ISSN 1311-0829

ГОДИШНИК НА ТЕХНИЧЕСКИ УНИВЕРСИТЕТ-СОФИЯ
том 67, книга 2, 2017

МЕЖДУНАРОДНА КОНФЕРЕНЦИЯ АВТОМАТИКА'2017, ФА
ФАКУЛТЕТ АВТОМАТИКА
02 - 04 юни 2017 г., Созопол, България

PROCEEDINGS OF TECHNICAL UNIVERSITY OF SOFIA
Volume 67, Issue 2, 2017

INTERNATIONAL CONFERENCE AUTOMATICS'2016, FA
FACULTY OF AUTOMATICS
June 02 - 04, 2017, Sozopol, Bulgaria

РЕДАКЦИОННА КОЛЕГИЯ

главен редактор

проф. дтн Емил НИКОЛОВ

зам. главен редактор

проф. дтн Елена ШОЙКОВА

членове

проф. дтн Георги ПОПОВ
проф. дтн Иван КОРОБКО
проф. дфн Иван УЗУНОВ
проф. дтн Иван ЯЧЕВ
проф. дтн Кети ПЕЕВА
проф. дтн Ганчо БОЖИЛОВ
проф. д-р Бончо БОНЕВ
проф. д-р Евелина ПЕНЧЕВА
проф. д-р Иво МАЛАКОВ
проф. д-р Младен ВЕЛЕВ
проф. д-р Огнян НАКОВ

секретар-организатор

инж. Мария ДУХЛЕВА

EDITORIAL BOARD

Editor -in -Chief

Prof. D.Sc. Emil NIKOLOV

Editor -in -Vice -Chief

Prof. D.Sc. Elena SHOYKOVA

Editors

Prof. D.Sc. Georgi POPOV
Prof. D.Sc. Ivan KOROBKO
Prof. D.Sc. Ivan UZUNOV
Prof. D.Sc. Ivan YACHEV
Prof. D.Sc. Keti PEEVA
Prof. D.Sc. Gantcho BOJILOV
Prof. Ph.D. Boncho BONEV
Prof. Ph.D. Evelina PENCHEVA
Prof. Ph.D. Ivo MALAKOV
Prof. Ph.D. Mladen VELEV
Prof. Ph.D. Ognyan NAKOV

Organizing Secretary

Eng. Maria DUHLEVA

Технически университет-София
София 1000, бул."Кл. Охридски" 8
България http://tu-sofia.bg

Technical University of Sofia
Sofia, 1000, boul. Kliment Ohridski 8
Bulgaria http://tu-sofia.bg

© Технически Университет-София
© Technical University of Sofia
All rights reserved

ISSN 1311-0829

ТЕХНИЧЕСКИ УНИВЕРСИТЕТ - СОФИЯ
ФАКУЛТЕТ АВТОМАТИКА

форум

„ДНИ НА НАУКАТА НА ТУ-СОФИЯ“ Созопол’2017

МЕЖДУНАРОДНА КОНФЕРЕНЦИЯ

АВТОМАТИКА’2017, ФА

Созопол 02.06. - 04.06.2017

ПРОГРАМЕН КОМИТЕТ

почетен председател

Емил Николов (BG)

председател

Нина Николова (BG)

членове

Петко	**Петков**	(BG)	**Хасан**	**Абуайса**	(FR)
Тодор	**Йонков**	(BG)	**Даниел**	**Жоли**	(FR)
Снежана	**Йорданова**	(BG)	**Жил**	**Гонкалвес**	(FR)
Валери	**Младенов**	(BG)	**Николай**	**Христов**	(FR)
Емил	**Гарипов**	(BG)	**Стефан**	**Козак**	(SK)
Пламен	**Цветков**	(BG)	**Алена**	**Козакова**	(SK)
Живко	**Георгиев**	(BG)	**Снежана**	**Терзиева**	(BG)
Михо	**Михов**	(BG)	**Теофана**	**Пулева**	(BG)
Васил	**Гълъбов**	(BG)			

ОРГАНИЗАЦИОНЕН КОМИТЕТ

председател

Владислав Славов

зам. председател

Антония Панделова

членове

Александър Ищев
Владимир Христов
Станислав Енев

ТЕХНИЧЕСКИ КОМИТЕТ

координатор

Антония Панделова

системен администратор

Александър Маринчев

организационен секретар

Мая Стойчева

TECHNICAL UNIVERSITY - SOFIA
FACULTY OF AUTOMATICS

Forum

„DAYS OF SCIENCE OF TU-SOFIA“ Sozopol'2017

FACULTY OF AUTOMATICS

INTERNATIONAL CONFERENCE

AUTOMATICS'2017, FA

June 02 - 04, 2017, Sozopol, Bulgaria

PROGRAM COMMITTEEE

honorable chair of PC

Emil Nikolov (BG)

chair of PC

Nina Nikolova (BG)

members of PC

Petko	**Petkov**	(BG)	**Hassane**	**Abouaïssa**	(FR)
Todor	**Ionkov**	(BG)	**Daniel**	**Jolly**	(FR)
Snejana	**Yordanova**	(BG)	**Gilles**	**Gonçalves**	(FR)
Valeri	**Mladenov**	(BG)	**Nicolai**	**Christov**	(FR)
Emil	**Garipov**	(BG)	**Stefan**	**Kozak**	(SK)
Plamen	**Tzvetkov**	(BG)	**Alena**	**Kozáková**	(SK)
Jivko	**Georgiev**	(BG)	**Snejana**	**Terzieva**	(BG)
Mikho	**Mikhov**	(BG)	**Teofana**	**Puleva**	(BG)
Vasil	**Galabov**	(BG)			

ORGANIZING COMMITTEE

chair of OC

Vladislav Slavov

vice chair of OS

Antonia Pandelova

members of OC

Aleksandar Ishtev
Vladimir Hristov
Stanislav Enev

TECHNICAL COMMITTEE

coordinator

Antonia Pandelova

system administrator

Alexandar Marinchev

organizing secretary

Maya Stoycheva

СЪДЪРЖАНИЕ том 67, книга 2

АВТОМАТИКА

1. **Дочо Цанков, Евтим Йончев, Тодор Йонков** **15**
   Реализация и експериментално изследване на система: рекуперативен импулсен преобразувател-тягов постояннотоков електродвигател

2. **Христо Стоянов, Тодор Йонков** **25**
   Управление на климатична камера за поддържане на температура и качество на въздуха в конферентни зали

3. **Владимир Христов** **33**
   Концепции и аспекти в развитието на електромобилите

4. **Камен Христов** **43**
   Методи за повишаване на енергийната ефективност при изграждане на асинхронни електрозадвижвания

5. **Иван Аврамов, Людмил Спиров, Никола Ценов, Владислав Викторов, Стефан Ангелов, Димитър Георгиев** **51**
   Развитие и усъвършенстване на функционалните възможности и локомоционните поведения на учебно - демонстрационни прототипи от малки хуманоидни роботи (част 1 - инженерно представяне на малките хуманоидни роботи и някои първи апробации)

6. **Иван Аврамов, Людмил Спиров, Никола Ценов, Владислав Викторов, Димитър Георгиев, Стефан Ангелов** **61**
   Развитие и усъвършенстване на функционалните възможности и локомоционните поведения на учебно - демонстрационни прототипи от малки хуманоидни роботи (част 2 - реални експерименти и виртуални 3D CAD моделни приложения, с цел, усъвършенствания и нови функционалности)

7. **Найден Шиваров, Денис Чикуртев, Ивайло Рангелов, Александър Гигов, Недко Шиваров** **71**
   Сензорна система за идентификация на препятствия при сервизни мобилни роботи

8. **Nikolay Bratovanov, Zlatko Sotirov, Vladimir Zamanov** **81**
   Modeling and Simulation of Overconstrained Closed-Loop Mechanisms

9. **Емил Николов** **91**
   Функционална параметризация на динамични системи при априорна неопределеност

10. **Нина Николова** **101**
    Репетитивни системи за елиминиране на периодична грешка по измерване

11. **Весела Карлова-Сергиева, Александър Маринчев** **111**
    Робастно управление на обект с регулируема величина ниво

12. **Станислав Енев** **121**
    Субоптимално, по разход на гориво, управление на системи от втори ред с реални полюси

13. **Александър Маринчев** 127
Решение на целочислена линейна оптимизационна задача посредством логическо програмиране

14. **Борис С. Грасиани** 133
Фрактално управление на пневматично позициониращо устройство

15. **Борис С. Грасиани** 143
Фрактално репетитивно управление на пневматично позициониращо устройство

16. **Кирил Борисов, Десислава Стоицева-Деличева, Васил Гълъбов** 153
Интердисциплинарен подход за изследване на някои психологически характеристики

17. **Йорданка Генова Дунчева** 161
Уейвлет анализ на хидрометеорологични времеви редове за седем български града

18. **Галина Чернева** 171
Фрактални модели за апроксимация на случайни процеси

19. **Димитринка Владева** 177
Проекциите на k-симплекс върху най-малките подсимплекси от произволен ред са диференцирания

20. **Димитринка Владева** 187
Проекциите на k-симплекс върху най-големите подсимплекси от произволен ред са диференцирания

21. **Десислава Стоицева-Деличева, Борис Киров, Мартин Маринов** 197
Разработване на програмно осигуряване за автоматизирано изграждане на виртуални метаболитни мрежи

22. **Борис Киров, Десислава Стоицева-Деличева, Мартин Маринов** 205
Алгоритъм за анализ на баланса на потоците в метаболитни мрежи чрез рекурентни зависимости

23. **Емил Гарипов** 213
Непрекъснат регулатор на Далин в схема на предиктор на Смит

24. **Цоньо Славов, Теофана Пулева** 223
Линейно квадратично управление на мощността на ветрогенератор

25. **Цоньо Славов, Йордан Кралев, Петко Петков** 233
Хардуерна симулация на ПИД регулатор за управление на система количка-махало

26. **Валентин Димитров, Алена Козакова, Йордан Кралев** 243
Цифрово управление на температурата на почвата за стайни растения

27. **Камен Перев** 253
Ортогонална апроксимация на нелинейни системи описани в ред на Волтера

28. **Божидар Раков, Георги Ружеков** 263
Програмна среда за проектиране на PLC ПИД управление на обект с два входа и два изхода

29. **Аспарух Марковски** 273
Учебна система "Hardware in the Loop"

30. **Йордан Кралев, Борислав Иванов, Иван Евг. Иванов, Андрей Йончев, Десислава Георгиева** 279
Един подход за управление на перфузионна помпа при нанофилтрация

31. **Димитър Юруков** 287
Методи за моделиране и управление на процесите в циментова пещ

32. **Христина Стойчева, Драгомир Чантов** 297
Проектиране на синхронизационни схеми на хаотични системи с изменящи се параметри на основата на втория метод за устойчивост на Ляпунов

33. **Стоян Димитров** 307
Последователни безквадратни числа от специален вид

34. **Стоян Димитров** 317
Диофантово неравенство с четири прости числа от специален вид

35. **Веселина Трашлиева** 327
Анализ на краткосрочна оптимизация на режима по активна мощност чрез множители на Лагранж

36. **Никола Георгиев, Василина Златанова, Снежана Терзиева** 337
Изследване на тактилни сензори с електропроводими еластомери захранвани с периодично несинусоидално напрежение

37. **Атанас Червенков, Тодорка Червенкова, Атанас Янев** 345
Симулиране на трифазен инвертор за квази-синусоидално напрежение

38. **Стоян Кирилов, Валери Младенов** 353
Изследване на зависимостите между ефективните стойности на входното и изходното напрежения и честотата на мемристорно-резисторна верига

39. **Zhivko Georgiev, Ivan Trushev, Atanas Chervenkov** 361
Transient and Steady-State Analysis of Electrical Circuits Supplied by Sequence of Rectangular Pulses by Z - Transform

40. **Симона Петракиева, Владимир Балабанов** 371
Web-базирано приложение за следене и управление на наличности в склад

41. **Илона Ячева, Малина Димитрова, Николина Петкова** 381
3D моделиране на разпределението на електромагнитно поле в близост до електропровод 400 kV

42. **Илона Ячева** 389
Определяне на параметри и зависимости в електромагнитни системи на базата на числено моделиране на електромагнитно поле

CONTENTS volume 67, Issue 2

AUTOMATICS

1. Docho Tsankov, Evtim Yonchev, Todor Ionkov 15
The Realization and Experimental Study of System Regenerating Pulse Converter - Traction DC Motor

2. Hristo Stoyanov, Todor Ionkov 25
Demand-Controlled Air Handling Unit for Conference Room Temperature and Indoor Air Quality Control

3. Vladimir Hristov 33
Concepts and Aspects in the Development of Electric Vehicle

4. Kamen Hristov 43
Method and Approaches of Increasing the Energy Efficiency at Developing of Asynchronous Drives

5. Ivan Avramov, Lyudmil Spirov, Nikola Tsenov, Vladislav Viktorov, Stefan Angelov, Dimitar Georgiev 51
Development and Improvement of Functional Opportunities and Locomotion Behaviors of Study - Demonstration Prototypes of Small Humanoid Robots (Part One - Engineering Representation of Small Humanoid Robots and Some Initial Attempts)

6. Ivan Avramov, Lyudmil Spirov, Nikola Tsenov, Vladislav Viktorov, Dimitar Georgiev, Stefan Angelov 61
Development and Improvement of Functional Opportunities and Locomotion Behaviors of Study - Demonstration Prototypes of Small Humanoid Robots (Part Two - Real Experiments and Virtual 3D CAD Model Applications for Improvement and New Functionalities)

7. Nayden Chivarov, Denis Chikurtev, Ivaylo Rangelov, Aleksandar Gigov, Nedko Shivarov 71
Sensor System for Identification of Obstacles for Service Mobile Robots

8. Nikolay Bratovanov, Zlatko Sotirov, Vladimir Zamanov 81
Modeling and Simulation of Overconstrained Closed-Loop Mechanisms

9. Emil Nikolov 91
Functional Parameterization of Dynamic Systems in a Priory Uncertainty

10. Nina Nikolova 101
Repetitive Systems for Eliminating Periodic Measurement Error

11. Vessela Karlova-Sergieva, Alexander Marinchev 111
Robust Level Control of Tank System

12. Stanislav Enev 121
Suboptimal Minimum-Fuel Control Policies for Second-Order Over Damped Systems

13. Alexander Marinchev 127
Solution of Integer Linear Optimization Problem Through Logical Programming

14. Boris S. Grasiani 133
Fractional Control of a Pneumatic Positioning Device

15. Boris S. Grasiani 143
Fractional Repetitive Control of a Pneumatic Positioning Device

16. Kiril Borisov, Desislava Stoitseva-Delicheva, Vasil Galabov 153
Interdisciplinary Approach for Evaluation of Some Psychological Aspects

17. Iordanka Guenova Dountcheva 161
Wavelet Analysis of Hydrometeorological Time Series for Seven Bulgarian Locations

18. Galina Cherneva 171
Fractal Models for Approximation of Random Processes

19. Dimitrinka Vladeva 177
The projections of k-Simplex Onto the Smallest Subsimplices of Arbitrary Type Are Derivations

20. Dimitrinka Vladeva 187
The Projections of k-Simplex Onto the Greatests Subsimplices of Arbitrary Type Are Derivations

21. Desislava Stoitseva-Delicheva, Boris Kirov, Martin Marinov 197
Engineering of Software for Virtual Metabolic Networks Automated Construction

22. Boris Kirov, Desislava Stoitseva-Delicheva, Martin Marinov 205
Metabolic Network Flux Balance Analysis Algorithm Based on Recurrence Relations

23. Emil Garipov 213
Continuous Time Dahlin Controller in a Scheme of Smith Predictor

24. Tsonyo Slavov, Teofana Puleva 223
LQR Power Control of Wind Generator

25. Tsonyo Slavov, Jordan Kralev, Petko Petkov 233
HIL Simulation of PID Controller for Control of Inverted Pendulum-Cart

26. Valentin Dimitrov, Alena Kozakova, Jordan Kralev 243
Digital Control of Soil Temperature for Growing Plants Indoors

27. Kamen Perev 253
Orthogonal Approximation for the Volterra Series Model of Nonlinear Systems

28. Bozhidar Rakov, Georgi Ruzhekov 263
Program environment for PLC PID Control Design of a Plant with Two Inputs and Two Outputs

29. Asparuh Markovski 273
Laboratory System "Hardware in the Loop"

30. Jordan Kralev, Borislav Ivanov, Ivan Evg. Ivanov, Andey Yonchev, Desislava Georgieva 279
An Approach for Perfusion Pump Control for Nanofiltering

31. Dimitar Yurukov 287
Cement Dry Rotary Kiln Processes Modeling and Control Methods

32. Hristina Stoycheva, Dragomir Chantov 297
Design of Synchronization Schemes of Chaotic Systems with Changing Parameters Based on Lyapunov Second Method of Stability

33. Stoyan Dimitrov 307
Consecutive Square-Free Numbers of a Special Form

34. Stoyan Dimitrov 317
A Quaternary Diophantine Inequality by Prime Numbers of a Special Type

35. Vesselina Trashlieva 327
Lagrange Multipliers Application in a Short-Term Optimal Power Scheduling Post-Optimal Analysis

36. Nikola Georgiev, Vasilina Zlatanova, Snejana Terzieva 337
Investigation of Tactile Sensors with Conductive Elastomers Powered by Periodic Non-Sinusoidal voltage

37. Atanas Chervenkov, Todorka Chervenkova, Atanas Yanev 345
Simulation of Three-Phase Invertor for Quasi-Sinusoidal Voltage

38. Stoyan Kirilov, Valeri Mladenov 353
Analysis of the Relationships Between the Effective Values of the Input and Output Voltages and the Frequency of a Memristor-Resistor Circuit

39. Zhivko Georgiev, Ivan Trushev, Atanas Chervenkov 361
Transient and Steady-State Analysis of Electrical Circuits Supplied by Sequence of Rectangular Pulses by Z - Transform

40. Simona Petrakieva, Vladimir Balabanov 371
Web-Based Application for Monitoring and Control the Stocks in Storage

41. Ilona Iatcheva, Malina Dimitrova, Nikolina Petkova 381
3D Modelling of the Electromagnetic Field Distribution in the Vicinity of 400 kV Power Line

42. Ilona Iatcheva 389
Determination of Parameters and Dependencies in Electromagnetic Systems, Based on Numerical Modeling of Electromagnetic Field Distribution

Author's Index - Volume 67, Issue 2

	author	article		author	article
1.	Aleksandar Gigov	71	36.	Kiril Borisov	153
2.	Alena Kozakova	243	37.	Lyudmil Spirov	51, 61
3.	Alexander Marinchev	111, 127	38.	Malina Dimitrova	381
4.	Andey Yonchev	279	39.	Martin Marinov	197, 205
5.	Asparuh Markovski	273	40.	Nayden Chivarov	71
6.	Atanas Chervenkov	345, 361	41.	Nedko Shivarov	71
7.	Atanas Yanev	345	42.	Nikola Georgiev	337
8.	Boris Kirov	197, 205	43.	Nikola Tsenov	51, 61
9.	Boris S. Grasiani	133, 143	44.	Nikolay Bratovanov	81
10.	Borislav Ivanov	279	45.	Nikolina Petkova	381
11.	Bozhidar Rakov	263	46.	Nina Nikolova	101
12.	Denis Chikurtev	71	47.	Petko Petkov	233
13.	Desislava Georgieva	279	48.	Simona Petrakieva	371
14.	Desislava Stoitseva-Delicheva	153, 197, 205	49.	Snejana Terzieva	337
15.	Dimitar Georgiev	51, 61	50.	Stanislav Enev	121
16.	Dimitar Yurukov	287	51.	Stefan Angelov	51, 61
17.	Dimitrinka Vladeva	177, 187	52.	Stoyan Dimitrov	307, 317
18.	Docho Tsankov	15	53.	Stoyan Kirilov	353
19.	Dragomir Chantov	297	54.	Teofana Puleva	223
20.	Emil Garipov	213	55.	Todor Ionkov	15, 25
21.	Emil Nikolov	91	56.	Todorka Chervenkova,	345
22.	Evtim Yonchev	15	57.	Tsonyo Slavov	223, 233
23.	Galina Cherneva	171	58.	Valentin Dimitrov	243
24.	Georgi Ruzhekov	263	59.	Valeri Mladenov	353
25.	Hristina Stoycheva	297	60.	Vasil Galabov	153
26.	Hristo Stoyanov	25	61.	Vasilina Zlatanova	337
27.	Ilona Iatcheva	381, 389	62.	Vessela Karlova-Sergieva	111
28.	Iordanka Guenova Dountcheva	161	63.	Vesselina Trashlieva	327
29.	Ivan Avramov	51, 61	64.	Vladimir Balabanov	371
30.	Ivan Evg. Ivanov	279	65.	Vladimir Hristov	33
31.	Ivan Trushev	361	66.	Vladimir Zamanov	81
32.	Ivaylo Rangelov	71	67.	Vladislav Viktorov	51, 61
33.	Jordan Kralev	233, 243, 279	68.	Zhivko Georgiev	361
34.	Kamen Hristov	43	69.	Zlatko Sotirov	81
35.	Kamen Perev	253			

PROCEEDINGS OF TECHNICAL UNIVERSITY OF SOFIA

Volume 67 Issue 2 (2017)

pages	articles	authors
396	42	69

РЕАЛИЗАЦИЯ И ЕКСПЕРИМЕНТАЛНО ИЗСЛЕДВАНЕ НА СИСТЕМА: РЕКУПЕРАТИВЕН ИМПУЛСЕН ПРЕОБРАЗУВАТЕЛ – ТЯГОВ ПОСТОЯННОТОКОВ ЕЛЕКТРОДВИГАТЕЛ

Дочо Цанков, Евтим Йончев, Тодор Йонков

Резюме: *В представената работа е предложена реализация на рекуперативен импулсен преобразувател, базирана на биполярен полупроводников ключ. Създаден е драйвер за силовия ключ с нелинейна отрицателна обратна връзка по напрежение колектор-емитер. Извършено е експериментално изследване на статични, динамични и енергийни показатели на системата.*
Ключови думи: *тягов двигател за постоянен ток, рекуперативно спиране, драйвер за силовия ключ, импулсен преобразувател*

THE REALIZATION AND EXPERIMENTAL STUDY OF SYSTEM REGENERATING PULSE CONVERTER - TRACTION DC MOTOR

Docho Tsankov, Evtim Yonchev, Todor Ionkov

Abstract*: In the present work is proposed results of experimental study of dynamic and energy performance of a system recuperative pulse converter - traction motor. It was created driver for power switch with voltage collector emitter nonlinear negative feedback loop. There is made experimental study of static, dynamic and energy performance of the system*
Keywords: *traction DC motor, recuperative braking, power transistor driver, power converter*

1. ВЪВЕДЕНИЕ

Световните тенденции, свързани със замърсяването на въздуха, и непрекъснато покачващата се цена на природните горива принуждава производителите на транспортни средства да се развиват в областта на електрозадвижванията. Тяговите постояннотокови електродвигатели със своите механични характеристики представят класическия подход за приложение на електрозадвижване в транспорта. Опростената скоростна диаграма за различните транспортни средства е циклична трапецоидална с редки случаи на реверсиране по скорост. Режимите на ускоряване и забавяне приведни към вала на задвижващия двигател изискват едновременно ограничаване и реверсиране на момента му. От гледна точка на електрозадвижването тези режими изискват двуквадрантен преобразувател с реверсиране по ток.

Извършеното теоретико-симулационно изследване [1] на нов тип импулсен пре-

© 2017 Publishing House of Technical University of Sofia
All rights reserved

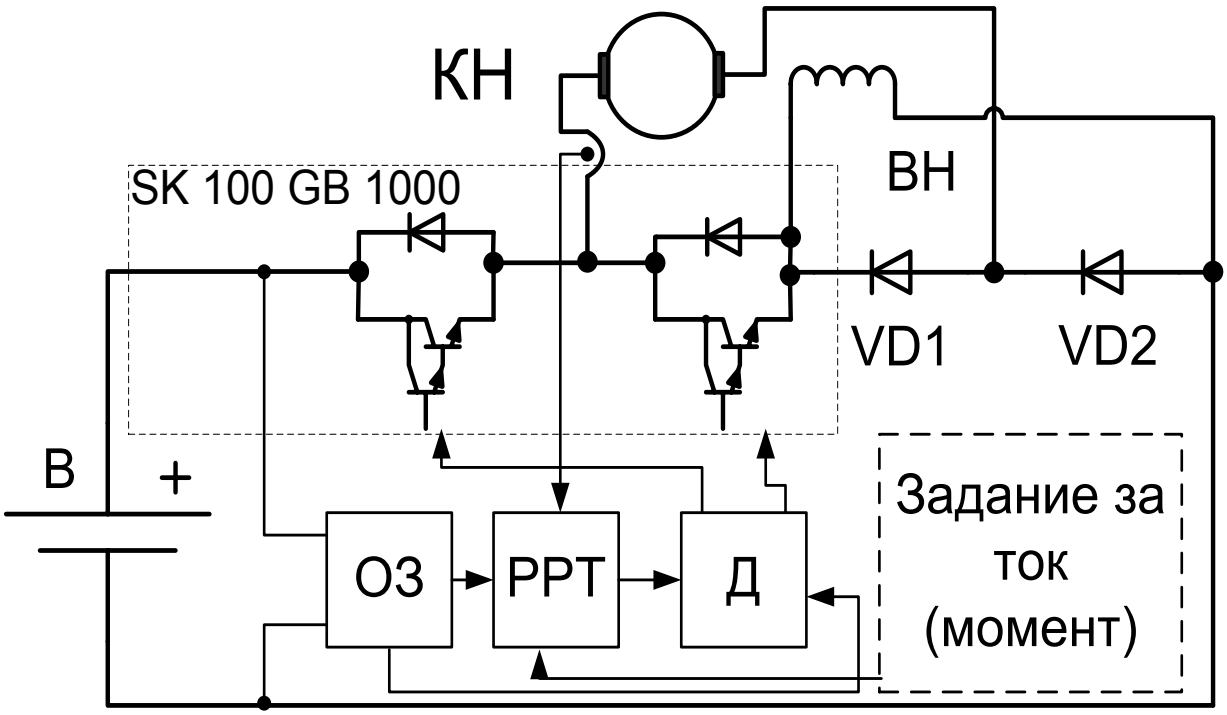
ISSN 1311-0829

образувател предполага успешната реализация на дуквадрантно тягово постояннотоково електрозадвижване с възможности за връщане на енергия в захранващия източник. Ако възможността за реверсиране на момента на двигателя зависи от топологията на силовия преобразувател, то ограничението на момента на двигателя е свързано с управлението му.

Акцентът в настоящата работа е върху практическата реализация и експерименталното изследване на система за тягово електрозадвижване с двустранен обмен на енергия.

2. ФУНКЦИОНАЛНА СХЕМА НА СИСТЕМАТА

Системата за електрозадвижване е изградена с контур за управление по ток. След сравнителен анализ на методите за управление на импулсни преобразователи от този тип е избрана като реализация на стратегия, базирана на релейното управление. Последната се налага със своята проста апаратна реализация при наличие на оптимално бързо действие, необходимо за точното ограничение на максималния момент на двигателя в преходни режими.

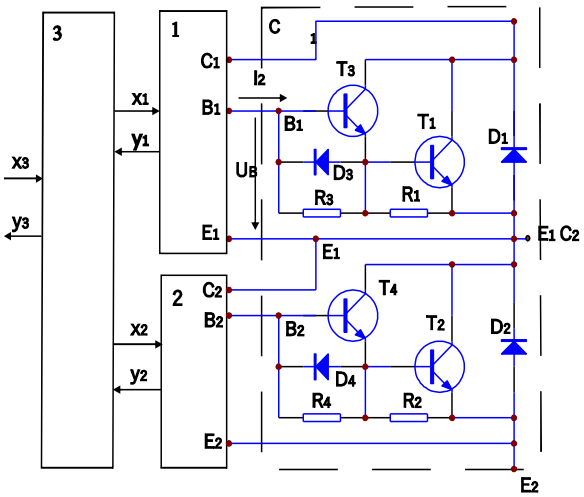


Фиг.1. Функционална схема на системата рекуперативен импулсен преобразувател - тягов електродвигател

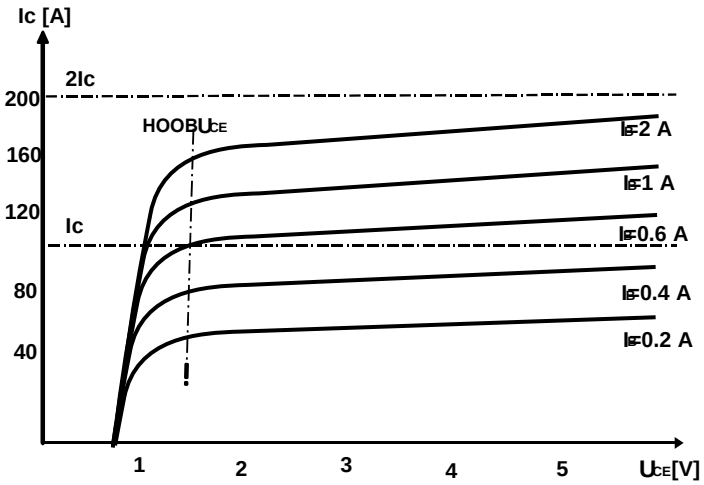
Компромисът, който бе приет, е свързан с трудностите по физическото реализиране на контура с обратната връзка по ток поради чувствителност към елелектромагнитни и капацитивни смущения.

3. РЕАЛИЗАЦИЯ НА ОСНОВНИ БЛОКОВЕ ОТ СИЛОВАТА ЧАСТ – ДРАЙВЕР ЗА УПРАВЛЕНИЕ НА БИПОЛЯРЕН КЛЮЧ

За управление на силовия биполярен транзисторен модул [2] е използван драйвер, реализиран с блокове 1 – 3 от фиг.2.



Фиг.2. Блокова схема на драйвер за управление на биполярен силов ключ



Фиг.3. Статични характеристики на биполярен силов ключ SK 100 GB 1000

Тази конфигурация е известна като модулно изпълнение на рамо от мостова схема на импулсен преобразувател и фирми като Semikron го означават с GB – SK 100 GB 1000.

Всеки един от силовите ключове се управлява от съответните блокове 1 и 2, а блок 3 трябва да изключи възможността T_1 и T_2 да бъдат едновременно в отпушено състояние.

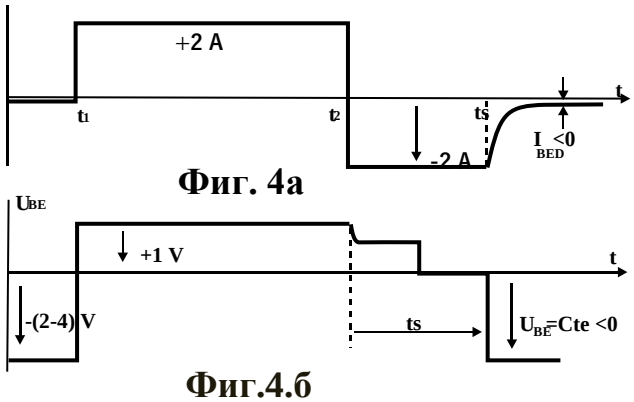
Поради високите потенциали между блоковете се налага галванично разделяне на информационните сигнали (X1; Y1) и (X2; Y2). Управляващите сигнали X1 и X2 и информационните сигнали за състояние на блокове 1 и 2 – Y1 и Y2 са логически сигнали.

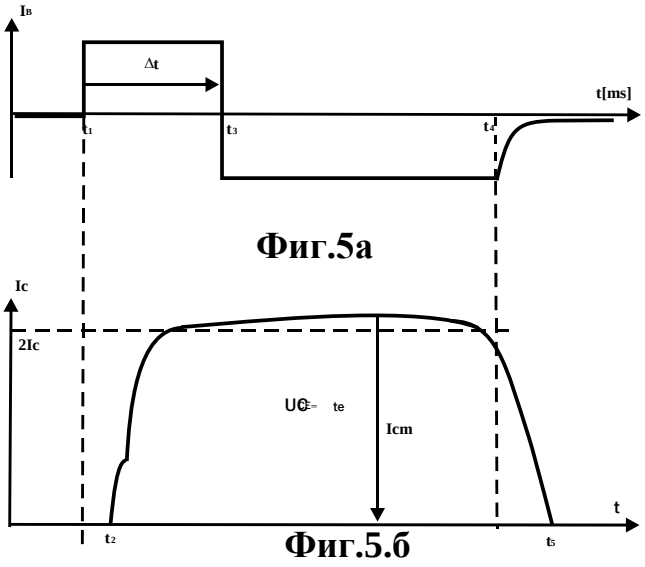
Блок 3 е с управляващ сигнал X3, чийто знак се ползва за определяне на отпушеното състояние на всеки един от управляваните транзистори T_1 и T_2. Z_3 е сигнал, който разрешава изпълнението на X3. При неразрешено изпълнение на X3 ($Z_3 = 0$) двата транзистора T_1 и T_2 са запушени. Изходният сигнал Y3 (с две логически нива) е информационен сигнал за състояние на схемата за управление.

Всеки един от блоковете 1 и 2 е с изход, свързан с базата и емитера на съответния силов транзистор, а връзката към колектора се използва за контрол на състоянието чрез напрежението U_{CE}. Изходните променливи U_B и I_B са съответно напрежение U_{BE} и ток на базата на управляващия транзистор. На фиг.2 са дефинирани положителните посоки, които съвпадат с действителните при отпушен транзистор.

На фиг.3 е показано семейство волт-амперни характеристики на силовия транзисторен ключ с максимален продължителен ток в отпушено състояние $I_C = 100$ A. Параметър, който се променя, за да се получи това семейство, е токът на базата I_B. Ако работната точка е в общия участък на волт-амперните характеристики, транзисторът е в дълбоко наситено състояние, нисък коефициент на предаване на ток h_{21E} и с голям излишък на токоносители. Това е причина за

увеличено времезакъснение при запушване t_S (фиг.4.б). С цената на увеличено напрежение в отпушено състояние U_{CEsat} е възможно чувствително да се увеличи h_{21E} и да се намали времезакъснението t_S. Това решение би могло да се постигне чрез въвеждане на нелинейна отрицателна обратна връзка по $U_{CE\min}$, която ще управлява големината на базовия ток I_B. Поради изискване за бързодействие не би било ефективно да се използва интегрална съставяща в регулатора. Ето защо той е пропорционален и следователно работещ със статична грешка. Волтамперната характеристика с въведена такава обратна връзка е показана на фиг.3 с прекъсната линия. Най-простите решения са известни в литературата като "антинасищащи вериги". От фиг.3 се вижда, че биполярният транзистор заедно с източника на напрежение U_{CE} има качества на източник на ток, т.е. $\frac{dU_{CE}}{dI_C}$ има голяма стойност в наситения участък. В този случай напрежението U_{CE} може да се разглежда като смущаващо въздействие върху колекторния ток I_C задаван с управляващото – ток на базата I_B.



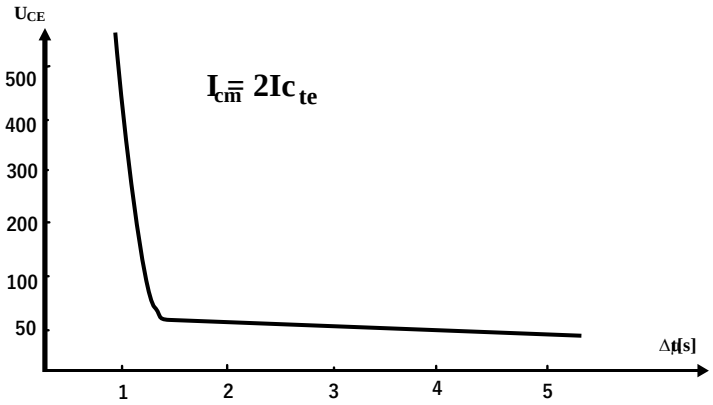


Това определя и изходната променлива на блокове 1 и 2 – ток I_B, като управляваща за обекта $T_1(T_2)$. За намаляване на съставните на общото време за запушване на отпушения транзистор е целесъобразно токът I_B да получава отрицателна стойност, т.е. източникът на ток I_B да е реверсируем. На фиг.4 са показани диаграмите на тока $I_B(t)$ и напрежението $U_{BE}(t)$ на транзисторния ключ при отпушване с ток $I_B = 2A$ и запушване с $I_B = -2A$. В момента t_2 след реверсиране на I_B се получава спад на напрежението U_{BE} за време, определено от заряда на прехода BE на T_3. Следва втори спад на U_{BE} с времетраене определено от прехода BE на T_1 и в края на тези два интервала (времетраенето t_s), напрежението U_{BE} рязко нараства към отрицателни стойности, I_B намалява по модул и клони към ток определен основно от $U_{BE\max} < 0$; U_{D3} и R_1. Явно е, че източникът на ток I_B трябва да смени структурата си и да влезе в ролята на стабилизатор на

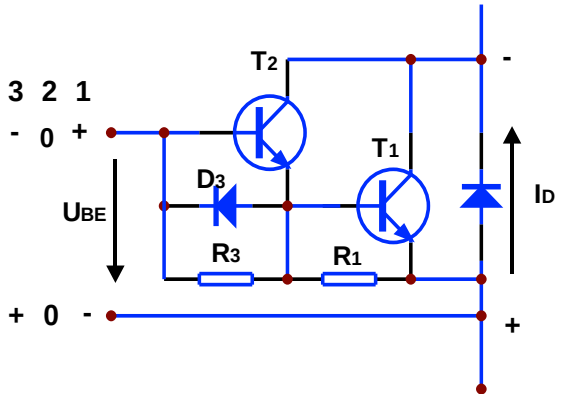
обратното напрежение $U_{BE} < 0$. В противен случай ако обратното напрежение надвиши напрежението на ценеров пробив на T_1, при този значителен ток I_B се получава топлинен пробив на прехода ЕВ и необратим дефект на транзисторния ключ.

С цел предпазване на транзисторния ключ от изгаряне при опит за отпушване с дефект в силовата верига, който може да се дължи най-често на късо съединение в товара, е приложен пробен отпушващ импулс $I_{B(\Delta t)}$ с минимално необходимата при нормално състояние продължителност Δt, определена от времето за възстановяване на обратния диод на другия ключ в модула. Ако през времето Δt напрежението U_{CE} не се понижава до U_{CEsat}, токът I_B се реверсира и се преминава към запушване на транзистора. На фиг.5.а и фиг.5.б са показани диаграмите съответно на $I_B(t)$ и $I_C(t)$ при $U_{CE\max} = Cte$. Управлението на транзистора трябва да осигури ограничение на максималния колекторен ток до $I_{Cm} \le 2.I_C$. При този режим поради огромната мощност, разсейвана като топлина в кристала на транзистора, се получава увеличение на температурата и на т.н. топлинни токоносители. От друга страна I_{Cm}, U_{CEm} и времетраенето $(t_2 \div t_5)$ трябва да фиксират работната точка в областта на безопасна работа при отпушване (FBSOA). За ограничаване на максималния колекторен ток $I_{CM} \le 2I_C$ може да се управлява транзисторът по два начина. Първият е чрез амплитудата на I_B и постоянна продължителност на пробния импулс $\Delta t = Cte$, а вторият начин е чрез $I_B = Cte$ и $\Delta t = \varphi(U_{CE})$. На фиг.6 е показана графично експериментално снета последната функционална зависимост $\Delta t = \varphi(U_{CE})$ при ток $I_{Cm} = 2.I_C$. В интервала на ниските напрежения $U_{CE} < 70V$ се явява необходимост от чувствително увеличаване на Δt до $5\mu S$, а над тази граница Δt се намалява до $0{,}8\mu S$.

Общото между двата начина на управление е, че трябва да се осигури количество електричество $Q_{BE} = I_B \Delta t$, функционално зависимо от големината на напрежението U_{CE}. Точната реализация на искания алгоритъм е трудна и повечето от разработките прилагат $I_B = I_{Bm} = Cte$ и $\Delta t = Cte$, определени за напрежения $U_{CE} > 100V$.



Фиг.6. Експериментално снета функционална зависимост $\Delta t = \varphi(U_{CE})$



Фиг.7. Двутранзисторен дарлингтон. Ток през обратния диод

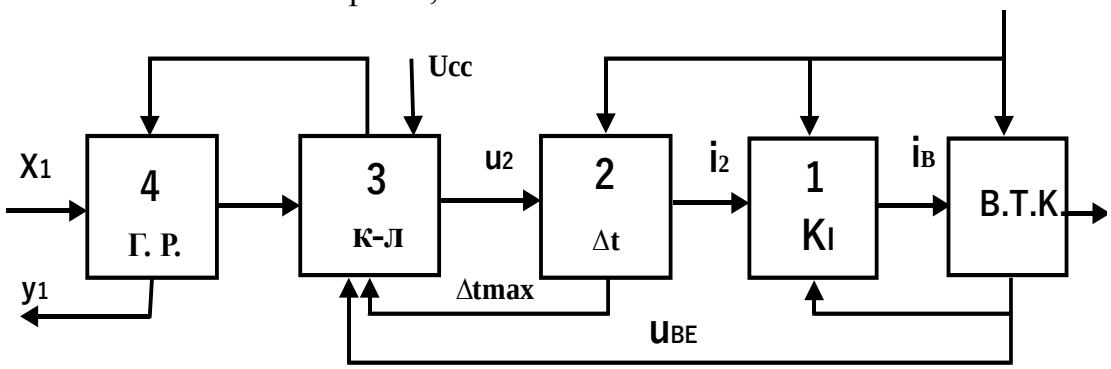
При използване на подобни решения транзисторните ключове биват блокирани от системата за управление при ниски напрежения, тъй като не са в състояние да осигурят едновременно тока на товара и заряда за възстановяване на обратния диод, т.е. $\int_{t_2}^{t_5} i_C(t)dt < Q_{rr} + \int_{t_2}^{t_5} i_T(t)dt$.

Биполярните транзистори в състава на импулсните преобразуватели, работещи с RL – товар, попадат при неподходящо управление в изключително неблагоприятни условия. На Фиг. 7 е показан случай, при който съществува ток през обратния диод D на транзисторния ключ T1 и съответно три варианта за напрежението U_{BE}:

1. вариант – положително напрежение $U_{BE} > 0$
2. вариант – накъсо свързани база и емитер $U_{BE} = 0$
3. вариант – отрицателно напрежение $U_{BE} < 0$

При първия и втория вариант диодът D с тока I_D разгледан като източник на напрежение U_D предизвиква поява на ток през базата на *T3* към колектора му. Тъй като този p-n преход е с голям обемен заряд, колекторният ток на *T3* отпушва T_1 и се получава ефект на обратен диод с огромен заряд за възстановяване Q_{rrT3T1}, независимо от реверсирането на I_B от системата за управление. Това води до по-големи комутационни загуби спрямо изчислените данни за Q_{rr} от инверсния диод. За да се избегне това явление, би следвало при наличие на прав ток през инверсния диод I_D, напрежението U_{BE} да е отрицателно. Така с подаване на напрежение в R1 и D_3 ще бъдат по-големи от U_D, и резултатът ще са запушени p-n преходите база – емитер на T_1 и T_3. При запушване на диода D и тенденция $U_{CE} > 0$ системата за управление трябва да осигури положителен отпушващ ток за транзисторния ключ.

В резултат на извършения анализ блок 1 от фиг.2 е реализиран чрез функционалната схема показана на фиг.8, в която:



Фиг.8. Функционалната схема на драйвер

ВТК – силов биполярен транзисторен ключ с изходна променлива $i_C(t)$ и смущаващо въздействие $u_C(t)$.

Блок 1 – усилвател на ток с изходна променлива i_B , входна променлива

ток i_1 и ограничен изход по напрежение $U_{BE} = -U_{BEm}$. Въведена е ОВ по U_{CE} и U_{BE}.

Блок 2 – формирователна продължителността Δt на пробния отпушващ импулс с изходна променлива $i_1(t)$ и входна u_2. Въведена обратна връзка U_{CE}.

Блок 3 – блок за контрол и защити с изходна променливи u_2 и логически сигнал галванично разделен Y1, входна променлива галванически разделена X1 и обратни връзки по състояние на: оперативните захранващи напрежения U_{CE}; транзисторния ключ

$-U_{BE}$; времетраене на пробния импулс $\Delta t_{\max}$.

Блок 4 – блок за галванично развързване на блок 1 и блок 3 от фиг.2.

4. ЕКСПЕРИМЕНТАЛНО ИЗСЛЕДВАНЕ НА ДИНАМИЧНИ И ЕНЕРГИЙНИ ПОКАЗАТЕЛИ НА СИСТЕМА РЕКУПЕРАТИВЕН ИМПУЛСЕН ПРЕОБРАЗУВАТЕЛ – ТЯГОВ ЕЛЕКТРОДВИГАТЕЛ

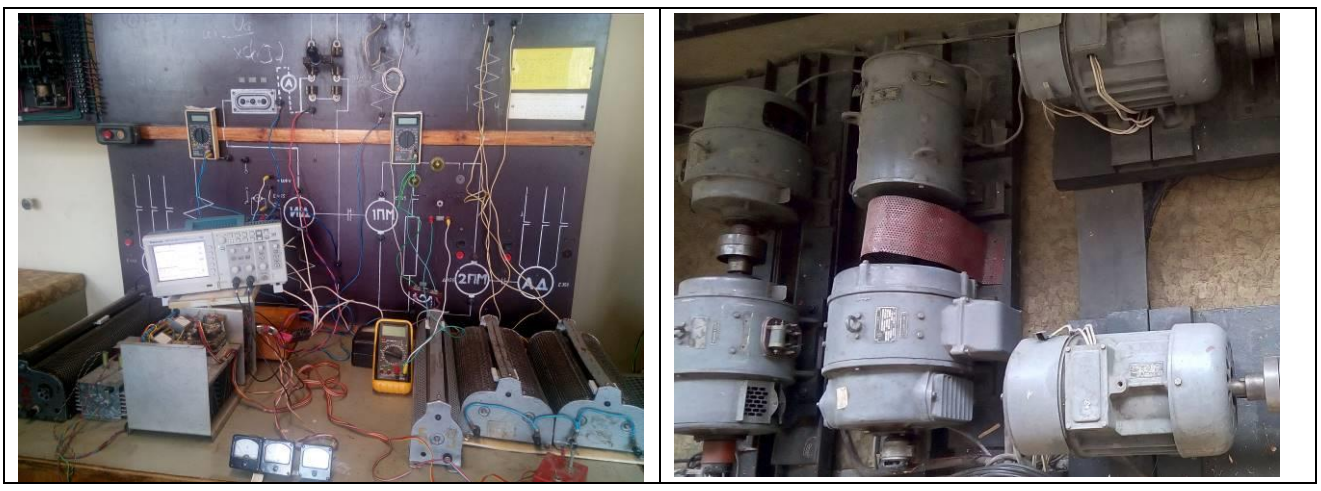
Изследването на импулсния преобразувател е проведено върху двигател за последователно възбуждане, куплиран с товарна система.

Параметри на товарен стенд за изпитания **Таблица 1**

двигател	Pn[kW]	Un[V]	In[A]	Nn[tr/min]
D425	4,5	220	28	900
E358	9,2	380/660	17,5/10	960
E395	6	220	33	1450
E446	5	220	21,5	1000

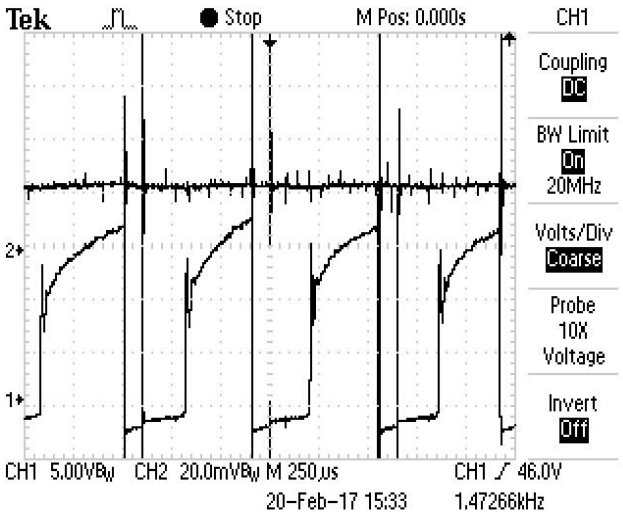
Изпитанията на създадения рекуперативен преобразувател са извършени в лаборатория „Електромеханични устройства“ (фиг.9) в катедра „Автоматизация на електрозадвижванията” към Факултет Автоматика. Параметрите на стенда за изпитания са дадени в табл.1.

Извършен е анализ на поведението на системата при управление с обратна връзка по ток (релейно управление със смесена импулсна модулация) при различни режими на работа на електрозадвижването.

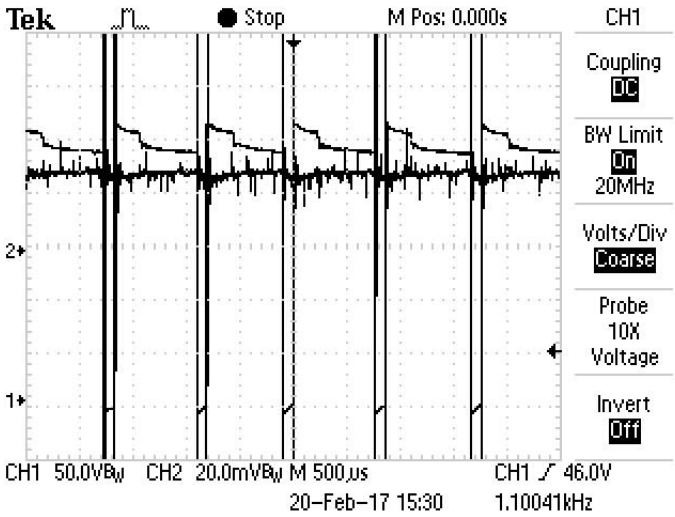


Фиг.9. Експериментална установка

Осцилограми на тока и напрежението в контролни точки Кт1 и Кт2 (фиг.1) в двигателен и спирачен с рекуперация режими са показани на фиг.10 и Фиг.11.

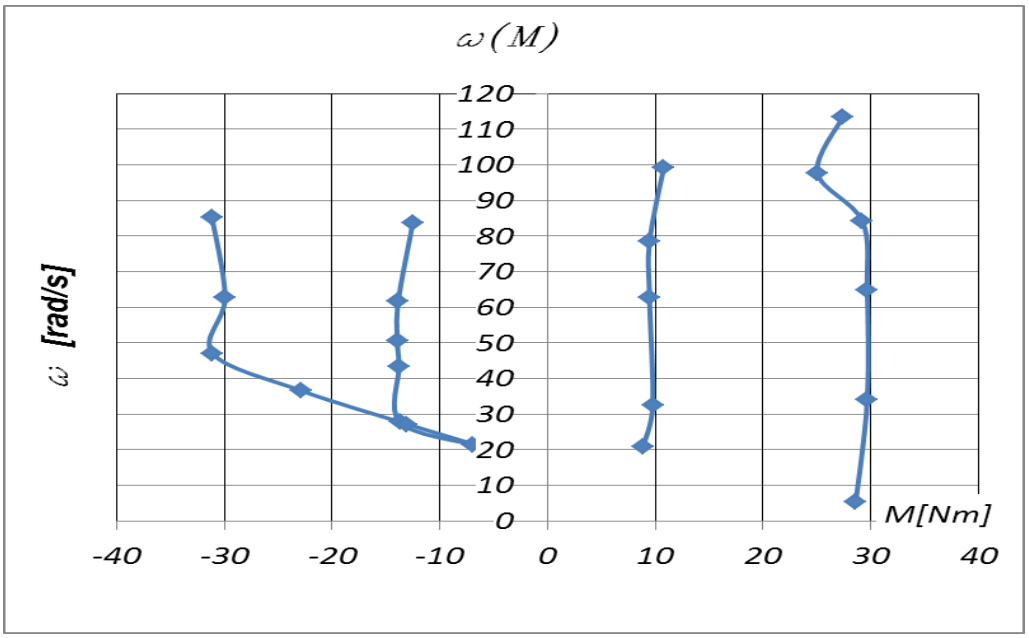


Фиг.10. Осцилограми на тока и напрежението в двигателен режим



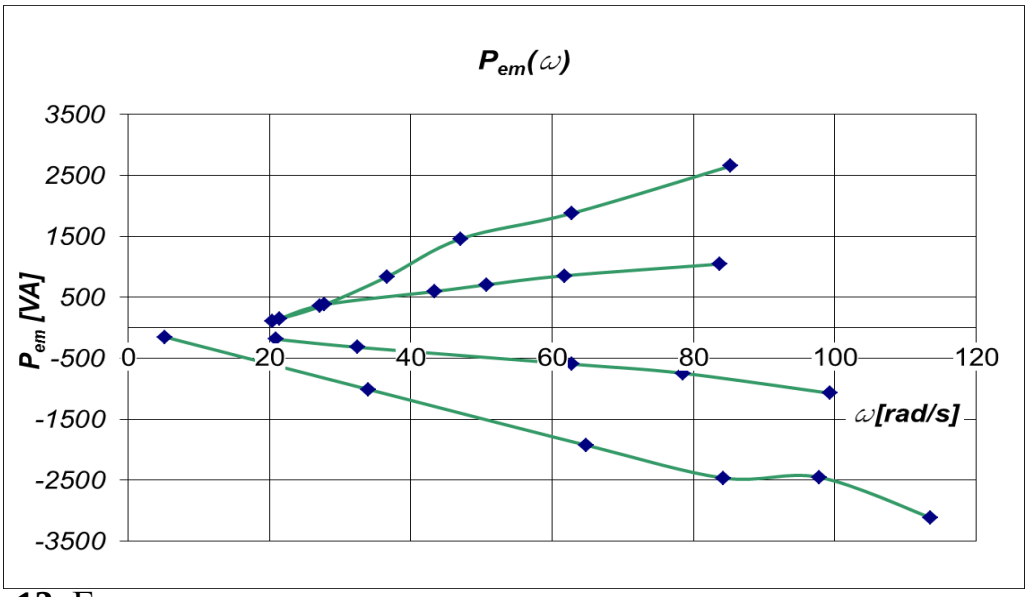
Фиг.11. Осцилограми на тока и напрежението в спирачен режим с рекуперация

Получени са семейство изкуствени механични характеристики на изследваното електрозадвижване при различни задания на регулатора на ток. Заданията са избрани, така че характеристиките (фиг.12) да бъдат в 1-ви и 2-ри квадрант (10A, 20A и -10A, -20A).



Фиг.12. Механични характеристики на система рекуперативен импулсен преобразувател-тягов постояннотоков електродвигател

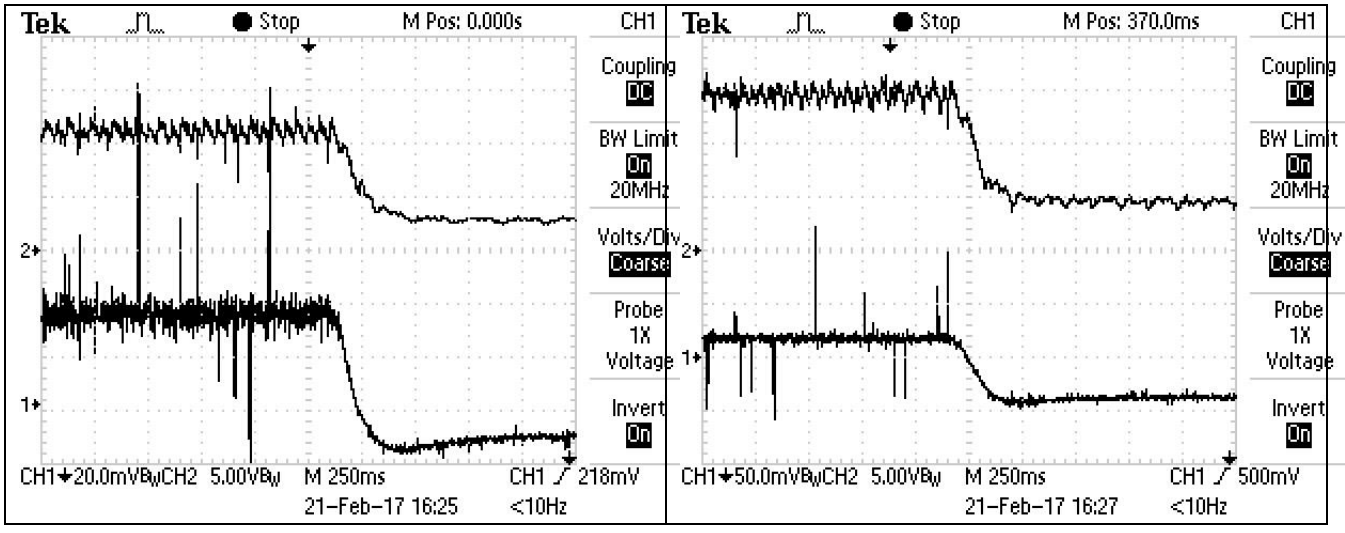
Получена е експериментална зависимост между електрическата мощност и ъгловата скорост (фиг.13).



Фиг.13. Експериментална зависимост между електрическата мощност и ъгловата скорост

Знакът на електрическата мощност отчита посоката на енергията относно захранващия източник. Линейният характер на тази зависимост се дължи на вида на механичните характеристики, т.е. на постоянството на момента при изменение на скоростта.

Динамиката на създадената система е изследвана само при преминаване със скок от двигателен към режим на рекуперация, което съответства на спиране от трапецоидалната скоростна диаграма. Режимът на ускоряване е изследван, но не се коментира, защото не е интересен за спецификата на системата.



Фиг.14. Реакция на системата (скорост, ток) при скокообразно изменение на заданието по ток

При изменение на заданието със скок за ток от +20A до -10A и от +10A -20A се наблюдава, че времето на преходния процес за тока е 250 *ms*. Пререгулирането е под 1%. Относно скоростта времето на преходния процес е по-голямо около 400 *ms*, но липсва каквото и да е пререгулиране.

4. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Проведените експерименти показват възможност за приложение в различни транспортни средства със циклична трапецоидална скоростна диаграма с редки случаи на реверсиране по скорост. Създаденият подход при управление на силовия биполярен ключ повишава надеждността на устройството и е приложим и за друг тип полупроводникови ключове с отчитане на особеностите им, като обект за управление. Линейният характер на експерименталната зависимост между електрическата мощност (консумирана или генерирана от системата) и ъгловата скорост се дължи на вида на механичните характеристики, т.е. на постоянството на момента при изменение на скоростта.

ЛИТЕРАТУРА

[1] Д. Цанков, Е. Йончев, Т. Йонков (2016), Рекуперативен импулсен преобразувател за постояннотоков двигател с последователно възбуждане, Годишник на ТУ-София, ISSN 1311-0829, том 66, кн. 2 (61-70)

[2] Semikron (1990), Inovation + Service Leistungshalbleiter, Katalog

Автори: Дочо Цанков Цанков, гл. ас. д-р, катедра „Автоматизация на електрозадвижванията“, Факултет Автоматика, Технически Университет-София, E-mail address: *d_tsankov@tu-sofia.bg* ; Евтим Йорданов Йончев доц. д-р, катедра „Автоматизация на електрозадвижванията“, Факултет Автоматика, Технически Университет-София; Тодор Стефанов Йонков, проф. д-р, катедра „Автоматизация на електрозадвижванията“, Факултет Автоматика, Технически Университет-София

Постъпила на 19.04.2017 г. **Рецензент:** проф. д-р Михо Михов

УПРАВЛЕНИЕ НА КЛИМАТИЧНА КАМЕРА ЗА ПОДДЪРЖАНЕ НА ТЕМПЕРАТУРА И КАЧЕСТВО НА ВЪЗДУХА В КОНФЕРЕНТНИ ЗАЛИ

Христо Стоянов, Тодор Йонков

Резюме: *В работата е представен и реализиран подход за управление на климатична камера за поддържане на температура и качество на въздуха в конферентни зали където е невъзможно точното измерване на въздушният дебит през вентилаторните секции. Работата се основава на разработено решение за управление, базирано на контролирано превключване на предварително зададени параметри на изпълнителните механизми на камерата. Качеството на въздуха се измерва от разположени сензори за CO_2 или VOC (Летливи Органични Съединения) в конферентната зала, като дистрибуцията на свеж въздух се активира само при необходимост. Решението е реализирано чрез свободно програмируем логически контролер и СКАДА работна станция за визуализация. Показани са логически блокови схеми и основните режими на работа, определени от външни условия и моментните нужди на обекта. Създадени са графични екрани, изобразяващи статусът на системата в реално време и за въвеждане на нейните параметрите.*
Ключови думи: *енергийна ефективност, качество на въздушна среда, програмируем контролер, конферентна зала*

DEMAND-CONTROLLED AIR HANDLING UNIT FOR CONFERENCE ROOM TEMPERATURE AND INDOOR AIR QUALITY CONTROL

Hristo Stoyanov, Todor Ionkov

Abstract: *The work is presented and implemented approach for AHU's temperature and indoor air quality control for conference room where direct air volume measurement is not possible. The work is based on a realized solution for controlled switching AHU's components. Air quality is measured by CO_2 or VOC (Volatile Organic Compounds) room sensors located in conference room, and fresh air distribution is with diamond controlled activation. The decision is realized with a programmable logical controller and supervisory control and data acquisition (SCADA). An examples of logical diagram and basic modes of operation, determined by external conditions are presented. There are also graphical screens depicting system status in real time and parameter settings.*
Keywords: *energy efficiency, indoor air quality, PLC, conference room*

© 2017 Publishing House of Technical University of Sofia
All rights reserved

ISSN 1311-0829

1. ВЪВЕДЕНИЕ

Управлението на вентилацията на основата на въглероден диоксид (CO_2) е стратегия за контрол, която осигурява външен въздух за човек, препоръчана от стандарта ASHRAE 62.1-2010 [1]. Тази стратегия може да гарантира, че подаването на свеж въздух е достатъчно, за да се разреждат замърсителите, свързани с обитателите на затворени помещение, защото CO_2 е отличен индикатор за концентрациите на замърсители, свързани с обитателите [2].

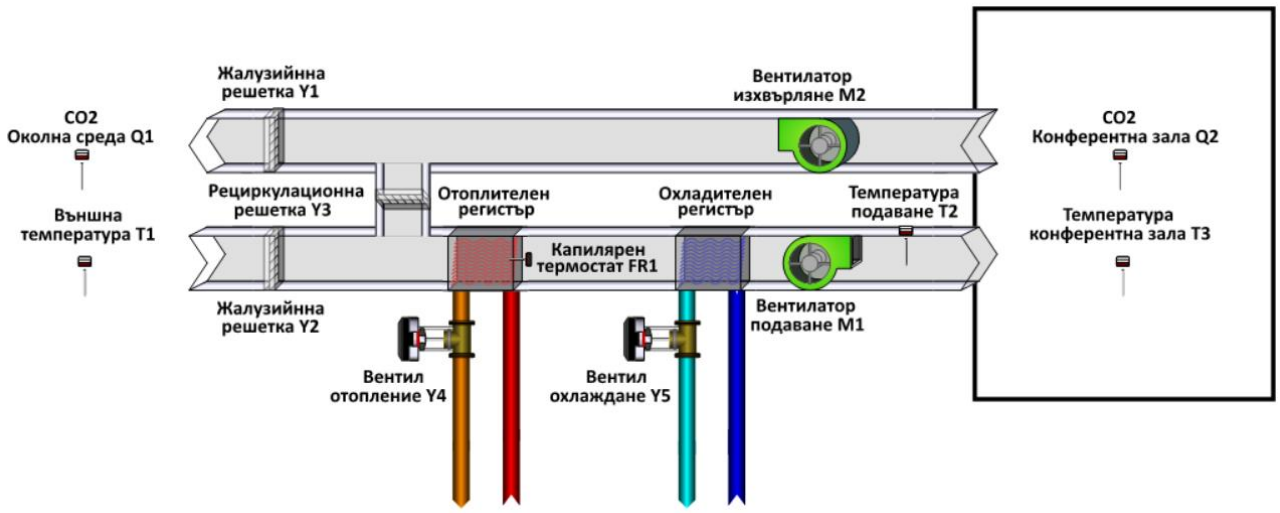
Управлението на базата на CO_2 също може да избегне свръх вентилация чрез осигуряване на променлив дебит на външния въздух, основаващи се на действителното натоварване, а не на проектиране или пълна заетост [3]. Голямо разнообразие от референции показват, че управлението на базата на CO_2 може да намали консумацията на енергия [2,4-6]. Следователно е най-добре да се прилага за пространства, които са обект на променлива или периодична заетост, като училища, закрити спортни съоръжения, зали за срещи, ресторанти, кина, театри и конферентни зали.

Цел на настоящата работа е да се предложи управление на климатична камера с енергоефективни свойства при поддържане на зададена температура и минимална концентрация на CO_2 в обекти с голяма инертност като например: обемни конферентни зали, при които няма възможност за коректното измерване на въздушният дебит във въздуховодната мрежа и пропорционално управление на оборотите на вентилаторите по зададен дебит.

2. ОБЕКТ ЗА УПРАВЛЕНИЕ И АЛГОРИТЪМ ЗА УПРАВЛЕНИЕ

Обектът за управление представлява климатична камера с рециркулационна секция, отоплителен и охладителен регистър и честотно управляеми вентилатори за климатизирането на конферентна зала и е показан на фиг.1:

1. Температурни сензори T1,T2 и T3;
2. Сензори за концентрация на CO_2 – Q1 и Q2;
3. Задвижващи устройства за подвижни жалузийнни решетки Y1,Y2 и Y3. Чрез управлението на групата се осъществява контрол на количеството външен въздух подаван към конферентната зала;
4. Задвижващи устройства за двупътни регулиращи вентили Y3 и Y4. Чрез управлението им се регулира температурата на подаващият въздух към конферентната зала;
5. Честотно управляеми вентилатори. Чрез управлението им се поддържа константен въздушен дебит към конферентната зала;
6. Капилярен термостат - за защита от замръзване.



Фиг.1. Обект за управление

Предложеният алгоритъм за управление се характеризира със следните особености:

1. Поддържането на зададена температура е с предимство пред поддържането на концентрацията на CO_2 в конферентната зала;

2. Реализирани са пет режима на работа на климатичната камера, като при всеки един режим температурното задание на подавания въздух към залата е еднакво и се поддържа от PID регулатори към отоплителния и охладителния вентил;

3. Превключването между отделните режими се осъществява след преминаване на предварително зададени нива за четири температурни разлики и две нива за концентрация на CO_2 - $\Delta T1<\Delta T2<\Delta T3<\Delta T4$ и $\Delta CO_2\ 1 < \Delta CO_2\ 2$;

4. След настъпване на актуален времеви график се проверява дали разликата между зададената и измерената температура е по-голяма от параметъра $\Delta T2$. $\Delta T2$ определя максималното отклонение от температурното задание за продължителен времеви период. При превишаване на максималното отклонение в зависимост от параметрите $\Delta T3$ и $\Delta T4$ се преминава в режими 2 или 4 при които камерата работи на минимално количество свеж въздух. При режим 4 спрямо режим 2 дебитът към климатизираното помещение е по-голям с цел по-бързото достигане на зададената температура;

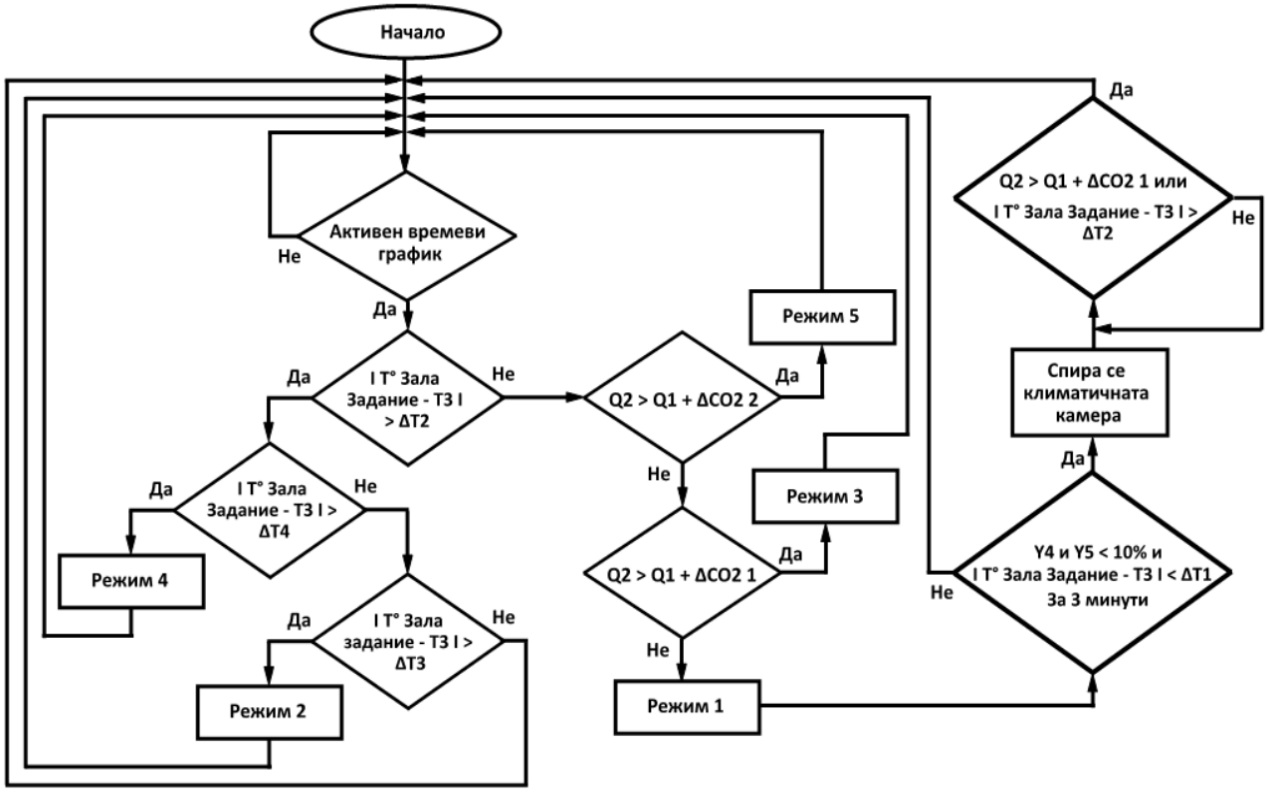
5. Когато времевият график е активен и измерената в залата температура не превишава максималното отклонение от температурното задание за продължителен времеви период определено от параметъра $\Delta T2$, се извършват проверки за превишаване на концентрация на CO_2 в зала спрямо концентрацията на околната среда. При превиша-

ване на концентрацията в зависимост от параметрите ΔCO_2 1 и ΔCO_2 2 се преминава в режими 3 и 5, при които камерата работи с повишен дебит и количество външен въздух;

6. В случай че температура не превишава максималното отклонение от температурното задание за продължителен времеви период определено от параметъра ΔT2 и концентрацията на CO_2 не превишава зададеното ниво ΔCO_2 1 се преминава към най-енергоефективният режим на работа – режим 1, при който вентилаторите работят на минимални обороти и липсва дистрибуция на външен въздух;

7. След като системата е преминала в режим 1, се проверява за зададено време дали разликата между зададената и измерената температура е по-голяма от параметъра ΔT1 и местоположението на задвижващите устройства на контролните вентили дали са в отворено положение < от 10% (индикация за минимална термална натовареност на залата). В случай на положителен резултат се спира климатичната камера докато концентрацията на CO_2 не превиши нивото зададено от ΔCO_2 1 или измерената температура не превиши максималното отклонение от температурното задание за продължителен времеви период определено от ΔT2.

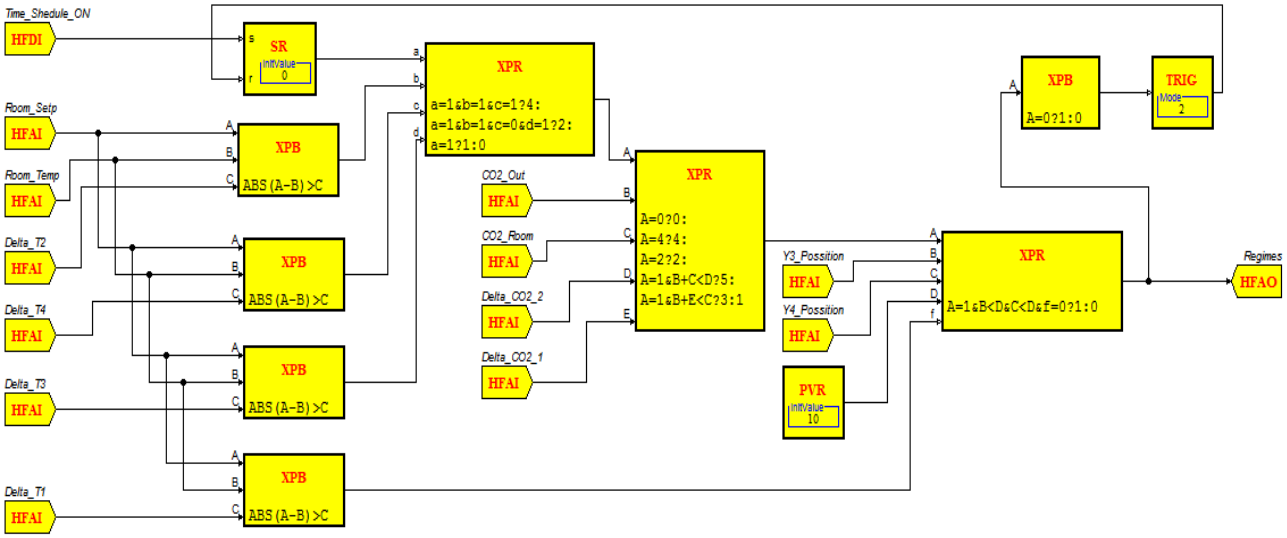
Блоковата схема на предложеният алгоритъм за управление е показана на фиг.2.



Фиг.2. Блокова схема на алгоритъм за управление

3. ПРОГРАМНА РЕАЛИЗАЦИЯ, ГРАФИЧНИ ЕКРАНИ И ИНТЕГРИРАНЕ В ПЛАТФОРМА ЗА СГРАДНА АВТОМАТИЗАЦИЯ „SmartStruxure“

Физическата реализация на предложеното управление е реализирана с продуктите на платформата за сградна автоматизация „SmartStruxure“ на Шнайдер Електрик. Програмното осигуряване е изготвено със софтуерният продукт „Building Operation Menta Editor“ за програмируем логически контролер „Automation Server“ и част от за определянето на актуалния режим на системата е показана на фиг.3.

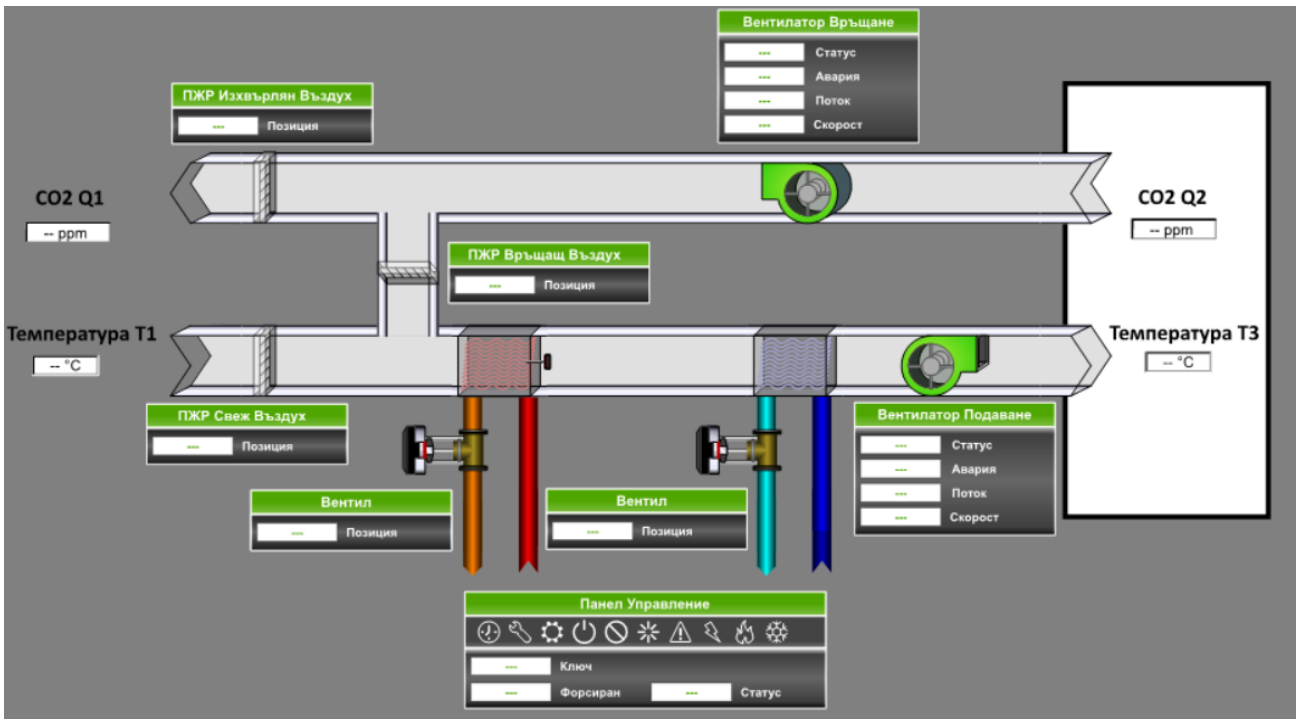


Фиг.3. Програмна реализация в софтуерен продукт „Building Operation Menta Editor“

Създаден е със софтуерният продукт „Building Operation Menta Editor“ главен графичен екран, изобразяващ статусът на системата в реално време.

В конкретния екран (фиг.4) се визуализират:

- Моментната стойност на външната и температурата в конферентната зала;
- Моментната стойност на външната и концентрацията на CO_2 в конферентната зала;
- Текущото местоположение на контролните вентили;
- Текущото местоположение на подвижните жалузийнни решетки;
- Панел за управление.



Фиг.4. Графичен екран показващ статусът на системата в реално време.

4. РЕЗУЛТАТИ И АНАЛИЗИ

В табл.1 са показани заложените настройки на режимите за оборотите на вентилаторите и количеството на подаван външен въздух, докато в табл.2 са показани настройките на параметрите на системата по време на проведените тестове на управлението в интервала от 09:00 – 22:00 часа. Заданието за поддържана температура в залата е 23C°.

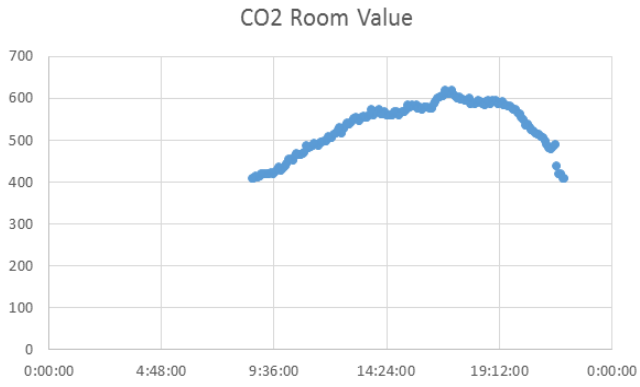
Таблица 1

Режими	Обороти на вентилатори осигуряващи въздушен дебит към климатизираната зона	Местоположение на ПЖР осигуряващо количество външен въздух
1	50%	0%
2	65%	30%
3	65%	70%
4	100%	30%
5	100%	100%

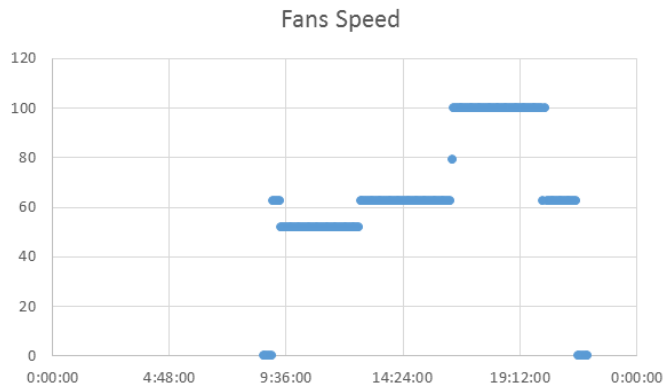
Таблица 2

ΔT1	0.6 C°
ΔT2	1.2 C°
ΔT3	2.4 C°
ΔT4	3 C°
ΔCO_2 1	400 ppm
ΔCO_2 2	600 ppm

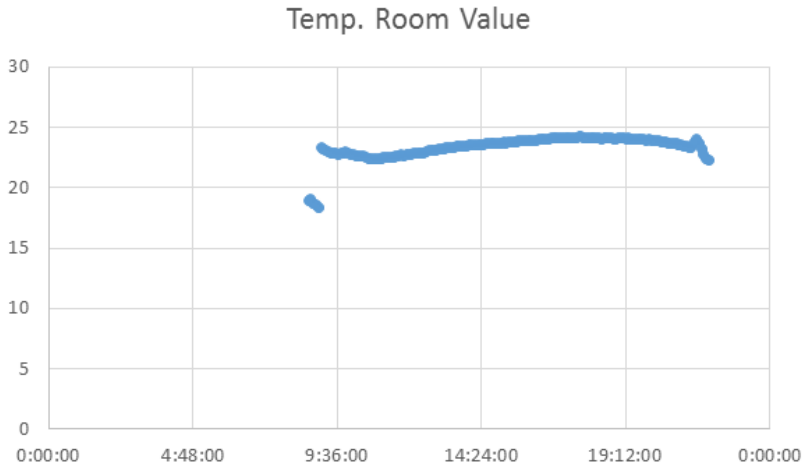
На фиг.5-фиг.7 са показани логове на концентрацията на CO_2 в ppm (parts per million), температурата в залата в C° (градуси по Целзий) и скоростта на вентилаторите в % (проценти).



Фиг.5. CO_2 концентрация в конферентната зала в ppm.



Фиг.6. Скорост на вентилатори в % проценти.



Фиг.7. Температура в конферентната зала в C°.

Отклонението на измерената температура от зададената стойност по-време на работа на системата е незначително, като максималното отклонение е около 1.6 C°.

Концентрацията на CO_2 постепенно се увеличава като достига максимума си около 17:00 часа. Превишаването на максималното зададено ниво на концентрация на CO_2 в залата (600ppm над външното) е с около 50ppm за време около 20 минути.

Работата на вентилатори на максимални обороти е за една трета от цялото работно време. Малко повече от една трета от времето вентилаторите работят на междинна скорост и през останалото време работят на минимална скорост.

Предложеното управление има следните предимства спрямо стандартните решения:

- Управлението може да се използва в случаите където е невъзможно точното измерване на въздушният дебит през въздуховодната мрежа;

- За реализацията му са необходими по-малък брой входно-изходни точки на управляващият контролер;
- Не е необходимо използването на сензори за въздушен дебит, чиято стойност е значителна;
- Управлението се адаптира към променливият брой на обитатели в климатизираната зона.

Недостатъци:

- Определянето на параметрите от табл.2 се извършва опитно по време на пускането на системата в експлоатация.

ЛИТЕРАТУРА

[1] ASHRAE Standard 62.1-2010, Ventilation for Acceptable Indoor Air Quality, American Society of Heating, Refrigeration, and Air Conditioning Engineers, Atlanta, Georgia, 2010.

[2] C.Y.H. Chao, J.S. Hu, Development of a dual-mode demand control ventilation strategy for indoor air quality control and energy saving, Building and Environment 39 (2004) 385–397.

[3] M.B. Schell, S.C. Turner, R.O. Shim, Application of CO2-based demand-controlled ventilation using ASHRAE Standard 62: optimizing energy use and ventilation, ASHRAE Transactions 104 (1998) 1213–1225.

[4] V. Congradac, F. Kulic, HVAC system optimization with CO2 concentration control using genetic algorithms, Energy and Buildings 41 (2009) 571–577.

[5] V. Pavlovas, Demand controlled ventilation a case study for existing Swedish multifamily buildings, Energy and Buildings 36 (2004) 1029–1034.

[6] M. Mysen, S. Berntsen, P. Nafstad, P.G. Schild, Occupancy density and benefits of demand-controlled ventilation in Norwegian primary schools, Energy and Buildings 37 (2005) 1234–1240.

Автори: Христо Стоянов. маг. инж., главен асистент д-р, катедра „Автоматизация на електрозадвижванията”, Факултет Автоматика, Технически Университет-София, E-mail address: *hlstoyanov@yahoo.com*; Тодор Йонков, проф. д-р, катедра „Автоматизация на електрозадвижванията”, Факултет Автоматика, Технически Университет-София, E-mail address: *tsj@tu-sofia.bg*

Постъпила на 04.05.2017 г. **Рецензент:** доц. д-р Евтим Йончев

КОНЦЕПЦИИ И АСПЕКТИ В РАЗВИТИЕТО НА ЕЛЕКТРОМОБИЛИТЕ

Владимир Христов

Резюме: *В настоящата работа е извършен преглед на основните понятия в електрическите автомобили и хибридните електромобили. Направен е преглед на начините за управление на хибридните електромобили. Направена е класификация на предимствата и недостатъците на различните видове структури и характеристики на хибридните превозни средства. Анализирани са хибридните модификации на електромобилите и режимите им на работа. Направен е преглед и анализ на видовете внедрени електродвигатели в повечето съвременни електрически автомобили. Показани са особеностите при определянето на степента на хибридизация на електромобилите.*
Ключови думи: *електрически автомобил, хибриден електромобил, асинхронен двигател, синхронен двигател*

CONCEPTS AND ASPECTS IN THE DEVELOPMENT OF ELECTRIC VEHICLE

Vladimir Hristov

Abstract: *This article gives an overview of basic concepts in electric and hybrid cars. A review of management strategies that are used in electric vehicle and hybrid electric vehicle. In this article are make classification of advantages and disadvantages of different types of structures and specific characteristics of hybrid electric vehicles. The hybrid modifications of the electric vehicles and their operating modes have been analyzed. An overview and analysis of the types of installed electric motors has been made in most modern electric cars. The peculiarities of determining the degree of hybridization of electric vehicles are shown..*
Keywords: *hybrid electric vehicle, electric cars, control, asynchronous motor, synchronous motor*

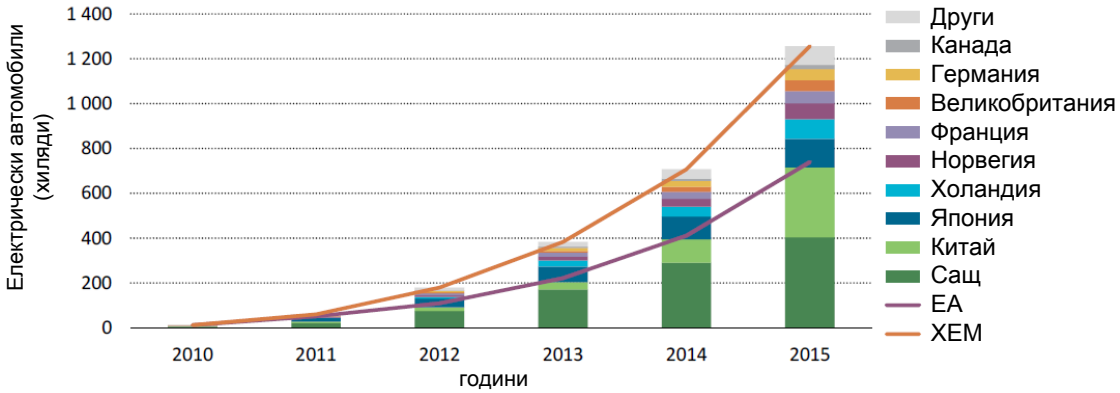
1.ВЪВЕДЕНИЕ

Всяка година делът на произведените електромобили се увеличава. По статистически данни, изнесени в доклада на международната агенция по енергетика от 2016 г. за електрическите автомобили, продадените електромобили за 2015 г. в световен мащаб са 1 260 000, докато десет години по-рано (2005 г.) се отчита продажба от едва няколко хиляди електрически автомобила [1]. На фиг.1 е показан делът на електрическите автомобили (ЕА) и хибридните електромобили

© 2017 Publishing House of Technical University of Sofia
All rights reserved

ISSN 1311-0829

(ХЕМ) за периода 2010-2015 г., както и разпределението им по държави. Тенденцията е към постоянен темп на нарастване на електромобилите, като много страни (Норвегия, Холандия, Франция, Германия, Япония и още десетки държави) са предприели мерки за ограничаване на автомобилите с вътрешно горене, с цел намаляване на замърсяванията на околната среда, с което спомагат за този темп [1]. Голяма част от тези страни стимулират закупуването на електромобили, чрез предоставяне на редица облекчения, като безплатни паркинги в синя зона, освобождаване от данък за период от 5 години и други [1].



