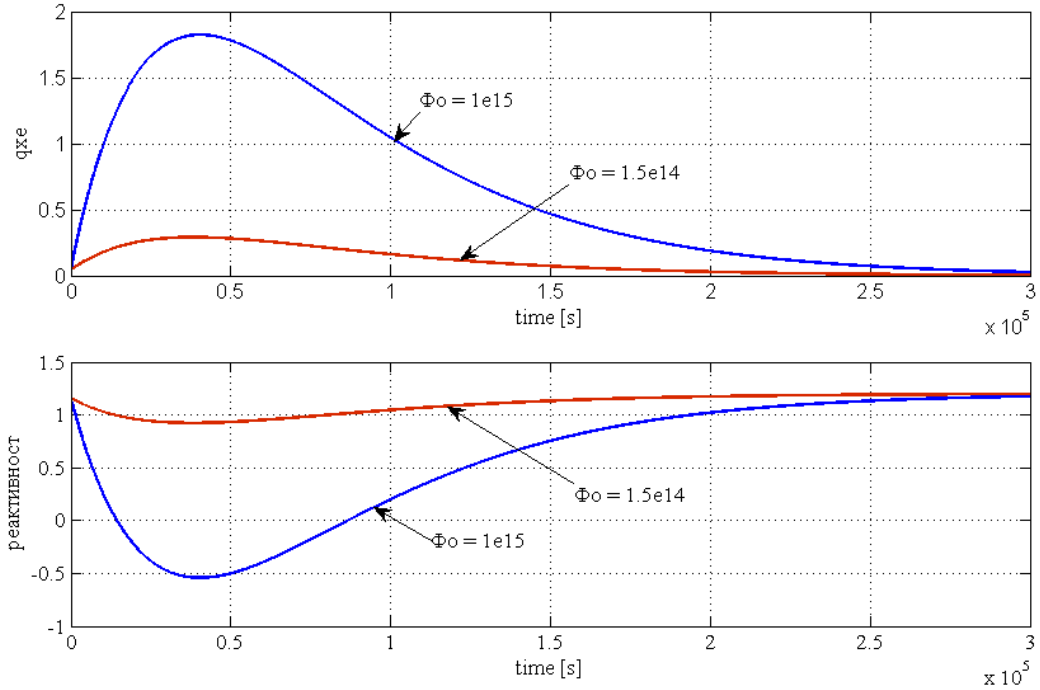
Фиг.5. Влияние на отравянето от ксенон-135 върху реактивността.

Получените от моделните изследвания резултати, представени на фиг.6 и фиг.7, са за втория изследван случай - спиране на реактора, който преди това е работил достатъчно време, за да бъдат достигнати стационарни стойности в ядрените концентрации на йод-135 и ксенон-135. Промяната във времето на ядрените концентрации на двата изотопа след спиране на реактора са показани на фиг.6. Стойностите, от които започва тяхната промяна в началния момент от време, са стационарните стойности N_I^{cm} и N_{Xe}^{cm} .



Фиг.6. Промяна в ядрените концентрации на йод -135 и на ксенон-135 след спиране на реактора.

В началния момент от време след спирането на реактора се наблюдава максимум в отравянето с ксенон-135 [1, 3]. Този максимум се дължи на различните скорости, с които се разпадат йод-135 и ксенон-135. Скоростта на радиоактивното разпадане на йода е по-голяма и вследствие β^- разпада му се наблюдава натрупване на ядра на ксенона. Максимума в ядрената концентрация на отровителя води до минимум на реактивността. Интервалът от време, в който реактивността е с отрицателни стойности, се нарича йодна яма. Тя влияе върху оперативната готовност на ядрения реактор – през това време той не може да работи. Получаваният ксенон -135 не може да се регулира, трябва да се изчака да се разпадне. Йодната яма се проявява в последните седмици на кампанията на реактора, т.е. при изчерпване на по-голямата част от запаса реактивност. Максимума на йодната яма варира от 5 до 12 часа от спирането на реактора. Отравянето и свързаната с него промяна в реактивността след спирането на реактора зависят от няколко фактора, един от които е големината на неутронния поток, с който реакторът е работил преди това, както се вижда от фиг.7.



Фиг.7. Промяна в отравянето и в реактивността след спиране на реактора.

4. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

1. Разработеният модел дава възможност приблизителни пресмятания на отравянето с ксенон-135 при различни случаи и при различни стойности на входните параметри - неутронен поток, макроскопични сечения на ядреното гориво, коефициент на използване на топлинните неутрони.
2. Създаденият в Matlab/Simulink модел дава възможност за разнообразяване на методите на преподаване и за по-добро онагледяване, улесняващо усвояването на учебния материал. Моделът дава възможност за проследяване на протичащите процеси във времето чрез включените в модела осцилоскопи за моментна визуализация на основните величини - ядрени концентрации на ксенон-135 и на йод-135, отравяне от ^{135}Xe и реактивност. Чрез въведения модул за запис на данни се позволява допълнителна обработка и съпоставка на резултати от едно или няколко пресмятания.

ЛИТЕРАТУРА

[1] Глухов Г., ***Ядрени енергийни реактори***, С., Ифо Дизайн, 2004

[2]Khalid Alnoaimi, ***Xenon-135 Reactor Poisoning***, March 15, 2014, *http://large.stanford.edu/courses/2014/ph241/alnoaimi2/*

[3] *http://www.nucleartourist.com/basics/xe135-1.htm*

Автор: Цветелина Петрова, гл. ас. д-р, катедра „Енергетика и машиностроене”, Колеж по енергетика и електроника, Технически Университет-София, E-mail address: *tzvetelina.petrova@tu-sofia.bg*

Постъпила на 07.11.2016 г. **Рецензент:** проф. д-р Ивайло Ганев

МОДЕЛИРАНЕ, ИЗСЛЕДВАНЕ И УПРАВЛЕНИЕ НА ФИЗИЧЕСКА ЛАБОРАТОРНА ПНЕВМАТИЧНА FESTO-ИНСТАЛАЦИЯ

Борис С. Грасиани

Резюме: *В работата се предлага моделиране на позицията на изпълнителния механизъм в лабораторна пневматична FESTO-инсталация, като обект за управление. Синтезирани и моделирани са системи от пълен и дробен ред за нейното управление. Анализирани са свойствата на синтезираните системи.*
Ключови думи: *пневматична инсталация, изпълнителен механизъм, управление от дробен ред.*

MODELING, RESEARCH AND CONTROL OF PHYSICAL LABORATORY PNEUMATIC FESTO-INSTALLATION

Boris S. Grasiani

Abstract: *The work offers modeling the position of the actuator in a laboratory pneumatic FESTO-installation, used as an object control. Synthesized and modeled systems are full and fractional order for its control. They analyzed the properties of the synthesized systems.*
Keywords*: pneumatic installation, actuator, control of fractional order*

ВЪВЕДЕНИЕ

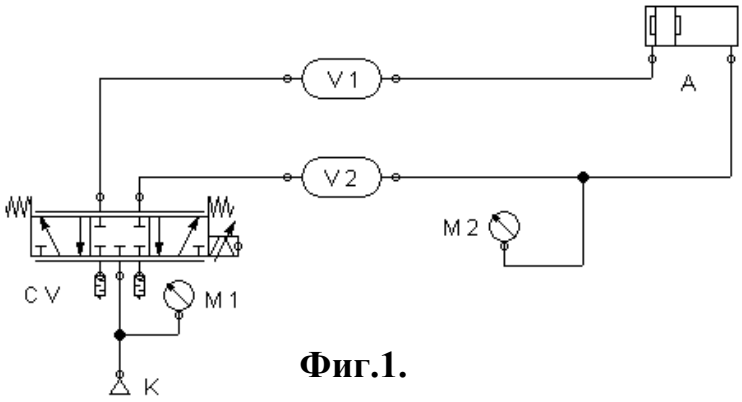
Разглежда се лабораторен физически FESTO-модел на технологична инсталация показана на фиг.1. Моделът е изграден от: К-компресор, CV-регулиращ орган, V1-,V2-пневмокамери, M1-,M2-манометри, А-изпълнителен механизъм.

Целта, която си поставя настоящата разработка е: да се изследва, моделира и предложи управление на FESTO-модела.

Задачите които се решават, за реализиране на така поставената цел са следните: ●опитно снемане на характеристиките на основните величини на физическа лабораторна FESTO-технологична инсталация; ●апроксимация на снетите характеристики, базирана на емпирични методи; ●настройка и синтез на системи за управление от пълен и дробен ред; ●анализ на синтезираните системи за управление.

© 2016 Publishing House of Technical University of Sofia
All rights reserved

ISSN 1311-0829



Фиг.1.

ИЗСЛЕДВАНЕ НА ЛАБОРАТОРНА ПНЕВМАТИЧНА FESTO-ИНСТАЛАЦИЯ

За снемане на времевите характеристики на основните величини в лабораторна пневматична FESTO-инсталация се използва ***TIA Portal V13*** на ***Siemens***. Програмното подсигуряване се реализира с използване на [1] ***организационен блок*** **(OB).** Този тип блокове контролират изпълнението на потребителската програма. Те не могат да се извикват помежду си или от други функции. Извикват се при настъпване на събитие „стартиране“ на контролер, изтичане на определено време и т.н. В настоящата работа е използван организационен блок ***„Cycle interrupt“,*** за стартиране на програми на периодични интервали, които определят свойствата на **OB.**

Освен организационни блокове в работата се използват и ***блокове данни*** **(DB)**, които служат за съхранение на информация. Те могат да бъдат два вида: „оптимизирани“ и „стандартни“, според това кой организира подреждането на променливите в паметта им. По подразбиране в CPU 1212C създадените блокове са оптимизирани.

Функционалните блокове **(FB),** които са функции с памет, се реализират чрез прикрепване на блок данни към тях. **FB** може да се извиква с различни блокове данни, т.е. с различни параметри. При създаването му се задава уникално име и се избира езикът, на който ще бъде написана функцията. Блокът с данни към нея се създава автоматично при извикването на **FB**, ако е зададена неговата спецификация от интерфейса на функцията. При създаването на функционален блок се описват променливите, които той ще използва. Входните променливи са такива, които идват от други блокове данни или адресни пространства. Дефинираните като изходни се връщат след затварянето на **FB**. Входно-изходните променливи се подчиняват на идеята – влизат, биват преработени и излизат. Зададените като статични запазват своята стойност и след края на работа на **FB**, а временните се унищожават. Константи са параметрите, които не трябва да се променят при изпълнението на **FB.**

Инструкция ***„NORME_X“*** се използва за нормализиране на стойността на маркера чрез картографиране на линейна скала. Могат да се използват параметрите MIN и MAX, за да се определят границите на обхват на стойността, която се нанася върху скалата. В зависимост от местоположението си в този диапазон в изхода OUT нормализираната стойност се изчислява и съхранява като число с

плаваща запетая. Ако стойността, която се нормализира е равна на стойността на входния MIN, изходът OUT връща стойност „0.0“. Ако стойността, която се нормализира е равна на стойността на входния MAX, изходът OUT връща стойност „1.0“.

При изпълнение на инструкцията **„*Scale*“**, стойността на реалното число с плаваща запетая на входната стойност е намалена до границите на стойност, която се определя от параметрите MIN и MAX. В резултат на мащабирането се получава цяло число на изхода OUT (OUT=[VALUE*(MAX-MIN)]+MIN.

Инструкцията „***MOVE“*** се използва за преместване на съдържанието на масив (W) STRING. Параметрите на масивът във вход IN се копират в изхода OUT. Етикетите на входа IN и тези на изхода OUT трябва да бъдат от един и същ тип данни.

Инструкцията ***„MUL“*** се използва за умножаване на стойността на вход IN1 със стойността на вход IN2 и по този начин дава заявката (OUT: = IN1 * IN2) на изхода OUT. Активиране на другия изход ENO на инструкцията ***„MUL“*** при състоянието на сигнала „0“ става, ако едно от следните условия е налично:

- Активиране на вход EN при състоянието на сигнала „0“;
- Резултатът е извън обхвата разрешен за типа данни, посочена в изхода OUT;
- число с плаваща запетая има невалидна стойност.

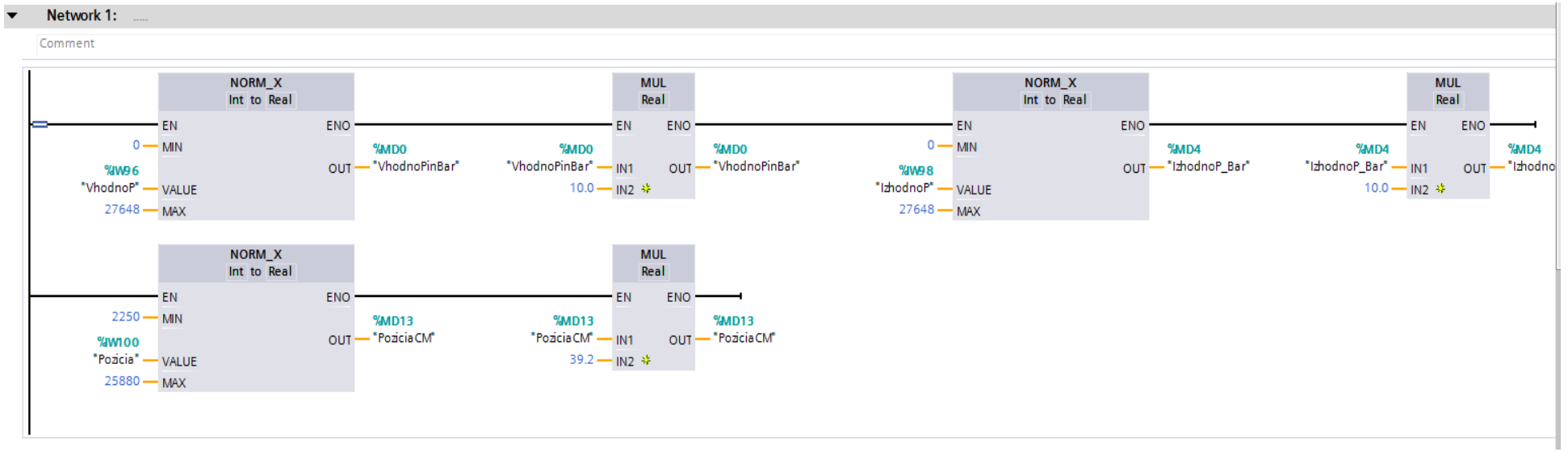
За битовите операции се използват следните означения:

Символ	**Описание**
	Нормално отворен контакт
	Нулиране на изхода (***Reset***) При активиране - изходът се установява в логическа нула. При деактивиране - изходът не се променя.

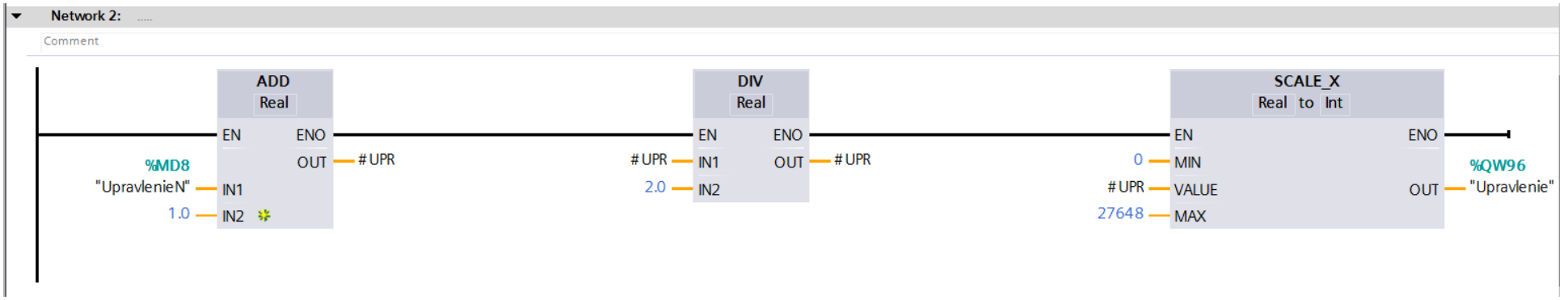
С помощта на командата ***Reset*** се реализират по-сложни структури като броячи, тригери и т.н.

Блок схемите, които структурно илюстрират програмното подсигуряване на настоящото изследване са показани на фиг.2 и фиг.3. На фиг.2.1 е визуализирана блок схемата, където стойностите на входното налягане и позицията първо се нормализират, използвайки инструкция ***„NORME_X”,*** след което се умножават по мащабиращ коефициент, използвайки инструкцията ***„MUL“***, за да се отчетат стойностите им съответно в bar и в sm. С помощта на блок ***„ADD”*** (фиг.2.2) сигналът е между 0 и 1. В последния блок се използва инструкцията ***„Scale“***, като стойността на управляващото въздействие се преобразува в подходящ за цифрово аналогов преобразовател вид.