Фиг.1. Пазарен дял на електромобилите.

Автомобилите използващи електродвигатели за задвижване се делят основно на два типа: изцяло електрически електромобили (ЕА) и хибридни електромобили (ХЕМ).

Електрическият автомобил е превозно средство, което е алтернатива на автомобила с вътрешно горене, като при него вместо двигател с вътрешно горене (ДВГ) се използват един или няколко електродвигателя, които се захранват от източник на електрическа енергия, като най-често това е батерия [2]. Хибридните автомобили са автомобилите, които използват две или повече системи за задвижване от различни типове. Масово произвежданите хибридни електромобили (ХЕМ) в днешни времена са комбинация от стандартен двигател с вътрешно горене (ДВГ) и система от електрически мотор/генератор за задвижване [2,3,12]. Двете задвижващи устройства: двигателя с вътрешно горене и електрическия мотор, могат да бъдат свързани последователно или паралелно от гледна точка на потока енергия. В ХЕМ, течното гориво все още е източник на енергия. Двигателят с вътрешно горене е основният преобразувател на енергия, който осигурява цялата енергия на превозното средство. Електрическият мотор, повишава ефективността на системата и намалява разхода на гориво чрез оптимално регулиране на скоростта и въртящият момент на автомобила при тръгване и възстановяване на кинетичната енергия при рекуперативно спиране [5,6,7,8]. Двигателят с вътрешно горене осигурява на превозното средство продължителен пробег, следователно преодолява недостатъците на чисто електрическият автомобил.

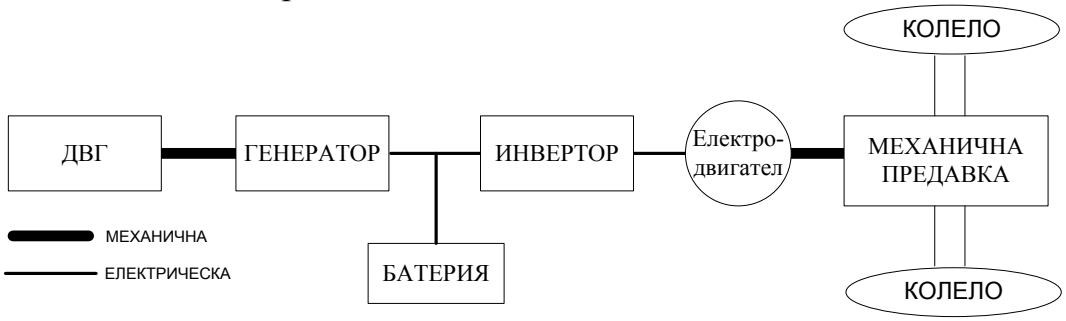
Тенденциите, са към разработване на нов вид батерии, които да имат възможност да събират голям капацитет енергия в малък обем, с което ще се насърчи производството на електрически автомобили.

2. КЛАСИФИКАЦИЯ И ОСОБЕНОСТИТЕ НА ХИБРИДНИТЕ АВТОМОБИЛИ

Серийни ХЕМ

На фиг.2 е показана блоковата схема на серийния ХЕМ. В този ХЕМ, ДВГ е основният преобразувател на енергия, който преобразува първоначалната енергия от горивото на двигателя (бензин или дизел) в механична енергия [1,8,9,10]. Механичната мощност на ДВГ след това се превръща в електричество с помощта на генератор. Електрическият мотор задвижва крайното устройство с помощта на електричеството генерирано от генератора, като генерираната енергия може да се съхранява в батерия. Електрическият мотор може да получава електрическа енергия от: двигателя, батерията или и от двете. Тъй като двигателят е независим от колелата, може да се контролират оборотите, независимо от скоростта на автомобила. Това води до опростяване на управлението на двигателя като позволява работата на двигателя на оптималната си скорост, за да се постигне най-добрата икономия на гориво [7,8]. Тук отпада нуждата от традиционната механична трансмисия в серийния ХЕМ. Въз основа на експлоатационни условия на превозните средства и компонентите за задвижване, серийният ХЕМ може да работи в различни комбинации [1,7,8,9]:

- Захранване само от батерия: Когато батерията има достатъчно капацитет за захранване и потребността е ниска, т.е. автомобилът се движи с ниска скорост, то системата двг-генератор е изключена и превозното средство се захранва само от батерията.

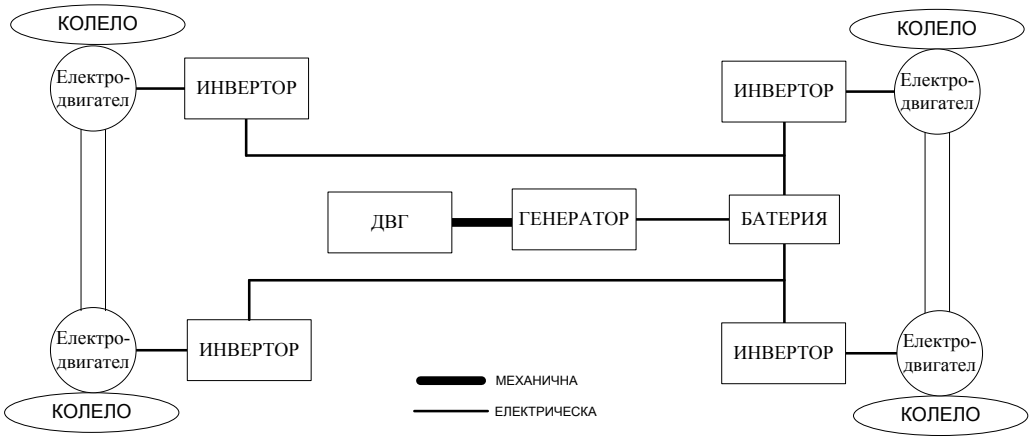


Фиг.2. Блокова схема на серийния ХЕМ

- Комбинирана мощност: При средно високи изисквания за мощност, системата мотор-генератор е включена, като едновременно с батерията захранват електродвигателя.
- Двигателен режим: По време на движение с висока скорост и изискванията за мощност са умерено високи, двг осигурява цялата мощ, необходима за задвижване на превозното средство.
- Разделена мощност: Когато системата двг-генератор е включена и необходимата мощност на превозното средство е по-ниска от оптимална мощност, а батерията е разредена, тогава част от мощността на системата двг-генератор се използва за зареждане на батерията.
- Постоянно зареждане: Батерията се зарежда с мощността създадена от двг-генератор без превозното средство да се управлява.

- Рекуперативно спиране: Електродвигателя работи като генератор, за да преобразува кинетичната енергия на автомобила в електрическа енергия като се зарежда батерията.

Друг избор на възможности на разположение на електрическият двигател са двигатели задвижващи всяко колело [7,8,9], като този случай е показан на фиг.3. В случая ХЕМ притежава четири електродвигателя инсталирани на всяко колело. Благодарение на премахването на силовото предаване и крайното задвижване, ефективността на системата на превозното средство може да бъде значително увеличена. Автомобилът ще има способността да задвижва независимо всички колела. Въпреки това независимото контролиране на четири електрически мотора, представлява сложна задача.



Фиг.3. Блокова схема на сериен ХЕМ с четири електродвигателя.

Паралелни ХЕМ

На фиг.4 е показана блоковата схема на паралелен хибрид. В тази конфигурация, ДВГ и електромотора могат да доставят мощност успоредно към колелата [1,5,8,9]. ДВГ и електромотора са свързани на края на задвижването чрез механизъм, като съединител, ремъци, ролки или зъбни колела. В случая и ДВГ и електромотора могат да доставят енергия на крайното задвижване едновременно или всеки поотделно. Електрическият мотор може да се използва като генератор за възстановяване на кинетичната енергия по време на спиране или усвояване на част от мощността от ДВГ.

Фиг.4. Блокова схема на паралелен ХЕМ.

Паралелния хибрид се нуждае от две задвижващи устройства, ДВГ и електромотор, които могат да бъдат използвани в следните режими [1,7,8,9]:

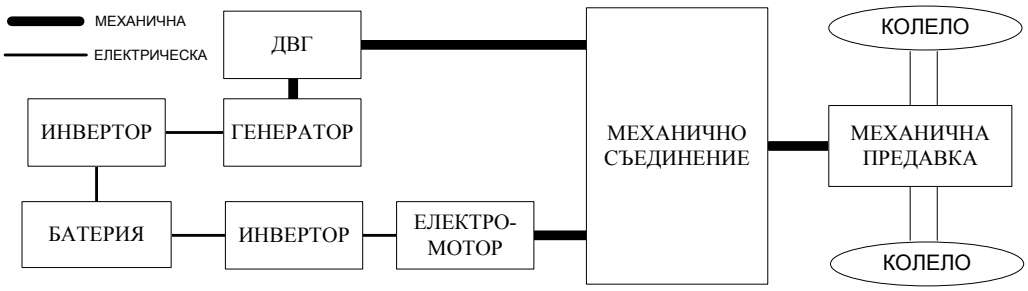
- Електродвигателен режим: Когато батерията е достатъчно заредена и търсената мощност е ниска, тогава двигателят е изключен, и превозното

средство се задвижва само от електромотора захранван от батерията.

- Комбиниран режим: В търсене на висока мощност работят едновременно двг и електромотора.
- Двигателен режим: По време на движение с висока скорост, а необходимостта от мощност е умерено висока, то двигателят осигурява цялата мощ необходима за задвижване на превозното средство. Електродвигателят остава да работи на празен ход.
- Разделена мощност: Когато двигателят е включен, но необходимата мощност на превозното средство е ниска и батерията е разредена, тогава част от мощността на двигателят отива за зареждане на батерията от електромотора.
- Стационарен режим на зареждане: Батерията се зарежда от работата на електромотора, който служи като генератор задвижван от двигателя, без да се управлява превозно средство.
- Режим на рекуперативно спиране: Електромотора се управлява като генератор, който преобразува кинетичната енергия на автомобила в електрическа енергия и я съхранява в батерията.

Комбиниран ХЕМ

На фиг.5 е показана блоковата схема на комбиниран ХЕМ, която включва характеристиките, както на серийния така и на паралелния ХЕМ. Следователно, тя може да бъде управлявана като сериен или паралелен ХЕМ [1,9]. В сравнение с обикновения ХЕМ, паралелния ХЕМ добавя една механичната връзка между двигателя и крайното устройство, така че двигателят може да управлява директно колелата. В сравнение с паралелния ХЕМ, комбинирания ХЕМ добавя втори електрически мотор, който служи главно като генератор.



Фиг.5. Блокова схема на комбиниран ХЕМ

Тъй като комбинирания ХЕМ може да работи в паралелен и в сериен режим, то горивната ефективност и управляемостта на автомобила могат да бъдат оптимизирани въз основа на експлоатационно състояние на автомобила.

Комплексен ХЕМ

Комплексните ХЕМ обикновено включват използването на планетарни системи на предавките и множествено електрически мотори (в случай на задвижване на четирите колела) [3,4,5,9]. Един типичен пример за система с задвижване на четирите колела (4WD), която се реализира чрез използването на отделни задвиж-

ващи оси, е показана на фиг.6. Генераторът в тази система се използва, за да реализира редица операции, както и да контролира състоянието на двигателя при работата му за максимална ефективност. Двата електромотора се използват, за да реализират задвижването на всичките колела и да се реализират по-добри резултати в рекуперативно спиране. Също така с употребата им те могат да подобрят стабилността на автомобила и антиблокиращия спирачен контрол.

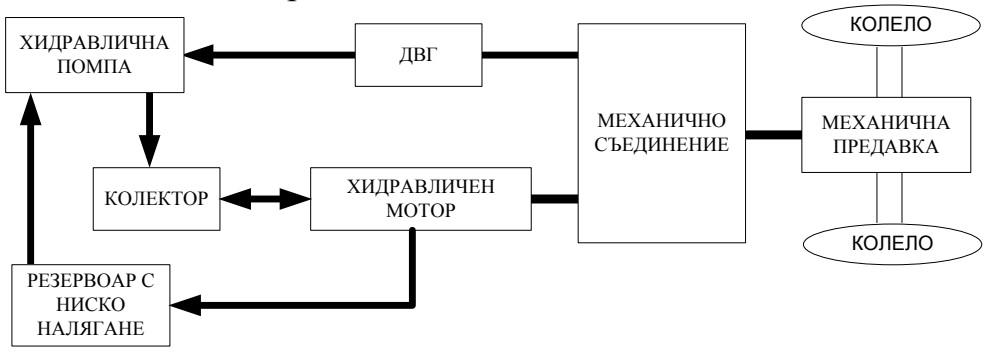
Фиг.6. Структура на комплексен ХЕМ

Дизелови Хибриди

ХЕМ също могат да бъдат изградени от превозни средства с дизелов двигател. Цялата топология, обяснена по-горе, като например серийни, паралелни, серийно-паралелни, и комплексни ХЕМ, са приложими към дизеловите хибриди. Поради факта, че превозни средства с дизелов двигател като цяло могат да постигнат по-висока икономия на гориво, горивната ефективност на хибридизираните превозни средства с дизелов двигател може да бъде дори по-ефективна, в сравнение със бензиновите двигатели[2,3,9].

Други подходи на хибридизация

Освен бензинови или дизелови хибриди, съществуват и други видове хибридизационни методи, които включват различни методи за съхранение на енергия и задвижване (сгъстен въздух, маховици, както и хидравлични системи). Типичен хидравличен хибрид е показана на фиг.7. Хидравличните системи могат да осигурят голямо количество въртящ момент, но поради сложността на хидравличната система, хидравличният хибрид е определен да се използва само за големи камиони и други битови превозни средства, където са необходими чести и продължителни спирания на двигателя [7,8].



Фиг.7. Блокова схема на хидравличен ХЕМ.

3. ОСОБЕНОСТИ ПРИ ХИБРИДИТЕ

Степен на хибридизация

През последните няколко години, се появиха някой нови концепции: пълен хибрид, умерен хибрид, и микро-хибрид.

Тези концепции са свързани с мощността на главния електромотор в ХЕМ. Например, ако ХЕМ съдържа сравнително голям по-мощност електромотор, то може да се счита за пълен хибрид [2,3,4]. От друга страна, ако мощността на електромотора е относително малка, тогава той може да се счита за микро-хибрид.

Обикновено, пълният хибрид с електромотора и батерията, трябва да бъде в състояние за управлението на автомобила до определена граница на скоростта и шофиране на превозно средство за определен период от време. Граничната скорост обикновено е ограничение на скоростта в жилищни райони. Типичната мощност от електрическият мотор в пълен хибриден автомобил за превоз на пътници е около 50-75кВт. От друга страна микро-хибрида, не предлага способността да управлява автомобила само с електрически мотор. Електрическият мотор е само за стартиране и спиране на автомобила. Типичната мощност на електродвигателите, използвани в микро-хибриди е по-малко от 10 кВт. Един умерен хибрид е между пълен-хибрид и микро-хибрид [2,3,4,9].

Ефективен подход за оценяване на ХЕМ е да се използва степента на хибридизация, която отразява вида на хибридизация на електромобила.

Факторът на хибридизация (ФХ) зависи от мощността на електрическият двигател $P_{ЕД}$ и мощността на двигателят с вътрешно горене $P_{Д}$ и се определя от:

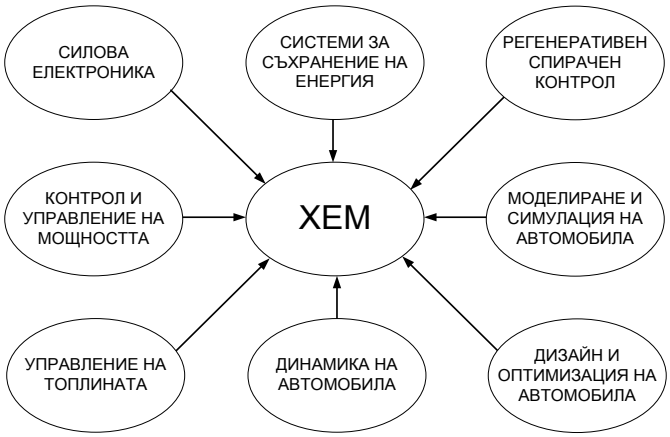
$$\text{ФХ} = \frac{P_{ЕД}}{P_{ЕД} + P_{Д}} = \frac{P_{ЕД}}{P_{\text{ХЕМ}}}$$

Доказано е, че хибридизацията намалява разхода на гориво и подобрява динамичните характеристики на автомобила, когато този коефициент е в диапазона $\text{ФХ} = 0{,}3 \div 0{,}5$ [8,9].

Независимо от това дали електромобилът ще бъде изцяло електрически или хибриден, той трябва да притежава електрически двигател/генератор, с който да задвижва автомобила и съответно да регенерира електрическа енергия, с която да зарежда батерията.

Интердисциплинарната същност на ХЕМ

ХЕМ включват използването на електрически машини, силова електроника инвертори, батерии, механични и хидравлични системи в допълнение към обикновените ДВГ. Интердисциплинарната същност на хибридните системи може да бъде обобщена както е показано на фиг.8. Сферата ХЕМ включва инженерингови субекти отвъд границите на класическата автомобилната техника, която е била ориентирана в машиностроенето [9]. Силова електроника, електрически машини, системи за съхранение на енергия, системи за управление се явяват неразделна част от инженерната структура на ХЕМ.



Фиг.8. Общ инженерен характер на ХЕМ.

4. ПРЕГЛЕД НА ИЗПОЛЗВАНИТЕ ЕЛЕКТРОДВИГАТЕЛИ В ЕЛЕКТРОМОБИЛИТЕ

В електромобилите и ХЕМ най-често използваните електрически двигатели са: асинхронни двигатели; синхронни електродвигатели с възбуждане от постоянни магнити; превключваеми реактивни двигатели, постояннотокови безчеткови двигатели и постояннотокови четкови двигатели, които все по-малко се използват [7,8,9].

Най популярните решения за избор на електродвигател за електромобил са синхронните двигатели с постоянни магнити. Това се дължи на: високата им ефективност, компактните размери, малък инерционен момент на ротора; висок въртящ момент при ниски скорости и лекота на управление при рекуперативно спиране [5,6,7]. За да бъдат по-малко чувствителни към високите температури, постоянните магнити са направени от сплав на неодим, желязо и бор (Nd2Fe14B), като по този начин се отличават с относително висока остатъчна намагнитеност и висока магнитна енергия, нисък коефициент на температурни изменения - 0.02%/°C, висока точка на Кюри - 850 °C и работна температура до 450 °C.

Другите предпочитани решения при внедряването на електрически двигатели е използването на асинхронни двигатели и синхронни двигатели, като новите европейски и световни изисквания е постепенно преминаване към използване на двигатели от серията premium efficiency, с което се стреми да се намалят загубите на енергия в електрическите двигатели и от там да се увеличи к.п.д. Това се прави с цел, тъй като ≈65% от произведената енергия в света се консумира от електрическите двигатели и при повишаване с 3-5% к.п.д. на двигателя ще означава огромно количество спестена енергия [6,8,9].

В табл.1 е направено проучване на използваните електрически двигатели в по-известните марки електрически автомобили [1]. Проучването обхваща периода от 2007 г. до момента. От табл.1 се наблюдава използването на споменатите три типа двигатели: АД - асинхронни двигатели; СДПМ – синхронни двигатели с постоянни магнити и СД –синхронни двигатели.

Таблица 1

Модел ЕМ	Год. На производ-ство	Тип на двигателя	Мощ-ност [kW]	Капацитет на батери-ите [kWh]	Номина-лен про-бег [km]
Tesla Model S	2012	АД	215	42	258
Tesla Model S	2012	АД	215	65	370
Tesla Model S	2012	АД	215	85	483
Hyundai BlueOn	2012	СДПМ	61	16.4	140
Ford Focus Electric	2011	АД	100	35.5	160
Renault Fluence Z.E.	2011	СД	70	22	160
Ford Tourneo	2011	АД	50	21	160
Kangoo Express Z.E	2011	СД	44	22	170
Fiat Doblò	2011	АД	43	18	140
Peugeot iOn	2011	СДПМ	35	16	130
Nissan Leaf	2010	СДПМ	80	24	124
Ford Transit Connect EV	2010	АД	50	28	129
Smart ED	2009	СДПМ	30	16.5	135
Citroën C1	2009	АД	30	30	110
Tesla Roadster	2008	АД	215	53	395
Smart ED	2007	СДПМ	30	13.2	110

В последно време се наблюдава и използването на превключваеми реактивни мотори, но тъй като те са по-шумни се правят разработки за подобряването му. Електрическите двигатели предназначени за внедряване в електромобилите са специално разработени серии двигатели, които притежават доста по-добри показатели и характеристики спрямо същите предназначени за индустриални решения. Някой от показателите са свързани с по широк диапазон на работна температура (-40÷140°C); ниско ниво на шум; висока работна температура на намотките и редица други подобрени характеристики.

5. ИЗВОДИ

При електромобилите се наблюдава по-голяма енергийна ефективност (46%) в сравнение с автомобилите използващи двигател с вътрешно горене (21%) [7,12]. Освен това се наблюдава намаляване на шумозамърсяването и вибрациите. Възможност за използване на рекуперативната енергия от спирачката. Възможност за наличие на слънчеви панели разположени върху купето с цел зареждане на акумулаторните батерии. По-ниска себестойност за изминат километър. По-опростено обслужване и по-малко на брой износващи се части. Като недостатъци могат да се посочат: по високата цена спрямо стандартен автомобил с ДВГ; все още малък капацитет на батериите, което от своя страна води и до по-къс пробег с едно зареждане; недостатъчно инсталирани електрически станции за зареждане; по-дълго време за зареждане. Възможна е по-сложна конфигурация, която да съдържа повече от един електрически мотор, като тези конфигурации могат допълнително да подобрят ефективността и икономията на гориво на превозното средство.

ЛИТЕРАТУРА

[1] *https://www.iea.org/publications/freepublications/publication/Global_EV*

[2] Chris Mi, M. Abul Masrur, D. Wenzhong Gao, ”Hybrid Electric Vehicles-Principle and application with Practical Perspective”, 2011

[3] M. Meyer, T. Groute, J. Bocker, “”Direct torque control for interior Permanent Magnet Synchronous Motors with respect to optimal efficiency”, Paderborn University

[4] Emma Grunditz, Emma Jansson, Modelling and Simulation of a Hybrid Electric Vehiclefor Shell Eco-marathon and an Electric, Go-kart, Göteborg 2009, Sweden

[5] Gianfranco Pistoia, “Electric and Hybrid Vehicles“, 2010 Elsevier, ISBN: 978-0-444-53565-8

[6] Prof. Chris Mi „Hybrid Electric Vehicles: Control, Design, and Applications“ Department of Electrical and Computer Engineering University of Michigan - Dearborn 4901 Evergreen Road, Dearborn, MI 48128 USA

[7] M. Ehsani,Y. Gao, A. Emadi „Modern Electric, Hybrid Electric, and Fuel Cell Vehicles: “2010, ISBN: 978-1-4200-5398-2

[8] Williamson, Sheldon S “Energy Management Strategies for Electric and Plug-in Hybrid Electric Vehicles”, 2013 ISBN 978-1-4614-7711-2

[9] Iqbal Husain, “Electric and Hybrid Vehicles: Design Fundamentals, Second Edition”, 2010, ISBN 978-1-4398-1178-8

[10] Amir Khajepour, M. Saber Fallah, Avesta Goodarzi “Electric and Hybrid Vehicles: Technologies, Modeling and Control - A Mechatronic Approach”, 2014, ISBN: 9781118403105

[11] S. M. Lukic et al., “Effects of drivetrain hybridization on fuel economy and dynamic performance of parallel hybrid electric vehicles”, IEEE Trans. Veh. Technol., vol. 53, no. 2, pp. 385–389, Mar. 2004

[12] Енергийна Стратегия На Република България до 2020 „за надеждна ефективна и по чиста енергетика“ юни 2011 г.

[13] Z. Rahman et al., “A comparison study between two parallel hybrid control concepts,” presented at the SAE Technical Paper Series, Paper # 2000-01-0994

Автор: Владимир Христов, гл. ас. д-р инж., кат. „Автоматизация на електрозадвижванията“, Факултет Автоматика, Технически Университет-София, E-mail address: *vdhristov@tu-sofia.bg*

Постъпила на 23.04.2017 г. **Рецензент:** доц. д-р Евтим Йончев

МЕТОДИ ЗА ПОВИШАВАНЕ НА ЕНЕРГИЙНАТА ЕФЕКТИВНОСТ ПРИ ИЗГРАЖДАНЕ НА АСИНХРОННИ ЕЛЕКТРОЗАДВИЖВАНИЯ

Камен Христов

Резюме: *В доклада са разгледани подходи за намаляване на загубите на енергия при изграждане на асинхронни електрозадвижвания. Представено е математическо описание на трифазен AC/DC преобразувател с импуслсно управление и възможност за двустранен обмен на енергия със захранващата мрежа. Синтезирани са симулационни модели и са изследвани предимствата на управление с релейни регулатори на ток.*
Ключови думи: *загуби на енергия, импулсно управление, релейни регулатори*

METHOD AND APPROACHES OF INCREASING THE ENERGY EFFICIENCY AT DEVELOPING OF ASYNCHRONOUS DRIVES

Kamen Hristov

Abstract: *In this paper are reviewed approaches for decreasing the energy losses in developing of the asynchronous electric drives. It is examined a mathematical description of a PWM controlled three-phase impulse converter. There are synthesized simulation models and are been reviewed the advantages of the three-phase converter controlled by relay regulators of the current.*
Keywords: *energy losses, PWM control, relay regulators*

1. ВЪВЕДЕНИЕ

Приложението трифазни преобразуватели с управление с широчинно-импулсна модулация е често срещано поради някои от основните им предимства като: възможности за генериране на енергия към захранващата мрежа и управление на напрежението на постояннотоковата шина. Тъй като преобразувателят позволява управление на входните токове, които имат синусоидална форма, факторът на мощността може да се променя чрез регулиране на фазата на токовете спрямо захранващото напрежение [2],[4].

2. УПРАВЛЕНИЕ НА ТРИФАЗЕН МРЕЖОВ AC/DC ПРЕОБРАЗУВАТЕЛ С ШИМ

При тези системи се използва независимо управление на активния и реактивния ток в двуфазна въртяща се координатна система чрез ШИМ генератор, който управлява силовите ключове (фиг.1). От особена важност е подборът на филтровия кондензатор, тъй като той е от основно значение за устойчивостта и пока-

© 2017 Publishing House of Technical University of Sofia
All rights reserved

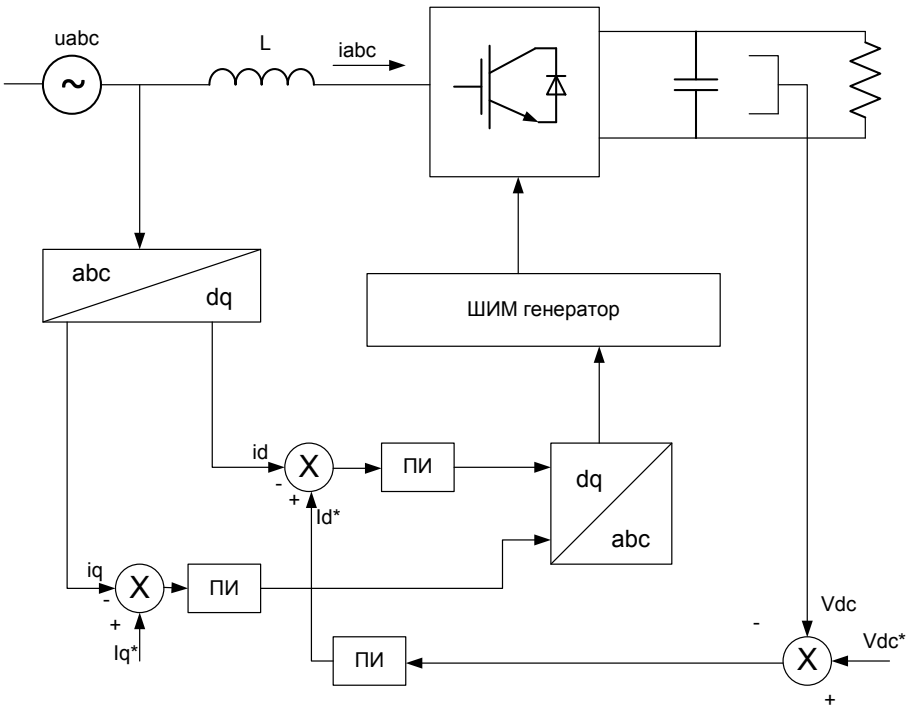
ISSN 1311-0829

зателите за качество на системата (пререгулиране и степен на колебателност на напрежението на звеното за постоянен ток) [3],[5]. Прилагайки координатни преобразувания, трифазната координатна система (*a*,*b*,*c*) се преобразува в синхронна въртяща - (*d*,*q*). Описанието на преобразуванията е дадено в матричен вид [1]:

$$C_{3s2r} = \sqrt{\frac{2}{3}}\begin{bmatrix} \sin\theta & \sin(\theta-120^\circ) & \sin(\theta+120^\circ) \\ \cos\theta & \cos(\theta-120^\circ) & \cos(\theta+120^\circ) \end{bmatrix} \quad (1)$$

Матрицата за обратна трансформация е :

$$C_{2r3s} = \sqrt{\frac{2}{3}}\begin{bmatrix} \sin\theta & \cos\theta \\ \sin(\theta-120^\circ) & \cos(\theta-120^\circ) \\ \sin(\theta+120^\circ) & \cos(\theta+120^\circ) \end{bmatrix} \quad (2)$$



Фиг.1. Структурна схема на трифазен преобразувател с ШИМ управление в d-q координатна система

При това преобразуване чрез *d*-координатата се представя активната част, а чрез *q*-координатата – реактивната [2],[6],[7]. Изразите за входното напрежение на трите фази може да бъде записано във вида:

$$\begin{cases} u_a = U_m \cos\omega t \\ u_b = U_m(\cos\omega t - 120^\circ) \\ u_c = U_m(\cos\omega t + 120^\circ) \end{cases} \quad (3)$$

Координатните преобразувания водят до уравненията на захранващото напрежение в *d*-*q* координатна система

$$\begin{cases} u_d = U_m \\ u_q = 0 \end{cases} \quad (4)$$

Уравненията за активна и реактивна мощност са от вида:

$$\begin{cases} p = \frac{3}{2} u_d i_d \\ q = \frac{3}{2} u_d i_q \end{cases} \quad (5)$$

При трифазен преобразувател с ШИМ, входната стойност за мощността от постояннотоковата шина се определя от $p = u_{DC} i_{DC}$ и ако загубите в преобразувателя не се отчетат, се стига до израза

$$p = u_{DC} i_{DC} = \frac{3 u_d i_d}{2} \quad (6)$$

Ако захранващото напрежение е с постоянна стойност и са пренебрегнати загубите в преобразувателя, u_{dc} е пропорционално на i_d и постоянното напрежение на ШИМ преобразувателя може да се управлява по i_d.[8],[9].

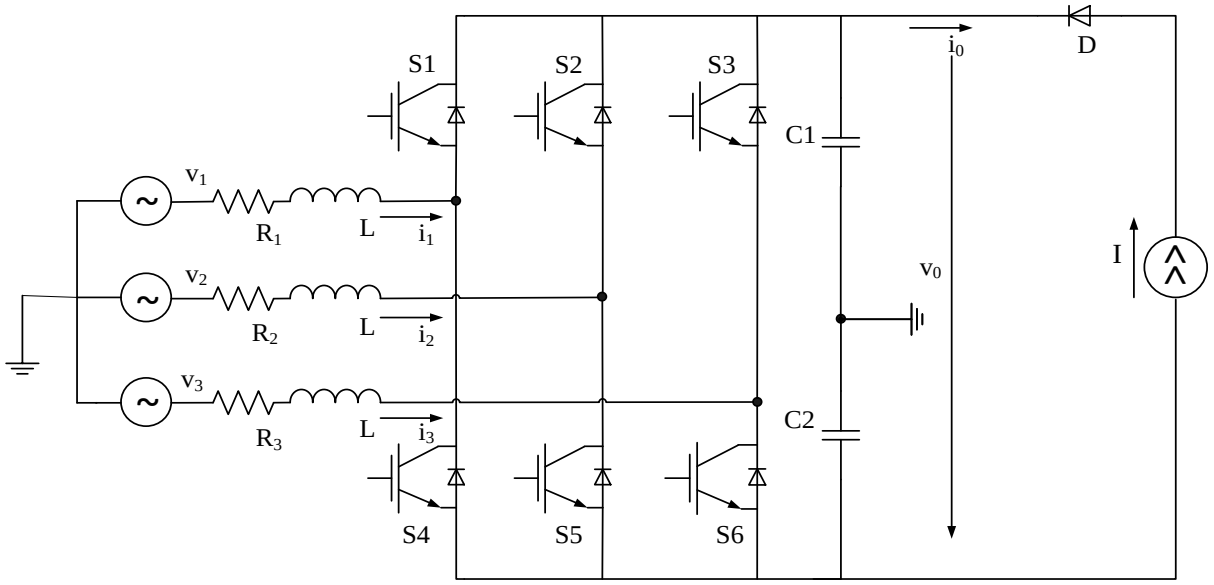
С цел подобряване на работата на системата управлението с широчинно-импулсна модулация е заменено с релейни регулатори на ток, което прави системата оптимална по бързодействие. Принципна схема на трифазен мрежов преобразувател с двустранен обмен на енергия с управление с релейни регулатори на ток е представена на фиг.2.

3. ХАРАКТЕРИСТИКИ НА ТРИФАЗЕН МРЕЖОВ ПРЕОБРАЗУВАТЕЛ С ДВУСТРАНЕН ОБМЕН НА ЕНЕРГИЯ

Използването на релейни регулатори в системата за управление е един често срещан подход за следене на заданията за ток. Основен проблем при управлението с релейни регулатори на ток с фиксирана хистерезисна зона е променливата честота на превключване и наличие на ток с висока честота в нулевия проводник, ако е свързан в средната точка на кондензаторите (фиг.2). Тези смущения водят до осцилации на тока, шум и правят сложно съставянето на филтър.
Преобразувателите с управление на ключовете се изграждат с полупроводникови елементи, които имат възможност за включване и изключване чрез подаване на отрицателно напрежение между гейта и катода на транзистора. Това дава възможност за пълно управление на преобразувателя и позволява многократни комутации за даден период от време, което не е възможно при ако управляващата част е изградена с тиристори, тъй като те се отпушват и запушват един път за конкретния цикъл [8], [9]. Има два подхода за реализация на преобразувателите с IGBT:

- с източник на ток, при който връщането на енергия в захранващата мрежа става чрез обръщане на захранването на постояннотоковата шина;
- с източник на напрежение, при който връщането на енергия в захранващата мрежа става чрез преминаване във фаза и противофаза на захранва-

щото напрежение, което води до смяна на знака на тока в постояннотоковата шина.



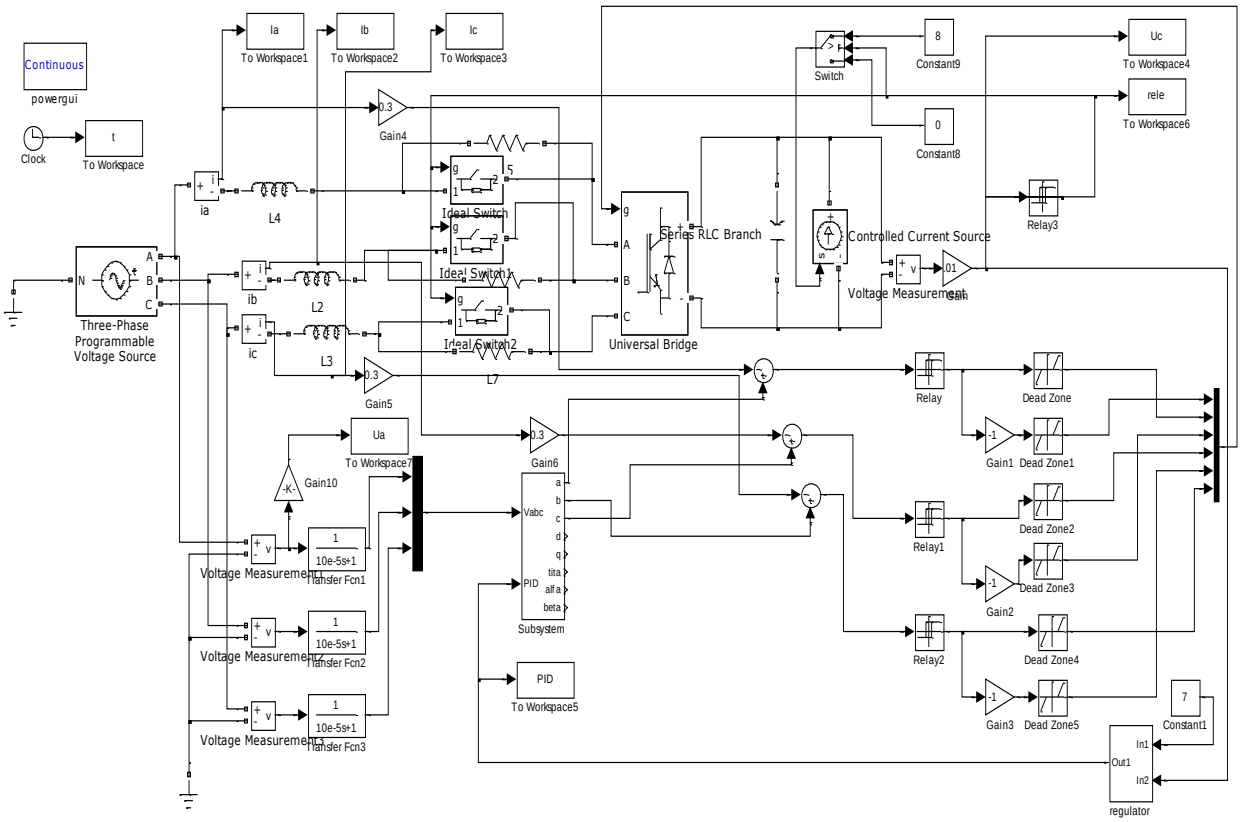
Фиг.2. Принципна схема на трифазен мрежов преобразувател

На фиг.2 е показана принципната схема на трифазен мрежов AC/DC преобразувател с двустранен обмен на енергия, където v_1,v_2,v_3 са захранващите напрежения, C_1 и C_2 са филтрови кондензатори, R са активни елементи осигуряващи плавен заряд на кондензаторите. С цел управление на входния ток и изходното напрежение се прилага директно управление на системата трифазни токове. Това управление позволява следене на потока енергия, което дава възможност за управление на изходното напрежение. Схемна реализация на системата на трифазен мрежов преобразувател с двустранен обмен на енергия с релейни регулатори на ток синтезирана в работната среда MATLAB/SIMULINK е представена на фиг.3. При този метод на управление информационният сигнал за стойността на напрежението на кондезаторите се сравнява с управляващ сигнал и разликата се подава на входа на ПИ регулатор. Изходният сигнал на регулатора е пропоционален на амплитудата на входните сигнали на тока [5],[8]. Също така сигналът от регулатора е входен към блока, в който се извършват трансформации на Кларк и Парк с цел получаване на модулирани сигнали за напреженията (фиг.4).

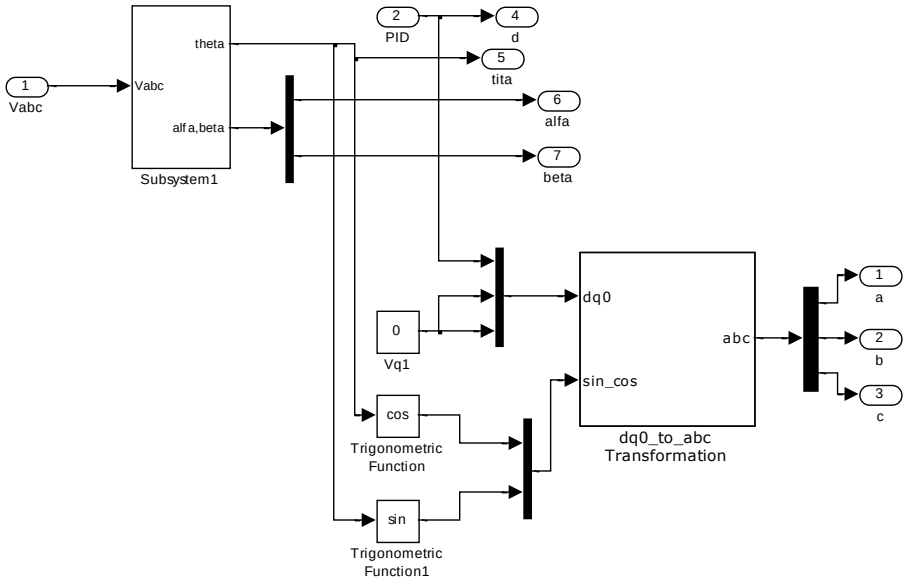
4. СИМУЛАЦИОННИ ИЗСЛЕДВАНИЯ НА ТРИФАЗЕН AC/DC ПРЕОБРАЗУВАТЕЛ В РАБОТНАТА СРЕДА MATLAB/SIMULINK

При симулационните изследвания е използван пакета *SimPowerSystems* за моделиране преобразувателя, захранващата мрежа и кондензаторната батерия. За избягване на пикови зарядни токове на кондензаторите е реализиран плавен заряд чрез последователно свързани резистори, които се шунтират с управляеми ключове в зависимост от напрежението на постояннотоковите шини. Захранващото напрежение е 380V и честота 50Hz. Стойността на всяка от индуктивностите е 2.3 mH. Изходното напрежение на кондензатора е 700V. Съпротивленията из-

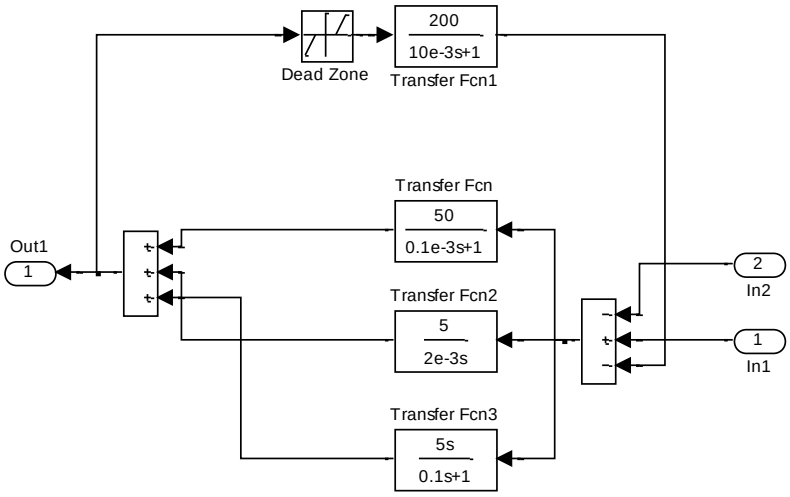
ползвани за плавния заряд на кондензаторната батерия са със стойности 5Ω. Стойността на кондензаторната батерия е 6000μF. За товар се използва управляем източник на ток с управляем ключ, чрез който се реализират двата режима на работа - консумация и генериране на чисто активна енергия в захранващата мрежа (фиг.3).



Фиг.3. Принципна схема на трифазен мрежов AC/DC преобразувател



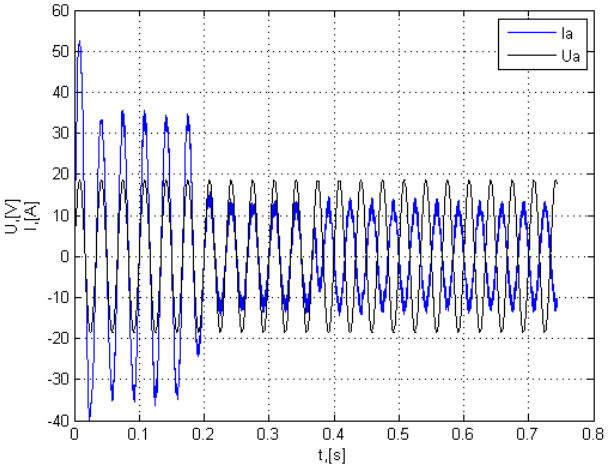
Фиг.4. Подсистема от схемата на преобразувателя извършваща модулация на система трифазни напрежения



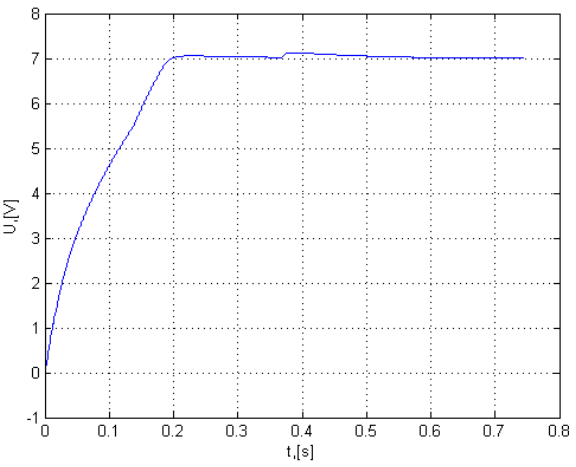
Фиг.5. Блокова схема на ПИД регулатор използван в средата SIMULINK

При използвания синтезиран ПИД регулатор, показан на фиг.5, е добавена обратна връзка(блокове - Dead Zone, Transfer Fcn1) с цел ограничаване изходната стойност на регулатора.

На фиг.6 са показани преходните процеси на захранващото напрежение и тока, като фигурата може да бъде разгледана в три времеви интервала. В първия (0s-0.2s) се наблюдава процесът на плавен заряд на кондензаторната батерия. Във втория интервал (0.2s-0.37s) кондензаторната батерия е заредена и е подадено разрешение за работа на преобразувателя. При третия интервал (0.37s-0.8s) се наблюдава обръщане на фазата на тока, което е показател за връщане на енергия в захранващата мрежа.



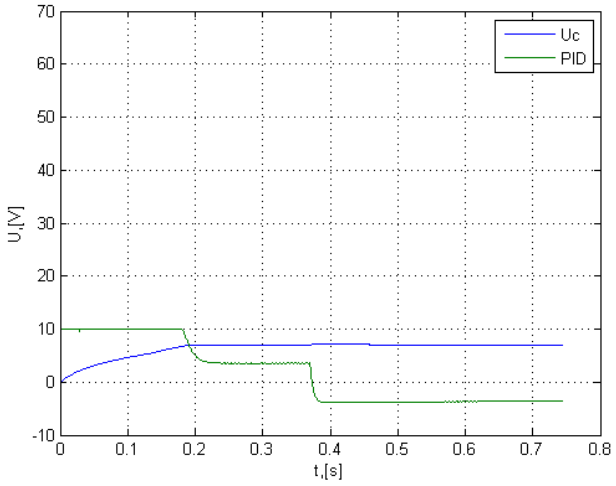
Фиг.6. Фазно напрежение и фазен ток и връщане на енергия към захранващата мрежа



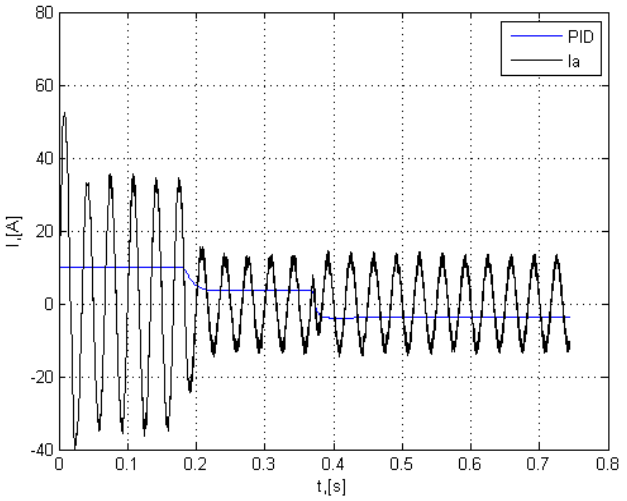
Фиг.7. Напрежение на кондензатора при заряд и връщане на енергия в захранващата мрежа

На фиг.7 е показан преходният процес на плавен заряд на кондензаторната батерия и също може да бъде разгледан в три интервала, аналогично на фиг.6. На фиг.8 са показани преходният процес на заряд на кондензатора и реакцията на регулатора при заряд, разрешение за работа на преобразувателя и връщане на енергия в захранващата мрежа. От фигурата се вижда, че при процесът на обръщане на фазата на тока, диференциалната съставка в регулатора спомага за

бързото установяване на процеса. На фиг.9 са показани преходният процес на тока и реакцията на регулатора и отново може да бъде разгледана три времеви интервала (0s-0.2s; 02s-0.37s; 0.37s-0.8s).



Фиг.8. Напрежение на кондензатора и реакция на регулатора при режим на връщане на енергия в мрежата



Фиг.9. Фазен ток и реакция на регулатора при връщане на енергия в захранващата мрежа

5. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Предложен е подход за повишаване бързодействието на системата със заместване на ШИМ модулите с релейни регулатори на тока. Характерно за релейните регулатори е оптималността им по бързодействие, което е от основна важност за енергийната ефективност, от гледна точка на по-бързото установяване на преходните процеси. При проведените симулационни изследвания на работата на преобразувателя в двата режима на работа е отчетено пререгулиране при заряда на кондензаторната батерия от 4,7%. При настройката на ПИД регулатора не са отчетени активните съпротивления на фазните индуктивности. След допълнително проведени изследвания може да бъде споменато, че при времеконстанта 0.1[s] на диференциалната съставка на регулатора, пререгулирането намалява на 4.2%.

ЛИТЕРАТУРА

[1]. Peter Vas, *"Sensorless Vector and Direct Torque Control"* London, 1998

[2]. H.W. Van der Broeck, H. Skudelny and G. Stanke, "*Analysis and realization of a pulse width modulator based on voltage space vectors*", IEEE Trans. on Industry Applications., vol. 24, no. 1, Jan./Feb., 1988, pp. 142150

[3]. K.-N. Areerak, S. V. Bozhko, G. M. Asher and D. W. P. Thomas, "*DQ-Transformation Approach for Modelling and Stability Analysis of AC-DC Power System with Controlled PWM Rectifier and Constant Power Loads*" International Power Electronics and Motion Control Conference, 2008

[4]. K. Wei and F. Xiao, "*The Improvement of Current Feed-forward Control Strategy on Voltage Source PWM Rectifier*" International Symposium on Computational Intelligence and Design, 2010

[5]. Slobodan Ćuk, "*Single-Stage, AC-DC Converter Topologies of 98% Efficient Single Phase and Three-Phase Rectifiers*" Nuremberg, 2011

[6]. Marian P.Kazmierkowski, "*Control strategies for PWM rectifier/inverter-fed induction motors*", IEEE conference, Volume: 1, Page(s): TU15 -TU23 vol.1, june2000

[7]. M. Malinowski, M.P. Kaźmierkowski, S. Hansen, F. Blaabjerg, G. D. Marques, *"Virtual flux based Direct Power Control of three phase PWM rectifier."*, IEEE Trans. on Ind. Applications, vol. 37, no. 4, pp. 1019-1027, Jul/Aug 2001

[8]. Ned Mohan, Tore M. Undeland, William P. Robbins, "*Power Electronics: Converters, Applications, and Design*", John Wiley & Sons, Inc, 3rd Ed., 2003

[9]. H. Sarén, "*Analysis of the voltage source inverter with small dc-link capacitor*," Ph.D. thesis, Lappeenranta Technical University, 2005

Автор: Камен Христов, инж. маг. докторант, катедра „Автоматизация на електрозадвижванията", Факултет Автоматика, Технически Университет - София, E-mail address: *khristov@tu-sofia.bg*

Постъпила на 21.04.2017 г. **Рецензент:** проф. д-р Тодор Йонков

РАЗВИТИЕ И УСЪВЪРШЕНСТВАНЕ НА ФУНКЦИОНАЛНИТЕ ВЪЗМОЖНОСТИ И ЛОКОМОЦИОННИТЕ ПОВЕДЕНИЯ НА УЧЕБНО - ДЕМОНСТРАЦИОННИ ПРОТОТИПИ ОТ МАЛКИ ХУМАНОИДНИ РОБОТИ

(Част 1 - инженерно представяне на малките хуманоидни роботи и някои първи апробации)

Иван Аврамов, Людмил Спиров, Никола Ценов,
Владислав Викторов, Стефан Ангелов, Димитър Георгиев

Резюме: *Настоящата конферентна версия на доклада, е структурирана в две самостоятелни, но тематично свързани учебно-методични статии. Тези статии представят и обобщават накратко, опита на група от преподаватели, докторанти и студенти при ФА на ТУ-София, които през последните 7-8 години, решават съвместно задачи по усвояване, асемблиране, програмиране, развитие и усъвършенстване на учебно-демонстрационни прототипи от малки хуманоидни роботи. В последните години, тези дидактически издържани роботи, заемат важно място в програмите за обучение по роботика на много от реномираните университети и колежи по света. В доклада се препоръчва, атрактивните и евтини малки хуманоидни роботи, да намерят своето място в обучението и научните изследвания в България по автоматика и роботика.*
Ключови думи: *робот, роботика, хуманоидни роботи, малки хуманоидни роботи, биологично инспирирани роботи, локомоция, локомоционно поведение, учебно-демонстрационен прототип, мехатроника.*

DEVELOPMENT AND IMPROVEMENT OF FUNCTIONAL OPPORTUNITIES AND LOCOMOTION BEHAVIORS OF STUDY - DEMONSTRATION PROTOTYPES OF SMALL HUMANOID ROBOTS

(Part One - engineering representation of small humanoid robots and some initial attempts)

Ivan Avramov, Lyudmil Spirov, Nikola Tsenov,
Vladislav Viktorov, Stefan Angelov, Dimitar Georgiev

Abstract: *The presented conference version of the paper is structured in two separate but thematically related, study-methodical papers. The papers represent and briefly summarize the experience of a group of lecturers, PhD students and students of the Faculty of Automation of the Technical University of Sofia, who jointly solve problems concerning assimilation, assembling, programming, development and improvement of demonstration prototypes from Small Humanoid Robots during the last 7-8 years. Recently these didactically robots occupy an important place in the training programs in robotics of many reputed universities and colleges around the world. The attractive and not expensive small humanoid robots to find their place in education and scientific research in automation and robotics in Bulgaria have been recommended in the paper.*
Key words*: robotics, robots, humanoid robots, small humanoid robots, biologically engineered robots, locomotion, locomotion behavior, demonstration prototype, mechatronics*

© 2017 Publishing House of Technical University of Sofia
All rights reserved

ISSN 1311-0829

1. АКТУАЛНОСТ И КРАТКИ ИСТОРИЧЕСКИ БЕЛЕЖКИ

В последните години, *хуманоидните роботи* напуснаха научно-изследователските лаборатории и бързо се превърнаха в атрактивни рекламни, образователни и развлекателни занимания, в любими интелектуални игри на младите хора по света, а в някои случаи, и на по - възрастните хора. Инженер – изследователите и особено, инженер-практиците, заели се с изследването, проектирането, производството, внедряването и налагането на пазара на този нов и атрактивен клас роботи, бързо се ориентираха към по-простите, но същевременно, функционално издържани и евтини конструкции. Поставиха се акценти върху реализацията на една от иновативните идеи на съвременната роботика: за *частичното минимизиране размерите на хуманоидните роботи, като същевременно се запазват основните размерни пропорции, а в някаква степен, функционалното им и външно подобие с най-съвършения техен биологичен еталон - човека.* Може да се добави, че хуманоидните роботи могат да бъдат причислени към по-голямата група роботи, наричана „*биологично инспирирани роботи*" (engl. „*biologically inspired robots*") [1],[2],[3]. Една от тенденциите, проявяваща се днес, както при *биологично инспирираните роботи*, но така също и при хуманоидните роботи, води не само до *размерната им минимизация*, а и до съпътстващата ги *миниатюризация* на основните функционални и задвижващи механизми, вкл. на техните серводвигатели, сензори, системи за управление и интелигентна комуникации с техния създател - човека.

По естествен път, в областта на „хуманоидната роботика" се обособи подгрупата от не много сложни и сравнително евтини хуманоидни роботи, сполучливо наричани в някои популярни, а в последно време и в научни публикации: *„малки хуманоидни роботи"* (engl. „*small sized humanoid robots*", или накратко, „*small humanoid robots*") [1],[2],[3],[4],[5],[6],[7]. Първоначалната тенденция за обособяване на тази подгрупа от хуманоидни роботи, бързо пренасочи своите изследователски цели към нови такива (приоритетно, към учебно-изследователски), които успешно мотивират и подпомагат обучението на децата, учениците и студентите в отделните подобласти на съвременната роботика.

В България, тематиката за хуманоидните роботи беше за първи път представена преди около 15 години, когато проф. Драгомир Ненчев, възпитаник на ТУ-София и бивш колега по роботика от ФА-ТУ-София, работещ по това време във водещ за роботиката японски университет, запозна преподавателите и студентите от Техническия университет София с актуалността, перспективите и достиженията на японските изследователи по хуманоидни роботи. Последва засилен интерес и сред българските „роботици", поради което, доста бързо се появиха първите полезни обзорни публикации, отнасящи се до хуманоидните роботи. Малко по-късно, и други български автори публикуваха научни доклади, посветени на някои важни теоретични задачи от хуманоидната роботика, като например [3].

Известните по света българските изследователи-роботици Петър Кормушев и Драгомир Ненчев, публикуваха поотделно и съвместно, няколко интересни изследвания и приложения свързани с хуманоидните роботи, като тези техни пуб-

ликации се отнасят за един по-висок клас хуманоидни роботи и пряко не се отнасят до малките хуманоидни роботи.
Нашето последно проучване показа, че в българските научни списания и конферентни сборници с научни доклади, не присъстват публикации, отнасящи се както до отделни теоретични въпроси, така и до експертните инженерно-практически и учебно-методични въпроси, относно ролята на малките хуманоидни роботи в съвременния технически свят и модернизирането на образователните технологии по роботика.

2. ЦЕЛ И ЗАДАЧИ

Настоящата разработка, в контекста на казаното по-горе, *цели да актуализира поставената нова тематика от съвременната роботика, като същевременно, запълни частично и споменатата по-горе публикационна празнина*. Отбелязваме още, че строго научни задачи от хуманоидната роботика, не са поставяни в настоящата версия на доклада ни, тъй като те са твърде сложни, специализирани и обемисти. Тук се разглеждат предимно *инженерно-експертни, практически и някои учебно-методични въпроси, свързани с проучване, усвояване, усъвършенстване и внедряване в обучението по роботика* и в по-малка степен, в научните изследвания, конкретно приложени към два учебно-експериментални прототипа от малки хуманоидни робота, налични и действащи във ФА-ТУ-София.
Настоящата конферентна статия, е структурирана като две самостоятелни, но тематично свързани статии, които накратко представят и обобщават опита на група от преподаватели, докторанти и студенти при ФА на ТУ-София, които решават съвместно актуални задачи, по усвояване, асемблиране, програмиране, развитие и усъвършенстване на учебно-демонстрационните прототипи от роботи. Тези дидактически издържани малки хуманоиди, в последните години заемат важно място в програмите за обучение по роботика на много от реномираните университети и колежи в Европа и света.

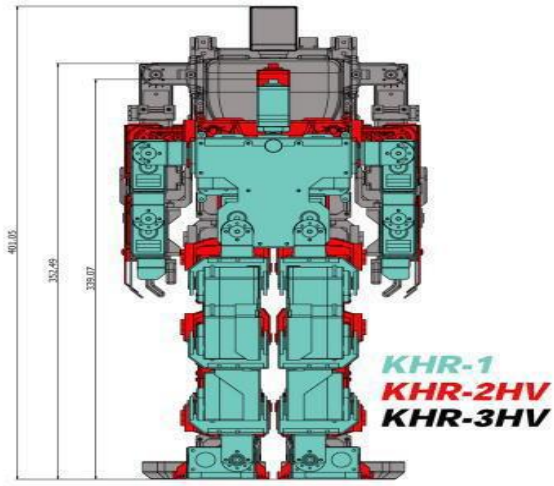
3. КРАТКО ПРЕДСТАВЯНЕ НА ДВА ПРОТОТИПА МАЛКИ ХУМАНОИДНИ РОБОТИ

В последните години, във водещите компании по света и в техническите университети и колежи, се появиха разнообразни хуманоидни роботи, както по-сложни и по-скъпи екземпляри, така и значително по-прости и по-евтини. Някои от тях, бързо се превърнаха в атрактивни високо технологични и комерсиални технически изделия.
Краткия анализ, представен по-долу, е ориентиран към групата на фирмените „*модулно сглобяеми нискобюджетни малки хуманоидни роботи*", с вариации на продажните им цени между 1000 и 2000 EURO. Тези цени съответстват на сравнително ниските бюджети за последните 20-25 години на българските университети, висшите училища и изследователските лаборатории и центрове.
Първоначално ще се спрем на малките хуманоидни роботи на водещата японската компания *„KONDO KAGAKU CO. Ltd",* наричана още „*Kondo Robotics*", която, накратко ще изписваме като *„KONDO"*[http://www.kondo-robot.com/EN/].

Компанията се намира в Токио и има над 50 годишен опит в радио управляемата хоби-техника. Тя създава, произвежда и продава един уникален малък хуманоиден робот и затова, тя е активна в такива просперираща отрасли на техниката, каквито са високо технологичните малки хуманоидни роботи и роботизираните хоби-играчки, предназначени както за обучение, така и за забавление. Силна страна на компанията *„KONDO”*, са нейните малки по размери и електромеханични параметри прецизни сервозадвижвания, като всички части на роботите на *„KONDO”*, са произведени в Япония и изцяло във фирмата. За първи път, тази компания пуска производствена линия за роботи през 2004 година. Инженерният състав на фирмата, в сътрудничество с японски университети, сравнително бързо успява да конструира и произведе собствена конструкция на малък хуманоиден робот, който в последствие, става световно известен. И досега, фирмата и нейните малки роботи, са редовно представяни в телевизионните *„ROBO-ONE състезания*”, излъчвани по медиите на територията на Япония.

Първият робот на компанията *„KONDO”*, отдавна е добил световна популярност и той е известен като хуманоиден робот *„KHR-1”*. Този робот и досега е един от най-продаваните малки хуманоидни роботи, произвеждани от една компания. Хуманоидните роботи на *„KONDO”* от първата серия, се произвеждат и продават и досега, като те продължават да са участници в многобройни робототехнически развлекателни предавния по телевизията, а също така, и в много изложби и състезания с роботи. През 2006 година, отбелязвайки втората годишнина от пускането на пазара на робота *„KHR-1”,* компанията „KONDO” пуска в производство своята *втора генерация на хуманоиден робот*, *наречен „KHR-2HV”* (вж. фиг.1), който е прекият наследник на популярният хуманоид „*KHR-1”*. Това е и първият малък хуманоиден робот, чийто модулен кит беше закупен, асемблиран, калибриран, оживен и апробиран във ФА-ТУ-София. Роботът *„KHR-2HV*” има около 15% по-малко части, спрямо първата негова версия *„KHR-1”,* по-лесен е за производство, сглобяване, настройване и обучение. Неговите електро-механични и управляващи възможности за извършване на статически устойчиви двукраки локомоции по гладки и твърди терени, също са подобрени, което е благодарение на използването на сервозадвижване с цифрово управление, с което се подобряват като цяло, кинематичните и силови характеристики на робота. През 2009 година, роботът „*KHR-2HV”* е наследен от неговата *трета генерация,* наричана *„KHR-3HV”* (вж. фиг.2). Този последен малък хуманоиден робот, се появява с нови серво двигатели от модела *„KRS-2552HV*”, които са разработени специално за него. Степените на свобода на новата генерация малки хуманоидни роботи, остават отново 17, така като е при по-стария робот *„KHR-2HV”*. Възловият момент в новия стартов комплект на робота *„KHR-3HV”,* е в модернизираната платка за управление на неговите серводвигатели, която е обозначена като *„RCB-4HV”*. Досега са продадени над 10 000 робота от втората серия *„KHR-2HV*”, и то без никакви сериозни проблеми или доработки.

Фиг.1. Общ вид на асемблирания и «оживен» във ФА-ТУ-София малък хуманоиден робот *„ KHR - 2HV”*, вкл. с допълнителните технически компоненти към него.



Фиг.2. Силуетно и размерно сравняване на трите последователни версиина малкия хуманоиден робот на „KONDO” (KHR-1, KHR-2HV и KHR-3HV).

Фиг.3. Общ поглед към три малки хуманоидни роботи тип „ROBONOVA-I” (оцветени в три различни цвята).

За направата на механичната система на робота *„ KHR-2HV”*, са използвани леки материали, като основната част от скелета на робота е изработена от специална алуминиева сплав, осигуряваща минимално тегло. Заедно с акумулаторните батерии, роботът „ KHR-2HV” тежи 1270 g и е висок в изправено положение около 340 mm. Както вече отбелязахме, общият брой на активните ротационни (R) кинематични стави на робота *„ KHR-2HV”*, достига 17, поради което, общият брой на степените на свобода на робота се приема също за 17. Наличието на достатъчно на брой степени на свобода на робота (общо 17, разпределени по 5 за всеки крак, по 3 за всяка ръка и 1 допълнителна за вертикалното завъртане на главата), предоставя благоприятни функционални възможности, роботът да може да извършва почти всички основни движения, наподобяващи движенията на краката, ръцете и главата на човека. Роботът може да реализира учтивата поза «*поклон на публиката*», да извършва <*равномерна двукрака локомоция по гладък и твърд под*>, да реализира локомоционни движения с двата крака на място, без и със завиване, да остава и преминава в <*статично равновесие на*

един опорен крак>, като прехвърля общия център на тежестта на робота от плоските стъпала на двата крака, само върху единия опорен крак, да кляка с два прибрани крака и да става, заставайки в изходното си положение, да прави гимнастическата поза «челна стойка», след което да се върне в начално изходно състояние «*изправен с прибрани ръце и крака*», да прави още други популярни гимнастически пози, като например: «*кълбо напред*» и «*кълбо назад*», *статичната равновесна поза* «везни» и някои други, значително по-сложни динамично обусловени акробатични пози, включващи едновременното участие в движенията на ръцете и краката, и то в динамичен режим. За задоволяване на естетическите изисквания на клиентите, роботът *„KHR-2HV*" се оцветява в различни цветове, като към стартовия му търговски комплект, от който той се асемблира, могат да се добавят допълнителни аксесоари и някои основни сензори, предназначени за обзор и сканиране на външната среда. Роботът има и свое атрактивно празнично облекло, което закрива основните стави, серводвигателите и захранващите кабели.

Ще обобщим по-долу, някои от по-важните технически елементи и характеристики на малкия хуманоиден робот *„KHR-2HV":*

- Модулен скелет на механичната система на тялото, на ръцете и краката, изграден от леки алуминиеви сплави;
- Задвижващи сервомодули модел „*KRS-788HV"* (общо 17 броя, въртящ момент 10 [кг.см.], 0.14 [сек./60 градуса]);
- Главния управляващ процесор на робота е върху платката RCB-3J;
- Специалното зареждащо устройство на батерията е от типа AC 100V ;
- Батерията ес параметри: 10.8 V – 800 mAh (Nyckel – Hydrogen);
- Стандартното тегло на робота, заедно с батерията, достига до 1270 грама (като стартов пакет);
- Интерфейсната връзка на робота със стандартен компютър, или лаптоп, става чрез RS-232C преносен кабел за данните.

Някои от *недостатъците на робота* се свързват със сравнително голямата отдалеченост на ортогоналната структурна организация на кинематичната му схема, в сравнение, с много по-сложната неортогонална структурна организация на човешкия скелет. В тази връзка, могат да се посочат следните структурни и конструктивни особености, които можем да приемем за рационални и даже за инженерно - оптимални, възприети заради идеята, „*роботът да не стане конструктивно сложен и скъп":*

- изцяло липсва гъвкавост в движенията на тялото на робота, т.е. роботът не притежава технически аналог на „гъвкав гръбначен стълб", поради което, то не може да променя своята конфигурация, размерите и други негови механични параметри;
- принципно погледнато, движенията на долните крайници (краката), няма как да станат "идентични" с движенията на 'човешките крайници, тъй като, заложените в конструкцията им активни ротационни стави, не са повече от пет на брой за всеки крак, и освен това, те са с ортогонално относително разположение на техните ротационни оси;

- казаното по-горе, се отнася и за движенията на ръцете на робота, като всяка ръка на роботаq притежава по три кинематично активни ротационни стави, също с ортогонални относителни разположения на осите на ротация;
- движенията на главата на робота е базирана само на една вертикално разположена ротационна става, с което, главата на робота допуска само една кинематично - активна степен на свобода, обстоятелство, твърде далече от по-сложните реални движения на човешката глава;
- отсъстват даже най простите пръстни хващащи движения на ръцете на робота.

Друг малък хуманоиден робот, заслужаващ краткото ни представяне, е робота **„***ROBONOVA-I”* на компанията *„Hitec Robotics”* <http://www.robots.nu/robonova-en-us> (фиг.3). Този робот *е вторият малък хуманоиден робот, закупен по проекти на* ТУ-София. След сглобяването, калибрирането и програмирането на робота *„ROBONOVA-I”,* както другите му подобни „*робо-връстници*”, роботът беше обучен да крачи равномерно по гладки и твърди подове, да прави някои гимнастически упражнения, като например, предни и задни кълба, да танцува, както и да изпълнява набор от по-сложни акробатични движения от хуманоиден тип.

Малкият хуманоиден робот „*ROBONOVA-I*” се задвижва от общо 16 цифрови серво управляеми правотокови електродвигатели (*притежава 16 кинематично-активни степени на свобода*), свързани в обща централизирана схема на управление към един микропроцесор, чрез който се задава необходимата координираща програма за съвместна работа на всеки един от наличните 16 броя серводвигатели. Управляващият модул има възможности за надграждането му за реализиране на едновременно управление и координация на общо 24 серводвигатали и на още 16 допълнителни технически аксесоари, като например: акселерометричен датчик, инфрачервен приемник, жироскоп и други. Освен това, роботът *„ROBONOVA-I”* може да бъде управляван и чрез използване на последно поколение *Bluetooth устройства*, а електрозахранването на робота е осигурено от една презареждаща се 7.5 V никел-кадмиева батерия. *Може да се направи извода,* че двата налични във ФА-ТУ-София малки хуманоидни робота, имат сходни технически характеристики и функционални възможности, освен това, техните цени са близки и съпоставими.

Малкият хуманоиден робот *„KHR-2HV”* си остава и досега „*чисто японско произведени*е”, а другият хуманоиден робот - *„ROBONOVA-I”,* е с ясно изразен *южно корейски произход*, като проектите и на двете компании непрекъснато се доразвиват, успешно се продават и конкурират в страните от Европа, а и в целия свят. Поради липса на място, тук не представяме по-детайлно сравнение на предимствата и недостатъците на наличните при нас два малки хуманоидни робота, но имаме професионално и експертно мнение по този въпрос. Колективът от ФА-ТУ-София, работещ по тази интересна и актуална проблематика, трупа опит и внимателно наблюдава развитието по света на новите генерации от малки хуманоидни роботи. Засега, японската фирма проявява много по-голяма активност в изграждането на нови, подобрени генерации от малки хуманоидни роботи.

4. УЧЕБНО-ЕКСПЕРИМЕНТАЛНИ АПРОБАЦИИ НА ПРОТОТИПИ ОТ МАЛКИ ХУМАНОИДНИ РОБОТИ

Както вече отбелязахме, два екземпляра на учебно-експериментални прототипи на малки крачещи робот от хуманоиден тип - *„KHR-2HV" и* **„***ROBONOVA-I", бяха* доставени и успешно асемблирани в кат. АЕЗ-Секция „Роботика" - ФА при ТУ-София, като първоначалното финансиране е реализирано на базата на два предхождащи изследователски проекта. В тази връзка, използвайки пълните комплекти (наричани още *„робокитове"),* са асемблирани, калибрирани, програмирани като в сложни мехатронни изделия съставени от необходимите градивни елементи и модули, като например: серводвигатели, специализирани контролери и софтуерни модули, чрез които са построени и тествани прототипите на малките хуманоиди. Тук се включват и някои технически аксесоари като: система за дистанционно управление на роботите, автономното им електрозахранване, специализираното им компютърно, интерфейсно и софтуерно окомплектоване на комуникационно-управляващата система на робота и управляващ мобилен компютър. За асемблирането и настройването на роботите, бяха привлечени общо четирима от много добрите и мотивирани студенти-дипломанти на ФА, които се справиха отлично със сложната и необичайна задача [4],[5],[6]. Трябва да се подчертае още, че тази задача се оказа по-сложна и със засилен инженерно - практическа насоченост, и затова, тя не би могла да се реши успешно от по-неопитни и технически необучени хора, нямащи основни инженерни познания по роботика, например, без опит в механиката и задвижването, в управлението и програмирането на роботите и без основни познания по компютърна техника и програмиране. Както отбелязахме по-горе, малкият хуманоиден робот *„KHR-2HV* ", е създаден и произведен в Япония и по тази причина, неговата първична документация и всички указания за неговото сглобяване и настройване, е написана на японски език. Наистина, в последните 2-3 години, една голяма част от тази документация беше преведена на английски език, но от друга страна, стана ясно, че някои от препоръчваните от производителя идеи и схеми за сглобяване и начално настройване на робота, не се оказаха актуални. Може да се предположи, че те не са правилно преведени от японски на английски език и поради това, се наложи, някои от специфичните неща по асемблирането да се „преоткрият" от участниците в проекта по асемблирането, настройването и програмирането, като се пробват различни „технически идеи и даже хитрини", с цел да се намери най-рационалното и най-бързо техническо решение. Вероятно, по тази причина, а и поради липса на практически и теоретичен опит, роботите, особено първия - японския, бяха асемблирани и настроени за повече от един месец, и не толкова бързо, както отбелязват производителите в своите реклами. В сглобен и калибриран вид, след проведените трудоемки обучения, малките хуманоидни роботи бяха предоставени за провеждане на учебно-изследователска работа по два изследователски проекта на ТУ-София. Освен това, роботите са апробирани успешно в учебно–изследователската работа по роботика, провеждана в секция "Роботика", кат. АЕЗ-ФА-ТУ-София, вкл. при подготовка и защита на три бакалавърски и една магистърска дип-

ломни работи [4],[5],[6] и др. Първият асемблиран и оживен в България малък хуманоиден робот е *„KHR-2HV»,* който още през 2009 г. е демонстриран успешно пред аудиторията на Първата академична работилница „Robochop" в Стара Загора, където получи поощрителна награда. Роботът *„KHR-2HV»,* а покъсно и роботът **„***ROBONOVA-I",* са представяни с интерес и адмирации на няколко поредни традиционни мероприятия в сферата на роботиката, като например „*Вечер на роботиката*" (по това време посветена на *проф. М. Константинов),* провеждани всяка година в интервала 2010-2015 г. в ТУ-София. Роботите ежегодно са представяни и апробирани като рекламни и учебно-изследователски средства пред студенти-магистри от ФА - ТУ-София, и също така, пред студенти - бакалаври от ФА, МТФ и МФ - ТУ-София, изучаващи дисциплини от областта на автоматиката, мехатрониката, роботиката и индустриалните роботизирани производства.

5. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Освен като *атрактивни рекламно-дидактически средства*, способни да заинтересоват и запалят за творческа работа много млади хора - деца, ученици и студенти, малките хуманоидни роботи са добра основа за провеждане на предизвикателни инженерно-теоретични изследвания, особено в областта на анализа и синтеза на „*статично и динамично устойчивите двукраки локомоции"* и на по-сложните „*динамично устойчиви движения от хуманоиден тип*". Някои от тези задачи могат сполучливо да бъдат възложени и на развиващото се „*виртуално инженерство*", базирано на разработване и внедряване на оригинални и специализирани CAD симулационни модели, след което те да бъдат потвърдени чрез експерименти върху реално действащите учебно-експериментални прототипи на малки хуманоидни роботи.

Във втората част на настоящия доклад, се дискутират въпроси, свързани с вграждането някои допълнителни управляващи технически аксесоари и сензори, с цел, експериментиране на съставни по-сложни движения и походки, както и проучване на възможностите за тяхно координирано поведение, като два автономни агента, на първо време реализирани само с двата налични хуманоидни роботи, а в перспектива, с повече от два робота. По този начин, се създават благоприятни възможности за организиране на занимателни и на дидактично съдържателни динамични игри с роботите, като напр., елементарен „мини-футбол с двама играчи" или други динамични игри с топки, за което ще е нужно и по-сериозно финансиране.

ЛИТЕРАТУРА

[1] Lam, P., *Walking Algorithm for Small Humanoid,* A thesis submitted in partial fulfillment of the requirements for Center for Image Technology and the degree of Master of Computer Science, Robotics, University of Auckland, New Zealand, 2002.

[2] Трифонов К., Заманов В., *Хуманоидни роботи,* Годишник на Техническия Университет София, Юб. научна сесия „30 години факултет Автоматика ТУ-София", т. 54, кн. 2, 2004, стр. 33-40.

[3] Kiriazov, P., *Humanoids Robots: How to Achive human-like Motion,* In Proc IEEE/RAs Humanoids, 2003.
[4]. Първанов, Р. *Асемблиране и настройване на механичната и задвижваща системи на малък хуманоиден учебно-изследователски робот, функционално тестване на локомоциите му и на движения от хуманоиден тип*, бакалавърска дипломна работа, кат. АЕЗ, ФА-ТУ-София, 2009.
[5] Викторов В., *Асемблиране и настройване на управляващата, сензорна и комуникационна системи на малък хуманоиден учебно-изследователски робот и функционално тестване на локомоциите му и на движения от хуманоиден тип*, бакалавърска дипломна работа, кат. АЕЗ, ФА-ТУ-София, 2009.
[6] Димитров М., „*Асемблиране и настройване на малък хуманоиден учебно-изследователски робот и функционално тестване на локомоциите му и на движения от хуманоиден тип",* бакалавърска дипломна работа, кат. АЕЗ, ФА-ТУ-София, 2010.
[7] Аврамов И., *Включване на малки хуманоидни роботи в обучен и научните изследвания на Техническия университет - София*, Proceedings of International Conference "Automatics and Informatics'10" - RAM 2010, 3-7 Oct. 2010, Sofia, pp. III493- III496.

Автори: Иван Аврамов, доц. д-р, катедра "Автоматизация на електрозадвижванията", Факултет Автоматика, Технически Университет - София, E-mail address: *iavramov@tu-sofia.bg*; Людмил Спиров, гл. ас. маг. инж., катедра "Автоматизация на електрозадвижванията", Факултет Автоматика, Технически Университет - София, E-mail address: *lspirov@abv.bg;* Никола Ценов, маг. инж. докторант, катедра "Автоматизация на електрозадвижванията", Факултет Автоматика, Технически Университет - София, E-mail address: *nikcenov@gmail.com*; маг. инж. Владислав Викторов, бак. инж. Стефан Ангелов и бак. инж. Димитър Георгиев - студенти - дипломанти от катедра „Автоматизация на електрозадвижванията", Факултет Автоматика, Технически Университет – София.

Постъпила: 07.05.2017 г. **Рецензент:** доц. д-р Владимир Заманов

РАЗВИТИЕ И УСЪВЪРШЕНСТВАНЕ НА ФУНКЦИОНАЛНИТЕ ВЪЗМОЖНОСТИ И ЛОКОМОЦИОННИТЕ ПОВЕДЕНИЯ НА УЧЕБНО - ДЕМОНСТРАЦИОННИ ПРОТОТИПИ ОТ МАЛКИ ХУМАНОИДНИ РОБОТИ

(Част 2 - реални експерименти и виртуални 3D CAD моделни приложения, с цел, усъвършенствания и нови функционалности)

Иван Аврамов, Людмил Спиров, Никола Ценов, Владислав Викторов, Димитър Георгиев, Стефан Ангелов

Резюме: *Втората част на доклада се концентрира върху проведените експерименти, вкл. и някои виртуални 3D-CAD моделни приложения, доказващи постигнатите усъвършенствания и новите функционалности. Тези резултати ще са полезни и във връзка с планирани бъдещи оптимизации и създаване на нови авторски конструкции. В резултат на експериментите и добре визуализираните компютърни симулации, са получени научно интересни и практически полезни резултати, накратко коментирани в доклада, с цел, изготвяне на план за бъдеща работа и за частични приложения на резултатите в учебния и изследователския процес.*

Ключови думи: *робот, роботика, хуманоидни роботи, малки хуманоидни роботи, биологично инспирирани роботи, локомоция, локомоционно поведение, мехатроника, учебно-демонстрационен прототип.*

DEVELOPMENT AND IMPROVEMENT OF FUNCTIONAL OPPORTUNITIES AND LOCOMOTION BEHAVIORS OF STUDY - DEMONSTRATION PROTOTYPES OF SMALL HUMANOID ROBOTS

(Part Two - real experiments and virtual 3D CAD model applications, for improvement and new functionalities)

Ivan Avramov, Lyudmil Spirov, Nikola Tsenov, Vladislav Viktorov, Dimitar Georgiev, Stefan Angelov

Abstract*: The conducted experiments including some virtual 3D-CAD model applications demonstrating improvements and new functionalities have been carried out in the second part of the paper. The obtained results will also be useful in connection with planned future optimizations and creation of new author's constructions. As a result of experiments and well-visualized computer simulations, scientifically interesting and practically useful results have been obtained and have been briefly discussed in the report in order to prepare a plan for future work and partially to apply the results in the education and research process.*

Key words*: robotics, robots, humanoid robots, small humanoid robots, biologically engineered robots, locomotion, locomotion behavior, mechatronics, demonstration prototype.*

© 2017 Publishing House of Technical University of Sofia
All rights reserved

ISSN 1311-0829

1. УВОД - АКТУАЛНОСТ И НОВИ ПРОБЛЕМИ

В *част 1 на едноименния конферентен доклад*, беше отбелязано, че *хуманоидните роботи* отдавна напуснаха научно-изследователските лаборатории и се превърнаха в атрактивни рекламни, образователни и развлекателни занимания [1]. Те станаха високо интелектуални образователни инструменти и така също, любими интелектуални играчки за младите хора по света, а в някои случаи, и за по-възрастните хора. Беше отбелязано още в първата част, че една от тенденциите, проявяваща се днес при *мобилните роботи* [2], и по-конкретно, при *хуманоидните роботи* [1] [2] [3], води не само до *размерната им минимизация*, а и до *съпътстващата ги миниатюризация*. Новата група от тези несложни и сравнително евтини хуманоидни роботи, наричани *„малки хуманоидни роботи”* („*small humanoid robots*”), се обособи като *самостоятелна група*, която бързо пренасочи своите цели към нови учебно-изследователски задачи, с решаването на които, успешно се подпомагат младите хора, проявяващи траен интерес към съвременната роботика [1],[2],[3].

От друга страна, с развитието на роботиката и напредването на технологиите, чрез които тя се усъвършенства и развива, *компютърните симулации, базирани на 3D-CAD компютърните модели,* прилагани при научните усъвършенствания и оптимизации на създадените по света роботи, вкл. и при малките хуманоидни, *3D-CAD моделите* се превръщат в много полезен инженерен инструмент и в съвременен изследователски подход. Използването на компютърно - ориентиран *симулационен подход*, базиран на предварително създадени и оптимизирани *3D-CAD модели,* е модерна инженерно - изследователска дейност, вкл. и заради редицата негови *положителни характеристики* [6],[7]. Например, компютърната симулация на един *реален хуманоиден робот* чрез 3D-CAD модели, е много по-лесна, основно заради възможностите за бърза промяна и бързо повторно настройване, отколкото промяната и настройването на параметрите за изследвания реален технически обект, в случая, реален хуманоиден робот. Тази наистина най-съвременна технология, е много по-евтина и същевременно, тя позволява по-широкото изучаване на *кинематичните структури на механизмите*, предназначени за реализирането на *движенията на роботите и на разнообразието от параметрични структурни варианти*, по отношение на нови функции и промяната на *вътрешната кинематична конфигурация и на външния дизайн на роботите*. Често пъти, симулационното изследване е по-бързо и по-гъвкаво от това на реалния робот, защото управляващите специализирани микроконтролери, изпълняват принципно погледнато, сложните алгоритми и програми по-бавно, в сравнение с провежданите компютърни симулации, реализирани от класически тип настолен или мобилен компютър. Резултатите от симулациите могат лесно да се визуализират, бързо да се анализират детайлно и евентуално, да бъдат трансферирани към реалните роботи, напр. като *оптимизирани закони за тяхното управление*.

Естествено, *компютърните симулации* имат и редица *недостатъци*. Например, в повечето от случаите, те са *неспособни да предоставят пълния модел на по-сложния реален обект*, или да гарантират *надеждния трансфер на данните*,

вкл. и в «реално време», от компютърния симулатор към контролера на реалния робот. Въпреки това, компютърните симулации са изключително полезни в научните изследвания и са много подходящи за използване в учебната дейност на студенти и докторанти, тъй като чрез тях, се онагледяват и физически осмислят основните функции, алгоритми и процеси.

2. ДОПЪЛНИТЕЛНИ ЦЕЛИ И ЗАДАЧИ

Основната цел на настоящия доклад, бе подробно обоснована и формулирана в *неговата първа част* [1]. Настоящата втора част на доклада, се концентрира върху някои от резултатите на проведените реални експерименти, свързани с частични усъвършенствания, направени и за двата екземпляра от наличните малки хуманоидни робота [1],[4],[5],[6],[7], които са асемблирани, калибрирани, програмирани и усъвършенствани от авторския колектив на при кат. АЕЗ - секция „Роботика" – ФА, ТУ - София. Тези по същество технически усъвършенствания, са планирани и във връзка с бъдещи оптимизации и тестването на нови иновативни авторски идеи и конструкции, са частично дублирани с добре визуализирани компютърни симулации, реализирани чрез приложенията на 3D-CAD модели, създадени на този етап само за единия от двата налични робота [6],[7]
Като допълнителна цел, съдържаща се в текстовете и таблиците на втората част на доклада ни, се приема, че експерименталните визуализационни кинематични картини и сценарии от компютърните симулации, ще бъдат полезни, както в изследователския, така и в учебния процес по роботика. Това се подсилва и от факта, че *статичните и динамични двукраки локомоции и походки, обобщени най-общо в термина* ***„локомоционни поведения"*** (характерни за човека и някои двукраки животни) и използвани като **"*съвършени биологични еталони*"** при изучаването и развитието на новия клас на хуманоидните роботи, не са достатъчно добре изучени и пълно моделирани. Ето защо и научните публикации и разработки по тази крайно атрактивна и полезна тематика от съвременната роботика, нарастват лавинообразно [1],[2],[7].