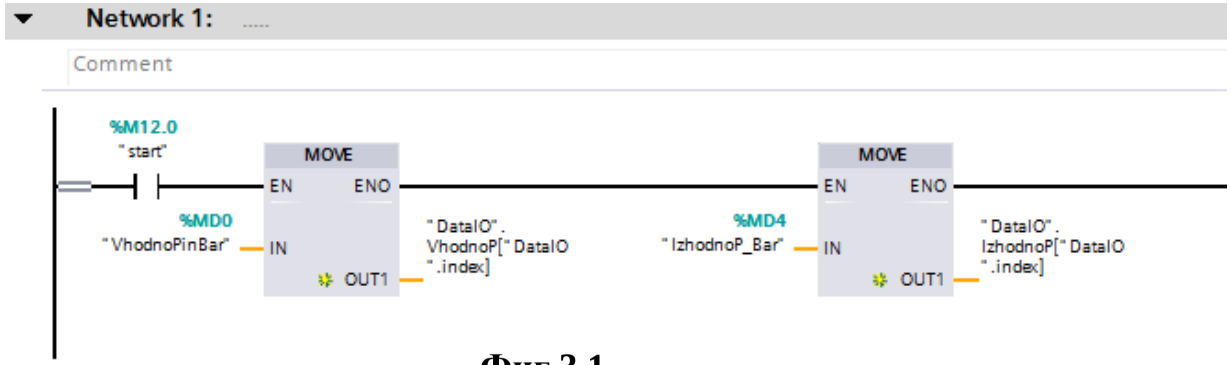
На фиг.3.1 блок схемата започва с нормално отворен ключ, след което се копира налягането P в друг масив. Копират се също така и управлението и позицията, което е показано на фиг.3.2. Накрая всичко се записва в масив ***„DATA IO“***. В Network2 (фиг.3.3) се проверява дали лимитът в масива ***„DATA IO“*** е достигнат и ако бъде достигнат, то се преминава към ***нулиране* (*Reset*).**


Network 1:
Comment
NORM_X
Int to Real
EN
ENO
0
MIN
%MW96
"VhodnoP"
VALUE
27648
MAX
OUT
%MD0
"VhodnoPinBar"
MUL
Real
IN1
IN2
10.0
%MW98
"IzhodnoP"
%MD4
"IzhodnoP_Bar"
%MD4
"Izhodno
2250
%MW100
"Pozicia"
25880
%MD13
"PoziciaCM"
39.2

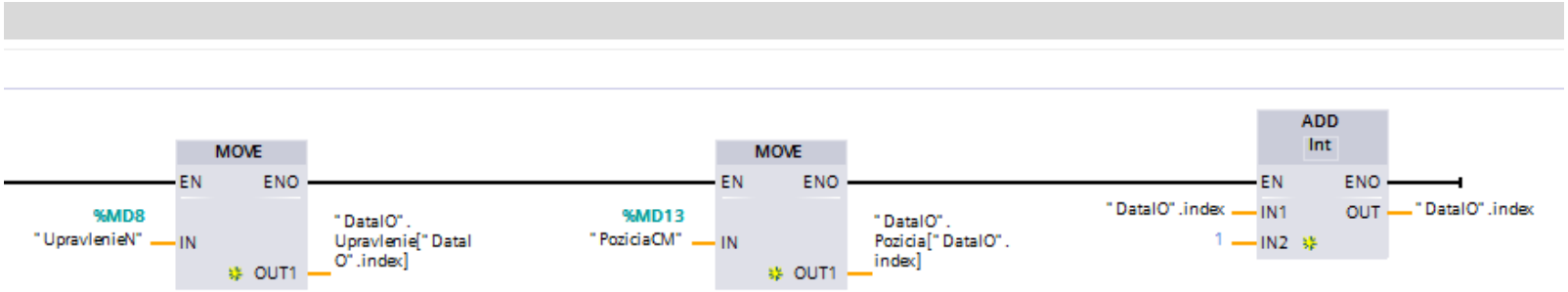
Фиг.2.1.


Network 2:
Comment
ADD
Real
EN
ENO
%MD8
"UpravlenieN"
IN1
1.0
IN2
OUT
#UPR
DIV
Real
2.0
SCALE_X
Real to Int
0
MIN
VALUE
27648
MAX
%QW96
"Upravlenie"

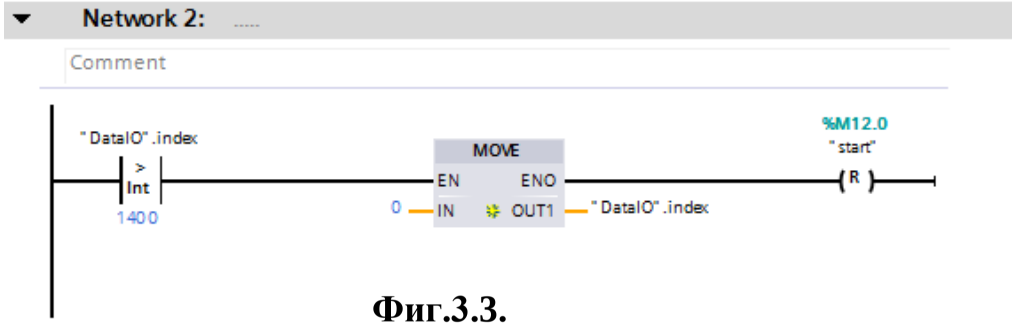
Фиг.2.2.



Фиг.3.1.

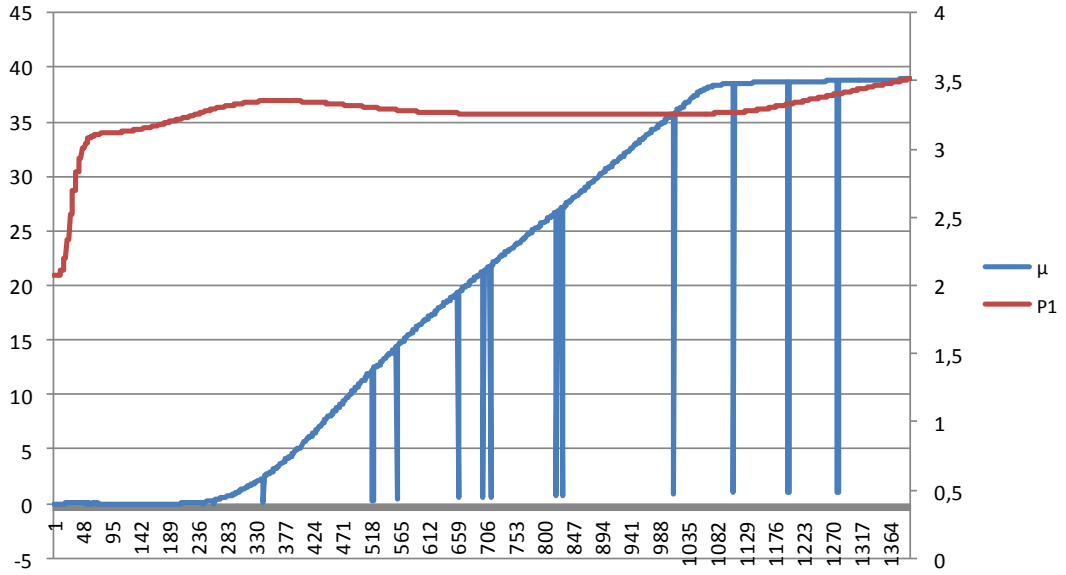


Фиг.3.2.



Фиг.3.3.

С помощта на така описаното програмно осигуряване са снети времеви характеристики на основни величини в лабораторна пневматична FESTO-инсталация, като са визуализирани на фиг.4. С червен цвят е показано входното налягане P1 измерено с M1, а със син цвят - позицията μ на изпълнителния механизъм (A).



Фиг.4.

Използваният такт за снемане на характеристиките е 1ms.

МОДЕЛИРАНЕ НА ОБЕКТА ЗА УПРАВЛЕНИЕ

Като обект за управление в настоящата разработка е избрана позицията μ на изпълнителния механизъм в технологична FESTO инсталация (фиг.4). В литературата [8,9] са познати различни емпирични методи за определянето на структурата и параметрите на обобщения обект за автоматизация ***ООА*** по данни от експериментално снета преходна характеристика на обекта. В настоящата работа е избран методът на ***Broida***. Този метод предлага апроксимация на аналитичен модел на обобщен обект за автоматизация ***ООА*** със статична система от първи ред със закъснение. Използват се две точки, около работната, което води до по-голяма точност. За да може да се изчислят основните параметри: k -коефициент, T -време константа (3), τ -закъснение (2) се използват точки (4) и (5).

$$G_{BROIDA} = \frac{k\, e^{-\tau p}}{Tp+1} = \frac{\left(y(\infty)/\mu_o\right) e^{-\left(2.8\, t_{0.28} - 1.8\, t_{0.4}\right) p}}{5.5\left(t_{0.4} - t_{0.28}\right) p + 1} \qquad (1)$$

$$\tau = 2.8 t_{0.28} - 1.8 t_{0.40} \qquad (2)$$

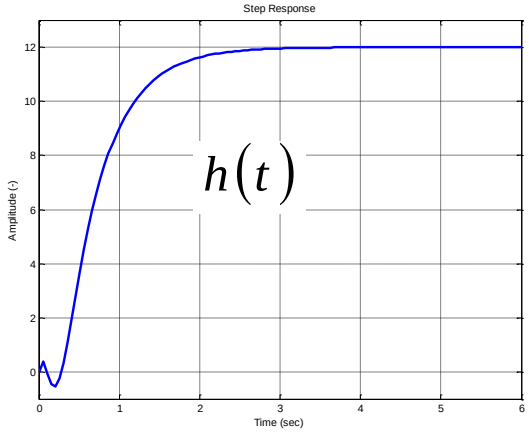
$$T = 5.5\left(t_{0.28} - t_{0.40}\right) \qquad (3)$$

$$t_{0.28} \rightarrow 0.28\, y(\infty) \qquad (4)$$

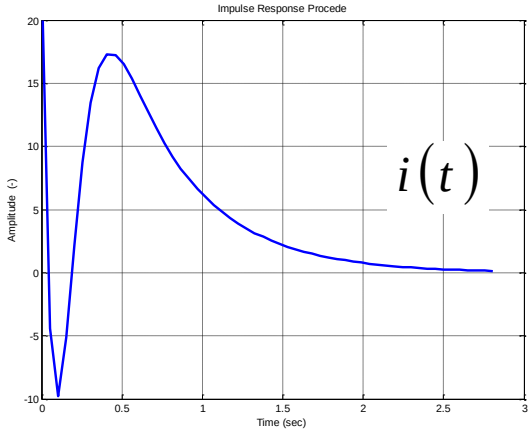
$$t_{0.40} \rightarrow 0.40\, y(\infty) \qquad (5)$$

Полученият по метода на ***Broida*** модел на ***ООА*** (6) е моделиран и симулиран в средата на ***MATLAB***, а получените характеристики са визуализирани, както следва: преходната функция на фиг.5.1, импулсната функция на фиг.5.2. и честотни характеристики на фиг.6.

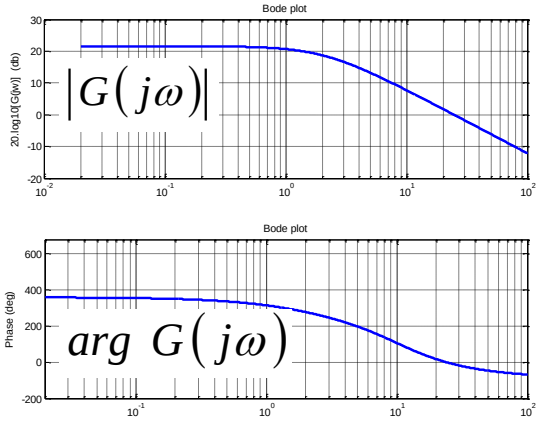
$$G_{BROIDA} = \frac{12}{0.48125\, p + 1} e^{-0.331\, p} \qquad (6)$$



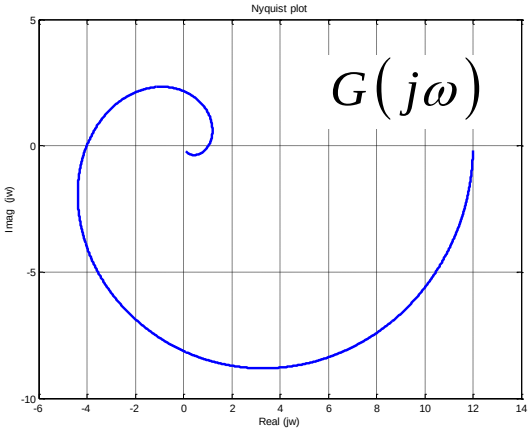
Фиг.5.1.



Фиг.5.2.



Фиг.6.1.



Фиг.6.2.

НАСТРОЙКА И СИНТЕЗ НА СИСТЕМИ ЗА УПРАВЛЕНИЕ

За така получения модел на обекта (6) се предлагат системи за неговото управление с класически *PID* и *PI* регулатори. Базирайки се на познатите в литературата **[8,9,13]** методи за настройка на линейни регулатори, в работата се използва методът на ***Zigler-Nichols***. След като са избрани законите за регулиране оптималните стойности на параметрите на регулаторите са изчислени аналитично, като предавателните им функции се описват със (7) и (8).

$$R_{PID} = 0.055 \frac{0.45\,p+1}{0.45\,p} . \frac{0.24\,p+1}{0.24\,p+1} \tag{7}$$

$$R_{PI} = 0.091 \frac{1}{1.75\,p} \tag{8}$$

За управление на същия ***OOA*** също така се предлага и *ID* регулатор апроксимиращ поведението на регулатор от непълен ред, при синтеза на който се използва обобщеното дробно смятане. За изчисляването на параметрите на регулатора от непълен (дробен) ред се използват познатите в литературата **[7,10,11,12]** аналитични методи. Показан е алгоритъмът за синтез (9)÷(19) на $\mathcal{R}_{ID_{NE}}$ по метода **[2]**÷**[5]** на ***полиномиалната рекурсивна апроксимация***. Проектирането на ***ID***-регулатор от непълен, дробен ред $\mathcal{R}_{ID_{NE}}$ (9) е функция от модела на обекта G (6) и се отличава **[6]** със следните:

- ***динамични параметри за настройка на*** $\mathcal{R}_{ID_{NE}}$: α , β - непълен ред на използваните оператори за интегриране I^{α} и диференциране D^{β}; гранични честоти на

хоризонталния профил - $\omega_{b,I}$, $\omega_{h,I}$, $\omega_{b,D}$, $\omega_{h,D}$ в апроксимациите на операторите за интегриране I_{app}^{α} и диференциране D_{app}^{β} от непълен ред (α, β);

- ***метод за синтез - °полиномиалната рекурсивна апроксимация°;***
- ***критерий - °вертикален профил със зададени запаси на устойчивостта°;***
- ***аналитични изисквания*** при синтеза на $\mathcal{R}_{ID_{NE}}$ (9) ÷ (19)

$$\mathcal{R}_{ID_{NE}} \equiv \left(I^{\alpha} D^{\beta} \right)_{app} \underset{\{\ \sigma = const\ \}}{\Leftrightarrow} G^{*}, \left(G^{*} = \hat{G}^{*} e^{-\tau^{*} p} \right) \tag{9.1}$$

$$\mathcal{R}_{ID_{NE}} = \left(I^{\alpha} D^{\beta} \right)_{app} = \left(\frac{1 + p\left(\omega_{b\,I}\right)^{-1}}{1 + p\left(\omega_{h\,I}\right)^{-1}} \right)^{\alpha} \prod_{i=1}^{N} \left(\frac{1 + p\left(\omega_{I\,i}\right)^{-1}}{1 + p\left(\omega'_{I\,i}\right)^{-1}} \right) + \left(\frac{1 + p\left(\omega_{b\,D}\right)^{-1}}{1 + p\left(\omega_{h\,D}\right)^{-1}} \right)^{\beta} \prod_{j=1}^{M} \left(\frac{1 + p\left(\omega'_{D\,j}\right)^{-1}}{1 + p\left(\omega_{D\,j}\right)^{-1}} \right), \tag{9.2}$$

$$\forall\, \omega \left(\bar{\ell}_{a}, \bar{\ell}_{m} \right) \in \left[\omega_{I\,A}, \omega_{D\,B} \right], \{ 0 < \alpha < 1 \}; \{ 0 < \beta < 1 \};$$

$$N \geq 5; \quad n' = 2\left(1 - (\pi)^{-1} PM_{m}^{nom}\right) \tag{10}$$

$$\omega_{u} > 250\ \omega_{c}; \quad \alpha = n - n' = n - 2(\pi)^{-1} arc\ sin\left(GM_{m}^{nom}\right)^{-1} \tag{11}$$

$$\omega_{I\,A} = 0.1\ \omega_{u}\ , \quad \omega_{D\,A} = 1.1\ \omega_{u}; \quad \lambda = \left(\omega_{h}\ \omega_{b}^{-1}\right)^{(0.1\ +\ \alpha)} \tag{12}$$

$$\omega_{I\,B} = 0.9\ \omega_{u}\ , \quad \omega_{D\,B} = 10\ \omega_{u}; \quad \eta = \left(\left(\omega_{h}\ \omega_{b}^{-1}\right)^{N^{-1}} \right)^{(0.9\ -\ \alpha)} \tag{13}$$

$$\omega_{b} = 0.2\ \omega_{A}\ , \ \omega_{0} = 0.85\,\omega_{I\,b}; \quad \omega'_{i+1} = (\lambda\,\eta)^{i} .\ \eta^{0,5}\ \omega_{b} \tag{14}$$

$$\omega_{h} = 1{,}2\ \omega_{B}; \quad \omega_{i+1} = (\lambda\,\eta)^{i} .\ \lambda .\ \eta^{0,5}\ \omega_{b} \tag{15}$$

$$\left(\omega'_{I\,i}\right)^{-1} > \left(\omega_{I\,i}\right)^{-1} > \left(\omega_{0}\right)^{-1}; \quad \left(\omega'_{D\,i}\right)^{-1} > \left(\omega_{D\,i}\right)^{-1} \tag{16}$$

$$\left(\omega'_{D\,i}\right)^{-1} > \left(\omega_{D\,i}\right)^{-1} > \left(\omega'_{I\,i}\right)^{-1}; \quad \left(\omega'_{I\,i}\right)^{-1} > \left(\omega_{I\,i}\right)^{-1} > \left(\omega_{0}\right)^{-1} \tag{17}$$

$$\omega_{u} > \omega_{c}; \omega_{u} \geq 250\,\omega_{c}; \quad \omega_{A} > \omega_{c}; \quad \omega_{B} >> \omega_{c}; \quad 0.5\left(\omega_{I\,A} - \omega_{D\,B}\right) \leq \left(\omega_{u} - \omega_{c}\right) \tag{18}$$

$$\omega_{b} > \omega_{c}; \omega_{b} < \omega_{A}; \quad \omega_{h} > \omega_{B}; \quad (\lambda\eta)_{opt} = 3.98; \quad \left(\omega_{h}/\omega_{b}\right)_{opt} = 250 \div 600\ , \tag{19}$$

където: I^{α}, D^{β} -фрактални оператори (оригинали, ирационални функции); I_{app}^{α}, D_{app}^{β} - апроксимиращи оператори (апроксимации на оригиналите, рационални функции); i, j -брояч на съставящите на апроксимиращия полином (цели числа); M, N -брой на участващите форсиращи звена в апроксимиращия полином (цели числа); $GM_{m}^{nom}, PM_{m}^{nom}$ -желани стойности на запаси на устойчивостта по модул и фаза на проектираната номинална система; $\left(\omega_{i}\right)^{-1}, \left(\omega'_{i}\right)^{-1}$ -времеконстанти на участващите форсиращи звена в апроксимиращия полином (реални, положителни числа); $\omega_{u}, \left(\omega_{u}\right)^{-1}$ -единична честота и основна времеконстанта на фракталния регулатор; n' -ред на модела на обекта; $\hat{G}^{*}$, $e^{-\tau^{*} p}$ -рационална и ирационална съставящи в номиналния модел G^{*} на обекта G (6); ω_{b} , ω_{h} -най-ниска и най-висока честота на апроксимацията; ω_{A} , ω_{B} -долна и горна честота на диапазона на апроксимацията; λ , η -рекурсивни фактори (показатели на рекурсията).

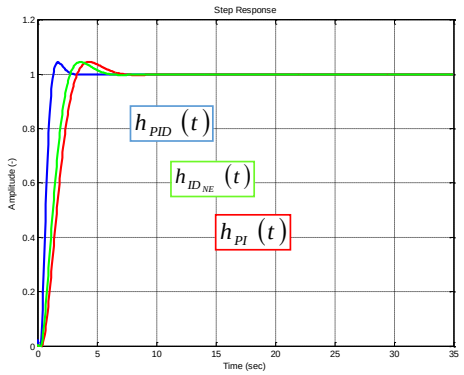
След прилагане на алгоритъма за изчисление на апроксимацията на регулатор от дробен ред се стига до числената му стойност (20).

$$R_{ID_{NE}} = 0.0078\left(\left(\frac{0.12\,p+1}{0.12\,p}\cdot\frac{0.011683148\,p+1}{0.068253328\,p+1}\cdot\frac{0.004022858\,p+1}{0.023501665\,p+1}\cdot\frac{0.00138519\,p+1}{0.008092327\,p+1}\right)+\left(\frac{0.00278643\,p+1}{0.00047696\,p+1}\cdot\frac{0.00095945\,p+1}{0.00016423\,p+1}\cdot\frac{0.00033037\,p+1}{0.00005655\,p+1}\right)\right) \quad (20)$$

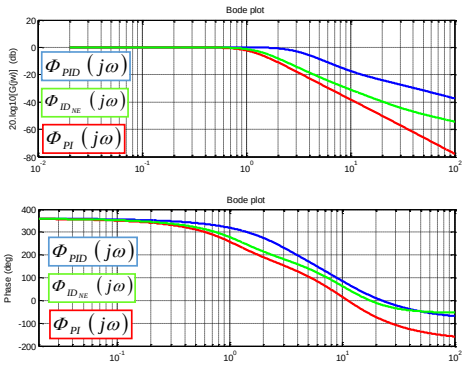
Синтезираните системи за управление на ООА (6) с алгоритми (7), (8), (20) са моделирани. Звеното със закъснение в модела на обекта е апроксимирано със симетричен крайно-мерен ред на ***Padé*** [9]. Моделите са симулирани паралелно, а резултатите са визуализирани, както следва:

- на фиг.7 - времевите и честотни характеристики на затворените $\Phi_{PID}(j\omega)$, $\Phi_{PI}(j\omega)$ и $\Phi_{ID_{NE}}(j\omega)$ системи;
- на фиг.8 - паралелно честотните характеристики на отворените $W_{PID}(j\omega)$, $W_{PI}(j\omega)$ и $W_{ID_{NE}}(j\omega)$ системи;

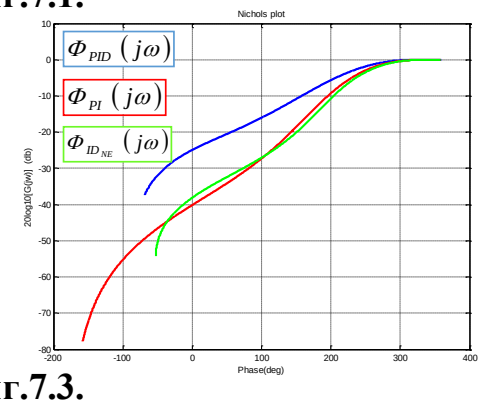
Анализът на качеството в номинален режим на така синтезираните и моделирани системи потвърждава, че ***PID-***, ***PI-*** и ***ID-***системите: ● удовлетворяват критерия за °критично апериодичен процес° (σ), ● са устойчиви.



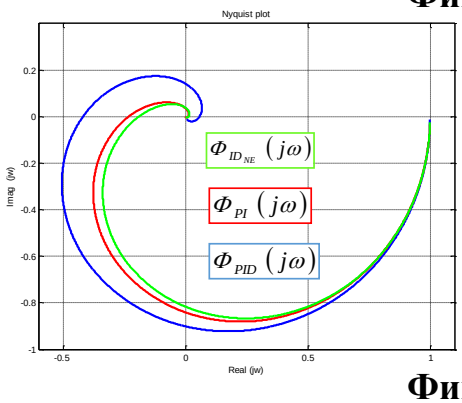
Фиг.7.1.



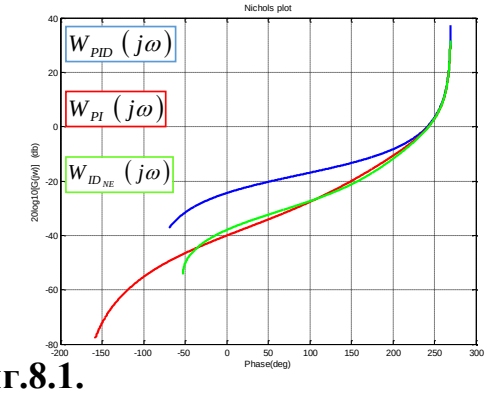
Фиг.7.2.



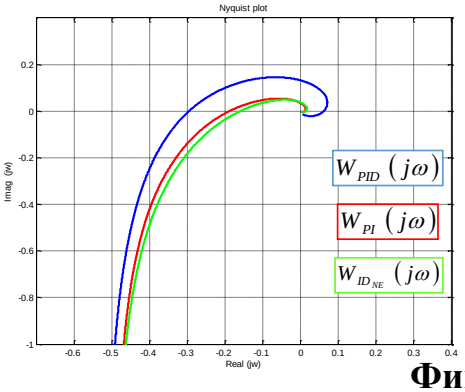
Фиг.7.3.



Фиг.7.4.



Фиг.8.1.



Фиг.8.2.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Резултатите от проведеното изследване потвърждават ефективността на синтезираните ***PID-***, ***PI-*** и ***ID-***системи за управление на позицията μ на изпълнителния механизъм в лабораторна пневматична FESTO-инсталация.

Претенциите на разработката се изразяват в постигнатите оригинални и нови резултати, както следва**:**

- определена е структурата и параметрите на ***OOA*** по данни от експериментално снета преходна характеристика, като ***OOA*** използва позицията μ на изпълнителния механизъм във физическа FESTO-инсталация;
- проектирани са целочислени PID-, PI-системи, както и ID-система от дробен ред за управление на така предложения ***OOA***;
- синтезираните системи са моделирани и паралелно симулирани;
- доказано е превъзходство на системата с фрактален ID регулатор спрямо тези използващи целочислените PID и PI алгоритми**.**

ЛИТЕРАТУРА

[1] S71200_system_manual_enSiemens, ***SIMATIC, S7-1200 Programmable controller, System Manual***, (04/2012), Order number: 6ES7298-8FA30-8BH0, A5E02486680-06, pp 864, *https://cache.industry.siemens.com* (*dernière visite le 15.11.2016*)

[2] Oustaloup A. (1983), ***Systèmes Asservis Linéaires d'Ordre Fractionnaire: Théorie et Pratique***, Editions Masson, Paris, 1983

[3] Oustaloup A. (1991), ***La commande CRONE (Commande Robuste d'Ordre non Entier),*** © Hermès (Traité des Nouvelles Technologies - Série Automatique), Paris, 495 p., ISBN 2-86601-289-5, ISBN 0989-3571

[4] Oustaloup A. (1994), ***La robustesse (Analyse et Synthèse de Commandes Robustes)***, © Hermès (Traité des Nouvelles Technologies - Série Automatique), Paris, 530 p.

[5] Oustaloup A. (1995), ***La Dérivation non Entière (Théorie, synthèse et Applications)***, © Hermès (Traité des Nouvelles Technologies - Série Automatique), Paris, 508 p., ISBN 2-86601-456-1, ISBN 0989-3571

[6] Nikolov E. (2004), ***Fractional Order Control Algorithms and Controllers,*** © 2004 Publishing House of Technical University of Sofia, ISBN 954-438-395-6, 208 p.

[7] Oustaloup A. (1995), ***La Dérivation non Entière (Théorie, synthèse et Applications)***, © Hermès (Traité des Nouvelles Technologies - Série Automatique), Paris, 508 p., ISBN 2-86601-456-1, ISBN 0989-3571

[8] Nikolov E., St. Enev (2009), ***Asservissement et régulation continue***, © София 2009 Изд. на Технически Университет София, ISBN: 978-954-438-814-0, 160 стр.

[9] Николова Н., Е. Николов, ***Методи и алгоритми за настройка на регулатори в системи за управление справочно пособие по дисциплината „Приложни методи за управление на технологични процеси"***, © София 2006 Изд. на Технически Университет София, ISBN -13 : 978-954-438-579-8, 72 стр.

[10] Николов Е. (2004), ***Специални математически функции и фрактални оператори (справочно пособие),*** © София 2004 Изд. на Технически Университет София, ISBN: 954-438-395-6, 208 стр.

[11] Николов Е. (2004), ***Фрактални алгоритми и режекторни регулатори,*** © София 2004 Изд. на Технически Университет София, ISBN: 954-438-423-5, 190 стр.

[12] Николов Е. (2015), ***Фрактално управление част 2 (приложение на оператори от обобщеното дробно смятане в системите за управление, филтри),*** © София 2015 Изд. на Технически Университет София, ISBN: 978-619-167-186-1, 198 стр.

[13] Хинов Х., К. Наплатаров (1987), ***Автоматизация на технологични процеси,*** © София 1987, Държавно издателство Техника, УДК 62-50 (075.8), 395 стр.

Автори: Борис Грасиани, маг. инж. докторант, катедра „Автоматизация на Непрекъснатите Производства", Факултет Автоматика, Технически Университет - София, E-mail adress: *bgrasiani@tu-sofia.bg*

Постъпила на 15.11.2016 **Рецензент** доц. д-р Нина Николова

ОЦЕНКА НА ОТРАЖАТЕЛНИТЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ НА МАТЕРИАЛИ ЗА ФАСАДНИ ПОКРИТИЯ

Ива Петринска

Резюме: *За по-добро разбиране на характера на светлинното излъчване е необходимо да бъдат изследвани различни взаимодействия между светлина и материя. Тези взаимодействия могат да бъдат описани с помощта на спектрални и пространствени отражателни свойства на материята. В настоящата публикация е направено изследване на тези свойства за реални материали, използвани за покритие на сградни фасади. Светлинното излъчване е прието като известна величина (използван е светлинен източник с известен спектрален състав на излъчването). Оценена е промяната на отражателните свойства с промяна на посоката на наблюдение или геометрията на осветяване. Отражателните свойства са получени като са разгледани декоративни фасадни мазилки в ново състояние. За получаване на спектралните коефициенти на отражение е използван спектрофотометър, а за получаване на пространствените отражателни характеристики на материалите са използвани яркомер и радиометър. За описание на материалите в зависимост от взаимодействието им със светлината в дадена точка от повърхността им е изчислена двупосочна функция за разпределение на отражението (BRDF).*
Ключови думи: *отражателни свойства на реални повърхности, двупосочна функция за разпределение на отражението*

ESTIMATION OF THE REFLECTANCE PROPERTIES OF REAL MATERIALS USED FOR BUILDINGS' FACADES

Iva Petrinska

Abstract: *For better understanding of the behavior of light it is necessary to investigate the different interactions between light and the surface of the matter. These interactions can be described by means of spectral and directional reflectance properties of materials. Investigations of these properties for real surfaces, used for buildings' façades are made in the current paper. The incoming light is taken as a known quality (artificial light with known spectrum is used). The variation of the reflectance properties with the change of viewing direction or illumination geometry is estimated. The reflectance properties of the considered materials are obtained for new façade samples. For investigation of the spectral reflectance of the surfaces a spectrophotometer is used. Both luminancemeter and radiometer are used for estimation of the directional reflectance. For description of the appearance of the materials by their interaction with light at a surface point the Bidirectional Reflectance Distribution Functions (BRDFs) are calculated.*
Keywords: *reflectance properties of real surfaces, bidirectional reflectance distribution functions*

© 2016 Publishing House of Technical University of Sofia
All rights reserved

ISSN 1311-0829

1. INTRODUCTION

The reflectance of a given surface depends on the angles at which it is viewed and illuminated. For opaque materials most of the light emitted by the illuminating light source is reflected or absorbed. As a result an observer can only see the reflected part of the light from all visible surface regions as he views the illuminated surface. This dependence is usually described in terms of Bidirectional Reflectance Distribution Function (BDRF) [1]. The current paper presents investigation of the BDRF of typical façade materials. The degree to which light is reflected from a surface depends on the viewer and light source position, relative to the surface normal and tangent [2]. BDRF gives information on how light is reflected, so it must capture the view and light dependent nature of reflected light. BDRF is also wavelength dependent and also depends on the surface spatial orientation. The data obtained by experiments for the BDRF of different materials is useful for calculations and design of architectural and decorative lighting.

Very often the Bidirectional Reflectance Distribution Function (BRDF) is defined as the ratio of reflected radiance and irradiance [3]:

$$f_r(\lambda) = \frac{dLr(\theta i,\varphi i,\theta r,\varphi r)}{dEi(\theta i,\varphi i)}, \text{ sr-1} \quad (1)$$

where dLr is the differential reflected radiance, dEi is the differential incident irradiance, θr is the zenithal reflection angle, φr is the azimuth reflection angle, θi is the zenithal incident angle, φi is the azimuth incident angle.

BDRF is related to the Bidirectional reflectance factor (BRF) as follows:

$$R(\theta i, \varphi i, \theta r, \varphi r) = \pi . f_r\ (\theta i, \varphi i, \theta r, \varphi r) \quad (2)$$

The BRDF is a function of position, but in the current investigation this is not considered i.e. position-invariant BRDFs are obtained. The results obtained in the paper are presented in spherical coordinates, which means that every intensity vector is presented by its magnitude ρ and a pair of angles θ and φ which represent how angularly far the direction vector differs from two reference basis vectors. This representation is better for BRDFs, because a direction can be represented only by two parameters. Thus in spherical coordinates BRDFs are treated as wavelength dependent four dimensional functions. BRDFs are not bounded to the interval [0, 1], but may have values larger than 1. A classification of the BRDFs divides them into isotropic and anisotropic. The isotropic BRDFs are used for description of materials with reflectance properties invariant to rotation of the surface around its normal vector. Such BRDFs are common for relatively smooth surfaces. Anisotropic are the BRDFs that show reflectance properties that change with the rotation of the surface around its normal. Most of the real-world materials are anisotropic. Their BRDFs can be obtained either mathematically or in terms of experimental measurements. The current paper uses the latter for obtaining the reflectance properties of real façade materials. The measuring device used is specially constructed gonioreflectometer. The results that are obtained give the opportunity to use the reflectance data directly for lighting calculations and creating visual lighting effect, especially for the needs of decorative lighting.

For analytical description of BRDFs different methods can be used - numerical models, modelling of the surface geometry, combined with ray-tracing procedure or analytical models, fitted to measured data. The analytical methods can be theoretical - using a physical theory to build equation describing the BDRFs or empirical - that are mathematical models, developing the BRDFs on a vectorial base.
According to [4] all of the BRDFs, obtained by analytical models seem to underestimate the big values of the BRDFs and to overestimate the low values. Also these models were found to be unable to describe strong variations of BRDFs, so it is best if real data on the reflectance of a given surface can be experimentally obtained.

2. EXPERIMENTAL SETUP

The experimental data collected and presented in the current publication has been measured by means of a gonioreflectometer. Its constriction, as shown on fig.1 consists of the following elements: two vertical half-arcs, a horizontal circular rail ring and a horizontal sample holder. All the elements of the gonioreflectometer are painted in matt black paint. The vertical half arc mounted on the circular rail ring supports the light source and allows zenith movement of the latter and also azimuth rotation around the sample. The second vertical half-arc is stationary and is mounted on the inside of the circular rail ring and it supports the zenith movement of the spectroradiometer or the luminancemeter. In the middle of the horizontal arc, a rotating sample holder is mounted, which allows azimuth movement of the sample.

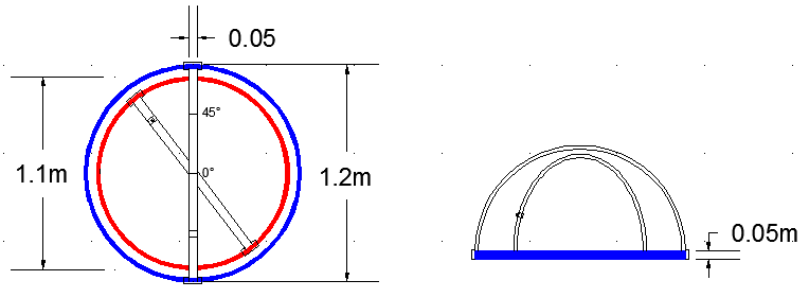


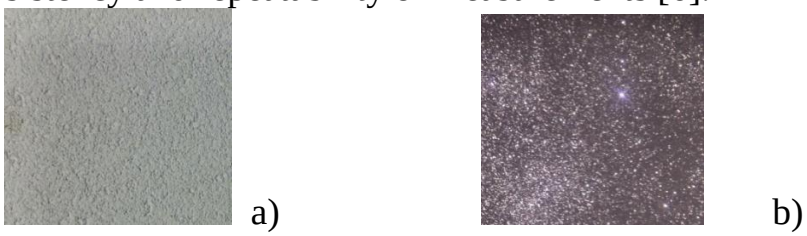
Fig.1. Gonioreflectometer for measurement of BRDF

A 25 W halogen incandescent lamp is used as a light source. In order to avoid illumination inhomogenities of the light spot, projected by the lamp, the incoming light intensity at different angles is measured for a net of measuring points with a calibrated luxmeter. For illumination from nadir, the special distribution of the light intensity is very homogenous, while from other different angles - 60º, 40º, the area closer to the light source is brighter than the area on the opposite side of the sample. If the center of the detector of the luminancemeter or radioreflectometer is always aimed and coincide with the center of the light spot, produced by the light source, the error from inhomogeneity will be negligible. This illumination inhomogeneity has to be estimated, because the light source considered doesn't emit parallel light rays. The source and viewing zenith angles change from 0 to 180 degrees. The relative azimuth between source and sensor also range from 0 to 180 degrees.
In concern of the application of the collected data, only the visible spectrum is considered in the current investigation. The results, given apply for wavelength of 600 nm. There are several ways to present a BRDF – here it has been measured for obser-

vation zenith angle θr = 0,15,30,45,60,90 degrees, the zenith angle of the light source θi = 0,10,30,50,70,90,110,130,150,180 degrees. The azimuth angles of the sample considered are φi = 0, 20, 40, 60, 90 degrees.