1. 3. НЯКОИ РЕЗУЛТАТИ ОТ ПРОВЕДЕНИ ЕКСПЕРИМЕНТИ ПО ФУНКЦИОНАЛНИТЕ УСЪВЪРШЕНСТВАНИЯ НА МАЛКИТЕ ХУМАНОИДНИ РОБОТИ

За **прототипа на малкият хуманоиден робот „ROBONOVA-I"**, с цел неговото *функционално усъвършенстване,* са планирани и успешно експериментирани следните *проектни задачи* [4]:

- автоматично изправяне на робота във вертикалното му начално положение, след негово експериментално принудително падане върху хоризонталния под *по лице*, или съответно, падане върху пода *по гръб*;
- гладко, равномерно и праволинейно двукрако ходене по *не много наклоннен твърд и гладък под*;
- гладко, равномерно и праволинейно двукрако ходене в хоризонтален и твърд под, с цел, *обхождане на затворен тип праволинеен репер*, например «квадрат», като тестването е реализирано за следните две ситуации: *без активиран*

дистанционен сензор и с активиран дистанционен сензор;

- гладко, равномерно и праволинейно двукрако ходене в хоризонтален и твърд под, с цел, *обхождане на затворен тип праволинеен репер*, например «равностранен триъгълник», като и в този случай, тестването е за двете ситуации: *без активиран дистанционен сензор и с активиран дистанционен сензор*;

По долу, първо ще поясним накратко ролята и действието на *вградения двукомпонентен акселерометричен MEMSIC сензор*, наричан още от производителя «*тилд сензор*». Действието на този сензор може да бъде приложено по *две направления* (по осите X и Y). Едното направление, например по X, се регистрира, когато роботът падне в посока «напред», т..е. «по лице», или «назад», т.е. «по гръб», а другото негово действие, напр. по Y, се реализира когато *роботът се преобърне встрани, падайки наляво или надясно*. Трябва да се подчертае, че *сензорът не се използва за регистриране на абсолютни ускорения, а за регистриране на ъглови отклонения от зададени оси на завъртане в тримерното пространство*, което на практика става при завъртането на носещото твърдо тяло на сензора, монтирано върху тялото на робота. В крайна сметка, чрез този сензор се регистрира *промяната в ориентацията на тялото на робота, спрямо началното вертикално състояние на робота, еднакво ориентиран с вектора на земното ускорение.* За да се активира този сензор, е необходимо да се направи негова предварителна настройка и калибриране, при която, се въвеждат граничните стойности за активирането му, например, въвежда се *условие за неговото активиране при ориентация на някоя от неговите две оси*, напр. на + или - 90 градуса. Програмният код, предоставен от производителя на робота, е предвиден общо за 64 броя автоматични стандартни движения, някои от които са свързани с изправянето на робота в неговото начално вертикално положение, което се налага в случаите, когато роботът е легнал върху хоризонталния под, в положения «напред», или «назад». Това довежда до автоматичното изпълнение на зададените от потребителя «изправящи движения», които са в зависимост от подадената към микроконтролера стойност, регистрирана от вградения акселерометричен «тилт сензор». Ако тази стойност е по-малка, или по-голяма от определената от потребителя стойност, роботът започва да се изправя. Това позволява на човека-оператор на робота, който най-често е и негов програмист, да не задава ръчно, чрез своя управляващ дистанционен пулт, движението «*изправяне на робота от неговото текущо легнало положение*». По тази причина, се счита, че в резултат на реализираното тук функционално усъвършенстване, роботът се е сдобил с една *начална и минимална автономност* при реализиране някои от неговите *многобройни локомоционни движения и и по-общи поведения*. Освен всичко казано до тука, относно ролята на акселерометричния сензор при експерименталното усъвършенстване на нашия робот, някои от другите предимства на този сензор са, че е той е доста лек и малък по размери и след свързването му към AD изходите на микроконтролера на робота, остава изцяло под задния капак на робота, което го защитава от счупване, когато роботът падне назад. Като недостатък на сензора се посочва факта, че той изцяло ангажира два AD изхода на управляващия микроконтролер (по един за оста X и Y), въпреки че е възможно, една от двете оси да не се използват, както засега е в нашия случай.

Накратко, по долу ще коментираме и някои от резултатите, свързани с експериментирането на интегрирания към робота *дистанционен инфрачервен сензор*, вкл. и някои негови *недостатъци*. Най-общо казано, действието на използвания инфрачервен дистанционен сензор, се изразява в засичане чрез излъчване на инфрачервена светлина към някакъв статичен и подходящ по размери неподвижен обект, намиращ се на разстояние до около 15 см. Проведените експерименти показаха, че ако пред робота има плътна стена, или друга подобна преграда, която има височина, съответстваща на тази на робота, то сензорът успява да я засече и регистрира, но много често, преди роботът да спре пред преградата и да изпълни зададената команда, той се блъска в преградата. Това се дължи на сравнително малкото разстоянието, на което сензорът засича дадения обект-преграда, стоящ пред робота и на голямото време за неговата съответстваща реакция. Тук може да се добави още и накланянето на робота в направление «напред-назад» и вероятно, на неголемите му, но постоянни във времето *еластични движения, концентрирани в зоните на ставите на робота*, когато той се движи «напред-назад». Накланянето «напред-назад» може да се замени с движеща се «напред-назад», или «нагоре-надолу» *подвижна преграда*, стига тя да се движи с честота, по-малка от времето за реакция на сензора, тъй като в този случай, роботът няма да успее да я засече. За целите на експеримента «*обхождане на маркиран на пода квадрат и вписан равностранен триъгълник*», чрез дистанционен сензор беше направен и допълнителен успешен експеримент, по задържане на човешката ръката пред сензора на подвижния робот, с цел, да се засече наличие на обект, без това да доведе до изменение в изпълнението на зададените движения от робота. Изводът, който може да се направи, с оглед на изброените по-горе недостатъци, е че е по-добре, сензорът да се използва в нединамични условия, като например, роботът да се програмира да направи една или повече крачки, след което да спре, да застане в началната си поза и след това, да засече наличието или отсъствието на обект пред него, и накрая, да продължи и изпълни своето основно задание.

При *гладко и праволинейно тестово обхождане на робота върху предварително маркирани фигури по пода*, в случая, *квадрат и вписан равностранен триъгълник*, имаме още два отделни случая: при условията на *неактивен външен дистанционен сензор* и при *активен външен сензор.* За да бъде изпълнена тази сравнително не много сложна тестова задача, е необходимо, върху гладката тестова подова повърхност, да е начертан или маркиран квадрат, като в него е маркиран и вписан равностранен триъгълник. Целта на задачата е, да се тества обхождането на робота с походка «напред» по маркирания квадрат, в ситуация 1, която е *без въздействие на външни сензори* и съответно в ситуация 2, *с използване на външни сензори*. За да бъде обходен маркирания тестови квадрат, се използват следните две прости движения: *ходене напред* и *завъртане надясно*. Роботът, крачейки гладко по твърдия под, самостоятелно разпознава предварително поставени в неговата работна зона обемни и линейни препятствия, като например, тяло под формата на куб, или паралелепипед, успява да спре близо до регистрираното от него препятствие и да направи подходящи обходни движения за заобикалянето на препятствието. Например, роботът, пристъпвайки с двата

си крака, може да се завърти надясно под прав ъгъл, след което, да продължи да ходи гладко по права линия, докато не разпознае друго подобно препятствие и така общо, целия цикъл ще се повтаря няколко пъти, в случая - до четири пъти. При обхождането на маркирания триъгълник, тези локомоционни движения се повтарят общо до 3 пъти, като роботът се завърта надясно под ъгъл 60°.
Можем да направим *оптимистичния извод*, че след провеждането на достатъчно на брой тестове с нашия малък хуманоиден робот Robonova-1, с помощта на интегрираните към него два типа сензори, той може да извършва не само строго програмирани движения, но и малък брой *целеви движения от автономен тип*.
Забелязани бяха и *някои несъвършенства и недостатъци*, които предстоят да бъдат преодолени. Например, при изпълнение в цикъл на повтарящата се команда „forward_walk“, роботът при някои от експериментите, трябваше да направи повече от зададените му предварително крачки, а не например, да направи само две крачки и да спре. По наше мнение, това е свързано с някои несъвършенства в основната команда за създадения от производителя на робота програмен шаблон „Overall Tempate Program bas (Version 1.00 20051115)“. Друг проблем е свързан с някои несъвършенства със завиването под 90 и 120 градуса на робота, което се реализира чрез повторения на стандартната команда „right_turn“. Забелязахме също, че при гладкото и равномерно ходене напред, роботът не може да запазва стабилно параметрите на равновесното си състояние, като той или пада, или не спазва точно маркираната права линия. При завиването на робота, той не винаги изпълнява правилно командата „right_turn“, т.е. не винаги се получава добро сцепление на неговите плоски, твърди и гладки стъпала с по-скоро гладката повърхност на тестовия под. Предполагаме, че част от гореспоменатите проблеми се дължат на това, че:

- плоските стъпала на робота се хлъзгат по гладката тестова повърхност, с което се губи контрола върху локомоционните движения робота;
- сравнително високата еластичност на механичната конструкция на робота.

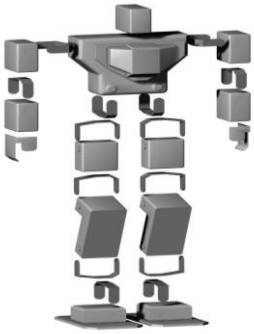
За прототипа на малкия хуманоиден робот «KHR-2HV, направените функционални усъвършенствания и проведените за целта експерименти, принципно погледнато са подобни на тези, които бяха представени по-горе, за малкия хуманоиден робот „ROBONOVA-I”. Поради ограничения в обема, нямаме възможност на този етап да представим тези експерименти. По-подробно, голяма част от тези непубликувани, но интересни и много полезни изследвания, се съдържат в магистърската дипломна работа на нашия съавтор, маг. инж. Владислав Викторов, работа която беше отлично защитена във ФА-ТУ-София през 2013 г. [5].

4. РЕЗУЛТАТИ ОТ КОМПЮТЪРНИ СИМУЛАЦИИ ВЪРХУ ВИРТУАЛНИЯ ПРОТОТИП НА МАЛКИЯ ХУМАНОИДЕН РОБОТ *«KHR-2HV”*

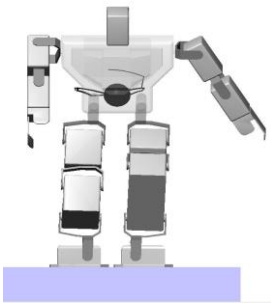
Както беше отбелязано по-горе, освен като чудесни рекламни средства, способни да заинтересоват и запалят за творческа работа много млади хора, мал-

ките хуманоидни роботи са много добра основа за провеждане на предизвикателни инженерно-теоретични изследвания в областта на анализа и синтеза на „*статично устойчивите двукраки локомоции"* и на по-сложните „*динамично устойчиви локомоции и движения от хуманоиден тип*". Някои от тези задачи могат да бъдат първоначално възложени на силно развиващото се „*виртуално инженерство*", базирано върху внедряването на оригинални и на специализирани *3D-CAD симулационни модели*, които на един по-късен етап, се потвърждават чрез експерименти върху реално действащите хуманоидни роботи.

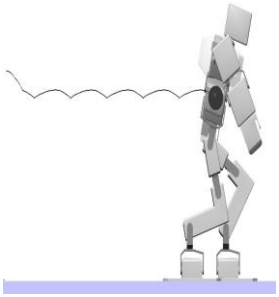
а) реален хуманоиден робот



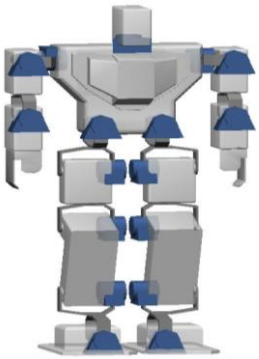
в) виртуален модел с тъмен фон са двигателите.



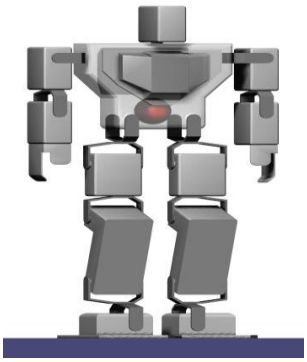
д) изглед в движение към *фронталната равнина.*



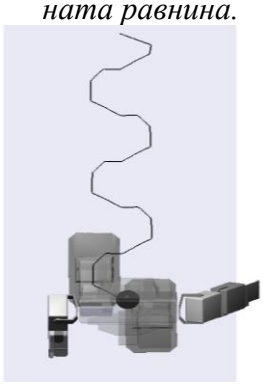
ж) изглед в движение към *сагиталната равнина*.



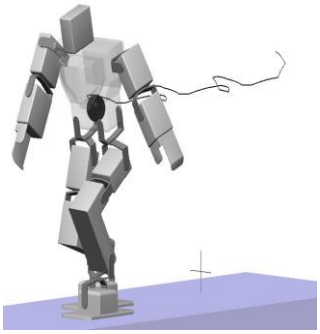
б) модулите на CAD модела, преди асемблирането



г) точката на общия масов център - с тъмен фон.



е) изглед в движение към *трансверзалната равнина.*



з) изометричен изглед в движение.

Табл. 1-1. (а, б, в, г) - етапи от подготовката на 3D CAD модел на виртуалния робот **[12].**

Табл. 1-2 (д, е, ж, з) - резултати от симулации на локомоции със статично устойчиви походки **[13].**

На фигурите по-горе от табл.1-1 и табл.1-2, са представени и систематизирани в *моментни визуализирани кинематични образи,* основните резултати, от които може да се проследи последователността и да се направи главно *качествена оценка* за една част от получените резултати за малкия хуманоид „KONDO-KHR-2HV". Поради ограничения в обема на доклада ни, на този етап, числени резултати няма да бъдат представяни. По тази причина, нашите коментари и анализи на получените графичните резултати от симулациите, също ще бъдат доста кратки и лаконични.

В рамките на симулационния процес и вследствие на изчислителната процедура, произтичаща от програмата MSC visualNastran 4D, използвана за представените тук симулации, може да се извлече полезна информация за вида и особе-

ностите на генерираните закони за управление, като тяхното представяне е най-добре да бъде в графична форма, за да се анализират по-лесно и качествено тези закони. *Главната информация,* която графиките ни предоставят, е свързана с изучаването и потвърждаването на *особеностите на гладкото статично-устойчиво двукрако ходене.* При работата на всеки един двигател на робота, в рамките на проведената симулация, се забелязва *трикратна периодична поява на характерен участък от графиката*, с което нагледно се потвърждава *цикличния характер на изследваното локомоционно движение*. Чрез графичното изобразяване на симулационните резултати, лесно се определят *екстремумите и диапазона на изменение на данните.* Например, при симулационното изследване на двукракото гладко ходене по твърд и равен терен, може да установим от симулационните графики, границите на изменение на ъгъла на завъртане на остта на вала, поотделно за всеки един ротационен двигател [6],[7]. Това ни дава възможност, да се определи „*кой от двигателите работи най-интензивно* (с реверси на скоростите и с ускорения). При симулациите на няколко вида походки, може да се сравняват данните и така да се определи за конкретния случай: *коя походка е най-ефективна ?* Информацията може да бъде сравнена с аналогична информацията от друг подобен, статично крачещ робот (напр. „ROBONOVA-I"), и по този начин, да се направи приблизителна съпоставка между параметрите на походките, реализирани от нашите два налични и сравниим по параметри малки хуманоидни робота.

Друга информация, която може да ни предоставят графиките, показващи ъглите на завъртане на двигателите, се отнася до последователността на извършване на по-простите движения, съставящи *цикъла на локомоцията.* Ако например се изпълнява повдигане на един от двата крака, без изместване на *обобщения масов център* (ОМЦ) над съседния крак, няма да се наблюдава плавно и откроено пристъпване, т.е. няма осъществяване на реална стъпка. Въпреки че, едновременното изпълнение на няколко по-прости движения, като цяло повишава скоростта на локомоционното движение, е необходимо да се запази известна последователност (подобна на фазите на краченето при човека). Симулационният професионален продукт *MSC visual Nastran* позволява събиране и трансформиране на графичните данни в цифров формат, с възможност за записване в текстов файл. Подобно извличане на данните в цифров вид, е удобно за осъществяване на изследвания и чрез други програмни продукти. Вероятно, най-важен резултат от проведеното компютърно симулационно изследване, *е визуализирането на абсолютната траектория на характерната точка, известна като* ОМЦ *на робота.* Действително, представянето на движението на ОМЦ в 3D пространството, е доста трудно начинание, но чрез визуализирането му в 3D компютърна среда, неговото изследване става значително по-лесно. От проведеното симулационно изследване, може да се приеме също, че получената симулационна абсолютна траектория на ОМЦ, до голяма степен наподобява реалната траектория, описвана от движението на точката на ОМЦ на *един средно статистически, нормално крачещ човек*. Информация за това ни дава още и *приблизително синусоидалната форма на абсолютна траектория на ОМЦ на*

модела, както при изгледа отгоре (табл.1-2-фиг.в), така и при скокообразният й вид в един страничен изглед (табл. 1-2-фиг.б). Частичните несъответствия между описваната реална абсолютна траектория на ОМЦ при човека и ОМЦ траекторията от CAD модела на робота, могат да се дължат и на някои несъответствия в походките на двата обекта.

При наблюдение на траекторното движение на ОМЦ откъм трансверзалната равнина (табл. 1-2-фиг.в, изглед отгоре), ясно се вижда, че във всеки един момент от време, движението на точката на ОМЦ, *се проектира в границите на площта на опората на стъпалата на робота*. Този факт също потвърждава наличието на добра статична устойчивост за изследвания виртуален модел.

5. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Сравнително лесното и бързо генериране на множество от данни в графичен и цифров формат, не бива лековато да се приема като «добро постижение», защото е необходимо да се даде оценка за адекватност, както на управляващите параметри, така и на получаваните числени резултати.

При симулационното изследване на *краен брой статично устойчиви локомоции на моделирания малък хуманоид*, много от входните данни за системата са оставени „по подразбиране", съобразно възможностите на конкретно използвания софтуерен продукт. Това до известна степен придава „неестествен и несигурен вид" на получените числени и графични резултати.

Положителните страни от изследването се състоят в това, че в сравнително кратък период от време, може да бъде проведено симулационно изследване върху предварително изградения 3D CAD модел на всеки по-голям или по-малък *статично или динамично крачещ хуманоиден робот*, което да ни даде достатъчно обща представа за характера и особеностите на *двукраките локомоции от хуманоиден тип.* Препоръчително е, максималното детайлизиране на виртуалния CAD модел на изследвания робот, както и прецизирането на програмните настройки, за да бъдат получаваните резултати, максимално близки до получени резултати от реалните експерименти.

Това може да се приеме като една възможност и перспектива за доразвитие на темата на доклада ни. Реалистично е също, да се осъществи „*логическа връзка на данните*" *между тези от реалния робот и виртуалния му 3D модел*. За целта, ще е необходимо да се намери подходящ практически метод, чрез който, данните от CAD модела да бъдат в реално време трансферирани и конвертирани към входовете на контролера на изследвания реален робот. Това ще предостави нови възможности и функционалности, малките хуманоидни роботи да се оживяват по-лесно и по-бързо чрез средства на т. нар. „*offe-line*" програмиране и препрограмиране, както при решаването на традиционни, така и на нетрадиционни задачи за *синтез и анализ на едно множество от статично и динамично устойчиви двукраки походки от хуманоиден тип*.

ЛИТЕРАТУРА

[1] Аврамов И, Спиров Л., Ценов Н., Викторов В., Ангелов С. и Георгиев Д. *Развитие и усъвършенстване на функционалните възможности и локомоционните поведения на учебно - демонстрационни прототипи от малки хуманоидни роботи (част 1 – инженерно представяне на малките хуманоидни роботи и някои първи апробации)* Годишник на Техническия Университет София, ISSN 1311-0829, Международна конференция Автоматика'2017, 02-04 юни, 2017, Созопол, България, т. 67, кн. 1 (2), 2017

[2] Заманов В., *Мобилни роботи,* Технически Университет - София, София, 2015, с. 175

[3] Baltes, J., McGrath, S., Anderson, J., *Active Balancing Using Gyroscopes for a Small Humanoid Robot,* Proc of 2-nd International Conference on Autonomous Robots and Agents, December, 13-15, Palmerston North, New Zealand, 2004

[4] Ангелов С., „*Усъвършенстване на равновесните пози и локомоционното поведение на малък хуманоиден робот чрез вграждане и активиране на специализирани сензори за вътрешното състояние*", бакалавърска дипломна работа, ФА-ТУ-София, 2015

[5] Викторов В., „*Усъвършенстване на функциите в телеуправлението на малък хуманоиден робот и добавяне на нови задачи в неговите локомоции*" магистърска дипломна работа, ФА-ТУ-София, 2013

[6] Георгиев Д., *"Изграждане на виртуален 3D – CAD модел на малък хуманоиден робот и провеждане на компютърен симулационен анализ за краен брой примерни статично устойчиви локомоционни походки"*, бакалавърска дипломна работа, ФА-ТУ-София, 2010

[7] Аврамов И., Георгиев Д., *Приложение на 3D-CAD модели на малък хуманоиден робот, в задачи за анализ на статично стабилни походки,* Proceedings of International Conference "Robotics, Automation and Mechatronics'11", RAM 2011, 3-7 Oct. 2011, Sofia, pp. r17-r20

Автори: Иван Аврамов, доц. д-р, катедра "Автоматизация на електрозадвижванията", Факултет Автоматика, Технически Университет - София, E-mail address: *iavramov@tu-sofia.bg*; Людмил Спиров, гл. ас. маг. инж., катедра "Автоматизация на електрозадвижванията", Факултет Автоматика, Технически Университет - София, E-mail address: *lspirov@abv.bg;* Никола Ценов, маг. инж. докторант, катедра "Автоматизация на електрозадвижванията", Факултет Автоматика, Технически Университет - София, E-mail address: *nikcenov@gmail.com*; маг. инж. Владислав Викторов, бак. инж. Стефан Ангелов и бак. инж. Димитър Георгиев - студенти - дипломанти от катедра „Автоматизация на електрозадвижванията", Факултет Автоматика, Технически Университет София

Постъпила: 07.05.2017 г. **Рецензент:** доц. д-р Владимир Заманов

СЕНЗОРНА СИСТЕМА ЗА ИДЕНТИФИКАЦИЯ НА ПРЕПЯТСТВИЯ ПРИ СЕРВИЗНИ МОБИЛНИ РОБОТИ

Найден Шиваров, Денис Чикуртев, Ивайло Рангелов, Александър Гигов, Недко Шиваров

Абстракт: *сервизните роботи трябва да притежават сензорна система за идентификация на препятствия, която да осигури безопасност при движение на робота. Системата описана в статията е изградена от сензора Kinect, инфрачервени и ултразвукови сензори. Kinect сензорът разполага с дълбочинен сензор, с който навигационната система на робота осъществява своята работа. Инфрачервените и ултразвуковите сензори са разположени в основата на мобилна платформа на сервизния робот и правят допълнителни измервания до различни обекти, които Kinect сензорът не може да регистрира. Така се предотвратяват нежелани инциденти. Проведени са експерименти с мобилната платформа, като са тествани обхвата и точността на измерванията на всички сензори, по отделно и съвместно. Получените данни от експериментите показват, че разработената сензорна система успешно регистрира и локализира препятствия около робота и предпазва него и обектите от възможността да се сблъскат*

Ключови думи*: сервизен робот, мобилен робот, сензорна система, инфрачервени сензори, ултразвукови сензори, Kinect сензор*

SENSOR SYSTEM FOR IDENTIFICATION OF OBSTACLES FOR SERVICE MOBILE ROBOTS

Nayden Chivarov, Denis Chikurtev, Ivaylo Rangelov, Aleksandar Gigov, Nedko Shivarov

Abstract: *service robots must have a sensor system for identification of obstacles. That system will provide safety and security while the robot is moving. The system that is described in this paper consists of Kinect sensor, infrared and ultrasonic sensors. Kinect sensor has built-in depth sensor. Navigation system of the robot is working with that depth sensor. Infrared and ultrasonic sensors are placed on the base platform of the robot. They are making additional measurement in the area, which the Kinect cannot see. The range and the accuracy of all sensors are tested by conducting experiments with the mobile platform. The results of the experiments shows that the sensor system successfully register and localize obstacles in front of the robot and provide safety.*

Keywords: *service robot, mobile robot, sensor system, infrared sensor, ultrasonic sensor, Kinect sensor.*

© 2017 Publishing House of Technical University of Sofia
All rights reserved

ISSN 1311-0829

1. ВЪВЕДЕНИЕ

Сервизен робот е робот, който изпълнява полезни задачи за хората или оборудване с изключение на приложения в индустриалната автоматизация. Според Международната Федерация по роботика [1], трябва да се отбележи, че класификацията на робот дали е индустриален робот или сервизен робот се прави според предвиденото му приложение.

Приложението на сервизните роботи е в множество различни области. Основните две категории, по които се класифицират сервизните роботи са: сервизни роботи за лични/домашни нужди и сервизни роботи за професионални нужди. В тази статия описания проблем се отнася за роботи, които са предназначени за работа на закрито. Примери за такива роботи са роботи използвани в болници [2], роботи за подпомагане на хората в техните домове [3], роботи за подпомагане и хранене на инвалиди [4] [5], роботи за обучение на ученици и студенти [6], както и роботи изпълняващи други задачи.

Важно условие при сервизните роботи е те да притежават автономност [7]. При мобилните роботи тази автономност се постига, чрез използване на системи за навигация и локализация [8]. Тези системи позволяват на роботите да се движат самостоятелно в помещенията, като осигуряват следене на позицията на робота спрямо заобикалящата го среда и засичат движение на обекти около робота [9]. Системите за навигация се реализират, чрез сензори, които измерват разстояние. Такива сензори са инфрачервени, ултразвукови и лазерни скенери. Много разпространен сензор за реализиране на навигация е сензорът Kinect [10], който притежава вграден сензор за измерване на дълбочина. Този сензор е така разпространен поради ниската му цена и лесното му използване. Но както е описано в [11], той има и своите недостатъци, като ниска резолюция, смущения и шумове при измерванията, ограничения на измерваните разстояния и нестабилност. Поради тези недостатъци се налага използване на допълнителни сензори, които да подобрят надеждността и работата на навигационната система на сервизните роботи. Мобилният робот, който използваме, е колесен (фиг.1). Разполага с четири колела, като две от тях се задвижват посредством постояннотокови електромотори, а другите две са пасивни и служат за опора. Колелата задвижвани от електромоторите са диференциално разположени в лявата и дясната страна на мобилната платформа на робота и към тях са свързани енкодери.

Фиг.1. Мобилен робот.

Сензорът Kinect е разположен най-отгоре, така че да има добра позиция за сканиране на пространството. Допълнителните сензори са разположени долу в предната част при основата на робота (фиг.2). Целта на използването на тези допълнителни сензори е да се сканира зоната пред робота, която Kinect-а не може да обхване, поради специфичните му особености на зоната му на обхват. Сензорите, които използваме са три инфрачервени и два ултразвукови.

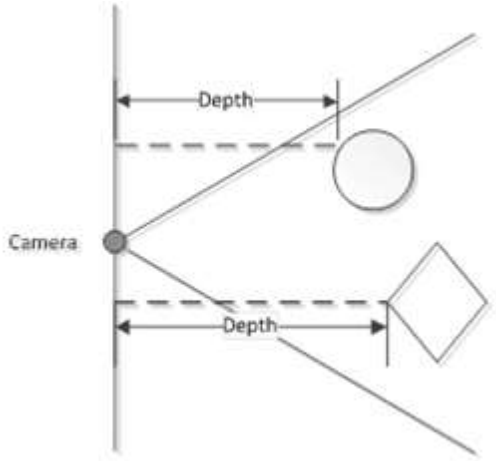
2. МЕТОДИ

2.1. Характеристики на сензорите

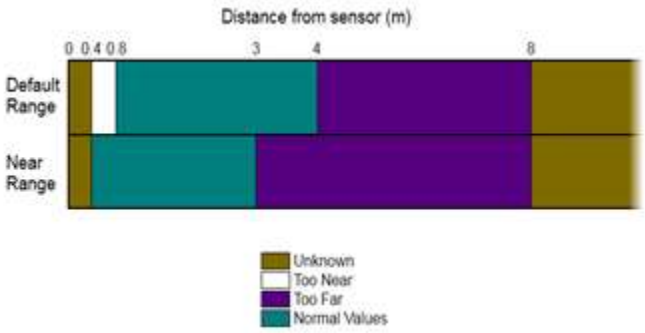
а) Сензорът Kinect се състои от следните компоненти [12]: Цветна камера, инфрачервен (IR) излъчвател и инфрачервен дълбочинен сензор и микрофон.

Във всеки кадър сензора за дълбочина заснема изображение с нива на сиво, на всичко попадащо в обхвата на сензора. Кадърът се формира от пиксели, чиито размери се специфицират от NUI_IMAGE_RESOLUTION номерацията. Всеки пиксел съдържа декартовото разстояние в милиметри, от сензора на камерата до най-близкия обект в двумерна координатна система (x, y). Тези координати не представят физическия обект, а показват локацията на дадените пиксели от заснетия кадър (фиг.3).

Когато се отвори потока на данните за измерванията на дълбочинния сензор NUI_IMAGE_STREAM_FLAG_DISTINCT_OVERFLOW_VALUES, можем да прочетем три вида стойности, които показват, че дълбочината не може да се измери коректно от тази локация. Променливата „too near“ показва, че е разпознат обект, но се намира твърде близо за да се измери точната дистанция. Променливата „too far“ показва, че обекта е прекалено далеч за да се определи разстоянието до него. Променливата „unknown“ показва, че не е засечен обект (фиг.4).



Фиг.2. Измервания на дълбочинния сензор.



Фиг. 2. Обхват на измерване на Kinect сензора.

b) Инфрачервен сензор

Sharp GP2Y0A21YK0F е инфрачервен сензор за измерване на разстояние, които използва лъч инфрачервена светлина да се отрази от обект, за да измери на разстоянието до обекта (фиг.4). Тъй като сензора използва триангулация на лъчева светлина, за да се изчисли разстоянието, сензорът е в състояние да осигури пос-

ледователни и достоверни показания, които са по-малко чувствителни от изменението на температурата или отразяваща способност на обекта. Сензорът извежда аналогово напрежение, съответстващо на разстоянието на обекта, и може лесно да се чете чрез използване на евтина аналогово-цифров преобразувател (ADC) чип.

c) Ултразвуков сензор

Ултразвуковият датчик осигурява лесен метод за измерване на разстояние. Този сензор е идеален за всякакъв брой приложения, които изискват от вас да се извършат измервания между движещи се или неподвижни обекти (фиг.5).

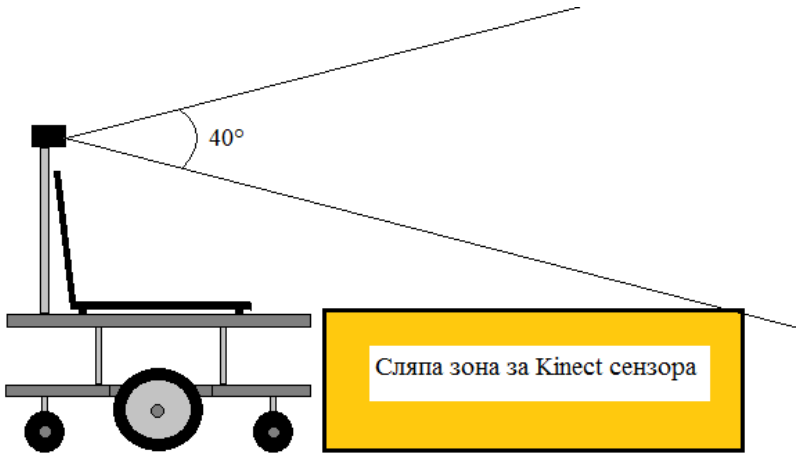
Един I / O пин се използва за излъчване на ултразвуков сигнал и след това засича върнатия импулс. Сензорът измерва времето, необходимо за връщане на импулса и връща стойност към микроконтролера като променлива ширина на импулса по същия I / O пин.

Фиг. 4. Sharp GP2Y0A21YK0F.

Фиг. 5. Ултразвуков сензор.

2.2. Описание на проблема

Проблемът се състои в това, че пред самия робот се получава зона, в която Kinect сензора не може да вижда (Фиг. 6). Тази зона е много рискова понеже така роботът може да се сблъска с различни малки предмети, животни или дори хора, и дори няма да регистрира наличието им. Поради това трябва да се добавят допълнителни сензори, които да покрият тази зона и да регистрират появата на различни обекти непосредствено пред робота. Тези обекти обикновено са динамични, което налага нуждата от голяма честите на измерванията.



Фиг.6. Сляпа зона за Kinect сензора.

Зоната, която трябва да се обхване е с формата на паралелепипед с размери височина 25 см, дължина 60 см и ширина 45 см. Така характеризирана тази зона изисква сензори с максимален обхват на измерване поне 70 см, за да се постигне точност при измерванията. Сензорите трябва да се разположат, така че оптимално да покриват празната зона.

При регистриране на обект пред робота, от страна на допълнителните сензори, роботът трябва да спре движението си и да потърси друг път, по който да продължи да се движи безопасно, заобикаляйки обекта. Ако не може да се намери друг път, тогава робота трябва да изчака докато засечения обект на се премести.

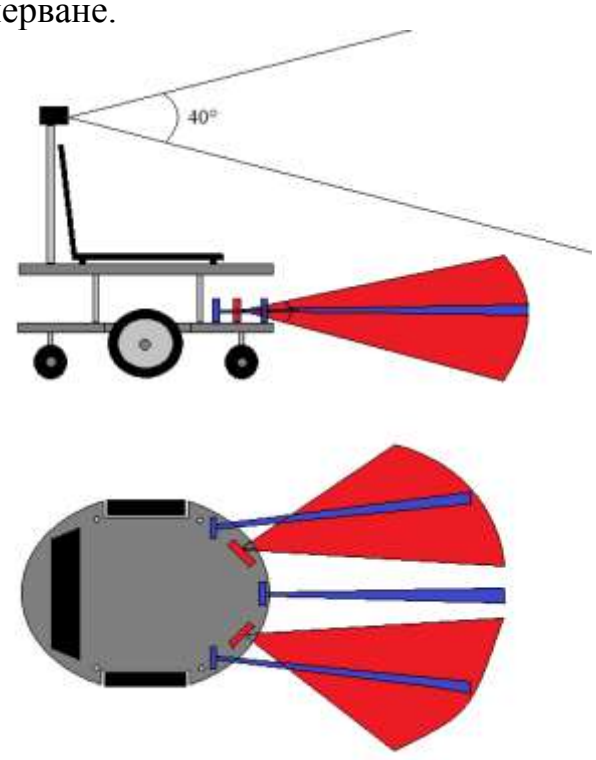
2.3. Решение на проблема

За управлението на двигателите е добавен ПИД регулатор към системата за навигация. Този регулатор се грижи за точното подаване на мощността. Така се премахват проблеми свързани с отклонения по време на движение. Също така навигационната система е програмирана да работи на принципа на алгоритъма A*, като се старае да намира най-кратък път до дадена цел.

Решението на проблема се състои от два етапа.

а) първи етап – добавяне на допълнителни сензори (фиг.7).

Допълнителните сензори са монтирани в предната част на долната платформа на робота. Те се намират на височина около 15 см, което се предполага, че ще бъде достатъчно за да се регистрират малки обекти, намиращи се непосредствено пред робота. Максималният обхват напред на всички сензори е ограничен до 70 см, понеже след това се припокриват с Kinect сензора. Също така като се използва по-малък диапазон на обхват на сензорите се увеличава тяхната точност и бързина на измерване.

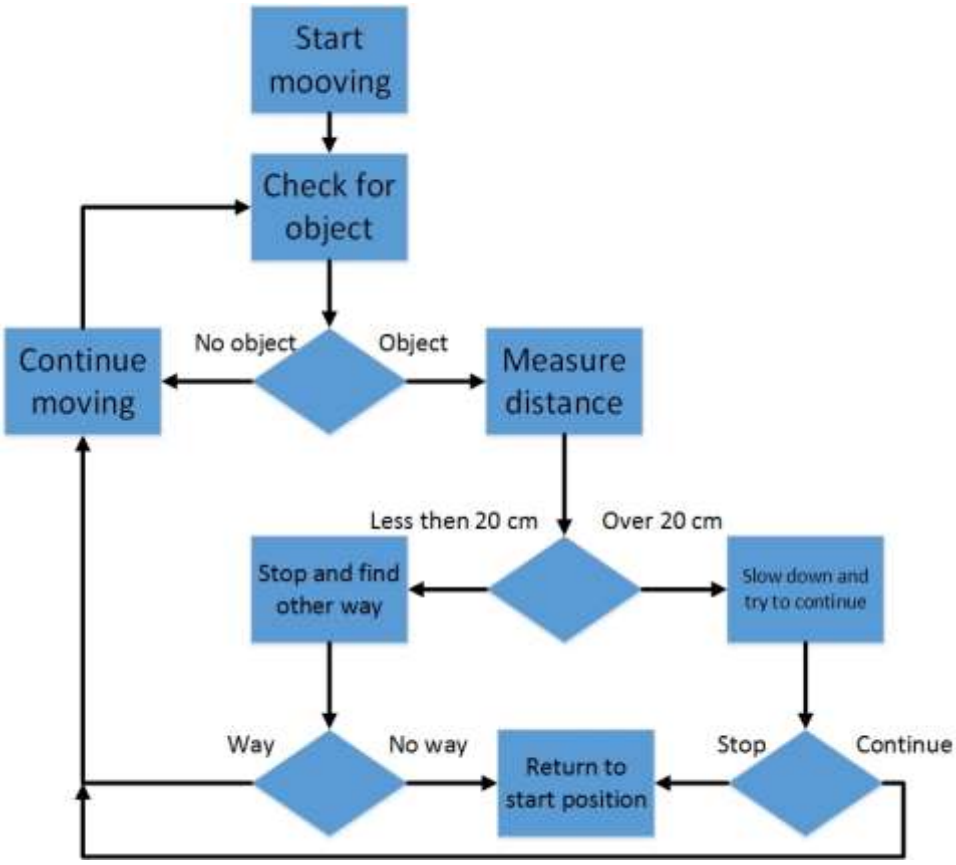


Фиг.7. Разположение и обхват на допълнителните сензори.

Сензорите са свързани към основния контролер на робота. След това данните от измерванията им се предават към компютъра на робота. Компютъра пресмята алгоритмите за навигацията и другите системи на робота и изпраща управляващи сигнали към контролера.

б) втори етап – създаване на алгоритъм за съвместна работа на Kinect с допълнителните сензори.

Алгоритъмът за осигуряване на съвместна работа на всички сензори е добавен към алгоритъма за навигационната система. Целта на този алгоритъм е да добави допълнителни условия, свързани с измерванията на инфрачервените и ултразвуковите сензори. Блокова схема на алгоритъма е показана на фиг.8.



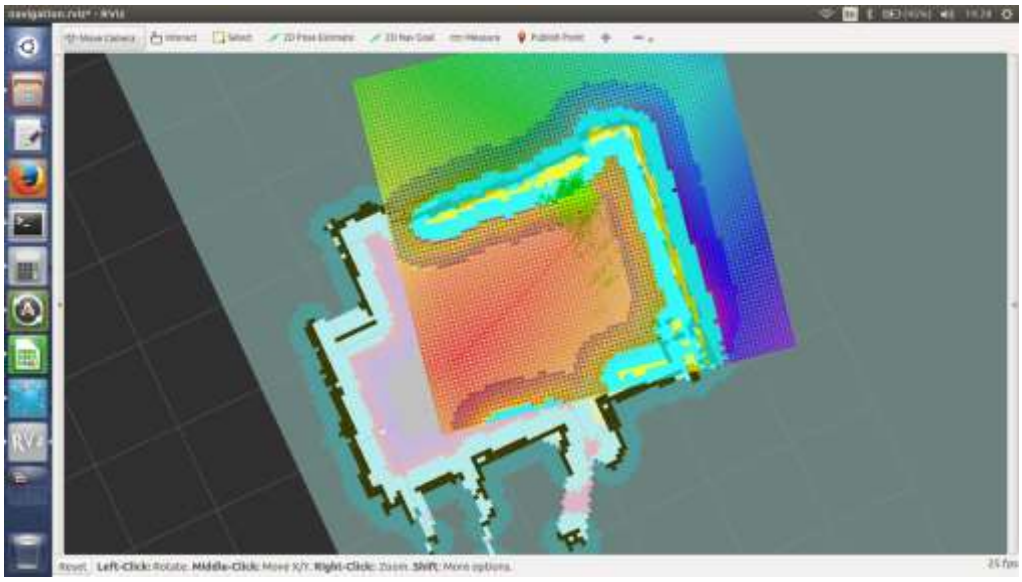
Фиг.8. Блок схема на алгоритъма за управление на сензорите.

Измерванията на допълнителните сензори са в началото на алгоритъма, след което се продължава с нормалната работа на алгоритъма на навигацията. Същността на този алгоритъм е при наличие на обект в обхвата на допълнителните сензори да се предвиди спиране или заобикаляне. При разстояние по-малко от 20 см робота трябва да спре и да потърси алтернативен път ако има такъв. При разстояние повече от 20 см робота трябва да намали с готовност за спиране и отново да потърси алтернативен път до зададената цел. Всички допълнителни команди преминават праз ПИД регулатора в пакета за навигацията.

3. ЕКСПЕРИМЕНТИ

Системата за навигация е реализирана върху операционната система за роботи –

ROS. Разработения алгоритъм е добавен към пакетите на навигацията и реално е част от нея. За да се проведат експерименти предварително е направена карта на помещението, в което се намира робота (фиг.9). Това става в ръчен режим на управление, като се обхожда помещението и дълбочинния сензор сканира, докато не се получи завършена картина на помещението. След като имаме готова карта, активираме навигационната система, тя намира локацията и ориентацията на робота, след което минава в режим на очакване на команди. Робота е показан като точка в горният десен ъгъл, а стрелките около него показват неговата ориентация. Квадратната решетка около робота показва обхвата на дълбочинния сензор. Желаните дестинации се посочват директно върху самата карта. Навигационната система трябва да придвижва робота от една точка до друга и с определена ориентация, без външна намеса. Специфичните характеристиките на робота, като междуосие, диаметър на активните колела и резолюция на енкодерите са добавени към пакетите на навигацията, за да може тя да работи коректно.



Фиг.9. Работа на навигационната система в реално време.

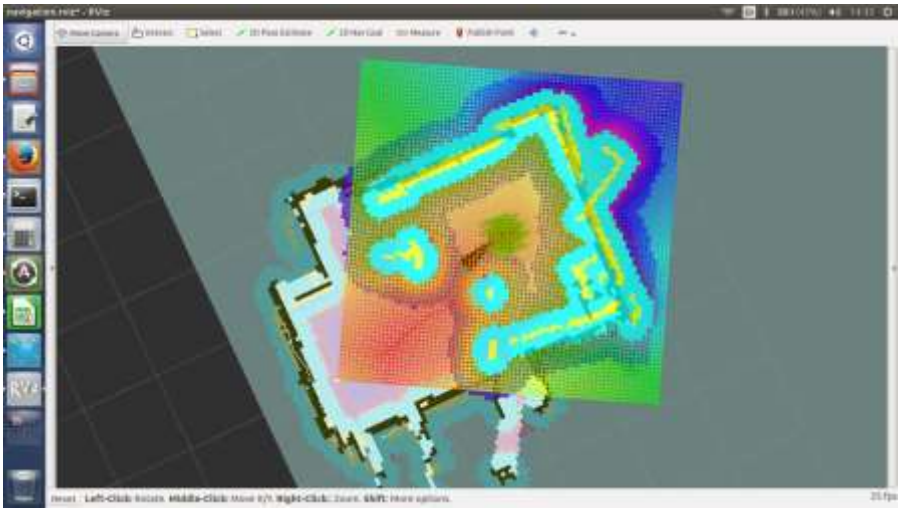
Експеримент 1: Автономно движение с допълнителни обекти. При този експеримент робота трябва да се придвижи от точка А до точка Б. В помещението са поставени допълнителни обекти, които не съществуват на предварително направената карта. Тези обекти са поставени на произволни позиции, така че да има алтернативни пътища за преминаване покрай тях. Целта на този експеримент е системата за навигация да регистрира препятствията пред робота, да създаде алтернативен път и да закара робота до крайната цел.

Експеримент 2: Автономно движение с допълнителни обекти и движещи се обекти. При този експеримент се повтаря обстановката от първия, но се добавя движеща се топка, която се пуска да премине пред робота. Целта е когато бъде засечена в близост до робота на разстояние по-малко от 20 см, системата за навигация да спре робота и да предотврати сблъсък. След това трябва да създаде алтернативен път и да закара робота до крайната цел.

4. РЕЗУЛТАТИ

Получените експериментални данни са показани, чрез инструмента RVIZ. Това е пакет имплементиран в ROS, който се използва за визуализиране на данните от различни сензори в реално време. Може да се използва както за 2D, така и за 3D визуализация. В нашия случай визуализираме картата на помещението и данните от измерванията на дълбочинния сензор на Kinect устройството, заедно с данните получените данни измерванията на допълнителните сензори.

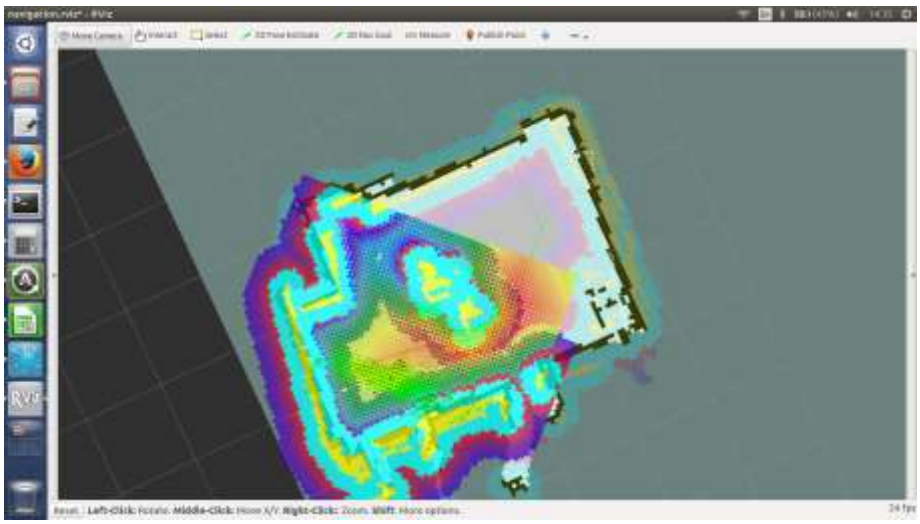
При изпълнение на първия експеримент бяха поставени допълнителни обекти в средата на стаята, както се вижда на фигура 10. Роботът успешно регистрира тези обекти и ги поставя на съответните им позиции върху картата. За този експеримент в повечето случаи е достатъчен само дълбочинният сензор. Но в случаите когато обектите са ниски или се появят близо до робота е наложителна намесата на допълнителните сензори. Системата за навигация намира и преизчислява нов път до зададената дестинация, след което робота я достига. В този случай желаната позиция долу в левия ъгъл на стаята. Навигационната система изчислява, че робота може да премина между обектите, той преминава между тях и достига до крайната точка. Когато робота се приближи прекалено близо до някой от обектите се активира алгоритъма за избягване на препятствия, тогава навигацията е принудена да възпроизведе алтернативен път до крайната цел.



Фиг.11. Резултати от проведените експерименти.

При изпълнение на втория експеримент, робота успешно регистрира появилите се движещи обекти пред него и успява да спре. Докато обекта е в обхвата на някой от допълнителните сензори системата за навигация изчаква докато се освободи пътя. Ако обекта остане статичен, тогава навигацията започва да търси и да преизчислява нов път ако е възможен такъв. Когато няма алтернативен път робота остава на място и изчаква докато обекта не освободи пътя или намеса на оператор.

Трябва да се отбележи, че дълбочинният сензор не регистрира наличието на преминаващата топка пред робота. Без наличието на допълнителните сензори, роботът няма да спре и ще се удари в нея.



Фиг.12. Резултати от проведените експерименти.

5. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Сервизните роботи се развиват с големи темпове, поради нарастващия интерес от страна на хората и налагащите се тенденции роботите да се превърнат в домашни помощници. Разпространението на сервизните роботи в домовете на хората се увеличава и в близкото бъдеще се предвижда, че в почти всеки дом ще има робот помощник. Особено внимание се обръща на сервизните роботи, които ще се грижат за възрастни хора и инвалиди, понеже тези хора имат по-особени нужди. Поради това е особено важно да се обърне внимание на осигуряване на безопасността, както на хората, така и на роботите. Допълнително изградените сензорни системи за максимално постигане на безопасност са важни за развитието на сервизните роботи. Подобни системи могат да предотвратят инциденти и да подобрят работата на сервизните роботи.

БЛАГОДАРНОСТИ

Това изследване е реализирано като част от изпълнението на проект „Телеуправляеми Сервизни Роботи Повишаващи Качеството на Живот на Възрастни Хора и Инвалиди, № ДН 07/23 – 15.12.2016“, финансиран от Фонд Научни Изследвания.

ЛИТЕРАТУРА

[1] Международна Федерация по Роботика, *http://www.ifr.org/service-robots/*, Accessed 10 04 2017

[2] Tobias Mettler, Michaela Sprenger, Robert Winter, „Service robots in hospitals: new perspectives on niche evolution and technology affordances“, European Journal of Information Systems, pp 1-18, Print ISSN0960-085X

[3] Chivarov, N.; Shivarov, S.; Yovchev, K.; Chikurtev, D.; Shivarov, N. - Intelligent Modular Service Mobile Robot ROBCO 12 for Elderly And Disabled Persons Care; Robotics in Alpe-Adria-Danube Region (RAAD), 2014 23rd International Conference on, Smolenice, Slovakia, 3-5 Sept. 2014, Print ISBN: 978-1-4799-6797-1. p. 343-348

[4] Nayden Chivarov, Denis Chikurtev, Kaloyan Yovchev, Stefan Shivarov, Cost-Oriented Mobile Robot Assistant for Disabled Care; TECIS 2015, 16th IFAC Conference on Technology, Culture and International Stability, Sozopol, Bulgaria, 24-27 September 2015
[5] K. Kawamura, R.T. Pack, M. Bishay, M. Iskarous, "Design philosophy for service robots", Robotics and Autonomous Systems, Volume 18, Issues 1–2, July 1996, Pages 109-116
[6] N. Chivarov, D Chikurtev, I Rangelov, A. Gigov and N. Shivarov, Educational Mobile Robot Platform for Line Following, 6th International Scientific Conference" Education, Science, Innovations", June 10-11, Pernik, Bulgaria, pp. 290-298, ISSN 1314-5711
[7] Zayera Khan, "Attitudes towards intelligent service robots", Report number: TRITA-NA-P9821, IPLab-154 Publication date: 1998.
[8] D. Chikurtev, Indoor Navigation for Service Mobile Robots Using Robot Operating System (ROS), Problems of Engineering Cybernetics and Robotics, Vol 67, Sofia, 2016, p. 61-70, ISSN 0204-9848
[9] Atanas Dimitrov, Problems and Current State of Mobile Robots For Exploration Purposes, Electronic Journal for Computer Science and Communications, Vol 4, No 2 (2015)
[10] Dobrin Aleksandrov, "Using Kinect Sensor for Localization And Navigation Of Mobile Robot", ADP 2015, Sozopol, Bulgaria; p. 415-420, ISSN 1310-3946
[11] Din-Yuen Chan, Che-Han Hsu, "Regular Stereo Matching Improvement System Based on Kinect-supporting Mechanism", Open Journal of Applied Sciences, 2013, Vol.3, 22-26
[12] Сензор Kinect,
https://msdn.microsoft.com/ en-us/library/hh973078.aspx#Depth_Ranges,
Accessed 10 04 2017
[13] Инфрачервен сензор, *https://www.parallax.com/product/28995,*
Accessed 10 04 2017
[14] Ултразвуков сензор, *https://www.parallax.com/product/28015,*
Accessed 10 04 2017

Автори: Найден Шиваров, доц. д-р, Приложна информатика и комуникационни технологии, Европейски Политехнически Университет-Перник, E-mail address: *nshivarov@code.bg***;** Денис Чикуртев, маг. инж. докторант, ИИКТ-БАН, E-mail address: *denis@iinf.bas.bg***;** Ивайло Рангелов, студент, Приложна информатика и комуникационни технологии, Европейски Политехнически Университет-Перник, E-mail address: *rangelov.ivaylo@yahoo.com***;** Александър Гигов, Приложна информатика и комуникационни технологии, Европейски Политехнически Университет-Перник, E-mail address: *alexx_5226@abv.bg***;** Недко Шиваров, доц., Приложна информатика и комуникационни технологии, Европейски Политехнически Университет-Перник, E-mail address: *nedko@code.bg*

Постъпила на 03.05.2017 г. **Рецензент:** доц. д-р Владимир Заманов

MODELING AND SIMULATION OF OVERCONSTRAINED CLOSED-LOOP MECHANISMS

Nikolay Bratovanov, Zlatko Sotirov, Vladimir Zamanov

Abstract: *The article describes an approach to modeling and motion simulation of a class of overconstrained closed-loop mechanisms. Typical behavior of overconstrained closed-loop mechanisms exhibits local mobility when near specific (singular) configurations. The mechanism's behavior in these configurations is analyzed and the direct/ inverse kinematic problems are resolved. A C++ computer program performing all the required math operations has been developed for the purpose. The verification of the computed results is done with the help of SolidWorks CAD software and a 3D model of the studied mechanism. Motion simulation is performed by using the SolidWorks application-programming interface (API).*
Keywords: *overconstrained closed-loop mechanisms, SolidWorks 3D modeling, SolidWorks API, motion simulation;*

1. INTRODUCTION

Parallel manipulators (PM) have gained significant research interest over the last 30 years [1], [3], [6], [7]. Regardless of the fact that many PM have found industrial application, the implementation of overconstrained PM (OCPM) is still limited. In 1996, Genmark Automation, Inc. developed and started to manufacture a special type of OCPM for semiconductor automation. The mechanism was named GPR™ (from "Gimbal Positioning Robot") and was trademarked and patented in 1996 [4]. The GPR mechanism had 3 DOF and was designed to perform two small independent rotations in the range of ±2 degrees and a larger-range (up to 20") translation. The terminal link (platform) was used as a basis for installing serial planar-arms (one or two) with up to 3 DOF each. The resulting hybrid parallel-serial mechanism was capable of adapting to misaligned equipment and compensating for the deflection of the manipulated object, particularly in the case of a very thin object [5]. Since 1996, thousands of GPRs have been implemented in various semiconductor FABs, turning out to be one of the largest industrial implementations of OCPM in the world. A distinctive feature of the overconstrained GPR mechanism is its performance at singular configurations – the ability to "use" the inherent elasticity and backlash of its components in order to perform the required small rotations instead of using additional kinematic joints. In the case of OCPMs, "overconstrained" does not indicate that mechanism does not move; rather, in this case, "overconstrained" indicates that the mechanism has less mobility as required by the manipulating task (i.e. it has motion deficiency in some directions). In other words, specific moves would not exist if the mechanism was ideal, becoming possible only because of its imperfections (inherent elasticities

© 2017 Publishing House of Technical University of Sofia
All rights reserved

ISSN 1311-0829

and backlashes of components). The paper proposes how to eliminate this deficiency and provide a formal description of the motion of the mechanism. Since there are various ways of modeling the behavior of the GPR mechanism, this work attempts to explore one of the possibilities, which is considered more "natural" by the authors. It also intends to answer questions that have not yet been addressed, such as, how the platform rotations (tilting) affect its absolute positional accuracy (i.e. how the center of the platform moves as the platform rotates). In order to study the motion of the GPR mechanism the authors introduce virtual sliding joints at the platform, which represent the effect of the cumulative elasticity and backlash of the components of the mechanism.

2. STRUCTURE OF THE GPR™ MECHANISM

The GPR mechanism consists of a base and a platform connected by three rods and kinematic joints. The three rods are parallel and are connected to the base via fifth-order sliding joints. The axes of these joints are parallel. The three rods are connected to the platform via spherical joints. The sliding joints are active and the spherical are passive. There are two orthonormal coordinate frames, $\mathrm{O}_b\mathbf{e}_{b1}\mathbf{e}_{b2}\mathbf{e}_{b3}$ and $\mathrm{O}_p\mathbf{e}_{p1}\mathbf{e}_{p2}\mathbf{e}_{p3}$, firmly attached to the base and the platform respectively. The centers of the spherical joints are denoted by $\mathrm{P}_k, k = 1,2,3$ and the intersection points of the sliding joints with the plane of the base passing through the origin O_b are denoted by $\mathrm{B}_k, k = 1,2,3$. There are also a number of radius-vectors defined: $\mathbf{r}_{O_bP_k} = (x_{O_bP_k} \;\; y_{O_bP_k} \;\; z_{O_bP_k})^T$; $\mathbf{r}_{bk} = \overrightarrow{\mathrm{O}_b\mathrm{B}_k}$; $\mathbf{r}_{pk} = \overrightarrow{\mathrm{O}_p\mathrm{P}_k}$; $= \overrightarrow{\mathrm{O}_b\mathrm{P}_k}$; $\mathbf{r}_{P_kP_l} = \overrightarrow{\mathrm{P}_k\mathrm{P}_l}$, see *Figure 1* and *Figure 2*. The length of $\overrightarrow{\mathrm{B}_k\mathrm{P}_k}$ is denoted by q_k and $\mathbf{q} = (q_1 \;\; q_2 \;\; q_3)^T$ is the vector of the generalized coordinates.

3. MOBILITY ANALYSIS

The position and the orientation of all the links of the mechanism are uniquely defined by a set of parameters $\mathbf{P} \in \Re^N$ which are not necessarily independent. A convenient choice for $\mathbf{P}$ is $(\mathbf{q}^T \;\; \mathbf{r}_{O_bP_1}^T \;\; \mathbf{r}_{O_bP_2}^T \;\; \mathbf{r}_{O_bP_3}^T)^T$. The equations of constraints imposed on $\mathbf{P}$ by the mechanism are:

$$\boldsymbol{\Phi}: \mathfrak{R}^{\mathrm{N}} \to \mathfrak{R}^{\mathrm{N}}: \; \boldsymbol{\Phi}(\mathbf{P}) = 0 \tag{1}$$

Given the definition of $\mathbf{P}$, eq. (1). can be rewritten as

$$\begin{gathered}
\mathbf{r}_{b1} + q_1\mathbf{e}_{b3} - \mathbf{r}_{O_bP_1} = 0 \\
\mathbf{r}_{b2} + q_2\mathbf{e}_{b3} - \mathbf{r}_{O_bP_2} = 0 \\
\mathbf{r}_{b3} + q_3\mathbf{e}_{b3} - \mathbf{r}_{O_bP_3} = 0 \\
(\boldsymbol{r}_{O_bP_2} - \boldsymbol{r}_{O_bP_1})^2 - L_{12}^2 = 0 \\
(\mathbf{r}_{O_bP_3} - \mathbf{r}_{O_bP_2})^2 - L_{23}^2 = 0 \\
(\mathbf{r}_{O_bP_1} - \mathbf{r}_{O_bP_3})^2 - L_{31}^2 = 0
\end{gathered}$$

The Jacobian matrix of $\boldsymbol{\Phi}(\mathbf{P})$ is

$$\frac{d\mathbf{\Phi}}{d\mathbf{P}} = \begin{pmatrix} \mathbf{A}_{11} & -\mathbf{I}_3 & \mathbf{0}_3 & \mathbf{0}_3 \\ \mathbf{A}_{21} & \mathbf{0}_3 & -\mathbf{I}_3 & \mathbf{0}_3 \\ \mathbf{A}_{31} & \mathbf{0}_3 & \mathbf{0}_3 & -\mathbf{I}_3 \\ \mathbf{0}_3 & \mathbf{A}_{42} & \mathbf{A}_{43} & \mathbf{A}_{44} \end{pmatrix}; \quad \mathbf{A}_{11} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \mathbf{A}_{21} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}, \mathbf{A}_{31} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$\mathbf{A}_{42} = \begin{pmatrix} -2(x_{O_bP_2} - x_{O_bP_1}) & -2(y_{O_bP_2} - y_{O_bP_1}) & -2(z_{O_bP_2} - z_{O_bP_1}) \\ 0 & 0 & 0 \\ 2(x_{O_bP_1} - x_{O_bP_3}) & 2(y_{O_bP_1} - y_{O_bP_3}) & 2(z_{O_bP_1} - z_{O_bP_3}) \end{pmatrix}$$

$$\mathbf{A}_{43} = \begin{pmatrix} 2(x_{O_bP_2} - x_{O_bP_1}) & 2(y_{O_bP_2} - y_{O_bP_1}) & 2(z_{O_bP_2} - z_{O_bP_1}) \\ -2(x_{O_bP_3} - x_{O_bP_2}) & -2(y_{O_bP_3} - y_{O_bP_2}) & -2(z_{O_bP_3} - z_{O_bP_2}) \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

$$\mathbf{A}_{44} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 2(x_{O_bP_3} - x_{O_bP_2}) & 2(y_{O_bP_3} - y_{O_bP_2}) & 2(z_{O_bP_3} - z_{O_bP_2}) \\ -2(x_{O_bP_1} - x_{O_bP_3}) & -2(y_{O_bP_1} - y_{O_bP_3}) & -2(z_{O_bP_1} - z_{O_bP_3}) \end{pmatrix}$$

The mobility of the mechanism characterized by its DOF is $h = N - Rank\left(\frac{d\mathbf{\Phi}}{d\mathbf{P}}\right)$ [2]. In the case of $q_1 = q_2 = q_3$, $Rank\left(\frac{d\mathbf{\Phi}}{d\mathbf{P}}\right) = 9$ and $h = 3$. In other words, the platform has instantaneous local mobility with dimension 3. Even small differences in the coordinates q_1, q_2, q_3, which are in the range of the normal deviations from the parallelism of the rods connecting the platform to the base, brings $Rank\left(\frac{d\mathbf{\Phi}}{d\mathbf{P}}\right)$ to 11. This means that the platform has a single DOF at the specific configuration, which is an apparent deficiency. The GPR mechanism is designed to work in a close vicinity of the singular configuration $q_1 = q_2 = q_3$. It has to perform two small (±1.5 deg) independent rotations of the platform about an axis which lies in the plane of the platform and a vertical translation in a larger-range. Since $Rank\left(\frac{d\mathbf{\Phi}}{d\mathbf{P}}\right)$ is equal to 11 everywhere except for $q_1 = q_2 = q_3$, the constraints imposed to the platform by the spherical joints has to be relieved. In real, this happens naturally because of the imperfection of the joints and the inherent elasticity of the links, which compensates the 2 DOF deficiency. To model this behavior, we introduce three virtual sliding joints at the platform as shown in *Figure 1*. The axes of these joints coincide with the respective radius-vectors $\overrightarrow{O_pP_k}$. The geometry of the GPR mechanism can be represented by the following parameters $\mathbf{X} = (l_1 \ l_2 \ l_3)^T$ and $\mathbf{Y} = (L_{12} \ L_{23} \ L_{31})^T$. At singular configuration $l_1 = l_2 = l_3$ and $L_{12} = L_{23} = L_{31}$, see *Figure 3a*. *Figure 3b* shows a configuration with tilted platform $l_1 \neq l_2 \neq l_3$ and $L_{12} \neq L_{23} \neq L_{31}$. As it is seen from this figure, the center of the platform is shifted in the amount of $d\mathbf{r}$ as a result of the tilting. In order to solve the direct and the inverse kinematic problems the equations of constraints imposed on $\mathbf{X}$ and $\mathbf{Y}$ and their derivatives have to be studied. The following expressions characterize the relationship between $\mathbf{X}$, $\mathbf{Y}$, $\dot{\mathbf{X}}$ and $\dot{\mathbf{Y}}$:

$$\mathbf{F}(\mathbf{X}, \mathbf{Y}) = \mathbf{0}, \tag{2}$$

which is the same as

$$l_1^2 + l_2^2 + l_1 l_2 - L_{12}^2 = 0$$

$$l_2^2 + l_3^2 + l_2 l_3 - L_{23}^2 = 0$$
$$l_3^2 + l_1^2 + l_3 l_1 - L_{31}^2 = 0$$

$$\frac{\partial \mathbf{F}}{\partial \mathbf{X}} = \begin{pmatrix} 2l_1 + l_2 & 2l_2 + l_1 & 0 \\ 0 & 2l_2 + l_3 & 2l_3 + l_2 \\ 2l_1 + l_3 & 0 & 2l_3 + l_1 \end{pmatrix}$$

$$\frac{\partial \mathbf{F}}{\partial \mathbf{Y}} = \begin{pmatrix} -2L_{12} & 0 & 0 \\ 0 & -2L_{23} & 0 \\ 0 & 0 & -2L_{31} \end{pmatrix}$$

$$\frac{\partial \mathbf{F}}{\partial \mathbf{X}}\dot{\mathbf{X}} + \frac{\partial \mathbf{F}}{\partial \mathbf{Y}}\dot{\mathbf{Y}} = \mathbf{0} \tag{3}$$

$$\dot{\mathbf{X}} = -\left(\frac{\partial \mathbf{F}}{\partial \mathbf{X}}\right)^{-1} \frac{\partial \mathbf{F}}{\partial \mathbf{Y}}\dot{\mathbf{Y}} = \frac{\partial \mathbf{X}}{\partial \mathbf{Y}}\dot{\mathbf{Y}} \tag{4}$$

$$\dot{\mathbf{Y}} = -\left(\frac{\partial \mathbf{F}}{\partial \mathbf{Y}}\right)^{-1} \frac{\partial \mathbf{F}}{\partial \mathbf{X}}\dot{\mathbf{X}} = \frac{\partial \mathbf{Y}}{\partial \mathbf{X}}\dot{\mathbf{X}} \tag{5}$$

Solving eq. (2) for **X** is not straightforward, requiring the use of the well-known Newton-Euler iterative approach. The solutions for $\dot{\mathbf{X}}$ and $\dot{\mathbf{Y}}$ are explicit and require conventional matrix-operations, including matrix-inversion, see eq. (4) and eq. (5).

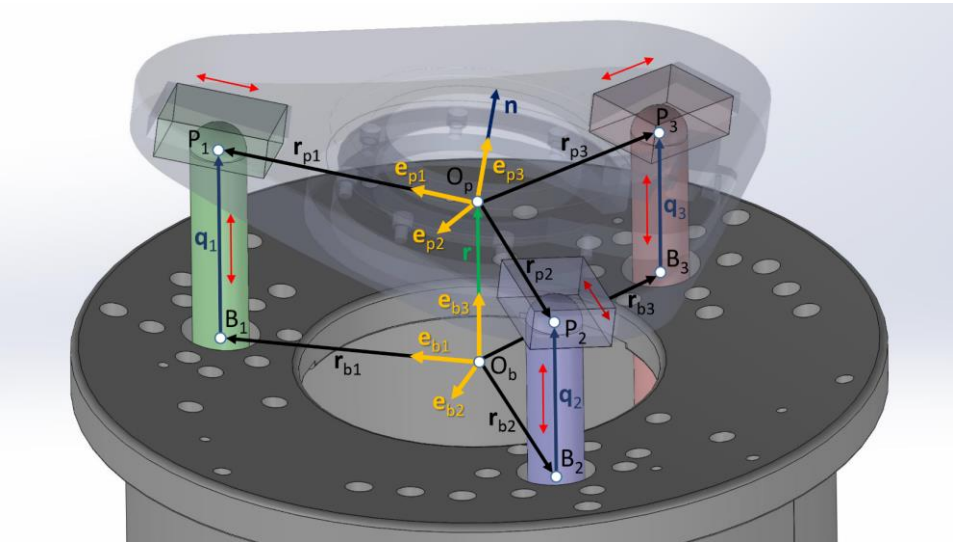


Figure 1. *GPR mechanism geometry.*

4. DIRECT KINEMATICS

Given the generalized coordinates $\mathbf{q} = (q_1\ q_2\ q_3)^T$ find the radius-vector **r** of the center of the platform O_p with respect to the center of the base O_b and the orientation of the platform represented by its normal vector **n,** which coincides with $\mathbf{e}_{p3}$. The first step of the direct kinematics solution is to solve eq. (2) for **X,** given $\mathbf{Y}_\mathrm{d}$. The radius-vectors of the center of the spherical joints at the platform with respect to the center of the base are $\mathbf{r}_{O_bP_1} = \mathbf{r}_{b1} + q_1\mathbf{e}_{b3}$, $\mathbf{r}_{O_bP_2} = \mathbf{r}_{b2} + q_2\mathbf{e}_{b3}$ and $\mathbf{r}_{O_bP_3} = \mathbf{r}_{b3} + q_3\mathbf{e}_{b3}$. The

last define the vectors between the centers of the spherical joints at the platform $\mathbf{r}_{P_1P_2} = \mathbf{r}_{O_bP_2} - \mathbf{r}_{O_bP_1}$, $\mathbf{r}_{P_2P_3} = \mathbf{r}_{O_bP_3} - \mathbf{r}_{O_bP_2}$ and $\mathbf{r}_{P_3P_1} = \mathbf{r}_{O_bP_3} - \mathbf{r}_{O_bP_1}$. The components of the desired vector $\mathbf{Y}$ are the Euclidean norms of $\mathbf{r}_{P_1P_2}$, $\mathbf{r}_{P_2P_3}$ and $\mathbf{r}_{P_3P_1}$, which in turn represent the lengths L_{12}, L_{23} and L_{31} respectively:

$$\mathbf{Y}_d = (\|\mathbf{r}_{P_1P_2}\| \; \|\mathbf{r}_{P_2P_3}\| \; \|\mathbf{r}_{P_3P_1}\|)^T$$

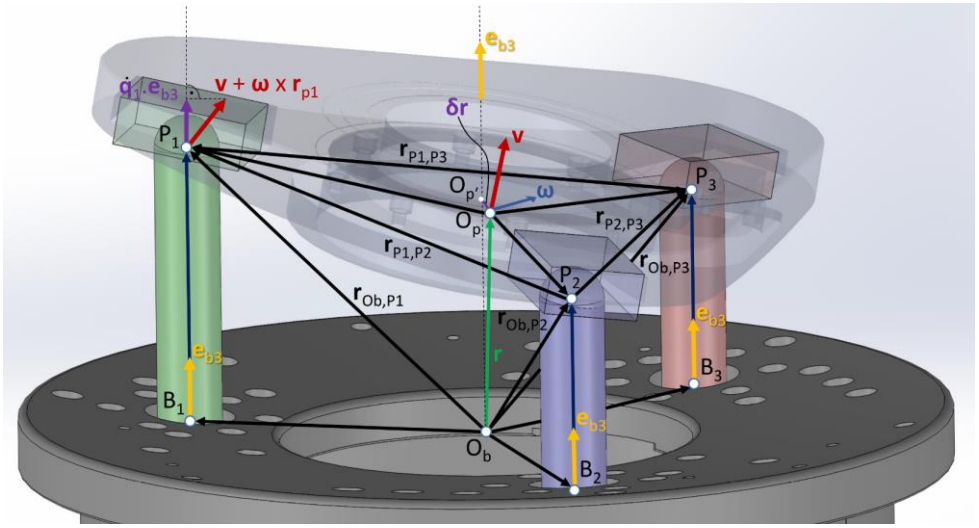


Figure 2. *GPR Velocity Distribution.*

The initial value of $\mathbf{X}$ corresponds to $q_1 = q_2 = q_3$, i.e. $\mathbf{X}_0 = (R \;\; R \;\; R)^T$, where $R = |O_pP_1| = |O_pP_2| = |O_pP_3|$ is the radius of the platform. The initial value of $\mathbf{Y}$ is $\mathbf{Y}_0 = \left(R\sqrt{3} \;\; R\sqrt{3} \;\; R\sqrt{3}\right)^T$. Given $\mathbf{Y}_d$, $\mathbf{X}_0$ and $\mathbf{Y}_0$, the value of $\mathbf{X}$ which corresponds to $\mathbf{Y}_d$ is determined via the well-known Newton-Rapson iterative procedure:

$$\mathbf{X}_k = \mathbf{X}_{k-1} + \frac{\partial \mathbf{X}}{\partial \mathbf{Y}}(\mathbf{Y}_d - \mathbf{Y}_{k-1}) \qquad k = 1, 2\ldots$$

Normally, it takes 2-3 iterations to find a very accurate solution to the equation $\mathbf{X}_d = \mathbf{X}(\mathbf{Y}_d)$. Once $\mathbf{X}_d$ is found, the calculation of the radius-vector $\mathbf{r}$ of the center of the platform w.r.t. the center of the base and the orientation of the platform becomes straightforward. The unit normal-vector of the platform is calculated as

$$\mathbf{n} = (\mathbf{r}_{P_1P_2} \times \mathbf{r}_{P_2P_3}) / \|\mathbf{r}_{P_1P_2} \times \mathbf{r}_{P_2P_3}\|$$

and the radius-vector $\mathbf{r}$ as

$$\boldsymbol{r} = \boldsymbol{r}_{b1} + q_1\boldsymbol{e}_3 + l_1\, cos(\delta)\, \boldsymbol{e}_{P_1P_2} + l_1\, sin(\delta)\, (\boldsymbol{n} \times \boldsymbol{e}_{P_1P_2}) \tag{6}$$

where

$$\boldsymbol{e}_{P_1P_2} = \frac{\boldsymbol{r}_{P_1P_2}}{\|\boldsymbol{r}_{P_1P_2}\|}; \;\; cos(\delta) = \frac{l_1^2 - l_2^2 + L_{12}^2}{2l_1L_{12}}; \;\; sin(\delta) = \sqrt{1 - cos^2(\delta)}$$

5. INVERSE KINEMATICS

1.1. Position

Given the position of the platform z$\mathbf{e}_3$, where $\mathbf{e}_3 = (0 \;\; 0 \;\; 1)^T$ and its normal vector $\mathbf{n}_d$

find the length of the rods $\mathbf{q} = (q_1\ q_2\ q_3)^T$ connecting the base and the platform. The desired normal vector of the platform $\mathbf{n}_d$ can be obtained by rotating the unit vector $\mathbf{e}_3$ about $\mathbf{e}_1 = (1\ 0\ 0)$ by an angle α and then rotating the resulting vector $\mathbf{n}_\alpha$ about $\mathbf{e}_2 = (0\ 1\ 0)$ by an angle β.

$$\mathbf{n}_\alpha = \mathbf{n}_3\cos(\alpha) + (\mathbf{e}_1 \times \mathbf{n}_3)\sin(\alpha) + \mathbf{e}_1(\mathbf{e}_1.\mathbf{n}_3)(1-\cos(\alpha))$$
$$\mathbf{n}_d = \mathbf{n}_{\alpha\beta} = \mathbf{n}_\alpha\cos(\beta) + (\mathbf{e}_2 \times \mathbf{n}_\alpha)\sin(\beta) + \mathbf{e}_2(\mathbf{e}_2.\mathbf{n}_\alpha)(1-\cos(\beta))$$

Then the vector of the generalized coordinates can be determined as

$$\boldsymbol{q} = \begin{pmatrix} \dfrac{(z\boldsymbol{e}_{b3} - \boldsymbol{r}_{b1}).\boldsymbol{n}_d}{\boldsymbol{e}_{b3}.\boldsymbol{n}_d} \\ \dfrac{(z\boldsymbol{e}_{b3} - \boldsymbol{r}_{b2}).\boldsymbol{n}_d}{\boldsymbol{e}_{b3}.\boldsymbol{n}_d} \\ \dfrac{(z\boldsymbol{e}_{b3} - \boldsymbol{r}_{b3}).\boldsymbol{n}_d}{\boldsymbol{e}_{b3}.\boldsymbol{n}_d} \end{pmatrix} \tag{7}$$

Note that due to the overconstrained nature of the GPR mechanism, the center of the platform may slightly shift with respect to $z\mathbf{e}_3$. Therefore, once the generalized coordinates according to eq. (7) are found, the actual position of the center of the platform must be calculated through the solution to the direct kinematics problem, see Section 1.

1.2. Velocity

Given $\mathbf{v} = (0\ 0\ \dot{z}\mathbf{e}_{b3})^T$ and $\boldsymbol{\omega} = (\omega_1\ \omega_2\ 0)^T$ find $\dot{\mathbf{q}}$ and $\dot{\mathbf{r}}$. The desired angular velocity can be defined as $\boldsymbol{\omega} = \dot{\alpha}\mathbf{v}$, where $\mathbf{v} = \cos(\beta)\,\mathbf{e}_{p1} + \sin(\beta)\,\mathbf{e}_{p2}$, $\mathbf{e}_{p1} = \mathbf{r}_{O_pP_1} / \left\|\mathbf{r}_{O_pP_1}\right\|$ and $\mathbf{e}_{p2} = \mathbf{n} \times \mathbf{e}_{p1}$. The vector of the generalized velocities can be determined by projecting the velocities of the points P_1, P_2 and P_3 onto $\mathbf{e}_{b3}$, see Figure 3:

$$\dot{\boldsymbol{q}} = \begin{pmatrix} \boldsymbol{e}_{b3}.(\boldsymbol{v} + \boldsymbol{\omega} \times \boldsymbol{r}_{p_1}) \\ \boldsymbol{e}_{b3}.(\boldsymbol{v} + \boldsymbol{\omega} \times \boldsymbol{r}_{p_2}) \\ \boldsymbol{e}_{b3}.(\boldsymbol{v} + \boldsymbol{\omega} \times \boldsymbol{r}_{p_3}) \end{pmatrix} \tag{8}$$

The velocity of the center of the platform is determined by differentiating eq. (6):

$$\begin{aligned} \dot{\boldsymbol{r}} = \dot{q}_1\boldsymbol{e}_{b3} + \left[\dot{l}_1\,cos(\delta) - l_1\,sin(\delta)\dot{\delta}\right]\boldsymbol{e}_{P_1P_2} + l_1\,cos(\delta)\left(\boldsymbol{\omega} \times \boldsymbol{e}_{P_1P_2}\right) + \\ \left[\dot{l}_1\,sin(\delta) + l_1 cos(\delta)\dot{\delta}\right]\left(\boldsymbol{n} \times \boldsymbol{e}_{P_1P_2}\right) + l_1\,sin(\delta)\left[(\boldsymbol{\omega} \times \boldsymbol{n}) \times \boldsymbol{e}_{P_1P_2} + \boldsymbol{n} \times \left(\boldsymbol{\omega} \times \boldsymbol{e}_{P_1P_2}\right)\right] \end{aligned} \tag{9}$$

by taking into consideration that $\dot{\mathbf{n}} = \boldsymbol{\omega} \times \mathbf{n}$, $\mathbf{e}_{P_1P_2} = \mathbf{r}_{P_1P_2} / \left\|\mathbf{r}_{P_1P_2}\right\|$ and

$$\dot{\delta} = \frac{2\left(l_1\dot{l}_1 - l_2\dot{l}_2 + L_{12}\dot{L}_{12}\right)l_1L_{12} + (l_2^2 - l_1^2 - L_{12}^2)(\dot{l}_1L_{12} + l_1\dot{L}_{12})}{2l_1L_{12}^2\,sin(\delta)}.$$

The values of $\dot{l}_1$ and $\dot{l}_2$ are derived from eq. (4) given $\dot{\mathbf{Y}} = \left((\dot{q}_2 - \dot{q}_1)\mathbf{e}_{b3} \;\; (\dot{q}_3 - \dot{q}_2)\mathbf{e}_{b3} \;\; (\dot{q}_3 - \dot{q}_1)\mathbf{e}_{b3}\right)^T$.

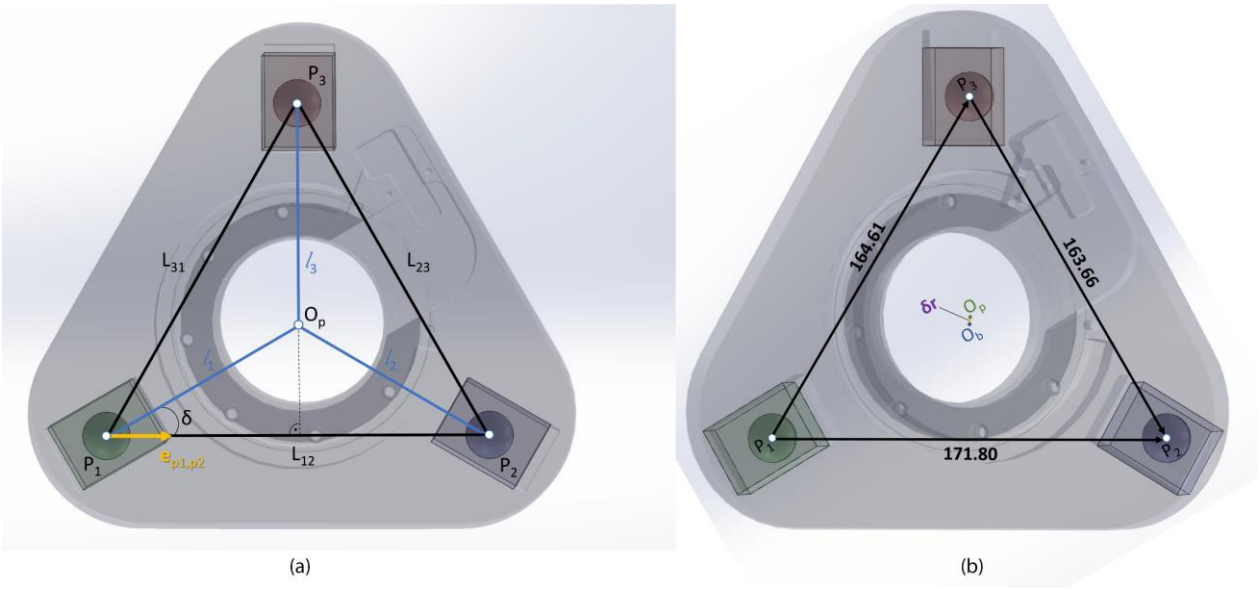


Figure 3. *Platform geometry. (a) – parallel to the base; (b) – tilted.*

1.3. Acceleration

Given $\dot{\mathbf{v}} = (0\ 0\ \ddot{z}\mathbf{e}_{b3})^T$, $\boldsymbol{\omega} = (\omega_1\ \omega_2\ 0)^T$ and $\dot{\boldsymbol{\omega}} = (\dot{\omega}_1\ \dot{\omega}_2\ 0)^T$ find $\ddot{\mathbf{q}}$ and $\ddot{\mathbf{r}}$.
The vector of the generalized acceleration can be obtained by differentiating eq. (8)

$$\ddot{\boldsymbol{q}} = \begin{pmatrix} \boldsymbol{e}_{b3}.\left[\dot{\boldsymbol{v}} + \dot{\boldsymbol{\omega}} \times \boldsymbol{r}_{p_1} + \boldsymbol{\omega} \times (\boldsymbol{\omega} \times \boldsymbol{r}_{p_1})\right] \\ \boldsymbol{e}_{b3}.\left[\dot{\boldsymbol{v}} + \dot{\boldsymbol{\omega}} \times \boldsymbol{r}_{p_2} + \boldsymbol{\omega} \times (\boldsymbol{\omega} \times \boldsymbol{r}_{p_2})\right] \\ \boldsymbol{e}_{b3}.\left[\dot{\boldsymbol{v}} + \dot{\boldsymbol{\omega}} \times \boldsymbol{r}_{p_3} + \boldsymbol{\omega} \times (\boldsymbol{\omega} \times \boldsymbol{r}_{p_3})\right] \end{pmatrix}$$

The calculation of the acceleration of the center of the platform requires availability of $\ddot{\mathbf{X}}$. The last can be determined by differentiating eq. (3) and solving for $\ddot{\mathbf{X}}$:

$$\ddot{\mathbf{X}} = -\left(\frac{\partial \mathbf{F}}{\partial \mathbf{X}}\right)^{-1}\left[\frac{d}{dt}\left(\frac{\partial \mathbf{F}}{\partial \mathbf{X}}\right)\dot{\mathbf{X}} + \frac{d}{dt}\left(\frac{\partial \mathbf{F}}{\partial \mathbf{Y}}\right)\dot{\mathbf{Y}} + \frac{\partial \mathbf{F}}{\partial \mathbf{Y}}\ddot{\mathbf{Y}}\right]$$

The vector $\ddot{\boldsymbol{Y}}$ and the matrices $\frac{d}{dt}\left(\frac{\partial \boldsymbol{F}}{\partial \boldsymbol{X}}\right)$ and $\frac{d}{dt}\left(\frac{\partial \boldsymbol{F}}{\partial \boldsymbol{Y}}\right)$ are calculated as follows:

$$\ddot{\mathbf{Y}} = ((\ddot{q}_2 - \ddot{q}_1)\,\mathbf{e}_{b3} \;\; (\ddot{q}_3 - \ddot{q}_2)\mathbf{e}_{b3} \;\; (\ddot{q}_3 - \ddot{q}_1)\mathbf{e}_{b3})^T$$

$$\frac{d}{dt}\left(\frac{\partial \mathbf{F}}{\partial \mathbf{X}}\right) = \begin{pmatrix} 2\dot{l}_1 + \dot{l}_2 & 2\dot{l}_2 + \dot{l}_1 & 0 \\ 0 & 2\dot{l}_2 + \dot{l}_3 & 2\dot{l}_3 + \dot{l}_2 \\ 2\dot{l}_1 + \dot{l}_3 & 0 & 2\dot{l}_3 + \dot{l}_1 \end{pmatrix}; \quad \frac{d}{dt}\left(\frac{\partial \mathbf{F}}{\partial \mathbf{Y}}\right) = \begin{pmatrix} -2\dot{L}_{12} & 0 & 0 \\ 0 & -2\dot{L}_{23} & 0 \\ 0 & 0 & -2\dot{L}_{31} \end{pmatrix}$$

Finally, $\ddot{\mathbf{r}}$ is obtained by differentiating eq. (9)

$$
\begin{aligned}
\ddot{\mathbf{r}} = {} & \ddot{q}_1\mathbf{e}_{b3} + \left[\ddot{l}_1\cos(\delta) - 2\dot{l}_1\sin(\delta)\dot{\delta} - l_1\cos(\delta)\dot{\delta}^2 - l_1\sin(\delta)\ddot{\delta}\right]\mathbf{e}_{P_1P_2} \\
& + \left[l_1\cos(\delta) - l_1\sin(\delta)\dot{\delta}\right]\left(\boldsymbol{\omega}\times\mathbf{e}_{P_1P_2}\right) + \left[\dot{l}_1\cos(\delta) - l_1\sin(\delta)\dot{\delta}\right]\left(\boldsymbol{\omega}\times\mathbf{e}_{P_1P_2}\right) \\
& + l_1\cos(\delta)\left\{\left(\dot{\boldsymbol{\omega}}\times\mathbf{e}_{P_1P_2}\right) + \left[\boldsymbol{\omega}\times\left(\boldsymbol{\omega}\times\mathbf{e}_{P_1P_2}\right)\right]\right\} \\
& + \left[\ddot{l}_1\sin(\delta) + 2\dot{l}_1\sin(\delta)\dot{\delta} - l_1\sin(\delta)\dot{\delta}^2 - l_1\cos(\delta)\ddot{\delta}\right]\left(\mathbf{n}\times\mathbf{e}_{P_1P_2}\right) \\
& + \left[l_1\sin(\delta) + l_1\cos(\delta)\dot{\delta}\right]\left[(\boldsymbol{\omega}\times\mathbf{n})\times\mathbf{e}_{P_1P_2} + \mathbf{n}\times\left(\boldsymbol{\omega}\times\mathbf{e}_{P_1P_2}\right)\right] \\
& + l_1\sin(\delta)\left\{\left[\boldsymbol{\omega}\times\mathbf{n} + \boldsymbol{\omega}\times(\boldsymbol{\omega}\times\mathbf{n})\right]\times\mathbf{e}_{P_1P_2} + 2(\boldsymbol{\omega}\times\mathbf{n})\times\left(\boldsymbol{\omega}\times\mathbf{e}_{P_1P_2}\right) + \mathbf{n}\right. \\
& \left.\times\left[\dot{\boldsymbol{\omega}}\times\mathbf{e}_{P_1P_2} + \boldsymbol{\omega}\times(\boldsymbol{\omega}\times\mathbf{e}_{P_1P_2})\right]\right\}
\end{aligned}
$$

6. SIMULATIONS

The validity of the proposed approach to modeling the GPR mechanism was verified via computer simulations and 3D modeling with SolidWorks (API). The main goal of the simulations was to quantify the motion of the virtual sliding joints and the motion of the center of the platform corresponding to rotations of the platform in the range $[-2^o,\ 2^o]$. Figure 5 shows the displacement d**r** of the center of the platform in the direction of the unit-vectors $\mathbf{e}_{p1}\mathbf{e}_{p2}\mathbf{e}_{p3}$, denoted by dx, dy and dz, respectively. As it is seen from the plot, dx and dy have magnitude of less than 30 micron. The deviation in the vertical direction dz is negligibly small (less than 2 micron).

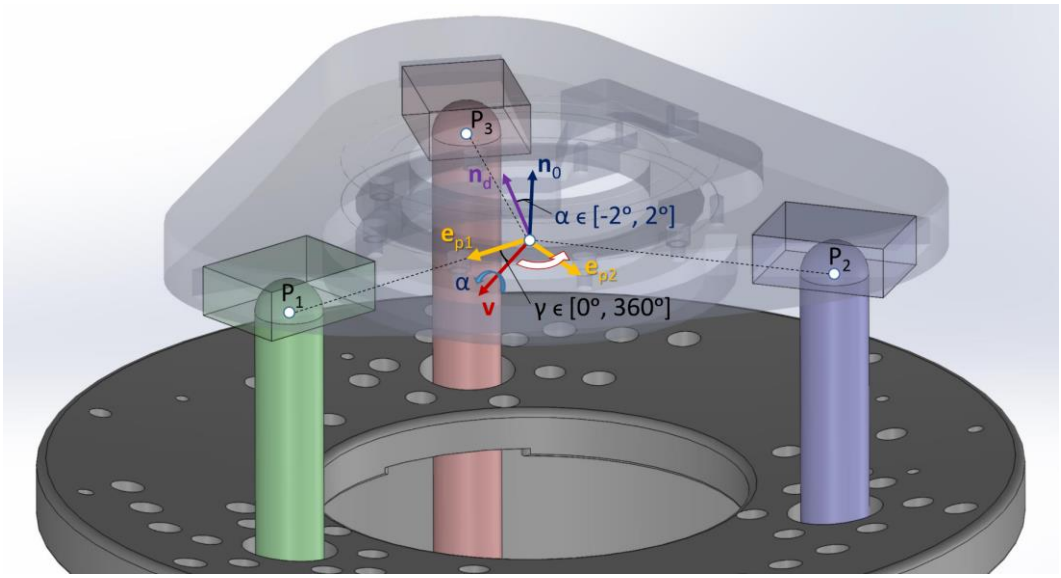


Figure 4. *Simulation scenario (vector and angle of rotation of the platform).*

At singularity $l_1 = l_2 = l_3 = 93.224$ mm. As the platform rotates in the range $[-2^o,\ 2^o]$, the maximum absolute deviation of $l_1,\ l_2$ and l_3 from 93.224 mm is less than 80 micron, see Figure 6. Therefore, if the cumulative contribution of the backlash and the elasticity associated with the components (spherical bearings and rods) connecting the platform and the base allow for 60 micron deviation of the center of the spherical joints from their ideal position, the platform will be able to tilt in the range $[-2^o,\ 2^o]$. Figure 7, shows how dx and dy change as the platform rotates about an arbitrary vector **v** in the plane of the platform**.**

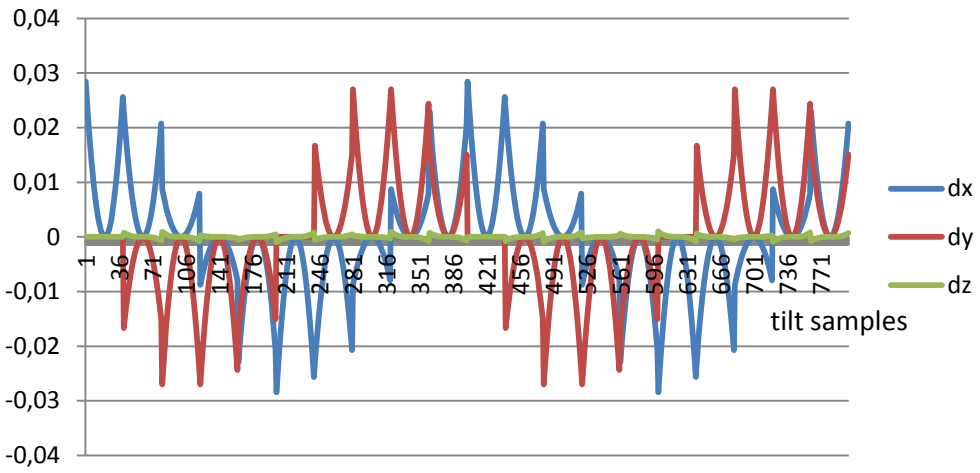


Figure 5. *Deviations of the center of the platform during tilting within the whole working envelope.*

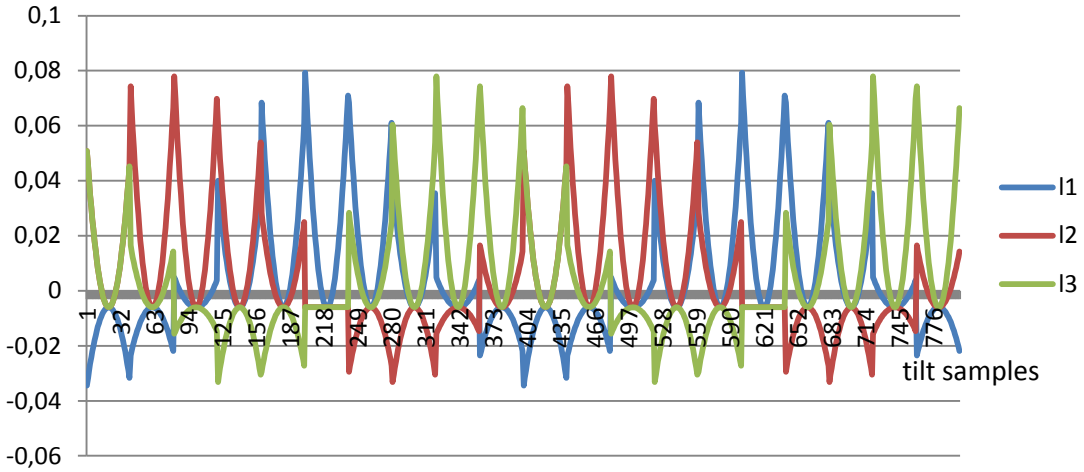


Figure 6. *Motion of the virtual sliding joints during platform rotation.*

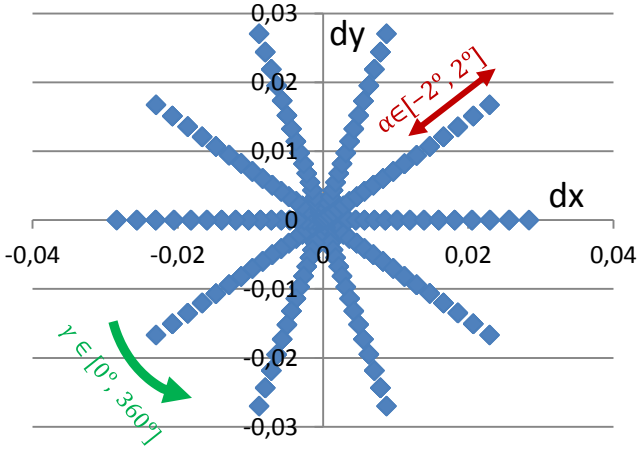


Figure 7. *Deviations of the center of the platform during tilting within the whole working envelope, x-y section.*

7. CONCLUSIONS

This work is the first attempt to analytically describe the principle of operation of the GPR OC mechanism. It derived the relationship between the finite rotations of the platform and the imperfections of the components connecting the platform and the base. The introduction of virtual sliding joints proved to be an effective approach to studying the kinematics of overconstrained PM in order to determine the mechanism of the small rotations in a vicinity of singular configuration. It was shown that because of the overconstrained nature of the mechanism, the center of the platform moves w.r.t. its ideal position as the platform rotates. The magnitude of this motion was calculated, proving to be very small and within the range of the inherent imperfections of the mechanism's components. The authors acknowledge that there are many different ways for introducing virtual joints and therefore the results obtained in this study are not exhaustive. It is believed that the recent work establishes a basis for future studies in the area of kinematics and dynamics of OCPM.

REFERENCES

[1] Özgün Selvi, "Structural and kinematic synthesis of overconstrained mechanisms," Ph.D. Thesis, Izmir, 2012

[2] Jian S. Dai, Zhen Huang and Harvey Lipkin, "Mobility of Overconstrained Parallel Mechanisms," J. Mech. Des 128(1), 220-229 (Oct 14, 2004)

[3] Grigore GOGU, "Structural and Kinematic Structural and Kinematic Analysis and Synthesis of Analysis and Synthesis of Parallel Robot," SSIR-Clermont-Ferrand - June 27, 2008

[4] Genov, G., Todorov, D., "Universally Tiltable Z-Axis Drive", US Patent US5954840, June 13, 1996

[5] Genov, G., Sotirov, Z., and Bonev, E., "Robot Motion Compensation System", US Patent US6489741B1, August 1998

[6] Sheng Guo, Haibo Qu, Yuefa Fang, Congzhe Wang, "The DOF Degeneration Characteristics of Closed-Loop Overconstrained Mechanisms, Transactions of the Canadian Society for Mechanical Engineering, Vol. 36, No. 1, 2012

[7] Sotirov, Z.M., "Parallel-Series Manipulators in Semiconductor Automation "Semiconductor European, July 2002

Authors: Nikolay Bratovanov, PhD student, "Robotics Research Laboratory", Technical University of Sofia, E-mail adress: *nbratovanov@gmail.com*; Zlatko Sotirov, PhD, Executive Vice President of Engineering and Chief Scientist, Genmark Automation, Inc., E-mail adress: *zsotirov@genmarkautomation.com*; Vladimir Zamanov, Associate Professor, PhD, Faculty of Automatics, Technical University of Sofia, E-mail adress: *vzamanov@tu-sofia.bg*

Received 27 April 2017 **Reviewer:** Associate Prof. PhD Ivan Avramov

ФУНКЦИОНАЛНА ПАРАМЕТРИЗАЦИЯ НА ДИНАМИЧНИ СИСТЕМИ ПРИ АПРИОРНА НЕОПРЕДЕЛЕНОСТ

Емил Николов

Резюме: *Целта на работата е аналитичното решаване на въпросите, свързани с аналитичната параметризация на свойства и характеристики на динамични системи при априорна неопределеност. Предложени са подход, метод и алгоритъм за параметризация на моделиращи функции. Показани са резултати от функционалната параметризация на някои динамични системи от индустрията.*
Контролни думи: *динамични системи, метод и алгоритъм за параметризация*

FUNCTIONAL PARAMETERIZATION OF DYNAMIC SYSTEMS IN A PRIORY UNCERTAINTY

Emil Nikolov

Abstract: *The aim of the work is the analytical solution of the parameterization of the properties and the characteristics of dynamical systems in a priory uncertainty. Suggested are methods and algorithms for parameterization of modeling functions. Below are the results of parameterization of some industrials dynamical systems*
Key words*: characteristics of dynamical systems, method and algorithm for functional parameterization*

ВЪВЕДЕНИЕ

Традиционна приложна задача в инженерната практика (при априори известни характеристики (1) на динамични системи като функции на повече от една променливи $\mathcal{E}(\varsigma_1,\varsigma_2,\varsigma_3,\ldots)$) е търсенето, аналитичното определяне и анализът на функционалната зависимост (2) на конкретни показатели $\mathcal{F}(\mathcal{E})$ (напр. показатели на качеството, фактори, свойства) на динамичните системи от променливите $(\varsigma_1,\varsigma_2,\varsigma_3,\ldots)$ или и от техните вариации и следваща трансформация на (2) до (3) с цел достигането до (4). Във функционалния анализ тя е известна като ***„задача за функционална параметризация“*** на показатели (фактори, свойства) на функции и е изразена с $\mathcal{F}=\mathcal{F}(\varsigma_1,\varsigma_2,\varsigma_3,\ldots)$ (3), от която след обратна трансформация се достига до крайната зависимост (4).

$$\mathcal{E}(\varsigma_1,\varsigma_2,\varsigma_3,\ldots) \tag{1}$$

$$\mathcal{F}(\mathcal{E}) \tag{2}$$

© 2017 Publishing House of Technical University of Sofia
All rights reserved

ISSN 1311-0829

$$\mathcal{F} = \mathcal{F}\left(\varsigma_1, \varsigma_2, \varsigma_3, \ldots\right) \tag{3}$$

$$\begin{aligned}
\varsigma_1 &= \varsigma_1\left(\varsigma_2, \varsigma_3\right), \left(\mathcal{F} = const \in \left[\mathcal{F}_{min}, \mathcal{F}_{max}\right]\right) \\
\varsigma_2 &= \varsigma_2\left(\varsigma_1, \varsigma_3\right), \left(\mathcal{F} = const \in \left[\mathcal{F}_{min}, \mathcal{F}_{max}\right]\right) \\
\varsigma_3 &= \varsigma_3\left(\varsigma_1, \varsigma_2\right), \left(\mathcal{F} = const \in \left[\mathcal{F}_{min}, \mathcal{F}_{max}\right]\right) \\
&\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots
\end{aligned} \tag{4}$$

Аналитичното (и или графичното) определяне на зависимостта (4) е крайното решение на параметризацията. На основата на (4) несложно се решават редица приложни въпроси от инженерните изследвания и синтез: анализът на свойствата на динамичната система; оптималната настройка на системата; чувствителността на системата към репараметризация $\varsigma_{i,var}$ и др. Могат да бъдат посочени редица типични примери **[1÷5]** за изложеното, систематизирани в табл.1.

Таблица 1

$\mathcal{E}(k,n,\tau,\ldots)$, (1) **известна характеристика на динамична система като функция на независими променливи**	$\mathcal{F}(\mathcal{E})$, (2) **конкретен показател (фактор) на характеристиката на динамичната система**	$\mathcal{F} = \mathcal{F}(k,n,\tau,\ldots)$, (3) $\Rightarrow$ (4) **параметризиране на показателя (фактора) с независимите променливи на динамичната система**
честотна характеристика на система	съставящи на характеристиката	параметризиране на съставящите с независимите променливи на динамичната система
честотна характеристика на система	запас на устойчивостта на системата по модул	параметризиране на запаса с независимите променливи на динамичната система
честотна характеристика на система	запас на устойчивостта на системата по фаза	параметризиране на запаса с независимите променливи на динамичната система
честотна характеристика на система	честота на колимация	параметризиране на честотата на колимация с независимите променливи на динамичната система
честотна характеристика на система	траектория на колимация	параметризиране на траекторията на колимация с независимите променливи на динамичната система
честотна характеристика на система	робастна устойчивост	параметризиране на робастната устойчивост с независимите променливи на динамичната система
честотна характеристика на система	робастно качество	параметризиране на робастното качество с независимите променливи на динамичната система
честотна характеристика на система	запас на робастна устойчивост	параметризиране на запаса на робастна устойчивост с независимите променливи на динамичната система
честотна характеристика на система	запас на робастно качество	параметризиране на запаса на робастно качество с независимите променливи на динамичната система
.....	.....	.....

Целта на настоящата разработка е да предложи подход, метод и алгоритъм за функционална параметризация, като си поставя ***задачи*** за представяне на конкретен числен пример и дискутира подобни решения.

ПОДХОД, МЕТОД И АЛГОРИТЪМ ЗА ФУНКЦИОНАЛНА ПАРАМЕТРИЗАЦИЯ НА СВОЙСТВАТА НА ДИНАМИЧНИ СИСТЕМИ ПРИ НЕОПРЕДЕЛЕНОСТ

В работата се предлага ***подход***, състоящ се в аналитичното използване на предварително известен модел на характеристиката на параметризираната динамична система (1) (нестационарно диференциално уравнение, предавателна функция или честотна характеристика) с цел съответстваща трансформация за определяне на желания показател на качеството (фактор или свойства) (2) на изследваната система с прилагане на съответния аналитичен инструментариум, до достигането на принадлежащата функционална зависимост (3).

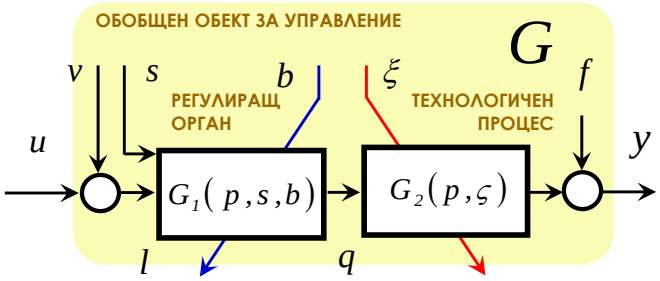
В решението на традиционната трансформация (2)$\Rightarrow$(3) се предлага използването на подходящи ***методи*** от теория на управлението, съобразен с времевите и/или с честотните характеристики на системата, както и при необходимост - след еквивалентни функционални трансформации, свързани с прехода между времеви и честотни характеристики.

Алгоритъмът за решаване на същинската параметризация на показателите на динамичната система може да се основава на и да реализира:
- ***аналитични методи*** от функционалния анализ **[9,10]**, за решаване на обратната трансформация (3)$\Rightarrow$(4), както това е показано например в **[1÷6]**, състоящи се в решаване на: обратна задача; специални математически функции; субституционна недиференцируема оптимизация, параметрична апроксимация и др.;
- ***автоматични методи*** (команди от структурнато програмиране) за интегрална трансформация на функции, вградени в специализираните математически пакети програми (***Mathematica***® на Wolfram Inc.***, MATLAB***® на MathWorks Inc. и др.) **[5÷8]**, които предоставят и възможността за ***2D-, 3D***-визуализация на решението за параметризация (4).
В **[5]** за първи път в посочения методичен план е показано решение за функционална параметризация на показателите „честота на колимация“ и на “траектория на колимация“ на система за управление, използваща в качеството на регулатор оператори от обобщеното дробно смятане **[5÷10]**.

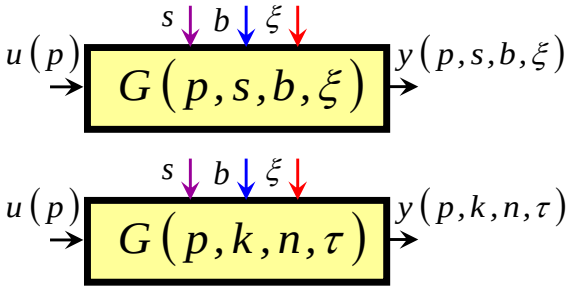
ЧИСЛЕН ПРИМЕР. АНАЛИЗ

В работата се разглежда показателен пример (фиг.1, фиг.2) на динамична система (обобщен обект за управление). Последната е зададена с предварително известна честотна характеристика на аналитичен модел (5.a) на динамичната система G с номиналния модел G^* (5.b) и смутения на най-горна граница модел $G^{\blacksquare}$ (5.c). В примера се изисква функционална параметризация на показателите-в случая това са съставящите (реална, имагинерна, модулна и фазова - $Re_G(\omega)$,

$Im_G(\omega)$, $Mod_G(\omega)$, $Arg_G(\omega)$) на G с независимите променливи (6) (предавателен коефициент k, ред n и закъснение τ на динамичната система). В зависимостите (5), (6) условно е показана връзката им с (1).



Фиг.1.



Фиг.2.

$$G(j\omega,k,n,\tau)=k\left(\frac{0.8333\,j\omega+1}{0.6666\,j\omega+1}\right)\left(\frac{1}{4\,j\omega+1}\right)\left(\frac{1}{((\tau/n)j\omega+1)^{n}}\right)\Leftrightarrow \mathbf{E}(\varsigma_1,\varsigma_2,\varsigma_3,\ldots) \qquad (5.a)$$

$$G^{*}(p)=k^{*}\left(\frac{0.8333\,p+1}{0.6666\,p+1}\right)\left(\frac{1}{4\,p+1}\right)\left(\frac{1}{((\tau^{*}/n^{*})p+1)^{n^{*}}}\right)\Leftrightarrow \mathbf{E}(\varsigma_1,\varsigma_2,\varsigma_3,\ldots) \qquad (5.b)$$

$$G^{\blacksquare}(p)=k^{\blacksquare}\left(\frac{0.8333\,p+1}{0.6666\,p+1}\right)\left(\frac{1}{4\,p+1}\right)\left(\frac{1}{((\tau^{\blacksquare}/n^{\blacksquare})p+1)^{n^{\blacksquare}}}\right)\Leftrightarrow \mathbf{E}(\varsigma_1,\varsigma_2,\varsigma_3,\ldots) \qquad (5.c)$$

$$\left\{\begin{array}{c}\xi=[\;k\;\;n\;\;\tau\;]^{-1}\;;\;\xi^{\blacksquare}=[\;0.01075\;\;\;8.0\;\;\;5.0\;]^{-1}\\ k_{var}\in[\;0.0000725^{*}\div 0.01075^{\blacksquare}\;]\;;\;n_{var}\in[\;1\div 8^{\blacksquare}\;]\;;\;\tau_{var}\in[\;1\div 5^{\blacksquare}\;]\end{array}\right\}\Leftrightarrow(\varsigma_1,\varsigma_2,\varsigma_3,\ldots) \qquad (6)$$

Характеристиката на зададената за параметризация нестационарна динамична система е показана на фиг.3÷фиг.10 в условия на указания диапазон на априорната неопределеност. Използван е методът на „замразените променливи“ при ***2D***-мерна визуализация на нестационарни функции. Известни са методите, с помощта на които са определени показателите (съставящите) (7)÷(11) на системата от нейната характеристика (5)÷(6). Показана е условно тяхната връзка с (2), (3).

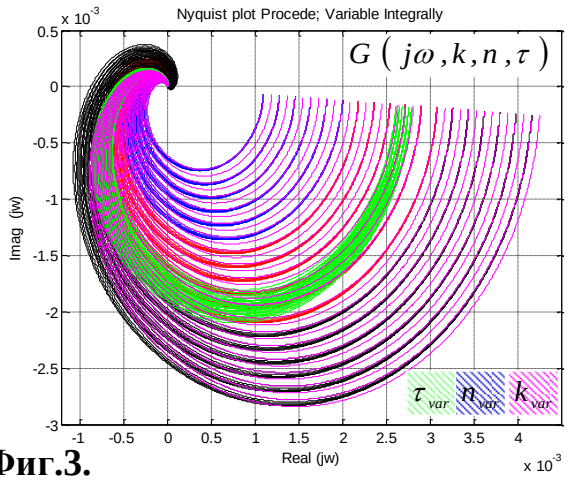
$$\left\{\begin{array}{c}G(j\omega,k,n,\tau)=Re_G(\omega,k,n,\tau)+jIm_G(\omega,k,n,\tau)\\ G(j\omega,k,n,\tau)=Mod_G(\omega,k,n,\tau)\,exp\,(-j\,Arg_G(\omega,k,n,\tau))\end{array}\right\}\Leftrightarrow \mathbf{F}=\mathbf{F}(\varsigma_1,\varsigma_2,\varsigma_3,\ldots) \qquad (7)$$

$$Mod_G(\omega,k,n,\tau)=\left(Re_G^{2}(\omega,k,n,\tau)+Im_G^{2}(\omega,k,n,\tau)\right)^{0.5}\Leftrightarrow \mathbf{F}=\mathbf{F}(\varsigma_1,\varsigma_2,\varsigma_3,\ldots) \qquad (8)$$

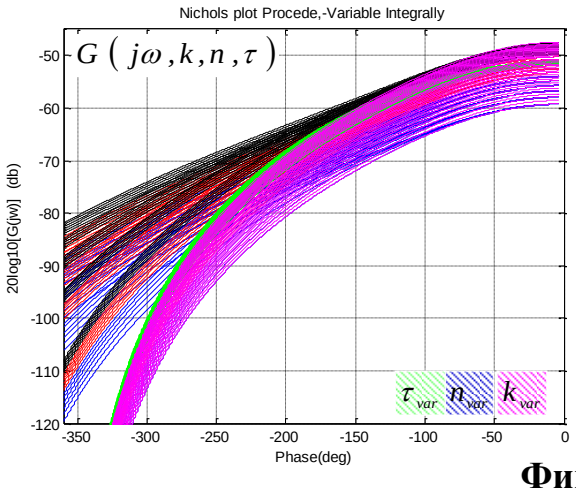
$$Arg_G(\omega,k,n,\tau)=arctg\,(-Im_G(\omega,k,n,\tau)/Re_G(\omega,k,n,\tau))\Leftrightarrow \mathbf{F}=\mathbf{F}(\varsigma_1,\varsigma_2,\varsigma_3,\ldots) \qquad (9)$$

$$Re_G(\omega,k,n,\tau)=Mod_G(\omega,k,n,\tau)\;Cos(Arg_G(\omega,k,n,\tau))\Leftrightarrow \mathbf{F}=\mathbf{F}(\varsigma_1,\varsigma_2,\varsigma_3,\ldots) \qquad (10)$$

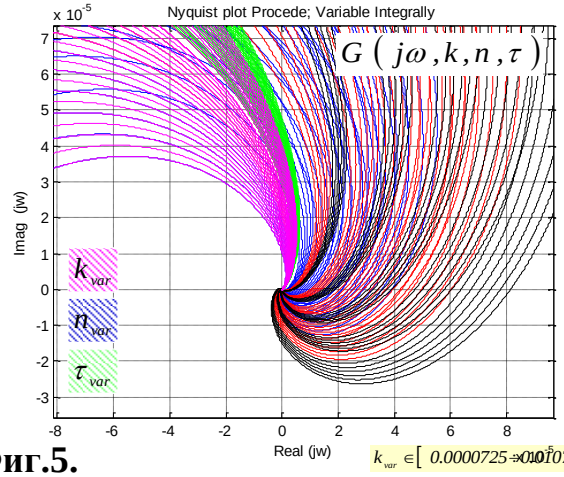
$$Im_G(\omega,k,n,\tau)=Mod_G(\omega,k,n,\tau)\;Sin(Arg_G(\omega,k,n,\tau))\Leftrightarrow \mathbf{F}=\mathbf{F}(\varsigma_1,\varsigma_2,\varsigma_3,\ldots) \qquad (11)$$



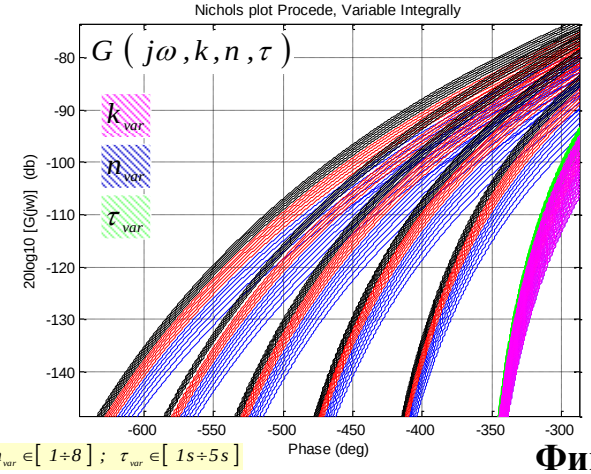
Фиг.3.



Фиг.4.

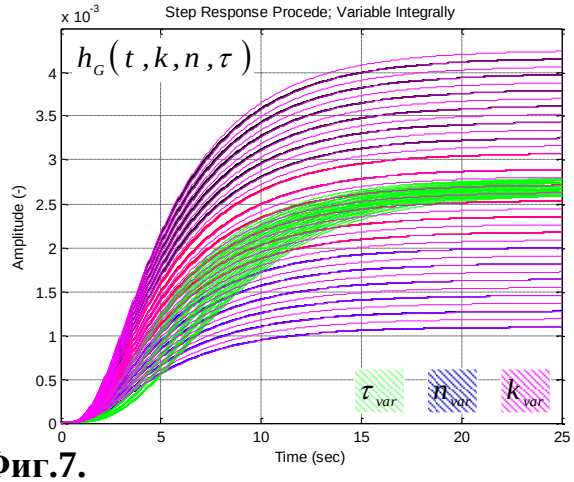


Фиг.5.

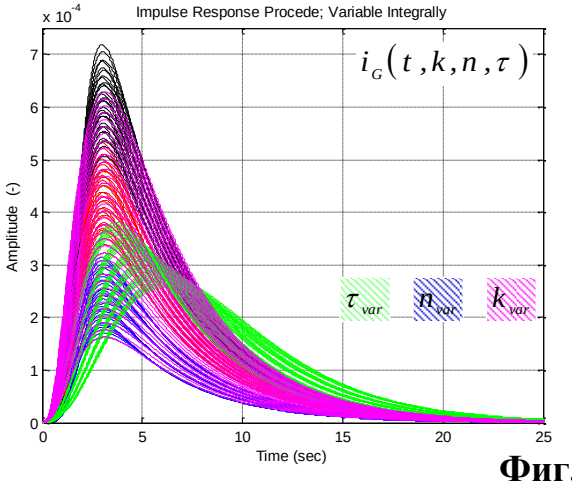


Фиг.6.

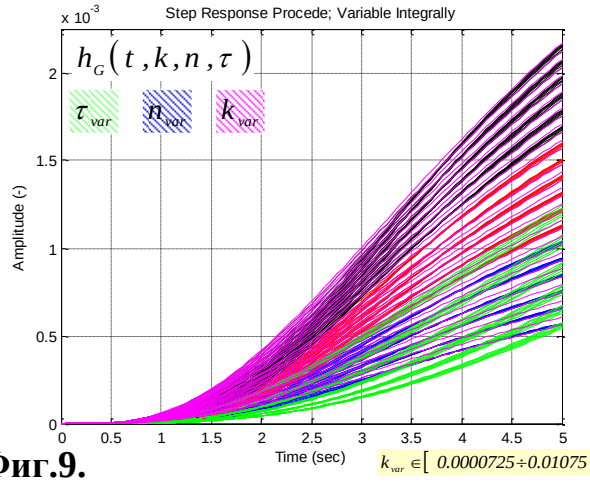
$k_{var} \in [\ 0.0000725 \div 0.01075\ ]\ ;\ n_{var} \in [\ 1 \div 8\ ]\ ;\ \tau_{var} \in [\ 1s \div 5s\ ]$



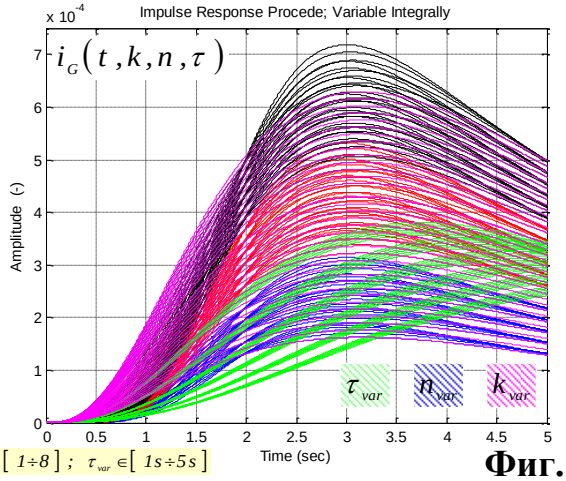
Фиг.7.



Фиг.8.



Фиг.9.



Фиг.10.

$k_{var} \in [\ 0.0000725 \div 0.01075\ ]\ ;\ n_{var} \in [\ 1 \div 8\ ]\ ;\ \tau_{var} \in [\ 1s \div 5s\ ]$

В пълният им вид показателите (съставящите) на системата (7)÷(11) са определени аналитично, показани са с (12)÷(16). Визуализирани са на фиг.11÷фиг.14. И в този случай е използван методът на „замразените променливи“ при ***2D-мерна*** визуализация на нестационарни функции.

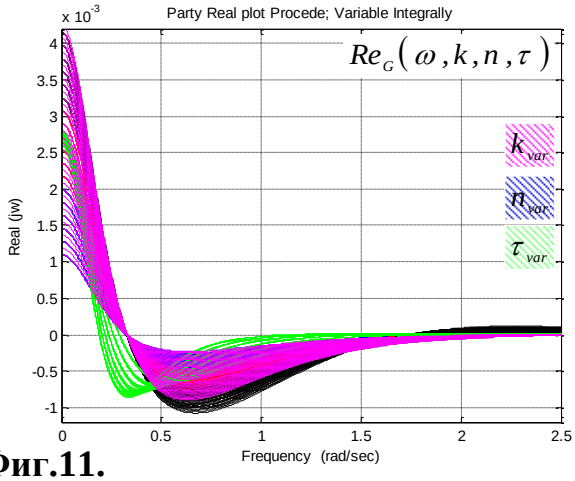
$$Mod(\omega,k,n,\tau)=\left(\left(-\left(\left(3{,}83\,k\,\omega-2{,}22\,k\omega^{3}\right)\mathcal{A}\,Cos(\mathcal{B})+\left(k+1{,}22\,k\omega^{2}\right)\mathcal{A}\,Sin(\mathcal{B})\right)C^{-1}\right)^{2}+\left(-\left(\left(k-1{,}22\,k\omega^{2}\right)\mathcal{A}\,Cos(\mathcal{B})+\left(3{,}83\,k\,\omega+2{,}22\,k\omega^{3}\right)\mathcal{A}\,Sin(\mathcal{B})\right)C^{-1}\right)^{2}\right)^{0{,}5} \quad (12)$$

$$Arg(\omega,k,n,\tau)=-ArcTan\left(-\left(\left(3{,}83k\,\omega+2{,}22\,k\omega^{3}\right)\mathcal{A}\,Cos(\mathcal{B})-\left(k+1{,}22\,k\omega^{2}\right)\mathcal{A}\,Sin(\mathcal{B})\right)C^{-1}\right)\times\left(\left(\left(k+1{,}22\,k\omega^{2}\right)\mathcal{A}\,Cos(\mathcal{B})-\left(3{,}83\,k\,\omega+2{,}22\,k\omega^{3}\right)\mathcal{A}\,Sin(\mathcal{B})\right)C^{-1}\right)^{-1} \quad (13)$$

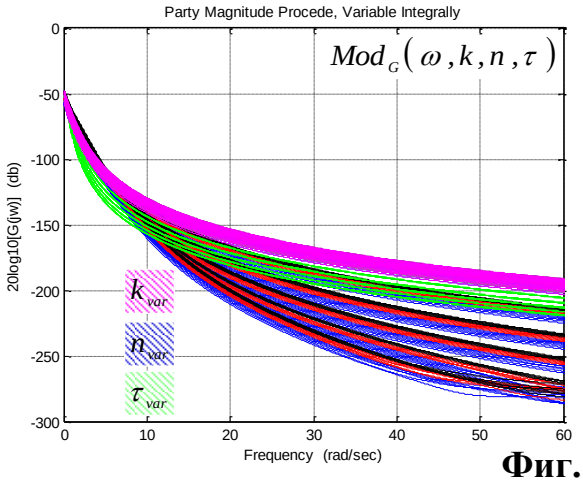
$$Re(\omega,k,n,\tau)=\left(\left(k+1{,}22\,k\omega^{2}\right)\mathcal{A}\,Cos(\mathcal{B})-\left(3{,}83\,k\,\omega^{2}+2{,}22\,k\,\omega^{3}\right)\mathcal{A}\,Sin(\mathcal{B})\right)C^{-1} \quad (14)$$

$$Im(\omega,k,n,\tau)=-\left(\left(k\,\omega-2{,}22\,k\,\omega^{3}\right)\mathcal{A}\,Cos(\mathcal{B})-\left(k+1{,}22\,k\,\omega^{2}\right)\mathcal{A}\,Sin(\mathcal{B})\right)C^{-1} \quad (15)$$

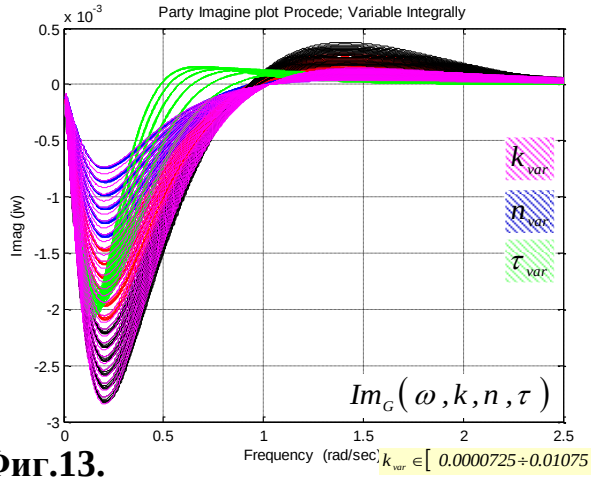
$$\mathcal{A}=\left(1+\tau^{2}\omega^{2}n^{-2}\right)^{-n/2}\;;\quad \mathcal{B}=n\,Arg\left(1+\tau\omega\,n^{-1}\right);\quad C=\left(1+0.44\omega^{2}\right)\left(1+16\,\omega^{2}\right) \quad (16)$$



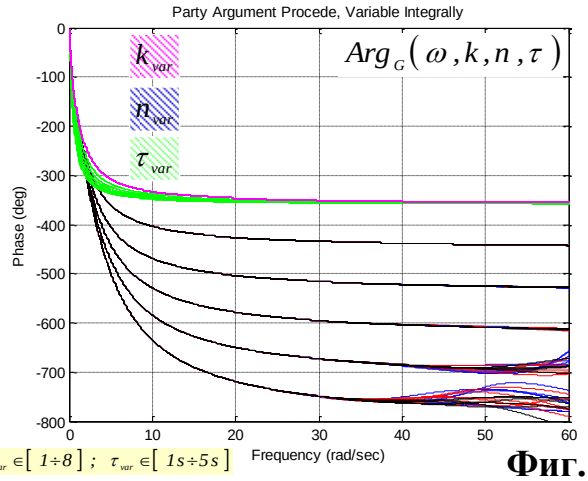
Фиг.11.



Фиг.12.

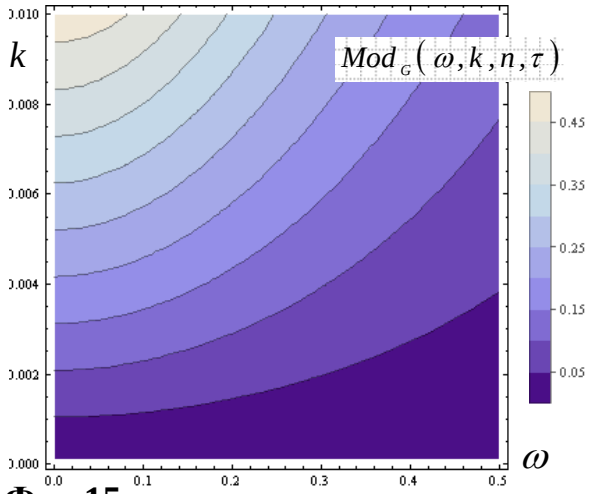


Фиг.13.

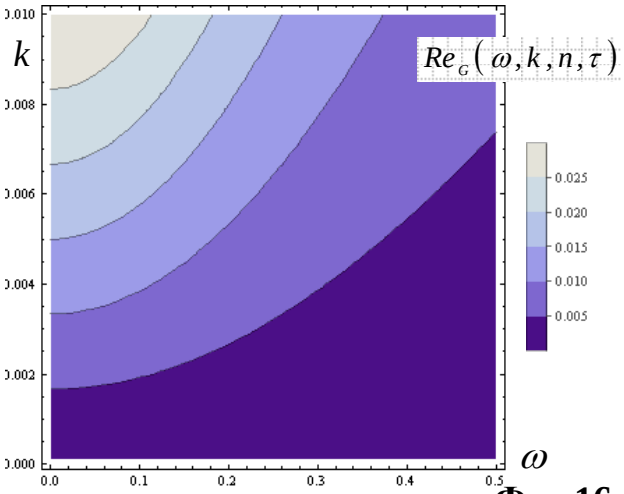


Фиг.14.

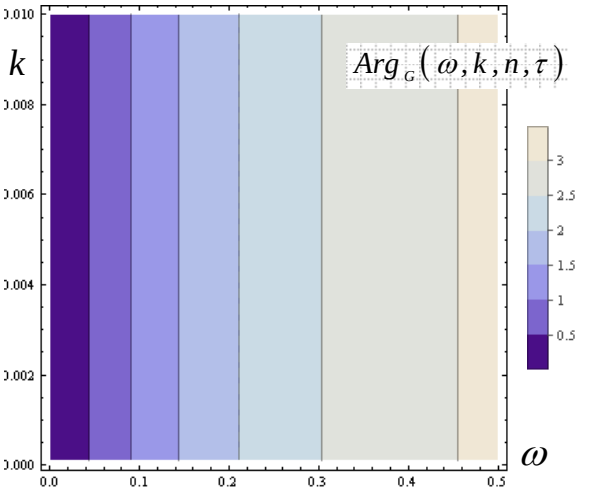
$k_{var}\in[\,0.0000725\div0.01075\,]\;;\; n_{var}\in[\,1\div8\,]\;;\; \tau_{var}\in[\,1s\div5s\,]$



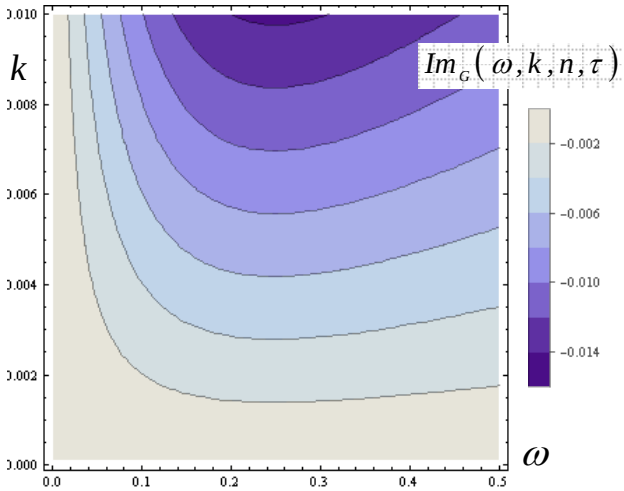
Фиг.15.



Фиг.16.



Фиг.17.



Фиг.18.

Решението на задачата за функционална параметризация на съставящите на системата с нейните независими променливи е показано с използване на методите и алгоритмите на ***2D-мерен параметрично-контурен*** плот и на ***3D-мерен параметрично-контурен*** плот на функции на повече от две независими променливи. Решението е показано както следва.

На фиг.15÷фиг.18 е визуализиран ***2D-мерен параметрично-контурен плот*** на резултатите от параметризацията на съставящите (12)÷(16) на характеристиката на примерната динамична система (5)÷(6) с нейните независими променливи за диапазоните на вариация, определящи априорната неопределеност (ω, k, n, τ - честота, предавателен коефициент, ред и закъснение) до максималната горна граница ξ^* (6). На фиг.15÷фиг.18 кой да е от контурите върху параметричните повърхности на зависимостите (17)÷(20)

$$k = k(\omega)\ ,\ \left(Re_G(\omega, n_{var}, \tau_{var}) = const \in \left[Re_{G,min}, Re_{G,max}\right]\right) \quad (17)$$

$$k = k(\omega)\ ,\ \left(Im_G(\omega, n_{var}, \tau_{var}) = const \in \left[Im_{G,min}, Im_{G,max}\right]\right) \quad (18)$$

$$k = k(\omega)\ ,\ \left(Mod_G(\omega, n_{var}, \tau_{var}) = const \in \left[Mod_{G,min}, Mod_{G,max}\right]\right) \quad (19)$$

$$k = k(\omega)\ ,\ \left(Arg_G(\omega, n_{var}, \tau_{var}) = const \in \left[Arg_{G,min}, Arg_{G,max}\right]\right) \quad (20)$$

илюстрира съответна постоянна стойност на съставящата (респективно реална, имагинерна, модулна и фазова - Re_G , Im_G , Mod_G , Arg_G). Самата стойност на съставящата (Re_G , Im_G , Mod_G , Arg_G) цветово е визуализирана с правоъгълния бар вдясно на всяка от фигурите.

Ако визуалният анализ следва определен контур (в случая на конкретно указана стойност на съответната съставяща по бара) координатите в двумерното изображение за всяка една негова точка показват функционално-параметричната зависимост. Аналогично на (17)÷(20) са параметризирани съставящите (12)÷(16) до зависимостите $k=k(n)$, $k=k(\tau)$, $n=n(\omega)$, $n=n(k)$, $n=n(\tau)$, $\tau=\tau(\omega)$, $\tau=\tau(k)$, $\tau=\tau(n)$.

Очевидно е, че решението на задачата за функционална параметризация с използването на ***2D-мерен параметрично-контурния плот*** е твърде обемно, особено за нестационарни функции с повече от две независими променливи.

На фиг.19÷фиг.26 е визуализиран ***3D-мерен параметрично-контурен плот*** на резултатите от параметризацията на съставящите (12)÷(16) на характеристиката на примерната динамична система (5)÷(6) с нейните независими променливи за диапазоните на вариация, определящи априорната неопределеност (ω, k,n,τ - честота, предавателен коефициент, ред и закъснение) до максималната горна граница ξ" (6). На фиг.19÷фиг.26 кой да е от контурите върху параметричните повърхности на зависимостите (21)÷(24)

$$\begin{matrix} k=k(\omega,\tau)\ ,\ \left(Re_G(\ n_{var}\ )=const\in\left[Re_{G,min}\ ,\ Re_{G,max}\right]\ \right) \\ k=k(\omega,n)\ ,\ \left(Re_G(\ \tau_{var}\ )=const\in\left[Re_{G,min}\ ,\ Re_{G,max}\right]\ \right) \end{matrix} \qquad (21)$$

$$\begin{matrix} k=k(\omega,\tau)\ ,\ \left(Re_G(\ n_{var}\ )=const\in\left[Im_{G,min}\ ,\ Im_{G,max}\right]\ \right) \\ k=k(\omega,n)\ ,\ \left(Re_G(\ \tau_{var}\ )=const\in\left[Im_{G,min}\ ,\ Im_{G,max}\right]\ \right) \end{matrix} \qquad (22)$$

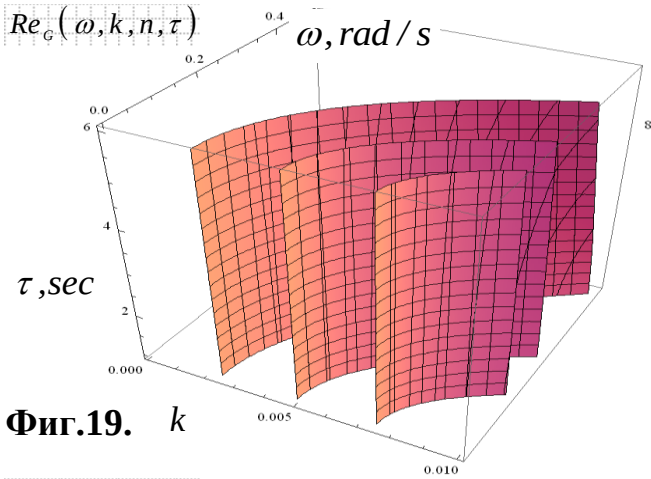
$$\begin{matrix} k=k(\omega,\tau)\ ,\ \left(Mod_G(\ n_{var}\ )=const\in\left[Mod_{G,min}\ ,\ Mod_{G,max}\right]\ \right) \\ k=k(\omega,n)\ ,\ \left(Mod_G(\ \tau_{var}\ )=const\in\left[Mod_{G,min}\ ,\ Mod_{G,max}\right]\ \right) \end{matrix} \qquad (23)$$

$$\begin{matrix} k=k(\omega,\tau)\ ,\ \left(Arg_G(\ n_{var}\ )=const\in\left[Arg_{G,min}\ ,\ Arg_{G,max}\right]\ \right) \\ k=k(\omega,n)\ ,\ \left(Arg_G(\ \tau_{var}\ )=const\in\left[Arg_{G,min}\ ,\ Arg_{G,max}\right]\ \right) \end{matrix} \qquad (24)$$

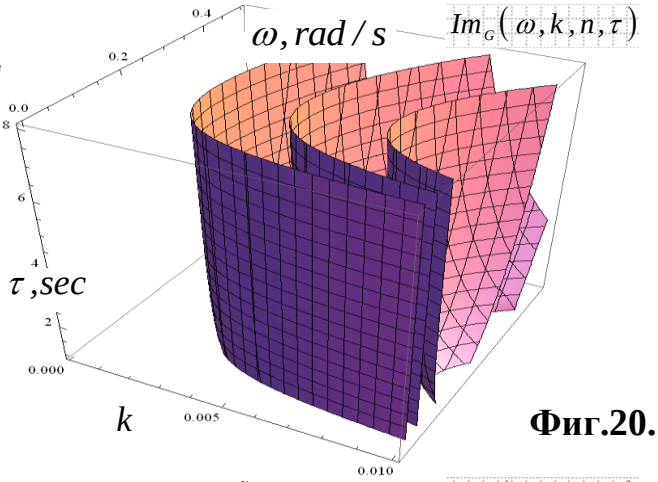
илюстрира съответна постоянна стойност на съставящата (респективно реална, имагинерна, модулна и фазова - Re_G , Im_G , Mod_G , Arg_G).

Ако визуалният анализ следва определен контур (в случая на конкретно указана стойност на съответната съставяща) координатите в тримерното изображение за всяка една негова точка показват функционално-параметричната зависимост. Аналогично на (17)÷(20) са параметризирани съставящите (12)÷(16) до зависимостите $n=n(\omega,\tau)$, $n=n(\omega,\tau)$.

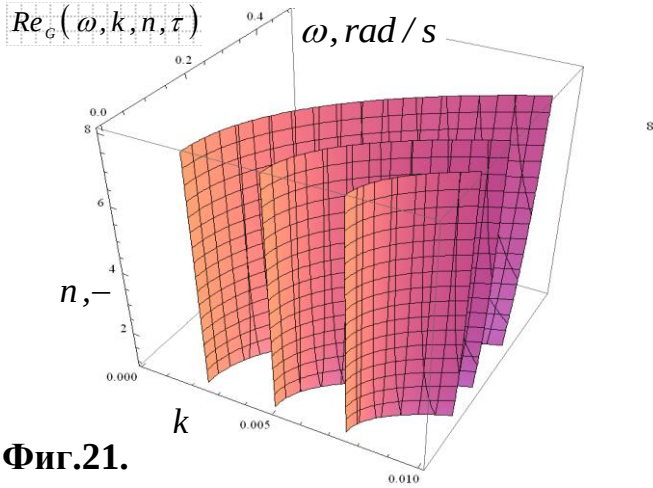
Очевидно е, че решението на задачата за функционална параметризация с използването на ***3D-мерен параметрично-контурния плот*** е значително по-обозримо и представително, особено за нестационарни функции с повече от две независими променливи.



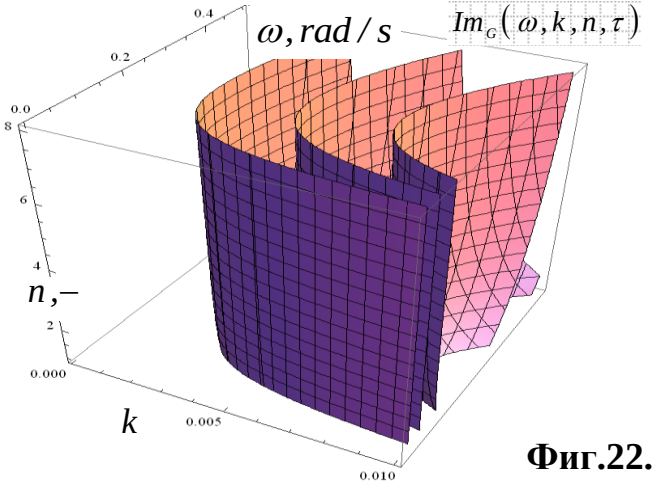
Фиг.19.



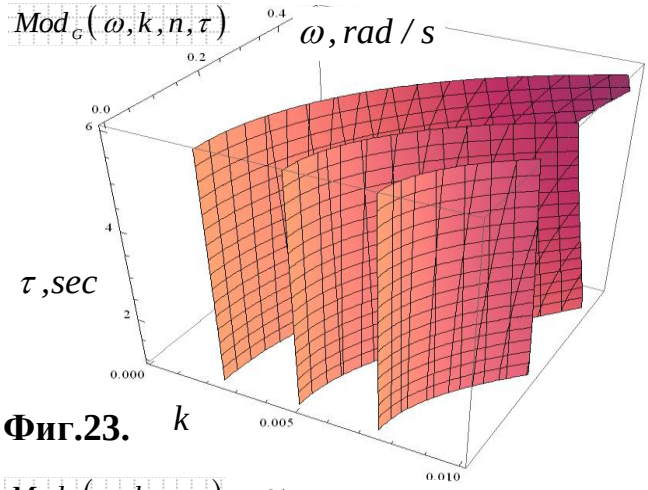
Фиг.20.



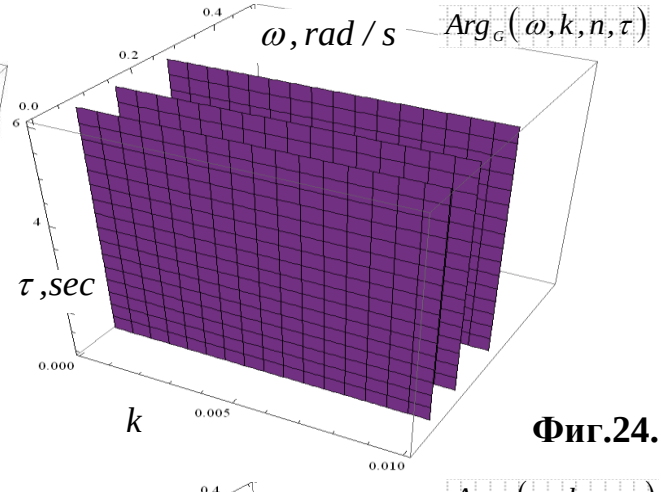
Фиг.21.



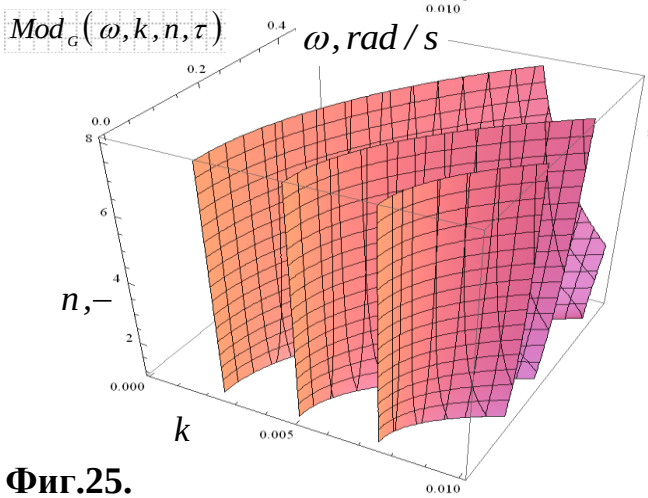
Фиг.22.



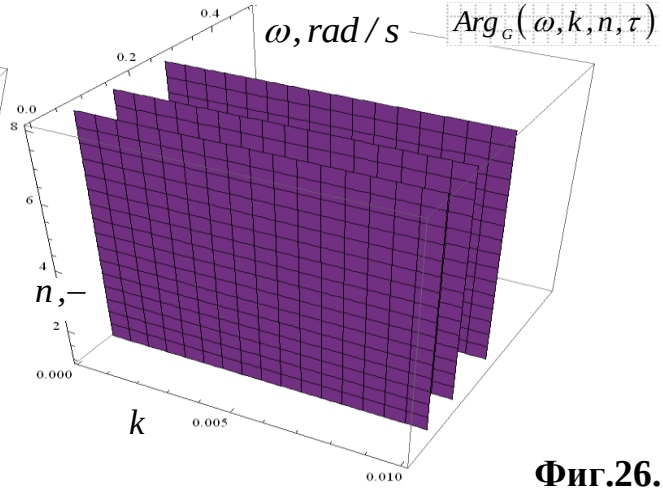
Фиг.23.



Фиг.24.



Фиг.25.



Фиг.26.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Новото и оригинално в настоящата работа са предложените**:**

● систематизация, обобщения и аналитични дефиниции за параметризацията на показатели (фактори, свойства) на характеристиката на динамични системи**;**

● подход, метод и алгоритъм за параметризация на динамични системи**;**

● числен пример, извод на символни аналитични описания на характеристиките на примерна динамична система; анализ на системата**;**

● определяне на аналитични описания на съставящи на характеристиката на примерна динамичната система в качеството им на нейни свойства (фактори);

● функционална параметризация на съставящите с независимите променливи на динамичната система за конкретен числен пример**;**

● символна визуализация на резултатите от параметризацията с технологиите и инструментариума на ***2D-параметрично-контурен*** плот и на ***3D-параметрично-контурен*** плот като алгоритми за параметризация на функции на повече от две независими променливи, сравнителен анализ на възможностите им**.**

ЛИТЕРАТУРА

[1] Hinov H., E. Nikolov (1975), ***Des relations déterminantes la marge de la stabilité du système a retard pure et PI-régulateur,*** Journal Proceedings Annual of Technical University of Sofia, © 1975 Publishing House of Technical University of Sofia, Vol. XXXIV, Book 3, 1975, ISSN 1311-0829, pp. 79-82

[2] Kostov K., E. Nikolov (2002), ***Empirical Engineering Methods of Tuning - I***, Automatics and Informatics Journal, 2/2002, © 2002 Union of Automatics and Informatics, ISSN 0861-7562, 54-57

[3] Kostov K., E. Nikolov (2002), ***Empirical Engineering Methods of Tuning - II***, Journal Automatics and Informatics, 4/2002, © 2002 Union of Automatics and Informatics, ISSN 0861-7562, pp. 52-54

[4] Kostov K., Nikolov E. (2002), ***Empirical Engineering Methods of Tuning - III***, Journal Automatics and Informatics, 6/2002, © 2002 Union of Automatics and Informatics, ISSN 0861-7562, pp. 48-52

[5] Nikolov E. (2016), ***Trajectory of Colimaçon in the Fractional Control Systems - part I, II,*** Sofia, Journal Proceedings of Technical University of Sofia, Volume 66, Issue 2, 2016, © 2016 Publishing House of Technical University of Sofia, ISSN 1311-0829, pp. 65-84

[6] Nikolov E. (2004), ***Special Mathematical Functions and Fractal Operators,*** Sofia, © 2004 Publishing House of Technical University of Sofia, ISBN 954-438-423-5, 2004, 108 p

[7] Nikolov E. (2015), ***Fractional Control - part 2 (application of generalized fractional calculus' operators in the control systems, filters),*** Sofia 2015, © 2015 Publishing House of Technical University of Sofia, ISBN: 978 619 167 186 1, 200 p.

[8] Nikolov E. (2016), ***Fractional Control - part 3 (qualitative analysis in uncertainty),*** Sofia 2016, © 2016 Publishing House of Technical University of Sofia, ISBN 978-619-167-136-6, 260 p

[9] Kiryakova V. S. (1994), ***Generalized Fractional Calculus and Applications***, Pitman Research Notes in Mathematics Series No. 301, Longman Scientific and Technical, Harlow, Essex, 1994, ISBN:0-470-20777-9, 260 p.

[10] Kiryakova V. S. (1997), ***All the Special Functions are Fractional Differen-Integrals of Elementary Functions***, Journal Physics A: Math. & General, 1997, 30, No 14, Online ISSN: 1361-6447, Print ISSN: 0305-4470, 5085-5103

Автор: Емил Николов, проф. дтн, катедра „Автоматизация на Непрекъснатите Производства", Факултет Автоматика, Технически Университет - София; E-mail address: *nicoloff@tu-sofia.bg*

Постъпила на 15.14.2017 **Рецензент:** Чл. кор. проф. дтн Петко Хр. Петков

РЕПЕТИТИВНИ СИСТЕМИ ЗА ЕЛИМИНИРАНЕ НА ПЕРИОДИЧНА ГРЕШКА ПО ИЗМЕРВАНЕ

Нина Николова

Резюме. *Репетитивното управление е ефективна стратегия за противодействие на сигнални периодични смущения чрез филтриране на тяхното въздействие върху системата за управление, ако се знае точната стойност на техния период. В настоящата работа се предлага и се анализират свойствата на нов вид репетитивни системи , която се бори основно срещу периодични грешки по измерване.*
Ключови думи: *робастно репетитивно управление, робастна устойчивост, робастно качество, периодична грешка по измерване*

REPETITIVE SYSTEMS FOR ELIMINATING PERIODIC MEASUREMENT ERROR

Nina Nikolova

Abstract: *Repetitive Control is an effective strategy for periodic perturbance suppression, filtering their influences over the whole control system, assuming that the period of the perturbancies is known. In the present work a new kind of RC for eliminating periodic measurement error are proposed and analyzed*
Keywords: *repetitive robust control, robust stability and performance, periodic measurement error*

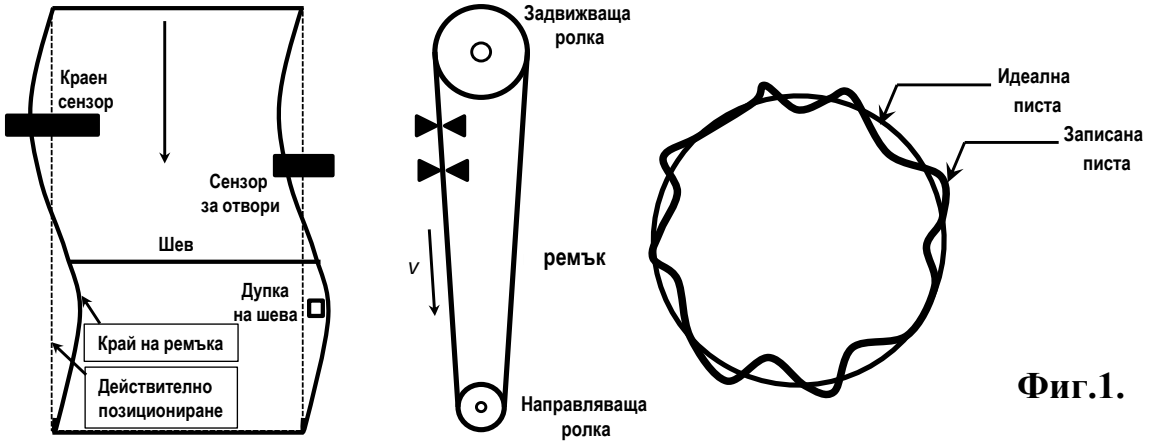
1. ВЪВЕДЕНИЕ

Стратегията за репетитивно управление (*repetitive control* (**RC**)) е създадена за постигане на високо качество и максимална ефективност на системи за управлението на обекти, характеризиращи се в експлоатационни условия с наличието на периодични външни сигнални смущения, чиито параметри (период, честота) са постоянни и предварително известни по стойност на етапа на проектиране на системата. Има един клас физически проблеми, при които трябва да се премахнат периодични смущения само по измерване (от сигнала в обратната връзка). Познати са различни примери за такъв клас системи. В лявата част на фиг.1 като пример е показана система с ремък от копирна машина [6]. Ремъкът е визуализиран от няколко гледни точки. Хартията трябва да се движи в една посока, така че системата за управление да я придвижва по права линия. Такива ремъци могат да се слагат и от едната и от друга страна, така че системата за управление на ролката да запази пояса центриран. Сензорът за тази система за управление с

© 2017 Publishing House of Technical University of Sofia
All rights reserved

ISSN 1311-0829

обратна връзка е датчик на ремъка. За съжаление, лентата трябва да се отреже и след това да се залепи. Всяка неточност при среза, както и всяко несъответствие в шева нарушава правата линия и води до грешка по измерване, която е периодична.



Фиг.1.

В [8] е разработена система за управление на този вид системи, която не се влияе от неточностите при среза на колана. Тя работи доста добре, но системата е с ниска пропускателна способност.

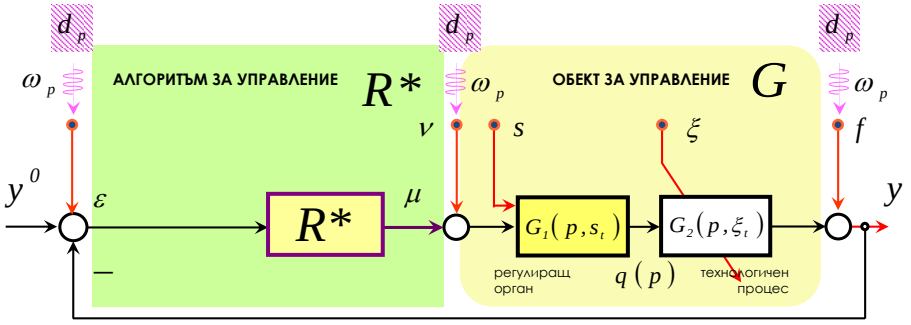
В конвенционалните репетитивни системи (фиг.3, ***RC1***) с управляващ алгоритъм $R^{1}_{\mathcal{ML}}$, смущаващото въздействие (d_p), който е сигнал с период на повторение T_p може да бъде „филтрирано" чрез ***ML***-филтъра **(*Memory Loop*)** [1]÷[10], включен в структурата на затворената система (фиг.2). Базовият ***ML***-контур е режекторен филтър за честота $\omega_p = 2\pi / T_p$ към хармонични сигнали с период T_p. Той съдържа модел на закъснението e^{-pT_p} и „запаметява" честотата на режетирането ω_p.

Конвенционалните репетитивни системи (***RC1***), [1]÷[10] противодействат на сигналните смущаващи въздействия върху системите, постъпващи, както по канала на измерването, така и по канала на заданието и по канала на управлението.

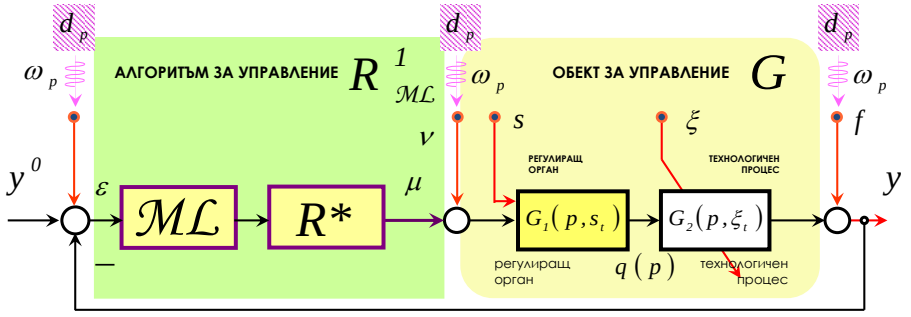
Налице са значителни изследователски усилия, свързани с изследванията на точността при друг клас системи - запис на песни на компютърни дискови устройства. Четенето/записът на главата трябва да следва точно пистите при четенето или записа на данни върху диска. Пистите се образуват върху диска, докато той се върти, и вместо да бъдат перфектни окръжности, вибрациите създават неправилни окръжности с високо честотни компоненти, както е показано в дясно на фиг.1. В [9] се счита, че това е стандартен проблем при репетитивните системи за управление и се търси команда, която прави системата за управление с обратна връзка по-точна при следене на заданието. Това позволява на пистите да бъдат по-близко разположени, а на диска да има повече място за съхранение. Съвсем различна формулировка на проблема е, ако нередностите в радиуса на пистата се приемат като смущения по измерване, и се търси начин те да се отстранят от сигнала на грешката по позиция (*the position error signal* (*PES*)), използвана от системата за управление с обратна връзка (фиг.2). Това е много по-

ефективна цел, защото е много по-лесно да се настрои система, която да следва като задание сигнал с постоянна стойност, отколкото да се следва сигнал с високо честни смущения.

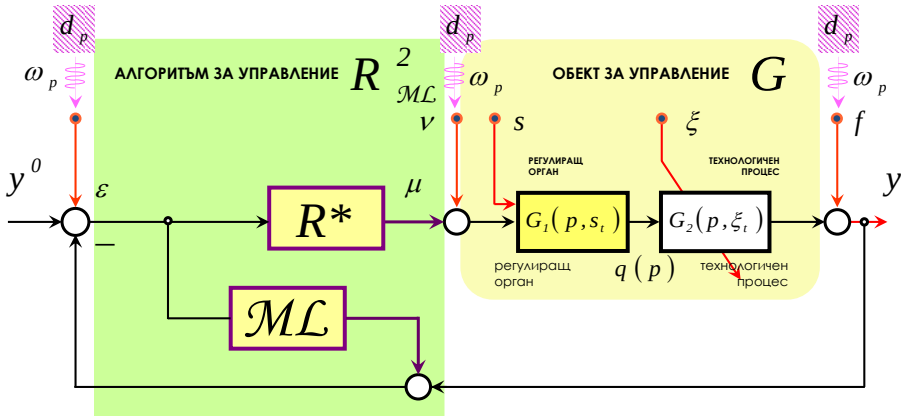
Такова преформулиране на проблема е представено в [6], [7] и е патентовано от *Seagate*. Фиг.4 представя блок-схемата на този клас системи - ***RC2*** с управляващ алгоритъм $R^{2}_{\mathcal{ML}}$.



Фиг.2.



Фиг.3.



Фиг.4.

2. ЦЕЛ И ЗАДАЧИ НА РАЗРАБОТКАТА

В контекста на гореизложеното **целта** на настоящата разработка, е да се анализират робастните и филтриращите свойства на нов вид системи за репетитивно управление (***RC2***), борещи се основно със смущения по измерване. **Задачите** в нейното изпълнение, са: • аналитично проектиране на класическа (***CLASS,*** фиг.2), на конвенционалната репетитивна (***RC1,*** фиг.3) и на новият вид репетитивна система за управление (***RC2,*** фиг.3) на конкретен обект; • сравнителен анализ на качеството в номинален и смутен параметричен режим на проектираните и синтезирани системи; • сравнителен робастен честотен анализ на свойствата на тези системи, както и • проверка на ефективността на системите, чрез сравнителен анализ по метода на времеви анализ с „тестови“ въздействия.

3. ПОСТАНОВКА НА ЗАДАЧАТА. ЧИСЛЕН ПРИМЕР

Разглеждат се структурите: • на класическа (***CLASS,*** фиг.2) и на двата вида репетитивни (***RC1,*** фиг.3 и ***RC2,*** фиг.4) системи за управление с фиксирани алгоритъм за управление, където: регулаторът $R^*(p) \underset{\{\sigma = const\}}{\Leftrightarrow} G^*(p)$ е настроен оптимално при критерий σ към номиналния модел G^* на обекта $G = G_1 G_2$; y - регулируема величина; y^0 - задание; ε - разсъгласуване; μ - управление към регулиращия орган G_1; q - входна величина към технологичния процес G_2; v - смущение по натоварване; s - хидродинамично натоварване към G_1; ξ - параметрично смущение върху G_2; f - смущение по измерване; $d_p = sin(\omega_p t)$ - постоянно периодично външно сигнално смущение с предварително известна стойност на честотата ω_p (респективно с период $T_p = 2\pi\ \omega_p^{-1}$); $\mathcal{ML}$ е режекторен филтър за честота ω_p, който съдържа модел на закъснението e^{-pT_p} и „запаметява" честотата на режетирането ω_p.

На фиг.2÷фиг.4 ясно са показани външните (y^0, v, s, f) смущаващи въздействия, както и вътрешното смущение ξ. В работата се разглежда числен пример, в който синтезът на системите за управление (фиг.2, фиг.3 и фиг.4) е за зададен с (1)÷(2) обект за управление G при критерий за оптималност °***критично апериодичен процес***° (σ) при наличието на постоянно действащо периодично външно сигнално смущение d с честота $\omega_p = 0,0346\ rad/s$ (3).

$$G(p) \hat{=} G^*(p) = G_1(p, s_i) G_2(p, \xi_i) = \frac{1.2}{(10p+1)} e^{-2p}, \quad (s_i(t) = const;\ \xi_i(t) = 0) \tag{1}$$

$$G^{\blacksquare}(p) = \frac{2.1}{(10p+1)} e^{-4p} \tag{2}$$

$$d = sin(\omega_p t) = sin(0,0346\, t) = const, \quad (\omega_p = \omega_{pf} = 0,0346\ rad/s;\ T_{pf} = 181,595\ s) \tag{3}$$

Решението за синтез се изразява в аналитичното проектиране на базов регулатор R^*, робастен $\mathcal{ML}$-филтър с памет $\mathcal{M}_{\mathcal{L}}$ и два репетитивни регулатори $R^1_{\mathcal{ML}}$ и $R^2_{\mathcal{ML}}$, аналитично представени с (4), (5) и (6), [11],[12].

$$R^*(p) = 1.9 \frac{(3p+1)}{3p} \frac{(0.6p+1)}{(0.12p+1)} \underset{\{\sigma = const\}}{\Leftrightarrow} G^*(p) \tag{4}$$

$$\mathcal{M}_{\mathcal{L}}(p) = \left(2 - \sum_{k=1}^{m} W_k(p) e^{-pkT_p}\right)^{-1} \hat{=} \left(2 - e^{-pT_p}\right)^{-1}, \tag{5}$$

$$\left(k = 1;\ T_p \equiv T_{pf} = 2\pi\ (\omega_{pf})^{-1} = 2\pi\ (0,0346)^{-1}\right)$$

$$R^1_{\mathcal{ML}}(p) = \mathcal{M}_{\mathcal{L}}(p) R^*(p) = 1.9 \frac{(3p+1)}{3p} \frac{(0.6p+1)}{\left(2 - e^{-pT_p}\right)(0.12p+1)} \tag{6}$$

$$R^{2}_{\mathcal{M}\mathcal{L}}(p)=\frac{1}{1-\mathcal{M}_{\mathcal{L}}(p)}R^{*}(p)=1.9\,\frac{(3p+1)}{3p}\,\frac{(0.6p+1)}{(0.12p+1)}\,\frac{\left(2-e^{-pT_p}\right)}{\left(3-e^{-pT_p}\right)} \qquad (7)$$

4. ЕФЕКТИВНОСТ НА РЕПЕТИТИВНИТЕ СИСТЕМИ

Ефективността на структурите на системите за управление може да бъде определена с това до колко всяка от тях при едни и същи други условия удовлетворява в по-висока степен изискванията за: ●подобряване на показателите на качеството; ●привеждане на системата в класа на системите с робастни свойства; ●превъзходство на количествените показатели на качеството на репетативните ***RC1*** и ***RC2*** системи пред „класическата" ***CLASS*** система със стандартен ***PID*** алгоритъм.

Трите системи (фиг.2÷фиг.4) са моделирани. Резултатите от симулацията на моделите - времевите и честотните характеристики на решението (4)÷(6) за затворените Φ_i и за отворените W_i системи за управление на обекта G (1)÷(2), са показани на фиг.5 и фиг.6. Характеристиките на системите са визуализирани ***в номинален*** (1) и ***смутен*** (2) ***параметричен режим*** ($G\hat{=}G^{*}$, $\xi=const$, $d_i\equiv 0$) без наличието на периодично външно сигнално смущение d с честота ω_p (3). Използвани са следните**:** ● индекси за системите: класическа - ***CLASS*** (фиг.2), репетитивна – ***RC1*** (фиг.3) и репетитивна^2 - ***RC2*** (фиг.4)**;** ● означения: h_{Φ_i} -преходни функции, $W(j\omega)$ -честотни характеристики на отворените системи.

Анализът на качеството в номинален (1) ***параметричен режим*** ($G\hat{=}G^{*}$, $\xi=const$, $d_i\equiv 0$) на системите (фиг.2÷фиг.4) ***потвърждава,*** че и трите системи**:** ● удовлетворяват критерия за °***критично апериодичен процес***° (σ) (фиг.5.a), като са отразени времената за регулиране, определящи бързодействието**;** ● са устойчиви (фиг.5.b÷фиг.5.d), като са илюстрирани запасите им по модул и по фаза**;** ● удовлетворяват предявените изисквания за качество в задачата за синтез**.**

Анализът на качеството в смутен (2) ***параметричен режим*** ($G\hat{=}G^{\blacksquare}$, $\xi=const$, $d_i\equiv 0$) на системите (фиг.2÷фиг.4) ***потвърждава,*** че репетитивните системи са устойчиви (отразени са времената за регулиране (фиг.6.a), както и запасите по модул и по фаза (фиг.6.b÷фиг.6.d))**;** ● класическата система е близка до границата на устойчивост**.**

За всяка една от трите системи с отчитане на (1)÷(2) също така е ***проведен*** робастен анализ при априорна неопределеност, както следва:

● ***Nyquist***-робастен анализ по характеристиките на отворените системи (8)÷(20) (фиг.7). Функционалното множество Π (8) моделира неопределеността в реалния обект за управление. Адитивните $\bar{\ell}_a$ и мултипликативни $\bar{\ell}_m$ смущения към системата (9) определят ***"смутения на най-горна граница"*** модел на обекта $G^{\blacksquare}$ (10)÷(11). Вариациите на G са причината за промени в характеристиката на отворената система, моделирани с функционалното множество π (13), предста-

вено графично чрез семейство кръгове $\pi(j\omega_i)$ (14) с радиус r^0 (15) и с центрове в точките ω_i. Изискванията за робастната устойчивост $RS(\omega)$ са (16), (17), за робастното качество $RP(\omega)$ - (19),(20), а номиналната W_i^* и смутена $W_i^{\blacksquare}$ системи - (12);

● робастен анализ по характеристиките на чувствителността на затворените системи (фиг.8). Затворените системи са робастно устойчиви $RS(\omega)$ и с робастно качество $RP(\omega)$, ако са изпълнени изискванията (18) и (21) към функциите на чувствителността e^* и на допълнителната чувствителност η^* (25.a), където υ (25.b) е интегралното обобщено смущение към системата;

● определени са запаса на робастна устойчивост $k_{MSOL}(\omega)$ (фиг.9.a) по зависимостта (22) и запаса на робастно качество $k_{MPOL}(\omega)$ (фиг.9.b) по зависимостта (23).

$$\Pi(j\omega)=\Delta G(j\omega)\,:\,|G(\omega)-G^*(\omega)|.|G^*(\omega)|^{-1}\le\bar{\ell}_m(\omega),\ (\Pi(j\omega)\in\mathcal{G}(j\omega)) \tag{8}$$

$$\bar{\ell}_a(\omega)=|G(\omega)-G^*(\omega)|;\ \bar{\ell}_m(\omega)=\bar{\ell}_a(\omega)|G^*(\omega)|^{-1},\ (\omega\in[0;\infty)) \tag{9}$$

$$G^{\blacksquare}(j\omega)=|G(j\omega)-G^*(j\omega)|_{max} \tag{10}$$

$$G^{\blacksquare}(j\omega)|G^*(j\omega)|^{-1}=\bar{\ell}_m^{\blacksquare}(\omega),\left(\bar{\ell}_m^{\blacksquare}(\omega)=\bar{\ell}_a^{\blacksquare}(\omega)|G^*(j\omega)|^{-1}\right) \tag{11}$$

$$W_i^*=R_i G^*;\quad W_i^{\blacksquare}=R_i G^{\blacksquare} \tag{12}$$

$$\pi(j\omega)\in\mathcal{W}(j\omega),(\forall\omega,\omega\in[0,\infty)) \tag{13}$$

$$\pi^0(j\omega_i)=\begin{cases}Re^0(\omega_i)=Re^*(\omega_i)+r(\omega_i)\cos\Omega,\ (\Omega\in[0,\infty))\\ Im^0(\omega_i)=Im^*(\omega_i)+r(\omega_i)\sin\Omega,\ (\Omega\in[0,\infty))\end{cases} \tag{14}$$

$$r^0(\omega_i)=|l_a(\omega_i)R(\omega_i)|=|l_m(\omega_i)R(\omega_i)G^*(\omega_i)| \tag{15}$$

$$RS(\omega)\Rightarrow|1+G^*(\omega)R(\omega)|>r^0(\omega),\ (\forall\omega,\omega\in[0,\infty)) \tag{16}$$

$$RS(\omega)\Rightarrow|1+G^*(\omega)R(\omega)|>|G^*(\omega)R(\omega)|\,\bar{\ell}_m(\omega),\ (\forall\omega,\omega\in[0,\infty)) \tag{17}$$

$$RS(\omega)\Rightarrow\|\eta^*(\omega)\bar{\ell}_m(\omega)\|_\infty=\sup_\omega|\eta^*(\omega)\bar{\ell}_m(\omega)|<1,(\forall\omega,\omega\in[0,\infty)) \tag{18}$$

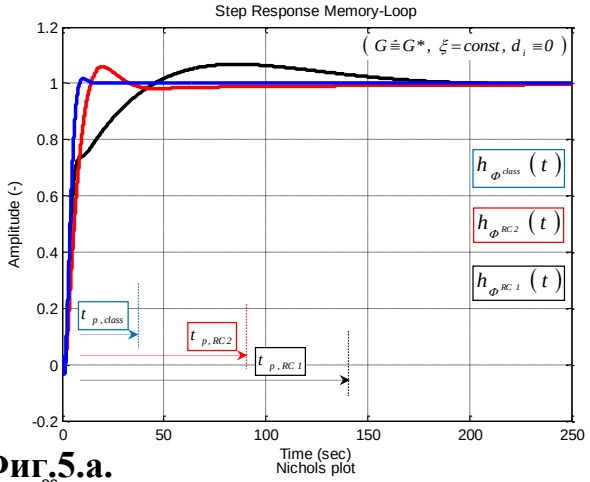
$$RP(\omega)\Rightarrow|1+G(\omega)R(\omega)|\ge|1+G^*(\omega)R(\omega)|-r^0(\omega),(\forall\omega,\omega\in[0,\infty)) \tag{19}$$

$$RP(\omega)\underset{R}{\Rightarrow}\min\max_{G\in\Pi}\int_0^\infty(\varepsilon(t))^2dt\ \hat{=}\ \min_R\max_{G\in\Pi}\frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{\infty}\left|\frac{1}{1+G(\omega)R(\omega)}\right|^2|\upsilon|^2d\omega \tag{20}$$

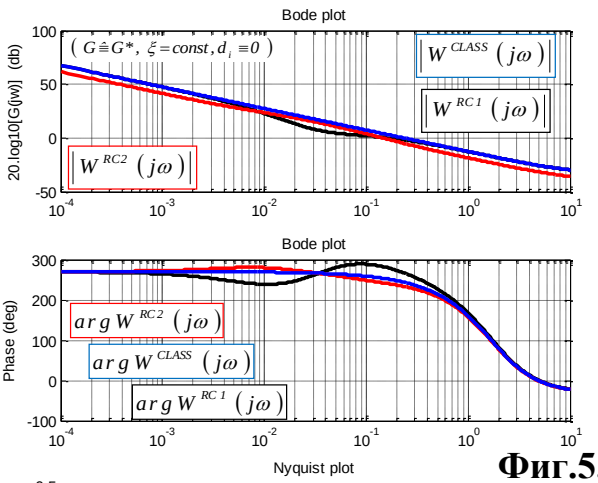
$$RP(\omega)\Rightarrow|\eta^*(\omega)\bar{\ell}_m(\omega)|+|e^*(\omega)\upsilon(\omega)|<1,(\forall\omega,\omega\in[0,\infty)) \tag{21}$$

$$k_{MSOL}(\omega)=r^0(\omega)|1+R(j\omega)G^*(j\omega)|^{-1}\le1,\ (\forall\omega,\omega\in[0,\infty)) \tag{22}$$

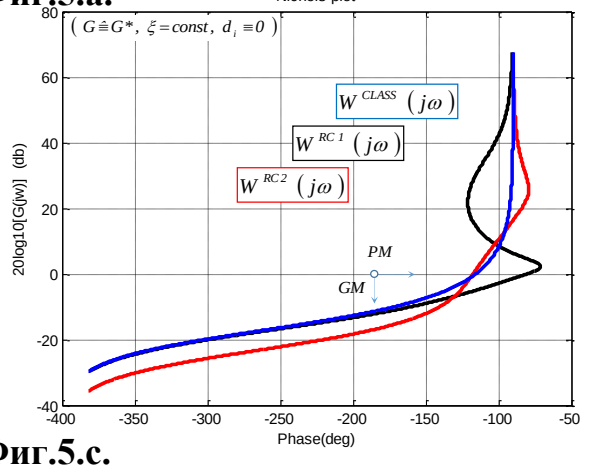
$$k_{MPOL}(\omega)=\left(|1+R(j\omega)G^*(j\omega)|-r^0(\omega)\right)|1+R(j\omega)G^{\blacksquare}(j\omega)|^{-1}\le1,\ (\forall\omega,\omega\in[0,\infty)) \tag{23}$$



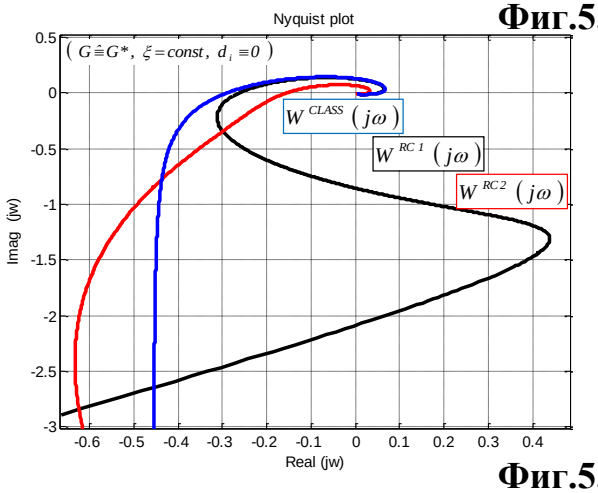
Фиг.5.a.



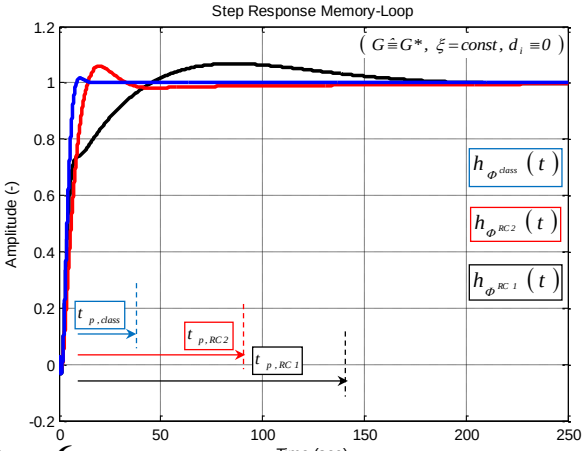
Фиг.5.b.