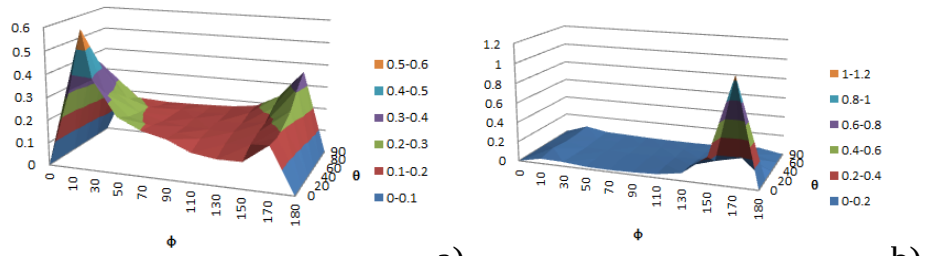
3. DESCRIPTION OF THE SAMPLES AND RESULTS

Typical for the samples, considered in the current paper, which are all with moderate roughness, is a constant diffuse component (and a specular peak for some of them). The samples are new in terms that they haven't been exposed to field conditions for extended periods of time. Two of the samples considered have been taken as representative and described in details. These are light blue mineral façade covering with color coordinates x = 0,2882±0,0005, y = 0,3090±0,0023 and brightness coefficient β = 0,357±0,012. The sample is with moderate roughness and is expected to show almost diffuse reflective characteristics. The second sample is dark grey polymer coating with scratched structure, grain size of 1.5 mm with added pearl effect and it consists particles with specular reflectance. Both samples are produced by "Saint-Gobain Construction Products Bulgaria - Weber division". BRDFs of the samples considered are calculated from the ratio of the reflected luminance (radiance) and the incident illuminance (irradiance) [2]. The accuracy of the measured data was determined to be up to 15% according to [5]. Before the measurement has been conducted, a calibration of the experimental setup has been carried out, taking into account the geometrical stability of the apparatus, the stability, homogeneity and conical illumination of the light source, consistency and repeatability of measurements [6].

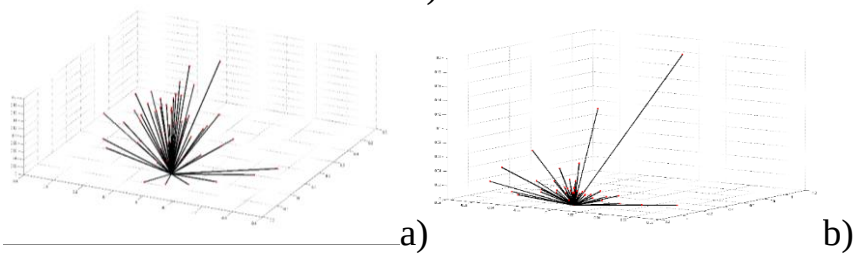


a) b)

Fig.2. Representative samples for BRDF measurement a) light blue surface with moderate roughness and b) grey surface with specular particles and moderate roughness



a) b)



a) b)

Fig.3. BRDF and indicatrices of reflection of a) light blue surface with moderate roughness and b) grey surface with specular particles and moderate roughness for position of the detector at 15°

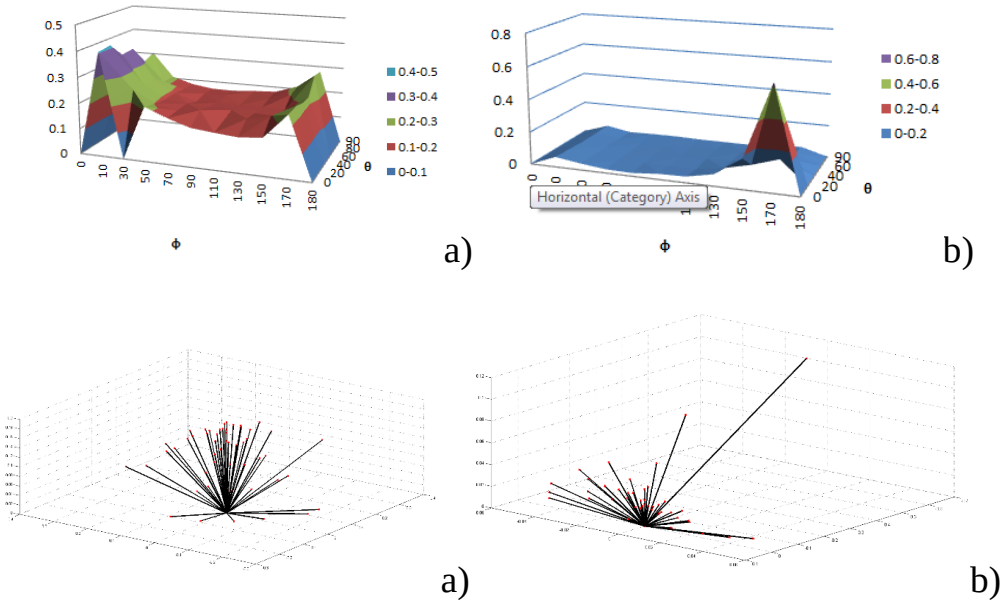


Fig.4. BRDF indicatrices of reflection of a) light blue surface with moderate roughness and b) grey surface with specular particles and moderate roughness for position of the detector at 30°

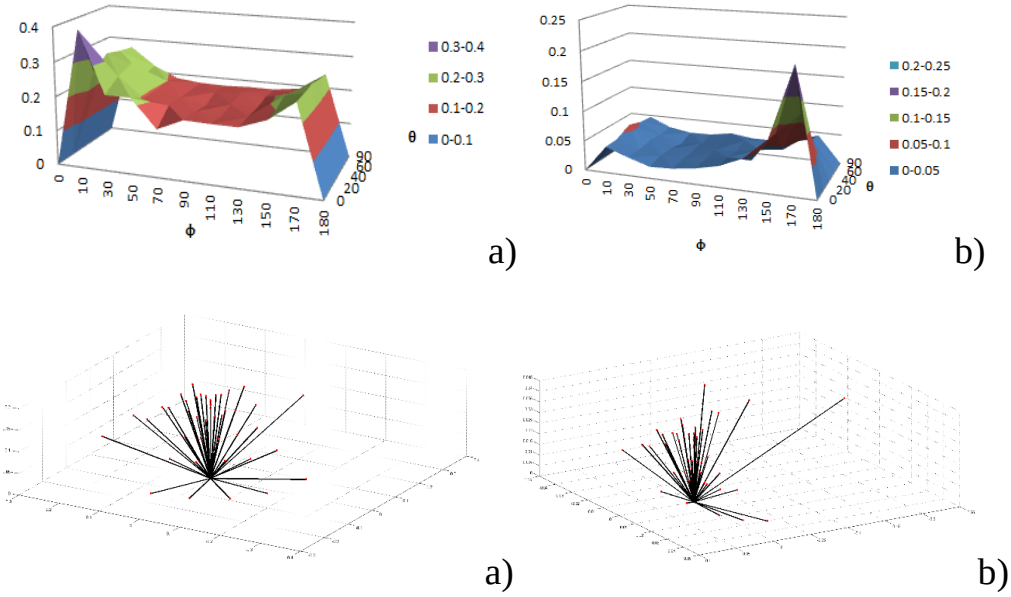
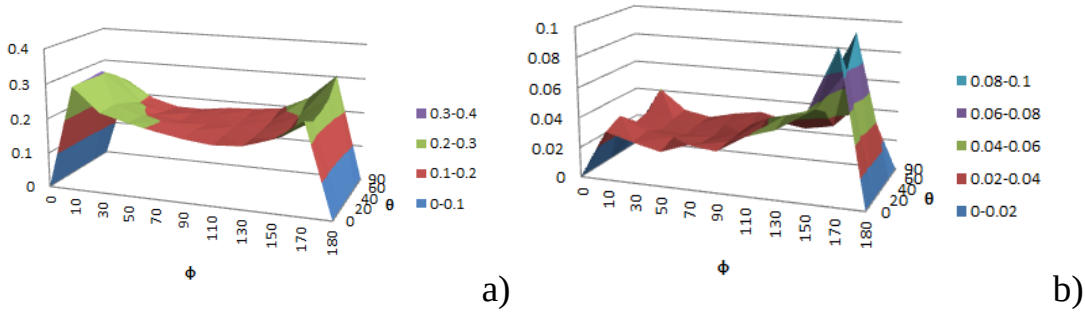
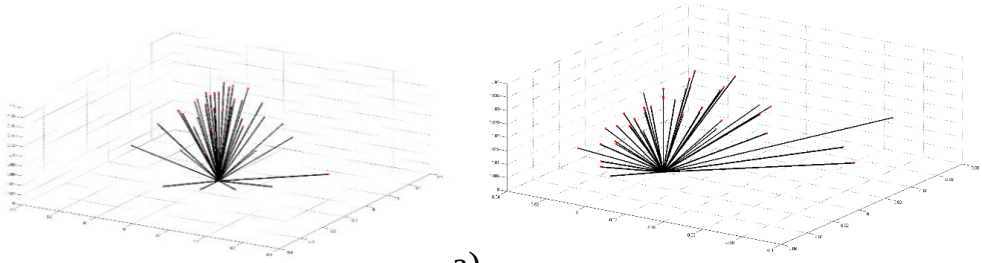


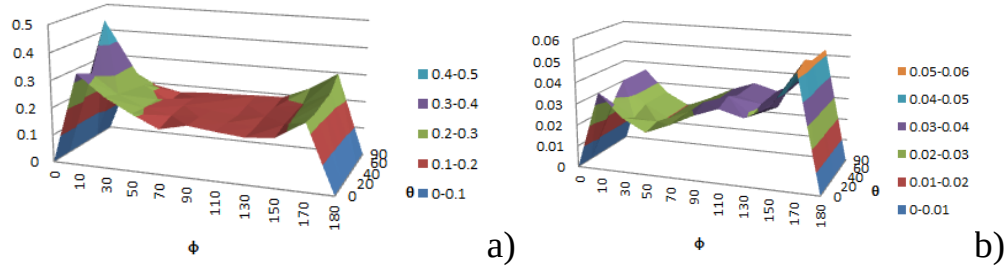
Fig.5. BRDF indicatrices of reflection of a) light blue surface with moderate roughness and b) grey surface with specular particles and moderate roughness for position of the detector at 45°



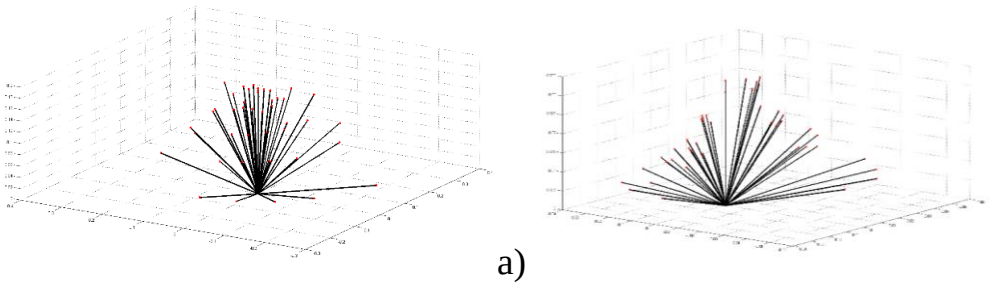


a) b)

Fig.6. BRDF indicatrices of reflection of a) light blue surface with moderate roughness and b) grey surface with specular particles and moderate roughness for position of the detector at 60°

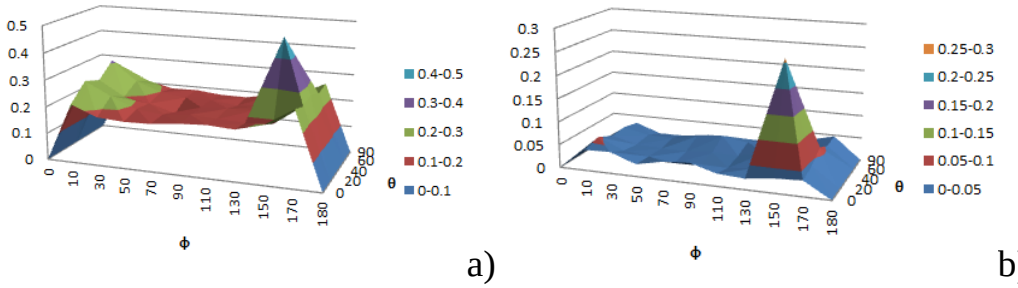


a) b)

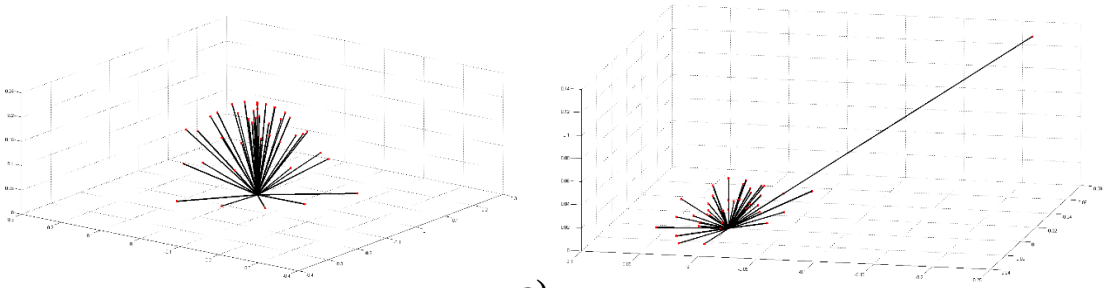


a) b)

Fig.7. BRDF indicatrices of reflection of a) light blue surface with moderate roughness and b) grey surface with specular particles and moderate roughness for position of the detector at 75°



a) b)



a) b)

Fig.8. BRDF indicatrices of reflection of a) light blue surface with moderate roughness and b) grey surface with specular particles and moderate roughness for position of the detector at 90°

4. CONCLUSIONS

The angular distribution of the reflection from common façade materials has been measured and shown in the current paper. As it was expected the first sample of light blue façade covering has almost diffuse reflection, while the second one have irregular specular peaks, due to the particles with specular reflection, included in it. The patterns of the reflection characteristics of both samples show that the smaller the illumination angle is, the more specular the reflection is, depending on the azimuth position of the light source. The results obtained are representative and can be used directly for architectural lighting simulations.

More complicated study has to be considered, including not only visible, but also light form the infrared and ultraviolet part of the spectrum. Also a verification of the measurement can be done by means of a CCD camera.

5. ACNOWLEDGMENTS

This work has been done with the kindest participation of the students from the Master's Degree Program "Lighting Technique" of the Faculty of Electrical Engineering of TU-Sofia: Martin Naidenov, Alexandrina Sandova, and Svetoslava Petrova.

REFERENCES

[1] G. Meister, Lucht W., Rothkirch A., Spitzer H. "large Scale Multispectral BRDF of an Urban Area" Proceedings of the International Geoscience and Remote Sensing Simposium IGARSS '99, Hamburg IEEE, Vol. II, pp. 821-823

[2] Ch. Wynn, An Introduction to BRDF-Based Lighting, tutorial, NVIDIA Corportation

[3] G. Meister, Bidirectional Reflectance of Urban Surfaces, Dissertation for PhD Degree, Hamburg University, 2000

[4] Y. Boucher, Cosnefroy H.,Petit D., Serrot G.,Briottet X., Comparison of measured and modeled BRDFof natural targets, Targets and Backgrounds: Characterization and Representation V, 3699-02 SPIE Aerosense, Florida, 1999

[5] A. Pachamanov, Photometrical measurement of outdoor lighting systems and materials, used for their design, PhD dissertation, Technical University of Sofia, Bulgaria, 1988

[6] D. Biliouris, Vertstraeten W., Dutre P., van Aardt J., A compact laboratory spectro-goniometer (CLabSpeg) to assess the BRDF of materials. Presentation, calibration and Implementation of Fagus sylvatica L. Leaves, Sensors 2007, 7, 1846-1870, 2007

Автор: Iva Petrinska, Sen. Assist. Prof. Dr., Department of Electrical Supply, Electrical Equipment and Electrical Transport, Faculty of Electrical Engineering, Technical University of Sofia, E-mail address: *ipetrinska@tu-sofia.bg*

Received 17 February 2016 **Reviewer:** Sen. Assist. Prof. Dr. Stanimir Stefanov

МОДЕЛИРАНЕ НА ЕЛЕМЕНТИ НА ВЯТЪРЕН ГЕНЕРАТОР С МАЛКА МОЩНОСТ

Валентин Миленов

Резюме: *Работата е посветена на разработване на модели на елементите на вятърен генератор с малка мощност. Разработени са компютърни модели на следните елементи: синхронен генератор, изправител, ограничител на напрежение и еднофазен инвертор, свързан към мрежата. Компютърните модели са разработени в Matlab/Simulink среда. Извършени са множество симулации и са начертани графики, които показват правилната работа на разработените модели. Проведени са експериментални изследвания и са снети голям брой осцилограми. Получените експериментални резултати потвърждават работоспособността на разработените модели на елементите на ВЕПС. Експерименталните изследвания имат добро съвпадение със симулационните, което показва правилната работа на симулационните модели на система.*
Ключови думи: *вятърен генератор, еднофазен инвертор, вятърна турбина, ограничител на напрежение*

MODELING OF ELEMENTS OF SMALL POWER WIND GENERATOR

Valentin Milenov

Abstract: *The work is focuses on developing models of the elements of the wind generator with low power. Have been developed computer models of the following elements: synchronous generator, rectifier, voltage limiters and single-phase inverter connected to the mains. The computer models have developed in Matlab / Simulink environment. Were carried multiple simulations and plotted graphs showing the correct operation of the developed models. Were conducted experimental studies and have taken a large number of waveforms. The obtained experimental results confirm the performance of the developed models of the elements of the WECS. Experimental studies have a good match with simulation which shows proper operation of simulation models of system.*
Keywords: *wind generator, single-phase inverter, wind turbine, voltage limiter*

1. ВЪВЕДЕНИЕ

Устойчивите доставките на енергия остават едно от основните изисквания на съвременното общество с цел да се отговори на нарасналото търсене, причинено от по-голямата консумация и непрекъснатия растеж на населението. За дълго време, енергийният бум се основаваше на изкопаемите горива. Не само,

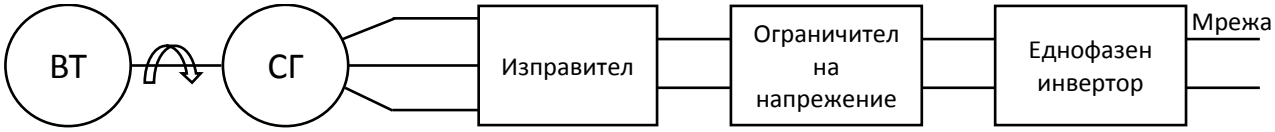
© 2016 Publishing House of Technical University of Sofia
All rights reserved
ISSN 1311-0829

че доставките на традиционните енергийни източници, като нефт, въглища и природен газ, са ограничени, но и причиняват голямо замърсяване, което създава сериозни екологични проблеми.
Възобновяемите енергийни източници се разглеждат като едни от най-важните решения за бъдещето и те трябва да бъдат доразвити през този век, за да поемат по-голямата част на производството на енергия [1]. Един от основните представители на възобновяемите източници е вятърната енергия, чието използване има сериозен растеж в последното десетилетие. Този растеж е главно заради подобряването на технологиите на вятърните генератори (ВГ), което води до значително намаляване на цената на произведената от тях енергия и ги прави конкурентноспособни на утвърдените източници на енергия. Един важен фактор за тяхното развитие е преминаването от постоянна към променлива скорост на въртене на турбината. Различната скорост увеличава производителността и намалява резките промени на въртящия момент както и флуктуациите на генерираната мощност. Прието е да се смята, че малки вятърни генератори са тези, които се използват за микро производство и имат мощност до 100, kW. Микро производството е в малък мащаб и представлява генерация на електричество с цел да осигури собствените нужди на консуматорите, като алтернатива или в допълнение към електропреносната мрежа. Въпреки тази дефиниция в последните години все по-масово се използват ветрогенератори с много по-малка мощност - под 10, kW. Тяхното приложение е най-различно - малки ферми, отдалечени цехове на промишлени предприятия, фамилни къщи, яхти, кораби, комуникационна апаратура и много други [2]. Характерното за тези ветрогенератори е, че те използват еднофазни инвертори, чрез които електрическата енергия се преобразува в променливо напрежение със стандартни параметри [3]. След това енергията може да се използва локално или да се отдава в електрическата мрежа, ако потребителят е свързан към такава [4]. Симулирането на елементите на вятърния генератор би било полезно за изследване на цялата система за преобразуване на енергията, както и нейното поведение при динамични промени. При еднофазните инвертори регулирането на реактивната мощност обикновено не е необходимо. Поради това те работят с фактор на мощността (cosφ) 1, което означава, че токът, отдаван в мрежата, е във фаза с напрежението на мрежата. По този начин се опростява управлението и се понижава цената на инверторите [5], [6].
Целта на това изследване е да се създадат компютърни модели на елементите от веригата за преобразуване на енергията: електрически генератор - изправител - инвертор - мрежа; моделиране на ограничител на напрежение за ВГ с малка мощност; провеждане на експериментални изследвания с цел верификация на разработените компютърните модели.