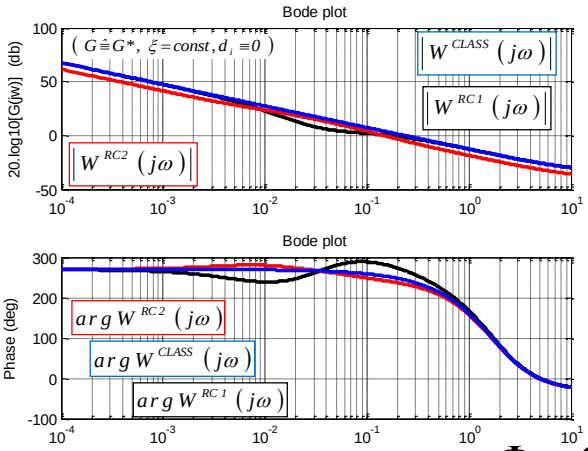
Фиг.5.c.



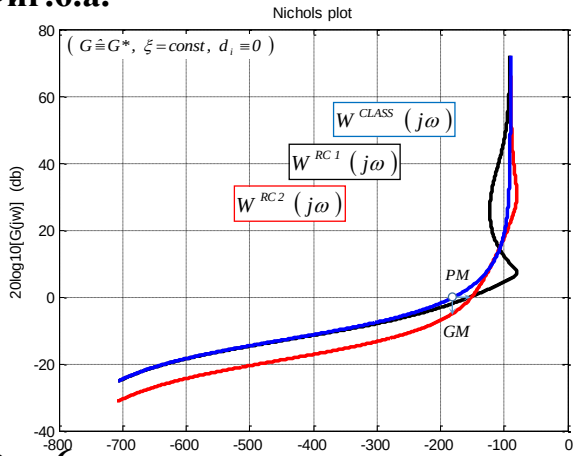
Фиг.5.d.



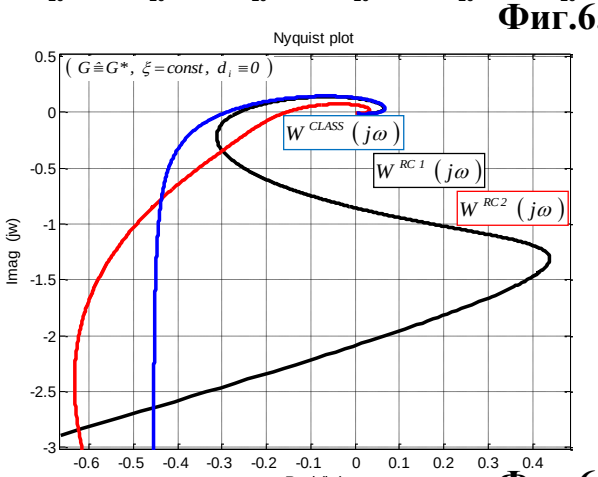
Фиг.6.a.



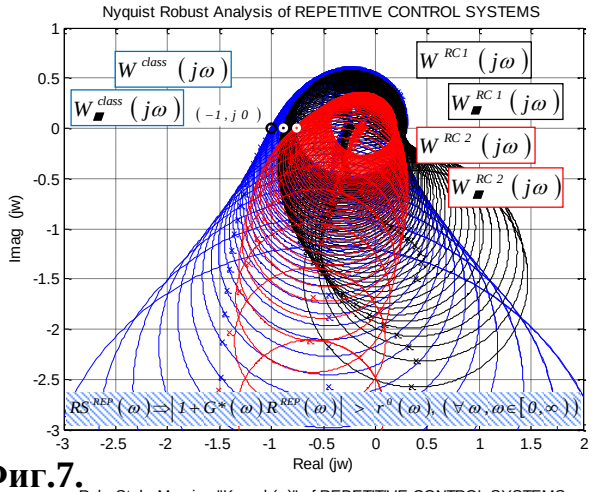
Фиг.6.b.



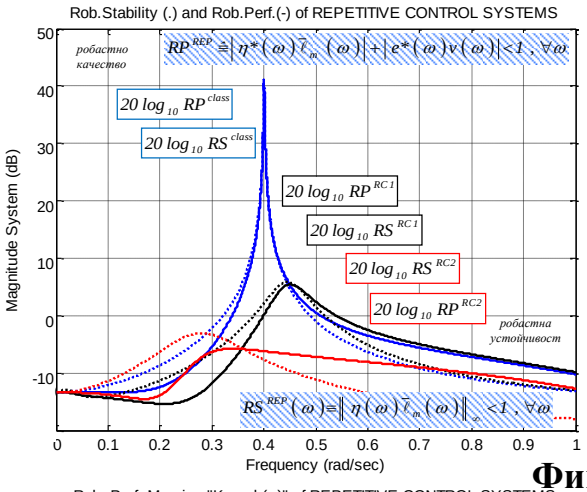
Фиг.6.c.



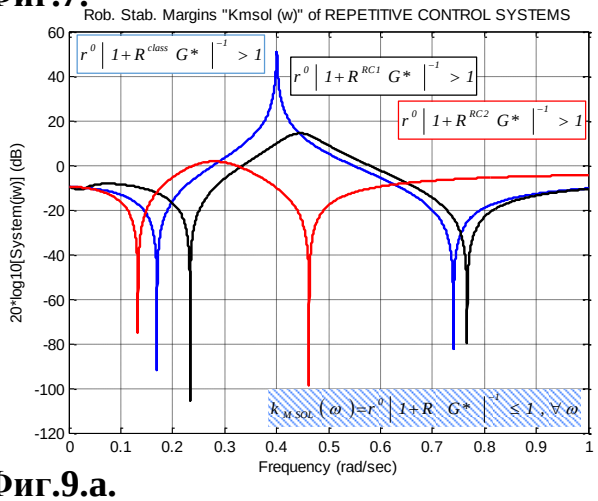
Фиг.6.d.



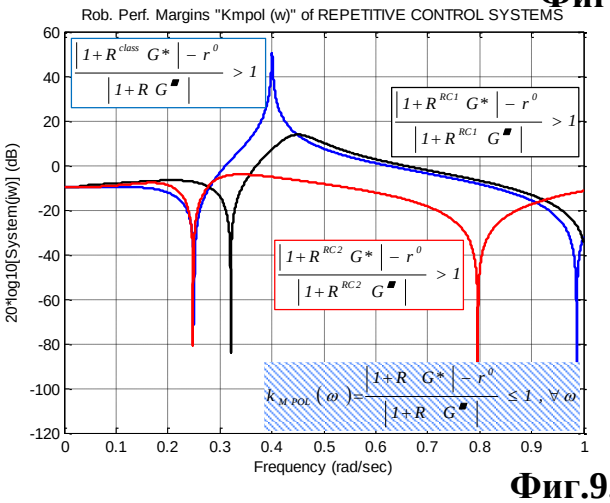
Фиг.7.



Фиг.8.



Фиг.9.a.



Фиг.9.b.

$$e(\omega)=(1+R^*(\omega)G^*(\omega))^{-1} \equiv \Phi_{y^0\varepsilon}(\omega), \left(e(\omega)= 1-\eta(\omega) \equiv \Phi_{y^0\varepsilon}(\omega)\right) \quad (24)$$

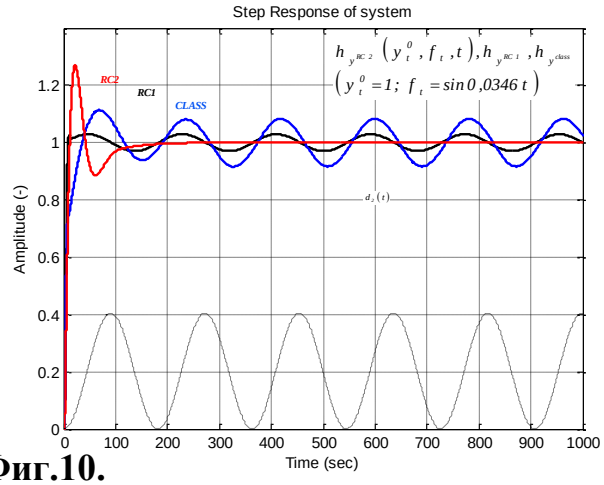
$$\eta(\omega)=R^*(\omega)\,G^*(\omega)\,(1+R^*(\omega)G^*(\omega))^{-1} \equiv \Phi_{y^0y}(\omega), \left(\eta(\omega)= 1-e(\omega) \equiv \Phi_{y^0y}(\omega)\right) \quad (25.a)$$

$$\upsilon=\upsilon(\nu,\xi,f) \quad (25.b)$$

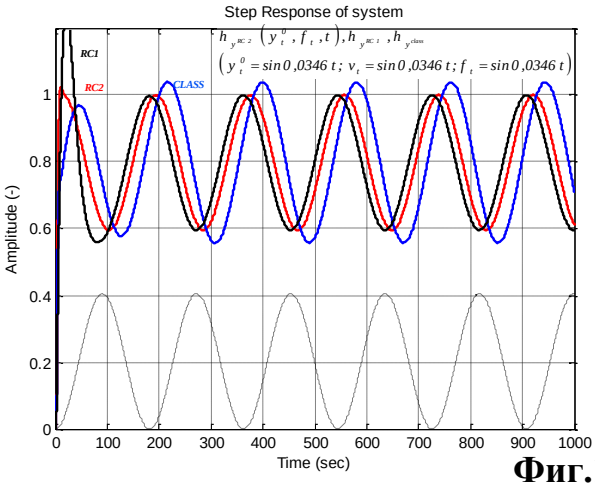
Проведен е анализ на решението (4)÷(7) при наличие на постоянно действащо периодично външно сигнално смущение d с честота ω_p (5). Анализът, предназначен да изследва противодействието на репетитивните системи на външното въздействие, разглежда паралелно поведението на трите системи за управление на обекта G (1) (фиг.2÷фиг.4) на това периодично въздействие d (5).

Времевият анализ на филтриращите свойства с „тестови“ периодични въздействия на системите се провежда ***в номинален*** (1) ***параметричен режим*** ($G \triangleq G^*$, $\xi = const$) на системите (фиг.2÷фиг.4). Същността му се състои в моделиране на системите и оценка на симулационните резултати по времеви критерии. Трите системи са моделирани, а преходните им функции (характеристики) $h_i(t)$ на периодични въздействия (5) са симулирани. Времевите характеристики на системите (за краткост означени с ***CLASS***, ***RC1***, ***RC2***) са визуализирани паралелно като резултати от симулацията и са илюстрирани на фиг.10÷фиг.11. Приети са две ситуации: • при която d_p въздейства върху дина-

миката на системите по всички възможни входове - и по канала на y^0, и по канала на v, и по канала на f (фиг.11), както и • ситуация при която d_p въздейства върху динамиката на системите само по канала на f (фиг.10).



Фиг.10.



Фиг.11.

Резултатите (фиг.5, фиг.11) от анализите по характеристиките на отворените $W_i(j\omega)$ и на затворените $\Phi_i(j\omega)$ системи ***аналитично доказват*** и еднозначно визуализират, че в условията на репараметризиране/реструктуриране на номиналния модел обекта**:**

- класическата система (фиг.2) не притежава робастна устойчивост RS^{class} и робастно качество RP^{class}, тъй като нейните характеристики не удовлетворяват изискванията формулирани с (16)÷(21)**;**
- репетитивна система ***RC1*** (фиг.3) е на границата на робастната устойчивост RS^{RC1} и робастно качество RP^{RC1} (16)÷(21)**;**
- репетитивната система ***RC2*** (фиг.4) удовлетворява изискванията (16)÷(21) и за робастно устойчивост RS^{RC2}, и за робастно качество RP^{RC2}, а нейните запаси на робастна устойчивост $k_{M\,SOL}$ (22) и робастно качество $k_{M\,POL}$ (23) са илюстрирани на (фиг.9)**;**
- репетитивната система ***RC2*** (фиг.4) доказано превъзхожда репетитивна ***RC1*** (фиг.3) и класическата ***CLASS*** (фиг.2) системи с робастните си свойства**;**
- репетитивната система ***RC2*** (фиг.4) ефективно противодейства на постоянно смущение $d(t) = sin(\omega_p t) = const$ с честота $\omega_p = 0,0346\ rad/s$ (5), (фиг.10, фиг.11)**.**

5. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Претенциите на разработката се изразяват в постигнатите резултати и доказателства за ефективността на предложената репетитивна система за борба с периодични смущения по измерване ***RC2*** (фиг.4) чрез:

- сравнителна оценка на количествените показатели на качеството (определени с времето на регулиране и със запасите на устойчивостта);
- доказателство на робастните свойства;
- сравнителна оценка на количествените показатели на робастните свойства (определени със запасите на робастната устойчивост и на робастното качес-

тво);

- сравнителна оценка на филтриращите свойства (посредством времеви анализ),

с репетитивни системи ***RC1*** (фиг.3) и ***CLASS*** (фиг.2) при едни и същи други условия;

ЛИТЕРАТУРА

[1] Gricy R., R. Cardoner, Ramon Costa-Castelló, E. Fossas (2007), Digital repetitive control of a three-phase four-wire shunt active filter, IEEE Transactions on Industrial Electronics 54 (3) (2007) 1495-1503

[2] Dötch, H. G. M., Smakman, H. T., Van den Hof, P. M. J., & Steinbuch, M. Adaptive repetitive control of a compact disc mechanism. Proceedings of the IEEE conference on decision and control, New Orleans, 1995, pp.1720–1725

[3] Manayathara, Th. J., Tsao, T. -C., Bentsman, J., & Ross, D. Rejection of unknown periodic load disturbances in continuous steel casting process using learning repetitive control approach, IEEE Transactions on Control Systems Technology, 4(3), 1996, 259–265

[4] Maarten Steinbuch. Repetitive control for systems with uncertain period-time Automatica 38, 2002, 2103 – 2109

[5] Tsao, T. C., & Nemani, M. Asymptotic rejection of periodic disturbances with uncertain period. Proceedings of the American control conference, 1992, pp. 2696–2699

[6] Longman, Richard W. (2010), On the Theory and Design of Linear Repetitive Control Systems, European Journal of Control, vol. 5, DOI:10.3166/EJC.16, pp 447–496

[7] HsinYP, LongmanRW. (2003), Repetitive control to eliminate periodic measurement disturbances: application to disk drives. Adv Astronaut Sci 2003; 114: 135–150

[8] Hsin YP, Longman RW, Solcz EJ, de Jong J. (1997), Experiments bridging learning and repetitive control. Adv Astronaut Sci 1997; 95, pp 671–690

[9] Chew K-K, Tomizuka M. (1989), Digital control of repetitive errorsin disk drive systems. In: Proceedings of the American Control Conference 1989, Pittsburgh, PA, 540–548, also in the IEEE Control Syst Mag 1990; 10(1): 16–20

[10] Nikolova N., Nikolov E. (2007), ML- Structures In The Repetitive Robust Control Systems, Cybernetics and Information Technologies Journal, Vol. 8, No 2, © 2007 BAS, 15-28

[11] Николова Н., Е. Николов (2006), Рационални апроксимации на ирационални функции – I, Сборник научни трудове на Юбилейна научна конференция 2006 „20 години филиал на ТУ-София в Пловдив", 09-11 ноември 2006, Пловдив, © 2006, ISSN 1310 - 8271, 5-35

[12] Николова Н., Е. Николов (2006), Методи и алгоритми за настройка на регулатори в системи за управление справочно пособие по дисциплината „Приложни методи за управление на технологични процеси", София 2006, © Изд. Технически Университет София, ISBN-10: 954-438-579-7, ISBN-13: 978-954-438-579-8, 72 стр.

Автор: Нина Николова, доцент, д-р, катедра „Автоматизация на Непрекъснатите Производства", Факултет Автоматика, Технически Университет - София, E-mail address: *ninan@tu-sofia.bg*

Постъпила на 20.04.2017 г. **Рецензент**: проф. дтн Емил Николов

РОБАСТНО УПРАВЛЕНИЕ НА ОБЕКТ С РЕГУЛИРУЕМА ВЕЛИЧИНА НИВО

Весела Карлова-Сергиева, Александър Маринчев

Резюме: *Работата представя приложението на условната обратна връзка при синтеза на закон за управление на лабораторен обект с регулируема величина ниво. Синтезира се управляващ алгоритъм, който гарантира робастност, в различни работни точки на обекта. Провеждат се симулационни изследвания, последвани от практическа експериментална част.*
Ключови думи: *Система за управление с условна обратна връзка, робастност*

ROBUST LEVEL CONTROL OF TANK SYSTEM

Vessela Karlova-Sergieva, Alexander Marinchev

Abstract*: This paper represents the application of a conditional feedback design method for the case of a laboratory-level control. An algorithm that guarantees robustness at various plant operating points was synthesized. Simulation research followed by an experimental practice was performed.*
Keywords: *Control system with conditional feedback, robustness*

1. ЦЕЛ И ЗАДАЧИ

Управлението на обекти с регулируема величина ниво е задача, която продължава да бъде изследвана поради своята популярност в редица индустриални производства. Проектират се и се прилагат разнообразни алгоритми за управление, като всеки от тях съдържа подобрени характеристики и дава по-големи възможности на инженерите.

Целта на настоящата работа е да се извърши синтез на управление с условна обратна връзка, което гарантира достигане на задание на величината ниво в лабораторна резервоарна система, с определено качество, в различни работни точки. Предложеното управление се базира на подход, който представя нелинейността в математическото описание на обекта като диапазон от неструктурирана неопределеност и се свежда до работа на проектанта с множество линейни обекти.

Задачите, които се решават в разработката са:

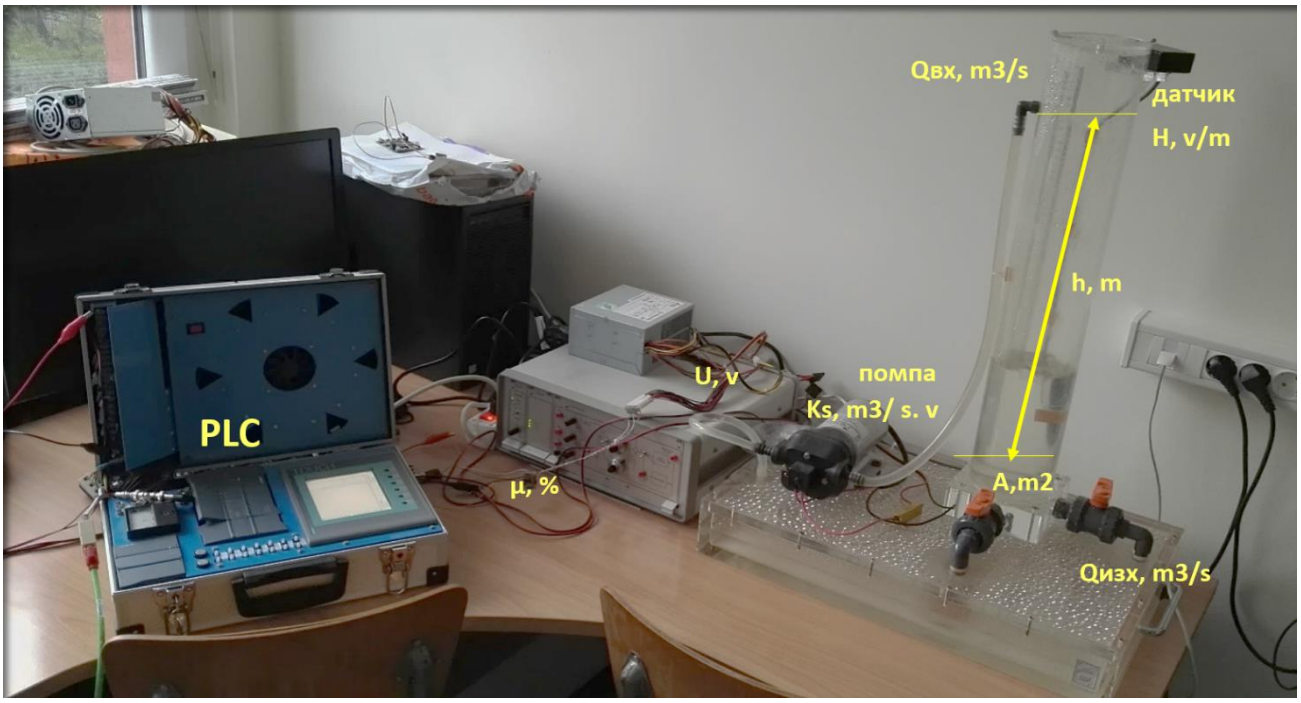
- идентификация на модел на обекта за управление;
- синтез на алгоритъм за управление;
- проверка и потвърждение на резултатите в симулационен режим на работа на резервоарната система;
- проверка и потвърждение на резултатите в практически работен режим на резервоарната система.

© 2017 Publishing House of Technical University of Sofia
All rights reserved

ISSN 1311-0829

2. ТЕХНИЧЕСКИ СРЕДСТВА, МОДЕЛИРАНЕ И ИДЕНТИФИКАЦИЯ

Лабораторният стенд за регулиране на ниво е представен на фиг.1, като неговите технически данни и характеристики са подробно описани в [1]. Техническите средства, с които се реализира автоматичното управление са дадени в [2].



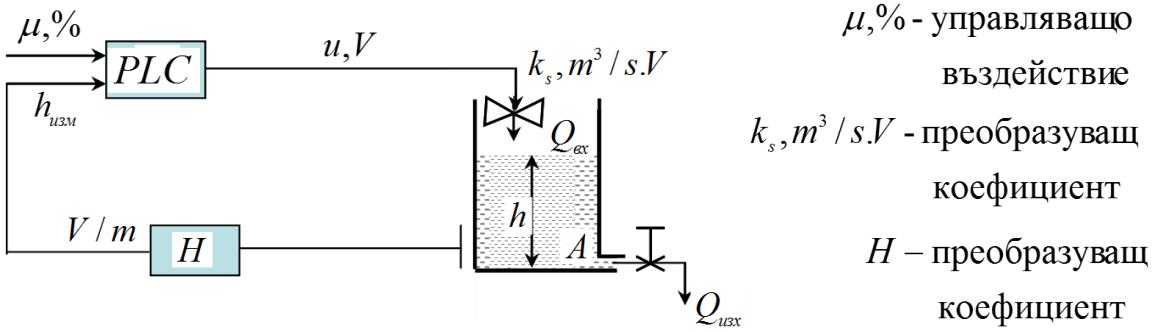
Фиг.1.

Диференциалното уравнение, получено от лабораторния модел на резервоара, при който е необходимо да се поддържа ниво на течност h,m, при управляващо въздействие входен поток $Q_{вх},\left[m^3/s\right]$ има вида (1):

$$A\frac{dh(t)}{dt}=Q_{вх}(t)-a_z S_n\sqrt{2gh(t)}\ , \qquad (1)$$

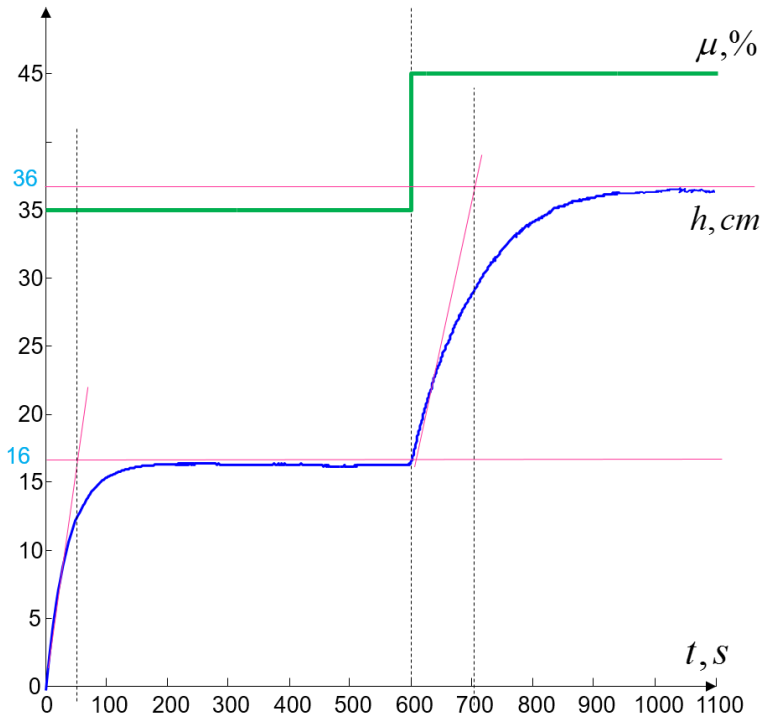
където $A,[m^2]$ - площ на резервоара, $S_n,[m^2]$ - площ на напречното сечение на изпускателен кран, a_z - количество изтичаща течност, променлив коефициент $0<a_z<1$, g - земното ускорение $g=9.806m/s^2$.

Входният поток $Q_{вх}$ е функция на времето. Изходният поток е моделиран като нелинейна функция на нивото на течността. Площта на резервоара, коефициента на свободно изтичане и сечението на изпускателния кран са постоянни.
По-нататък са проведени експерименти за идентифициране на модела на обекта с регулируема величина ниво, съгласно функционалната схема представена на фиг.2.



Фиг.2.

На фиг.3 са визуализирани преходните процеси на обекта с регулируема величина ниво, получени чрез провеждане на екперимент за серия от двустъпково изменение на мощността на помпата $\mu,\%$.



Фиг.3.

В резултат на проведените експерименти в две работни точки е получен модел на обекта, описан с (2):

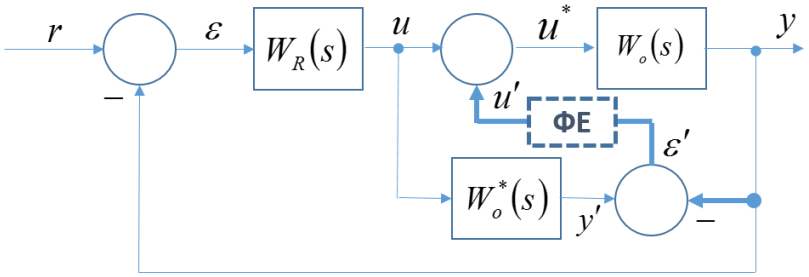
$$W_o(s)=\frac{h(s)}{\mu(s)}=\frac{k}{Ts+1}, \tag{2}$$

където параметрите са $k\in[0.46,2],cm/\%$, $T\in[50,100],s$.

Изразът (2) показва значителна промяна в параметрите на обекта при промяна на работната точка. Това налага да се търсят решения, които да доведат до постигане на независимост на управляващия алгоритъм от предварително известна промяна на работните условия.

3. СИНТЕЗ НА УПРАВЛЯВАЩ АЛГОРИТЪМ, ПРОГРАМНА РЕАЛИЗАЦИЯ И ЕКСПЕРИМЕНТАЛНА ЧАСТ

Удачен избор на управляващ алгоритъм се явява включването на условна обратна връзка и вътрешен модел на обекта за управление към основния закон за управление [3], фиг.4.



Фиг.4.

За номинален обект е приет обектът, при модела на когото параметрите са в долната част на изменение и се обхващат ниските нива на резервоарната система, (3).

$$W_o^*(s)=\frac{0.46}{50s+1} \tag{3}$$

За смутен на най-горна граница обект се приема обектът, чийто параметри характеризират високите нива на резервоарната система, (4).

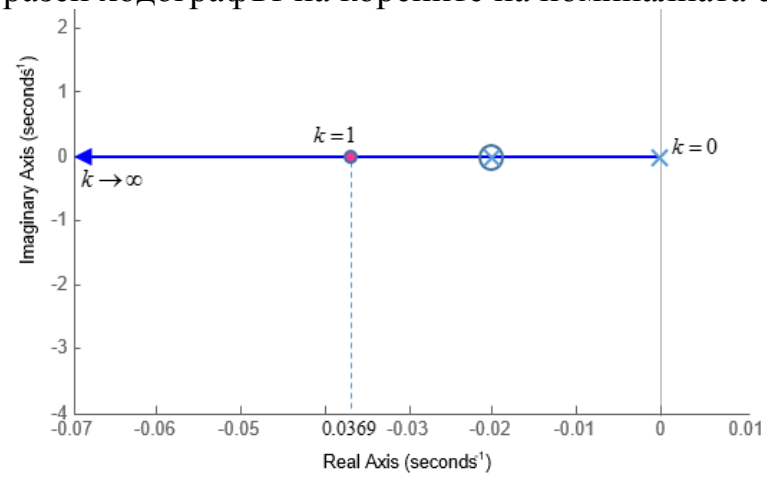
$$W_o(s)=\frac{2}{100s+1} \tag{4}$$

Номиналният регулатор реализира ПИ закон за управление. Настроен е съобразно геометричните и физическите особености на лабораторния стенд и изграждащите го средства за автоматизация. Предавателната му функция има вида (5).

$$W_R(s)=\frac{200s+4}{50s} \tag{5}$$

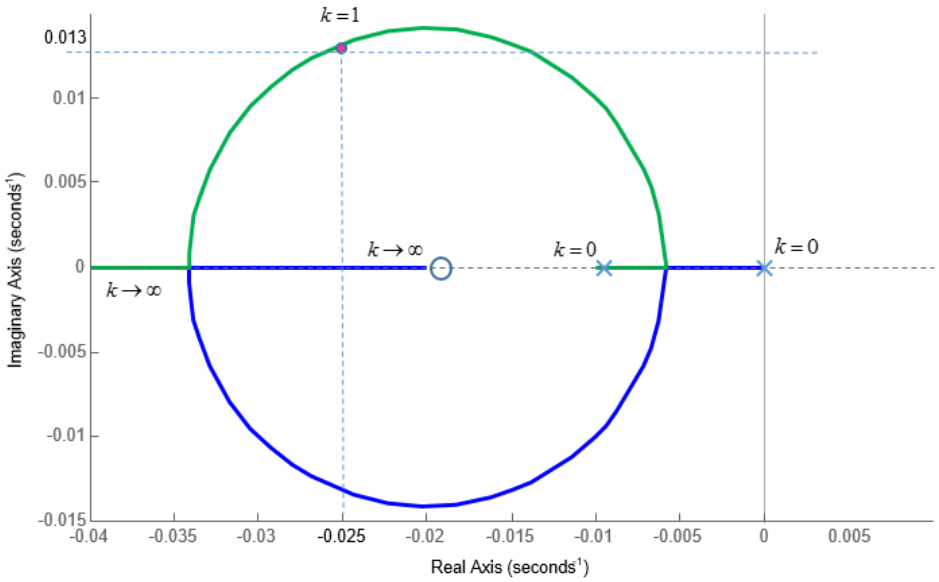
Критерият за качество към системата в номинален режим на работа е апериодичен преходен процес и бързодействие 100 s.

На фиг. 5 е изобразен ходографът на корените на номиналната система.



Фиг.5.

Вижда се от фиг.5, че очакваното бързодействие, оценено с времето на регулиране е $t_s \approx 4.0.0369^{-1} = 108s.$ На фиг.6 е изобразен ходографът на корените на системата с номинален регулатор и смутен на най-горна граница обект.



Фиг.6.

От фиг.6 се вижда, че очакваното качество на регулируемата величина в областта на времето ще бъде различно. Нивото ще подмине заданието си, а преходният процес ще приключи два пъти по-бавно.

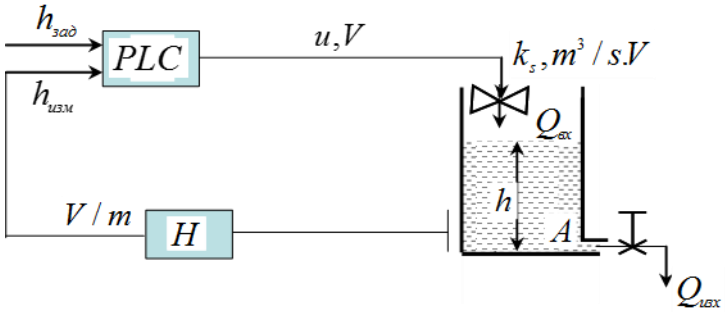
Графоаналитично са оценени пререгулирането чрез изчисляване на незатихващата собствена честота $\omega_n = \left(0{,}025^2 + 0{,}013^2\right)^{0.5} = 0{,}028$ и коефициентът на затихване $\xi = \sin(0{,}025/0{,}028) = 0{,}775$, т.е пререгулирането е

$\sigma \approx \exp^{-\frac{3{,}14.0{,}775}{\sqrt{1-0{,}775^2}}}.100\% = 5\%$ и бързодействието е $t_s \approx 4.0{,}025^{-1} = 160s$.

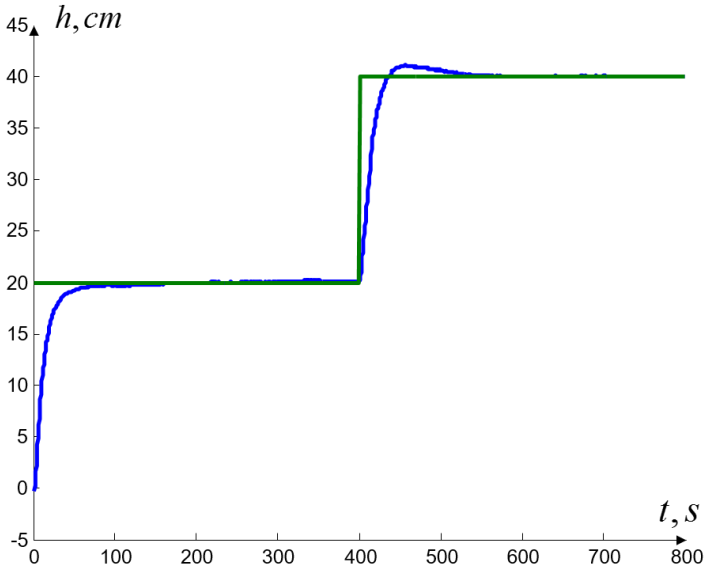
За горенаправените изчисления е използван прототипът на затворената система от втори ред и разположението на комплексните корени и наличието на геометрични връзки в комплексната равнина [4].

На фиг.7 е показана функционалната схема на резервоарната система, като програмно в контролера са реализирани ПИ закон за управление и управление с условна обратна връзка.

На фиг.8 са показани резултати ог проведен реален лабораторен експеримент за поддържане на желана стойност регулируемата величина ниво, чрез промяна на заданието в две стъпки, съответно на 20 и 40 см.



Фиг.7.



Фиг.8.

От фиг.8 се вижда, че при промяна на заданието в друга работна точка, различна от номиналната, системата за управление с номинален ПИ регулатор не може да поддържа желаното качество. Показателите на качество, отчетени при експеримента, са както следва за първия и втория преходен процес:

- пререгулиране $\sigma = 0\%$, бързодействие $t_s = 50s$;
- пререгулиране $\sigma = 10\%$, бързодействие $t_s = 100s$.

Проведените експерименти потвърждават аналитичните и симулационни резултати и доказват, че трябва да се търси стратегия за поддържане на желано качество при промяна на заданието за работа на резервоарната система.

Базирайки се резултата от фиг.8 и резултатите в [3] се записва следната предавателна функция на регулатор (6), в чиято структура участва условна обратна връзка и модел на номинален обект, фиг.4.

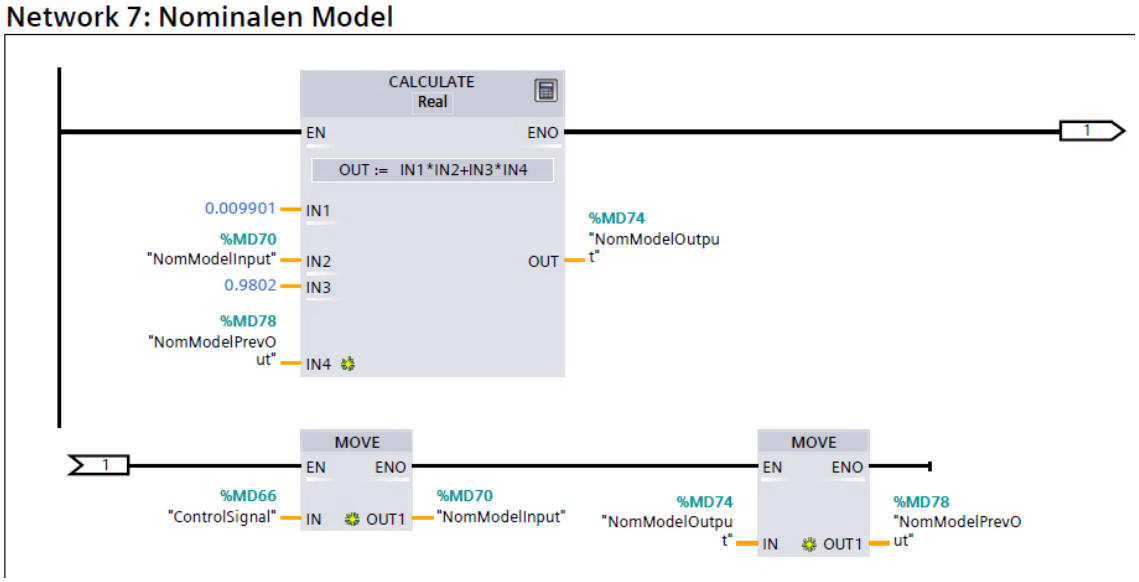
$$W_R(s) = W_R^*(s)\left(F(s).W_o(s)+1\right)^{-1}\left(F(s).W_o^*(s)+1\right) \qquad (6)$$

За предавателна функция на формиращия елемент ФЕ се предлага $F(s) = 100$.

По-нататък следва поредица от стъпки, за да се реализира програмно регулатора с условна обратна връзка с техническите средства, описани в [2].

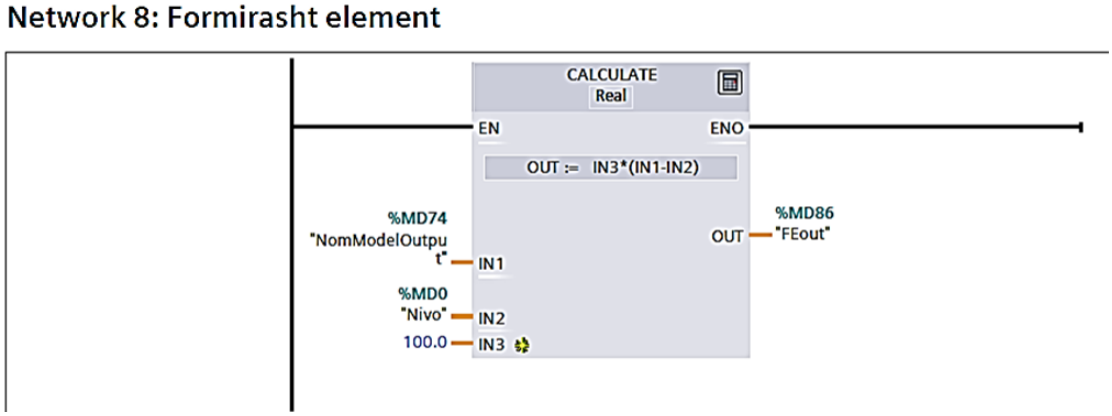
Използва се програмният език Ladder Diagram съгласно стандарт IEC 61131-3. От програмните организационни единици на контролера се използват OB1 (Main) за независимите от времето операции и OB30 (Циклично прекъсване през интервал от 1 секунда) за операциите, които зависят от времето. В OB1 се изпълняват преобразуванията от резултата на АЦП в ниво в сантиметри и от проценти управляващо въздействие в стойност за ЦАП. В OB30 е реализиран управляващият алгоритъм – той е направен в дискретна форма с такт на дискретизация 1 секунда (равен на интервала на изпълнение на прекъсването). Алгоритъмът за управление се състои от ПИ закон и условна обратна връзка. ПИ законът е реализиран като дискретната форма на интеграла му и представлява прибавяне на стойност към статична променлива.

Взети са мерки срещу превишаване на минималните и максимални стойности на управляващото въздействие (0%-100%) и срещу препълване в променливата, в която се сумира. По-съществено е представянето на частта, която реализира управлението с условната обратна връзка. То е направено в мрежи 7 и 8, като моделът на номиналния обект е в мрежа 7 и е показан на фиг.9.



Фиг.9.

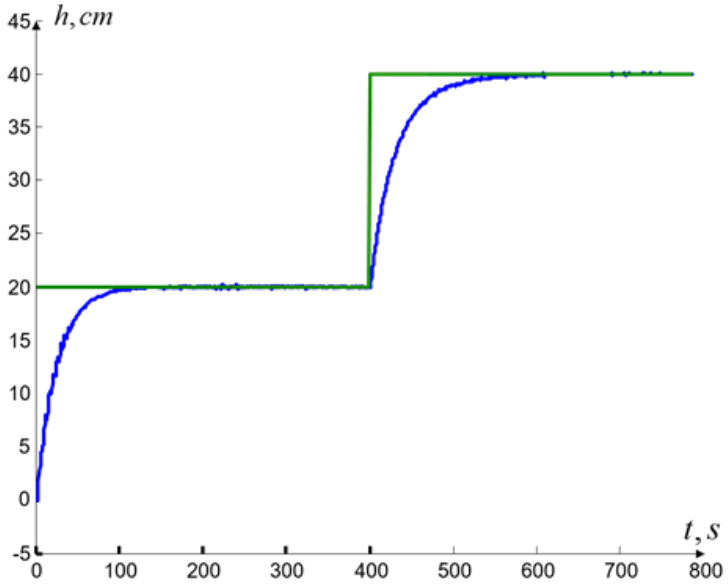
За изчисляването на реакцията на диференчното уравнение, описващо номиналния обект се използва CALCULATE блок, който изчислява дълги аритметични изрази. Входният сигнал на номиналния обект идва от променливата ControlSignal, в която ПИ регулатора записва изчисленото си управляващо въздействие. В мрежа 8 е реализирано изчислението на реакцията на формиращия елемент, като за него отново се използва CALCULATE блок както е показано на фиг.10.



Фиг.10.

В следващите мрежи се извършва сумиране на изхода на ПИ регулатора и на формиращия елемент, както и лимитиране на управляващото въздействие в границите от 0 до 100%, с което програмната реализация на регулатора с условна обратна връзка приключва.

На фиг.11 са визуализирани проведените експерименти на системата за регулиране на ниво с предложения алгоритъм за управление с условна обратна връзка.



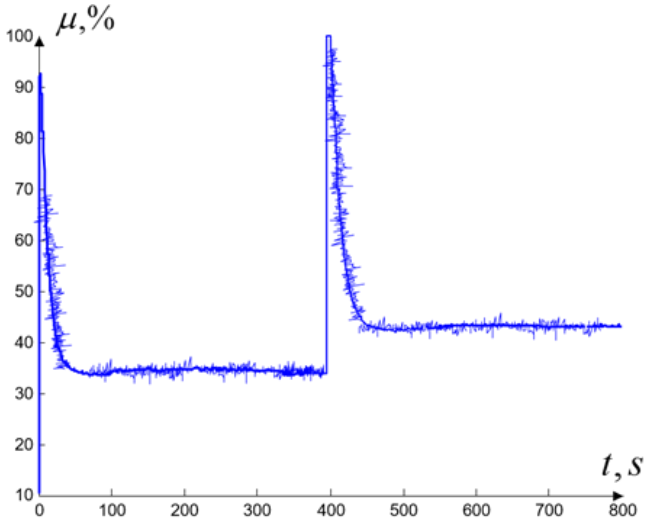
Фиг11.

Промяната на заданието за желана стойност на нивото в резервоарната система, което води до промяна в параметрите на обекта за управление не оказва влияние на изходната величина. Така синтезираната система за управление е нечувствителна към промяната на работната точка. Номиналното качество при промяна на работната точка се запазва и е налице робастност.

4. АНАЛИЗ НА РЕЗУЛАТИТЕ

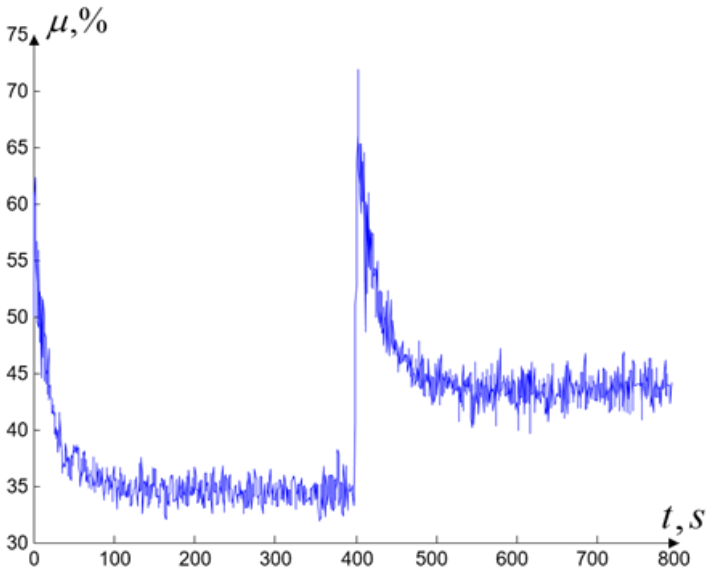
Анализът на резултатите в работата обхваща анализ на вида на управляващия сигнал и честотен анализ на качеството на системата с условна обратна връзка с цел потвърждение на резултатите и в теоретико-научен аспект.

На фиг.12 е показан управляващият сигнал на системата с номинален регулатор. Вижда се, че зони на насищане на управляващо въздействие не присъстват.



Фиг.12.

На фиг.13 е показан управляващият сигнал на системата с регулатор с условна обратна връзка. Вижда се, че зони на насищане на управляващо въздействие тук също не присъстват, както и че големината на управляващото въздействие е по-малка.



Фиг.13.

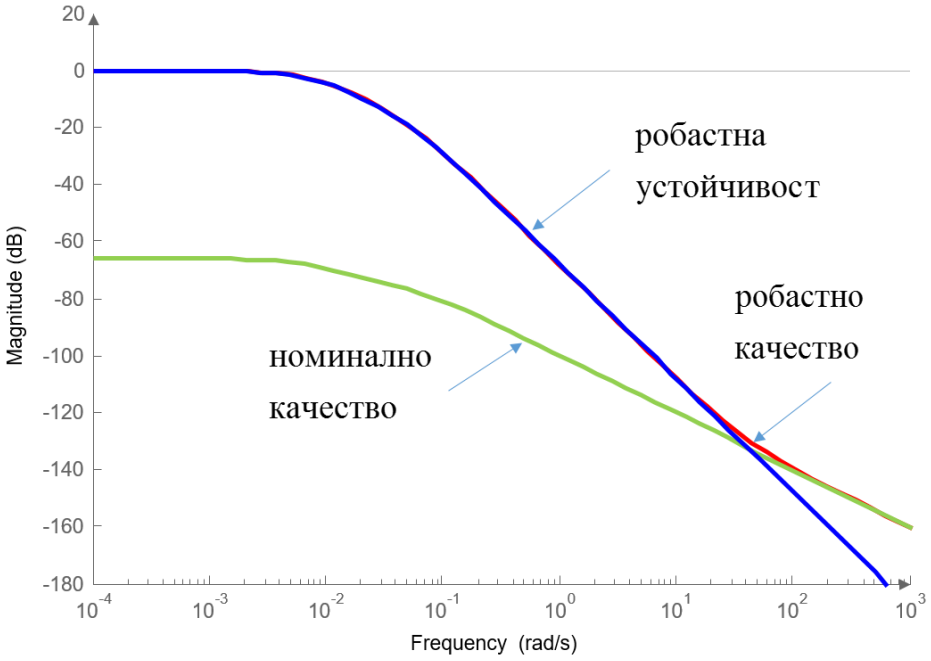
Експерименталните резултати показват, че така проектираната сисема е робастна. Това означава, че при промяна на заданието за работа, регулируемата величина запазва своето качество, независимо, че моделът описващ обекта за управление променя значително своите параметри. Потвърждение на казаното се намира чрез проверка на строгостта на условията за номинално качество, робастна устойчивост и робастно качество, фиг.14,

$$|rS| < 1 \tag{7}$$

$$|w_M T| < 1 \tag{8}$$

$$|w_M T| + |rS| < 1 \tag{9}$$

където S е функцията на чувствителност, T е функцията на допълнителна чувствителност, w_M е относителната грешка между номинален и смутен на горна граница модел на обекта.



Фиг.14.

5. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В разработката е синтезиран управляващ алгоритъм, базиран на условна обратна връзка и модел на обекта. Реализиран е в програмна среда.

Проведени са лабораторни експерименти, като са потвърдени и доказани теоретичните предимства от внедряването на алгоритъм за управление с условна обратна връзка за регулиране на обект със статични свойства.

За доказателствена база е използван апарат от теория на управлението и са проведени серия от експерименти в лабораторна среда.

ЛИТЕРАТУРА

[1] Маринчев, А., В. Карлова-Сергиева, Експериментално изследване на лабораторен стенд „Регулиране на ниво“, Годишник на ТУ-София, т.64, кн.1, стр. 195-200, 2014

[2] Маринчев, А., Карлова-Сергиева В., Синтез на регулатор със свойства подобни на човека оператор при управление на ниво, Международна конференция Автоматика’2015, юбилей “70 години Технически Университет-София“, Годишник на ТУ-София, т.65, кн.1, стр. 185-195, 05.06 – 07.06, Созопол, 2015

[3] Карлова, В., Системи за управление с условна обратна връзка, Годишник на ТУ-София, т.66, кн.2, стр. 181-187, 03.06 – 05.06, Созопол, 2016

[4] Dorf R. C., R. H. Bishop (2008), Modern control systems 11thed, Prentice-Hall, Inc. Upper Saddle River, N.J. 07458, 2008

Автори: Весела Ангелова Карлова-Сергиева, доц. д-р,м катедра „Автоматизация на непрекъснатите производства“, Факултет Автоматика, ТУ-София, E-mail address: *vaks@tu-sofia.bg*; Александър Пламенов Маринчев, асистент д-р, маг. инж., катедра „Автоматизация на непрекъснатите производства“, Факултет Автоматика, ТУ-София, E-mail address: amar@tu-sofia.bg

Постъпила на 05.05.2017 г. **Рецензент:** доц. д-р Нина Николова

СУБОПТИМАЛНО, ПО РАЗХОД НА ГОРИВО, УПРАВЛЕНИЕ НА СИСТЕМИ ОТ ВТОРИ РЕД С РЕАЛНИ ПОЛЮСИ

Станислав Енев

Резюме: *В работата са разгледани два метода за съставяне на субоптимални управляващи последователности (траектории) на база на обобщение на решение на задача за оптимално, по разход на гориво, управление за системи от втори ред с реални полюси. Предложените методи могат да бъдат използвани в системи за управление на технологични процеси за генериране на управляващи последователности при стъпални изменения на заданието.*
Ключови думи: *оптимално по разход на гориво управление, системи от втори ред, управление на технологични процеси*

SUBOPTIMAL MINIMUM-FUEL CONTROL POLICIES FOR SECOND-ORDER OVERDAMPED SYSTEMS

Stanislav Enev

Abstract: *This paper discusses two methods for constructing suboptimal open-loop minimum-fuel control policies based on a generalization of a minimum-fuel control problem solution for second-order overdamped systems. The proposed methods can be used for control trajectories generation during set-point transitions for processes that can be adequately described by such models.*
Keywords: *optimal control, minimum-fuel control, second-order systems, process control*

1. INTRODUCTION

Minimizing energy consumed by industrial processes through control optimization in the lower control system levels taps on a large hidden potential for energy saving. Such a measure leads to increasing the market competitiveness through product cost reduction on one hand and may help to the overall effort of reducing the harmful human footprint on the environment. Different numbers are cited in the literature, reaching up to 15% of potential energy savings [1].
MPC, inherently based on optimization, enables including energy-related factors into the control design criterion in order to achieve efficiency. Nowadays, the maturity of this methodology and the ever increasing computational power of modern day computers render practical the idea to transfer MPC algorithms to and in the lower level control loop in the plant control system hierarchy and profit from its capabilities. Another approach may consist in adapting and applying optimal control theory results.

© 2017 Publishing House of Technical University of Sofia
All rights reserved

ISSN 1311-0829

Minimum-fuel and minimum-energy optimal control problems are well known from the literature [2],[3],[4] and results have found applications mainly in spacecraft control. Control laws for second-order systems are found in [5], [6] and [7]. In [5], conclusions about the optimal control trajectories for higher order over-damped systems are also made, so that conventional controllers can be tuned in order to approximate optimal solutions. Another approach for dealing with higher order systems is proposed in [8].

In this paper, the case of second-order overdamped plant dynamics is considered. Two methods for constructing suboptimal open-loop minimum-fuel control trajectories for transitioning between steady-states are proposed. The results take into account non-zero initial conditions and are intended for control systems, subjected to "unipolar" control constraints.

2. SUBOPTIMAL MINIMUM-FUEL CONTROL

The minimum-fuel control problem for overdamped second-order systems is stated as follows. Given a system described by the following set of differential equations (a particular structure is chosen in order to relate to existing results in the literature):

$$\begin{aligned} T_1\dot{x}(t) + x(t) &= ku(t) \\ T_2\dot{y}(t) + y(t) &= x(t) \end{aligned}, \tag{1}$$

with $u(t)$ and $y(t)$, being the input and the output of the system respectively and $k, T_1, T_2 > 0$. Find $u^*(t)$ that minimizes the cost function (2):

$$J = \int_0^T |u(t)|dt\,, \tag{2}$$

given the following constraints:

$$\begin{aligned} &x(0) = y(0) = y_i \\ &x(T) = y(T) = y_f\,, \\ &-u_{\max} \le u \le u_{\max} \end{aligned} \tag{3}$$

with: $x^*(t),\ y^*(t),\ 0 < t < T$ (the resulting trajectories) satisfying the system dynamics.

It is shown in the literature, that in general, the minimum-fuel control trajectory represents a piecewise constant signal, taking either zero or maximum in magnitude values, that is: $u_{\max}(-u_{\max})$. In [5], [6] and [7], the possible sequences for some second-order systems are discussed and analyzed.

The solution of this problem is derived in [5] for the case of zero initial conditions, $y_f > 0$ and "floating", i.e. not fixed in advance terminal time - T. It is in the form of a bang-off sequence with $u^*(t)$, defined as:

$$u^*(t)=\begin{cases} u_{\max} & ,0\le t\le T_p \\ 0 & ,T_p<t\le T \end{cases}, \tag{4}$$

with T_p and T, satisfying the following set of transcendental equations:

$$\begin{cases} T=T_1\ln\dfrac{ku_{\max}\left(e^{T_p/T_1}-1\right)}{y_f} \\ T=T_2\ln\dfrac{ku_{\max}\left(e^{T_p/T_2}-1\right)}{y_f} \end{cases}. \tag{5}$$

As seen, the value of T arises as a solution. It turns out also, that (4) and (5) define the minimum-time control policy.

The two methods for control sequence generation to be described in the paper are based on (4) and (5), but use and extend the results for non-zero initial conditions and treat the case of "unipolar" control, i.e., the case where the control signal can take either non-negative or non-positive values. Constraints of this type are frequently encountered and of practical importance. For example, in temperature control, this correspond to the cases, where only heating or cooling is available, not both. Here, positive control is considered, that is, the input constraints are of the form: $0\le u\le u_{\max}$.

Control policy 1: The first method uses directly (4) and (5), superimposing each minimum-fuel control trajectory on the current steady-state input, with (5) being solved with the adjusted values for $u_{\max}$ and the steady-state output. We have:

$$\begin{cases} T=T_1\ln\dfrac{ku'_{\max}\left(e^{T_p/T_1}-1\right)}{\left|y_f-y_i\right|} \\ T=T_2\ln\dfrac{ku'_{\max}\left(e^{T_p/T_2}-1\right)}{\left|y_f-y_i\right|} \end{cases}, \tag{6}$$

with:

$$u'_{\max}=\begin{cases} u_{\max}-u_i, & \Delta y=y_f-y_i>0 \\ u_i, & \Delta y<0 \end{cases}. \tag{7}$$

For the suboptimal input trajectories we have:

$$\begin{aligned} u^*(t)&=\begin{cases} u_{\max} & ,0\le t\le T_p \\ u_i & ,T_p<t\le T \end{cases} \quad \text{for } \Delta y>0 \\ u^*(t)&=\begin{cases} 0 & ,0\le t\le T_p \\ u_i & ,T_p<t\le T \end{cases} \quad \text{for } \Delta y<0 \end{aligned}, \tag{8}$$

This corresponds to trajectories as the ones depicted in Fig. 1.

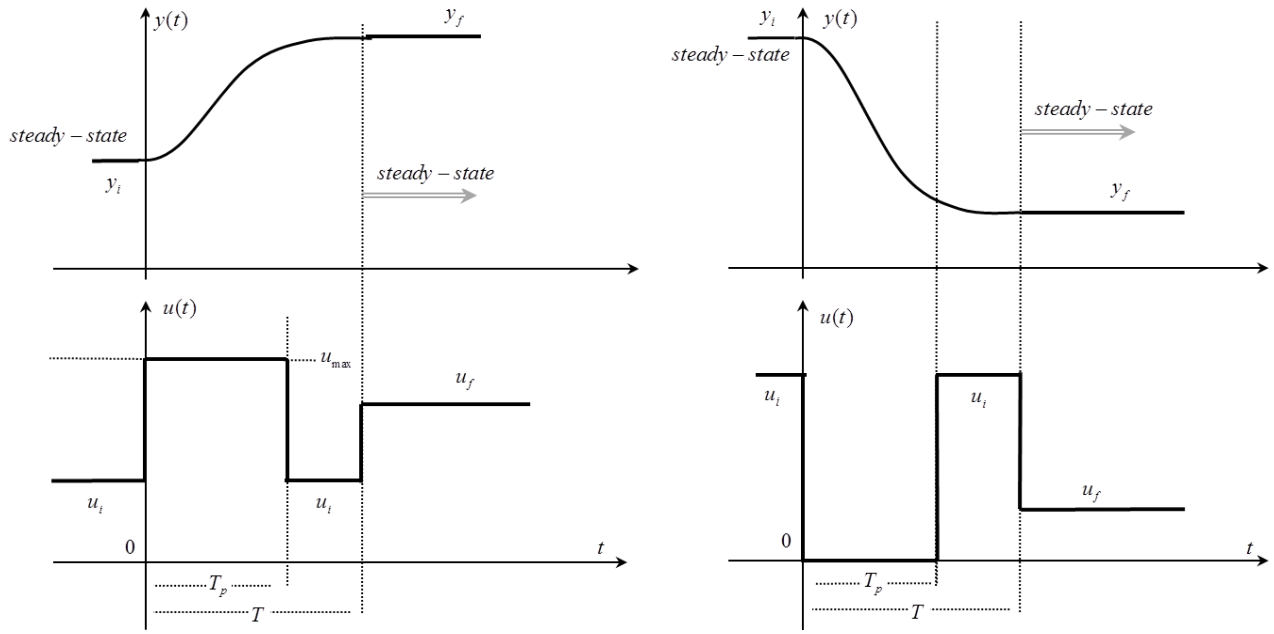


Fig.1. Control input profile and the corresponding output trajectories

Control policy 2: For the second method, again a "bang-off" control sequence is considered for any initial conditions of the type, given by the first two inequalities in (3). This results in slight modifications of the expressions in (5) as:

$$\begin{vmatrix} T = T_1 \ln \dfrac{ku_{\max}\left(e^{T_p/T_1} - 1\right) + y_i}{y_f} \\ T = T_2 \ln \dfrac{ku_{\max}\left(e^{T_p/T_2} - 1\right) + y_i}{y_f} \end{vmatrix} \quad \text{for } \Delta y > 0\,, \tag{9}$$

and

$$\begin{vmatrix} T = T_1 \ln \dfrac{ku_{\max}e^{T_p/T_1} - y_i}{ku_{\max} - y_f} \\ T = T_2 \ln \dfrac{ku_{\max}e^{T_p/T_1} - y_i}{ku_{\max} - y_f} \end{vmatrix} \quad \text{for } \Delta y < 0\,. \tag{10}$$

The corresponding control input trajectories are defined as:

$$u^*(t) = \begin{cases} u_{\max} & ,0 \le t \le T_p \\ u_i & ,T_p < t \le T \end{cases} \quad \text{for } \Delta y > 0$$

$$. \tag{11}$$

$$u^*(t) = \begin{cases} 0 & ,0 \le t \le T_p \\ u_{\max} & ,T_p < t \le T \end{cases} \quad \text{for } \Delta y < 0$$

This corresponds to trajectories as the ones depicted in Fig.2.

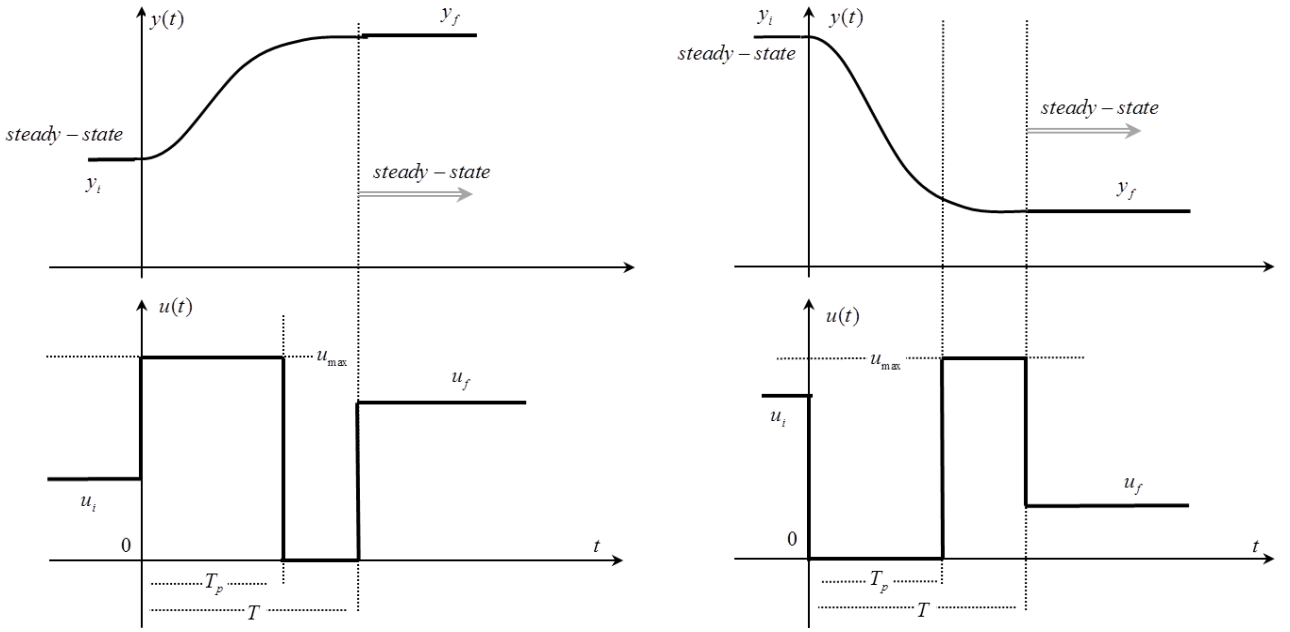


Fig.2. Control policy 2: input profile and corresponding output trajectories

The proposed control policies were investigated in simulations and compared in terms of cost functions values and terminal time achieved. The results show consistently superior performance of the second approach, outperforming the first one in both indicators. Further simulations are planned in order to generalize and quantify such a comparison.

3. DISCUSSION AND CONCLUSION

Two methods for constructing suboptimal open-loop minimum-fuel control policies based on a generalization of a minimum-fuel control problem solution for second-order systems with real poles are proposed in the paper. The obtained control sequences switch between two values of the control signal and require solving numerically a system of two simple transcendental equations, which determine switching and terminal times. The solving procedure can be run either ahead of the actual application of the control input or in real time. Given the open-loop nature of the control law, it can be applied to processes, described by second-order plus time-delay models. Although not given in the current version of the paper, initial conditions, not corresponding to steady-state conditions, result in slight modifications of (9) and (10) and an "on-line" implementation of the control sequence generation may benefit from feedback corrections.

The proposed control policies can be used in process control to achieve optimal transitioning between steady-states as may be dictated by overall control objectives. The steady-state can be maintained by properly initialized and tuned PID-controller or another type of feedback control law in the overall control scheme.

Finally, the minimum-fuel control policies often lead to minimum-energy control, which is a very useful result extending the application range of the proposed methods.

REFERENCES

[1] O'Dwyer A. (2006), ***Reducing energy costs by optimizing controller tuning***, Proc. of the 2nd International Conference on Renewable Energy in Maritime Island Climates, Dublin Institute of Technology, Bolton St., April, 2006 pp. 253-258.

[2] Kirk D. (2012), ***Optimal Control Theory: An Introduction***, Dover Publications, 2004.

[3] Lewis F., Vrabie D., Syrmos V. (2012), ***Optimal Control***, Third Edition, John Wiley & Sons, 2012.

[4] Athans M., Falb P. (1966), ***Optimal Control***, Mc Graw Hill, 1966.

[5] Наплатаров К. (1999), ***Енергоикономично управление на процеси***, ТУ – София, София, 1999.

[6] Athans M. (1964), ***Minimum-Fuel Control of Second-Order Systems with Real Poles***, Applications and Industry, IEEE Transactions on, Vol. 83. Issue 72, May 1964, pp. 148-153.

[7] Athans M. (1963), ***Minimum-Fuel Feedback Control Systems: Second-Order Case***, Applications and Industry, IEEE Transactions on, Vol. 82. Issue 65, March 1963, pp. 8-17.

[8] Shenhar J., Meirovitch L. (1986), ***Minimum-fuel control of high-order systems***, Journal of Optimization Theory and Applications, March 1986, Volume 48, Issue 3, pp. 469-491.

Author: Stanislav Enev, PhD, Assoc. Prof., Department of „Industrial Automation", Faculty of Automatics, Technical University of Sofia, E-mail ad-dress: *enev@tu-sofia.bg*

Received May 09, 2017 **Reviewer:** Assoc. Prof. Vessela Karlova

РЕШЕНИЕ НА ЦЕЛОЧИСЛЕНА ЛИНЕЙНА ОПТИМИЗАЦИОННА ЗАДАЧА ПОСРЕДСТВОМ ЛОГИЧЕСКО ПРОГРАМИРАНЕ

Александър Маринчев

Резюме: *Редица инженерни задачи могат да се решат посредством методите на линейното програмиране. Когато търсеното решение е необходимо да е цяло число задачата се усложнява. В този случай особено подходящо е да се използват методите на изкуствения интелект, за които съществува специално разработен логически програмен език. В настоящата работа е представено решение на целочислена линейна оптимизационна задача на езика Prolog.*
Ключови думи: *Логическо програмиране, оптимизация, изкуствен интелект*

SOLUTION OF INTEGER LINEAR OPTIMIZATION PROBLEM THROUGH LOGICAL PROGRAMMING

Alexander Marinchev

Abstract*: A number of engineering tasks can be solved using the linear programming method. When the solution you want is an integer, the task becomes more complex. In this case, it is particularly useful to use artificial intelligence methods for which there is a specially developed logic programming language. The present work presents a solution of an integer linear optimization task in the Prolog language.*
Keywords: *Logical programming, optimization, artificial intelligence*

1. ЦЕЛ И ЗАДАЧИ

Оптимизационните задачи, при които ограниченията и целевата функция са линейни се решават лесно посредством методите на линейното програмиране. Често се случва при тези задачи да се търси решение, което е цяло число, а решението не е просто.

Разработени са методи за решаването на целочислени оптимизационни задачи, но те са сложни и тежки за изчисление, тъй като се извършват голям брой итерации, отнемащи време за получаването на резултат.

Методите на логическото програмиране се използват за създаването на системи с изкуствен интелект, използват логически факти и правила на база, на които бързо извеждат заключение, подобно на логическото мислене на човека.

Целта на настоящата работа е да се разработи логическа програма на програмен език Prolog, която да решава определен клас целочислени линейни оптимизационни задачи.

© 2017 Publishing House of Technical University of Sofia
All rights reserved

ISSN 1311-0829

2. ЛИНЕЙНИ ОПТИМИЗАЦИОННИ ЗАДАЧИ

Линейните оптимизационни задачи намират широко приложение в различни области, като разпределение на ресурси, планиране на производство, транспорт, определяне на съотношения и т.н. [1], [5].

Задачата на линейното програмиране в общ вид се определя по следния начин:

Търсят се стойностите на n на брой променливи величини – x_i , i=1-n, за които се достига екстремална (минимална или максимална) стойност на критерия за оптималност:

$$F = \sum_{i=1}^{n} c_i x_i \rightarrow \max(min)\,, \tag{1}$$

при спазване на ограниченията:

$$\sum_{i=1}^{n} a_{ij} x_i = b_i,\ \ j = 1 - m \tag{2}$$

и при изпълнение на условието за физична реализуемост на променливите – всичките променливи да са по-големи или равни на нула.

Ограниченията трябва да са линейно независими.

Оптимизационните задачи с целочисленост на променливите са специфичен клас задачи на линейното програмиране, за които е характерно, че поради физични или икономически изисквания всичките или част от променливите трябва да са цели числа.

Математичният модел на целочислени задачи в обобщен вид е:

$$\begin{cases} F = \sum_{i=1}^{n} c_i x_i \rightarrow \max(min) \\ \sum_{i=1}^{n} a_{ij} x_i = b_i,\ \ j = 1 - m\,, \forall x_i \geq 0, \forall x_i - \text{цели числа} \end{cases} \tag{3}$$

Задачата е напълно целочислена, ако всички променливи трябва да са цели числа, и частично целочислена, ако само част от променливите трябва да са цели.

Методите за решаване на задачите с целочисленост на променливите се делят на два основни вида [2]:

- точни методи – включват метода с отсичащи равнини, метода на клоните и границите, адитивен метод и др.;
- приблизителни методи – включват методът на локална оптимизация, методът на случайното търсене, евристични методи и други.

3. ЛОГИЧЕСКО ПРОГРАМИРАНЕ

Логическото програмиране е парадигма в програмирането, която се основава на принципите на формалната логика и предикатното смятане. Програмите, написани на език за логическо програмиране, представляват поредица от факти и правила. Логическото програмиране е разработено за решаването на задачи, свързани с изкуствения интелект.

Вместо да се гледа на компютърната програма като описание, стъпка по стъпка на един алгоритъм, програмата е замислена като логична теория. На извикващата процедура се гледа като на теорема, която трябва да се докаже.
Един от най-разпространените програмни езици за логическо програмиране е Prolog, той е създаден през 1972 година като опит да се представи логически естественият език на разбиране. Нотацията на програмния език е образувана чрез декларативно-процесуална интерпретация.
Prolog се използва в много компютърни програми за изкуствен интелект и в компютърната лингвистика (особено при обработка на естествени езици) [3].
Prolog не използва типове данни по начин, обичаен в класическите езици за програмиране. Променливите се обозначават с низ от букви, цифри и долни тирета (_), който започва с главна буква. В средата на Prolog променливата не е контейнер, към който може да се присвояват стойности (за разлика от процедурните езици за програмиране).
В Prolog се използва база данни, съдържаща факти и правила, върху която могат да се изпълняват заявки.
Основната единица в Prolog е предикатът, който е дефиниран като истина. Предикатът се състои от заглавие и определен брой аргументи. Предикатите обикновено се дефинират така, че да изразят даден факт, който програмата знае за света.
Например:

cherven(domat)

ни казва че, „доматът“ е „червен“, и ако направим заявка от вида:

cherven(X)

ще получим отговор:

X = domat.

Възможно е също така да съставим и предикати с повече елементи, например:

salata(domat,krastavica).
salata(chushka,domat).

При предикатите има значение редът, в който описваме аргументите, така например ако имаме горните два предиката и подадем заявка:

salata(X,domat)

ще получим отговор:

X=chushka.

Докато ако подадем заявка:

salata(domat,X).

ще получим отговор:

X= krastavica.

Освен предикатите, които ни дават просто факти, които са „истина“ съществуват и правила, които са „истина“, ако са изпълнени определени условия. Правилата се задават подобно на предикатите, но след тях се записва „:-“ и списък с условия.

Така логическото заключение от дадено правило се извежда на база на това дали входните променливи отговарят на фактите описани в списъка с условия. Например ако имаме следните предикати:

zelenchuk(domat)
zelenchuk(krastavica)
plod(krusha)

и запишем следното правило:

salata(X,Y):-zelenchuk(X),zelenchuk(Y),

то правилото ще е „истина“ само ако и двата му входни аргументи отговарят на предикатът zelenchuk. ,
Така например ако направим следната заявка:

salata(domat,krusha)

ще получим резултат:

false

докато при заявка:

salata(domat,krastavica)

резултатът ще бъде:

true.

Възможно е да изпълним и правилото на обратно, т.е. да поискаме да ни предложи стойност на входните си променливи, при което то е „истина“, например:

salata(X,krastavica)

и ще получим отговор:

X = domat.

В програмния език Prolog освен логически операции могат да се извършват и аритметични операции, които се представят по същия начин като правила и предикати, което позволява решаването на редица сложни задачи.
Разработени са редица специализирани библиотеки с функции, които са приети като стандарт за езика и са включени в почти всички разпространени интерпретатори и компилатори за езика.

4. ПОСТАНОВКА НА ЗАДАЧАТА

Зададена е линейна целочислена оптимизационна задача в канонична форма с уравнения от вида (3).

Търси се минимум на целевата функция при наличие на ограничения от тип неравенства и всички променливи трябва да бъдат цели числа.

Математичният модел на задачата е:

$$\boldsymbol{F = 4x_1 + 5x_2}$$
$$\boldsymbol{x_1 + 4x_2 \geq 5}$$
$$\boldsymbol{3x_1 + 2x_2 \geq 7}$$
$$\boldsymbol{x_1, x_2 \geq 0} \text{ и са цели числа}$$

За решаването на задачата е съставена програма на Prolog, която използва библиотеката simplex, която се явява разширена версия на стандартната библиотека CLP (Constraint Logic Programming over Finite Domains) [4].
Библиотеката CLP осигурява форма за логическо програмиране при наличие на ограничения, което я прави подходяща за решаване на оптимизационни задачи.
За решаване на конкретната задача е направена програма, която включва библиотеката simplex посредством директивата:

use_module(library(simplex)).

Математичният модел на задачата се въвежда като се съставя правило, в което се поставят условията – ограничения и целева функция. Самото решаване на задачата става като се извика това правило.
Съставено е правило Zadacha/1 в него се включват следните предикати от библиотеката simplex:

- за задаване на начално състояние:

gen_state(S0);

- за задаване на ограниченията:

*constraint([x(1), 4*x(2)] >= 5,S0,S1);*

*constraint([3*x(1), 2*x(2)] >= 7,S1,S2);*

- за задаване на условието за целочисленост на необходимите променливи:

constraint(integral(x(1)),S2,S3);

constraint(integral(x(2)),S3,S5);

- за задаване на критерия за оптималност (минимум=minimize или максимум=maximize):

*minimize([4*x(1), 5*x(2)], S5, S).*

Изпълнението на програмата става като се извика правилото с променлива в която да запише резултатът:

zadacha(X).

След изпълнението на програмата се получава следния резултат:

x(1)=2 и x(2)=1.

Решението е проверено, като е решена задачата на ръка и е получен същият резултат.

5. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В разработката е направена програма на логическия програмен език Prolog за решаване на линейна оптимизационна задача, при която е необходимо целочислено решение.
Решението на задачата по такъв начин е лесно реализируемо и дава добри резултати. По такъв начин могат да се решават бързо и лесно широк кръг инженерни задачи.

ЛИТЕРАТУРА

[1] Данциг, Дж. Линейно програмиране и неговото приложение, Държавно издателство – Варна, 1973.

[2] Achterberg, T. Constraint Integer Programming, Dissertation, Technischen Universität Berlin, Berlin 2007.

[3] Blackburn, P., J. Bos, K. Striegnitz, Learn Prolog Now!, Texts in Computing, College Publications, 2006.

[4] Wielemaker J., L. De Koninck, et. al., SWI Prolog Reference Manual 7.1, BoD – Books on Demand, 2014.

[5] Сапунджиев Г., М. Георгиев, Оптимизация на системи, Изд. на ТУ-София, София, 2010.

Автор: Александър Пламенов Маринчев, главен асистент д-р, катедра „Автоматизация на непрекъснатите производства“, Факултет Автоматика, ТУ-София, E-mail address: *amar@tu-sofia.bg*

Постъпила на 03.05.2017 г. **Рецензент:** доц. д-р Весела Карлова

ФРАКТАЛНО УПРАВЛЕНИЕ НА ПНЕВМАТИЧНО ПОЗИЦИОНИРАЩО УСТРОЙСТВО

Борис С. Грасиани

Резюме: *В работата е предложен подход за противодействие на параметрични смущения при управление на пневматично позициониращо устройство. За доказване на ефективността на предложеното управление е направен сравнителен анализ със класическа ПИД система за управление.*
Ключови думи: *фрактално управление, робастна устойчивот, робастно качество, запас по фаза, запас по модул*

FRACTIONAL CONTROL OF A PNEUMATIC POSITIONING DEVICE

Boris S. Grasiani

Abstract*: In the work is proposed an approach for counteracting parametric disturbances in pneumatic positioning device control. To prove the effectiveness of the proposed control is madid a comparative analysis with classical PID control system.*
Key words: *fractional control systems, stability robust, performance robust, phase margin, gain margin*

1. ВЪВЕДЕНИЕ

Известни са **[1÷6]** системи за управление от дробен ред, основаващи се на обобщеното дробно смятане. В случаите, когато доминиращи са параметричните смущения в обектите и едно от основните изисквания към качеството на системата е устойчивост и робастна устойчивост, прилагането на системи използващи алгоритми, основани на операторите от обобщеното дробно смятане е препоръчително като ефективно.

По същество фракталните системи за управление са динамични системи от пълен ред. Те апроксимират с рационални функции в ограничен честотен диапазон свойствата на хипотетичните ирационални фрактални динамични системи. За диапазона на апроксимация, съвпадащ с работния диапазон на системите за управление на конкретния обект, те притежават свойствата и характеристиките на фракталните динамични системи, които ги привеждат в класа на робастните системи за управление.

© 2017 Publishing House of Technical University of Sofia
All rights reserved

ISSN 1311-0829

2. ЦЕЛ И ЗАДАЧИ

Целта на настоящата работа е разработването на подход за противодействие на параметрични смущения при управлението на реални пневматични обекти и създаването на методи и алгоритми за синтез на реализиращите го системи за управление, основаващи се на оператори от обобщеното дробно смятане.

Задачите които се поставят за постигане на целта са:

•изграждане в лабораторни условия и аналитично моделиране на пневматичен обект за управление; •синтез на фрактална и ПИД системи за управление;

•времеви, робастен и честотен анализ на фрактална система за управление;

•експериментално потвърждение на приложимостта на фракталните алгоритми при управление на лабораторен пневматичен обект.

3. ИЗГРАЖДАНЕ В ЛАБОРАТОРНИ УСЛОВИЯ И АНАЛИТИЧНО МОДЕЛИРАНЕ НА ПНЕВМАТИЧЕН ОБЕКТ ЗА УПРАВЛЕНИЕ

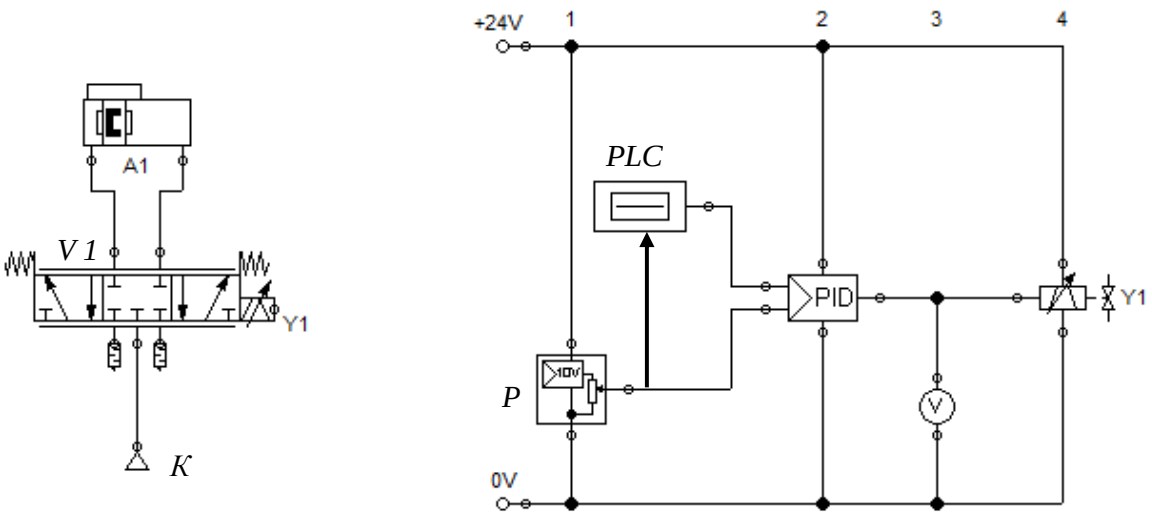
Позицията μ на пневматично позициониращо устройство (*ППУ)* ***с обратна пропорционална връзка*** е изходната физическа величина на обобщен обект за автоматизация (*ООА*), използван в следващите раздели на изследванията. Входна величина *ООА* е позицията l на *РО.*

Пневматичната и електрическата структурна схема на физическа лабораторна инсталация за експериментално заснемане на характеристиките на ***ООА*** е показана на фиг.1.

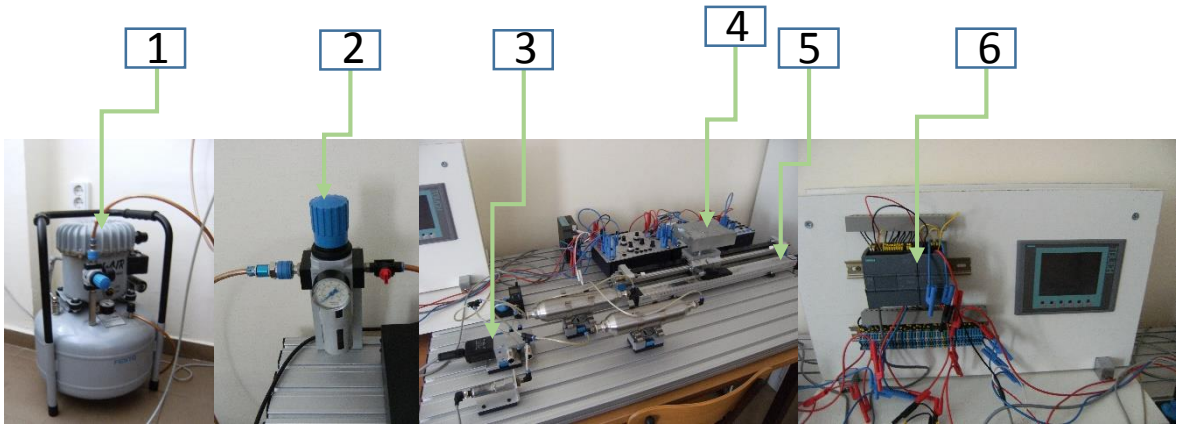
Разглежданият ***ООА*** е съставен от: компресор (подготвителна група) K, пропорционален разпределител клапан $V1$, пневматично задвижване $A1$, потенциометър P, контролер (PLC).

На фиг.2 е показана реалната физическа система за експериментално заснемане на характеристиките на ***ООА***, където: 1 – компресор с електрозадвижване и автономна система за стабилизация на изходното налягане; 2 – филтър-регулатор за подготовка на въздуха; 3 – регулиращ орган; 4 – пневматично задвижване ***ППУ***; 5 – потенциометър; 6 – контролер.

Компресорът създава постоянно налягане, като сгъстения въздух се преработва от филтър-регулатор. След това компресирания въздух се подава към $V1$, който управлява потока на въздуха спрямо това в коя посока трябва да се движи *ППУ*, съобразно механичната позиция l на дроселиращата му система. Размерът и функцията на промяна на входната величина l на ***ООА*** се определя с помощта на цифров контролер *(PLC)* в режим на генератор на тестови сигнали. Изходната величина на обекта - позицията μ на *ППУ,* се преобразува линейно в еквивалентен електрически сигнал с помощта на потенциометър.



Фиг.1.



Фиг.2.

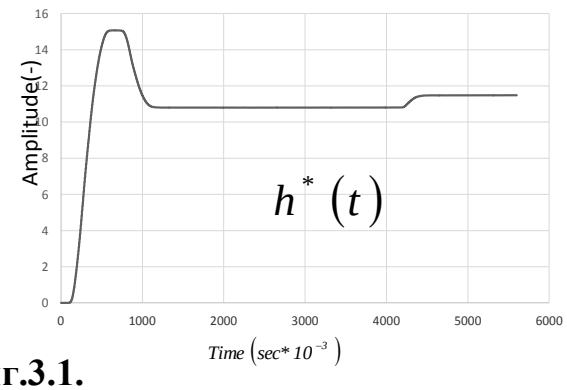
За номиналният и смутен режим са снети характеристики при различно входно стъпално въздействие (табл.1) и са показани на фиг.4. Забавянето за реагиране след подаване на входното стъпално въздействие се дължи на сили на триене, които трябва да бъдат преодолени докато се изведе от покой задвижвания механизъм. Входния сигнал е напрежение, чрез което се управлява *V 1*. Като особеност на обекта за управление е това, че *V 1* се управлява с напрежение между 0V и 10V, където 5V се явява нула (стоп) за *ИМ* и той се позиционира в средата. В контролера се използват нормализирани стойности за управляващият сигнал. Стойностите, които се подават в *PLC*-то са бездименсиони (табл.1).

Таблица1

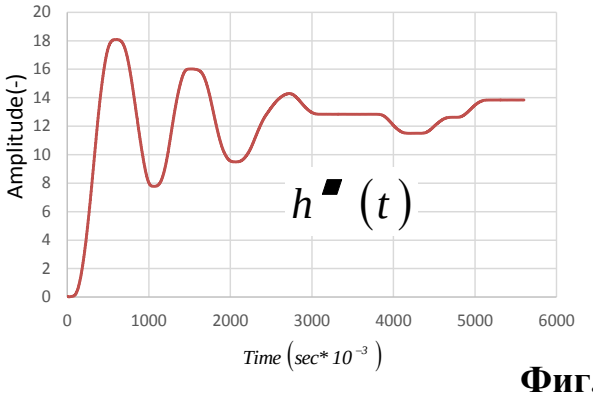
Вход стъпално въздействие (V)	0,5	1	1,5	2	2,5	3
***PLC*-входно стъпално въздействие**	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6

За всяка стойност на управляващият сигнал във волтове (V) е дадено и съответното нормализирано стъпално въздействие. Входното въздействие в *PLC*-то варира в диапазона -1 и 1, където 0 съответства на 5V. Снетите характеристики

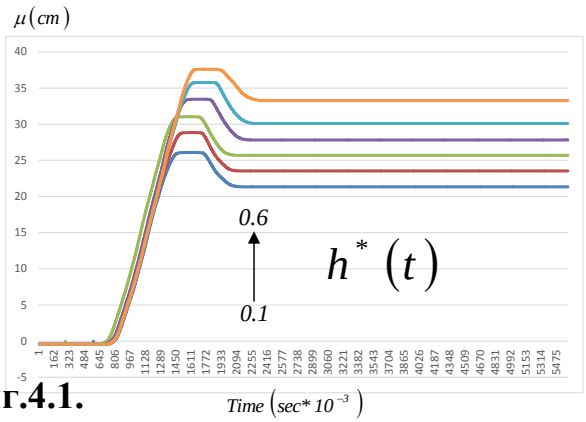
еднозначно показват, че поведението на обекта е еднотипно при различни стъпални входни сигнали. Избрани са стъпални въздействия през 0.5V, като максималното е 3V.



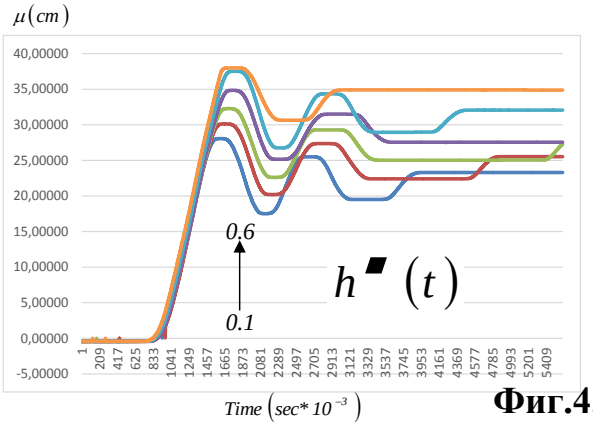
Фиг.3.1.



Фиг.3.2.



Фиг.4.1.



Фиг.4.2.

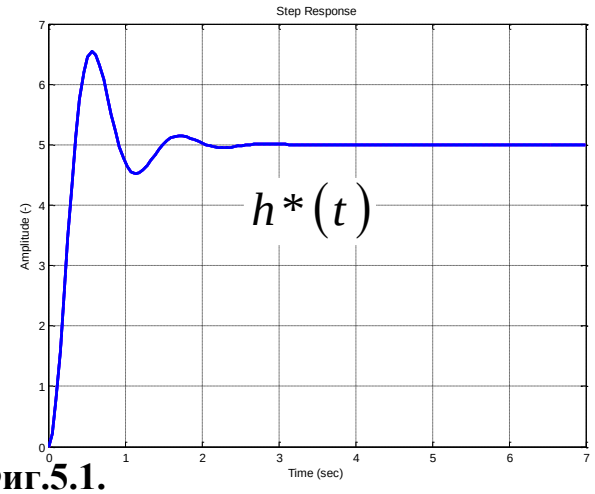
По експериментално снетите преходни характеристики (фиг.3) на ***ООА*** по позиция, чрез идентификация по преходна характеристика на колебателно звено са апроксимирани аналитичните модели на номинален $G^*(p)$ (1) и смутен на „най-горна граница“ $G'(p)$ (2) модели на обекта.

Така получените номинален и смутен на „най-горна граница“ модели на ***ООА*** са симулирани в средата на *Matlab*. Техните времеви и честотни характеристики са показани съответно: за номинален модел $G^*(p)$ на ***ООА*** (1) на фиг.5, а за смутения на „най-горна граница“ модел $G'(p)$ на ***ООА*** (2) на фиг.6.

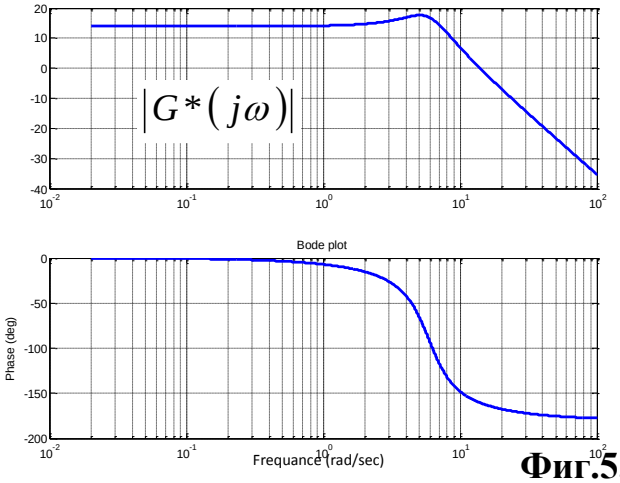
И за двата модела на ***ООА*** са визуализирани преходна функция $h^*(t)$ на фиг.5.1 и $h'(t)$ на фиг.6.1 и честотна характеристика фиг.5.2 и фиг.6.2.

$$G^*(p) = \frac{5}{0.0289\,p^2 + 0.119\,p + 1} \qquad (1)$$

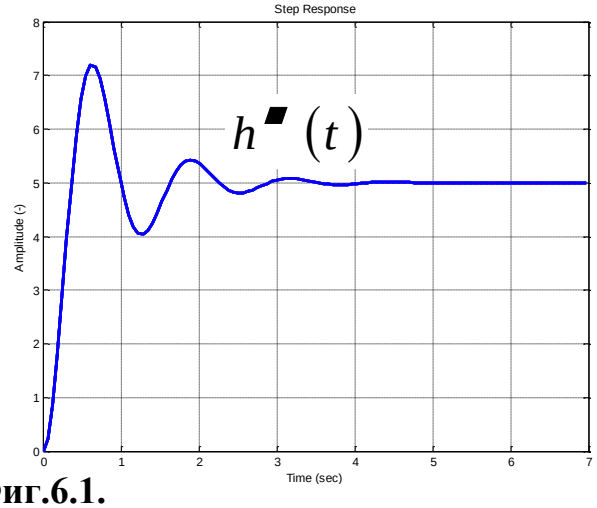
$$G'(p) = \frac{132.2}{p^2 + 2.6\,p + 26.44} \qquad (2)$$



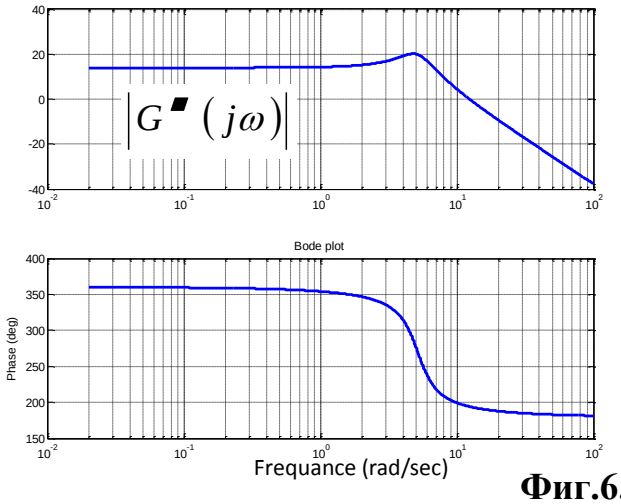
Фиг.5.1.



Фиг.5.2.



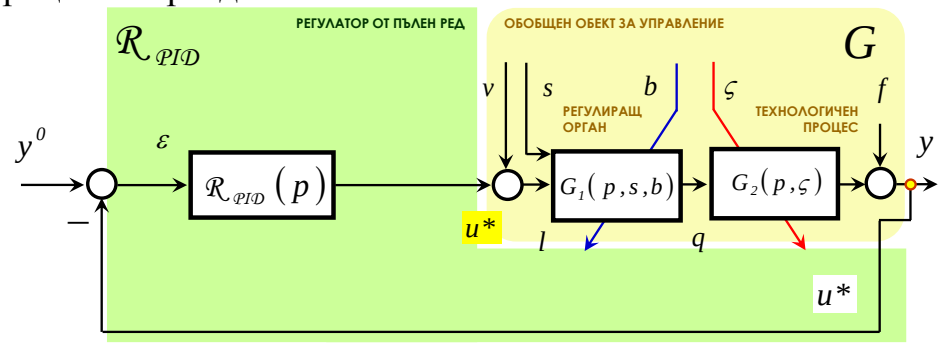
Фиг.6.1.



Фиг.6.2.

4. СИНТЕЗ НА ФРАКТАЛНА И ПИД СИСТЕМИ ЗА УПРАВЛЕНИЕ

Към получения аналитичен номинален модел на обекта за управление $G^*(p)$ (1) се предлага **[1,2,4,6]** управление с класически целочислен *ПИД* R_{PID} алгоритъм (3). На фиг.7 е показана структурната схема на система за управление на позицията. Регулаторът в системата е настроен графоаналитично, чрез позициониране на неговите полюси и нули. Избран е ПИД алгоритъм, поради наличието на И съставка, която трябва да нулира грешката в установен режим при стъпално входно въздействие. Нулите на ПИД регулатора са комплексни и са разположени в околност на полюсите на предавателната функция на обекта (1). Локалният критерии за качество при настройката на регулатора е апериодичен преходен процес с бързодействие 5сек.

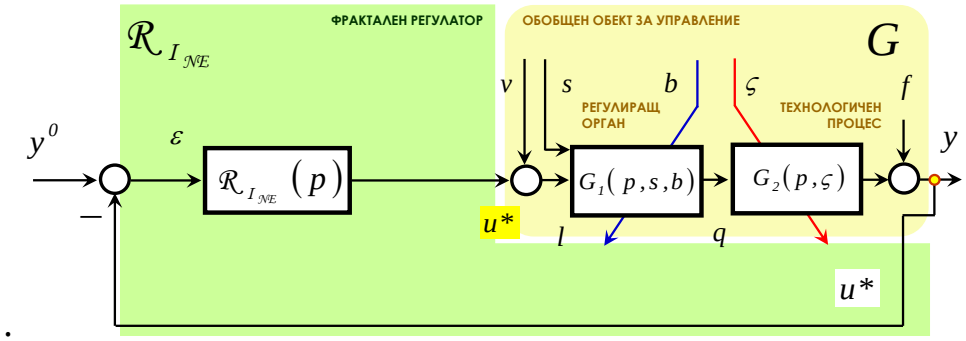


Фиг.7.

$$R_{PID}(p)=k\left(1+\frac{1}{T_i p}+T_d p\right)\frac{1}{Tp+1} \qquad (3)$$

$$k=0.000996;\ T_i=0.006049;\ T_d=0.018808;\ T=0.25$$

Към същия аналитичен номинален модел на обекта за управление $G^*(p)$ (1) е проектиран и интегриращ регулатор от непълен ред $R_{I_{NE}}$. Структурата на фрактталната система за управление е дадена на фиг.8.



Фиг.8.

За определяне на вида и параметрите на регулатора се използва познатият в литературата **[2]** аналитичен метод на ***полиномиална рекурсивна апроксимация*** с обобщен критерий за качество.

Регулаторът $R_{I_{NE}}$ (4), рационално апроксимиращ поведението на оператор за интегриране $I^{0.9}$ от обобщеното дробно смятане от ред 0.9, аналитично е синтезиран по метода на ***полиномиалната рекурсивна апроксимация***.

$${}_a I_t^{\alpha} f(t)=\frac{1}{\Gamma(-\alpha)}\int_a^t \frac{f(\tau)}{(t-\tau)^{\alpha+1}}\,d\tau\ ,\ (\alpha, a\in\Re, \alpha=0.9) \qquad (4.1)$$

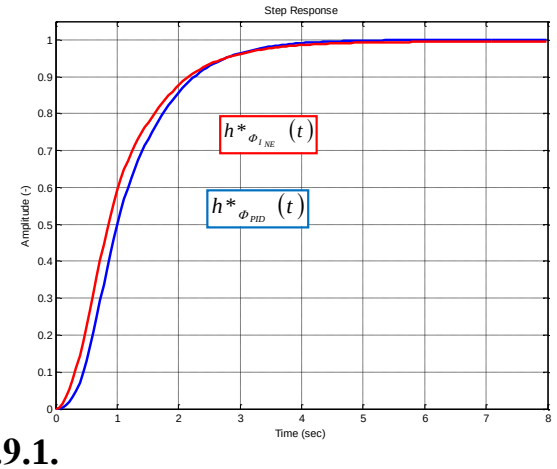
$$R_{I_{NE}}(p)\equiv I_{app}^{0.9}(p)=0.01747\frac{(17.1p+1)}{(24.75p+1)}\cdot\frac{(13.48p+1)}{(19.91p+1)}\cdot\frac{(10.23p+1)}{(0.00203p+1)} \qquad (4.2)$$

5. ВРЕМЕВИ, РОБАСТЕН И ЧЕСТОТЕН АНАЛИЗ НА ФРАКТАЛНА СИСТЕМА ЗА УПРАВЛЕНИЕ

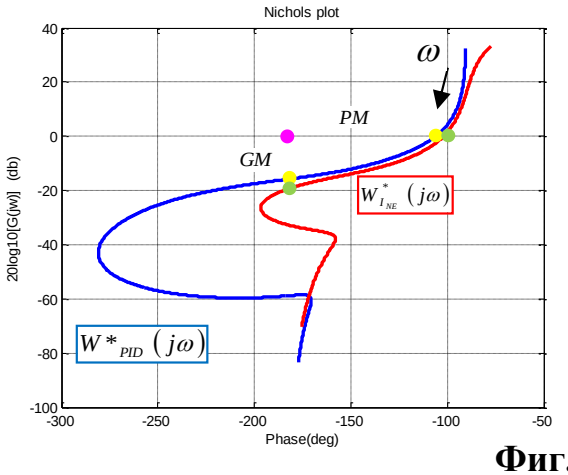
Синтезираните системи (фиг.7, фиг.8) за управление са моделирани и симулирани в средата на *Matlab*, както в номинален параметричен режим, така и в смутен параметричен режим.

- В номинален режим са визуализирани следните характеристики:
  - Преходната функция $h^*_{\Phi_{PID}}$ и $h^*_{\Phi_{I_{NE}}}$ фиг.9.1. От характеристиката е видно, че и двете системи (с $R_{I_{NE}}$ и с R_{PID}) имат почти едно и също бързодействие (5), а процеса е с апериодичен характер;
  - Честотните характеристики на затворените Φ^*_{PID} и $\Phi^*_{I_{NE}}$ системи фиг.9.2., от които е видно, че и двете системи са устойчиви;
  - Честотните характеристики на отворените W^*_{PID} и $W^*_{I_{NE}}$ системи фиг.10. От тях може да бъде направена оценка на запасите по модул и фаза (6)

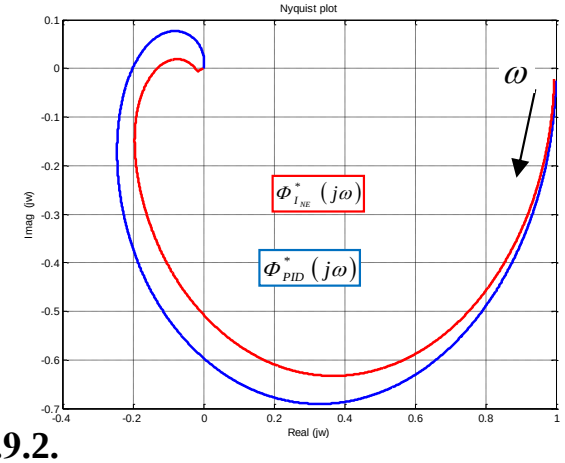
на двете системи. Системата с фракталния $R_{I_{NE}}$ алгоритъм за управление е с по-големи запаси по модул и фаза (6) в сравнение с класическата система за управление с R_{PID} регулатор. И двете системи са устойчиви.



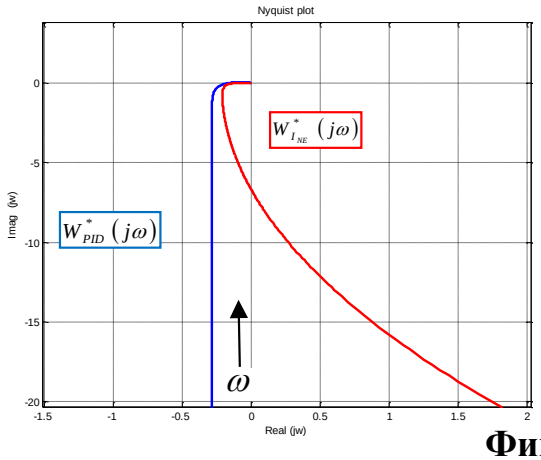
Фиг.9.1.



Фиг.10.1.



Фиг.9.2.



Фиг.10.2.

Визуализирани са резултатите от честотен ***2D Nyquist***-робастен анализ на качеството по характеристиките на отворените (фиг.11) и на затворените (фиг.12) системи при априорна неопределеност **[2,5]**. Показани са робастната устойчивост RS (11) и робастното качество RP (12), както по характеристиките на отворените системи (фиг.11), така и по характеристиките на затворените системи RS (7) и RP (8) (фиг.12). С (9) и (10) са описани функциите на чувствителност и допълнителна чувствителност. Очевидно е, че проектираните системи са с доказана робастна устойчивост RS_i и с доказано робастно качество RP_i в контекста на параметричната флуктуация на $G^{\blacksquare}$ (2) спрямо G^* (1), заложена при синтеза на системите (фиг.7), (фиг.8).

$$t_{reg,\left(y^0=1(t)\right)} \in \left[t_{0,95}\,,\, t_{1.05} \right]\,,\quad \left(0{,}95\,h(\infty) < h(t) < 1{,}05\,h(\infty) \right) \tag{5}$$

$$\begin{gathered} GM = 20\log_{10}\left| W^*(j\omega_\pi) \right|, [dB]; \\ PM = -\left(arg\left(W^*(j\omega_0) \right) + 180^\circ \right), [deg], \\ \left(\omega_\pi : arg\, W^*(j\omega_\pi) \equiv \pi;\quad \omega_0 : \left| W^*(j\omega_0) \right| \equiv 1 \right) \end{gathered} \tag{6}$$

$$RS(\omega) \Rightarrow \left\| \eta(\omega)\,\bar{\ell}_m(\omega) \right\|_\infty < 1, \forall\,\omega, (\omega \in [0;\infty)), \tag{7}$$

$$RP(\omega) \Rightarrow \left|\eta^*(\omega)\bar{\ell}_m(\omega)\right| + \left|e^*(\omega)v(\omega)\right| < 1, \forall\omega, (\omega \in [0;\infty)),$$

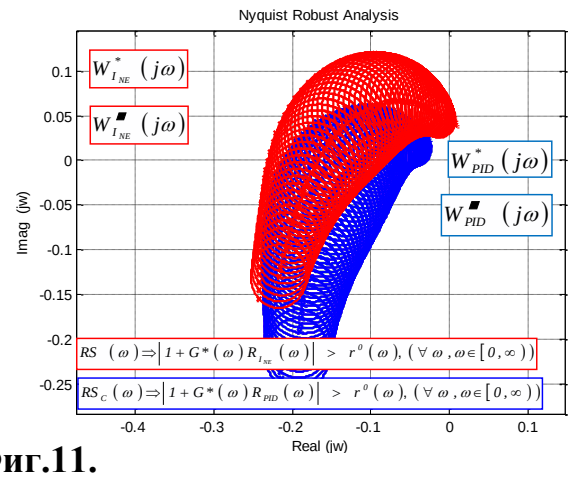
$$RP(\omega) \underset{R}{\Rightarrow} \min_{R} \max_{G \in \Pi} \int_0^{\infty} (\varepsilon(t))^2 dt \hat{=} \min_{R} \max_{G \in \Pi} \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \left| \frac{1}{1+G(\omega)R(\omega)} \right|^2 |\upsilon|^2 d\omega \tag{8}$$

$$e(\omega) = (1+R^*(\omega)G^*(\omega))^{-1} \equiv \Phi_{y^0\varepsilon}(\omega), (e(\omega) = 1-\eta(\omega)) \tag{9}$$

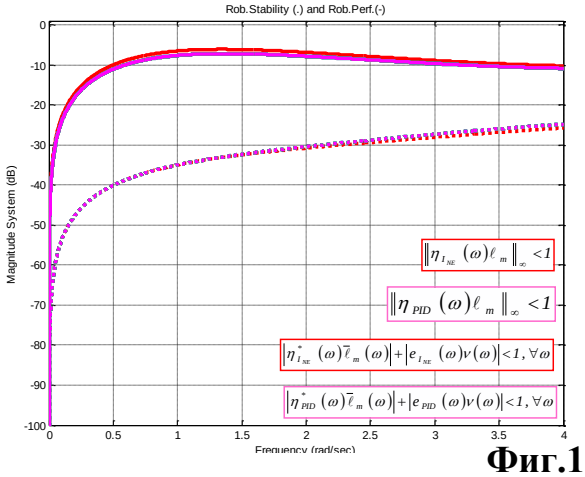
$$\eta(\omega) = R^*(\omega)G^*(\omega)(1+R^*(\omega)G^*(\omega))^{-1} \equiv \Phi_{y^0 y}(\omega), (\eta(\omega) = 1-e(\omega)). \tag{10}$$

$$|1+R(\omega)G^*(\omega)| > r^0(\omega), \forall\omega \tag{11}$$

$$|1+G^*(\omega)R(\omega)| > |G^*(\omega)R(\omega)|\bar{\ell}_m(\omega), \forall\omega \tag{12}$$



Фиг.11.



Фиг.12.

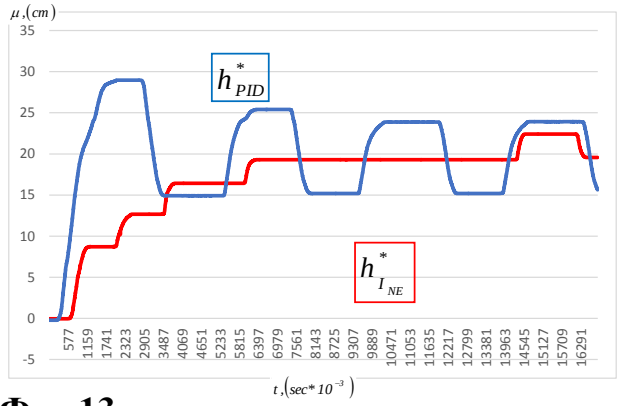
6. ЕКСПЕРИМЕНТАЛНИ РЕЗУЛТАТИ

За заснемане на експерименталните резултати, проектираните регулатори са дискретизирани с такт на дискретизация $T_0 = 0,001s$ по метода на *Tustin*, съответно R_{PID} (13) и $R_{I_{NE}}$ (14).

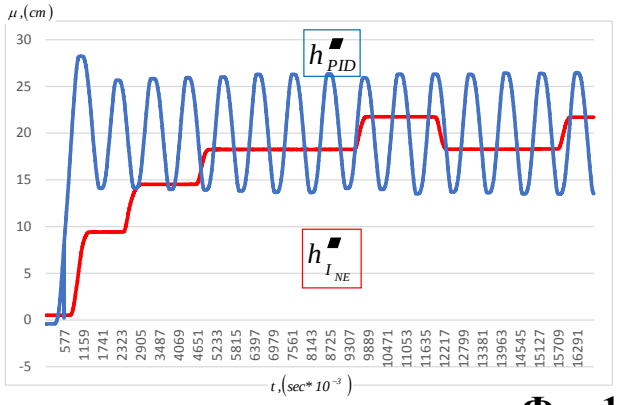
$$R_{PID} = \frac{0.003985 - 0.007957z^{-1} + 0.003973z^{-2}}{1 - 1.996z^{-1} + 0.996z^{-2}} \tag{13}$$

$$R_{I_{NE}} = 0.01743 \cdot \frac{(1-0.9866z^{-1})}{(1-0.999998z^{-1})} \cdot \frac{(1-0.9898z^{-1})}{(1-0.9803z^{-1})} \cdot \frac{(1-0.983z^{-1})}{(1-0.9756z^{-1})} \tag{14}$$

Направена е съпоставка на работата на системите за управление от пълен R_{PID} и дробен $R_{I_{NE}}$ ред в: • номинален режим h^*_{PID} и $h^*_{I_{NE}}$, фиг.13; • смутен режим $h^{\blacksquare}_{PID}$ и $h^{\blacksquare}_{I_{NE}}$, фиг.14.



Фиг.13.



Фиг.14.

7. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Основните резултати в настоящата разработка могат да бъдат обобщени като:

1. Синтезирани са системи от пълен и от дробен ред за управление на лабораторен обобщен обект ***ООА*** (*ППУ* с пропорционална обратна връзка).

2. Синтезираните системи за управление са моделирани и симулирани в *MATLAB.*

3. Направен е симулационен сравнителен анализ на работата на двете системи, както в номинален, така и в смутен параметричен режим. Направен е робастен анализ по характеристиките и на отворените и на затворените системи за управление. От проведените анализи се доказват робастните свойства на синтезираните системи. Доказано е превъзходството на фракталната система за управление (по големи запаси по модул и фаза) в сравнение с класическата система за управление с *ПИД* алгоритъм.

Проведени са реални експерименти върху лабораторен стенд на синтезираните системи за управление. Резултатите от тях потвърждават симулационните. При реалните експерименти има наличие на триене (неоднозначност в характеристиките на обекта, което не е отчетено в неговия аналитичен модел), което е видно от записа. Триенето наслагва смущение с периодичен характер върху полезния сигнал. Това поставя нова задача за решение, а именно търсене на подход за ефективно противодействие с това смущаващо хармонично въздействие.

ЛИТЕРАТУРА

[1] **Boyadjiev L., H. J. Dobner, S. L. Kalla** (1998), ***On a Fractional Integro-Differential Equation of Volterra-Type,*** Math. Comput. Modeling, Vol. 10 (1998), pp, 103-113

[2] **Nikolov E.** (2004), ***Fractional Order Control Algorithms and Controllers,*** © 2004 Publishing House of Technical University of Sofia, ISBN 954-438-395-6, 208 p.

[3] **Nikolov E.** (2004), ***Special Mathematical Functions and Fractal operators,*** Sofia, © 2004 Publishing House of Technical University of Sofia, ISBN 954-438-423-5, 2004, 108 p

[4] **Oustaloup A.** (1991), ***La commande CRONE (Commande Robuste d'Ordre non Entier),*** © Hermès (Traité des Nouvelles Technologies - Série Automatique), Paris, 495 p., ISBN 2-86601-289-5, ISBN 0989-3571

[5] **Oustaloup A.** (1994), ***La robustesse (Analyse et Synthèse de Commandes Robustes),*** © Hermès (Traité des Nouvelles Technologies - Série Automatique), Paris, 530 p.

[6] **Oustaloup A.** (1995), ***La Dérivation non Entière (Théorie, synthèse et Applications),*** © Hermès (Traité des Nouvelles Technologies - Série Automatique), Paris, 508 p., ISBN 2-86601-456-1, ISBN 0989-3571

Автор: Борис Грасиани, ас. маг. инж., катедра „Автоматизация на Непрекъснатите Производства", Факултет Автоматика, Технически Университет - София, E-mail adress: *bgrasiani@tu-sofia.bg*

Постъпила на 05.05.2017г. **Рецензент:** доц. д-р Нина Николова

ФРАКТАЛНО РЕПЕТИТИВНО УПРАВЛЕНИЕ НА ПНЕВМАТИЧНО ПОЗИЦИОНИРАЩО УСТРОЙСТВО

Борис С. Грасиани

Резюме: *В работата е предложен подход за съчетано противодействие и на параметрични смущения и на постоянно действащи смущения при управление на пневматично позициониращо устройство. За доказване на ефективността на предложеното управление е направен сравнителен анализ със класическа репетитивна система за управление.*
Ключови думи: *фрактално репетитивно управление, алгебрична производна, чувствителност, робастна устойчивост, робастно качество*

FRACTIONAL REPETITIVE CONTROL OF A PNEUMATIC POSITIONING DEVICE

Boris S. Grasiani

Abstract: *The work proposes an approach for combined counteraction and parametric perturbation and permanent disruptions in pneumatic positioning device control. In order to prove the effectiveness of the proposed control of system is madid a comparative analysis with a classic repetitive control system.*
Key words: *fractional repetitive control, algebraic derivative, sensibility, robust stability, robust performance*

1. ВЪВЕДЕНИЕ

Значима част от промишлените обекти за управление се характеризират с породените от експлоатационно променящите се производителност и/или натоварване в реалните условия: репараметризиране/реструктуриране на модела; значителни по размер инерционност и променящо се закъснение; наличие на периодични външни смущения, чиито номинални параметри са предварително известни по стойност, но варират експлоатационно около номиналните.
Системите за управление на обекти с подобни характеристики следва да притежават и робастни, и филтриращи, и инвариантни свойства и към вариации в стойностите на закъснението (респ. на инерционността), и към вариации на параметрите на периодичните външни смущения.
В такива случаи възможна ефективна стратегия за управление (съвместно със съответстващите й принципи и системи) с помощта на която да се реализира управление с желано качество на обекти с описаните характеристики, е стратегията за фрактално репетитивно управление.

© 2017 Publishing House of Technical University of Sofia
All rights reserved

ISSN 1311-0829

2. ЦЕЛ И ЗАДАЧИ

Целта на настоящата работа е разработването на подход за противодействие и на външни периодични и на вътрешни параметрични смущения, при управлението на реални пневматични обекти и създаването на методи и алгоритми за синтез на реализиращите го системи за управление, основаващи се на оператори от обобщеното дробно смятане.

Задачите които се поставят за постигане на целта са: **•синтез на репетитивна и фрактална репетитивна системи за управление на пневматичен обект за управление; •времеви, робастен и честотен анализ на репетитивни системи; •експериментално потвърждение на приложимостта на фракталните репетитивни алгоритми при управление на лабораторен пневматичен обект.**

3. СИНТЕЗ НА РЕПЕТИТИВНИ СИСТЕМИ ЗА УПРАВЛЕНИЕ ОТ ПЪЛЕН И ДРОБЕН РЕД

В литературата **[4,5]** са известни системи за управление от пълен и дробен ред. Също така са познати **[1,2,3]** и различни структури на репетитивни системи за управление

В работата е избрана модифицирана структура на репетитивен ML-филтър, позната в литературата **[3]**. Тя е подходяща за настоящото изследване за приложение при управлението на пневматичен лабораторен стенд (*ППУ* с пропорционална обратна връзка), защото осигурява разширение на честотната лента на отсичане.

Пневматичната и електрическата структурна схема на физическа лабораторна инсталация на ***ООА*** са показани на фиг.1. Разглежданият ***ООА*** е съставен от: компресор (подготвителна група) K, пропорционален разпределител клапан $V1$, пневматично задвижване $A1$, потенциометър P, контролер (*PLC*).
Аналитичните модели (номинален $G^*(p)$ (1) и смутен на „най-горна граница“ $G'(p)$ (2) на ***ООА*** са:

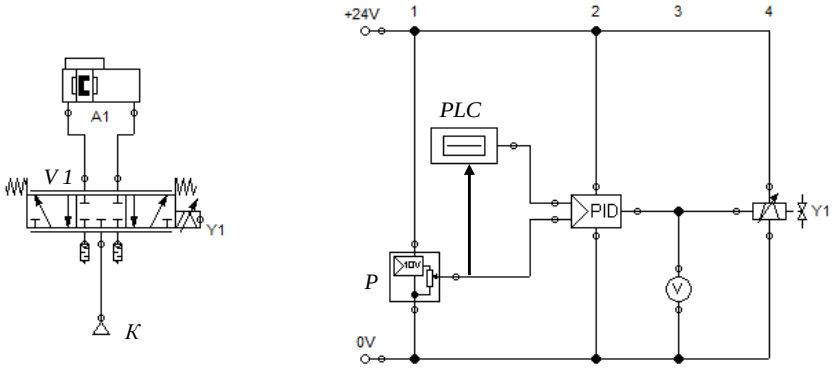
$$G^*(p)=\frac{5}{0.0289\,p^2+0.119\,p+1} \tag{1}$$

$$G'(p)=\frac{132.2}{p^2+2.6\,p+26.44} \tag{2}$$

Синтезът на репетитивния регулатор в системата за управление се провежда в два етапа:

● проектиране на базов регулатор $R(p)$;

● проектиране на робастен репетитивен филтър ML, които са независими една от друга процедури, а също и независими по използваните методи за синтез.



Фиг.1.

По така предложената двустепенна процедура за синтез, решението се изразява в аналитичното проектиране на базови R_{PID} и $R_{I_{NE}}$ регулатори, робастен $\mathcal{M}_L$-филтър с памет (3) и репетитивни регулатори $ML \circ R_{PID}$ и $ML \circ R_{I_{NE}}$, аналитично представени с (4), (5).

Тези резултати (3)÷(5) по същността си са решения за синтеза на две категории системи за управление на обекта $G(p)$ (1)-(2): репетитивна с класически *ПИД* алгоритъм $\Phi_{ML \circ PID}$ (фиг.2) и репетитивна с фрактален алгоритъм $\Phi_{ML \circ I_{NE}}$ (фиг.3) системи.

$$\mathcal{M}_L(p) = \left(2 - \sum_{k=1}^{m} W_k(p)\, e^{-p\,k\,T_p}\right)^{-1} \hat{\equiv} \left(2 - e^{-p\,T_p}\right)^{-1}, \quad \left(k=1;\ T_p \equiv T_{pf} = 2\pi\,(\omega_{pf})^{-1} = 2\pi\,(1,2)^{-1}\right) \tag{3}$$

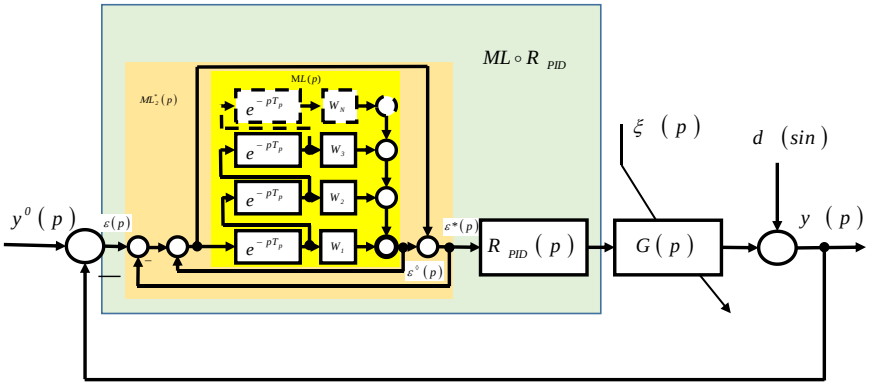
$$\mathcal{M}_L(p)\,R^*_{PID}(p) = \frac{0.005977\,p^2 + 0.01858\,p + 0.988}{1.5\,p^2 + 6\,p} \cdot \frac{1}{\left(2 - e^{-p\,T_p}\right)} \tag{4}$$

$$M_L(p)\,R^*_{I_{NE}}(p) = 0.01747\ \frac{(17.1\,p+1)}{(24.75\,p+1)} \cdot \frac{(13.48\,p+1)}{(19.91\,p+1)} \cdot \frac{(10.23\,p+1)}{(0.00203\ \ p+1)} \cdot \frac{1}{\left(2 - e^{-pT_p}\right)} \tag{5}$$

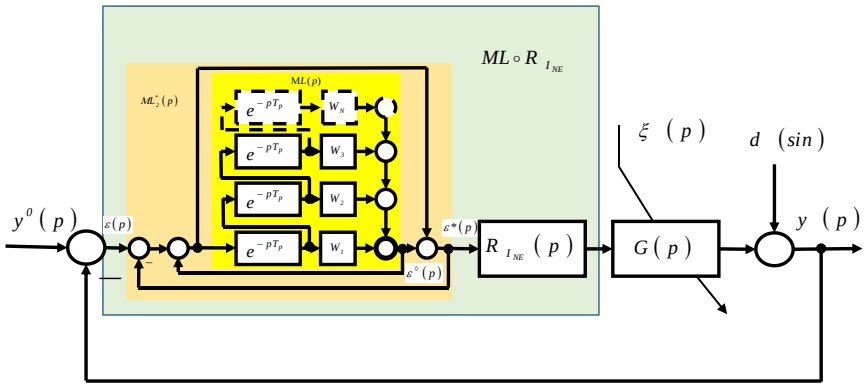
4. ВРЕМЕВИ, РОБАСТЕН И ЧЕСТОТЕН АНАЛИЗ НА РЕПЕТИТИВНИ СИСТЕМИ ЗА УПРАВЛЕНИЕ

Синтезираните системи за управление фиг.2 и фиг.3 са моделирани и симулирани в средата на *MATLAB*. Резултатите от симулацията на моделите - времевите и честотните характеристики на решението за затворените Φ_i и за отворените W_i системи за управление на обекта G са визуализирани ***в номинален*** $G \hat{\equiv} G^*$ (1) ***параметричен режим*** ($\xi = const$, $d_i \equiv 0$) без наличието на постоянно действащо периодично външно сигнално смущение d, както следва: •преходната функция фиг.4, от която е видно, че в реакцията на системата с целочисления алгоритъм за управление и репетитивен филтър се появява пререгулиране, докато реакцията на системата с фрактален регулатор и репетитивен филтър продължава да има апериодичен характер (13); •честотните характеристики на отворените системи фиг.5, от които се вижда ясно, че фракталната репетитивна

$W_{ML\circ I_{NE}}$ система за управление има по-голям запас по модул и фаза (14) в сравнение с $W_{ML\circ PID}$ системата.

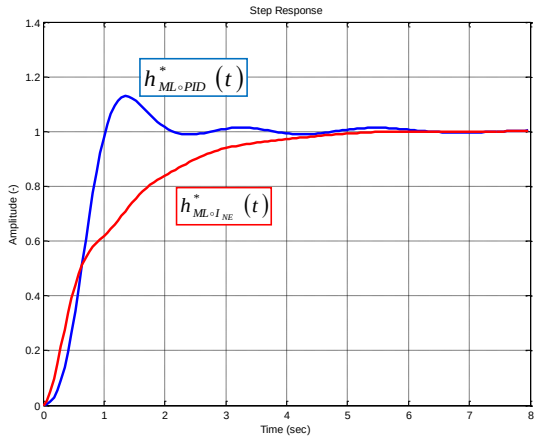


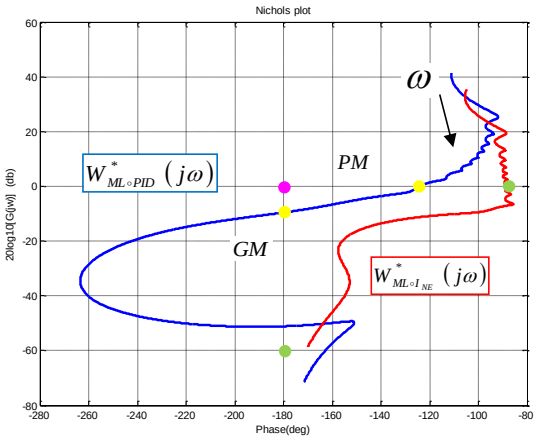
Фиг.2.



Фиг.3.

Анализът на качеството на системите (фиг.2, фиг.3) ***потвърждава,*** че и двете системи**:** ●удовлетворяват обобщените критерии за качество (фиг.4, фиг.5)**;** ●са устойчиви (фиг.5) ***в номинален*** параметричен режим $G \hat{=} G^*$ (1).

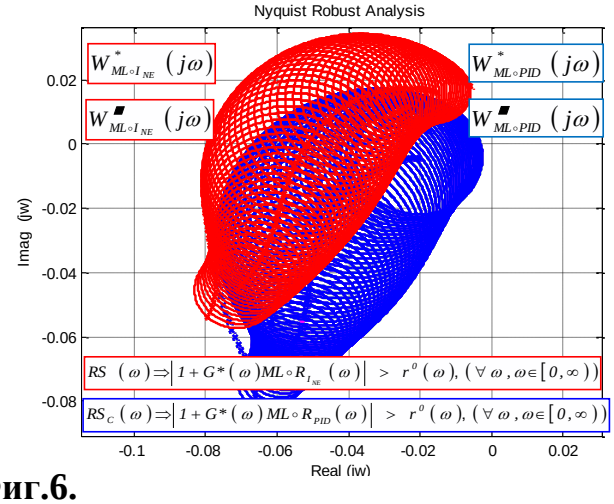




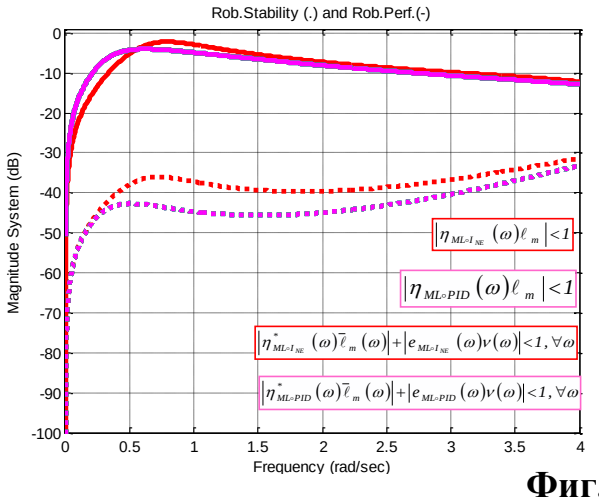
Фиг.4. **Фиг.5.**

Визуализирани са резултатите от честотен ***2D Nyquist***-робастен анализ на качеството по характеристиките на отворените, RS (19) и RP (20), (фиг.6), и по характеристиките на затворените, RS (15) и RP (16), (фиг.7), системи с използване на функциите на чувствителност (17) и допълнителна чувствителност (18). Очевидно е, че проектираните системи са с доказана робастна устойчивост RS_i и с доказано робастно качество RP_i в контекста на параметричната флуктуация на $G^{\blacksquare}$ (2) спрямо G^* (1), заложена при синтеза на системите. ***Резултатите*** от ро-

бастния анализ по характеристиките на отворените (фиг.6) и на затворените (фиг.7) системи ***аналитично доказват*** и еднозначно визуализират, че в условията на репараметризиране/реструктуриране ξ, $\xi^{\blacksquare}$ на номиналния модел на обекта (1) репетитивната система с ПИД регулатор (фиг.2) и репетитивната с фрактален регулатор (фиг.3) притежават робастна устойчивост RS и робастно качество RP, тъй като техните характеристики удовлетворяват изискванията формулирани с (15), (16), (19), (20).



Фиг.6.

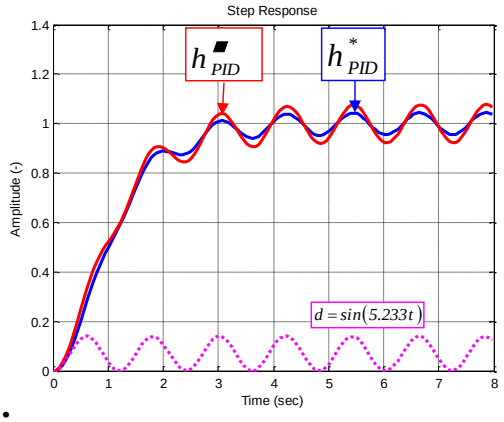


Фиг.7.

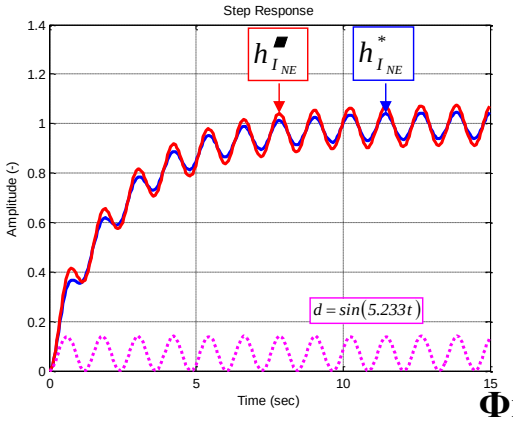
След направените времеви и честотни анализи на синтезираните репетитивни системи за управление е проведен времеви анализ с помощта на тестови синусоидални смущения **[1÷3]** с период $T_p = 1,2s$, които действат само по канала на измерване, което е показано на фиг.2 и фиг.3.

Анализът, предназначен да изследва противодействието на външното въздействие и с това принципа на действие на репетитивните системи, разглежда паралелното поведение на проектираните системи. Същността на метода на времевия анализ с „тестови“ въздействия се състои в моделиране на системите и оценка на симулационните резултати по времеви критерии. Системите са моделирани, а преходните функции и добавено периодично въздействие $d(t)$ по измерване са симулирани. Времевите характеристики на системите в ***номинален*** (за краткост обозначени с $h^{*}_{ML\circ PID}$, $h^{*}_{ML\circ I_{NE}}$, h^{*}_{PID} и $h^{*}_{I_{NE}}$) и системите в ***смутен*** (за краткост обозначени с $h^{\blacksquare}_{ML\circ PID}$, $h^{\blacksquare}_{ML\circ I_{NE}}$, $h^{\blacksquare}_{PID}$, $h^{\blacksquare}_{I_{NE}}$) режими са дадени в паралел, както следва:

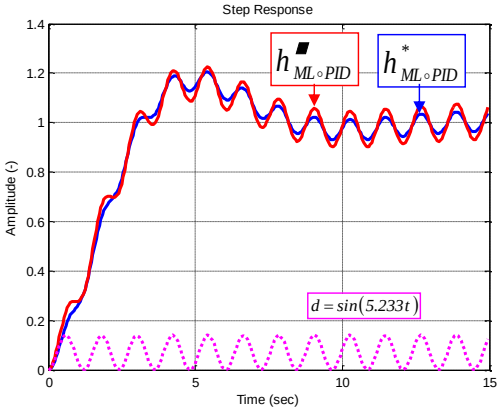
- на фиг.8 - h^{*}_{PID} и $h^{\blacksquare}_{PID}$;
- на фиг.9 - $h^{*}_{I_{NE}}$ и $h^{\blacksquare}_{I_{NE}}$;
- на фиг.10 - $h^{*}_{ML\circ PID}$ и $h^{\blacksquare}_{ML\circ PID}$;
- на фиг.11 - $h^{*}_{ML\circ I_{NE}}$ и $h^{\blacksquare}_{ML\circ I_{NE}}$;
- на фиг.12 - h^{*}_{PID} и $h^{*}_{ML\circ PID}$;
- на фиг.13 - $h^{*}_{I_{NE}}$ и $h^{*}_{ML\circ I_{NE}}$.



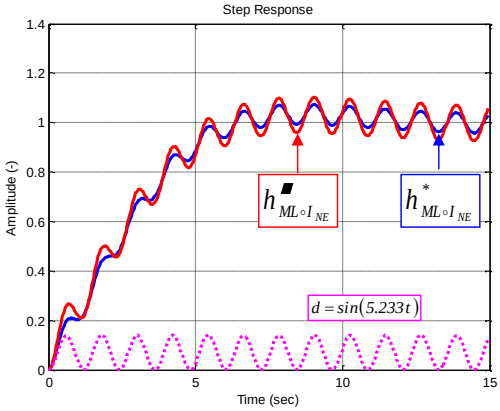
Фиг.8.



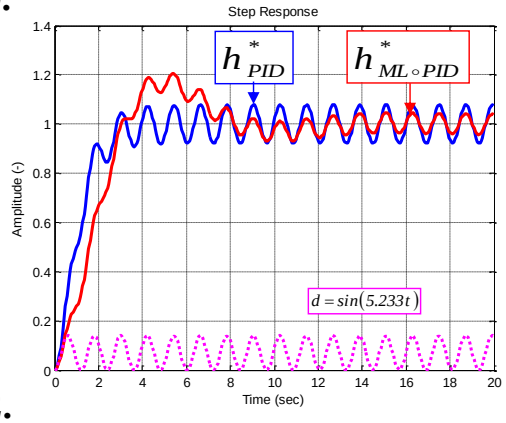
Фиг.9.



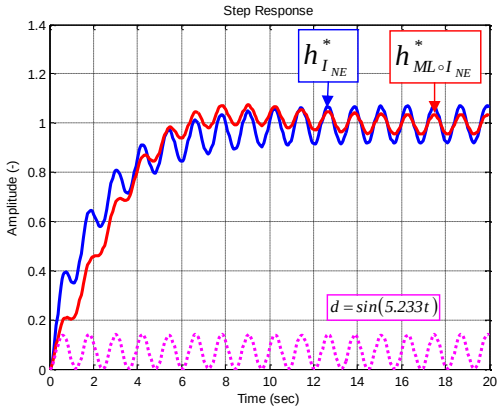
Фиг.10.



Фиг.11.



Фиг.12.



Фиг.13.

Очевидни от показаните резултати на изследването по метода на ***времевия анализ на филтриращите свойства на системите с „тестови“ въздействия*** са следните изводи (по отношение на количествените оценки за качеството на процесите - пререгулиране, брой пререгулирания, време на регулиране)**:** ● репетитивните системи (фиг.2 и фиг.3) са инвариантни към хармоничните въздействия $d(t)$**;** ● не съществува показател за сравнение измежду изброените, по който репетитивната система с класически *ПИД* алгоритъм (фиг.2) да превъзхожда репетитивната система с фрактален алгоритъм (фиг.3)**;** ● по отношение на количествените оценки за качество репетитивната фрактална система (фиг.3) превъзхожда репетитивната система с класически *ПИД* алгоритъм (фиг.2) с ефективността си да противодейства на постоянни смущения $d(t)$ по измерване с честота $\omega_{p2} = 5,233\ rad/s$**.**

За аналитичното отразяване, изследване и сравнителна оценка на филтриращите свойства на системите се предлага използването на метод на ***честотния*** $\alpha_i^{(\omega)}$-

анализ с използване на ***алгебрична производна*** **[3,4]** по направление на ***чувствителността на системите*** (фиг.2, фиг.3) в номинален параметричен режим ($G \hat{\equiv} G^*$, $\xi = const$, $d_i \equiv 0$) (1).

Той е ***аналитичен метод*** и се състои в ефективното използване ***на алгебричната производна*** **[3,4]** по направление $\alpha_i^{(\omega_i)}$, дефинирана с (6)÷(9) за всяка една от анализираните системи. За сравнение на фиг.14 и на фиг.15 са показани характеристиките на чувствителността и алгебричните производни (6)÷(9) на системите (фиг.14, фиг.15). Анализът на стойностите на алгебричните производни (фиг.16, фиг.17) по направление на чувствителността на сравняваните системи еднозначно доказва, че те са в съотношение (10), еквивалентно отразено и с (11).

След направените аналитични и симулационни изследвания на репетитивните системи за управление са проведени и лабораторни експерименти. За да се реализират те се дискретизира функцията на репетитивния филтър. Дискретизираният репетитивен филтър е даден с (12), който е програмиран в контролера показан на фиг.1. Тактът на дискретизация е $T_0 = 0,001s$.

$$\alpha_{i,PID}^{(\omega_i)}(\omega) \hat{\equiv} \frac{de_{PID}(\omega)}{d\omega} = \frac{d\left(\left(1+R_{PID}(j\omega)G^*(j\omega)\right)^{-1}\right)}{d\omega} \equiv \frac{d\left(\Phi_{y^0\varepsilon}^{PID}(\omega)\right)}{d\omega} \tag{6}$$

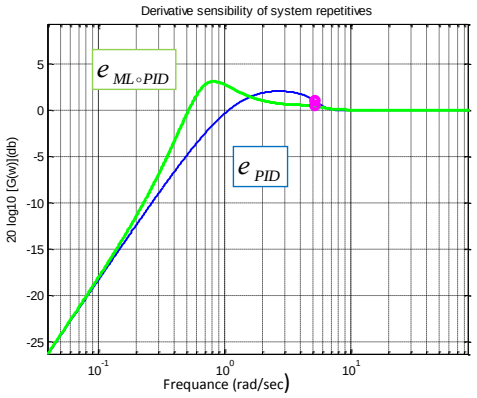
$$\alpha_{i,ML\circ PID}^{(\omega_i)}(\omega) \hat{\equiv} \frac{de_{ML\circ PID}(\omega)}{d\omega} = \frac{d\left(\left(1+R_{ML\circ PID}(\omega)G^*(\omega)\right)^{-1}\right)}{d\omega} \equiv \frac{d\left(\Phi_{y^0\varepsilon}^{ML\circ PID}(\omega)\right)}{d\omega} \tag{7}$$

$$\alpha_{i,I_{NE}}^{(\omega_i)}(\omega) \hat{\equiv} \frac{de_{I_{NE}}(\omega)}{d\omega} = \frac{d\left(\left(1+R_{I_{NE}}(j\omega)G^*(j\omega)\right)^{-1}\right)}{d\omega} \equiv \frac{d\left(\Phi_{y^0\varepsilon}^{I_{NE}}(\omega)\right)}{d\omega} \tag{8}$$

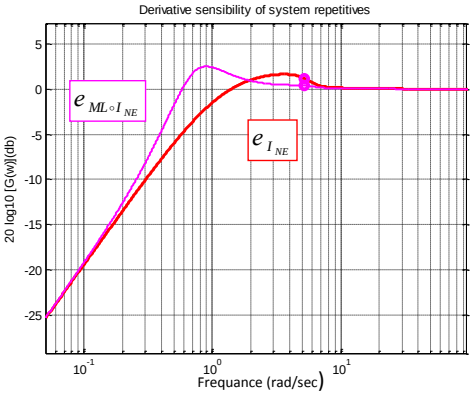
$$\alpha_{i,ML\circ I_{NE}}^{(\omega_i)}(\omega) \hat{\equiv} \frac{de_{ML\circ I_{NE}}(\omega)}{d\omega} = \frac{d\left(\left(1+R_{ML\circ I_{NE}}(j\omega)G^*(j\omega)\right)^{-1}\right)}{d\omega} \equiv \frac{d\left(\Phi_{y^0\varepsilon}^{ML\circ I_{NE}}(\omega)\right)}{d\omega} \tag{9}$$

$$\alpha_{i,ML\circ I_{NE}}^{(\omega_i)}(\omega)\Big|_{\omega=\omega_p} << \alpha_{i,ML\circ R_{PID}}^{(\omega_i)}(\omega)\Big|_{\omega=\omega_p} << \alpha_{i,I_{NE}}^{(\omega_i)}(\omega)\Big|_{\omega=\omega_p} \alpha_{i,PID}^{(\omega_i)}(\omega)\Big|_{\omega=\omega_p} \tag{10}$$

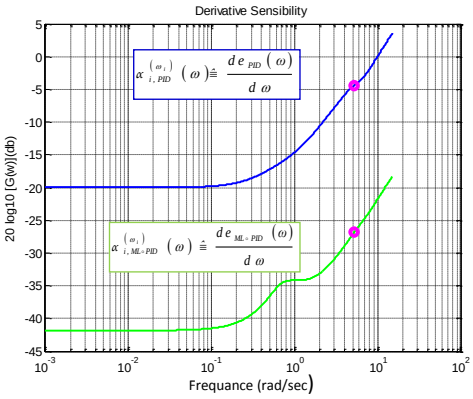
$$\frac{de_{ML\circ I_{NE}}(\omega)}{d\omega}\Big|_{\omega=\omega_p} << \frac{de_{ML\circ R_{PID}}(\omega)}{d\omega}\Big|_{\omega=\omega_p} << \frac{de_{I_{NE}}(\omega)}{d\omega}\Big|_{\omega=\omega_p} << \frac{de_{PID}(\omega)}{d\omega}\Big|_{\omega=\omega_p} \tag{11}$$



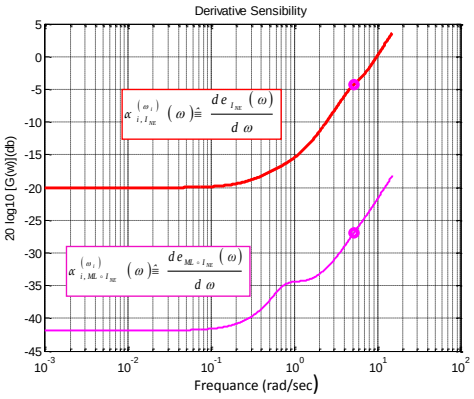
Фиг.14.



Фиг.15.



Фиг.16.



Фиг.17.

$$e^{-zT_p} = \frac{z^2 - 2.004979\,z + 1.004988}{z^2 - 1.995004\,z + 0.995013} \tag{12.1}$$

$$W_k(z) = \frac{0.632106}{z - 0.367871} \tag{12.2}$$

$$t_{reg,\left(y^0=1(t)\right)} \in \left[t_{0,95}, t_{1.05} \right], \quad \left(0{,}95\,h(\infty) < h(t) < 1{,}05\,h(\infty)\right) \tag{13}$$

$$GM = 20\log_{10}\left|W^*(j\omega_\pi)\right|,[dB];\ PM = -\left(arg\left(W^*(j\omega_0)\right) + 180^\circ\right),[deg],$$
$$\left(\omega_\pi : arg\,W^*(j\omega_\pi) \equiv \pi;\ \ \omega_0 : \left|W^*(j\omega_0)\right| \equiv 1\right) \tag{14}$$

$$RS(\omega) \Rightarrow \left\| \eta(\omega)\,\bar{\ell}_m(\omega) \right\|_\infty < 1, \forall\,\omega, (\omega \in [0;\infty)),$$
$$RS(\omega) \Rightarrow \left|1 + G^*(\omega)R(\omega)\right| > \left|G^*(\omega)R(\omega)\right|\,\bar{\ell}_m(\omega), (\forall\,\omega, \omega \in [0,\infty)) \tag{15}$$
$$RP(\omega) \Rightarrow \left|\eta^*(\omega)\,\bar{\ell}_m(\omega)\right| + \left|e^*(\omega)\,v(\omega)\right| < 1, \forall\,\omega, (\omega \in [0;\infty)),$$

$$RP(\omega) \underset{R}{\Rightarrow} \min_{G \in \Pi} \max \int_0^\infty \left(\varepsilon(t)\right)^2 dt \triangleq \min_R \max_{G \in \Pi} \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \left| \frac{1}{1 + G(\omega)R(\omega)} \right|^2 |\upsilon|^2\, d\omega \tag{16}$$

$$e(\omega) = \left(1 + R^*(\omega)G^*(\omega)\right)^{-1} \equiv \Phi_{y^0\varepsilon}(\omega), \left(e(\omega) = 1 - \eta(\omega)\right) \tag{17}$$

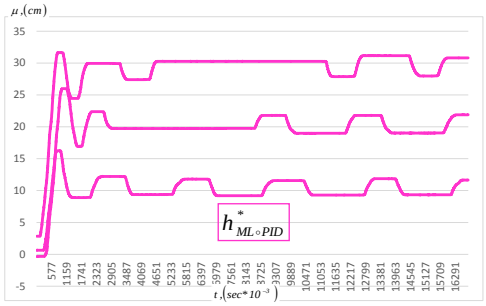
$$\eta(\omega) = R^*(\omega)\,G^*(\omega)\left(1 + R^*(\omega)G^*(\omega)\right)^{-1} \equiv \Phi_{y^0 y}(\omega), \left(\eta(\omega) = 1 - e(\omega)\right) \tag{18}$$

$$\left|1 + R(\omega)G^*(\omega)\right| > r^0(\omega), \forall\omega \tag{19}$$

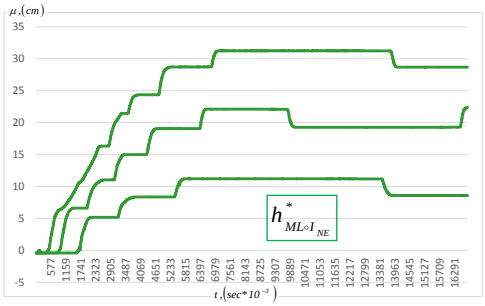
$$\left|1 + G^*(\omega)R(\omega)\right| > \left|G^*(\omega)R(\omega)\right|\,\bar{\ell}_m(\omega), \forall\omega \tag{20}$$

5. ЕКСПЕРИМЕНТАЛНО ПОТВЪРЖДЕНИЕ НА ПРИЛОЖИМОСТТА НА ФРАКТАЛНИТЕ РЕПЕТИТИВНИ АЛГОРИТМИ ПРИ УПРАВЛЕНИЕ НА ЛАБОРАТОРЕН ПНЕВМАТИЧЕН ОБЕКТ

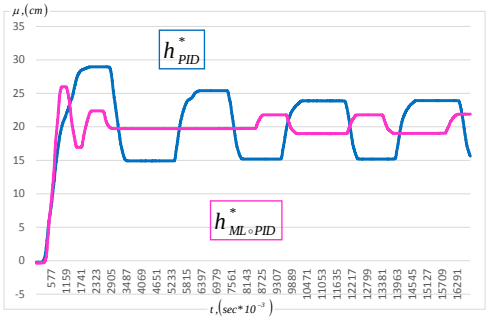
Резултатите от проведените експерименти са показани както следва: •на фиг.18 - $h^*_{ML\circ PID}$ за три различни стойности на заданието; •на фиг.19 - $h^*_{ML\circ I_{NE}}$ за три различни стойности на заданието; •на фиг.20 - $h^*_{ML\circ PID}$ и h^*_{PID} ; •на фиг.21 - $h^*_{ML\circ PID}$ и $h^*_{ML\circ I_{NE}}$.



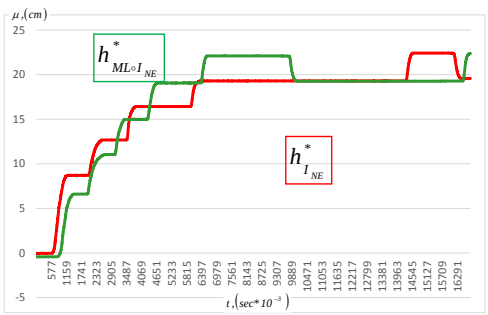
Фиг.18.



Фиг.19.



Фиг.20.



Фиг.21.

Очевидни от показаните резултати на реалните експерименти са следните изводи (по отношение на количествените оценки за качеството на процесите - пререгулиране, брой пререгулирания, време на регулиране)**:** ● репетитивните системи (фиг.2 и фиг.3) са инвариантни към хармоничните въздействия $d(t)$**;** ● не съществува показател за сравнение измежду изброените, по който репетитивната система с класически *ПИД* алгоритъм (фиг.2) да превъзхожда репетитивната система с фрактален алгоритъм (фиг.3)**;** ● по отношение на количествените оценки за качество фракталната репетитивна система (фиг.3) превъзхожда репетитивната система с класически *ПИД* алгоритъм с ефективността си да противодейства на постоянни смущения $d(t)$ по измерване с честота $\omega_{p2} = 5,233\ rad/s$**.**

АНАЛИЗ И ИЗВОДИ

Основните резултати в тази част от разработка могат да бъдат обобщени като:

- Синтезирани са репетитивни системи (от пълен и от дробен ред) за управление на *ППУ* с пропорционална обратна връзка използващи модифицирана структура на репетитивен филтър с памет (3), тъй като тя дава възможност за разширение на честотния диапазон на отсичане.

- Анализирани са робастните филтриращи свойства на синтезираните репетитивни системи по четири метода: ***анализ на качеството*** в номинален параметричен режим***; времеви анализ на филтриращите свойства на системите,*** както с „тестови“ въздействия, така и реални лабораторни условия***; робастен анализ*** на системите по характеристиките, както на отворените, така и на затворените системи; ***честотен*** $\alpha_i^{(\omega)}$***-анализ на филтриращите свойства*** на системите с използване на алгебрична производна по направление ***на чувствителността на системите***.
- Проведени са реални експерименти на синтезираните системи върху лабораторен стенд, където са тествани възможностите на репетитивните системи да противодействат на периодични смущения, които са в следствие на триене.

Експериментално в лабораторни условия е потвърдено превъзходството на фракталните репетитивни системи за управление в сравнение с класическите репетитивни системи за управление.

ЛИТЕРАТУРА

[1] Wu-SungYao, Mi-ChingTsai, Yutaka Yamamoto (2013), ***Implementation of repetitive controller for rejection of position-based periodic disturbances,*** Control Engineering Practice, © 2013 Elsevier, 21 (2013) 1226-1237

[2] Yuan S.-G., M. Wu, B. -G. Xu, R. -J. Liu (2012), ***Design of discrete-time repetitive control system based on two-dimensional model,*** International Journal of Automation and Computing 9 (2012) 165-170

[3] Николова Н., Е. Николов (2014), ***Предиктивно-репетитивно управление (приложни методи за управление на технологични процеси-III част),*** © 2014 изд. Технически университет София, ISBN 978-619-167-136-6, 157стр.

[4] Николов Е. (2015), ***Фрактално управлние част 2 (приложение на операторите от обобщеното дробно смятане в системите за управлние, филтри),*** © 2015 изд. Технически университет София, ISBN 978-619-167-186-1, 198стр.

[5] Нина Г. Николова, Емил Николов (2006), ***Методи и алгоритми за настройка на регулатори в системи за управление справочно пособие по дисциплината „Приложни методи за управление на технологични процеси“,*** © София 2006 изд. на Технически Университет София, ISBN -13 : 978-954-438-579-8, 72

Автор: Борис Грасиани, ас. маг. инж., , катедра „Автоматизация на Непрекъснатите Производства“, Факултет Автоматика, Технически Университет - София; E-mail adress: *bgrasiani@tu-sofia.bg*

Постъпила на 04.05.2017 г. **Рецензент:** доц. д-р Нина Николова

ИНТЕРДИСЦИПЛИНАРЕН ПОДХОД ЗА ИЗСЛЕДВАНЕ НА НЯКОИ ПСИХОЛОГИЧЕСКИ ХАРАКТЕРИСТИКИ

Кирил Борисов, Десислава Стоицева-Деличева, Васил Гълъбов

Резюме: *Музиката е мощен инструмент за клинични и извънклинични приложения, ефектите от които в повечето случаи не са подкрепени от научни изследвания и доказателства. Настоящата статия е част от поредица, представяща интердисциплинарен набор от инструменти за анализ на особеностите и въздействията на избрана музикална терапия върху характеристиките на човека като оператор. В нея е представена разработената методика за провеждане и оценка на планираните психо-физиологични изследвания на въздействието на дадената музикална терапия върху основни перцептивни и прокреативни характеристики на човека оператор. Разработената методика ще бъде използвана за провеждането на предстоящото средно по мащаб изследване*
Ключови думи: *Психоакустика, невролингвистично програмиране, психометрия, човеко-машинни системи за управление*

INTERDISCIPLINARY APPROACH FOR EVALUATION OF SOME PSYCHOLOGICAL ASPECTS

Kiril Borisov, Desislava Stoitseva-Delicheva, Vasil Galabov

Abstract: *Music is a powerful tool with clinical and non-clinical applications which effects in most cases are not scientifically studied. The present paper is one of a sequel that discusses interdisciplinary approach for analysis of the properties and effects of a given musical therapy on the performance of human-operator. The present paper is focused on the methodology for carrying out and evaluation of future psycho-physiological studies on perceptive and procreative aspects of human-operator. The presented methodology will be applied on a medium scale study.*
Key words*: Psychoacoustics, neuro lingual programming, psychometry, human-machine control systems*

1. ВЪВЕДЕНИЕ

Музиката е съвкупност от общовалидни, културно обусловени, унифицирани сигнали, която предизвиква огромен диапазон от емоции като бодрост и релаксация [1], радост и тъга, страх и сигурност, както и комбинация от изброените [2-4]. Музиката се използва за контрол на настроението и състоянието на възбуда, за повишаване на концентрацията [5], за координиране на военни действия и повишаване на сътрудничеството [6]; при обучението на човек-оператори

© 2017 Publishing House of Technical University of Sofia
All rights reserved

ISSN 1311-0829

– за повишаване на вниманието и концентрацията [7]; при спортистите – за повишаване на издръжливостта и мотивацията [8] и т.н. Идеята за използването на музиката като лекарство е дълбоко вкоренена в човешката история и води началото си от лековитите ритуали на племенните общества [9]. В днешно време музиката продължава да се използва за повишаване на здравето и качеството на живот чрез използването ѝ в различни балнео-лечебни заведения; като средство за намаляване на болката; намира все по-голямо приложение в програми за самоусъвършенстване; като средство за релаксация, а също така е основен елемент от психотерапията.

Клиничното и извънклиничното приложение на музиката е основано предимно на *ad hoc* подход, като не е подкрепено от сериозни обективни научни изследвания. Резултатите от тези изследвания се основават предимно на попълването на дневници от страна на подложените на въздействие лица, което изключително компрометира обективността и адекватността на резултатите и изводите.

Основните научни изследвания по разглежданата проблематика са провеждани във връзка с по-тясно специализираните психоакустично модифицирани музикални програми, използвани като съпътстваща терапия при терапевтирането на лица с разстройства от аутистичния спектър, синдром на Даун, когнитивни увреждания, слухови нарушения, разстройства с дефицит на вниманието и хиперактивност, синдром на Рет, диспраксия, детска церебрална парализа, фибромиалгия, артрит и инсулт.

Част от изследванията разглеждат невронните механизми, свързани със свръхчувствителния слух при лица с разстройства от аутистичния спектър [10]. Изследванията са също така насочени и към възможностите за подобряване на уменията за слушане и развитието на речта [11]. Основен недостатък на тези изследвания е това, че те са базирани изцяло на споделянето на информация от страна на терапевтираните или техни близки, без обективна оценка на резултатите от въздействието. Въпреки това във всички области на изследване се наблюдава корелация със звуковото въздействие и в една или друга степен положително повлияване след интервенциите.

Настоящата разработка е част от поредица публикации, представящи отделните етапи от разработването на интердисциплинарен подход за изследване и оценка влиянието на психоакустично модифицирана музика върху психо-физиологични особености на човека оператор – като надеждност, издръжливост, точност, повишена емоционална удовлетвореност и др., като измерването на посочените показатели се осъществява чрез психологически и психоинженерни подходи, както и чрез снемането на данни за моментната мозъчна активност.

2. ИЗБРАНИ МЕТОДИ ЗА ИНЖЕНЕРО-ПСИХОЛОГИЧНА ОЦЕНКА НА МОМЕНТНОТО СЪСТОЯНИЕ НА ЧОВЕКА-ОПЕРАТОР

Комплексът от тестове съставя цялостната методика, с помощта на която се проследява динамиката в психо-социалното състояние на групата изследвани лица.

Методът на изследване е индуктивен. Тръгва се от изследване на емпиричните факти и се върви към обобщения.

Дизайнът на изследването ще бъде експериментален полеви, защото експериментаторът ще влияе върху променливите (подбрани звукови стимулатори, времеви интервали и продължителност на въздействие, подбор на хората по демографски характеристики – пол, възраст, образование, населено място, организация) от една страна, но поради това, че изследването не може да бъде направено изцяло в лабораторна среда, има и неконтролирани променливи, напр. променящи се климатични характеристики, различни стресови ситуации, свързани с работни и учебни процеси, социални променливи и др. [12].

За да се минимизира отношението на факторите, които не биха могли да бъдат контролирани, към крайните резултати с риск да бъдат компрометирани, е необходимо освен Експериментална група – изследваните лица, които са подложени на въздействието на независимата променлива, да има и Контролна група – лица, които не са подложени на въздействието на независимата променлива. Групите трябва да са достатъчно сходни, за да не се влияе експериментът от различията на индивидите, а само от независимата променлива. Трябва да бъдат минимизирани външните променливи – физически, личностни и социални. Ако се установи, че има характеристика, за която има опасност да смеси влияние със зависимата променлива, се избира дизайн на психологическото изследване със смесени групи. Това позволява да се контролира външната променлива и да се елиминира нейното влияние върху зависимата и независимата променливи. Понеже стойностите на смесващата променлива много трудно могат да бъдат напълно еднакви, се избира интервално смесване, при което стойностите са относително еднакви, но не прецизни [13].

Изследването е лонгитюдно – в продължение на времето се правят множество тестове, за да се проследят евентуалните промени в психо-физиологичното състояние на изследваните лица. Самият експеримент ще бъде подробно описван, за да може да се постигне репликативност – възможност експериментът да се повтаря многократно.

Пре-тестът (или такъв тест, който ще бъде направен преди звуково-методичната интервенция) ще даде представа за предварителното състояние на изследваните лица по отношение на конструктите тревожност, съсредоточеност, памет, креативност, мотивация, самооценка и пр. преди въвеждането на фактора. Същинският тест ще бъде самото изследване по време на провеждане на сеансите. С помощта на неколкократни Пост-тестове – непосредствено след различните процедури на слушане, така както са подредени в процеса на цялостното изследване от изследователя, няколко дни след тях, до месеци по-късно, ще се проследи наличието на резултатност (потвърждение на хипотезата) и нещо повече, в дългосрочен план, при последващи изследвания, ще покаже дали резултатите имат повтаряемост и устойчивост във времето и дали не са били ситуационно повлияни.

С оглед на изложеното по-горе са подбрани следните конститути и психологически и психоинженерни методи за тяхната оценка:

Самочувствие, активност, настроение [14] – ще бъде използвана методика разработена от Санктпетербургската военна академия и публикувана през 1984 г. Оценката според тази методика се основава на оценъчната биполяризация (обектът на изследване дава отговор по скалата от +3 до -3). Предвижда се оценката на три показателя – самочувствие, активност и настроение. Методиката за провеждането на изследването включва рангова оценка от субекта на 30 елемента, характеризиращи неговото моментно състояние. За всеки от изслеваните показатели се получава сумарен показател, който разделен на броя на въпросите дава оценка в диапазона [+1;-1]. Възможно е също така изчисляването на обобщен показател, чрез намирането на средно аритметично на трите частни токазателя.

Оценка на настроенията [15] – избраната методика е предназначена за оценка на моментното настроение и в определена степен на моментното емоционално състояние. Изследването включва отговори с „ДА“ и „НЕ“ на 21 въпроса. В зависимост от отговорите на определена група въпроси, скалите за оценка на моментното настроение са две:

1) Астенично състояние – състояние на психофизическа недостатъчност, изразяваща се в емоционална ранимост, раздразнение, бърза уморяемост, нарушение на паметта, трудна концентрация и намалена работоспособност;
2) Еуфорично състояние – характеризира се с безпричинно добро самочувствие, абнормална веселост, свръхвъзторжена оценка на случващото се.

Възможни са комбинации, които отчитат нарастваща степен както при астенично, така и при еуфорично състояние.

Изследване на тревожността чрез методика на Д.Тейлър [16] – тревожността и свързаната с нея напрегнатост са едни от най-важните параметри на психическите състояния на хората. Тревожността е чувство на емоционално напрежение, безпокойство и страх с неопределен произход, чувство на безсилие и несигурност. Тревожността има когнитивни и емоционални, конативни и моторни компоненти, като съществена роля играят когнитивните фактори. Тревожността най-често се свързва с очакване на социалните последствия от успех или неуспех. Тревожността в съвременната психоанализа се разглежда в два аспекта [17] – като състояние и като черта от характера. Тревожността като личностна черта отразява една устойчива индивидуална склонност към изпитване на тревога.

Въпросникът TMAS, измерващ тревожността като свойство на личността, е предпочитан поради по-голямата обхватност на симптоматиката и наличието на фонови въпроси, които прикриват основната цел на теста и по този начин елиминират даването на социално адекватен, на неотговарящ на истината отговор. Въпросникът също така включва в себе си и тест за надеждност, т.е. дава информация дали лицето се опитва да се представи в по-добра светлина, като прикрива признаци на тревожност.

Самооценка на емоционалните състояния [15] – оценката се прави на базата на четири скали, включващи оценка на състоянията „спокойствие – тревожност“, „енергичност – бодрост“, „приповдигнатост – подтиснатост“, “увереност в себе си – чувство за безпомощност“. Обектът на изследване трябва да посочи по един отговор, описващ най-добре моментното му емоционално състояние. За всеки отговор се дават определен брой точки от 1 до 10. Общата оценка на емоционалното състояние се получава чрез сумиране на оценките по четирите скали и е в диапазона [10,-10] точки, като колкото по-висока е оценката, толкова по-добро е емоционалното състояние.

Експериментално-психологично изследване на вниманието, на паметта и на изработването и пренастройката на навици на човека-оператор [18].

Това изследване е комплекс от три теста:

1) **Изследване на вниманието по метода на търсене и намиране на числа** – основната задача е да се направи количествена оценка на вниманието, както и на темпа на психическите процеси. С помощта на програма на изследваното лице се показва таблица със случайно подредени в нея числа, като той трябва възможно най-бързо в последователен ред да ги открива, посочва и назовава. Експериментаторът контролира правилността на показване и назоваване на числата. Взима се средното време от три последователни експеримента с различни таблици. Приема се, че до 35 секунди е налице добър резултат, от 36 до 51 секунди – задоволителен, а над 51 секунди – незадоволителен.
2) **Изследване на паметта по метода на запомняне и назоваване на думи** – има за задача да даде количествена оценка на паметта, както и да се правят изводи за това колко лесно се възприема вербално поставяне на задача, каква е емоционалната реакция на изследвания към свои грешки и др. За целта експериментаторът използва подготвена таблица с 10 думи, които прочита на изследваното лице, което трябва, веднага след като приключи четенето, в произволен ред да повтори колкото се може повече от тях в рамките на 40 секунди. Експериментаторът произнася думите с обичайни тон и темп, като прави между тях паузи, които позволяват да се повтори съответната дума на ум. При възпроизвеждането на думите от изследвания, експериментаторът отбелязва в таблицата правилно възпроизведените думи. Погрешно възпроизведени думи (такива, които не са казани от експериментатора) се записват в най-дясната колонка на таблицата. Експериментът се повтаря 8 пъти. Резултатът се представя в графичен вид като брой на правилно възпроизведени думи (ординатa) от поредния номер на експеримента (абсциса).
3) **Изследване на изработването и пренастройката на навици по метода на превключване между елементарни алгоритми на работа** – целта е да се направи оценка на изработването на навици от човека-оператор и пренастройката между тях. Изследването дава възможност да се съди и за умствената работоспособност и податливостта ѝ на тренировка. За целта изследваният трябва възможно най-бързо да извършва последователност

от прости аритметични операции по два различни алгоритъма, като периодично (през една минута) преминава от единия на другия алгоритъм. Резултатите от всяка операция се записват в дадената му таблица и служат като изходни стойности за следващата операция. След прекратяване на експеримента се извършва анализ на резултатите. Като средна производителност се приема записването в таблицата на 8 до 18 двойки в минута. Производителност под 8 двойки в минута се смята за ниска. При анализа на производителността съществена е не абсолютната ѝ стойност, а нейната динамика. Ако в процеса на работа производителността се увеличава без да се увеличава броят на грешките, то може да се смята, че е налице добра работоспособност и добра податливост на тренировка.

Изследване динамиката на работоспособността на човека-оператор - целта на изследването е да се демонстрира влиянието на производствения фактор монотонна умствена работа върху вниманието и работоспособността. Използва се програма **AxB.com**, която автоматично генерира двойки псевдослучайни числа, които изследваният субект събира на ум и въвежда резултата чрез клавиатурата. Числата се генерират така, че сумата да не бъде по-голяма от 999. Натискането на клавиш, различен от цифра или <Enter>, се игнорира. Натискането на клавиш цифра или <Enter> е окончателно (т.е. не е възможна корекция). Продължителността на изследването трае около 60 мин. През това време не се допуска прекъсване на работата или отвличане на вниманието от външни фактори (все едно се управлява автомобил с висока скорост при натоварено движение).

Програмата автоматично разпределя задачите в серии и изчислява съответните резултати за всяка серия. След изтичане на необходимото време програмата автоматично прекъсва генерирането на двойки числа и създава файл с експерименталните резултати в табличен вид:

Таблица1

Минута на приключване на серията	Брой задачи решени в серията	Брой на грешките в серията	Точност на работа в серията	Произво-дителност в серията
	L	F	$E = \frac{T}{T+F}$	$W = L\,E$

където $T = L - F$ е броят на правилно решените задачи в серията.

Експериментално-психологично изследване на паметта и вниманието на оператора - изследването се състои от три теста:

1) **Изследване на кратковременната зрителна памет –** Експериментаторът съставя таблица с произволни (псевдослучайни) двуцифрени числа, представя я на изследваното лице в продължение на 20 сек., след което я скрива. Изследваният записва онези числа от нея, които е запомнил. Оценката за кратковременната зрителна памет се прави според количеството правилно възпроизведени числа. Нормата за възрастен човек е 7 и повече.

2) **Концентрация и превключване на вниманието –** Този тест е типичен за проверка на лица, готвещи се за оператори. Изследваният трябва да оцени и сумира показанията на няколко групи стрелкови прибори, съобразявайки се със знака и стойността на едно деление. Приборите, които участват във всяка от петте групи са показани схематично чрез маркиране на зоната на разположението им в съответната матрица. При провеждане на експеримента се отчита изразходваното от изследвания време $\boldsymbol{t}$ в секунди за изпълнение на цялата задача и количеството правилни отговори $\boldsymbol{N}$, които е получил и се оценява неговата ефективност.

3. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Представената съвкупност от методи ще бъдат реализирани в единна среда за отдалечено провеждане на изследванията, автоматично събиране и обработка на данни. На по-късен етап се предвижда интегрирането и на система за измерване на биометрични параметри, което би дало възможност за обективизиране и количествяване на провежданите изследвания.

Основната работна хипотеза е, че психоакустично модифицираната музика оказва влияние върху психофизиологичните характеристики като надеждност, издръжливост, точност, повишена емоционална удовлетвореност, мотивация и др., независимо от посоката по дименсията повишаване-понижаване на стойностите. На по-късен етап се предвижда опит за доказване на хипотезата, че тези конструкти не само се влияят от фактора, но и за прогреса им в резултат на това влияние, т. е. че под въздействието на звуци, обработени като музика с определена честота, сила, акустика, комбинация на мелодиите и т.н., се повишават нивата на мотивираност, удовлетвореност, издръжливост, точност, памет и пр.

ЛИТЕРАТУРА

[1] Brown, D., (1991), ***Human Universals***, McGraw-Hill, 1991

[2] North, A.C., Hargreaves, D.J., (1996), ***Responses to music in aerobic exercise and yogic relaxation classes***, Br. J. Psychol. 87, 535–547, 1996

[3] Sloboda, J.A., O'Neill, S.A., (2001), ***Emotions in everyday listening to music. In Music and Emotion: Theory and Research***, Oxford University Press, pp. 415–429, 2001

[4] Sloboda, J.A. et al., (2001), ***Functions of music in everyday life: an exploratory study using the experience sampling method***, Music. Sci. 5, 9–32, 2001

[5] Firlik, K. (2006), ***Another Day in the Frontal Lobe: A Brain Surgeon Explores Life on the Inside***, Random House, 2006

[6] McNeil, D. (1995), ***Keeping Together in Time: Dance and Drill in Human History***, Harvard University Press, 1995

[7] Soto, D. et al., (2009), ***Pleasant music overcomes the loss of awareness in patients with visual neglect***, Proc. Natl. Acad. Sci. U.S.A. 106, 6011–6016, 2009

[8] Terry, P.C. et al., (2012), ***Effects of synchronous music on treadmill running among elite triathletes***, J. Sci. Med. Sport 15, 52–57, 2012

[9] Merriam, A.P., (1964), ***The Anthropology of Music***, Northwestern University Press, 1964

[10] Gee, B., Thompson, K., Pierce, A., Toupin, M., Holst, J., (2015), ***The effectiveness of auditory stimulation in children with autism spectrum disorders: A case–control study***, International Journal of Therapy and Rehabilitation, Vol 22, No 1, January 2015

[11] Gee, B.M., Thompson, K., St John, H., (2014), ***Efficacy of a Sound-based Intervention with a Child with an Autism Spectrum Disorder and Auditory Sensory Over-responsivity***, Occup. Ther. Int., 21: 12–20. doi:10.1002/oti.1359, 2014

[12] Калинов, К., (2001), ***Статистически методи в поведенческите и социалните науки***, С., 2001

[13] Харалампиев, К., (2012), ***Въведение в основните статистически методи за анализ***, София, 2012

[14] Леонова, А.Б., (1984), ***Психодиагностика функциональных состояний человека.*** М., 1984

[15] Марищук, В.Л. и др., *(1984),* ***Методики психодиагностики в спорте***, М.,1*984*

[16] Иванов, И., (1999), ***Методики за изследване на функционалните състояния,*** Шумен, 1999

[17] Щетински, Д., Паспаланов, *И., (1989),* ***Методическо пособие за работа с българската форма на въпросника за оценка на тревожността на Ч. Спилбъргър (STAI - форма Y),***С.,1989

[18] Гълъбов, В., (2010), Човеко-машинни системи за управление, Издателство на ТУ-София, 2010

Автори: Кирил Борисов, докторант, катедра „Автоматизация на непрекъснатите производства“, Факултет Автоматика, ТУ-София, E-mail address: *kiril.p.borisov@gmail.com*; Десислава Стоицева-Деличева, гл. ас. д-р, катедра катедра „Автоматизация на непрекъснатите производства“, Факултет Автоматика, ТУ-София, E-mail address: *stoitseva@tu-sofia.bg* ; Васил Гълъбов, доц. д-р, катедра катедра „Автоматизация на непрекъснатите производства“, Факултет Автоматика, ТУ-София, E-mail address:*vtg@tu-sofia.bg*

Постъпила на 02.05.2017 г. **Рецензент:** проф. д-р Снежана Йорданова

УЕЙВЛЕТ АНАЛИЗ НА ХИДРОМЕТЕОРОЛОГИЧНИ ВРЕМЕВИ РЕДОВЕ ЗА СЕДЕМ БЪЛГАРСКИ ГРАДА

Йорданка Генова Дунчева

Резюме:*Целта на настоящата работа е да се проучат дългосрочните цикли и зависимости в хидрометеорологичните данни за средните месечни температури на въздуха и месечните валежи на територията на България за седем населени места в периода 1930-2009г. Използвани са методи на уейвлет анализ за изследване на честотните компоненти. С уйвлеткохерентност се детектира силна зависимост между температурата и валежите за честотите отговарящи на годишния цикъл и за ниските честоти.Този тип анализ е подходящ за проучването на дългосрочни вариации в хидрометеорологичните времеви редове.*
Ключови думи: *уейвлетанализ, времеви редове, дългосрочно поведение*

WAVELET ANALYSIS OF HYDROMETEOROLOGICAL TIME SERIES FOR SEVEN BULGARIAN LOCATIONS

Iordanka Guenova Dountcheva

Abstract*: The aim of this work is to study the long term behavior of mean monthly air temperature and precipitation blended time series from seven Bulgarian towns for the period 1930–2009. Wavelet analysis is used to detect the time-frequency components of the two variables. Wavelet coherence of the air temperature and total precipitation show strong dependence for the annual cycle and the low frequencies. This approach is useful for the detection of long term variations in hydro-climatologic time series.*
Keywords: *wavelet analysis, time series, long term behavior*

1. ВЪВЕДЕНИЕ

Проучването на дългосрочното поведение на климатични променливи като температурата на въздуха и валежите е особено важно за създаването на стохастични модели, които описват поведението им и техните взаимодействия с останалите хидрометеорологични променливи, принадлежащи на хидроложкия цикъл, които в общия случай проявяват нестационарност и нелинейност.
Подходящ подход към изучаването на дългосрочното поведение на такъв вид сигнали е уейвлет анализ (УА), представляващ разлагане на произволен сигналв ред от предварително известни математически функции, което дава информация за него в различни времеви и честотни мащаби [2]. Освен това, взаимния уейвлет (crosswavelet) спектър и уейвлеткохерентостта (waveletcoherence) на два

© 2017 Publishing House of Technical University of Sofia
All rights reserved

ISSN 1311-0829

уейвлет-преобразувани сигнала могат да се използват за откриването взаимодействия между тях. Този тип техники са широко използвани през последните три десетилетия за анализ на процеси от различен характер - гео-физични, хидроложки, метеорологични, биомедицински, интернет трафик и други [6 и негови референции].

Основната цел на тази работа е да се проучи как УА може да задълбочи познаването на дългосрочното поведение на климатичните променливи и техните взаимодействия.Използвани са уейвлет преобразуване, взаимен уейвлет спектър и уейвлеткохерентност за анализа на средните месечни температури и месечните валежи на седем населени места в България за периода 1930-2009 и резултатите са изследвани за наличието на дългосрочни цикли (период $\geq$ 1 година).