2. РАЗРАБОТВАНЕ НА КОМПЮТЪРНИ МОДЕЛИ НА ЕЛЕМЕНТИ ОТ СИСТЕМАТА

Елементите на системата са следните: вятърна турбина ВТ; трифазен синхронен генератор с електромагнитно възбуждане СГ; трифазен диоден токоизправител; ограничител на напрежение и еднофазен инвертор свързан към електрическата

мрежа, които са свързани, както е показано на фиг.1.



Фиг.1. Блокова схема на изследваната система - вятърен генератор.

2.1. СИНХРОНЕН ГЕНЕРАТОР И ИЗПРАВИТЕЛ

Моделът на синхронния генератор е съставен, като са пренебрегнати загубите в стоманата, механичните, допълнителните загуби и насищането на магнитната верига. Електрическата част на СГ е представена като трифазен симетричен източник на променливо напрежение с вътрешен импеданс, състоящ се от резистор и индуктивност. Резисторът отразява активното съпротивление на статорната фаза, а индуктивността - реакцията на тока на котвата и индуктивността на разсейване. Съпротивлението е измерено и има стойност 5Ω. Индуктивността е получена от експерименти и има средна стойност 75,mH. Големината на променливото напрежението и честотата на генератора зависят от скоростта на въртене и възбудителния ток на генератора. Понеже допустимото максималното постоянно напрежение на входа на инвертора е 400,V, намотките на генератора са свързани в триъгълник, а не в звезда [7]. Когато намотките на генератора са свързани в триъгълник, линейното напрежение ще бъде равно на фазното.

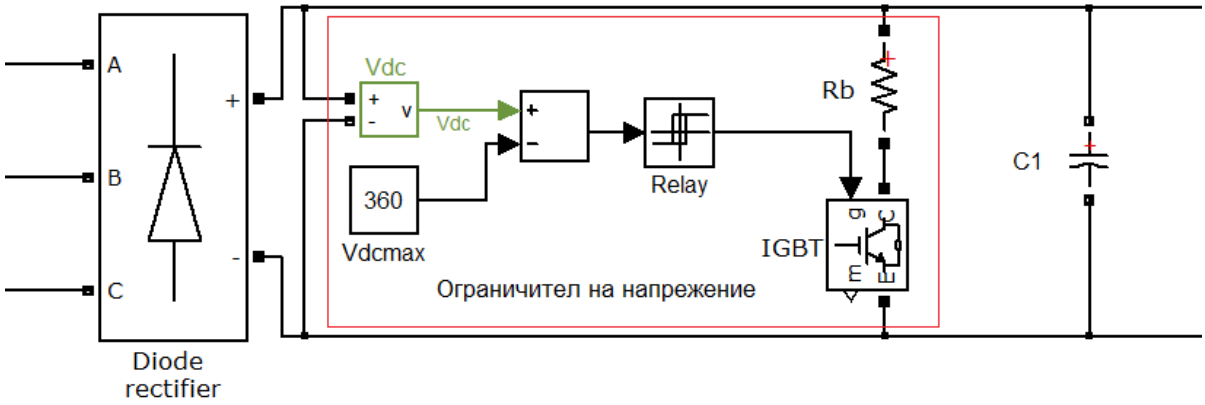
При скорост на въртене 1500,min^{-1}, номинален възбудителен ток 1,9,A и празен ход измереното линейно напрежение е 266,V (ефективна стойност). Амплитудата на линейното напрежение е:

$$V_{phm} = \sqrt{2}.V_{ph} = \sqrt{2}.266 = 375\text{V}.$$

Диодният изправител представлява трифазна мостова схема със шест диода. Използван е модел на изправител от SimPowerSystems на Simulink. Тъй като се изправя линейното напрежение на СГ, както вече беше споменато линейното постоянното напрежение след изправителя е 375,V.

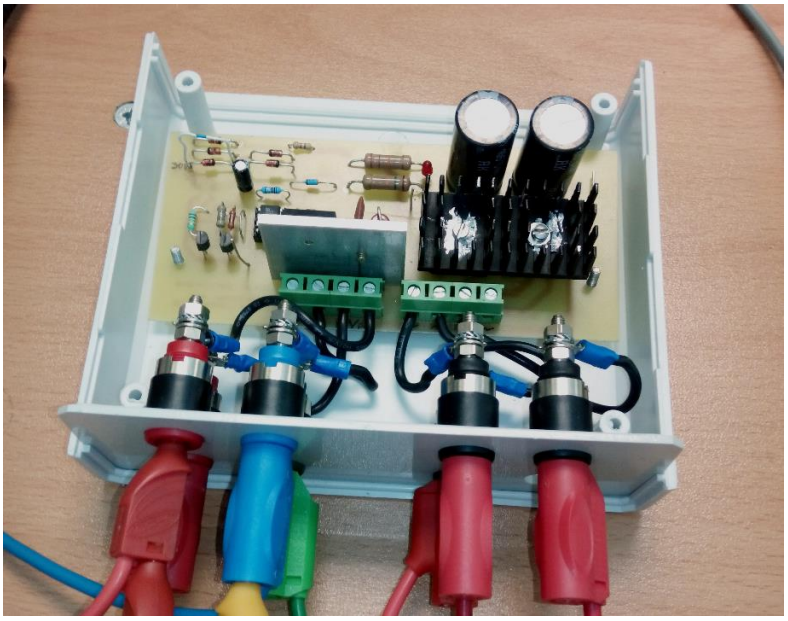
2.2. ОГРАНИЧИТЕЛ НА НАПРЕЖЕНИЕ ЗА ВЕТРОГЕНЕРАТОР С МАЛКА МОЩНОСТ

При повишаване на скоростта на въртене на генератора над 1500,min^{-1} напрежението ще се повиши още повече. Поради това е необходимо да се постави ограничител на напрежението между изправителя и входа на инвертора, който да предпази инвертора от недопустимо високо напрежение. Препоръчителната стойност на ограничаване на напрежението е 360,V [7]. Схемата за ограничаване на напрежението се състои от мощен транзистор и резистор с голяма мощност за баластен товар. Тази схема се управлява от хистерезисен регулатор, който включва и изключва резистора с помощта на транзистора, както по този начин не допуска постоянното напрежение да се повиши над зададената стойност (360,V). Разработеният модел на диодния изправител и ограничителя на напрежение в Simulink е показан на фиг.2.



Фиг.2. Модел на диоден изправител и ограничител на напрежение в Simulink.

На фиг.3 е показан завършеният вид на ограничителя на напрежение и токоизправителя, разположени върху печатна платка, която е монтирана в пластмасова кутия.



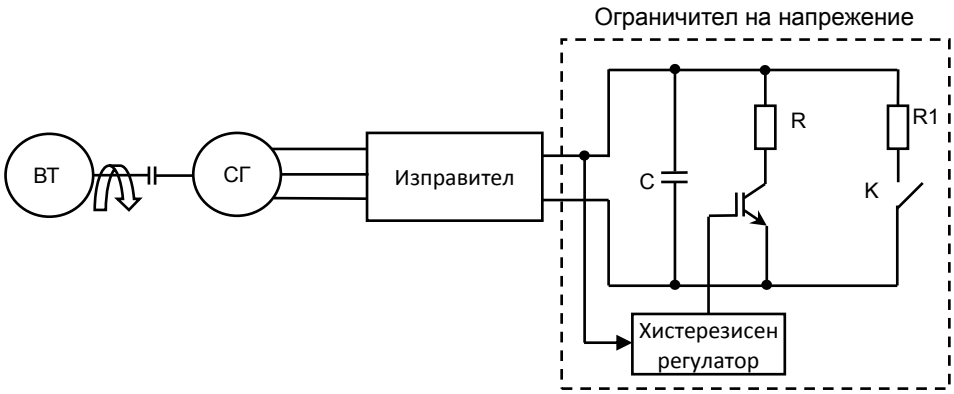
Фиг.3. Завършен вид на ограничителя на напрежение и токоизправителя.

На фиг.4 е показана блоковата схема на стенда за изследване на ограничителя на напрежение.

Допълнителният резистор R1, се изключва с ключа К, като по този начин се симулира отпадане на товара.

Отпадането на товара може да стане например при изключване на инвертора от мрежата или повреда в инвертора. Проведени са с помощта на вече разботен модел на вятърна турбина симулационни и експериментални изследвания с цел да се види поведението на ограничителя при динамични условия на работа [8].

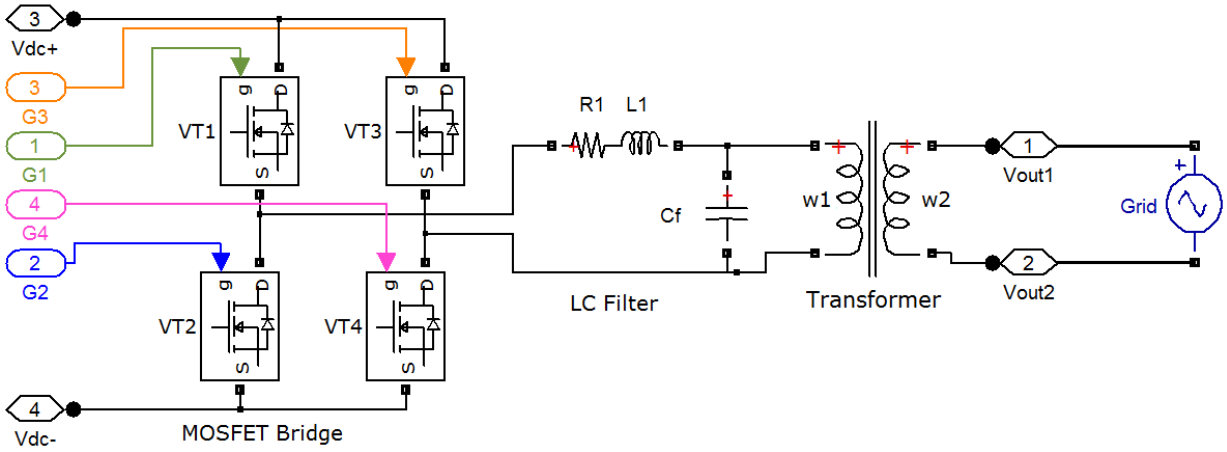
Получените резултати са илюстрирани във вид на графики и осцилограми в раздел „3“ по-долу.



Фиг.4. Блокова схема за изследване на ограничителя на напрежение.

2.3. ИНВЕРТОР

Инверторът, който се използва в изследваната система, е еднофазен, свързан към мрежата през LC филтър и нискочестотен трансформатор, както е показано на фиг.5. Схемата на инвертора е пълен мост с четири MOSFET транзистора. Една от причините за използването на трансформатор е възможността да се повиши напрежението от инвертора два пъти, като така се осигури възможност да се работи с по-ниско входно DC напрежение - в случая от 160 до 360,V. Структурата на разработения детайлен модел на инвертора, който включва LC филтър и трансформатор, е показана на фиг.5.



Фиг.5. Детайлен модел на еднофазен инвертор с LC филтър и трансформатор в Simulink.

Моделът на инвертора е детайлен, защото отчита и комутациите на транзисторите с честотата на модулацията, която е 10,kHz. Той се използва за симулиране на кратки периоди от време и определяне на точните форми на токовете и напреженията в електрическата схема на цялата система. За да може да се симулира работата на ветрогенератора за продължителни периоди от време (минути), е разработен и осреднен модел на инвертора, който не отчита комутациите на транзисторите. В този модел транзисторният мост е заменен с управляем източник на променливо напрежение и математически модел, който изчислява връзката между входния ток и изходния ток, като се запазва балансът на мощностите. Стойностите на елементите на инвертора, използвани при симулациите, са следните:

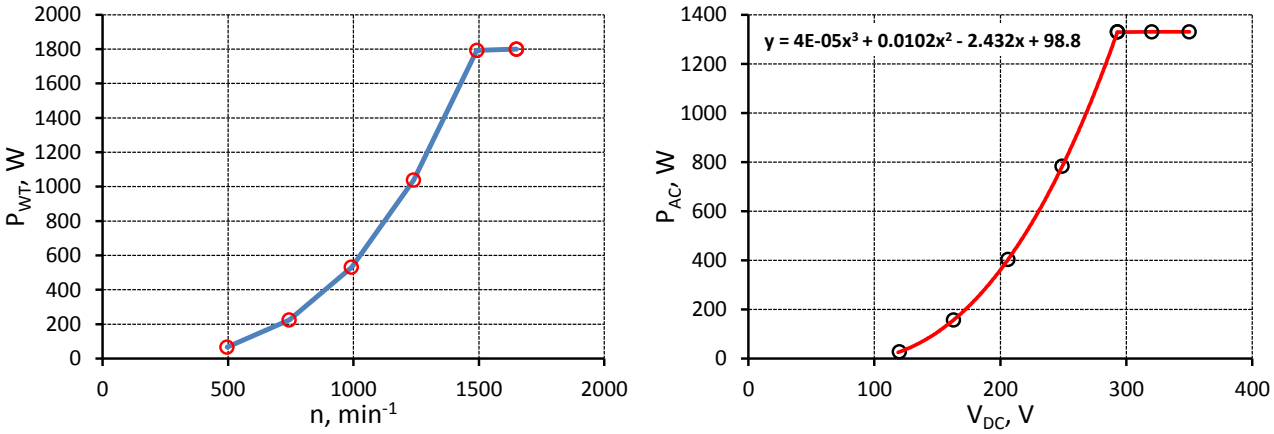
- Входен филтров кондензатор на Vdc 3000,μF.
- За LC филтъра: L1= 0,005,H, R1=0,2,Ω, Cf=20,μF.

- За трансформатора: индуктивност и активно съпротивление на намагнитващия клон Lm = 0,95,H, Rm= 9400,Ω; Индуктивности на разсейване на първичната и на вторичната намотка Ls1=0,0005,H, Ls2=0,002,H; Активни съпротивления на намотките Rw1=0,27,Ω и Rw2=0,55,Ω.

Една важна задача при управлението на инвертора е да се осигури работа при максимална мощност на турбината и целия вятърен генератор при промяна на скоростта на вятъра. Тази задача е решена, като е изчислена кривата на максималната мощност на турбината в зависимост от скоростта на въртене на генератора, показана на фиг.6.а. След това е изчислена електрическата мощност на изхода на изправителя при същите скорости на въртене, като е взет предвид к.п.д. на СГ и изправителя. Същевременно е намерена зависимостта на изправеното напрежение V_{dc} от скоростта на въртене на СГ при дадените стойности на мощността. Като е използвана кривата на к.п.д. на инвертора, дадена от производителя, е изчислена мощността на изхода на инвертора P_{ac} в зависимост от постоянното напрежение V_{dc} (показана на фиг.6.б). Зависимостта $P_{AC}=f(V_{DC})$ е апроксимирана с полином от трета степен

$$P_{AC}= 4.10^{-05}x^3 + 0.0102x^2 - 2.432x + 98.8 \quad (1)$$

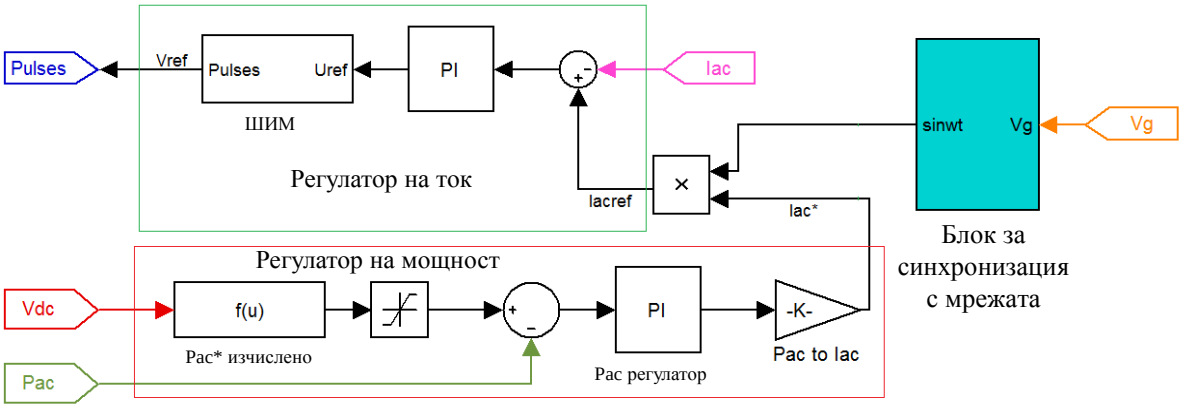
Тази крива се задава на инвертора и се използва при работата му за определяне на изходната мощност в зависимост от входното напрежение V_{dc}.



а) б)

Фиг.6. Зависимости на максималната мощност на турбината от скоростта на въртене а) и на изходната мощност на инвертора от входното постоянно напрежение б).

Управлението на инвертора се извършва от два регулатора – регулатор на мощността на изхода на инвертора и регулатор на ток. Регулаторът на мощността използва като входна величина постоянното напрежение на входа на инвертора V_{dc}. Регулаторът на тока представлява вътрешен контур за регулиране, както е показано на фиг.7. Необходимото задание за мощност P_{ac}^* се изчислява от стойността на входното напрежение на инвертора V_{dc} посредством полинома (1). Заданието се сравнява с измерената стойност на P_{ac} и разликата се подава на пропорционално-интегрален (ПИ) регулатор, който изчислява заданието за ток I_{ac}*. Това задание съответно се подава на пропорционално-интегрален регулатор на ток. Изходът на регулатора на ток управлява широчинно-импулсен модулатор, който изработва импулсите за управление на транзисторния мост.



Фиг.7. Модел на регулаторите на мощност и на ток в Simulink.

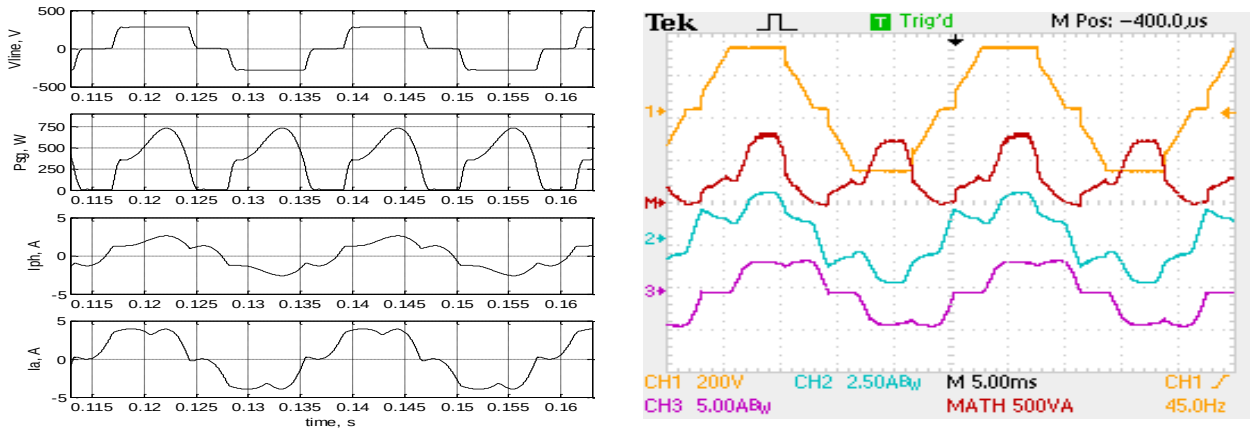
3. ЕКСПЕРИМЕНТАЛНИ РЕЗУЛТАТИ

В тази част са представени резултатите от симулационните и експерименталните изследвания на системата. Симулациите са извършени в Matlab/Simulink среда. Обща снимка на експерименталния стенд при провеждане на експериментите е показана на фиг.8. Основните параметри на елементите в опитната постановка са следните:

- Синхронен генератор с електромагнитно възбуждане, задвижван от симулатор на вятърна турбина [8], състоящ се от ПТД, транзисторен преобразувател и контролер.
- Трифазен диоден токоизправител.
- Ограничител на напрежение с ограничение на напрежението на 360,V и баластен товар с разсейвана мощност 800, W.
- Еднофазен инвертор Windy Boy 1700 с номинална мощност 1550, W, номинален променлив ток 6,7,A, входящо постоянно напрежение 140-400, V.

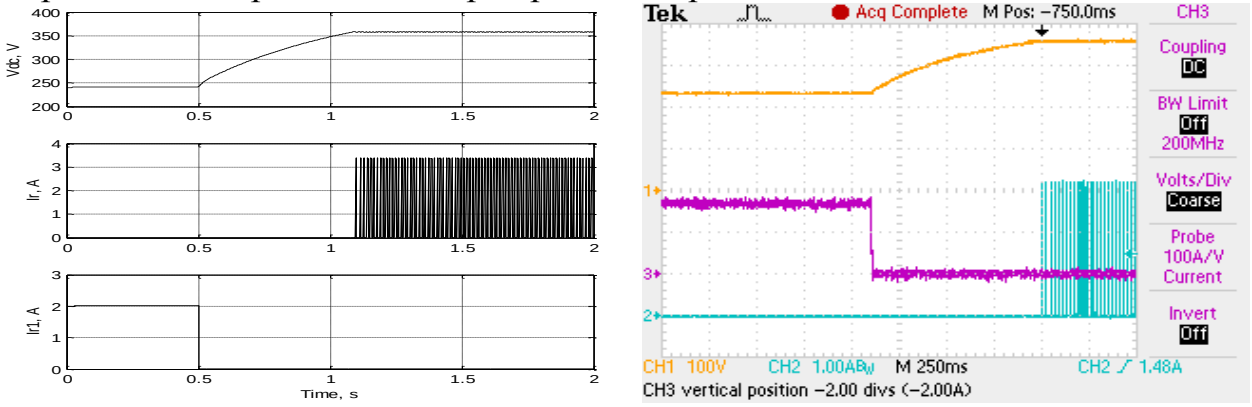
Фиг.8.Снимка на експерименталния стенд.

На фиг.9 са показани линейното напрежение, мощността, фазовият и линейният ток на генератора при скорост на въртене на генератора 1350,min^{-1}, което определя честотата на генерираното напрежение 45,Hz. Направено е сравнение на симулационните и експериментални резултати. Както се вижда, съвпадението е много добро.



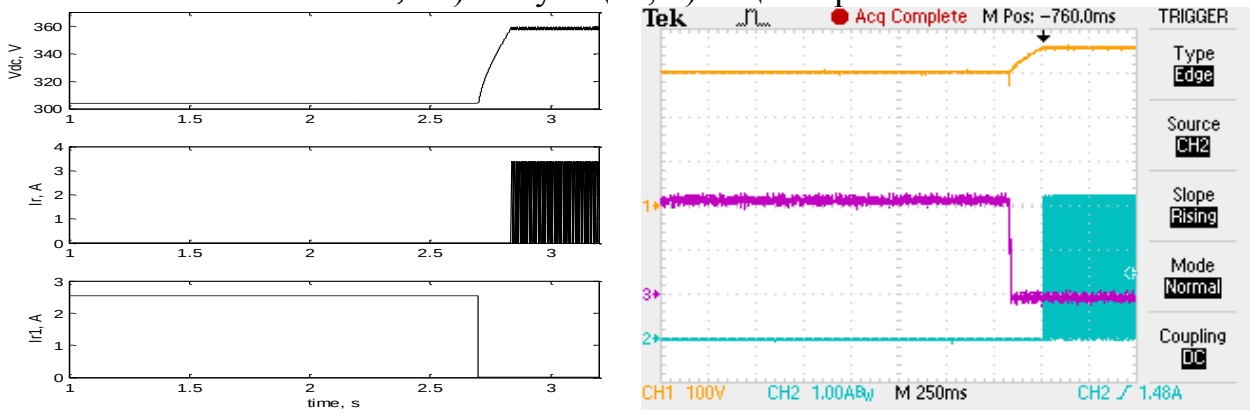
Фиг.9. Линейно напрежение, мощност на генератора, фазов и линеен ток при скорост на въртене 1350min^{-1} , а) симулация; б) осцилограма.

На фиг.10 и фиг.11 са показани сравнение между симулацията и реално снетата характеристика на ограничителя на постоянното напрежение при отпадане на товара. Експериментите са проведени като се изключва товарът за определен период от време (виж фиг.4). Целта е да се установи дали при рязко повишаване на напрежението ограничителят ще сработи. Опитите са извършени при две различни скорости на вятъра 8pm/s и 9,5pm/s.



а) б)

Фиг.10. Напрежение V_{dc} и ток през резисторите при скорост на вятъра 8ms, а) симулация; б) осцилограма.

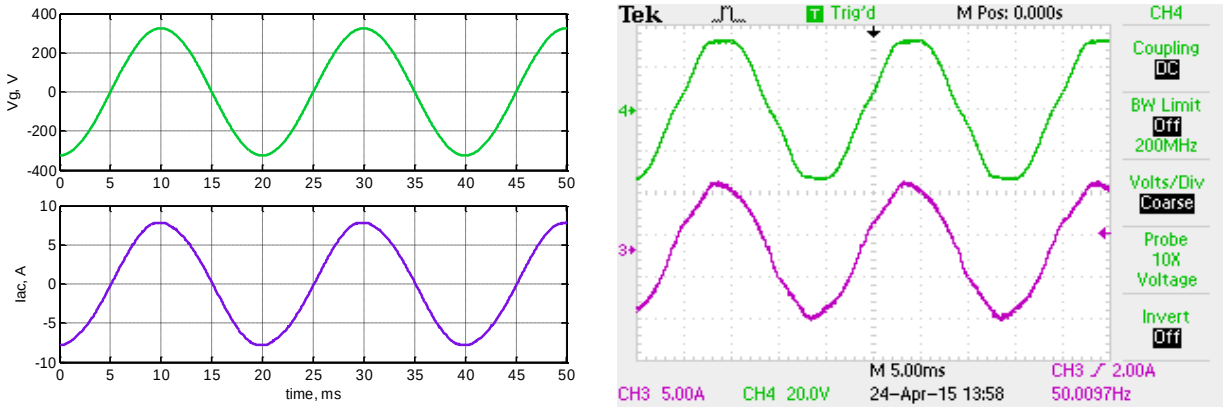


а) б)

Фиг.11. Напрежение V_{dc} и ток през резисторите при скорост на вятъра 9.5ms, а) симулация; б) осцилограма.

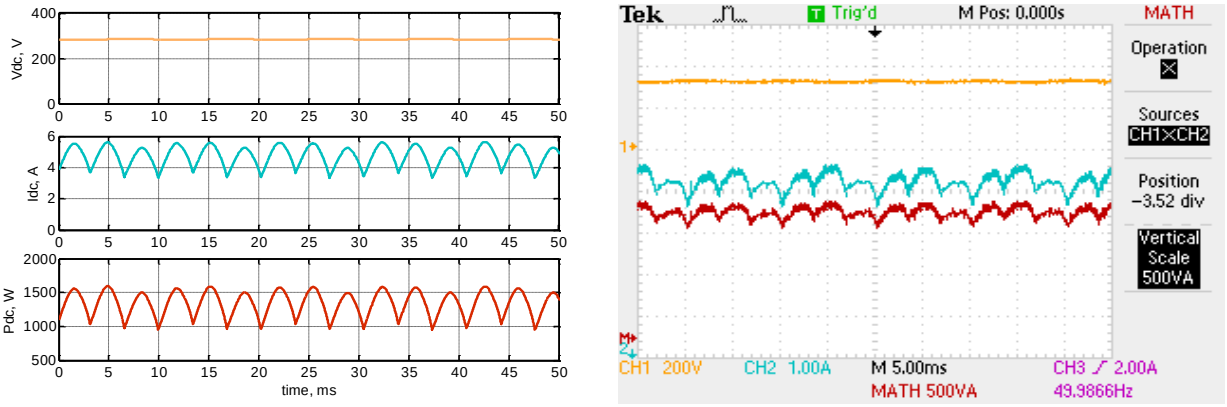
От графиките можем да отчетем, че сходството между експерименталния резултат и симулацията е добро и ограничителят сработва нормално. Малките

разлики се дължат на толерансите на елементите и неточностите на моделите в Matlab/Simulink. На фиг.12 и фиг.13 са показани сравнения между симулационни и експериментални резултати за работата на изправителя и инвертора в системата. Пулсациите на постоянния ток се получават от напрежението на генератора и трифазния диоден изправител, който създава шест пулсации за един период. Формата на изправеното напрежение е относителна гладка, защото кондензаторът на входа на инвертора го изглажда.



а) б)

Фиг.12. Напрежение на мрежата (горе), изходен ток на инвертора (долу) при изходна мощност, P_{ac} =1276W и скорост n=1460min^{-1}
а) симулация; б) осцилограма.



а) б)

Фиг.13. Напрежение на входа на инвертора (горе), входен ток на инвертора (по средата), моментна мощност на входа на инвертора (долу) при изходна мощност P_{ac} =1276W и скорост n=1460min^{-1}
а) симулация; б) осцилограма.

В осцилограмите на тока на инвертора се вижда, че процесът на неговата промяна не е по идеална синусоида. Това се дължи главно на два фактора, неидеалност на ШИМ и наличие на изкривявания в напрежението на мрежата (което се вижда добре от осцилограмата).

4. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В статията са показани модели на елементите на ВЕПС с малка мощност, състояща се от синхронен генератор, токоизправител, ограничител на напрежение, еднофазен инвертор свързан към електрическата мрежа. Симулационните мо-

дели на елементите на ВЕПС са разработените в Matlab/Simulink среда

Проведени са експериментални изследвания, резултатите от които са представени във вид на осцилограми, които напълно потвърждават работоспособността на всеки елемент и на електрическа част на ВЕПС. Сравняването на симулационните и експерименталните резултати доказва правилната работа на симулационния модел.

По-нататъшното развитие на разработката ще бъде в посока на разработване на по-пълен модел на цялата верига за преобразуване на енергията и изследване на различни режими на работа – установени и преходни.

БЛАГОДАРНОСТИ

Изследванията в статията са финансирани от Вътрешния конкурс на ТУ-София - 2015г. по дог. №151ПД0038-01, за научен проект в помощ на докторант.

ЛИТЕРАТУРА

[1] F. Blaabjerg. D.M. Ionel, ***Renewable Energy Devices and Systems - State-of-the-Art Technology, Research and Development, Challenges and Future Trends,*** Electric Power Components and Systems, 2015, pp.1319-1328

[2] M.G. Simões, F.A. Farret, F. Blaabjerg, ***Small Wind Energy Systems***, Electric Power Components and Systems, 43:12, 2015, pp. 1388-1405

[3] I. Kortabarria, E. Ibarra, I.M. de Alegría, J. Andreu, A. Ascarza, ***Power Converters used in Grid Connected Small Wind Turbines: Analisys of Alternatives***, Power Electronics, Machines and Drives (2010), 5th IET International Conference, pp. 1-6

[4] Mohamed Aner, Edwin Nowicki and David Wood. ***Recent Advances in Converters and Control Systems for Grid- Connected Small Wind Turbines, Advances in Wind Power***, (2012), InTech, available from: http://www.intechopen.com.

[5] M.Ciobotaru, T. Kerekes, R. Teodorescu, A. Bouscayrol, ***PV Inverter Simulation using MATLAB/Simulink graphical environment and PLECS blockset***, IEEE Industrial Electronics, IECON 2006 - 32nd Annual Conference, 2006, pp. 5313-5318.

[6] V. Lazarov, Z. Zarkov, H. Kanchev, ***Grid-connected Single-phase Inverter for Renewable Energy Sources***, ЕФ2009, Созопол, 1-4 октомври, 2009, стр. 110-118.

[7] Windy Boy 1700 Inverter for Wind Energy. User manual. SMA Technologies AG

[8] Z. Zarkov, V. Milenov, ***Wind turbine emulator with DC motor drive***. Fourteenth International conference on electrical machines, drives and power systems ELMA 2015, 1-3 Oct. 2015, Varna, Bulgaria, pp. 146-151

Автор: Валентин Миленов, асистент, докторант, катедра Електрически машини, Електротехнически Факултет, Технически университет-София, E-mail address: *valmil@tu-sofia.bg*

Постъпила на 28.03.2016 г. **Рецензент:** гл. ас. д-р Емил Христов Рачев

ВНЕДРЯВАНЕ НА НАЦИОНАЛНА ПЛАТФОРМА ЗА ЕЛЕКТРОННО ОБУЧЕНИЕ CLP4NET

Цветелина Петрова, Александър Филипов, Илияна Найденова, Георги Цочев, Ивайло Ганев

Резюме: *Настоящата работа представя извършените етапи в процеса на изграждане на първия в страната национален портал за електронно обучение в областта на ядрената енергетика чрез внедряването на платформата CLP4NET. Тя е Moodle-базирана и е разработена и поддържана от Международната агенция за атомна енергия. Представена е основната ѝ функционалност по отношение на управлението и изпълнението на процесите на обучение в даденото направление.*
Ключови думи: *MOODLE, CLP4NET, електронно обучение*

INTEGRATING OF A NATIONAL E-LEARNING PLATFORM CLP4NET

Tsvetelina Petrova, Aleksandar Filipov, Iliyana Naydenova, Georgi Tsochev, Ivaylo Ganev

Abstract: *The current paper presents the separate stages of the installation of the CLP4NET created for the development of National platform in the field of Nuclear Energy. The CLP4NET is a Moodle-based platform and was developed and supported by the International Atomic Energy Agency. In addition, the major functionality of the CLP4NET is presented in terms of its application as a Learning-Management Systems.*
Keywords: *MOODLE, CLP4NET, e-learning*

1. ВЪВЕДЕНИЕ

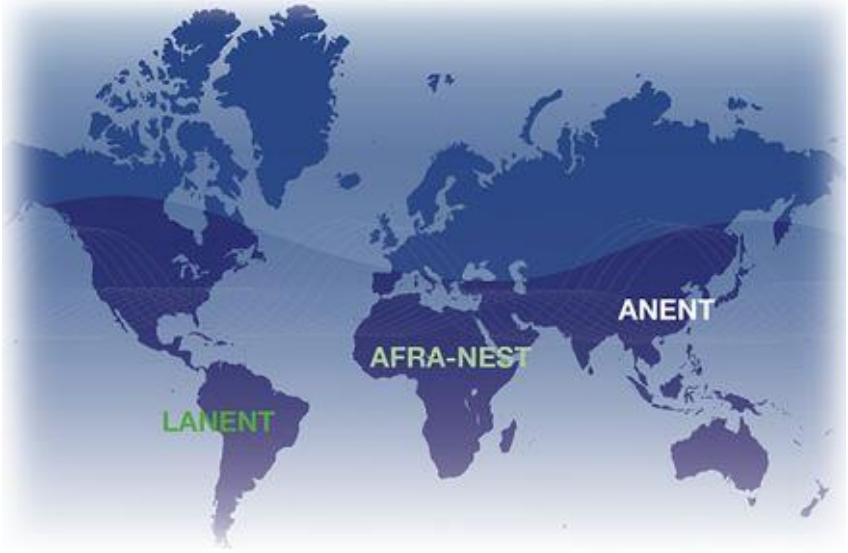
Развитието на информационните технологии през последните десетилетия предоставя на образователните центрове и институции огромно разнообразие от средства и възможности за разработване, развитие, внедряване и приложение на технологични решения, позволяващи част от образователния процес да се извършва с помощта на електронна медия. Поради своята функционалност и широки граници на приложимост съществува огромно разнообразие от технологични решения, образователни курсове и помощни материали, които често се дефинират под общото наименование електронно обучение. Към днешна дата, в зависимост от използваната медия, нейната функционалност и форми на обучение, образователният процес може да се разглежда като уеб- или компютърно-базирано обучение, виртуални класни стаи, динамично дигитално сътрудничество и др. Съвременни проучвания показват, че съществуват значими различия в

© 2016 Publishing House of Technical University of Sofia
All rights reserved
ISSN 1311-0829

използването на отделните термини за различните видове внедрени форми на обучение. Често тези различия се основават на липсата на точно установена дефиниция или на различия в очакванията към дадена технология от страна на запитаните потребители.