2. ОПИСАНИЕ НА ПРОБЛЕМА

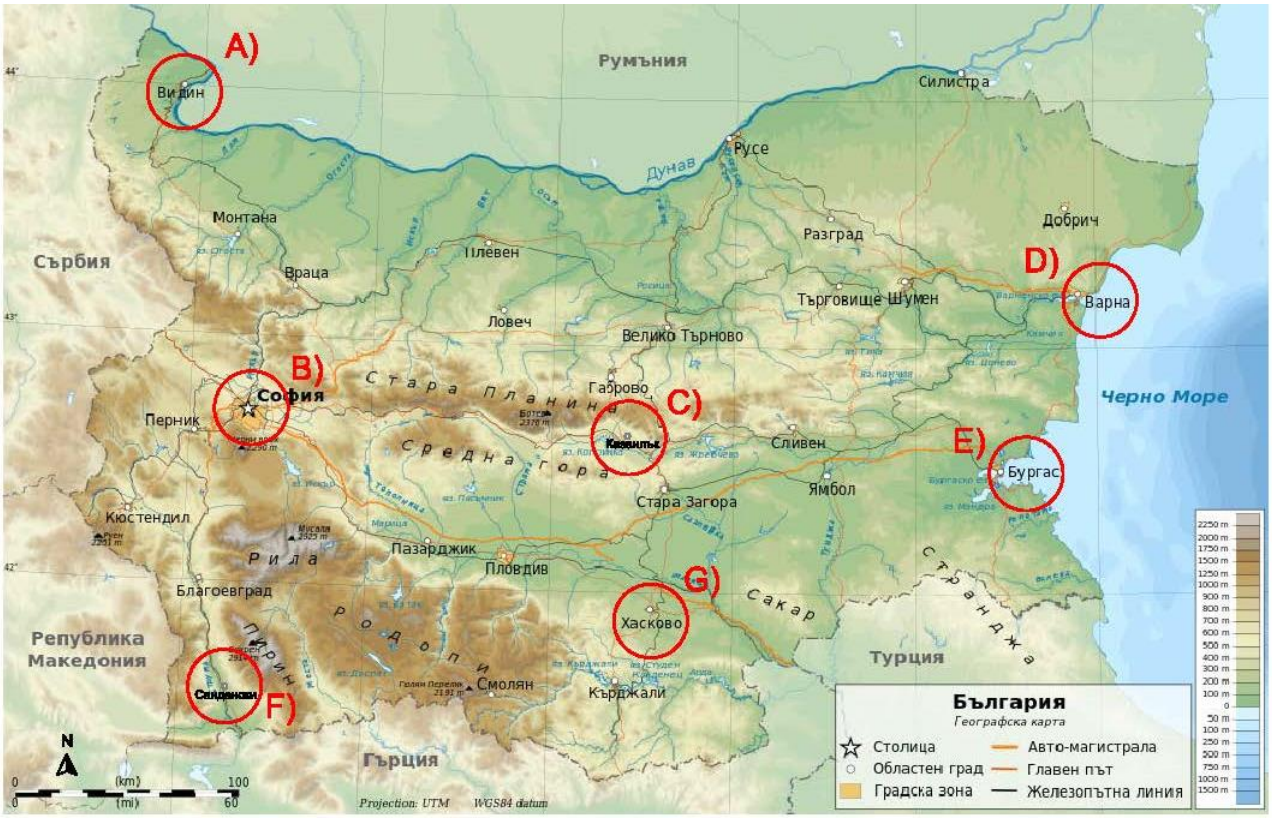
Създаването и последващото успешно използване, както на стохастични така и на физични модели, описващи хидроложкия цикъл до голяма степен зависи от доброто познаване и разбиране на неговите компоненти и процеси.

Проблемът, който се разглежда в настоящата работа е проучването на дългосрочното поведение на две от важните хидрометеорологични променливи, участващи в повечето метеорологични и хидроложки модели - температура на въздуха и валежи. Целта е да се получи времево-честотно им преобразуване и с негова помощ да се изследва наличието на цикличност, също така корелацията и кохернтността между тях за периода 01.1930-12.2009г.

Районът на проучване е България, европейска страна чийто климат е повлиян както от континентална Европа, така и от Средиземноморието. Територията има ясно разделение на северна и южна част, дефинирано от ориентираната на изток-запад Старопланинска верига. Средните годишни температури на въздуха варират от -3.0ºC до 14.0ºC, в зависимост от местоположението и надморската височина на измерване. Средните годишни валежи са около 500-650 мм, с вариации в интервала от 440 до 1020 мм. [1].

Пред вид климатичното разнообразие за използването на УА е направен опит да се покрие максимална територия, като ограничението е наложено от наличието на непрекъснати времеви редове за проучвания период. Избрани са седем града със смесени данни (от различни метеорологични станции и за различни периоди) за месечни средни температури на въздуха [ºC] и месечни валежи [мм/м^2] – Видин и Варна се намират в северна България, а останалите пет - София, Казанлък, Бургас, Сандански и Хасково - в южна България.

Данните са заредени в електронен вариант от *www.stringmeteo.com*, където като първоизточници са посочени годишните статистически издания на Националния статистически институт и на Националния институт по метеорология и хидрология. Карта с местоположението на градовете е показана на фиг.1:



Фиг.1. Местоположение на населените места- A) Видин, B) София, C) Казанлък, D) Варна, E) Бургас, F) Сандански, G) Хасково

3. РЕШЕНИЕ НА ПРОБЛЕМА

Методите, използвани за решаването на гореописания проблем сауейвлет преобразуване, включително графично изобразяване на уейвлет спектъра на температурните и валежните времеви редове спрямо авто-регресионен модел, представляващ червен шум с доверителен интервал 95%. В последствие се използва взаимен уейвлет спектър и уейвлеткохерентност за детектиране на дългосрочни зависимости между двете променливи.

- ***Уейвлет спектър.***

Произволен едномерен сигнал *X(t)*, функция на времето *t*, ако е изпълнено условието:

$$\int_{t_1}^{t_2} [X(t)]dt < \infty, \tag{1}$$

може да се представи като ортогонална система от функции $\{\varphi_n(t)\}$

$$X(t) = C_0\varphi_0(t) + \cdots C_n\varphi_n(t) + \cdots = \sum_{n=0}^{\infty} C_n\,\varphi_n(t), \tag{2}$$

чиито коефициенти C_n се определят по формулата:

$$C_n = \frac{1}{\|\varphi_n\|^2} \int_{t_1}^{t_2} X(t)\,\varphi_n(t)dt, \tag{3}$$

където

$$\|\boldsymbol{\varphi_n}\|^2 = \int_{t_1}^{t_2} \boldsymbol{\varphi_n^2(t)dt}, \tag{4}$$

е квадратът на нормата или енергията на базисната функция $\boldsymbol{\varphi}_n$ *(t).* Освен това се предполага, че никоя от базисните функции не е тъждествено равна на нула $(\boldsymbol{\varphi}_n(t) \neq \mathbf{0})$в интервала на ортогоналност $[t_1, t_2]$ и е изпълнено условието:

$$\int_{t_1}^{t_2} \varphi_k(t)\,\varphi_n(t)dt = \begin{cases} \|\varphi_n\|^2, k = n \\ 0, \quad k \neq n \end{cases} \tag{5}$$

Базисната функция $\varphi_n(t)$, за която квадратът на нормата е равен на единица $(||\varphi n(t)||^2=1)$ се нарича нормирана (или от английски нормална), а пълната система функции $\{\varphi_n(t)\}$се нарича ортогонално нормирана или ортонормална, също така може да се срещне названието ортонормиран базис.

Редът *X(t),* дефиниран с уравнение (2) и коефициенти, изчислени според формула (3) се нарича обобщен ред на Фурие. Членовете $C_n\varphi_n(t)$ представляват спекралния компонент на сигнала *X(t)*, а множеството коефициенти $\{C_0$,..,C_n ,..$\}$- неговият спектър. Спектралният анализ или определянето на спектралната плътност на един сигнал се състои в аналитичното или емпирично пресмятане на коефициентите C_n според формула (3). Редът от уравнение (2) може да бъде апроксимиран (приближен) като се фиксира броят членове N:

$$X^T(t) = C_0\varphi_0(t) + \cdots C_n\varphi_n(t) = \sum_{n=0}^{N} C_n\,\varphi_n(t), \tag{2'}$$

Непрекъснато уейвлет преобразуване на едномерен сигнал *X(t)***,** функция на времето *t,* може де се дефинира като представянето му с обобщен ред на Фурие чрез базисни функции от типа:

$$\psi_{su}(t) = \sqrt{\frac{1}{s}}\psi\left(\frac{t-u}{s}\right), \tag{6}$$

където $s \in R/0 и u \in R$са мащабиращ *(s)* и отместващ *(u)* във времето*t*параметри, които трансформират т.нар. уейвлетфункция майка (motherwavelet) във семейство (или множество) от уейвлет функции. Множителят $\sqrt{1/s}$ осигурява независимост на нормираната функция от параметъра*s*.

Непрекъснато уейвлет преобразуване на дискретен сигнал X_t, за постоянен интервал на дискретизация Δt and *t=0,1,.....T-1* се дефинира като:

$$W_X(s,u) = \sum_{t=0}^{T-1} X_t\,\psi_{s,u}^*(t), \tag{7}$$

където

$$\psi_{su}(t) = \sqrt{\frac{\Delta t}{s}}\psi\left(\frac{(t-u)\Delta t}{s}\right), \tag{8}$$

а символът*(*)*означава комплексно спрягане на функцията ψ.

Важни свойства на уейвлет функциите са нулева средна стойност, линейност и

самоподобие.
В настоящия случай е използвана уейвлет функция на Морле (Morlet wavelet), дефинирана със следната формула:

$$\psi(t) = \pi^{-1/4} e^{i\omega_0 t} e^{-t/2}, \quad (9)$$

Където ω0 е честота. Нейният избор е обусловен от добрия компромис, който осигурява между честотна и времева резолюция [3] и е често прилагана в практиката за анализ на гео-физични времеви редове [4], [6].

Поради крайната дължина на времевите редове в краищата на уейвлет спектъра се получават грешки, които се избягват с дефинирането на т.нар. конус на влияние (coneofinfluence). Той представлява зоната, в която грешките са пренебрежими и за уейвлет функцията на Морле се дефинира аналитично като $u \leq \sqrt{2}s$ за цялото семейство от уейвлетфункции.

Статистическата значимост на уейвлет спектрите е тествана приемайки нулева хипотеза, че времевите редове са случайни величини, генерирани със статистическите авто-корелационни характеристики на червен шум. Приема се 95% доверителен интервал. Значимостта на дългосрочните цикли се тества като се сравнява глобалния уейвлет спектър на времевия ред спрямо спектъра на червения шум. Спектърът на червения шум се апроксимира с авто-регресионен процес от типа AR(1). Уейвлет коефициентите на червения шум се пресмятат като $\frac{\phi_1+\phi_2^{1/2}}{2}$, където ϕ_1 и ϕ_2 са коефициентите на корелация в моментите t_1 и t_2 на времевите редове. Повече информация в [3], [6].

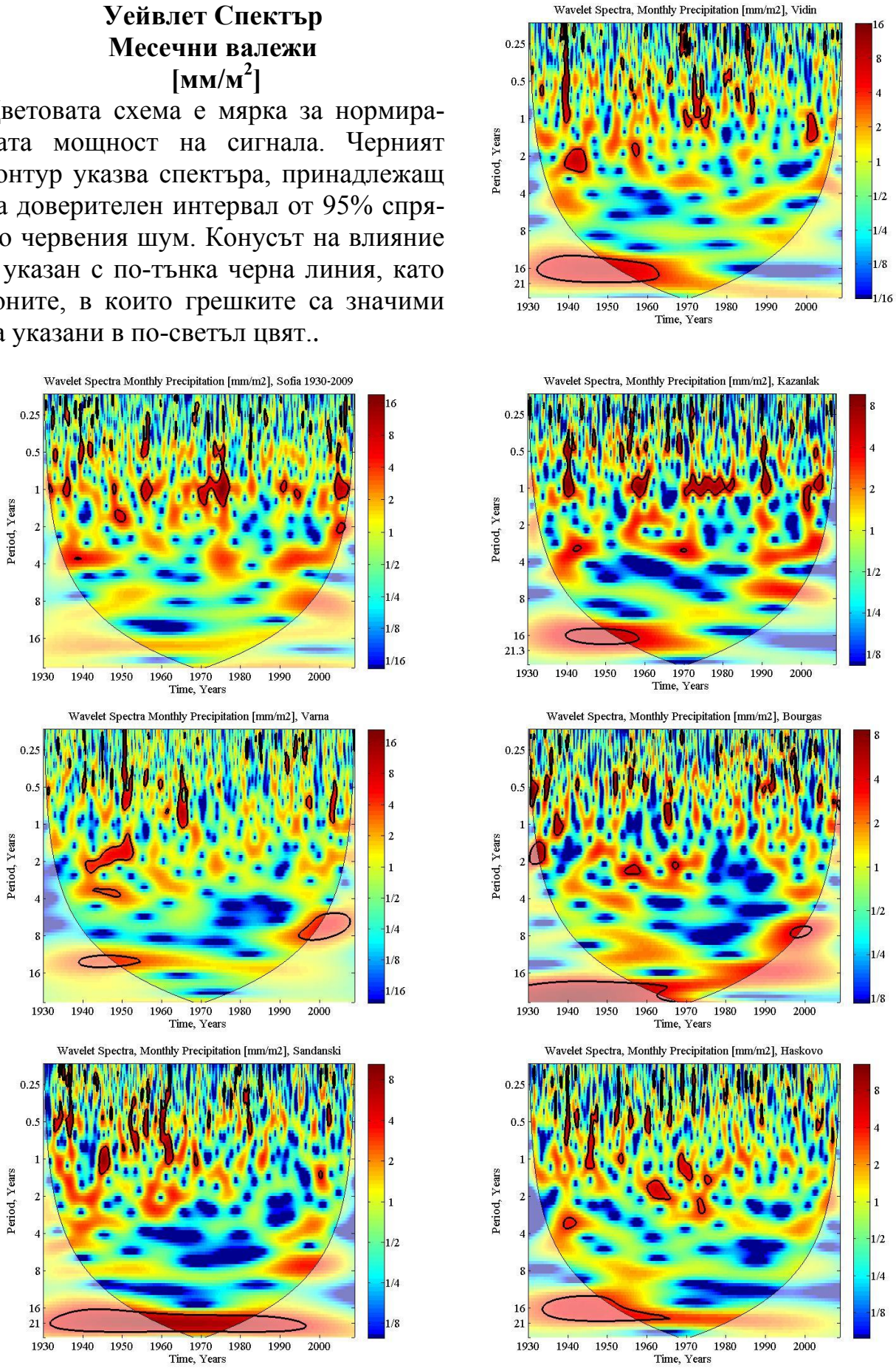
За получаването на уейвлет спектъра н средните месечни температури на въздуха и месечните валежи е използван код в програмна среда Матлаб (Matlab R2012a). Резултатите са показани съответно на фиг.2.

Уейвлет спектърът на температурата не е показан графично, тъй като за всички населени места единственият силно проявен цикъл в доверителния интервал от 95% спрямо червения шум е годишният. В графиките на уейвлет спектъра на валежите (фиг.3) обаче, се наблюдават разлики - за градовете Видин, София и Казанлък се детектира годишен цикъл, който е значим за останалите населени места само във времевия прозорец 1940-1970 и незначителен за градовете на Черноморското крайбрежие – Варна и Бургас , където се наблюдава 2-4 годишен цикъл в същия времеви прозорец.

Обособен 4-годишен цикъл има и в спектъра на София. За ниските честоти найсилно изразени са компонентите с цикъл 16-21 г. при валежите измерени в Сандански и приблизително във времевия интервал 1955-1960 за Видин, Казанлък, Бургас и Хасково.

Уейвлет Спектър
Месечни валежи
[мм/м^2]

Цветовата схема е мярка за нормираната мощност на сигнала. Черният контур указва спектъра, принадлежащ на доверителен интервал от 95% спрямо червения шум. Конусът на влияние е указан с по-тънка черна линия, като зоните, в които грешките са значими са указани в по-светъл цвят..



Фиг.2. Уейвлет спектър на месечните валежи по градове.

- ***Взаимен уейвлет спектър и уейвлеткохерентност***

За дискрени сигнали X_t и Y_tс постоянен интервал на дискретизация Δt и t=0,1,…..T-1 с уейвлет преобразувания W_X and W_Y, дефиниран според уравнение (7), уейвлет спектрите ще бъдат съответно:

$$\|W_X(s,u)\|^2 = \frac{1}{T}\sum_{k=0}^{T-1}|W_X(s,u)|^2, \quad (10)$$

$$\|W_Y(s,u)\|^2 = \frac{1}{T}\sum_{k=0}^{T-1}|W_Y(s,u)|^2, \quad (11)$$

Взаимният уейвлет спектър се дефинира като:

$$W_{X,Y}(s,u) = W_X(s,u)W_Y^*(s,u) \quad (12)$$

Взаимната уейвлет енергия се пресмята като $|W_{XY}|$, а фазовата разлика между сериите се пресмята като *arct(W_{XY})*, чиято физическа интерпретация е закъснението между процесите X и Y. За получаване на уейвлеткохерентността се нормира взаимния уейвлет спектър

$$R_{X,Y=}\frac{\left|\langle S^{-1}W_{X,Y}(s,u)\rangle\right|^2}{\langle S^{-1}\left|W_{X,X}(s,u)\right|^2\rangle\langle S^{-1}\left|W_{Y,Y}(s,u)\right|^2\rangle}, \quad (13)$$

където с$\langle\ .\ \rangle$се означава операторът$S(W) = S_{scale}\left(S_{time}W_k(s)\right)$.

Взаимният уейлет спектър и уейвлеткохерентността на средните месечни температури на въздуха и месечните валежи са изчислени и изчертани с код в програмна среда Матлаб (MatlabR2012a). Резултатите са показани съответно на фиг.3 и на фиг.4.

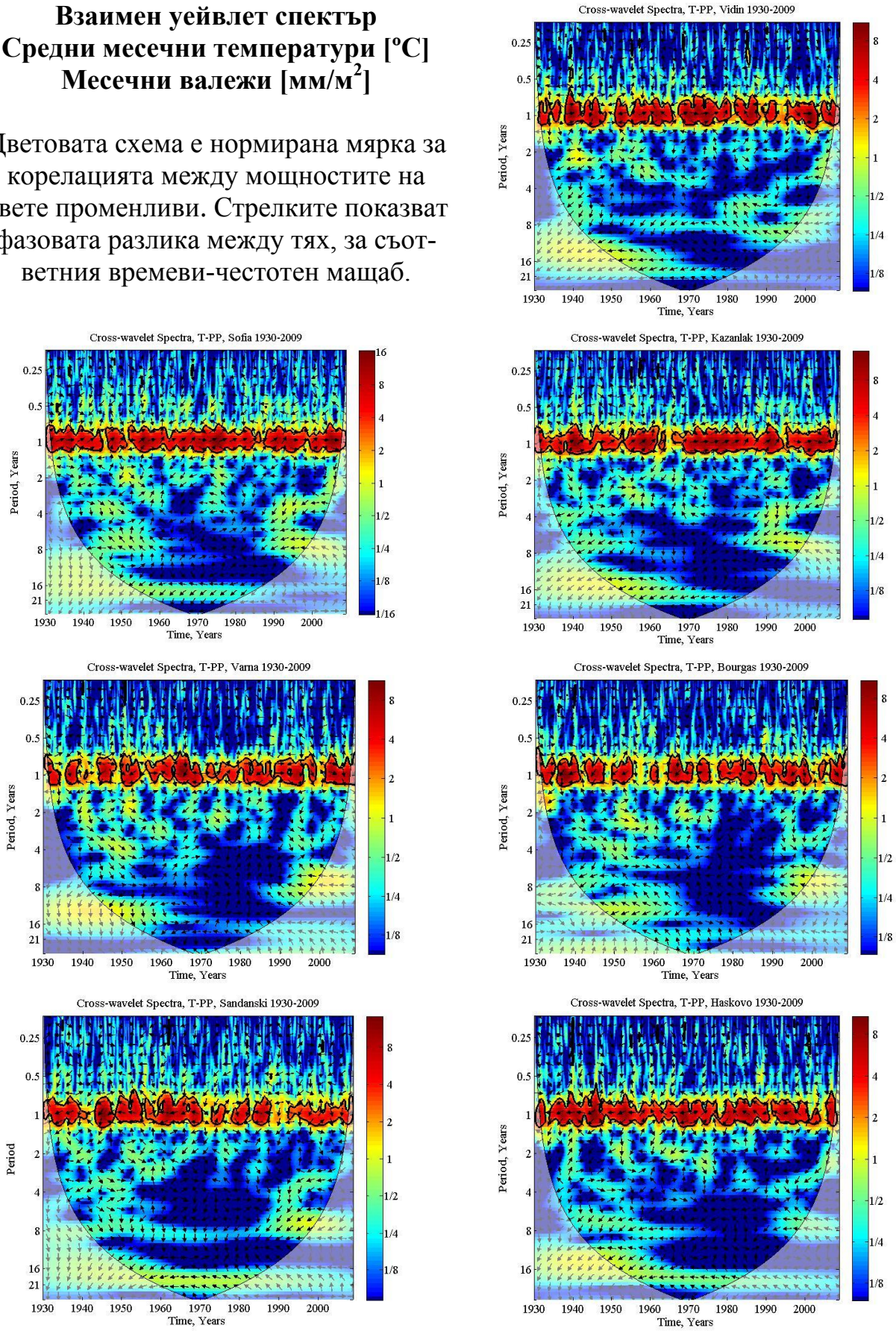
Взаимният уейвлет спектър (фиг.3) на всички градове до голяма степен повтаря уейвлет спектъра на температурата със силна корелация за едногодишния цикъл. Графиките на уейвлеткохерентността (фиг.4) на всички градове за двете променливи имат зони на кохерентност за годишния цикъл, която е по-силна и само с 1–2 месеца закъснение за София и Казанлък, а по-слаба и с подобна фазова разлика за Видин. Най-слаба е кохерентността за цикъла от 1 г. за градовете на Черноморието – Варна и Бургас. Температурата и валежите за тази честота са в антифаза [π] за градовете Бургас, Хасково и Сандански. За ниските честоти има обща зона на кохерентност за всички градове, освен Бургас, във времевия прозорец 1930–70 г.за периода между 8 и 16 г., съвпадащ със закъснение в интервала [π, 3/4π], която обаче частично попада извън конуса на влияние. Друга обща зона на силна на кохерентност за 7-те града е в интервала с честоти между 4-11 г. във времевия прозорец 1980-2000г.

4. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Изследването на средните месечни температури на въздуха и месечните валежи на седем населени места в България с УА, с цел да се детектира дългосрочно поведение във времевите редове, показва че методът е подходящ за проучване на климатични вариации в различен времеви и честотен мащаб.

Взаимен уейвлет спектър
Средни месечни температури [ºC]
Месечни валежи [мм/м^2]

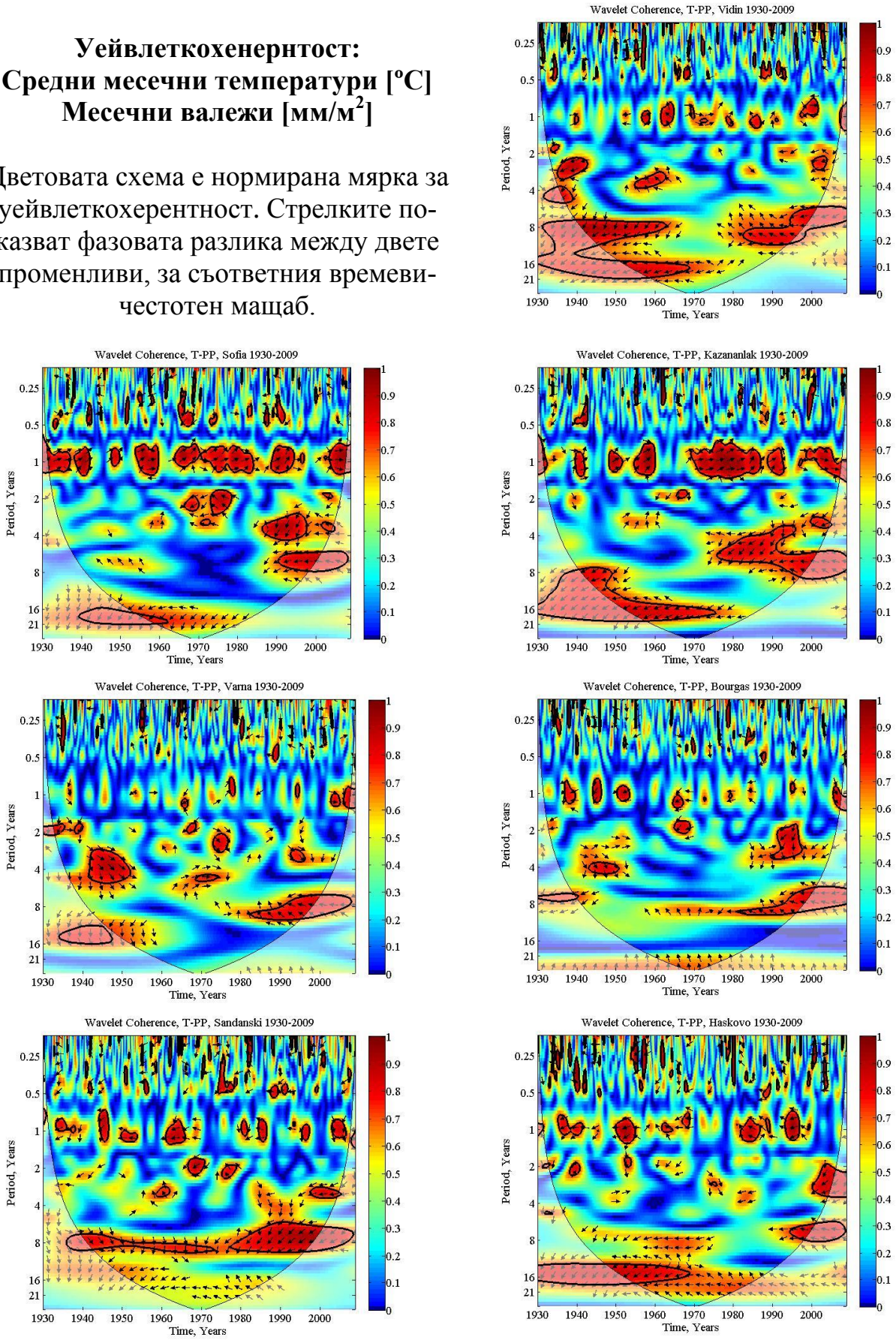
Цветовата схема е нормирана мярка за корелацията между мощностите на двете променливи. Стрелките показват фазовата разлика между тях, за съответния времеви-честотен мащаб.



Фиг.3. Взаимен уейвлет спектър между средни месечни температурии валежи по градове

Уейвлеткохенернтост:
Средни месечни температури [ºC]
Месечни валежи [мм/м^2]

Цветовата схема е нормирана мярка за уейвлеткохерентност. Стрелките показват фазовата разлика между двете променливи, за съответния времеви-честотен мащаб.



Фиг.4. Уейвлеткохерентност между средни месечни температури и валежи по градове

Освен това методът позволява да се направи групиране на градовете според графичния анализ на уейвлет спектъра по подобие на цветовите схеми. Би могло да се приеме, че подобието в спектрограмите отговаря на подобие във физико-географските условия и положение. По-конкретно: Видин – самостоятелна група -град разположен на река Дунав, София и Казанлък – градове разположени в затворени от планини долини, Варна и Бургас – градове разположени на Черно море, Хасково и Сандански – градове разположени в най-южната част на страната и с най-силно влияние от Средиземноморието.
Детектирана е ковариация за дългосрочните цикли и за двете изследвани променливи за всички градове – за времевия прозорец 1930–1970 с честоти отговарящи на периоди 11 - 20 г. (с изкл. на Бургас) и за времевия прозорец 1980-2000 с честоти, отговарящи на период 4- 11г.
В заключение използваната методология е полезен подход за изучаването на хидро-климатични променливи и тяхното дългосрочно поведение, а конкретно за изследваните градове се разширяват познанията за климатичните цикли на територията на България. Също така направеният УА може да се използва като база за следващи проучвания и характеризиране на климата на страната.

БЛАГОДАРНОСТИ

Специални благодарности на ръководителите на дисертацията ми за съветите и подкрепата при подготовката на настоящата работа - Васил Гълъбов от Технически Университет - София, Хуан Хосе Гомес Алдай и Давид Санз от Университет Кастиля-ЛаМанча-Испания.

ЛИТЕРАТУРА

[1] Alexandrov, V., M. Schneider, E. Koleva, J. M. Moisselin. Climate variability and change in Bulgaria during the 20th century. Theoretical and Applied Climatology, DOI 10.1007/s00704-004-0073-4, 79(3-4), pp. 133-149, 2004

[2] Daubechies, Ingrid. Ten lectures on wavelets. Society for industrial and applied mathematics, ISBN: 978-0-898712-74-2,1992

[3] Grinsted, A., J. C. Moore, S. Jevrejeva, Application of the cross wavelet transform and wavelet coherence to geophysical time series, Nonlinear processes in geophysics,
SRef-ID: 1607-7946/npg/2004-11-561,11(5/6), pp. 561-566, 2004

[4] Labat, D., Recent advances in wavelet analyses: Part 1. A review of concepts, Journal of Hydrology, DOI:10.1016/j.jhydrol.2005.04.003, 314.1, pp. 275-288, 2005

[5] Mallat, S., A wavelet tour of signal processing. Academic press, ISBN: 978-0-12-374370-1, 1999

[6] Torrence, Ch., G. P. Compo. A practical guide to wavelet analysis. Bulletin of the American Meteorological society, 1998, DOI:
http://dx.doi.org/10.1175/1520-0477(1998)079<0061:APGTWA>2.0.CO, 279.1, pp. 61-78,

Автор: Йорданка Генова Дунчева, маг. инж., докторант, катедра „Автоматизация на непрекъснатите производства“, Факултет Автоматика, Технически Университет-София и Университет Кастиля-ЛаМанча-Испания, E-mail address: *dountcheva@sofia-project.com*

Постъпила на 22.04.2017 г. **Рецензент:** доц. д-р Станислав Енев

ФРАКТАЛНИ МОДЕЛИ ЗА АПРОКСИМАЦИЯ НА СЛУЧАЙНИ ПРОЦЕСИ

Галина Чернева

Резюме: *Фракталната теория, математичният апарат на дробната размерност, мащабната инвариантност и самоподобието са в основата на фракталните методи за анализ, които намират приложение в различни области на науката. Те могат да се използват и при изследване на случайни процеси. В изследванията е предложен модел за апроксимация на случайни процеси, които не се подчиняват на допускането за марковост. Той се базира на теорията на фракталите и свързаните с тях атрибути - дробна размерност, скейлинг и самоподобие. Предложеният модел може да се използва и при анализ на процесите в транспортни системи*
Ключови думи: *случайни процеси, фрактали, мащабна инвариантност, самоподобие, дробна размерност*

FRACTAL MODELS FOR APPROXIMATION OF RANDOM PROCESSES

Galina Cherneva

Abstract*: In the base of the fractal analysis methods are the fractal theory, the mathematical tools of fractional dimension, the scale invariance and the self-similarity, which are used in different areas of the science. Its are used in the study of the random processes too. In the paper is proposed model for approximation of random processes, which do not Markov processes. It is based on the theory of the fractals and related with its attributes -fractional dimension, scaling and self-similarity. The proposed model can be used in analysis of processes in transport systems*
Keywords: *random processes, fractals, scale invariance, self-similarity, fractional dimension*

1. ВЪВЕДЕНИЕ

В съвременните научни изследвания пълното описание на редица явления и процеси е невъзможно само със средствата на класическата математика. Така например пространството с цяла размерност и гладките функции не са достатъчни за представяне процесите в елетромагнитното поле, обработката на сигнали и други области на физиката и техниката. В математиката се появиха и успешно се използват нови математически модели за описване на негладки процеси: теорията на катастрофите за описване на прекъснати процеси и теорията

© 2017 Publishing House of Technical University of Sofia
All rights reserved

ISSN 1311-0829

на фракталите за описване на процеси, които са локално негладки.
Фракталната теория [1,2] и съвременният функционален анализ, които са свързани с теорията на множествата и математичния апарат на дробната размерност [8,9,10,11,12], откриват големи потенциални възможности и нови перспективи при изследванията в съвременната наука [3,4,5,6,7]. Тези идеи са в основата на принципно нови методи за анализ – фрактални методи, които се прилагат при изследвания в редица области: радиолокация [4], при разсейване на радиовълните [5], за обработка на изображения [6], при изследване на трафика в телекомуникационни мрежи [3].
Дробната топологична размерност на пространство на състоянията и мащабна инвариантност намират приложение и при изследване на случайни процеси от различен характер.
Целта на настоящето изследване е да се изведе математичен модел, базиращ се на фракталните характеристики - дробна размерност, мащабна инвариантност и самоподобие, който да е адекватен на процесите в немарковски системи. Този модел е приложим за апроксимация на процеси в транспортни системи, както и при разработване на алгоритми за управление в тях, базирани на оператори от обобщеното дробно смятане [8,9,10].

2. ОБОБЩЕНИЕ НА ИЗВЕСТНИТЕ МЕТОДИ ЗА ОЦЕНКА НА СЛУЧАЙНИ ПРОЦЕСИ В СЛОЖНИ СИСТЕМИ

За изследване на случайни процеси най-често се използват модели, в които зависимостта на различните величини една от друга и от времето се предполага че е гладка, т.е. описват се с диференцируеми функции. В много случаи се предпочитат крайно-параметрични модели на случайния процес [3], като в редица приложения това приближение води до голяма грешка.
При моделиране на процесите на функциониране на много технически системи се използват марковските процеси [2,5], т.е. приема се, че знанието за бъдещето не зависи от миналото при фиксирано настояще. Това разглеждане на процесите без последействие е допустимо за някои практически задачи, но често пъти не отговаря на обективната реалност. С помощта на допълнителни ограничения често процесите в системи с последействие също се трактуват за марковски и се използва тази теория.
Най-честият случай за моделиране на марковските процеси е чрез Поасоновото разпределение [2,5], където вероятността за настъпване на събитието в даден интервал от време се задава с експоненциална зависимост.
Често използван вероятностен модел на марковски случаен процес е Брауновото движение [2], дефинирано математически по-късно от Винер [5] Известни са свойствата на Винеровия процес [5] като процес с независими и стационарни нараствания, които имат гаусово разпределение. Там е дефинирано вид самоподобие, изразено като статистическа идентичност на процеса при мащабиране по двете координатни оси.
В редица системи, обаче, случайните процеси не се подчиняват на допускането за марковост. В много случаи се наблюдава по-дългосрочна зависимост при оп-

ределена времева скала, която се проявява като връзка на събитията в даден интервал от време със събития, случили се в съвсем отдалечен във времето момент. Налице е и самоподобие, което показва, че вероятностната структура на процеса е подобна на част от него в дадената времева скала. Тогава се появява необходимост от по-ефективен и адекватен на реалните процеси модел.

3. СЪЩНОСТ И ХАРАКТЕРИСТИКИ НА ФРАКТАЛНИЯ АПРОКСИМАЦИОНЕН МОДЕЛ

Сред най-важните фрактални характеристики, които трябва да притежава моделът, са дробна размерност, мащабна инвариантност (скейлинг) и самоподобие [2].

Размерността на процеса се определя чрез известната лема на Гейн-Борел [2] по броя на елементарните клетки, с които могат да бъдат покрити всички топологични многообразия в него.

За случаен ред от дискретни събития $\{x_i(\tau)\}$ скейлингова симетрия се описва със степенна зависимост от вида:

$$F[x_i(\tau)] \approx A\tau^{\alpha}, \qquad (1)$$

където τ може да бъде интервал на корелация или друга величина,

α– скейлингов показател.

Зависимост (1) удовлетворява съотношението за еднородност или скейлинг [2], според което, при едновременно умножение на аргумента τ с един и същ произволен множител λ, стойността на функцията се умножава на някаква степен α на този множител.

Зависимост (1) означава и инвариантност на стохастичния показател α при изменение на мащаба на функцията F в зависимост от реда $x(\tau)$.

Важно изискване при избора на функцията F е мащабната инвариантност относно линейните преобразувания на реда на наблюдение, т.е.

$$F[x_i(\lambda\tau)] = \lambda F[x_i(\tau)] = C(\lambda\tau)^{\alpha}, \qquad (2)$$

което позволява съответното мащабиране.

Приложена към физичните уравнения, мащабната инвариантност може да се изрази като:

$$x \to kx \;;\; y \to ky \;;\; z \to kz \;;\; t \to kt\,. \qquad (3)$$

Тук се разбира само изменение на мерните единици, при запазване на пространство-времевата координатна система.

Тези изменения представляват мащабни преобразувания, като в новите единици вероятностната мярка се изразява със същите формули, както и в старите. Това позволява зависимостите да запазят вида си при изменение на разстоянията и времевите интервали в еднакъв мащаб и определя инвариантността на разглежданите функции към тези преобразувания.

Присъщо на функция (2) е свойството самоподобие, което означава, че структурата на процеса е приблизително подобна на отделна негова част (т.е. целият процес има форма, еднаква с тази на една или няколко негови части). Може да се каже, че степенните редове с цял или дробен степенен показател се явяват

генератори на самоподобие.
Важен параметър, характеризиращ степента на самоподобие е параметърът (индекс) на Хърст H [2], който трябва да е в интервала [0,5-1]. Големите стойности на H съответстват на по-големи флуктуации на процеса и по-силни корелационни зависимости в самия него. При стойност на H>0,5 процесът има положителни корелации а за H<0,5 – отрицателни корелации.
Спектралната плътност на процес, описан със зависимост (2) е също степенен ред от вида:

$$S_x(\omega) = B\omega^{\beta}, \tag{4}$$

където степенният показател β има различна стойност в зависимост от вида на процеса.
За фрактални процеси показателят β е свързан с параметъра на Хърст със съотношението [2]:

$$\beta = 2H + 1 \tag{5}$$

От зависимост (5) следва, че за самоподобните процеси е изпълнено $2 < \beta < 3$.
Нека

$$\boldsymbol{X} = \{x_i\} \; i = 1,2,... \tag{6}$$

е дискретна случайна последователност от събития, за която разликата между две реализации за произволен интервал от време $\tau = (t_1, t_2)$, $t_2 > t_1$, е

$$\Delta\boldsymbol{X}(\tau) = \boldsymbol{X}(t_2) - \boldsymbol{X}(t_1) \quad . \tag{7}$$

Съгласно теорията за обобщеното брауново движение [2,5], (7) е с нормално разпределение с дисперсия

$$D(\Delta\boldsymbol{X}) = \sigma^2 |t_2 - t_1|^{2H} = \sigma^2 \tau^{2H}, \tag{8}$$

където σ^2 е средноквадратичното отклонение на $\Delta\boldsymbol{X}$,
H - параметър на Хърст.
Нека за същия интервал от време се разгледа процес, който експоненциално зависи от $\Delta\boldsymbol{X}$ и е от вида:

$$F(\tau) = A e^{\alpha \, \Delta X(\tau)} \quad , \tag{9}$$

където A и α са параметри.
Съгласно теорията за обобщеното брауново движение [2,5], може да се приеме, че процес (9) притежава свойството самоподобие и е с логаритмично нормално разпределение.
Тогава, въз основа на [2,5], характеристиките на случайния процес (9) са:
- математическо очакване:

$$m\{F(\tau)\} = Ae^{\frac{\alpha^2\sigma^2(\tau)}{2}}; \tag{10}$$

-дисперсия:

$$d\{F(\tau)\} = Ae^{\alpha^2\sigma^2(\tau)}\left(e^{\alpha^2\sigma^2(\tau)} - 1\right); \tag{11}$$

-индекс на дисперсия:

$$f\{F(\tau)\} = \frac{d\{F(\tau)\}}{m\{F(\tau)\}} = Ae^{\frac{\alpha^2\sigma^2(\tau)}{2}}\left(e^{\alpha^2\sigma^2(\tau)} - 1\right). \quad (12)$$

От зависимости (10)-(12) могат да се определят параметрите:

$$A = \frac{m\{F(\tau)\}}{\sqrt{\frac{f\{F(\tau)\} + m\{F(\tau)\}}{m\{F(\tau)\}}}}; \quad (13)$$

$$\alpha = \frac{\sqrt{\ln\left[\frac{f\{F(\tau)\} + m\{F(\tau)\}}{m\{F(\tau)\}}\right]}}{\sigma(\tau)}. \quad (14)$$

Като се заместят така определените параметри (13) и (14) в (9), се получава апроксимационният фрактален модел на (6).

4. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Теорията на фракталите е удачна за приложение в случаите, когато, съществува неопределеност, свързана с непознаване на вида на определени детерминирани функции, техните числови характеристики и стойности на константите, описващи вътрешно-системните процеси. Тогава се създават условия за приложение на фрактални модели за описание на локално негладки процеси. Фракталните апроксимации се явяват подходящи инструменти за изследване, както в абстрактни математични конструкции, така и в приложни задачи.

Предложеният модел е подходящ за изследване на транспортни потоци (трафик на превозни средства през определен участък, приемане на влакови композиции в гарови коловози, пътникопотоци и др.). Адекватността на модела в тези ситуации се определя от дълговремевите зависимости между характеристиките на тези процеси в условията на самоподобие.

Фракталният характер на модела го правят приложим при разработване на алгоритми за управление, базирани на рационални апроксимации. Те са удачни при управление на скорост или плътност на транспортни потоци, като притежават по-високи запаси на устойчивост.

ЛИТЕРАТУРА

[1] Mandelbrot B. B., The fractal geometry of nature, San Francisco: W.H. Freeman and company, 1982

[2] Clegg R. G., A practical guide to measuring the hurst parameter, Computing science technical report. № CS–TR–916, pp. 125-138. 2005

[3] Ryu B. K., Fractal network traffic: from understanding to implications, IEEE/ACM Transactions on Networking. № 9(5), pp. 634-649, 2000

[4] Шелухин О. И., Осин А. В., Смольский С. М., Самоподобие и фракталы, Те-

лекоммуникационные приложения, Под ред. О. И. Шелухина, М.:Физматлит, 2003
[5] Norros I., On the use of fractional Brownian motion in the theory of connectionless networks, IEEE Journal on Selected Areas in Communications. № 13(6), pp. 953-962, 1995
[6] Э. Столниц, Т. ДеРоуз, Д. Салезин, Вейвлеты в компьютерной графике. Теория и приложения. Москва – Ижевск: НИЦ “Регулярная и хаотическая динамика”, 2002
[7] Андонов А., З. Хубенова, Г. Чернева, Фрактални методи за диагностика на технически обекти, функциониращи в условия на априорна неопределеност, Сборник доклади - Международна научна конференция SENS 2007, 27-29.IV.2007. Варна
[8] Oldham, K. B., J. Spanier, The Fractional Calculus: theory and applications of differentiation and integration to arbitrary order, Mathematics, in Science and Engineering, V, Academic Press, N. York, 1974
[9] Samko, S. G., A. A. Kilbas, O. I. Marichev, The Fractional Integrals and Derivatives. Theory and Applications, Gordon and Breach, Amsterdam, 1993
[10] Miller, K. S., B. Ross, An Introduction to the Fractional Calculus and Fractional Differential Equations, Wiley, N. York, 1993
[11] Kiryakova, V., Generalized Fractional Calculus and Applications, Longman – Harlow and J. Wiley & Sons – N. York, 1994
[12] Kilbas, A. A. , H. M. Srivastava, J. J. Truijillo, Theory and Applications of Fractional Differential Equations, Elsevier, 2006

Автор: Галина Петкова Чернева, професор, доктор на науките, Висше транспортно училище „Тодор Каблешков” - София, E-mail address: *cherneva@vtu.bg*

Постъпила на 05.05.2017 г. **Рецензент:** проф. дтн Емил Николов

Годишник на Технически Университет - София, том 67, книга 2, 2017
Proceedings of the Technical University of Sofia, Volume 67, Issue 2, 2017

ПРОЕКЦИИТЕ НА k – СИМПЛЕКС ВЪРХУ НАЙ-МАЛКИТЕ ПОДСИМПЛЕКСИ ОТ ПРОИЗВОЛЕН РЕД СА ДИФЕРЕНЦИРАНИЯ

Димитринка Владева

Резюме: *Целта на тази статия е да се докаже, че съществува проекция на произволен k –симплекс върху най-малкия негов $(k-\ell)$ – подсимплекс ($\ell = 1, \ldots, k-1$), която е диференциране.*

Ключови думи: *полупръстен от ендоморфизми на крайна верига, диференциална алгебра, симплициален комплекс, диференцирания в полупръстени.*

THE PROJECTIONS OF k – SIMPLEX ONTO THE SMALLEST SUBSIMPLICES OF ARBITRARY TYPE ARE DERIVATIONS

Dimitrinka Vladeva

Abstract: *The aim of this paper is to prove that there is a projection of an arbitrary k –simplex onto the smallest $(k-\ell)$ – subsimplex ($\ell = 1, \ldots, k-1$), which is a derivation.*

Keywords: *endomorphism semiring of a finite chain, differential algebra, simplicial complex, derivations in semirings.*

1 Introduction and preliminaries

Differential algebra is an area of algebra in the study of algebraic structures equipped with one or finitely many derivations that are linear functions satisfied Leibniz product rule. In 1950, Ritt [4] and in 1973, Kolchin [2] wrote their classical books on differential algebra. During the last few decades there has been a great deal of works concerning derivations in rings, in Lie rings, in skew polynomial rings and other structures.

About derivations in semirings we know

- the definition in Golan's book [1],

© 2017 Publishing House of Technical University of Sofia
All rights reserved

ISSN 1311-0829

• properties of derivations in strings and simplicial complexes of strings – [8],

• the projections on the strings of a triangle, which are derivations – [11], [12],

• the projections on the triangles $\triangle^{(n)}\{a_0, a_1, a_m\}$, where $2 \leq m \leq k-1$, of an arbitrary simplex $\sigma^{(n)}\{a_0, a_1, \ldots, a_{k-1}\}$ are derivations – [13],

• the projections on the basic strings of an arbitrary simplex are derivations – [14].

The endomorphism semirings of a finite semilattice are well-established, see [6] and [7]. Concerning the background of simplicial complexes, algebraic topology and combinatorics a reader can refer to [3], [5], [9] and [10].

An algebra $R = (R, +, .)$ with two binary operations $+$ and $\cdot$ on R, is called a *semiring* if:

1. $(R, +)$ is a commutative semigroup,

2. $(R, \cdot)$ is a semigroup,

3. distributive laws hold $x \cdot (y + z) = x \cdot y + x \cdot z$ and $(x + y) \cdot z = x \cdot z + y \cdot z$ for any $x, y, z \in R$.

For a join-semilattice $(\mathcal{M}, \vee)$ set $\mathcal{E}_{\mathcal{M}}$ of the endomorphisms of $\mathcal{M}$ is a semiring with respect to the addition and multiplication defined by:

• $h = f + g$ when $h(x) = f(x) \vee g(x)$ for all $x \in \mathcal{M}$,

• $h = f \cdot g$ when $h(x) = f\left(g(x)\right)$ for all $x \in \mathcal{M}$.

This semiring is called the *endomorphism semiring* of $\mathcal{M}$.

In this article, all semilattices are finite chains. Following [6], we fix a finite chain $\mathcal{C}_n = \left(\{0, 1, \ldots, n-1\}, \vee\right)$ and denote the endomorphism semiring of this chain by $\widehat{\mathcal{E}}_{\mathcal{C}_n}$. We do not assume that $\alpha(0) = 0$ for arbitrary $\alpha \in \widehat{\mathcal{E}}_{\mathcal{C}_n}$. So, there is not a zero in endomorphism semiring $\widehat{\mathcal{E}}_{\mathcal{C}_n}$.

Here we give a new treatment of the subsemirings of endomorphism semiring $\widehat{\mathcal{E}}_{\mathcal{C}_n}$ of a finite chain. For arbitrary elements $a_0, a_1, \ldots, a_{k-1} \in \mathrm{C}_n$, where $k \leq n$ and $a_0 < a_1 < \ldots < a_{k-1}$ we denote $A = \{a_0, a_1, \ldots, a_{k-1}\}$. Now, consider endomorphisms $\alpha \in \widehat{\mathcal{E}}_{\mathcal{C}_n}$ with $Im(\alpha) \subseteq A$. The set of the all such endomorphisms α is a maximal simplex. We denote this simplex by $\sigma_k^{(n)}(A) = \sigma^{(n)}\{a_0, a_1, \ldots, a_{k-1}\}$. The endomorphisms $\alpha \in \sigma^{(n)}\{a_0, a_1, \ldots, a_{k-1}\}$ such that

$$\alpha(0) = \cdots = \alpha(i_0 - 1) = a_0, \alpha(i_0) = \cdots = \alpha(i_0 + i_1 - 1) = a_1, \ \cdots$$

$$\alpha(i_0 + \cdots + i_{k-2}) = \cdots = \alpha(i_0 + \cdots + i_{k-1} - 1) = a_{k-1}$$

we denote by $\alpha = (a_0)_{i_0}(a_1)_{i_1}\dots(a_{k-1})_{i_{k-1}}$, where $\sum_{p=0}^{k-1} i_p = n$.

2 Addition and multiplication of endomorphisms

In the next proposition we show how to signify the sum of two endomorphisms.

Proposition. *Let* $\alpha,\beta \in \sigma^{(n)}\{a_0,\dots,a_{k-1}\}$, *where* $\alpha = (a_0)_{i_0}\cdots(a_{k-1})_{i_{k-1}}$, $\beta = (a_0)_{j_0}\cdots(a_{k-1})_{j_{k-1}}$ *and* $\sum_{p=0}^{k-1} i_p = \sum_{p=0}^{k-1} j_p = n$. *Let* $\gamma = (a_0)_{m_0}\cdots(a_{k-1})_{m_{k-1}}$, *where*

$$m_0 = \min\{i_0, j_0\},$$

$$m_s = \min\left\{\sum_{p=0}^{s} i_p - \sum_{p=0}^{s-1} m_p\,,\ \sum_{p=0}^{s} j_p - \sum_{p=0}^{s-1} m_p\right\}, \forall s = 1,\dots k-1. \qquad (1)$$

Then $\gamma = \alpha + \beta$.

Proof. From (1) follows

$$\sum_{p=0}^{s} m_p = \min\left\{\sum_{p=0}^{s} i_p\,,\ \sum_{p=0}^{s} j_p\right\}, \forall s = 1,\dots k-1.$$

Now for $s = k-1$ we find

$$\sum_{p=0}^{k-1} m_p = \min\left\{\sum_{p=0}^{k-1} i_p\,,\ \sum_{p=0}^{k-1} j_p\right\} = \min\{n, n\} = n.$$

Hence, $\gamma \in \sigma^{(n)}\{a_0,\dots,a_{k-1}\}$.

Let $t = 0, 1, \dots, k-1$. Let for some s have $\sum_{p=0}^{s} i_p < t \le \sum_{p=0}^{s+1} i_p$. Then it follows $\alpha(t) = a_{s+1}$.

Let us suppose that $t \le \sum_{p=0}^{s} j_p$. Then it follows $\sum_{p=0}^{s} m_p = \sum_{p=0}^{s} i_p$. Since $t \le \sum_{p=0}^{s+1} i_p$ and $t \le \sum_{p=0}^{s} j_p \le \sum_{p=0}^{s+1} j_p$, it follows $t \le \sum_{p=0}^{s+1} m_p$. So $\sum_{p=0}^{s} m_p < t \le \sum_{p=0}^{s+1} m_p$, that is $\gamma(t) = a_{s+1} = \alpha(t)$.

On the other hand, from $t \le \sum_{p=0}^{s} j_p$ it follows that $\beta(t) \le a_s$.

Thus $\gamma(t) = \max\{\alpha(t), \beta(t)\}$.

Let us suppose that $\sum_{p=0}^{s} j_p < t \leq \sum_{p=0}^{s+1} j_p$. Then $\sum_{p=0}^{s} m_p < t \leq \sum_{p=0}^{s+1} m_p$ and now $\gamma(t) = \beta(t) = \alpha(t)$.

Let us suppose that $\sum_{p=0}^{s+1} j_p < t$. Then $\sum_{p=0}^{s+1} j_p < \sum_{p=0}^{s+1} i_p$, so, $\sum_{p=0}^{s+1} m_p = \sum_{p=0}^{s+1} j_p$. Now $\gamma(t) = \beta(t) \geq a_{s+1}$ and also $\gamma(t) = \max\{\alpha(t), \beta(t)\}$.

Hence, we prove that $\gamma(t) = \alpha(t) + \beta(t)$.

For multiplication of two endomorphisms $\alpha = (a_0)_{i_0} \cdots (a_{k-1})_{i_{k-1}}$ and $\beta = (a_0)_{j_0} \cdots (a_{k-1})_{j_{k-1}}$, where $\sum_{p=0}^{k-1} i_p = \sum_{p=0}^{k-1} j_p = n$, we consider the following notations.

Let $\beta(a_0) = a'_0$ and m_0 be the biggest number such that

$$\beta(a_0) = \cdots = \beta(a_{m_0}) = a'_0.$$

Let a_{m_0+1} be the next element in $\{a_0, \ldots, a_{k-1}\}$ after a_{m_0} and $\beta(a_{m_0+1}) = a'_1$. Let m_1 be the biggest number such that

$$\beta(a_{m_0+1}) = \cdots = \beta(a_{m_1}) = a'_1.$$

So, we define a partition of the set $\{a_0, \ldots, a_{k-1}\}$ with properties

$$\beta(a_p) = a'_0, \forall\, p,\ 0 \leq p \leq m_0,$$

$$\beta(a_p) = a'_1, \forall\, p,\ m_0 + 1 \leq p \leq m_1,$$

$$\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$$

$$\beta(a_p) = a'_r, \forall\, p,\ m_{r-1} + 1 \leq p \leq m_r = k - 1.$$

Since $(\alpha\beta)(t) = \beta(\alpha(t))$ for $t = 0, \ldots, k-1$, it follows

$$\alpha\beta = (a'_0)_{\sum_{p=0}^{m_0} i_p} (a'_1)_{\sum_{p=m_0+1}^{m_1} i_p} \cdots (a'_r)_{\sum_{p=m_{r-1}+1}^{m_r} i_p}. \tag{2}$$

Let $\beta(a_{k-1}) = a'_{k-1}$. Since $m_r = k - 1$, it follows that $a'_{k-1} = a'_r$. So, $m_{r-1} + 1$ is the smallest number such that

$$\beta(a_{k-1}) = \cdots = \beta(a_{m_{r-1}+1}) = a'_{k-1}.$$

Then, from (2), it follows

$$\alpha\beta = (a'_0)_{\sum_{p=0}^{m_0} i_p} \cdots (a'_{k-1})_{\sum_{p=m_{r-1}+1}^{k-1} i_p}. \tag{3}$$

3 Projection onto the least $(k-\ell)$ – simplex

Let us consider the map

$$\partial_{k-\ell}^{k-1} : \sigma^{(n)}\{a_0, \dots, a_{k-1}\} \to \sigma^{(n)}\{a_0, \dots, a_{k-\ell}\},$$

where $\ell = 2, \dots, k-1$, so that for any endomorphism $\alpha \in \sigma^{(n)}\{a_0, \dots, a_{k-1}\}$, $\alpha = (a_0)_{i_0} \cdots (a_{k-1})_{i_{k-1}}$, where $\sum_{p=0}^{k-1} i_p = n$,

$$\partial_{k-\ell}^{k-1}(\alpha) = (a_0)_{i_0} \cdots (a_{k-\ell})_{\sum_{p=1}^{\ell} i_{k-p}}.$$

Lemma 1. *For any endomorphisms $\alpha, \beta \in \sigma^{(n)}\{a_0, \dots, a_{k-1}\}$, it follows*

$$\partial_{k-\ell}^{k-1}(\alpha + \beta) = \partial_{k-\ell}^{k-1}(\alpha) + \partial_{k-\ell}^{k-1}(\beta),$$

where $\ell = 2, \dots, k-1$.

Proof. Let $\alpha = (a_0)_{i_0} \cdots (a_{k-1})_{i_{k-1}}$ and $\beta = (a_0)_{j_0} \cdots (a_{k-1})_{j_{k-1}}$. From Proposition 1 it follows that $\alpha + \beta = (a_0)_{m_0} \cdots (a_{k-1})_{m_{k-1}}$, where

$$m_0 = \min\{i_0, j_0\},$$

$$m_s = \min\left\{ \sum_{p=0}^{s} i_p - \sum_{p=0}^{s-1} m_p \,,\, \sum_{p=0}^{s} j_p - \sum_{p=0}^{s-1} m_p \right\} \text{ for } s = 1, \dots k-1.$$

Now we have

$$\partial_{k-\ell}^{k-1}(\alpha) = (a_0)_{i_0} \cdots (a_{k-\ell})_{\sum_{p=1}^{\ell} i_{k-p}},$$

$$\partial_{k-\ell}^{k-1}(\beta) = (a_0)_{j_0} \cdots (a_{k-\ell})_{\sum_{p=1}^{\ell} j_{k-p}} \text{ and}$$

$$\partial_{k-\ell}^{k-1}(\alpha + \beta) = (a_0)_{m_0} \cdots (a_{k-\ell})_{\sum_{p=1}^{\ell} m_{k-p}}.$$

Since $\partial_{k-\ell}^{k-1}(\alpha) + \partial_{k-\ell}^{k-1}(\beta) = (a_0)_{m_0} \cdots (a_{k-\ell-1})_{m_{k-\ell-1}} (a_{k-\ell})_m$, where $m_0, \dots, m_{k-\ell-1}$ are well defined and

$$m = \min\left\{ \sum_{p=0}^{k-1} i_p - \sum_{p=0}^{k-\ell-1} m_p \,,\, \sum_{p=0}^{k-1} j_p - \sum_{p=0}^{k-\ell-1} m_p \right\} =$$

$$= n - \sum_{p=0}^{k-\ell-1} m_p = \sum_{p=1}^{\ell} m_{k-p},$$

it follows $\partial_{k-\ell}^{k-1}(\alpha + \beta) = \partial_{k-\ell}^{k-1}(\alpha) + \partial_{k-\ell}^{k-1}(\beta)$.

Now, we consider the set

$$\mathcal{D}_{k-\ell}^{k-1} = \left\{ \alpha \;\middle|\; \alpha \in \sigma^{(n)}\{a_0, \ldots, a_{k-1}\}, \alpha(a_{k-\ell}) \leq a_{k-\ell} \right\}.$$

For $\alpha, \beta \in \mathcal{D}_{k-\ell}^{k-1}$ we find

$$(\alpha + \beta)(a_{k-\ell}) = \alpha(a_{k-\ell}) + \beta(a_{k-\ell}) \leq a_{k-\ell} \text{ and}$$

$$(\alpha\beta)(a_{k-\ell}) = \beta(\alpha(a_{k-\ell})) \leq \beta(a_{k-\ell}) \leq a_{k-\ell}.$$

So, we prove

Lemma 2. *The set $\mathcal{D}_{k-\ell}^{k-1}$, where $\ell = 2, \ldots, k-1$, is a subsemiring of the semiring $\sigma^{(n)}\{a_0, \ldots, a_{k-1}\}$.*

Lemma 3. *For any endomorphisms $\alpha, \beta \in \mathcal{D}_{k-\ell}^{k-1}$, it follows*

$$\partial_{k-\ell}^{k-1}(\alpha\beta) = \partial_{k-\ell}^{k-1}(\alpha)\beta + \alpha\partial_{k-\ell}^{k-1}(\beta),$$

where $\ell = 2, \ldots, k-1$.

Proof. Let $\alpha = (a_0)_{i_0} \cdots (a_{k-1})_{i_{k-1}}$ and $\beta = (a_0)_{j_0} \cdots (a_{k-1})_{j_{k-1}}$, where $\sum_{p=0}^{k-1} i_p = \sum_{p=0}^{k-1} j_p = n$.

Case 1. Let us assume that the image of any element of the set $\{a_{k-\ell}, \ldots, a_{k-1}\}$ under the endomorphism β is less than or equal to $a_{k-\ell}$, so, we suppose $\beta(a_{k-1}) \leq a_{k-\ell}$ and using (3) this means $a'_{k-1} \leq a_{k-\ell}$. Then $\partial_{k-\ell}^{k-1}(\beta) = \beta$. Now for arbitrary α it follows $\alpha\beta = (a_0)_{s_0} \cdots (a_{k-\ell})_{s_{k-\ell}}$, where $\sum_{p=0}^{k-\ell} s_p = n$, and then we find $\partial_{k-\ell}^{k-1}(\alpha\beta) = \alpha\beta$. Clearly, $\partial_{k-\ell}^{k-1}(\alpha) = (a_0)_{i_0} \cdots (a_{k-\ell})_{\sum_{p=1}^{\ell} i_{k-p}}$. So, it follows $\partial_{k-\ell}^{k-1}(\alpha)\beta = (a_0)_{s_0} \cdots (a_{k-\ell-1})_{s_{k-\ell-1}}(a_{k-\ell})_s$, where $\sum_{p=0}^{k-\ell-1} s_p + s = n$. Hence, $s = s_{k-\ell}$, that is $\partial_{k-\ell}^{k-1}(\alpha)\beta = \alpha\beta$. Since $\partial_{k-\ell}^{k-1}(\beta) = \beta$, it follows that $\alpha\partial_{k-\ell}^{k-1}(\beta) = \alpha\beta$. Thus we prove that $\partial_{k-\ell}^{k-1}(\alpha\beta) = \partial_{k-\ell}^{k-1}(\alpha)\beta + \alpha\partial_{k-\ell}^{k-1}(\beta)$.

Case 2. Let us assume that the image of any element of the set $\{a_{k-\ell}, \ldots, a_{k-1}\}$ under the endomorphism β is bigger than or equal to $a_{k-\ell}$, so, we suppose $\beta(a_{k-\ell}) = a_{k-\ell}$. Then

$$\alpha\beta = (a_0)_{s_0} \cdots (a_{k-\ell-1})_{s_{k-\ell-1}}(a_{k-\ell})_{i_{k-\ell}}(a_{k-\ell+1})_{s_{k-\ell+1}} \cdots (a_{k-1})_{s_{k-1}},$$

where $\sum_{p=0}^{k-\ell-1} s_p + i_{k-\ell} + \sum_{p=k-\ell+1}^{k-1} s_p = n$.

From (3), it follows $i_{k-\ell} + \sum_{p=k-\ell+1}^{k-1} s_p = \sum_{p=k-\ell}^{k-1} i_p$. Hence,

$$\partial_{k-\ell}^{k-1}(\alpha\beta) = (a_0)_{s_0} \cdots (a_{k-\ell-1})_{s_{k-\ell-1}} (a_{k-\ell})_{\sum_{p=k-\ell}^{k-1} i_p}.$$

Clearly, $\partial_{k-\ell}^{k-1}(\alpha) = (a_0)_{i_0} \cdots (a_{k-\ell})_{\sum_{p=1}^{\ell} i_{k-p}}$. Thus it follows $\partial_{k-\ell}^{k-1}(\alpha)\beta = (a_0)_{s_0} \cdots (a_{k-\ell-1})_{s_{k-\ell-1}} (a_{k-\ell})_{\sum_{p=k-\ell}^{k-1} i_p} = \partial_{k-\ell}^{k-1}(\alpha\beta)$.

Since $\partial_{k-\ell}^{k-1}(\beta) = (a_0)_{j_0} \cdots (a_{k-\ell})_{\sum_{p=1}^{\ell} j_{k-p}}$, it follows

$$\alpha\partial_{k-\ell}^{k-1}(\beta) = (a_0)_{s_0} \cdots (a_{k-\ell-1})_{s_{k-\ell-1}} (a_{k-\ell})_s,$$

where $\sum_{p=0}^{k-\ell-1} s_p + s = n$. Now $s = \sum_{p=k-\ell}^{k-1} i_p$ and $\alpha\partial_{k-\ell}^{k-1}(\beta) = \partial_{k-\ell}^{k-1}(\alpha\beta)$. Hence $\partial_{k-\ell}^{k-1}(\alpha\beta) = \partial_{k-\ell}^{k-1}(\alpha)\beta + \alpha\partial_{k-\ell}^{k-1}(\beta)$.

Case 3. Let us assume that the images only of some of the elements of $\{a_{k-\ell}, \ldots, a_{k-1}\}$ under the endomorphism β are less than or equal to $a_{k-\ell}$. Thus we suppose that $a'_{k-1} \geq a_{k-\ell}$ and there exists a number q, $1 < q \leq \ell$, such that $\beta(a_{k-q}) < a_{k-\ell}$. Let q be the less number with this property. Hence, using (3), it follows $a'_{k-q} < a_{k-\ell} \leq a'_{k-q+1}$.

Now, using (3), it follows

$$\alpha\beta = (a'_0)_{\sum_{p=0}^{m_0} i_p} \cdots (a'_{k-q+1})_{\sum_{p=m_{k-q}+1}^{m_{k-q+1}} i_p} \cdots (a'_{k-1})_{\sum_{p=m_{r-1}+1}^{k-1} i_p}$$

and then

$$\partial_{k-\ell}^{k-1}(\alpha\beta) = (a'_0)_{\sum_{p=0}^{m_0} i_p} \cdots (a_{k-\ell})_{\sum_{p=m_{k-q}+1}^{k-1} i_p}.$$

Since $\partial_{k-\ell}^{k-1}(\alpha) = (a_0)_{i_0} \cdots (a_{k-\ell})_{\sum_{p=1}^{\ell} i_{k-p}}$, it follows

$$\partial_{k-\ell}^{k-1}(\alpha)\beta = (a'_0)_{s_0} \cdots (a'_{k-\ell})_{\sum_{p=m_{k-q}+1}^{k-1} i_p}.$$

But $a'_{k-\ell} \leq a'_{k-q} < a_{k-\ell}$, so, $\partial_{k-\ell}^{k-1}(\alpha)\beta < \partial_{k-\ell}^{k-1}(\alpha\beta)$.

Since $\partial_{k-\ell}^{k-1}(\beta) = (a_0)_{j_0} \cdots (a_{k-\ell})_{\sum_{p=1}^{\ell} j_{k-p}}$, it follows

$$\alpha\partial_{k-\ell}^{k-1}(\beta) = (a'_0)_{\sum_{p=0}^{m_0} i_p} \cdots (a_{k-\ell})_{\sum_{p=m_{r-q+1}+1}^{k-1} i_p} = \partial_{k-\ell}^{k-1}(\alpha\beta).$$

Hence $\partial_{k-\ell}^{k-1}(\alpha\beta) = \partial_{k-\ell}^{k-1}(\alpha)\beta + \alpha\partial_{k-\ell}^{k-1}(\beta)$.

Theorem. *The map* $\partial_{k-\ell}^{k-1} : \mathcal{D}_{k-\ell}^{k-1} \to \sigma^{(n)}\{a_0, \ldots, a_{k-\ell}\}$ *is a derivation. The maximal subsemiring of* $\sigma^{(n)}\{a_0, a_1, \ldots, a_{k-1}\}$ *closed under the derivation* $\partial_{k-\ell}^{k-1}$ *is a semiring* $\mathcal{D}_{k-\ell}^{k-1}$.

Proof. From lemmas 1, 2 and 3 it follows that $\partial_{k-\ell}^{k-1} : \mathcal{D}_{k-\ell}^{k-1} \to \sigma^{(n)}\{a_0, \ldots, a_{k-\ell}\}$ is a derivation.

If we suppose that $\beta \notin \mathcal{D}_{k-\ell}^{k-1}$, then $\beta(a_{k-\ell}) > a_{k-\ell}$ or $a'_{k-\ell} > a_{k-\ell}$. Now we shall use the reasonings similar to those in Case 3 of Lemma 3. Let u, where $\ell \leq u \leq k$, be the less number such that $a'_{k-\ell} > a'_{k-u} \geq a_{k-\ell}$. Hence, it follows

$$\alpha\beta = (a'_0)_{\sum_{p=0}^{m_0} i_p} \cdots (a'_{k-u})_{\sum_{p=m_{k-u+1}+1}^{m_{k-u}} i_p} \cdots (a'_{k-1})_{\sum_{p=m_{r-1}+1}^{k-1} i_p}$$

and then

$$\partial_{k-\ell}^{k-1}(\alpha\beta) = (a'_0)_{\sum_{p=0}^{m_0} i_p} \cdots (a_{k-\ell})_{\sum_{p=m_{k-u+1}+1}^{k-1} i_p}.$$

Since $\partial_{k-\ell}^{k-1}(\alpha) = (a_0)_{i_0} \cdots (a_{k-\ell})_{\sum_{p=1}^{\ell} i_{k-p}}$, it follows

$$\partial_{k-\ell}^{k-1}(\alpha)\beta = (a'_0)_{s_0} \cdots (a'_{k-\ell})_{\sum_{p=m_{k-u+1}+1}^{k-1} i_p}.$$

But now $a'_{k-\ell} > a_{k-\ell}$, so, $\partial_{k-\ell}^{k-1}(\alpha)\beta > \partial_{k-\ell}^{k-1}(\alpha\beta)$ and this completes the proof.

Using the previous notations for any $m \in \{\ell + 1, \ldots, k-1\}$ let us consider the map

$$\partial_{k-m}^{k-\ell} : \sigma^{(n)}\{a_0, \ldots, a_{k-\ell}\} \to \sigma^{(n)}\{a_0, \ldots, a_{k-m}\},$$

such that for any endomorphism $\alpha \in \sigma^{(n)}\{a_0, \ldots, a_{k-\ell}\}$, $\alpha = (a_0)_{i_0} \cdots (a_{k-\ell})_{i_{k-\ell}}$, where $\sum_{p=0}^{k-\ell} i_p = n$,

$$\partial_{k-m}^{k-\ell}(\alpha) = (a_0)_{i_0} \cdots (a_{k-m})_{\sum_{p=\ell}^{m} i_{k-p}}.$$

Now, we consider the set

$$\mathcal{D}_{k-m}^{k-\ell} = \left\{ \alpha \;\middle|\; \alpha \in \sigma^{(n)}\{a_0, \ldots, a_{k-\ell}\}, \alpha(a_{k-m}) \leq a_{k-m} \right\}.$$

Using the proofs of lemmas 1, 2, 3 and the theorem we obtain

Corollary 1. *The map* $\partial_{k-m}^{k-\ell} : \mathcal{D}_{k-m}^{k-\ell} \to \sigma^{(n)}\{a_0, \ldots, a_{k-m}\}$ *is a derivation. The maximal subsemiring of* $\sigma^{(n)}\{a_0, a_1, \ldots, a_{k-\ell}\}$ *closed under the derivation* $\partial_{k-m}^{k-\ell}$ *is a semiring* $\mathcal{D}_{k-m}^{k-\ell}$.

Now we can define a composition of derivations. Consider the following three derivations:

$$\partial_{k-\ell}^{k-1} : \mathcal{D}_{k-\ell}^{k-1} \to \sigma^{(n)}\{a_0, \ldots, a_{k-\ell}\},$$
$$\partial_{k-m}^{k-\ell} : \mathcal{D}_{k-m}^{k-\ell} \to \sigma^{(n)}\{a_0, \ldots, a_{k-m}\} \text{ and}$$
$$\partial_{k-m}^{k-1} : \mathcal{D}_{k-\ell}^{k-1} \cap \mathcal{D}_{k-m}^{k-1} \to \sigma^{(n)}\{a_0, \ldots, a_{k-m}\}.$$

For any endomorphism $\alpha \in \mathcal{D}_{k-\ell}^{k-1} \cap \mathcal{D}_{k-m}^{k-1}$ it follows $\partial_{k-m}^{k-1}(\alpha) = \partial_{k-m}^{k-\ell}\left(\partial_{k-\ell}^{k-1}(\alpha)\right)$. Hence,

$$\partial_{k-m}^{k-1} = \partial_{k-\ell}^{k-1} \cdot \partial_{k-m}^{k-\ell} \tag{4}$$

for any number ℓ, where $\ell < m \leq k-1$. In the semiring

$$\bigcap_{p=2}^{k-1} \mathcal{D}_{k-p}^{k-1} = \left\{ \alpha \;\middle|\; \alpha \in \sigma^{(n)}\{a_0, \ldots, a_{k-1}\}, \alpha(a_i) \leq a_i,\ i = 1, \ldots, k-2 \right\}$$

we can represent any derivation as composition of two – see (4) – or more derivations. This semiring is not trivial. In the case when $k-1 = n-1$, i.e. $\sigma^{(n)}\{a_0, \ldots, a_{k-1}\} = \widehat{\mathcal{E}}_{\mathcal{C}_n}$ the semiring $\bigcap_{p=2}^{k-1} \mathcal{D}_{k-p}^{k-1}$ is well known – it is the subsemiring $\mathcal{ON}_n$ of over nilpotent endomorphisms, see [7]. The order of this semiring is the n-th Catalan number.

The semiring $\mathcal{ON}_n$ has a zero element $\overline{0}$ and we can consider the subsemiring $\mathcal{N}_n$ of nilpotent elements, i.e. the endomorphisms $\alpha \in \widehat{\mathcal{E}}_{\mathcal{C}_n}$ such that $\alpha^m = \overline{0}$ for some positive integer m. It is known, [7], that $\mathcal{N}_n$ is an ideal of $\mathcal{ON}_n$ and it is consists of all endomorphisms α such that $\alpha(t) < t$ for any $t = 1, \ldots, n-1$. The order of $\mathcal{N}_n$ is the $(n-1)$-th Catalan number.

Corollary 2. *The ideal $\mathcal{N}_n$ is closed under arbitrary derivation $\partial_{n-m}^{n-\ell}$, where $1 \leq \ell, m \leq n-1$ and $m > \ell$.*

Proof. It is sufficient to prove that $\mathcal{N}_n$ is closed under any derivation ∂_{n-m}^{n-1}, where $m = 2, \ldots, n-1$. Let $\alpha = (a_0)_{i_0} \cdots (a_n)_{i_n} \in \mathcal{N}_n$. Then

$$\partial_{n-m}^{n-1}(\alpha) = (a_0)_{i_0} \cdots (a_{n-m})_{\sum_{p=0}^{m} i_{n-p}}.$$

For $0 \leq t \leq \sum_{p=0}^{n-m-1} i_p - 1$, it follows $\partial_{n-m}^{n-1}(\alpha) = \alpha$, so, $\left(\partial_{n-m}^{n-1}(\alpha)\right)(t) < t$.

For $\sum_{p=0}^{n-m-1} i_p \leq t \leq n-1$, it follows $\left(\partial_{n-m}^{n-1}(\alpha)\right)(t) = a_{n-m} \leq \alpha(t) < t$.

References

[1] Golan J. S., Semirings and their application, Kluwer Ac.Publ., Dodrecht, 1999.

[2] Kolchin E. R., Differential Algebra and Algebraic Groups, Academic Press, New York, London, 1973.

[3] Kozlov D., Combinatorial Algebraic Topology, Springer–Verlag Berlin, 2008.

[4] Ritt J. F., Differential Algebra, Amer. Math. Soc. Colloq. Publ. 33, New York, 1950.

[5] Stanley R., Enumerative combinatorics, Vol. 2, Cambr, Univ. Press, 1999.

[6] Trendafilov I., Vladeva D., The endomorphism semiring of a finite chain, Proc. Techn. Univ.-Sofia, 61, 1, 2011, 9 – 18.

[7] Trendafilov I., Vladeva D., Subsemirings of the Endomorphism Semiring of a Finite Chain, Proc. Techn. Univ. - Sofia, vol. 61, 1, 2011, 19–28.

[8] Trendafilov I., Derivations in Some Finite Endomorphism Semirings, Discuss. Math. Gen. Algebra and Appl., Vol. 32, 2012, 77–100.

[9] Trendafilov I., Vladeva D., Combinatorial Results for Geometric Structures in Endomorphism Semirings, AIP Conf. Proc. 1570, 2013, 461 – 468.

[10] Trendafilov I., Simplices in the Endomorphism Semiring of a Finite Chain, Hindawi Publishing Corporation, Algebra, Volume 2014, Art. ID 263605, 2014.

[11] Trendafilov I., Vladeva D., Derivations in a triangle – I part. The projection on the least string of a triangle is a derivation, Proc. Techn. Univ.-Sofia, 65, 1, 2015, 243 – 252.

[12] Trendafilov I., Vladeva D., Derivations in a triangle – II part. The projection on any of strings of a triangle is a derivation, Proc. Techn. Univ.-Sofia, 65, 1, 2015, 253 – 262.

[13] Vladeva D., I. Trendafilov, The Projections on Some Triangles of a Simplex are Derivations, Proceedings of the Forty Five Spring Conference of the Union of Bulgarian Mathematicians, Pleven, April 6–10, 2016.

[14] Vladeva D., Derivations in finite endomorphism semirings, Serdica Math. Journ. 42 (2016), 251 – 260.

Author: Dimitrinka Vladeva, assoc. prof., Department "Mathematics and physics", LTU, Sofia, *e-mail:* d_vladeva@abv.bg

Received 10 April 2017 **Reviewer:** Prof. D.Sc. Emil Nikolov

Годишник на Технически Университет - София, том 67, книга 2, 2017
Proceedings of the Technical University of Sofia, Volume 67, Issue 2, 2017

ПРОЕКЦИИТЕ НА k – СИМПЛЕКС ВЪРХУ НАЙ-ГОЛЕМИТЕ ПОДСИМПЛЕКСИ ОТ ПРОИЗВОЛЕН РЕД СА ДИФЕРЕНЦИРАНИЯ

Димитринка Владева

Резюме: *Целта на тази статия е да се докаже, че съществува проекция на произволен k –симплекс върху най-големия негов ℓ – подсимплекс ($\ell = 1, \ldots, k-1$), която е диференциране.*

Ключови думи: *полупръстен от ендоморфизми на крайна верига, диференциална алгебра, симплициален комплекс, диференцирания в полупръстени.*

THE PROJECTIONS OF k – SIMPLEX ONTO THE GREATESTS SUBSIMPLICES OF ARBITRARY TYPE ARE DERIVATIONS

Dimitrinka Vladeva

Abstract: *The aim of this paper is to prove that there is a projection of an arbitrary k –simplex onto the greatest ℓ – subsimplex ($\ell = 1, \ldots, k-1$), which is a derivation.*

Keywords: *endomorphism semiring of a finite chain, differential algebra, simplicial complex, derivations in semirings.*

1 Introduction

Since this article and [15] are closely related, here we use the introduction and the preliminaries of [15].

2 Projection onto the greatest ℓ – simplex

Let us consider the map

$$\partial^{k-1}_{\overrightarrow{k-\ell}} : \sigma^{(n)}\{a_0, \ldots, a_{k-1}\} \to \sigma^{(n)}\{a_{k-\ell}, \ldots, a_{k-1}\},$$

© 2017 Publishing House of Technical University of Sofia
All rights reserved

ISSN 1311-0829

where $\ell = 2, \ldots, k-1$, such that for any endomorphism $\alpha \in \sigma^{(n)}\{a_0, \ldots, a_{k-1}\}$, $\alpha = (a_0)_{i_0} \cdots (a_{k-1})_{i_{k-1}}$, where $\sum_{p=0}^{k-1} i_p = n$,

$$\partial_{\overrightarrow{k-\ell}}^{k-1}(\alpha) = (a_{k-\ell})_{\sum_{p=0}^{k-\ell} i_p}(a_{k-\ell+1})_{i_{k-\ell+1}} \cdots (a_{k-1})_{i_{k-1}}.$$

Lemma 1. *For any endomorphisms $\alpha, \beta \in \sigma^{(n)}\{a_0, \ldots, a_{k-1}\}$, it follows*

$$\partial_{\overrightarrow{k-\ell}}^{k-1}(\alpha + \beta) = \partial_{\overrightarrow{k-\ell}}^{k-1}(\alpha) + \partial_{\overrightarrow{k-\ell}}^{k-1}(\beta),$$

where $\ell = 2, \ldots, k-1$.

Proof. Let $\alpha = (a_0)_{i_0} \cdots (a_{k-1})_{i_{k-1}}$ and $\beta = (a_0)_{j_0} \cdots (a_{k-1})_{j_{k-1}}$. On the basis of Proposition 1 from [15] we can conclude that $\alpha + \beta = (a_0)_{m_0} \cdots (a_{k-1})_{m_{k-1}}$, where

$$m_0 = \min\{i_0, j_0\},$$

$$m_s = \min\left\{\sum_{p=0}^{s} i_p - \sum_{p=0}^{s-1} m_p\,,\ \sum_{p=0}^{s} j_p - \sum_{p=0}^{s-1} m_p\right\} \text{ for } s = 1, \ldots k-1.$$

Now it follows

$$\partial_{\overrightarrow{k-\ell}}^{k-1}(\alpha) = (a_{k-\ell})_{\sum_{p=0}^{k-\ell} i_p}(a_{k-\ell+1})_{i_{k-\ell+1}} \cdots (a_{k-1})_{i_{k-1}},$$

$$\partial_{\overrightarrow{k-\ell}}^{k-1}(\beta) = (a_{k-\ell})_{\sum_{p=0}^{k-\ell} j_p}(a_{k-\ell+1})_{j_{k-\ell+1}} \cdots (a_{k-1})_{j_{k-1}},$$

$$\partial_{\overrightarrow{k-\ell}}^{k-1}(\alpha + \beta) = (a_{k-\ell})_{\sum_{p=0}^{k-\ell} m_p}(a_{k-\ell+1})_{m_{k-\ell+1}} \cdots (a_{k-1})_{m_{k-1}}.$$

Now $\partial_{\overrightarrow{k-\ell}}^{k-1}(\alpha) + \partial_{\overrightarrow{k-\ell}}^{k-1}(\beta) = (a_{k-\ell})_m(a_{k-\ell+1})_{m_{k-\ell+1}} \cdots (a_{k-1})_{m_{k-1}}$, where

$$m = \min\left\{\sum_{p=0}^{k-\ell} i_p\,,\ \sum_{p=0}^{k-\ell} j_p\right\}$$

and $m_{k-\ell+1}, \ldots, m_{k-1}$ are well defined. Since $\min\left\{\sum_{p=0}^{k-\ell} i_p\,,\ \sum_{p=0}^{k-\ell} j_p\right\} = \sum_{p=0}^{k-\ell} m_p$ it follows $\partial_{\overrightarrow{k-\ell}}^{k-1}(\alpha + \beta) = \partial_{\overrightarrow{k-\ell}}^{k-1}(\alpha) + \partial_{\overrightarrow{k-\ell}}^{k-1}(\beta)$.

Let us consider the set below:

$$S_{\overrightarrow{k-\ell}}^{k-1} = \left\{\alpha \,\middle|\, \alpha \in \sigma^{(n)}\{a_0, \ldots, a_{k-1}\}, \alpha(a_0) = \cdots = \alpha(a_{k-\ell}) \geq a_{k-\ell+1}\right\}.$$

For $\alpha, \beta \in S^{k-1}_{\overrightarrow{k-\ell}}$ we find

$$(\alpha+\beta)(a_p) = \alpha(a_p) + \beta(a_p) = \alpha(a_q) + \beta(a_q) = (\alpha+\beta)(a_q),$$

where $0 \le p \le k-\ell$, $0 \le q \le k-\ell$ and

$$(\alpha+\beta)(a_p) = \alpha(a_p) + \beta(a_p) \ge a_{k-\ell+1} \text{ for all } p = 0, \ldots, k-\ell.$$

Also it follows

$$(\alpha\beta)(a_p) = \beta(\alpha(a_p)) = \beta(\alpha(a_q)) = (\alpha\beta)(a_q),$$

where $0 \le p \le k-\ell$, $0 \le q \le k-\ell$ and

$$(\alpha\beta)(a_p) = \beta(\alpha(a_p)) \ge \beta(a_{k-\ell+1}) \ge \beta(a_p) \ge a_{k-\ell+1} \text{ for all } p = 0, \ldots, k-\ell.$$

So, we prove

Lemma 2. *The set $S^{k-1}_{\overrightarrow{k-\ell}}$ is a subsemiring of the semiring $\sigma^{(n)}\{a_0, \ldots, a_{k-1}\}$.*

Let us consider the set below:

$$R^{k-1}_{\overrightarrow{k-\ell}} = \left\{ \alpha \;\middle|\; \alpha \in \sigma^{(n)}\{a_0, \ldots, a_{k-1}\}, \alpha(a_{k-\ell}) \le a_{k-\ell} \right\}.$$

For $\alpha, \beta \in R^{k-1}_{\overrightarrow{k-\ell}}$ we find

$$(\alpha+\beta)(a_{k-\ell}) = \alpha(a_{k-\ell}) + \beta(a_{k-\ell}) \le a_{k-\ell},$$

$$(\alpha\beta)(a_{k-\ell}) = \beta(\alpha(a_{k-\ell})) \le \beta(a_{k-\ell}) \le a_{k-\ell}.$$

Thus, we prove

Lemma 3. *The set $R^{k-1}_{\overrightarrow{k-\ell}}$ is a subsemiring of the semiring $\sigma^{(n)}\{a_0, \ldots, a_{k-1}\}$.*

Let $\mathcal{D}^{k-1}_{\overrightarrow{k-\ell}} = S^{k-1}_{\overrightarrow{k-\ell}} \cup R^{k-1}_{\overrightarrow{k-\ell}}$. Note that $S^{k-1}_{\overrightarrow{k-\ell}} \cap R^{k-1}_{\overrightarrow{k-\ell}} = \varnothing$.

Lemma 4. *The set $\mathcal{D}^{k-1}_{\overrightarrow{k-\ell}}$ is a subsemiring of the semiring $\sigma^{(n)}\{a_0, \ldots, a_{k-1}\}$.*

Proof. Let $\alpha \in S^{k-1}_{\overrightarrow{k-\ell}}$ and $\beta \in R^{k-1}_{\overrightarrow{k-\ell}}$.

Since $(\alpha+\beta)(a_p) = \alpha(a_p)+\beta(a_p)$, $\alpha(a_p) \ge a_{k-\ell+1}$ and $\beta(a_p) \le \beta(a_{k-\ell}) \le a_{k-\ell}$, it follows $(\alpha+\beta)(a_p) = \alpha(a_p) \ge a_{k-\ell+1}$. Since $\alpha(a_p) = \alpha(a_q)$, it follows $(\alpha+\beta)(a_p) = (\alpha+\beta)(a_q)$, where $0 \le p \le k-\ell$, $0 \le q \le k-\ell$. Hence $\alpha+\beta \in S^{k-1}_{\overrightarrow{k-\ell}}$.

Let $0 \le p \le k-\ell$. Since $\beta(a_p) \le \beta(a_{k-\ell}) \le a_{k-\ell}$, it follows $\beta(a_p) = a_s$, where $s \le k-\ell$. Analogously, for any q, $0 \le q \le k-\ell$, it follows $\beta(a_q) = a_t$, where $t \le k-\ell$. Then

$$(\beta\alpha)(a_p) = \alpha(\beta(a_p)) = \alpha(a_s) = \alpha(a_t) = \alpha(\beta(a_q)) = (\beta\alpha)(a_q).$$

On the other hand, $(\beta\alpha)(a_p) = \alpha(\beta(a_p)) = \alpha(a_s) \ge a_{k-\ell+1}$. Hence $\beta\alpha \in S^{k-1}_{\overrightarrow{k-\ell}}$.

Let $\alpha(a_p) = a_{k-\ell+1}$, where $0 \le p \le k-\ell$, and $\beta(a_{k-\ell+1}) \ge a_{k-\ell+1}$. Then

$$(\alpha\beta)(a_p) = \beta(\alpha(a_p)) = \beta(a_{k-\ell+1}) \ge a_{k-\ell+1}.$$

Since $(\alpha\beta)(a_q) = \beta(\alpha(a_q)) = \beta(a_{k-\ell+1})$ where $0 \le q \le k-\ell$, it follows $(\alpha\beta)(a_p) = (\alpha\beta)(a_q)$. Hence $\alpha\beta \in S^{k-1}_{\overrightarrow{k-\ell}}$.