Системите за управление на електронното обучение намират все по-широко приложение. Те включват управление на курсовете за обучение, методите и материалите за оценка на знанията [1]. Електронното обучение е ефективен съвременен метод за повишаването на компетенциите и квалификацията на ученици и студенти или на служители в дадено звено. Пример за една от най-широко използваните системи към момента е Moodle (Modular Object-Oriented Dynamic Learning Environment). Тя се разпространява като система с отворен код за онлайн управление на образователни курсове, позволяваща потребителите да създават свои собствени страници, съдържащи динамични курсове [2, 3]. Системата за управление на обучението, Moodle, е платформа за обучение, чиято първата версия е от 20.08.2002 г. На тази основа са разработени редица платформи, чието приложение е в различни научни области [4].

Международната агенция за атомна енергия (МААЕ) е разработила на базата на Moodle кибер платформа за обучение и квалификация в сферата на ядрената енергетика "Cyber Learning Platform for Nuclear Education and Training (CLP4NET) [5]. Тя се внедрява в програмите на страните, използващи ядрената енергия за мирни цели. Това ще обезпечи събирането и съхраняването на ядрените знания, като същевременно дава възможности за обучение на студенти, оперативен персонал за ЯЕЦ и служители на фирми в областта на ядрената енергетика.



Фиг.1. Интегрирана база данни за обучение в ядрената сфера [1]

Към CLP4NET – системата вече са изградени следните локални мрежи [6] (фиг.1):

- STAR-NET – в нея си сътрудничат обучаващи институции и индустриално-ориентирани тренировъчни центрове в областта на ядрената енергетика от Армения, Азербайджан, Беларус, Казахстан, Руската Федерация и Украйна;

- AFRA-NEST – обединява страните от Африканския регион;
- ANENT – обединява 19 страни от Азия, Австралия и Океания;
- LANENT – обединение на 15 страни за Латинска Америка и Карибите.

В процес на изграждане е първият в страната ни национален портал за електронно обучение в областта на ядрената енергетика. Той се осъществява по проект, изпълняван съгласно Националната програма за сътрудничество на Република България 2012-2017 и МААЕ. За РБългария тя ще бъде под формата на два независими портала - в Учебно-тренировъчен център на АЕЦ „Козлодуй“ и в КЕЕ към ТУ-София. Затова изпълнението на проекта се извършва в условия на сътрудничество между АЕЦ Козлодуй, Колежа по енергетика и електроника (КЕЕ) към ТУ-София и експерти от МААЕ.
За целта в Технически Университет – София (ТУ-София), в КЕЕ се внедряват уеб-базирани информационни технологии за електронно обучение, чието приложение може да бъде разгърнато и развивано до достигане на максималната им функционалност. В рамките на първия етап от изпълнението на проекта са поставени и изпълнени следните основни цели:

- Разработване на процедура за интегриране на CLP4NET платформата под формата на два независими портала - един в Учебно-тренировъчен център на АЕЦ Козлодуй и един в КЕЕ към ТУ-София;
- Дефиниране на техническите характеристики и параметри на системите, необходими за интегрирането, администрирането и управлението на двата портала;
- Обучение на потенциалните администратори и потребители на CLP4NET.

Към момента В Технически университет – София има внедрени и се използват системи за управление на обучението в редица факултети – ФКСУ, ФТК, ФЕТТ [7, 8, 9] и др.

2. РАЗРАБОТВАНЕ НА ПРОЦЕДУРА ЗА ВНЕДРЯВАНЕ НА ПЛАТФОРМАТА CLP4NET

В настоящата разработка акцентът е поставен върху създаването на националния портал към CLP4NET. Изграждането на национален портал за електронно обучение в направление ядрената енергетика е пряко свързано с интегрирането на CLP4NET в информационната система на КЕЕ към ТУ-София, като независима от тази на АЕЦ Козлодуй платформа. За своевременното изпълнение на гореописаните цели е разработена процедура за внедряване на платформата CLP4NET. Разработен е и подробен работен план за интегриране на въпросната платформа в информационната система на ТУ- София. Дефинирани са и техническите параметри и характеристики на този портал и е проведено обучение на администраторите на системата. Подробният анализ на техническите спецификации и изисквания към всяко едно от звената, участващи в изпълнението на заданието, позволиха обобщаването на основните етапи в процедурата, описани във фиг.2.

Фиг.2. Процедура за внедряване на платформата CLP4NET в КЕЕ към ТУ-София

Възможностите за внедряване на CLP4NET в информационната система на ТУ-София, с цел обособяването и поддръжка на национален портал за електронно обучение в областта на атомната енергетика, зависят от специфичните технические параметри на системата. В рамките на проекта първоначално са дефинирани работните параметри на платформата и съответните техническите изисквания за хардуерно и софтуерно оборудване, осигуряващи работната функционалност на националния портал. В табл.1 са описани минималните изисквания към техническите параметри на системата.

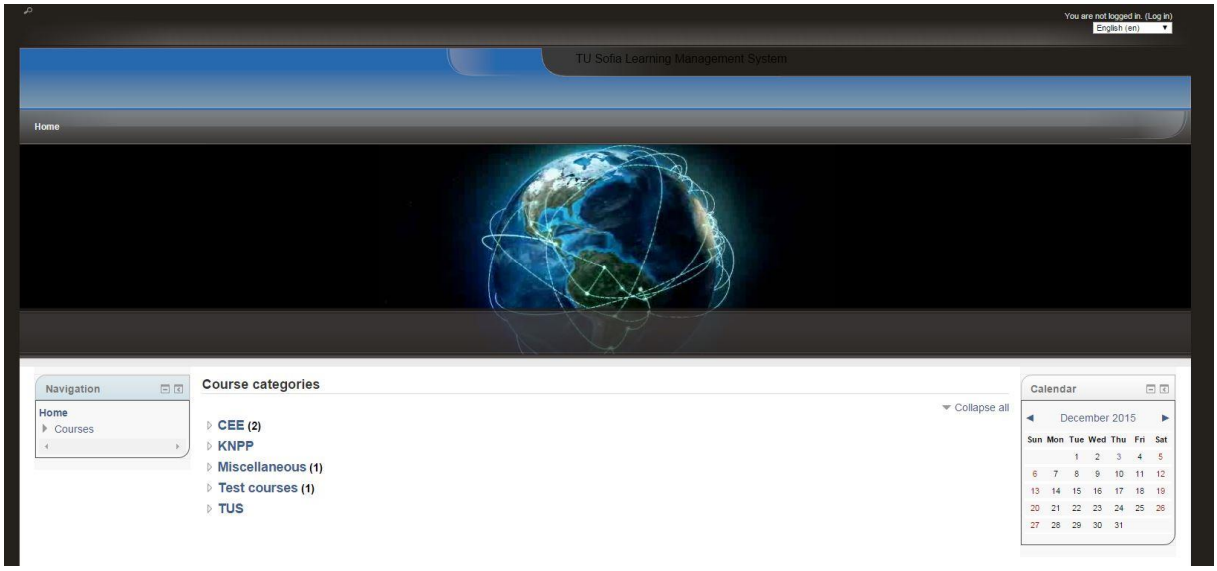
3. ФУНКЦИОНАЛНИТЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ НА CLP4NET

Функционалността на CLP4NET е насочена към следните основни групи потребители: преподаватели, студенти, инструктори и професионални организации. Това е специализирана платформа CLP4NET, насочена към широк кръг потребители, осигурявайки достъп до отделни материали и функционалности, свързани с процесите на обучение и квалификация в областта на ядрената енергетика на национално ниво. По изброените по-горе причини проектът предвижда електронната платформа да се внедри в процеса на обучение в ТУ-София. Адре-

сът на създадения електронен портал в Колежа по енергетика и електроника към ТУ-София е *http://clp4net.tu-sofia.bg* и неговата начална страница и показана на фиг.3.

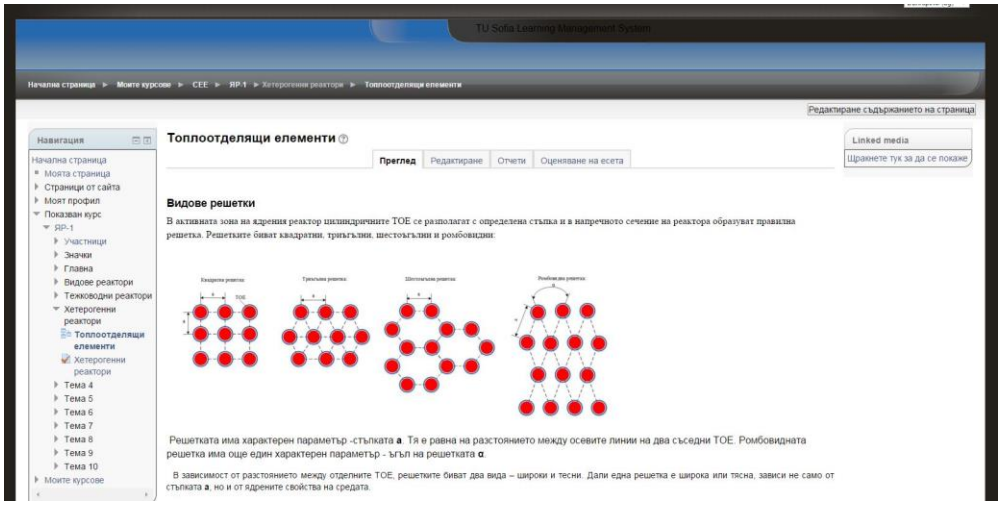
Таблица 1. Минимални изисквания за техническо оборудване, необходимо за изграждането и поддръжката на национален портал към CLP4NET

Техническо оборудване	**Брой**	**Технически спецификации**
Хардуер		
Сървър	1	MB: RAID disk system support CPU: 2-4 Xeons + php accelerator RAM: 32 GB HDD: 2 x 2 TB on a RAID disk system LAN:2 x Ethernet 1Gb
UPS устройство	1	2200 VA
Външна памет за нуждите на надеждното архивиране на информацията	1	External HDD: 2 TB
Софтуер		
Виртуализационен софтуер	1	VMware ESXi
Операционна система	1	Linux
База данни	1	MySQL
Firewall	1	OS Firewall
Moodle	1	Moodle + IAEA plugins
Допълнителен софтуер		
Interactive e-learning	optional/ по избор	H5P, Adapt Learning, CamStudio, Articulate Storyline, Adobe Captivate, Camtasia

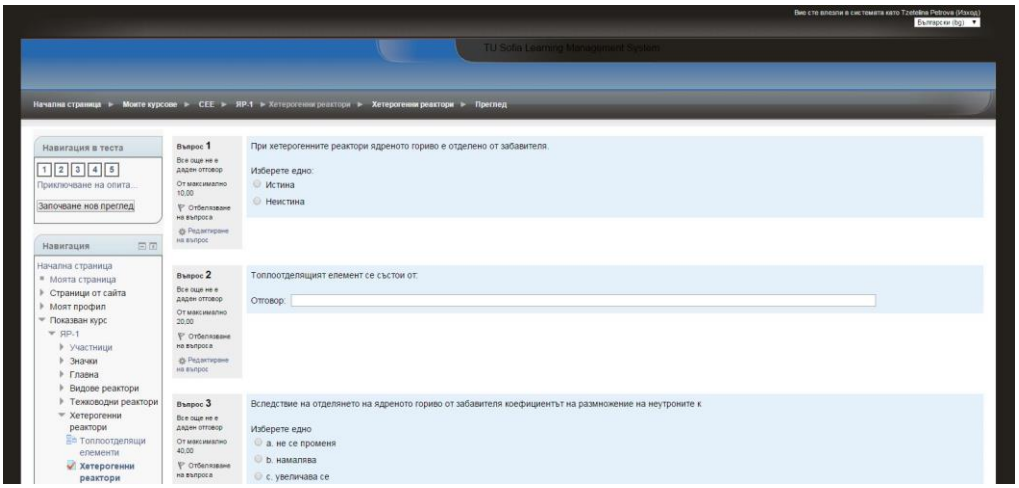


Фиг.3. Начална страница на портала за електронно обучение

По този начин ще бъде обновена и осъвременена образователната система в КЕЕ със акцент върху ядрената енергетика. Към настоящия момент този стадий е в процес на изпълнение. Електронната платформа CLP4NET е инсталирана на сървър, намиращ се на територията на ТУ-София. Изградена е процедура по архивиране на данните на външен носител. Това осигурява тяхното възстановяване при нужда. Добавени са различни средства за повишаване на сигурността на системата. Учебни дисциплини, водени в специалност Промишлена топлоенергетика, са в процес на разработване в платформата CLP4NET от преподаватели в катедра „Енергетика и машиностроене“ на КЕЕ (фиг.4).



Фиг.4. Страница от разработван курс за студенти, специалност ПТЕ



Фиг.5. Разработен тест за студенти, специалност ПТЕ

Всяка дисциплина се подразделя на отделни теми, всяка от които завършва с тест (фиг.5). Внедряването и използването на платформата CLP4NET предоставя една алтернатива на студентите в процеса на тяхното обучение, тъй като позволява отдалечен достъп до информация и ползване на учебни материали по всяко време. Преподавателят има правата да контролира достъпа до определен курс и времето му за ползване [10]. Това е една сериозна и важна стъпка в развитието и осъвременяването на методите за преподаване и обучение. Студентите биха могли да проверят своите знания по определена тема или дисциплина и да разберат веднага своите резултати. Това е една от многото възможности на изграждания портал, които са полезни за учебния процес.

4. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

1. В процес на изграждане е първият за страната национален портал за електронно обучение в областта на ядрената енергетика.

2. Към настоящия момент са изпълнени първите четири етапа от процедурата за изпълнение на заданието, като етап пет е в процес на изпълнение. Следва да бъдат изпълнени и последните два етапа от процедурата, съгласно схемата от фиг.2.

3. Основните приноси от изпълнението на проекта са определят като приложни. В процеса на изграждане на националния портал за електронно обучение в научното направление Енергетика се предвижда приложението на вече разработени продукти и технологии. Нови разработки се очакват при създаването на подходи и материали за нуждите на електронното обучение от заинтересованите потребители.

4. Успешната реализация на проекта ще създаде условия за гъвкаво и динамично, дигитално обучение и квалификация на студенти и специалисти в енергийния сектор с акцент върху ядрената енергетика. Последното е и предпоставка за създаване на конкурентноспособна среда, която да привлече вниманието на потенциални студенти, стажанти, докторанти и специалисти в направление Енергетика в ТУ-София.

5. Изпълнението на този проект ще отговаря на изискванията на Системата за оценяване и поддържане на качеството на обучението и научните изследвания (СОПКОНИ) в ТУ – София чрез:

- разнообразяване на методите на преподаване, което в случая се постига с използване на информационни и комуникационни технологии;
- разнообразяване на методите за изпитване и повишаване обективността на оценките.

БЪДЕЩИ ЗАДАЧИ И ПЕРСПЕКТИВИ:

1. Предстои разработване и въвеждане на пълен набор теми по дисциплини в сферата на ядрената енергетика.
2. Необходимо е да се разработят и въведат в системата CLP4NET тестове, с които задължително завършва всяка тема;
3. Следващ етап в процеса на реализация на проекта е използването на създадените курсове в системата CLP4NET от студентите на ТУ-София.

Благодарност към Любомир Пиронков, Учебно-тренировъчен център на АЕЦ „Козлодуй“ и Максим Гладишев, МААЕ за оказаното съдействие при реализацията на проекта.

ЛИТЕРАТУРА

[1] Вазова В., ***Електронните уроци-основна част на електронното обучение***, (*https://moodle.org/mod/forum/discuss.php?d=146875*), 2010

[2] Moore J. L., Dickson-Deane C., Galyen K. (2011), ***e-Learning, online learning, and distance learning environments: Are they the same?***, The Internet and Higher Education, V. 14, Iss. 2, 2011, p. 129–135

[3]*http://docs.moodle.org/24/en/Main_page.*
[4] Moodle community (*https://moodle.org*)
[5] Cyber Learning Platform for Nuclear Education and Training (CLP4NET), (http://plms-nkm.iaea.org)
[6] https://nuclearеducationdb.org/
[7] *http://81.161.243.12/bgmoodle*
[8] *http://mdl.tu-sofia.bg/moodle/*
[9] *https://fett-edu-bg.tu-sofia.bg/*
[10] Пряхин А., ***Руководство IAEA по CLP4NET для преподавателей***, 2013

Автори: Цветелина Петрова, гл. ас., катедра „Енергетика и машиностроене", Технически Университет - София, E-mail address: *tzvetelina.petrova@tu-sofia.bg*; Александър Петров Филипов, *АИТЕХ СИСТЕМС ЕООД*, E-mail address: *alexfilipov@gmail.com*; Илияна Иванова Найденова, доц. д-р, катедра „Енергетика и машиностроене", Колеж по енергетика и електроника, Технически Университет - София, E-mail address: *inaydenova@tu-sofia.bg*; Георги Руменов Цочев, докторант, маг. инж., катедра „Информационни технологии в индустрията", ФКСУ, Технически Университет - София, E-mail address: *gtsochev@tu-sofia.bg*; Ивайло Гинев Ганев, проф. д-р, катедра „Енергетика и машиностроене", Технически Университет - София, E-mail address: *iganev@tu-sofia.bg*

Постъпила на 23.02.2016 г. **Рецензент:** доц. д-р Калин Филипов

МОДЕЛ ЗА ЗАВИСИМОСТТА НА ХОЛЕДОХОЛИТИАЗАТА ОТ ПЕРИАМПУЛАРНИЯ ДУОДЕНАЛЕН ДИВУРТИКУЛ

Стоянка Динева, Красимира Проданова, Пламен Гецов, Борислав Владимиров

Резюме: *Влиянието на периампуларния дуоденален дивертикул (ПДД) за образуването на конкременти в жлъчните пътища (холедохолитиаза) е широко прието. В настоящата работа е използвана логистична регресия за моделиране на появата на холедохолитиаза в зависимост от периампуларния дуоденален дивертикул с цел да се потвърди зависимостта между тях. Полученият модел позволява оценяването на прогнозната вероятност за появата на това усложнение. Моделът се базира на 3259 протокола от ендоскопски ретроградни холангиопанкреатографии, проведени в Клиниката по гастроентерология на УМБАЛ „Царица Йоанна-ИСУЛ“, София.*
Ключови думи: *периампуларен дуоденален дивертикул, холедохолитиаза, логистична регресия*

MODEL FOR THE DEPENDENCY OF CHOLEDOCHOLITHIASIS BY PERIAMPULLARY DUODENAL DIVURTIKUL

Stoyanka Dineva, Krassimira Prodanova, Plamen Getsov, Borislav Vladimirov

Abstract: *The impact of Periampullary duodenal diverticulum (RDA) for the formation of gallstones in the bile duct (choledocholithiasis) is widely accepted. In this study it using logistic regression modeling the appearance of choledocholithiasis depending Periampullary duodenal diverticulum, to confirm the connection between them. The resulting model allows evaluation of the estimated probability of occurrence of this complication. The model is based on the 3259 recording of endoscopic retrograde cholangiopancreatography performed in the Department of Gastroenterology of the University Hospital "Queen Joanna-ISUL", Sofia.*
Keywords: *periampullary duodenal diverticulum, choledocholithiasis, logistic regression*

1. ВЪВЕДЕНИЕ

Дивертикулът представлява локално разширение на чревната стена с торбовидна форма, комуникиращо с лумена. Дивертикули могат да бъдат наблюдавани по цялото протежение на гастроинтестиналния тракт - от хранопровода до дебелото черво включително. Дуоденумът е на второ място по честота на дивертикулите в храносмилателната система. Поради анатомичната близост той е честа причина за заболявания на жлъчните и пакреатични пътища. Холедохоли-

© 2016 Publishing House of Technical University of Sofia
All rights reserved
ISSN 1311-0829

тиазата е заболяване, при което се образуват камъни в главния жлъчен проток – дуктус холедохус. Влиянието на периампуларния дуоденален дивертикул (ПДД) за образуването на конкременти в жлъчните пътища е широко прието[1,3,4]. Научни публикации по тези въпроси започват да се появяват в края на 70-те години с въвеждането на ендоскопската методика и в частност ендоскопската ретроградна холангиопанкреатография (ЕРХПГ).

Прегледът на литературните източници открива данни за честотата на холедохолитиаза при пациенти с ПДД вариращи от 12% до 68% [4,7]. Тези теории поставят ПДД в ролята на самостоятелен фактор в патогенезата на холедохолитиазата.

Важността на проблема за диагностиката и лечението на заболяванията на билиопанкреатичната система се определя от следнитефактори:

- голямата честота и постоянния ръст на тази заболеваемост;
- късната диагностика във връзка с многообразното клинично проявление;
- сложността на радикалното хирургично лечение;
- лошите далечни резултати;
- продължителния болничен престой;
- инвалидизацията в млада възраст ;
- високия леталитет.

Приложеният от нас логистичен модел, освен че определя значимите фактори, дава и възможността да се пресметне вероятността, с която при дадена стойност на фактора се очаква да настъпи усложнението. Именно поради възможността за прогнозиране на вероятността за възникване на усложнение, логистичният модел е предпочетен в редица медицински разработки.[8, 9, 10, 11]

2. ИЗМЕРВАНИЯ

Материалът включва 3259 протокола на пациенти, на които е проведена ендоскопска ретрогардна холангиопанкреатография. Изследванията са извършени в УМБАЛ „Царица Йоанна-ИСУЛ” гр.София при съвместната работа между Клиниката по гастроентерология и Клиниката по образна диагностика. Ретроспективно са анализирани данните от ЕРХПГ и придружаваща медицинска документация -рентгенографии с рентгенографски резултати, епикризи, лабораторни и хистологични изследвания.
Целта е да се изгради модел, с който да се прогнозира вероятнноста от развитие на холедохолитиаза при пациенти с периампуларен дуоденален дивертикул.

3. МАТЕМАТИЧЕСКИ МОДЕЛ

Под дихотомна (двуизходна) логистична регресия *(the dichotomous response model)* се разбира, че зависимата променливан (отклика) може да попадне в една от две взаимноизключващи се категории *A* и *B*, а вероятностите, свързани с тези две категории са *p* за попадение в категория *A* и респективно *(1-p)* за попадение

в категория *B*.

Дефинира се фиктивна случайна величина *(dummy random variable) Y*, която да представя двете категории така: *Y=1* за категория *A* и *Y=0* за категория *B*. Вероятността за *Y* изразена чрез *p* има вида [12]:

$$f(Y \mid p) = p^{Y}(1-p)^{(1-Y)}$$

В модела се предполага, че вероятността *p* зависи от линейната функция :

$$d\left(x_1, x_2, ..., x_c\right) = \beta_0 + \sum_{i=1}^{c} \beta_i x_i ,$$

където x_i *(i=1,2,…,c)* са факторите (независимите променливи, предиктори), а β_i са регресионните коефициенти, които подлежат на оценка от експерименталните данни.

За всяко отделно наблюдение y_j (от общо *n* на брой) условната вероятност се изразяваа чрез $p(d_j)$:

$$f\left(y_j \mid p(d_j)\right) = [p(d_j)]^{y_j}[1-p(d_j)]^{(1-y_j)}$$

Тогава за *n* наблюдения съвместната условна вероятност ще бъде :

$$f\left(y_1, y_2, ..., y_n \mid p(d_1), p(d_2), ..., p(d_n)\right) = [p(d_1)]^{y_1}[1-p(d_1)]^{(1-y_1)}$$

$$[p(d_2)]^{y_2}[1-p(d_2)]^{(1-y_2)} ... [p(d_n)]^{y_n}[1-p(d_n)]^{(1-y_n)} =$$

$$= \prod_{j=1}^{n} [p(d_j)]^{y_j}[1-p(d_j)]^{(1-y_j)}$$

За да е възможно да се свърже стойността y_j на отклика *Y* със стойността *d* се изисква по-специфично предположение за функцията *p(d)*. При логистичният модел тази функция има вида:

$$p\left(d\right) = \frac{e^d}{1+e^d}.$$

Полезността му се състои в това, че дава ясно формулирана функционална връзка между *p(d)* и *d*. Чрез логистичната функция *p(d)* се дефинира:

$$odds = \left[\frac{p(d)}{1-p(d)}\right],$$

което представя отношение на шансовете за попадение в едната или другата категория. Освен това *odds* може да се изчисли от матрицата, която се получава при класификация на предсказаните (получените от модела) и наблюдаваните случай. Ако една такава матрица е $\begin{pmatrix} f_{11} & f_{12} \\ f_{21} & f_{22} \end{pmatrix}$, то $odds = \frac{f_{11} f_{22}}{f_{12} f_{21}}$. След така наречената logit-трансформация на *odds* се получава

$$\ln odds = \ln\left[\frac{p(d)}{1-p(d)}\right] = \ln\left[\frac{\frac{e^d}{1+e^d}}{\frac{1}{1+e^d}}\right] = \ln\left[e^d\right] = d ,$$

която е линейна функция на факторите. Така се достига до следният линеен регресионен модел:

$$\ln\left[\frac{p(d)}{1-p(d)}\right] = d = \beta_0 + \sum_{i=1}^{c}\beta_i x_i$$

След прилагане на многомерна линейна регресия се получават оценките $\hat{\beta}_i$ в горния израз.

За оценка на параметрите на двуизходния модел на логистичната регресия се използва метода на максималното правдоподобие *(maximum likelihood estimation)*.

Нека са дадени са *n* случайни наблюдения над популация и една фиктивна променлива *Y* ($Y=0$ или $Y=1$), която показва на коя група всяко от наблюденията принадлежи. По този начин се наблюдава $y_i = 0$ или $y_i = 1$ за всяко $i = 1,2,...,n$. Наблюденията над всичките *c* фактора са означени с $(x_{i1}, x_{i2}, ...x_{ic})$. Така правдоподобието за i-то наблюдение е

$$p^{y_i}{}_i[1-p_i]^{(1-y_i)} = [p(d_i)]^{y_i}[1-p(d_i)]^{(1-y_i)},$$

където са използвани обичайните означения:

$$d_i = \beta_0 + \sum_{j=1}^{c}\beta_j x_{ij} = x_i^T\beta, \quad \beta^T = (\beta_0, \beta_1, ..., \beta_c,), \quad x_i^T = (1, x_{i1}, x_{i2}, ..., x_{ic}).$$

Тогава за целия модел може да се дефинира функция на правдоподобие *L,* която зависи отфакторите x_i, $i = 1,2,...,n$: $L = \prod_{i=1}^{n}[p(x_i^T\beta)]^{y_i}[1-p(x_i^T\beta)]^{1-y_i}$.

Максимално правдоподобна оценка за коефициентите β се намира чрез максимизация на логаритъма от функцията на правдоподобието по отношение на β, но не може да се получи аналитично решение. Затова може да се използва итеративна процедура на Нютон-Рафсън за получаване на оценката $\tilde{\beta}$, която от своя страна се основава на някаква начална оценка $\hat{\beta}$. Така оценката $\tilde{\beta}$ ще се доближи до максимално правдоподобната, независимо от избора на оценка $\hat{\beta}$. Обикновено се избира $\hat{\beta} = (X^TX)^{-1}X^Ty$, където y е вектор от стойностите y_i, $i = 1,2,...,n$, а $X_{(n\times c)}$ е матрицата от наблюденията.

В логистичната регресия максимално правдоподобна оценка за β се получава чрез решаване система от *(c+1)* уравнения от вида:

$$\sum_{i=1}^{n} p_i x_i = \sum_{i=1}^{n} y_i x_i,$$

където:

$$p_i = \frac{e^{x_i^T\beta}}{1+e^{x_i^T\beta}}$$

Решенията на системата се изразяват чрез $\tilde{\beta}$ и се използват за получаване на оценката

$$\tilde{p}_i = \frac{e^{x_i^T\tilde{\beta}}}{1+e^{x_i^T\tilde{\beta}}}$$

за всяко едно от наблюденията, като сумата $\sum_{i=1}^{n} \tilde{p}_i x_i$ е равна на наблюдаваната

$$\sum_{i=1}^{n} y_i x_i \ .$$

Предвид изложеното за логистичната регресия, може да се направи извода, че намерения вектор от коефициенти $\tilde{\beta}$ при логистичната регресия трябва да се тълкува различно от случая на многомерна линейна регресия, а именно:

- коефициентите $\tilde{\beta}_i$ във вектора $\tilde{\beta}$ трябва да се считат като оценки на $\ln[odds]$;
- нарастване на x_j води до нарастване стойността на израза за *d*, (респективно и на *odds*) с големина стойността на $\tilde{\beta}_j$;
- доверителните интервали за оценките на *odds* са изчислени чрез вземането на експонента от максимум и минимум на асимптотичния доверителен интервал за $\ln[odds]$.

Тестове на хипотези засягащи регресионните коефициенти могат да включват тест за единствен параметър, за няколко параметъра от една регресия, съвместен тест, включващ параметри от различни регресии.

Тестовете за участието в модела на един или повече параметри от една и съща регресия обикновено са построени с тест на Wald, който използва статистиката

$$Q_w = \tilde{\beta}^T [Var(\tilde{\beta})]^{-1} \tilde{\beta} \ ,$$

където $Var(\tilde{\beta})$ е калкулираната субматрица за съответните параметри. Ако нулевата хипотеза е, че намереният *c*-мерен вектор $\tilde{\beta}$ е нулев вектор, то тази статистика има приблизително χ^2 разпределение с *c* степени на свобода.

4. РЕЗУЛТАТИ И ИЗВОДИ

Зависимата променлива (отклика) в настоящата работа е случайна величина *Y*, която представя две категории: *Y=1* за категория «наличие на холедохолитиаза» и *Y=0* за «отсъствие». С пакета STATISTICA 10 [13] бе проведеното моделиране на данните с логистична регресия. От изследваните фактори само три се оказаха статистически значими (*p*-ниво по-малко от 0,05) т.е. прогностични за усложнението холедохолитиаза. Оценените параметри на получения многомерен логистичен модел, както и полученото *p*-ниво от теста на Wald, са поместени в таблицата по-долу.

Таблица 1. Параметри на многомерния логистичния модел.

фактор	$\tilde{\beta}_0$	$\tilde{\beta}_i$	*p* ниво Wald test
ПДД	0,48401	1,58002	0,000000013
Възраст		0,01291	0,000042
Пол		-0,34338	0,00000037

Положителният коефициент (0,01291) пред фактора „Възраст” показва, че с нарастване на възрастта расте вероятността от холедохолитиаза при пациентит с ПДД. Полученият отрицателен коефициент (-0,34338) пред фактора „Пол” (код 0 - мъж, код 1 - жена) е индикатор за това, че вероятността за холедохолитиаза при пациенти с ПДД е по-голяма при мъжете.
От така полученият линеен модел: d(ПДД)=0,484+1,58*ПДД, са пресметнати

$$d(1) = 0,484 + 0,158 * 1 = 0,642$$

$$d(0) = 0,484 + 0,158 * 0 = 0,484$$

съответно при наличие на ПДД (код 1) и при липса на ПДД (код 0).
Тогава за прогнозните вероятности получаваме

$$p[d(0)] = \frac{e^{0,484}}{1+e^{0,484}} = 0,58; \quad p[d(1)] = \frac{e^{0,64}}{1+e^{0,64}} = 0,67$$

т.е. 58% е шансът за развитие на холедохолитиаза при липса на дивертикул и е 67% при наличие на дивертикул.
Построеният математически модел недвусмислено показва ролята на ПДД като предиктор за усложнението холедохолитиаза. Предимство на така разгледания модел е възможността за пресмятане на прогнозните вероятности за появата на усложнението на базата на „профила” на пациента - пол, възраст, ПДД. В обзора на достъпната ни литература не срещнахме подобен анализ за предвиждане на вероятностите.

5. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

От изложеното се вижда, че билиопанкреатичната система и дванадесетопръстника трябва да се разглеждат като единна система - промени в един от компонентите води до промени в другите. Етиологията на усложненията на билиопанкреатичната система е комплексна. Макар и настъпващи с различна честота, всяко от усложненията е добре да се изследва както самостоятелно, така и като част от пъстрата палитра на патологията в тази зона. ПДД е само част от тази етиология. Проучването на зависимостта й от него допринася за възможна оценка на риск от конкретни усложнения. Извършеният статистически анализ установи, че периампулярният дуоденален дивертикул е предиктор за усложнението холедохолитиаза.

ЛИТЕРАТУРА

[1] Binmoeller KF, Schafer TW. (2001), Endoscopic Managemant of Bile Duct Stones. J Clin Gastroenterol, vol. 32 (2), pp. 106-118.

[2] Christoforidis E, Goulimaris I, Kanellos I, Tsalis K, Dadoukis I. (2002), The role of juxtapapillary duodenal diverticula in biliary stone disease. Gastrointest Endosc., vol. 55 (4), pp. 543-547.

[3] Halwan B, Sakai P, Bhutani MS. (2009), Prospective randomized trial of EUS versus ERCP-guided common bile duct stone removal: an interim report . Gastroint Endosc,vol. 69 (2), pp. 238-243

[4] Karayiannakis AJ, Bolanaki H, Courcoutsakis N, Kouklakis G, Moustafa E, Prassopoulos P, Simopoulos C.(2012), Common bile duct obstruction secondary to a periampullary diverticulum.Case Rep. Gastroenterol, vol. 6 (2), pp. 523-529.

[5] Li ZH, Chen M, Liu JK, Ding J, Dong J. H.(2005), Endoscopic shincterotomy in treatment of cholangiopancreatic diseases. World J Gastroenterol, vol. 11 (17), pp. 2678-2680

[6] Zajac A, Solecki R., Kruszyna T, Krzeszowiak J. (2005), Duodenal diverticula and choledocholithiasis in own material, Przegl Lek., vol. 62 (12), pp. 1398-1400.

[7] Vagholkar K, Tople S. (2012), Duodenal diverticulum.(Disease/Disorder overview), Internet Journal of Surgery , September 21.

[8] Prodanova K., Pashkunova S. (2013), Modelling data for complications in diabetics using Logistic regression, Pliska Stud. Math. Bulgar., vol. 22, pp. 143-158.

[9] S.Dineva, Prodanova K., Mlachkova D. (2014), Modeling Data for Pancreatitis in Presence of a Duodendal Diverticula using Logistic Regression, AIP Conference Proceedings, vol. 1570, pp. 39-44.

[10] Negreva M., Georgiev S., Prodanova K. (2016), Significant Increase in C-Reaitive Protein and Serum Amyloid A in the Early Hours of Paroxymal Atrial Fibrillation, Cardiol Res, vol. 7 (1), pp. 1-8.

[11] Usunova Y., Prodanova K., Spasov L. (2016), Prediction of Early Postoperative Infections in Pediatric Liver Transplantation by Logistic Regression, AIP Conference Proceedings (in press).

[12] Jobson, J. D. (1991), Applied Multivariate Data Analysis, Springer Verlag.

[13] StatSoft, Inc., STATISTICA Manual (Data analysis software system), Version 10.0, 2010.

Автори: д-р Стоянка Динева, д.м., Клиника по образна диагностика, МИ на МВР-София, email: *dineva_g@abv.bg*; Красимира Проданова проф. д-р, катедра „Стохастика и оптимиране", Факултет Приложна Математика и Информатика, ТУ София, *email: kprod@tu-sofia.bg*; д-р Пламен Гецов, д.м., Клиника по образна диагностика, УМБАЛ "Царица Йоанна-ИСУЛ", д-р Борислав Владимиров, професор, Клиничен център по гастроентерология, УМБАЛ „Царица Йоанна-ИСУЛ"

Постъпила на 15.22.2016 г. **Рецензент:** доц. д-р Лиляна Топчийска