Let $\alpha(a_p) = a_{k-\ell+1}$, where $0 \le p \le k-\ell$, and $\beta(a_{k-\ell+1}) \le a_{k-\ell}$. Then

$$(\alpha\beta)(a_{k-\ell}) = \beta(\alpha(a_{k-\ell})) = \beta(a_{k-\ell+1}) \le a_{k-\ell}.$$

Hence $\alpha\beta \in R^{k-1}_{\overrightarrow{k-\ell}}$.

Let $\alpha(a_p) = a_m$, where $m > k-\ell+1$ and $0 \le p \le k-\ell$. Let $\beta(a_m) \ge a_{k-\ell+1}$. Then

$$(\alpha\beta)(a_p) = \beta(\alpha(a_p)) = \beta(a_m) \ge a_{k-\ell+1}.$$

Since $(\alpha\beta)(a_q) = \beta(\alpha(a_q)) = \beta(a_m)$, it follows $(\alpha\beta)(a_p) = (\alpha\beta)(a_q)$, where $0 \le p \le k-\ell$, $0 \le q \le k-\ell$. Hence $\alpha\beta \in S^{k-1}_{\overrightarrow{k-\ell}}$.

Let $\alpha(a_p) = a_m$, where $m > k-\ell+1$ and $0 \le p \le k-\ell$. Let $\beta(a_m) \le a_{k-\ell}$. Then

$$(\alpha\beta)(a_{k-\ell}) = \beta(\alpha(a_{k-\ell})) = \beta(a_m) \le a_{k-\ell}.$$

Hence $\alpha\beta \in R^{k-1}_{\overrightarrow{k-\ell}}$.

Lemma 5. *For any endomorphisms $\alpha, \beta \in \mathcal{D}^{k-1}_{\overrightarrow{k-\ell}}$, it follows*

$$\partial^{k-1}_{\overrightarrow{k-\ell}}(\alpha\beta) = \partial^{k-1}_{\overrightarrow{k-\ell}}(\alpha)\beta + \alpha\partial^{k-1}_{\overrightarrow{k-\ell}}(\beta),$$

where $\ell = 2, \ldots, k-1$.

Proof. Let $\alpha = (a_0)_{i_0} \cdots (a_{k-1})_{i_{k-1}}$ and $\beta = (a_0)_{j_0} \cdots (a_{k-1})_{j_{k-1}}$, where $\sum_{p=0}^{k-1} i_p = \sum_{p=0}^{k-1} j_p = n$.

Case 1. Let $\beta \in S^{k-1}_{\overrightarrow{k-\ell}}$ and let assume that $\beta(a_0) = \cdots = \beta(a_{k-\ell}) = \cdots = \beta(a_{m_0}) = a_m$, where $m_0 \geq k-\ell$ be the biggest number with this property and $m \geq k-\ell+1$. Since $\sum_{p=0}^{m-1} j_p \leq a_0, \ldots, a_{m_0} \leq \sum_{p=0}^{m} j_p - 1$, it follows

$$\alpha\beta = (a_m)_{\sum_{p=0}^{m_0} i_p}(a_{m+1})_{s_1} \cdots (a_{k-1})_{s_r},$$

where $\sum_{p=0}^{m_0} i_p + \sum_{p=1}^{r} s_p = n$. Now we find $\partial^{k-1}_{\overrightarrow{k-\ell}}(\alpha\beta) = \alpha\beta$. Since

$$\partial^{k-1}_{\overrightarrow{k-\ell}}(\alpha) = (a_{k-\ell})_{\sum_{p=0}^{k-\ell} i_p}(a_{k-\ell+1})_{i_{k-\ell+1}} \cdots (a_{k-1})_{i_{k-1}}$$

and $k-\ell \leq m_0$, it follows $\partial^{k-1}_{\overrightarrow{k-\ell}}(\alpha)\beta = \alpha\beta$. It is clear that

$$\partial^{k-1}_{\overrightarrow{k-\ell}}(\beta) = (a_{k-\ell})_{\sum_{p=0}^{k-\ell} j_p}(a_{k-\ell+1})_{j_{k-\ell+1}} \cdots (a_{k-1})_{j_{k-1}}$$

and since $a_0 \geq \sum_{p=0}^{m-1} j_p \geq \sum_{p=0}^{k-\ell} j_p$, it follows $\alpha\partial^{k-1}_{\overrightarrow{k-\ell}}(\beta) = \alpha\beta$.

Hence $\partial^{k-1}_{\overrightarrow{k-\ell}}(\alpha\beta) = \partial^{k-1}_{\overrightarrow{k-\ell}}(\alpha)\beta + \alpha\partial^{k-1}_{\overrightarrow{k-\ell}}(\beta)$.

Case 2. Let $\beta \in R^{k-1}_{\overrightarrow{k-\ell}}$.

Case 2.1. Let us assume that the image of any element of the set $\{a_{k-\ell}, \ldots, a_{k-1}\}$ under the endomorphism β is less than or equal to $a_{k-\ell}$, so we suppose that $\beta(a_{k-1}) = a_m$, where $m \leq k-\ell$. Then $a_{k-1} \leq \sum_{p=0}^{k-\ell} j_p$. Thus $\alpha\beta = (a_0)_{s_0} \cdots (a_m)_{s_m}$ which implies $\partial^{k-1}_{\overrightarrow{k-\ell}}(\alpha\beta) = (a_{k-\ell})_n$. It is clear that

$$\partial^{k-1}_{\overrightarrow{k-\ell}}(\alpha) = (a_{k-\ell})_{\sum_{p=0}^{k-\ell} i_p}(a_{k-\ell+1})_{i_{k-\ell+1}} \cdots (a_{k-1})_{i_{k-1}}$$

and then $\partial^{k-1}_{\overrightarrow{k-\ell}}(\alpha)\beta \leq (a_{k-\ell})_n$. Since

$$\partial^{k-1}_{\overrightarrow{k-\ell}}(\beta) = (a_{k-\ell})_{\sum_{p=0}^{k-\ell} j_p}(a_{k-\ell+1})_{j_{k-\ell+1}} \cdots (a_{k-1})_{j_{k-1}},$$

it follows $\left(\alpha\partial^{k-1}_{\overrightarrow{k-\ell}}(\beta)\right)(a_p) = a_{k-\ell}$, where $p = 0, \ldots, k-\ell$. Moreover, $a_{k-1} \leq \sum_{p=0}^{k=\ell} j_p$, then $\left(\alpha\partial^{k-1}_{\overrightarrow{k-\ell}}(\beta)\right)(a_{k-1}) = a_{k-\ell}$.

Hence, $\alpha\partial^{k-1}_{\overrightarrow{k-\ell}}(\beta) = (a_{k-\ell})_n$ and $\partial^{k-1}_{\overrightarrow{k-\ell}}(\alpha\beta) = \partial^{k-1}_{\overrightarrow{k-\ell}}(\alpha)\beta + \alpha\partial^{k-1}_{\overrightarrow{k-\ell}}(\beta)$.

Case 2.2. Let us assume that the image of any element of the set $\{a_{k-\ell},\dots,a_{k-1}\}$ under the endomorphism β is bigger than or equal to $a_{k-\ell}$, so we suppose that $\beta(a_{k-\ell})=a_{k-\ell}$ and $\beta(a_{k-\ell+1})\geq a_{k-\ell+1}$. Then

$$\partial^{k-1}_{\underset{k-\ell}{\longrightarrow}}(\alpha\beta)=(a_{k-\ell})_{\sum_{p=0}^{k-\ell}i_p}(a_{k-\ell+1})_{s_{k-\ell+1}}\cdots(a_{k-1})_{s_{k-1}},$$

where $\sum_{p=0}^{k-\ell}i_p+\sum_{p=k-\ell+1}^{k-1}s_p=n$. Since

$$\partial^{k-1}_{\underset{k-\ell}{\longrightarrow}}(\alpha)=(a_{k-\ell})_{\sum_{p=0}^{k-\ell}i_p}(a_{k-\ell+1})_{i_{k-\ell+1}}\cdots(a_{k-1})_{i_{k-1}},$$

it follows

$$\partial^{k-1}_{\underset{k-\ell}{\longrightarrow}}(\alpha)\,\beta=(a_{k-\ell})_{\sum_{p=0}^{k-\ell}i_p}(a_{k-\ell+1})_{s_{k-\ell+1}}\cdots(a_{k-1})_{s_{k-1}}.$$

Note that $s_{k-\ell+1},\dots,s_{k-1}$ are the same as in $\partial^{k-1}_{\underset{k-\ell}{\longrightarrow}}(\alpha\beta)$ because $\partial^{k-1}_{\underset{k-\ell}{\longrightarrow}}(\alpha)(a_p)=\alpha(a_p)$, where $p=k-\ell+1,\dots,k-1$. Since

$$\partial^{k-1}_{\underset{k-\ell}{\longrightarrow}}(\beta)=(a_{k-\ell})_{\sum_{p=0}^{k-\ell}j_p}(a_{k-\ell+1})_{j_{k-\ell+1}}\cdots(a_{k-1})_{j_{k-1}},$$

considering the previous arguments, it follows

$$\alpha\partial^{k-1}_{\underset{k-\ell}{\longrightarrow}}(\beta)=(a_{k-\ell})_{\sum_{p=0}^{k-\ell}i_p}(a_{k-\ell+1})_{s_{k-\ell+1}}\cdots(a_{k-1})_{s_{k-1}}.$$

Hence $\partial^{k-1}_{\underset{k-\ell}{\longrightarrow}}(\alpha\beta)=\partial^{k-1}_{\underset{k-\ell}{\longrightarrow}}(\alpha)\beta+\alpha\partial^{k-1}_{\underset{k-\ell}{\longrightarrow}}(\beta)$.

Case 2.3. Let us assume that the images only some of the elements of $\{a_{k-\ell},\dots,a_{k-1}\}$ under the endomorphism β are less than or equal to $a_{k-\ell}$. Like in Case 3 of Lemma 3 of [15], we suppose that $\beta(a_{k-1})=a'_{k-1}>a_{k-\ell}$ and there exists a number q, $1<q\leq\ell$, such that $\beta(a_{k-q})\leq a_{k-\ell}$. Let q be the less number with this property. Hence, it follows $a'_{k-q}\leq a_{k-\ell}<a'_{k-q+1}$.

Now, considering (3) of [15], it follows

$$\alpha\beta=(a'_0)_{\sum_{p=0}^{m_0}i_p}\cdots(a'_{k-q+1})_{\sum_{p=m_{k-q}+1}^{m_{k-q+1}}i_p}\cdots(a'_{k-1})_{\sum_{p=m_{r-1}+1}^{k-1}i_p}$$

and then

$$\partial^{k-1}_{\underset{k-\ell}{\longrightarrow}}(\alpha\beta)=(a_{k-\ell})_{\sum_{p=0}^{k-\ell}i_p}(a'_{k-q+1})_{\sum_{p=m_{k-q}+1}^{m_{k-q}+1}i_p}\cdots(a'_{k-1})_{\sum_{p=m_{r-1}+1}^{k-1}i_p}.$$

Since

$$\partial^{k-1}_{\underset{k-\ell}{\longrightarrow}}(\alpha)=(a_{k-\ell})_{\sum_{p=0}^{k-\ell}i_p}(a_{k-\ell+1})_{i_{k-\ell+1}}\cdots(a_{k-1})_{i_{k-1}},$$

it follows

$$\partial^{k-1}_{\overrightarrow{k-\ell}}(\alpha)\,\beta = (a_{k-\ell})_{\sum_{p=0}^{k-\ell} i_p}(a'_{k-q+1})_{\sum_{p=m_{k-q}+1}^{m_{k-q}+1} i_p}\cdots(a'_{k-1})_{\sum_{p=m_{r-1}+1}^{k-1} i_p}.$$

Since

$$\partial^{k-1}_{\overrightarrow{k-\ell}}(\beta) = (a_{k-\ell})_{\sum_{p=0}^{k-\ell} j_p}(a_{k-\ell+1})_{j_{k-\ell+1}}\cdots(a_{k-1})_{j_{k-1}}$$

and $\partial^{k-1}_{\overrightarrow{k-\ell}}(\beta)(a_p) = \beta(a_p)$, where $p = k-\ell+1,\ldots,k-1$, it follows

$$\alpha\partial^{k-1}_{\overrightarrow{k-\ell}}(\beta) = (a_{k-\ell})_{\sum_{p=0}^{k-\ell} i_p}(a'_{k-q+1})_{\sum_{p=m_{k-q}+1}^{m_{k-q}+1} i_p}\cdots(a'_{k-1})_{\sum_{p=m_{r-1}+1}^{k-1} i_p}.$$

Hence $\partial^{k-1}_{\overrightarrow{k-\ell}}(\alpha\beta) = \partial^{k-1}_{\overrightarrow{k-\ell}}(\alpha)\beta + \alpha\partial^{k-1}_{\overrightarrow{k-\ell}}(\beta)$.

Theorem. *The map* $\partial^{k-1}_{\overrightarrow{k-\ell}} : \mathcal{D}^{k-1}_{\overrightarrow{k-\ell}} \to \sigma^{(n)}\{a_{k-\ell},\ldots,a_{k-1}\}$ *is a derivation. The maximal subsemiring of* $\sigma^{(n)}\{a_0,a_1,\ldots,a_{k-1}\}$ *closed under the derivation* $\partial^{k-1}_{\overrightarrow{k-\ell}}$ *is a semiring* $\mathcal{D}^{k-1}_{\overrightarrow{k-\ell}}$.

Proof. From lemmas it follows that $\partial^{k-1}_{\overrightarrow{k-\ell}} : \mathcal{D}^{k-1}_{\overrightarrow{k-\ell}} \to \sigma^{(n)}\{a_{k-\ell},\ldots,a_{k-1}\}$ is a derivation.

If we suppose that $\beta \notin \mathcal{D}^{k-1}_{\overrightarrow{k-\ell}} = S^{k-1}_{\overrightarrow{k-\ell}} \cup R^{k-1}_{\overrightarrow{k-\ell}}$, then it follows $\beta \notin R^{k-1}_{\overrightarrow{k-\ell}}$. So $\beta(a_{k-\ell}) > a_{k-\ell}$ or $a'_{k-\ell} > a_{k-\ell}$. By similar reasonings to those in Case 2.3 of the last lemma we check u, where $\ell \le u \le k$, to be the less number such that $a'_{k-\ell} \ge a'_{k-u} > a_{k-\ell}$. Hence, it follows

$$\alpha\beta = (a'_0)_{\sum_{p=0}^{m_0} i_p}\cdots(a'_{k-u})_{\sum_{p=m_{k-u+1}+1}^{m_{k-u}} i_p}\cdots(a'_{k-1})_{\sum_{p=m_{r-1}+1}^{k-1} i_p}$$

and then

$$\partial^{k-1}_{\overrightarrow{k-\ell}}(\alpha\beta) = (a_{k-\ell})_{\sum_{p=0}^{m_{k-u}} i_p}\cdots(a'_{k-1})_{\sum_{p=m_{r-1}+1}^{k-1} i_p}.$$

Since

$$\partial^{k-1}_{\overrightarrow{k-\ell}}(\alpha) = (a_{k-\ell})_{\sum_{p=0}^{k-\ell} i_p}(a_{k-\ell+1})_{i_{k-\ell+1}}\cdots(a_{k-1})_{i_{k-1}},$$

it follows

$$\partial^{k-1}_{\overrightarrow{k-\ell}}(\alpha)\beta = (a'_{k-\ell})_{\sum_{p=0}^{k-\ell} i_p}\cdots(a'_{k-1})_{\sum_{p=m_{r-1}+1}^{k-1} i_p}.$$

But now $a'_{k-q} > a_{k-\ell}$, so, $\partial^{k-1}_{k-\ell}(\alpha)\beta > \partial^{k-1}_{k-\ell}(\alpha\beta)$ and this completes the proof.

Using the previous notations, for any $2 \le m < \ell$, let us consider the map

$$\partial^{k-\ell}_{\overrightarrow{k-m}} : \sigma^{(n)}\{a_{k-\ell},\ldots,a_{k-1}\} \to \sigma^{(n)}\{a_{k-m},\ldots,a_{k-1}\},$$

such that for any endomorphism $\alpha \in \sigma^{(n)}\{a_{k-\ell}, \dots, a_{k-1}\}$,
$\alpha = (a_{k-\ell})_{i_{k-\ell}} \cdots (a_{k-1})_{i_{k-1}}$, where $\sum_{p=k-\ell}^{k-1} i_p = n$,

$$\partial_{\overrightarrow{k-m}}^{k-\ell}(\alpha) = (a_{k-m})_{\sum_{p=0}^{k-m} i_p} (a_{k-m+1})_{i_{k-m+1}} \cdots (a_{k-1})_{i_{k-1}}.$$

Now, we consider the sets below

$$S_{\overrightarrow{k-m}}^{k-\ell} = \left\{ \alpha \,\middle|\, \alpha \in \sigma^{(n)}\{a_{k-\ell}, \dots, a_{k-1}\}, \alpha(a_{k-\ell}) = \cdots = \alpha(a_{k-m}) \geq a_{k-m+1} \right\}, \quad (1)$$

$$R_{\overrightarrow{k-m}}^{k-\ell} = \left\{ \alpha \,\middle|\, \alpha \in \sigma^{(n)}\{a_{k-\ell}, \dots, a_{k-1}\}, \alpha(a_{k-m}) \leq a_{k-m} \right\} \quad (2)$$

and we prove (like in Lemma 4) that their union $\mathcal{D}_{\overrightarrow{k-m}}^{k-\ell}$ is a semiring.

Using analogs of the proofs of lemmas and the theorem we obtain

Corollary 1. *The map $\partial_{\overrightarrow{k-m}}^{k-\ell} : \mathcal{D}_{\overrightarrow{k-m}}^{k-\ell} \to \sigma^{(n)}\{a_{k-m}, \dots, a_{k-1}\}$ is a derivation. The maximal subsemiring of $\sigma^{(n)}\{a_{k-\ell} \dots, a_{k-1}\}$ closed under the derivation $\partial_{\overrightarrow{k-m}}^{k-\ell}$ is a semiring $\mathcal{D}_{\overrightarrow{k-m}}^{k-\ell}$.*

From definitions (1) and (2) easily follows $S_{\overrightarrow{k-\ell}}^{k-1} \supset S_{\overrightarrow{k-m}}^{k-1}$ and $S_{\overrightarrow{k-m}}^{k-\ell} \cap R_{\overrightarrow{k-\ell}}^{k-1} = \varnothing$, where $2 \leq m < \ell \leq k-1$. Thus we obtain

$$\mathcal{D}_{\overrightarrow{k-\ell}}^{k-1} \cap \mathcal{D}_{\overrightarrow{k-m}}^{k-1} = S_{\overrightarrow{k-m}}^{k-1} \cup \left(R_{\overrightarrow{k-\ell}}^{k-1} \cap R_{\overrightarrow{k-m}}^{k-1} \right).$$

Now we can define a composition of derivations. Let us consider the following three derivations:

$$\partial_{\overrightarrow{k-\ell}}^{k-1} : \mathcal{D}_{\overrightarrow{k-\ell}}^{k-1} \to \sigma^{(n)}\{a_{k-\ell}, \dots, a_{k-1}\},$$

$$\partial_{\overrightarrow{k-m}}^{k-\ell} : \mathcal{D}_{\overrightarrow{k-m}}^{k-\ell} \to \sigma^{(n)}\{a_{k-m}, \dots, a_{k-1}\} \text{ and}$$

$$\partial_{\overrightarrow{k-m}}^{k-1} : \mathcal{D}_{\overrightarrow{k-\ell}}^{k-1} \cap \mathcal{D}_{\overrightarrow{k-m}}^{k-1} \to \sigma^{(n)}\{a_{k-m}, \dots, a_{k-1}\}.$$

For any endomorphism $\alpha \in \mathcal{D}_{\overrightarrow{k-\ell}}^{k-1} \cap \mathcal{D}_{\overrightarrow{k-m}}^{k-1}$ it follows $\partial_{\overrightarrow{k-m}}^{k-1}(\alpha) = \partial_{\overrightarrow{k-m}}^{k-\ell} \left(\partial_{\overrightarrow{k-\ell}}^{k-1}(\alpha) \right)$. Hence,

$$\partial_{\overrightarrow{k-m}}^{k-1} = \partial_{\overrightarrow{k-\ell}}^{k-1} . \partial_{\overrightarrow{k-m}}^{k-\ell} \quad (3)$$

for any number $m \geq 2$, where $m < \ell \leq k-1$.

In the semiring $\bigcap_{p=2}^{k-1} \mathcal{D}_{\overrightarrow{k-p}}^{k-1}$ we can represent any derivation as a composition of two (or more) derivations. Using the notations of [15], we find $R_{\overrightarrow{k-\ell}}^{k-1} = \mathcal{D}_{k-\ell}^{k-1}$ for any $2 \leq \ell \leq k-1$. Since

$$S_{\overrightarrow{1}}^{k-1} \supset S_{\overrightarrow{2}}^{k-1} \supset \cdots \supset S_{\overrightarrow{k-2}}^{k-1} \quad \text{and}$$

$$S_{\overrightarrow{k-2}}^{k-1} = \left\{ \alpha \;\middle|\; \alpha \in \sigma^{(n)}\{a_0, \ldots, a_{k-1}\}, \alpha(a_0) = \cdots = \alpha(a_{k-2}) \geq a_{k-1} \right\} = \{(a_{k-1})_n\},$$

it folows $\bigcap_{p=2}^{k-1} \mathcal{D}_{\overrightarrow{k-p}}^{k-1} = \{(a_{k-1})_n\} \cup \bigcap_{p=2}^{k-1} \mathcal{D}_{k-p}^{k-1}$. For $k-1 = n$ from [15] we know that $\bigcap_{p=2}^{k-1} \mathcal{D}_{k-p}^{k-1} = \mathcal{ON}_n$ is a semiring of over nilpotent endomorphisms, see [7]. In this semiring, considering (3) and (4) of [15] we have

$$\partial_{\overrightarrow{n-m}}^{n} = \partial_{\overrightarrow{n-\ell}}^{n} \,.\, \partial_{\overrightarrow{n-m}}^{n-\ell}, \text{ where } 1 \leq m < \ell \leq n-1 \text{ and}$$

$$\partial_{n-m}^{n} = \partial_{n-\ell}^{n} \,.\, \partial_{n-m}^{n-\ell}, \text{ where } 1 \leq \ell < m \leq n-1.$$

By similar reasonings, we consider the two maps from $\mathcal{ON}_n$ to $\sigma^{(n)}\{a_{k-m}, \ldots, a_{k-\ell}\}$:

$$\partial_{n-\ell}^{n} \,.\, \partial_{\overrightarrow{n-m}}^{n-\ell} \text{ and } \partial_{\overrightarrow{n-m}}^{n} \,.\, \partial_{\overrightarrow{n-\ell}}^{n-m},$$

where $m > \ell$. It is interesting to know if these maps are derivations and if these maps are equal.

References

[1] Golan J. S., Semirings and their application, Kluwer Ac.Publ., Dodrecht, 1999.

[2] Kolchin E. R., Differential Algebra and Algebraic Groups, Academic Press, New York, London, 1973.

[3] Kozlov D., Combinatorial Algebraic Topology, Springer–Verlag Berlin, 2008.

[4] Ritt J. F., Differential Algebra, Amer. Math. Soc. Colloq. Publ. 33, New York, 1950.

[5] Stanley R., Enumerative combinatorics, Vol. 2, Cambr, Univ. Press, 1999.

[6] Trendafilov I., Vladeva D., The endomorphism semiring of a finite chain, Proc. Techn. Univ.-Sofia, 61, 1, 2011, 9 – 18.

[7] Trendafilov I., Vladeva D., Subsemirings of the Endomorphism Semiring of a Finite Chain, Proc. Techn. Univ. - Sofia, vol. 61, 1, 2011, 19–28.

[8] Trendafilov I., Derivations in Some Finite Endomorphism Semirings, Discuss. Math. Gen. Algebra and Appl., Vol. 32, 2012, 77–100.

[9] Trendafilov I., Vladeva D., Combinatorial Results for Geometric Structures in Endomorphism Semirings, AIP Conf. Proc. 1570, 2013, 461 – 468.

[10] Trendafilov I., Simplices in the Endomorphism Semiring of a Finite Chain, Hindawi Publishing Corporation, Algebra, Volume 2014, Art. ID 263605, 2014.

[11] Trendafilov I., Vladeva D., Derivations in a triangle – I part. The projection on the least string of a triangle is a derivation, Proc. Techn. Univ.-Sofia, 65, 1, 2015, 243 – 252.

[12] Trendafilov I., Vladeva D., Derivations in a triangle – II part. The projection on any of strings of a triangle is a derivation, Proc. Techn. Univ.-Sofia, 65, 1, 2015, 253 – 262.

[13] Vladeva D., I. Trendafilov, The Projections on Some Triangles of a Simplex are Derivations, Proceedings of the Forty Five Spring Conference of the Union of Bulgarian Mathematicians, Pleven, April 6–10, 2016, 101 – 107.

[14] Vladeva D., Derivations in finite endomorphism semirings, Serdica Math. Journ. 42 (2016), 251 – 260.

[15] Vladeva D., The provections of k – simplex onto the smallest subsimplices of arbitrary type are derivations, Proc. Techn. Univ.-Sofia, 67, 1, 2017.

Author: Dimitrinka Vladeva, assoc. prof., Department "Mathematics and physics", LTU, Sofia, *e-mail:* d_vladeva@abv.bg

Received 10 April 2017 **Reviewer:** Prof. D.Sc. Emil Nikolov

РАЗРАБОТВАНЕ НА ПРОГРАМНО ОСИГУРЯВАНЕ ЗА АВТОМАТИЗИРАНО ИЗГРАЖДАНЕ НА ВИРТУАЛНИ МЕТАБОЛИТНИ МРЕЖИ

Десислава Стоицева-Деличева, Борис Киров, Мартин Маринов

Резюме: *Предложена е MATLAB базирана процедура за изграждане на качествена изчерпателна възстановка на произволна метаболитна мрежа. Детайлно са разработени алгоритмите за съставяне на начална мрежа, допълване на първоначалната мрежа, преобразуване на мрежата в математически модел и финализиране на метаболитния модел.Програмното осигуряване е снабдено с потребителски интерфейс, като има възможност резултатите да бъдат представяни графично. Разработената програма е тествана с реални данни от базата KEGG.*
Ключови думи: *метаболитна мрежа, биоинформатика, генетична база данни, метаболитен модел*

ENGINEERING OF SOFTWARE FOR VIRTUAL METABOLIC NETWORKS AUTOMATED CONSTRUCTION

Desislava Stoitseva-Delicheva, Boris Kirov, Martin Marinov

Abstract: *A MATLAB-based procedure for the precise and thorough reconstruction of an arbitrary metabolic network has been proposed. The algorithms for the initial network composition, the initial network supplementation, the network conversion to a mathematical model and the model finalization have been elaborated in details. The software has been upgraded with a graphical user interface and allows for the graphical presentation of the results. The developed script has been tested with actual data from the KEGG database.*
Keywords: *metabolic network, bioinformatics, geneticdatabase, metabolicmodel*

1. ВЪВЕДЕНИЕ

Развитието на генетиката, ензимологията, синтетичната и системната биология доведоха до възникването на един напълно нов поглед към вътреклетъчните процеси. Детайлното разбиране на интимните механизми управляващи генната експресия и белтъчната активност позволиха да се изгради системно разбиране за множеството взаимосвързани процеси протичащи едновременно и координирано в живите организми [1]. Появиха се не само инструментите за генно, метаболитно, клетъчно и организмово инженерство, но и подходите за анализ на системните ефекти от индивидуалните промени, които настъпват след човеш-

© 2017 Publishing House of Technical University of Sofia
All rights reserved

ISSN 1311-0829

ката намеса [2]. Същевременно бурното развитие на инструменталната страна на биотехнологиите достигна точка на насищане и последващото техническо развитие на биопроцесните системи остана на заден план като по-малко обещаващо.

По тези причини все повече усилия в областта на индустриалните биотехнологии се насочват именно към развитието на метаболитното инженерство [3], както и на теоретичните му предпоставки – анализ на баланса на потоците [4] и динамични метаболитни модели[5] на ниво модули за производство на конкретни вещества или на ниво цял организъм [6] или дори екосистема [7].

Изграждането на модели на метаболитните мрежи, които са обект на изследване е трудоемка задача и би отнело месеци или години ако трябва да се извършва на ръка. От друга страна, този процес изисква способност за работа с уеб-базирани бази данни и множество кръстосани проверки, което ограничава възможността на специалисти без знания в областта на програмното осигуряване да съставят софтуерни продукти за тази цел. По този начин навлизането на тази технология в индустриалните, а и в академичните среди е силно забавено вследствие на необходимостта от обучението и набирането на специалисти по биоинформатика. За да отговорим на този проблем, ние разработихме програмно осигуряване целящо автоматизирано изграждане на виртуални метаболитни мрежи в MATLAB среда.

2. ФАЗИ ПРИ ИЗГРАЖДАНЕТО НА МЕТАБОЛИТНИ МОДЕЛИ

Изграждането на метаболитни модели преминава през четири основни фази [8]. Започва се със съставянето на начална, първична мрежа като се използва информацията за генома на съответния организъм и събраните за него биохимични данни. Тази фаза позволява висока степен на автоматизация, което обаче води до включването в метаболитната мрежа на погрешни реакции и липсата на съществени такива. Основни причини за тези неточности са наличието на некоректни анотации, както и факта че биохимичните бази данни съхраняват информация, която не се отнася само за определен организъм. Данните за даден ензим или реакция са обобщени и не се отнасят само за конкретния обект на моделиране. След автоматичното извличане на информация от анотираните гени се налага човек да извърши проверки за некачествени анотации на база на допълнителни емпирични данни.

Във втората фаза от изграждането на метаболитни мрежи се прави проверка на структурата на мрежата. За всеки включен ген и реакция трябва да се отговори на два въпроса – 1) Това трябва ли да е тук? 2) Това попълнение изолирано ли е от мрежата и ако е така, то може ли да се добави нещо, което да го свърже с нея? Всяка метаболитна функция и свързаните с нея реакции се проверяват от експерти. При изграждането на мрежата е препоръчително първо да се започне с изграждането на каноничните метаболитни пътища, към които да се добавя в последствие, докато се завърши мрежата. Периферните пътища и реакциите, за които не е сигурно къде се вписват в общия модел, се добавят последни, като по този начин оценката на реакциите се осъществява в техния метаболитен кон-

текст. Ако липсва информация за специфичен организъм, който се моделира, могат да се използват данни за организми сходни на него, като тези реакции задължително се обозначават и се считат за ненадеждни.

На този етап се определят използваните субстрати и кофактори, които обуславят специфичното действие на ензимите. Ако даден ензим участва само в една реакция, то влиянието на субстратът и кофакторите би могло да се пренебрегне. Ако ензимът, обаче участва в много реакции с различни субстрати и кофактори, то тогава отново се налага проверката от страна на човек. Информацията за използваните кофактори и субстрати се набавя от специфични за организма биохимични проучвания.

Важна стъпка е и определянето на неутралната формула на всеки метаболит. При изграждането на метаболитни мрежи, често се допуска че междуклетъчното pH е 7,2. В действителност, обаче, то е различно в зависимост от условията на средата и според това в кой клетъчен органел са веществата. Съществуват програмни продукти, които предсказват стойността на pH, при която белтъкът е неутрален, което повишава точността на разработвания модел.

Когато заредената формула за всеки метаболит е определена, могат да се определят стехеометричните коефициенти на веществата. От съществено значение е уравновесяването на всички реакции, за да се гарантира адекватност на модела.

Следва определяне посоката на химическите реакции. Съществуват различни подходи – такива, които обединяват термодинамични данни с топологията на мрежата и използват евристични правила или чрез оценка на промяната на свободната енергия на Gibbs. Неправилната посока на реакция може да повлияе значително на поведението на модела.

Необходимо е също така да се добави информация за физическото местоположение на реакциите. Неправилното определяне на местоположението на реакцията може да доведе до възникване на допълнителни пропуски в метаболитната мрежа и добавянето на погрешни междуклетъчни транспортни реакции.

На този етап се създават метаболитни карти за дадения организъм, с помощта на които се преценява доколко дадена реакция от автоматично получената начална мрежа е свързана с другите реакции в мрежата, като по този начин могат да бъдат идентифицирани и липсващи реакции.

Друг важен момент в тази фаза е събирането на информация за химичния състав на биомасата и подходящите условия за развитие на организма. Тази информация е от съществено значение за проверка на качеството на метаболитния модел.

С цел проверка достоверността на модела се добавят неуравновесени реакции и реакции-сифони. Неуравновесените реакции позволяват натрупване на дадено съединение, което не би било възможно в мрежа с уравновесени масови потоци. Те се добавят само за съединения, за които се знае със сигурност, че се произвеждат от организма. Реакциите-сифони се добавят за съединения, които се произвеждат от неметаболитни клетъчни процеси, но също така участват и в метаболизма. И двата вида реакции се добавят с цел откриване на проблем в изградената метаболитна мрежа и щом пропускът се открие, те се премахват.

В третата фаза от изграждането на метаболитния модел, изградената дотук метаболитна мрежа се преобразува в математически модел, като мрежата получава математическо описание, в това число и ограничителните условия. Това става на три стъпки:

Стъпка 1 – списъкът с реакции се преобразува в стехеометрина матрица S, в която колоните съответстват на реакциите в мрежата, а редовете на метаболитите; субстратите на реакцията се задават с отрицателни коефициенти, а продуктите с положителни стойности. Ако дадено съединение не участва в определена реакция, то неговия коефициент в матрицата е 0.

Стъпка 2 - дефинират се границите на системата чрез добавяне на обменни реакции, свързани с всички химически съединения, които се отделят или консумират от метаболитната мрежа.

Стъпка 3 – добавят се ограничения, дефиниращи зависимостта на модела от условията на средата, както и такива които стесняват диапазона от възможни състояния на потоците в системата, определят посоката на химическите реакции, определят способността на ензимите да регулират реакциите в мрежата и др.

Фаза 4 е оценка на метаболитната мрежа. Най-честите проблеми при изграждането на метаболитни модели са свързани с неправилно зададени ограничения на реакциите, липсващи транспортни или обменни реакции, невъзможност за производството или консумирането на даден кофактор, както и неправилен пренос на вещества от един компартимент в друг. Основно свойство на метаболитния модел, което следва да се провери е способността му да синтезира органични съединения, участващи в анаболизма на организма.

Итеративността на процеса предполага вземането на решение за прекратяване преизграждането на модела и неговото приемане за завършен, като обикновено то се основава на приложението, за което се изготвя дадения модел.

2. ОПИСАНИЕ НА ПРОГРАМНОТО ОСИГУРЯВАНЕ ЗА АВТОМАТИЧНО ИЗГРАЖДАНЕ НА ВИРТУАЛНА МЕТАБОЛИТНА МРЕЖА ЧРЕЗ ИЗВЛИЧАНЕ НА ДАННИ ЗА МЕТАБОЛИТНИ РЕАКЦИИ ОТ KEGG

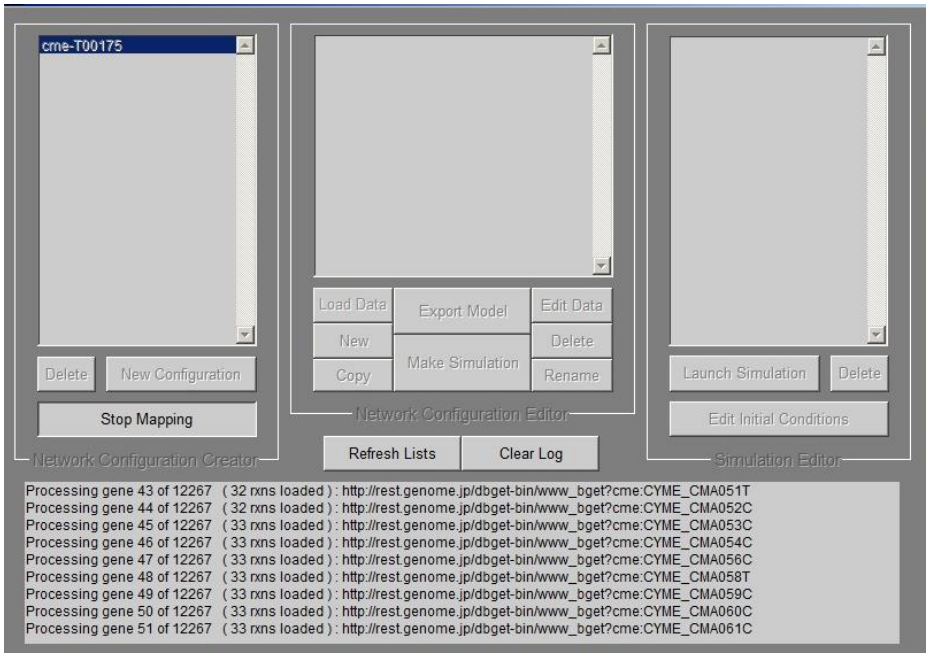
В настоящата разработка се представя програма с графичен интерфейс, разработена в програмната среда на MATLAB, която дава възможност за автоматично съставяне и изтегляне на списъци с биохимични реакции, като се използват анотирани геноми на организми в базата данни KEGG [9]; дава възможност да се редактират тези списъци от потребителя, да се създават изцяло потребителски дефинирани списъци.

Предвидено е автоматично организиране, подреждане и съхраняване на изтеглените данни в локални файлове, което улеснява визуализирането и пресяването на информацията, която е от интерес за потребителя.

Програмата позволява извършване на симулации на метаболитни мрежи, изгра-

дени на базата на изтеглените данни от KEGG, като автоматично се съставя и стехеометричната матрица на дадена метаболитна мрежа, т.е. математически модел, който е съвместим с други симулационни среди.

Основният екран на потребителския интерфейс е показан на фиг.1. Той е разделен условно на четири зони – в първата *NetworkConfigurationCreator*се задава наименованието на организма, чрез неговото означение в KEGG, за който ще се теглят данни и ще бъде съставян метаболитен модел; *NetworkConfigurationEditor* дава възможност за зареждане на данни за вече готови метаболитни мрежи, редактиране на данни за метаболитни мрежи, както и експортиране на готовия модел към други софтуерни продукти; *SimulationEditor* позволява настройка на условията, при които ще се провежда симулационната процедура. В долната част на екрана е предвидено място за визуализиране на текущия статус на програмата.



Фиг.1. Основен екран на потребителския интерфейс

След като процедурата обходи генома на съответния организъм в базата данни, в подкрепа на *Network Configuration Editor*, се генерира списък с ензими и реакции, които има вероятност да протичат в даден организъм.

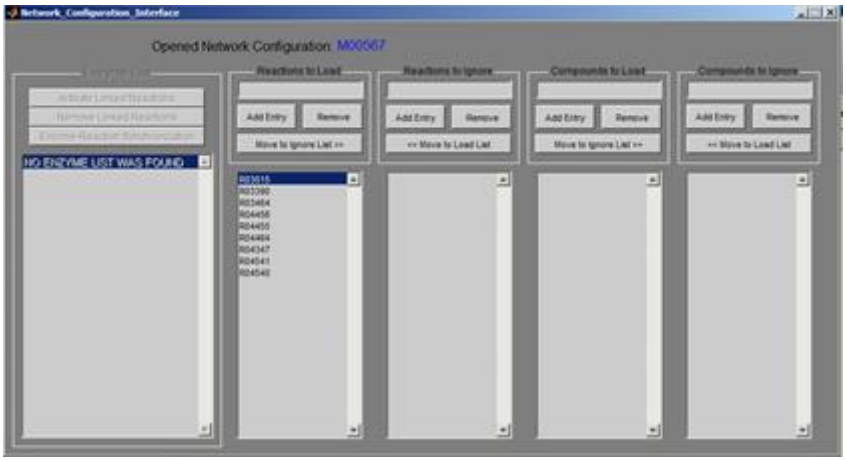
Този списък може да бъде модифициран, чрез *Network Configuration Interface* показан на фиг.2. Този прозорец се стартира с натискането на бутон *EditData* от основния екран.

Работното поле е разделено на пет зони.

Първата съдържа списък на ензимите, чрез които е бил създаден първоначалният списък от реакции на мрежата.

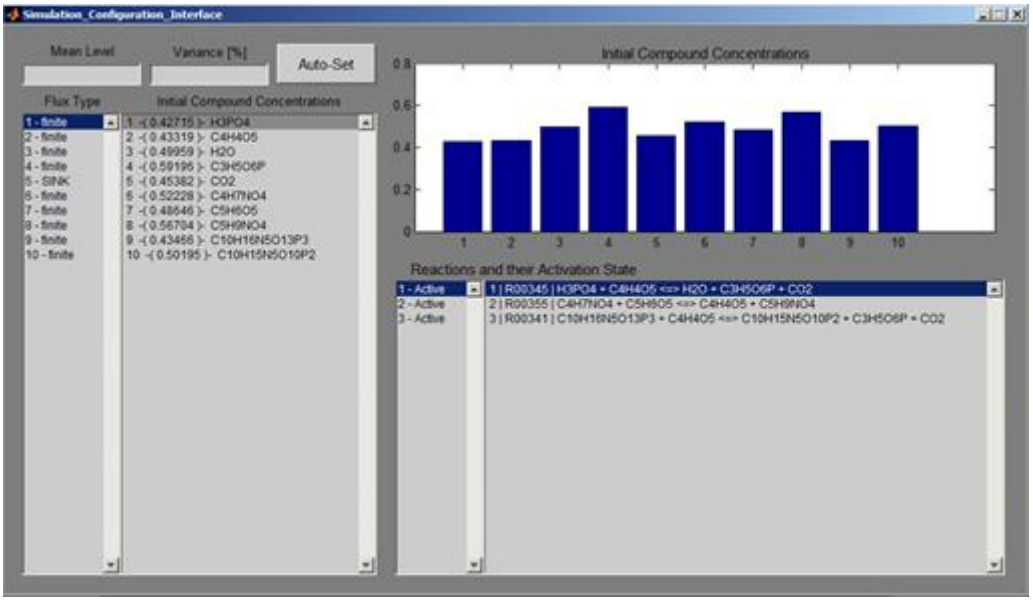
Предвидена е възможност за активиране на определен ензим, като се добавят

всички реакции, които се катализират от него, както и такава за изключване на даден ензим, което води до премахване на всички реакции свързани с неговото катализиране.



Фиг.2. Екран за редактиране на топологии/конфигурации на мрежи

Втората зона съдържа списък от химични реакции, които дефинират метаболитната мрежа. Този списък се обхожда от автоматичната процедура, която тегли данни от KEGG. Тук могат да се въвеждат номера на реакзии, които да се добавят към създадения списък, да се премахват реакции от списъка или да се преместват реакции в списъка с реакции, които не бива да участват в метаболитната мрежа – зона 3. Зона четири съдържа списък със съединения. Автоматичната процедура тегли и данни на химичните съединения, участващи в реакциите. Ако в този списък има посочено съединение, то ще бъдат изтеглени неговите данни от KEGG, както и данни на всички реакции в които то участва. Зона пет съдържа химични съединения, които по мнението на потребителя не би трябвало да участват в метаболитната мрежа.

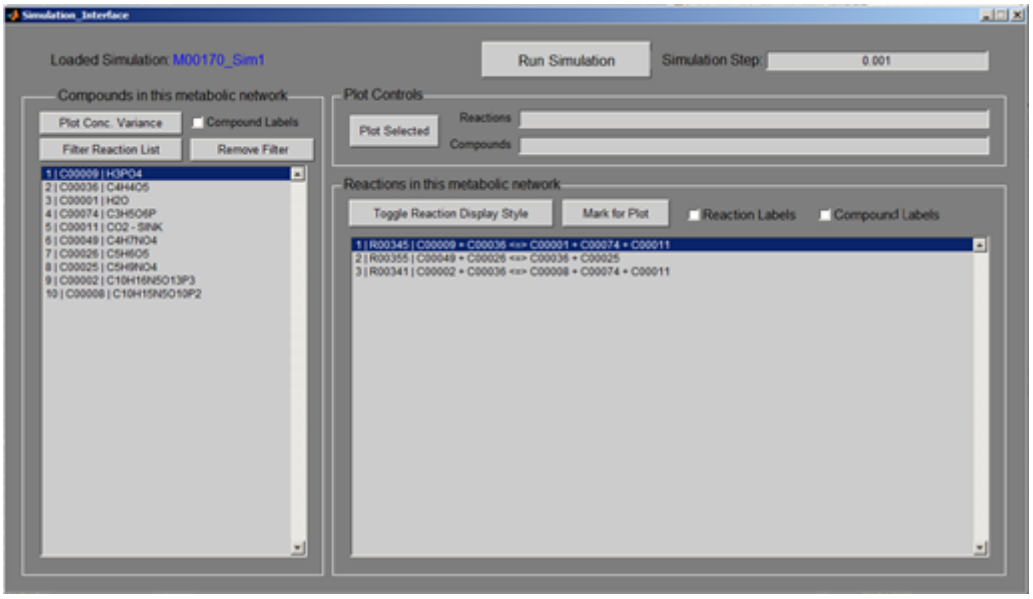


Фиг.3. Интерфейс за задаване на начални условия за симулациите

Показаният на фиг.3 интерфейс се стартира от основния екран и служи за редактиране на началните условия на избрана симулация.

На този екран е предвидена възможност за задаване на началните концентрации на веществата като това може да бъде реализирано наведнъж за всички вещества или за всяко едно по отделно. Предвидено е задаване на концентрациите чрез случайно генерирано отклонение от всеобщо зададена стойност на концентрациите. От този екран се дефинират кои вещества ще бъдат сифони, отново е възможно задаването на начални концентрации на веществата, като е предвидено те да бъдат представяни и графично, могат да се активират и деактивират реакции.

Чрез избирането на бутон *Launchsimulation* от основния екран, се стартира прозорец за конфигуриране и управление на симулациите на дадена метаболитна мрежа – фиг.4.



Фиг.4. Екран за стартиране на симулации и преглед на резултати

Предвидено е задаване на стъпката на симулация, като под това се разбира частите на един мол, които биха преминали през дадена реакция, ако скоростта и е 100%. В резултат от провеждането на симулационна процедура се изчертават промените в скоростите на избраните реакции и концентрациите на изследваните вещества. Предвидена е функционалност по изчертаване на крайната концентрация на всяко вещество отнесена към началната, с цел определяне концентрациите на кои съединения са се променили най-много по време на симулацията.

3. АНАЛИЗ НА РЕЗУЛТАТИТЕ И ИЗВОДИ

Представената разработка предоставя възможности за автоматизирано изграждане на виртуални метаболитни мрежи за произволен организъм анотиран в базата данни KEGG. Процедурата включва създаването на пълен списък с анотираните ензимни реакции в даден организъм, както и включването им стехиометрична матрица описваща взаимовръзките им. В допълнение потребителят може да включи или изключи индивидуални ензими, реакции или метаболити, като по този начин е предоставено средство за контрол над получената мрежа. Пре-

доставена е и възможност за симулация на протичане на вещества през мрежата, с което се завършва напълно процедурата по метаболитен анализ на конкретния организъм или отделни модули в неговия метаболизъм.

В представената разработка липсва инструмент за онагледяване на получения метаболитен модел, което донякъде затруднява работата с продукта и в една бъдеща доработка тази липса ще бъде попълнена.

ЛИТЕРАТУРА

[1] Yilmaz and Walhout, ***Metabolic network modeling with model organisms***, Current Opinion in Chemical Biology, 36:32–39, 2017

[2]Po-Wei Chen, Matthew K Theisen, James C Liao, ***Metabolic systems modeling for cell factories improvement,*** Current Opinion in Biotechnology, Volume 46, Issue null, Pages 114-119, 2017

[3] LakshmananMeiyappan, Cheung C. Y. Maurice, MohantyBijayalaxmi, Lee Dong-Yup, ***Modeling Rice Metabolism: From Elucidating Environmental Effects on Cellular Phenotype to Guiding Crop Improvement***, Frontiers in Plant Science, VOLUME 7, 2016

[4] Klamt S, Regensburger G, Gerstl MP, Jungreuthmayer C, Schuster S, Mahadevan R, et al., ***From elementary flux modes to elementary flux vectors: Metabolic pathway analysis with arbitrary linear flux constraints***, PLoSComputBiol 13(4): e1005409, (2017)

[5] Mahadevan R, Edwards JS, Doyle FJ 3rd,***Dynamic flux balance analysis of diauxicgrowth in Escherichia coli.*** Biophys J, 83:1331-1340,2002

[6] O'Brien EJ, Monk JM, Palsson BO,***Using genome-scale models to predict biological capabilities***, Cell, 161:971-987,2015

[7] Yu, C., Simmons, B.A., Singer, S.W. et al., ***Ionic liquid-tolerant microorganisms and microbial communities for lignocellulose conversion to bioproducts***, ApplMicrobiolBiotechnol 100: 10237, (2016)

[8] Ines Thiele and Bernhard Ø. Palsson1, ***A protocol for generating a high-quality genome-scale metabolicreconstruction***, Nat Protoc.; 5(1): 93–121, 2010

[9] Minoru Kanehisa, Susumu Goto, Yoko Sato, Miho Furumichi1 and Mao Tanabe, ***KEGG for integration and interpretation of large-scale molecular data sets***, Nucleic Acids Research, Vol. 40, Database issue, 2012

Автори: Десислава Стоицева-Деличева, гл. ас. д-р, катедра Автоматизация на непрекъснатите прозводства", Факултет Автоматика, Технически Университет - София, E-mail address: *stoitseva@tu-sofia.bg* ; Борис Киров, гл. ас. д-р, катедра Автоматизация на непрекъснатите прозводства", Факултет Автоматика, Технически университет - София, E-mail address: *boris.kirov@tu-sofia.bg*; Мартин Маринов, инж. бак., катедра „Системи и управление", Факултет Автоматика, Технически Университет - София, E-mail address: *martin_10b_13@abv.bg*

Постъпила на 04.05.2017 г. **Рецензент:** доц. д-р Станислав Енев

АЛГОРИТЪМ ЗА АНАЛИЗ НА БАЛАНСА НА ПОТОЦИТЕ В МЕТАБОЛИТНИ МРЕЖИ ЧРЕЗ РЕКУРЕНТНИ ЗАВИСИМОСТИ

Борис Киров, Десислава Стоицева-Деличева, Мартин Маринов

Резюме: *Решението на оптимизационната задача при анализ на баланса на потоците в метаболитни мрежи е от съществено значение за системната биология и индустриалното и приложение. Като принципно положение е възприето да се използва стандартен симплекс метод, което обаче е свързано с редица практически и теоретични неточности ограничаващи приложимостта му. Настоящата разработка предлага иновативен подход, базиран на оптимизация на локалните биохимични реакции. Използван е принципа на Льо Шателие-Браун за изчисляване на моментна стойност на химичното равновесие в комбинация с рекурентни зависимости.*
Ключови думи: *анализ на баланса на потоците, метаболитно моделиране, метаболитни мрежи, химично равновесие, локално решение*

METABOLIC NETWORK FLUX BALANCE ANALYSIS ALGORITHM BASED ON RECURRENCE RELATIONS

Boris Kirov, Desislava Stoitseva-Delicheva, Martin Marinov

Abstract: *The solution to the metabolic network flux balance analysis optimization problem is highly important for Systems Biology and its industrial application.Typically, standard simplex method is utilized, which however incurs a number of practical and theoretical errors which limit the methods application. The presented work proposes a novel approach based local chemical reaction optimization. The Le Châtelier-Braun principle in combination with recurrence relations have been adopted for the momentary chemical equilibrium value calculation.*
Keywords: *flux balance analysis, metabolic modeling, metabolic networks, chemical equilibrium, local solution*

1. ВЪВЕДЕНИЕ

Проблемът за моделирането на метаболитните потоци в клетката и тяхната оптимизация се приема за основополагащ за съвременните биотехнологии и биомедицина [1]. От правилното решение на тези задачи се очакват насоките за съвременното генетично [2], белтъчно [3], лекарствено [4], клетъчно [5], организмово [6] и екосистемно [7] инженерство.

© 2017 Publishing House of Technical University of Sofia
All rights reserved

ISSN 1311-0829

Въпреки несъмнените постижения в областта на анализа на баланса на потоците [8] и неговите динамични варианти [9], все още остават редица нерешени проблеми. Един от фундаменталните пропуски в изброените подходи е разминаването в мащаба между нивото на моделиране на ензимните реакции (молекулно в единична клетка) и нивото на оптимизация (търси се глобален оптимум, който отговаря на ниво популация от клетки). Прилагането на симплекс метода в неявен вид предполага събирането на информация за всички ензимни реакции и централизираното и обработване от дадена информационна структура. Данни за съществуването на такъв агент в живата клетка засега, обаче, няма. Напротив, многократно вече бе демонстрирано, че генетичната експресия в коя и да е популация от клетки е силно хетерогенна и че моделите описващи механизъм за глобална оптимизация са адекватни по-скоро при описанието на цяла популация.

В тази разработка се предлага алтернативен подход към моделирането на метаболитните реакции, който не се стреми да намери глобален оптимум, а се придържа към принципите на химичното равновесие, за да изчисли скоростта на всяка една меатаболитна реакция независимо. С други думи се търсят локални решения, чиято суперпозиция отговаря на някакъв локален оптимум (ако изобщо се стигне до динамично равновесие).

2. ЕТАПИ ПРИ ИЗГРАЖДАНЕТО НА МЕТАБОЛИТНИ МОДЕЛИ

Изграждането на метаболитни модели преминава през четири основни етапа [10].

Първият етап е съставянето на начална метаболитна мрежа чрез използването на анотирания геном на организма. Откриват се ензимите, кодирани от гените, определят се възможните метаболитни реакции и въз основа на тях се съставя началната мрежа. При необходимост се събират допълнителни данни от експерименти.

Вторият етап е етап на допълване на първоначалната мрежа. Определят се използваните субстрати и кофактори, определя се неутралната формула за всеки метаболит, както и зареденатa им. Също така се изчисляват стехеометричните коефициенти на реакциите, определят се посоките на протичане на реакциите. Необходимо е да се добави информация за физическото местоположение на реакции, да се проверят асоциациите между гени, ензими и реакции. За целите на изчислителната процедура, на всеки метаболит се задава идентификатор, като се изчисляват оценки за достоверност на данните. Към всяка добавена реакция се добавят бележки относно източниците на информация, както и се отбелязва ако дадената реакция е взета от информацията за други организми. Основни моменти на този етап са добавянето на спонтанно протичащи реакции към мрежата, външно- и вътрешно-транспортни реакции, изчертава се метаболитната карта. Това е моментът, в който се определя химичния състав на биомасата на клетката. За пълнота на информацията е необходимо да се добавят уравненията на биомасата, реакция за поддръжка нивата на АТФ, както и реакциите източници и реакциите сифони, които са предназначени за тестване на съставената

метаболитна мрежа. Не на последно място се определят и условията за растеж в дадената хранителна среда.

На третия етап създадената метаболитна мрежа се преобразува в математически модел. Това се осъществява чрез преобразуване на списъка с реакции в стехеометрична матрица S, в която колоните съответстват на реакциите в мрежата, а редовете на метаболитите; субстратите на реакцията се задават с отрицателни коефициенти, а продуктите с положителни стойности. Ако дадено съединение не участва в определена реакция, то неговият коефициент в матрицата е 0. Освен това се задават целевата функция и се дефинират граничните условия.

На четвъртия етап се проверява метаболитния модел:

- Проверява се дали законът за запазване на масата в мрежата е спазен;
- Намират се изолирани метаболити;
- Извършва се анализ за откриване на пропуски;
- Добавят се пропуснати обменни реакции към модела;
- Тества се за безполезни цикли;
- Проверява се дали могат да се произвеждат градивни вещества нужни за синтез на биомаса в стандартна хранителна среда;
- Проверява се дали моделът произвежда същите химични вещества като моделирания организъм;
- Проверява се за блокирани реакции;
- Проверя се дали моделът расте достатъчно бързо и дали не расте прекалено бързо.

Процесът по създаването на метаболитна мрежа е итеративен като това предполага вземането на решение за прекратяване преизграждането на модела и неговото приемане за завършен, като обикновено то се основава на приложението, за което се изготвя дадения модел.

2. АЛГОРИТЪМ ЗА ОПРЕДЕЛЯНЕ ПОСОКАТА И СКОРОСТТА НА МЕТАБОЛИТНИТЕ РЕАКЦИИ В МРЕЖАТА В ЗАВИСИМОСТ ОТ ЖЕЛАНАТА ОПТИМИЗАЦИОННА ЗАДАЧА

В настоящата разработка задачата за определяне посоката на реакцията при симулирането на метаболитни мрежи е решена чрез алгоритъм базиран на принципа на Льо Шателие-Браун [11], чиято формулировка по отношение на химията би имала следния вид – когато една система от химични реакции е в равновесие и настъпи промяна в съотношенията на концентрациите на веществата, температурата, обема или налягането, тогава системата се стреми да се противопостави на промяната и се достига до ново равновесно състояние. Така например, ако се разглежда обратима реакция:

$$a[A]+b[B]\leftrightarrow c[C]+d[D] \quad (1)$$

то при прибавяне на повече от веществото A, това би променило съотношението на концентрациите и тогава ще се произвеждат по-интензивно веществата C и D, като за да се запази химичното равновесие ще е необходима по-интензивна консумация на веществото B.

$$a[A]\uparrow+b[B]\downarrow\leftrightarrow c[C]\uparrow+d[D]\uparrow \quad (2)$$

Разработеният софтуерен продукт отчита само промени в съотношенията на концентрациите, като пренебрегва промени в температурата, налягането и обема.

Определянето посоката на реакциите чрез принципа на Льо Шателие-Браун, предполага определянето на коефициент на равновесие, който се определя като концентрациите на продуктите от дадена реакция се повдигат на степени, равни на стехеометричните им коефициенти и се умножават една с друга. Същото се прави по отношение на реагентите/субстратите, след което се изчислява тяхното съотношение:

$$Q = \frac{[C]^c[D]^d}{[A]^a[B]^b} \quad (3)$$

Изчислява се константата на равновесие по подобен на посочения в (3) начин, като се използват такива концентрации на веществата, за които се знае, че системата е в равновесие. Посоката на реакцията се определя от следните зависимости:

Ако Q>K, реакцията протича от продукти към реагенти,
Ако Q=K, реакцията е в динамично равновесие, (4)
Ако Q<K, реакцията протича от реагенти към продукти.

В разработения алгоритъм, константата на равновесие не се изчислява за всяка реакция. В една метаболитна мрежа има стотици реакции, които са взаимосвързани, което прави изключително трудно определяне съотношенията на концентрациите, при които цялата система ще е в равновесие. Затова вместо с K се работи с q, което е изчисленото Q в момента (n-1). В първия момент се приема q=Q. По този начин, при настъпване промени в концентрациите на веществата в метаболитната мрежа, посоките на реакциите ще се променят по такъв начин, че системата да се стреми към връщане на предходното си съотношение. Ако всички реакции са обратими, няма да има какво да наруши динамичното им равновесие. Транспортните реакции, както и тези които поддържат нивото на АТФ в клетката, винаги протичат в една посока. Задаването на постоянна посока на дадена реакция, в разработената програма, става чрез маркирането на едно от веществата в нея като сифон. По този начин се заобикалят изчисленията на q и директно се определя посоката за такива реакции.

3. ОПРЕДЕЛЯНЕ НА СКОРОСТТА НА ПРОТИЧАЩИТЕ РЕАКЦИИ

При алгоритъма за изчисляване скоростите на реакциите, залегнал в основата на настоящата програма, се изхожда от факта че катализаторите увеличават скоростта на химичните реакции, като сближават молекулите на реагентите, т.е. понижават активационната енергия на реакцията. От това твърдение следва, че концентрацията на реагентите влияе на скоростта на реакцията. Ако се разгледа следната реакция:

$$a[A]+b[B]\rightarrow c[C]+d[D] \quad (5)$$

и се предположи, че концентрацията на А намалява, то колкото по-малко от веществото А е налично, толкова по-бавно би следвало да протече реакцията, защото има по-малко молекули от А и те намират молекули от В по-трудно. Ако концентрацията на А клони към 0, то тогава и скоростта на реакцията също ще е почти нулева, защото няма да има среща между молекулите на реагентите. При увеличаване концентрацията на А, скоростта на реакцията също ще намалява, защото тогава веществото В ще е дефицитно, което отново би затруднило физическата среща между реагентите. Следователно в зависимост от концентрациите на реагентите може да се определи оптимална скорост на реакцията. В идеалния случай съотношението на веществата А и В би било винаги същото като съотношението на стехеометричните им коефициенти a и b. При увеличаване/намаляване на концентрациите и двете трябва да се увеличават/намаляват пропорционално на коефициентите си. Само при тези условия, реакцията ще протича с една и съща възможно най-висока скорост, при която реагентите биха се изразходвали равномерно. В метаболитните мрежи, обаче, има множество взаимосвързани реакции, които използват едни и същи реагенти и се конкурират за тях. Затова количествата реагенти, консумирани от дадена реакция, не се определят така, че скоростта на реакцията да е винаги възможно най-висока, а така че да е съобразена с концентрацията на веществата. При неоптимално съотношение, скоростта би била по-ниска от максималната.

Нека се разглежда реакция от вида:

$$1[A]+1[B]+2[C]\rightarrow 1[D]+2[E]+2[F] \quad (6)$$

Идеалното съотношение определено от стехеометричното отношение на реагентите е a:b:c=1:1:2, което определя максимална скорост за протичане на реакцията. Действителното съотношение в метаболитната мрежа, обаче е различно от идеалното, затова скоростта се пресмята по следния начин:

- Нормира се количеството на реагентите:

$$\left(\frac{[A]}{1},\frac{[B]}{1},\frac{[C]}{2}\right)=([A]_{nor},[B]_{nor},[C]_{nor}) \quad (7)$$

- Определя се минималната нормирана концентрация:

$$C_{min}=min([A]_{nor},[B]_{nor},[C]_{nor}) \quad (8)$$

- Нормираните концентрации се делят на най-малката измежду тях:

$$\left(\frac{[A]_{nor}}{C_{min}},\frac{[B]_{nor}}{C_{min}},\frac{[C]_{nor}}{C_{min}}\right)=(A,B,C) \quad (9)$$

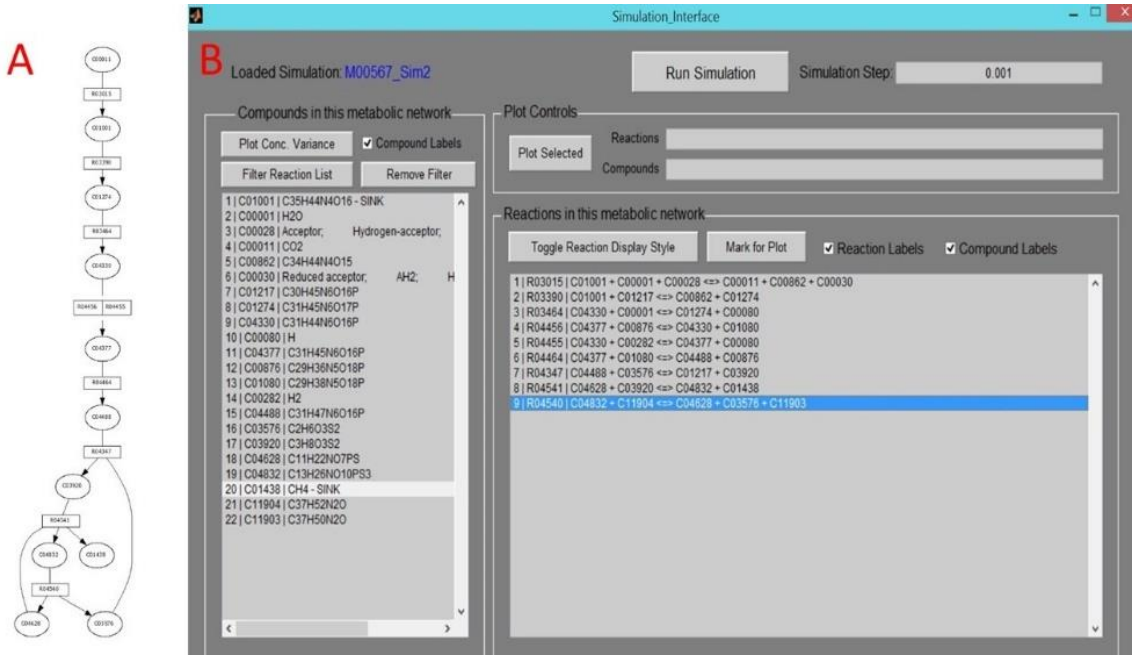
- Броят на реагентите се разделя на получената на предходната стъпка стойност:

$$Rate=\frac{3}{A+B+C} \quad (10)$$

Резултатът от описаната по-горе процедура е винаги число между 0 и 1, съответстващи на 0% и 100%, като тази стойност се счита за оптимална скорост на реакцията, съобразена с количеството на реагентите.

3. СИМУЛАЦИОННИ РЕЗУЛТАТИ

Предложеният алгоритъм е използван за разработката на програмен продукт, като последният е използван за симулацията на динамичното протичане на метаболитните реакции в редица случаи. По-конкретно ще бъдат представени резултатите от симулация на активността на модула за производство на метан от начален субстрат въглероден диоксид, който е характерен за редица метаногени и е с определящо значение за кръговрата на въглерода в биосферата. Изследваният метаболитен модул се състои от 9 реакции свързващи общо 22 вещества като субстрати и/или продукти на тези реакции (фиг.1).



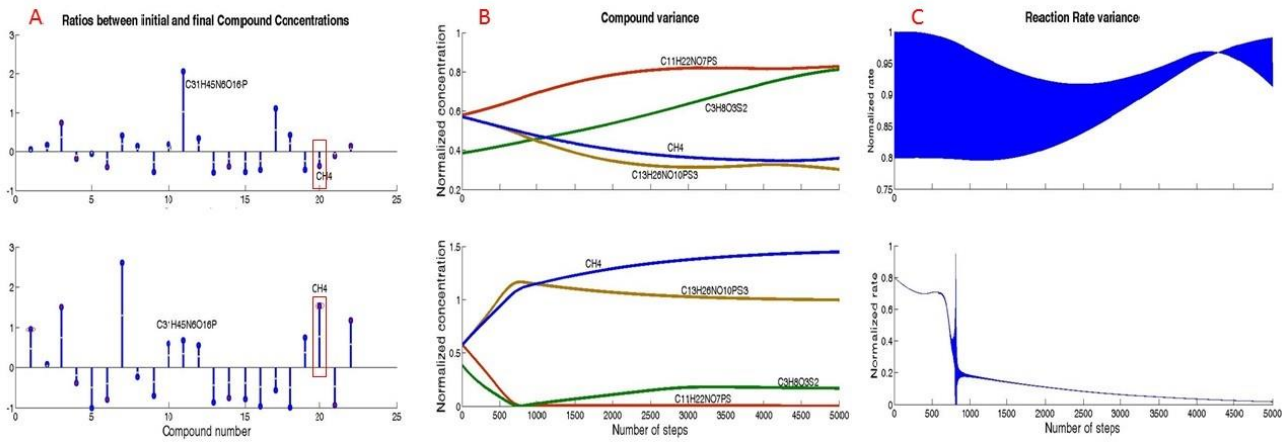
Фиг.1. Метаболитния модул използван за симулациите. А) структура на метаболитната мрежа; В) Съединения (ляво) и ензими (дясно) участващи в метаболитния модул.

Симулациите са извършени при два различни типа условия – метанът има фиксирана концентрация в хранителната среда или метанът е вещество от типа „сифон“, т.е. цялото количество на този газ се отвежда от средата и той изтегля едностранно в своя посока целия метаболизъм.

При симулациите всички останали условия, вкл. концентрациите на метаболитите са еднакви.

От резултатите (фиг.2) е видно напълно различното поведение на системата при двата типа условия.

Когато метанът е един от субстратите, които се подават с някаква определена концентрация в хранителната среда, системата се характеризира с по-плавна динамика и без резки преходи, както в концентрациите на метаболитите, така и в скоростите на отделните реакции.



Фиг.2. Резултати от симулациите при зададена концентрация на метана (горе) и при метан от типа "сифон" (долу). А) Съотношение между началната и крайната концентрация на метаболитите (метанът е ограден в червено); В) Динамика на концентрациите на веществата участващи в реакцията произвждаща метан; С) Динамика на скоростта на реакцията произвеждаща метан.

Обратно, когато метанът е „сифон“, системата се пренастройва към неговия синтез, ключови за производството му вещества се изчерпват и свързаните с тях реакции претърпяват рязка промяна в скоростите си.

4. АНАЛИЗ НА РЕЗУЛТАТИТЕ И ИЗВОДИ

Представеният софтуерен продукт успешно симулира динамичното поведение на метаболитни модели и адекватно отразява очакванията за адаптацията на системата към различни условия на средата. В допълнение, за разлика от стандартните решения, нашият алгоритъм представя възможност за симулация на динамиката на системата с фина разрешителна способност. Накрая, но не и по значение, предложеният подход не се основава на нереалистични предпоставки за решаването на задачата за търсене на оптимума на задачата за скоростта на метаболитните реакции. За разлика от стандартните алгоритми основани на симплекс метода, ние не предполагаме съществуването на някакъв логически център в организма, който обобщава цялата информация за състоянието на отделните метаболитни възли и взима обосновано решение за най-ефективно разпределение на ресурсите според поставената задача. Според нашето виждане, за всяка отделна реакция, във всеки един отделен момент от времето се взима локално решение обосновано само от текущото и от предишното състояние на конкретния метаболитен възел. В действителност така не се стига до глобален оптимум, което е видно и от многото симулации, които проведохме (резултатите не са показани в този доклад) и чиито краен резултат зависи силно от началните условия на симулацията. Но всъщност това е и биологически много по-адекватен резултат. В една микробиална популация отделната клетка не достига оптимално поведение, оптимумът се достига от популацията като цяло вследствие на мутациите, които осигуряват изследване на пълния набор възможни решения в конкретната ситуация и чрез оцеляване на по-добрите решения. По тази причина, в една следваща доработка, ще бъде осигурена възможност за симула-

ция на популация от индивидуални системи, които се адаптират посредством мутации (изключване на конкретни ензимни реакции) и ще бъде изследвана способността на такъв тип система да търси глобален оптимум.

ЛИТЕРАТУРА

[1] Rolfsson Ó, Sigurjonsson Ó, Magnusdottir M, Johannsson F, Paglia G, Guðmundsson S, Bordbar A, Palsson S, Brynjólfsson S, Guðmundsson S, Palsson B, ***Metabolomics comparison of red cells stored in four additive solutions reveals differences in citrate anticoagulant permeability and metabolism***, Vox Sang. 2017

[2] Yilmaz and Walhout, ***Metabolic network modeling with model organisms***, Current Opinion in Chemical Biology, 36:32–39, 2017

[3] Jakočiūnas T, Jensen MK, Keasling JD, ***System-level perturbations of cell metabolism using CRISPR/Cas9***, Curr Opin Biotechnol. 2017

[4] Wang G, Huang M, Nielsen J, ***Exploring the potential of Saccharomyces cerevisiae for biopharmaceutical protein production***, Curr Opin Biotechnol. 2017

[5] Po-Wei Chen, Matthew K Theisen, James C Liao, ***Metabolic systems modeling for cell factories improvement,*** Current Opinion in Biotechnology, Volume 46, Issue null, Pages 114-119, 2017

[6] Lakshmanan Meiyappan, Cheung C. Y. Maurice, Mohanty Bijayalaxmi, Lee Dong-Yup, ***Modeling Rice Metabolism: From Elucidating Environmental Effects on Cellular Phenotype to Guiding Crop Improvement***, Frontiers in Plant Science, VOLUME 7, 2016

[7] Yu, C., Simmons, B.A., Singer, S.W. et al., ***Ionic liquid-tolerant microorganisms and microbial communities for lignocellulose conversion to bioproducts***, Appl Microbiol Biotechnol 100: 10237, (2016)

[8] Klamt S, Regensburger G, Gerstl MP, Jungreuthmayer C, Schuster S, Mahadevan R, et al., ***From elementary flux modes to elementary flux vectors: Metabolic pathway analysis with arbitrary linear flux constraints***, PLoS Comput Biol 13(4): e1005409, (2017)

[9] Mahadevan R, Edwards JS, Doyle FJ 3rd, ***Dynamic flux balance analysis of diauxic growth in Escherichia coli.*** Biophys J, 83:1331-1340, 2002

[10] Ines Thiele and Bernhard Ø. Palsson, ***A protocol for generating a high-quality genome-scale metabolic reconstruction***, Nat Protoc.; 5(1): 93–121, 2010

[11] J. De Heer, ***The principle of Le Châtelier and Braun,*** J. Chem. Educ., 34 (8), p 375, 1957

Автори: Борис Киров, гл. ас. д-р, катедра Автоматизация на непрекъснатите прозводства“, Факултет Автоматика, Технически университет - София, E-mail address: *boris.kirov@tu-sofia.bg*; Десислава Стоицева-Деличева, гл. ас. д-р, катедра Автоматизация на непрекъснатите прозводства“, Факултет Автоматика, Технически Университет - София, E-mail address: *stoitseva@tu-sofia.bg* ; Мартин Маринов, инж. бак., катедра „Системи и управление“, Факултет Автоматика, Технически Университет - София, E-mail address: *martin_10b_13@abv.bg*

Постъпила на 04.05.2017 г. **Рецензент:** доц. д-р Станислав Енев

НЕПРЕКЪСНАТ РЕГУЛАТОР НА ДАЛИН В СХЕМА НА ПРЕДИКТОР НА СМИТ

Емил Гарипов

Резюме. *Представена е методика за проектиране на непрекъснат регулатор на Далин (НРД) за управление на минималнофазови обекти със самоустановяване. Изведени са зависимости на НРД от идентифицирания модел на обекта на управление от първи и втори ред с чисто закъснение. Предложена е модифицирана структура на системата за управление под формата на известния предиктор на Смит за избягване на апроксимацията на чистото закъснение в моделите. Изведени са зависимости за настройване на НРД, съответстващи на ПИ и ПИД регулатори в предиктора на Смит.*
Ключови думи*. Непрекъснат регулатор на Далин, идентификация на обекти със самоустановяване, предиктор на Смит*

CONTINUOUS TIME DAHLIN CONTROLLER IN A SCHEME OF SMITH PREDICTOR

Emil Garipov

Abstract. *A design method of continuous time Dahlin controller (CDC) for control of minimal-phase non-integrated processes is presented. Dependences of the CDC parameters on identified first and second order plant model coefficients are worked out. A modified control system structure is submitted by well-known Smith predictor in order to cut away the model delay approximation. Novel expressions are shown for CDC tuning for structure closed to PI and PID controllers using Smith predictor.*
Keywords. *Continuous-time Dahlin controller, identification of non-integrated processes, Smith predictor*

1. ВЪВЕДЕНИЕ

Регулаторът на Далин (РД, но по-точно на Dahlin-Higham: *Dahlin, E. B., Designing and Tuning Digital Controllers. Instrumentation and Control Systems, 41(6), 77 (1968); Higham, J. D., Single-Term Control of First and Second Order Processes with Dead Time. Control, p.136 (Feb. 1968)*) е базово устройство, чийто дискретен закон за управление се представя във всеки основен учебник и монография по управление. Неговото проектиране изисква познаване на дискретен модел, най-често, от нисък ред, на силно инерционен обект и избор на желана времеконстанта на системата за управление (СУ), задавана като непрекъснато апериодично звено от първи ред и чисто закъснение. Учудващо е, че приложенията на този

© 2017 Publishing House of Technical University of Sofia
All rights reserved

ISSN 1311-0829

регулатор в непрекъснатата област са изключително малко, поради наличието на трансцедентната функция на закъснението в описанието му. Опитите да се рационализира непрекъснатия РД (НРД) се простират само до апроксимация до втори ред на чистото закъснение в ред на Паде и констатиране на грешки в поведението на СУ от тази апроксимация – проблеми, които се избягват с дискретния РД (ДРД) в СУ.

В представения материал стандартната апроксимация се избягва чрез реализиране на управлението със схема на предиктор на Смит. В тази схема НРД има структура на непрекъснат ПИ/ПИД регулатор, а неговите настройки зависят от желаното поведение на проектираната СУ.

2. ПРОЕКТИРАНЕ НА НЕПРЕКЪСНАТ РЕГУЛАТОР НА ДАЛИН (НРД) ЗА УПРАВЛЕНИЕ НА ОБЕКТИ СЪС САМОУСТАНОВЯВАНЕ

2.1. Извеждане на базова предавателна функция на НРД

Нека динамиката на обекта на управление се представя чрез следния модел

$$W_{\text{mod}}(s) = \frac{B_{\text{mod}}(s)}{A_{\text{mod}}(s)} e^{-\tau_{\text{mod}} s}, \tag{1}$$

получен чрез средствата на моделиране или идентификация. Регулаторът на Далин се проектира на базата на модела (1) при желано поведение на СУ

$$W_{des}(s) = \frac{B_{des}(s)}{A_{des}(s)} e^{-\tau_{des} s}. \tag{2}$$

Въз основа на (1) и (2) се извежда описание на НРД като компенсационен регулатор в СУ

$$W_{cdah}(s) = \frac{B_{cdah}(s)}{A_{cdah}(s)} = \frac{1}{W_{\text{mod}}(s)} \frac{W_{des}(s)}{[1 - W_{des}(s)]} = \frac{1}{\frac{B_{\text{mod}}(s)}{A_{\text{mod}}(s)} e^{-\tau_{\text{mod}} s}} \frac{\frac{B_{des}(s)}{A_{des}(s)} e^{-\tau_{des} s}}{\left[1 - \frac{B_{des}(s)}{A_{des}(s)} e^{-\tau_{des} s}\right]} \tag{3}$$

Понеже не е желателно регулаторите да внасят допълнително чисто закъснение, при тяхното проектиране се приема, че чистото закъснение в СУ съответства на закъснението в модела на обекта, т.е. $\tau_{des} = \tau_{\text{mod}} = \tau$. Тогава (3) се опростява:

$$W_{cdah}(s) = \frac{1}{\frac{B_{\text{mod}}(s)}{A_{\text{mod}}(s)}} \frac{\frac{B_{des}(s)}{A_{des}(s)}}{\left[1 - \frac{B_{des}(s)}{A_{des}(s)} e^{-\tau s}\right]} = \frac{A_{\text{mod}}(s)}{B_{\text{mod}}(s)} \frac{B_{des}(s)}{[A_{des}(s) - B_{des}(s) e^{-\tau s}]}. \tag{4}$$

Задължително изискване към НРД е той да бъде устойчив, независимо от динамиката на обекта, който управлява. Затова изразът (4) се използва, само ако нулите на модела на обекта са разположени в лявата полуравнина на комплексната област, т.е. ако той е минималнофазов. В противен случай се налагат определени модификации на (4).

2.2. Конкретизация на НРД за модел на СУ от първи ред с чисто закъснение

Нека проектантът на НРД избере желаната СУ (2) да се представя с динамична система от първи ред с времеконстанта T и чисто закъснение τ

$$W_{des}(s)=\frac{1}{Ts+1}e^{-\tau s}, \qquad \text{т.е., } B_{des}(s)=1,\ A_{des}(s)=Ts+1 \quad . \tag{5}$$

Следователно НРД се описва с предавателната функция:

$$W_{cdah}(s)=\frac{A_{\text{mod}}(s)}{B_{\text{mod}}(s)}\frac{1}{[(Ts+1)-e^{-\tau s}]}. \tag{6}$$

Физическата реализация на (6) изисква трансцедентната функция на чистото закъснение да бъде представена чрез рационална функция посредством отношение на два полинома. Най-често тази апроксимация се осъществява чрез разложение на Паде от n-ти ред на чистото закъснение в (6)

$$e^{-\tau s}\approx\frac{B^{(n)}_{Pade}(s)}{A^{(n)}_{Pade}(s)}. \tag{7}$$

Тогава (6) ще се измени със (7) във вида:

$$W_{cdah}(s)=\frac{A_{\text{mod}}(s)}{B_{\text{mod}}(s)}\frac{A^{(n)}_{Pade}(s)}{[A^{(n)}_{Pade}(s)(Ts+1)-B^{(n)}_{Pade}(s)]}. \tag{8}$$

При условие, че полиномите в (7) се генерират с изразите

$$B^{(n)}_{Pade}(s)=1-\frac{n(s\tau)}{2n.1!}+\frac{n(n-1)(s\tau)^2}{2n(2n-1).2!}-...+(-1)^n\frac{n(n-1)...2.1(s\tau)^n}{2n(2n-1)...(n+1).n!}, \tag{9}$$

$$A^{(n)}_{Pade}(s)=1+\frac{n(s\tau)}{2n.1!}+\frac{n(n-1)(s\tau)^2}{2n(2n-1).2!}-...+\frac{n(n-1)...2.1(s\tau)^n}{2n(2n-1)...(n+1).n!}, \tag{10}$$

разложение на Паде от първи ред има вида

$$e^{-\tau s}\approx\frac{1-\frac{\tau}{2}s}{1+\frac{\tau}{2}s} \qquad \text{или} \quad B^{(1)}_{Pade}(s)=1-\frac{\tau}{2}s \quad \text{и} \quad A^{(1)}_{Pade}(s)=1+\frac{\tau}{2}s. \tag{11}$$

Тогава описанието (8) на НРД се видоизменя така (индексът отразява реда на разложението)

$$W^{(1)}_{cdah}(s)=\frac{A_{\text{mod}}(s)}{B_{\text{mod}}(s)}\frac{\left(1+\frac{\tau}{2}s\right)}{\left[Ts\left(1+\frac{\tau}{2}s\right)+1+\frac{\tau}{2}s-1+\frac{\tau}{2}s\right]}=\frac{A_{\text{mod}}(s)}{B_{\text{mod}}(s)}\frac{\left(1+\frac{\tau}{2}s\right)}{s\left[T\left(1+\frac{\tau}{2}s\right)+\tau\right]}. \tag{12}$$

Според (9) и (10) разложение на Паде от втори ред (n=2) има вида (13) и описание (8) на НРД за това разложение се представя с предавателната функция (14)

$$e^{-\tau s} \approx \frac{1-\frac{2\tau}{4}s+\frac{2.1\tau^2}{4.3.2!}s^2}{1+\frac{2\tau}{4}s+\frac{2.1\tau^2}{4.3.2!}s^2} \quad \text{или} \quad B^{(2)}_{Pade}(s)=1-\frac{\tau}{2}s+\frac{\tau^2}{12}s^2, \quad A^{(2)}_{Pade}(s)=1+\frac{\tau}{2}s+\frac{\tau^2}{12}s^2 \quad (13)$$

$$W^{(2)}_{cdah}(s)=\frac{A_{\text{mod}}(s)}{B_{\text{mod}}(s)}\frac{\left(1+\frac{\tau}{2}s+\frac{\tau^2}{12}s^2\right)}{\left[Ts\left(1+\frac{\tau}{2}s+\frac{\tau^2}{12}s^2\right)+1+\frac{\tau}{2}s+\frac{\tau^2}{12}s^2-1+\frac{\tau}{2}s-\frac{\tau^2}{12}s^2\right]}$$

$$=\frac{A_{\text{mod}}(s)}{B_{\text{mod}}(s)}\frac{\left(1+\frac{\tau}{2}s+\frac{\tau^2}{12}s^2\right)}{s\left[T\left(1+\frac{\tau}{2}s+\frac{\tau^2}{12}s^2\right)+\tau\right]}. \quad (14)$$

За да извършим някои изводи относно качествата на НРД, разглеждаме разложение на Паде и от ред 3. Според (9) и (10)

$$e^{-\tau s} \approx \frac{1-\frac{3\tau}{6.1!}s+\frac{3.2.\tau^2}{6.5.2!}s^2-\frac{3.2.1\tau^2}{6.5.4.3!}s^3}{1+\frac{3\tau}{6.1!}s+\frac{3.2.1\tau^2}{6.5.2!}s^2+\frac{3.2.1\tau^2}{6.5.4.3!}s^3},$$

$$B^{(3)}_{Pade}(s)=1-\frac{\tau}{2}s+\frac{\tau^2}{10}s^2-\frac{\tau^3}{120}s^3, \qquad A^{(3)}_{Pade}(s)=1+\frac{\tau}{2}s+\frac{\tau^2}{10}s^2+\frac{\tau^3}{120}s^3.$$

Тогава описание (8) на НРД се видоизменя така

$$W^{(3)}_{cdah}(s)=\frac{A_{\text{mod}}(s)}{B_{\text{mod}}(s)}\frac{\left(1+\frac{\tau}{2}s+\frac{\tau^2}{10}s^2+\frac{\tau^3}{120}s^3\right)}{\left[Ts\left(1+\frac{\tau}{2}s+\frac{\tau^2}{10}s^2+\frac{\tau^3}{120}s^3\right)+\frac{\tau}{2}s+\frac{\tau^3}{120}s^3+\frac{\tau}{2}s+\frac{\tau^3}{120}s^3\right]}$$

$$=\frac{A_{\text{mod}}(s)}{B_{\text{mod}}(s)}\frac{\left(1+\frac{\tau}{2}s+\frac{\tau^2}{10}s^2+\frac{\tau^3}{120}s^3\right)}{s\left[T\left(1+\frac{\tau}{2}s+\frac{\tau^2}{10}s^2+\frac{\tau^3}{120}s^3\right)+\tau+\frac{\tau^3}{60}s^2\right]}. \quad (15)$$

2.3. Конкретизация на НРД за модел на СУ от втори ред с чисто закъснение

В този случай желаната СУ (2) се представя с динамична система от втори ред с две времеконстанти T_1 и T_2 и чисто закъснение τ

$$W_{des}(s)=\frac{1}{(T_1s+1)(T_2s+1)}e^{-\tau s},\ \text{т.е. } B_{des}(s)=1\ \text{ и }\ A_{des}(s)=(T_1s+1)(T_2s+1).\quad (16)$$

Следователно изразът (8) на НРД се представя с:

$$W_{cdah}(s)=\frac{A_{\text{mod}}(s)}{B_{\text{mod}}(s)}\frac{A_{Pade}^{(n)}(s)}{[A_{Pade}^{(n)}(s)(T_1s+1)(T_2s+1)-B_{Pade}^{(n)}(s)]}.\qquad (17)$$

При разложение на Паде от ред 1(вж. (11)), описанието на НРД има следния вид

$$W_{cdah}^{(1)}(s)=\frac{A_{\text{mod}}(s)}{B_{\text{mod}}(s)}\frac{\left(1+\frac{\tau}{2}s\right)}{\left[T_1T_2s^2\left(1+\frac{\tau}{2}s\right)+(T_1+T_2)s\left(1+\frac{\tau}{2}s\right)+1+\frac{\tau}{2}s-1+\frac{\tau}{2}s\right]}$$

$$=\frac{A_{\text{mod}}(s)}{B_{\text{mod}}(s)}\frac{\left(1+\frac{\tau}{2}s\right)}{s\left\{[T_1T_2s+(T_1+T_2)]\left(1+\frac{\tau}{2}s\right)+\tau\right\}}.\qquad (18)$$

Основните изводи от процедурата за проектиране на НПД, вж. (12), (14), (15), (18), са:

Първо, за обекти със самоустановяване НРД има интегрален характер и няма да допусне статична грешка в СУ след качественото му настройване.

Второ, с подобряване на качеството на апроксимацията на чистото закъснение, т.е. с увеличаване на използвания ред в разложението на Паде, се усложнява формата на НРД.

Трето, редът на НРД е $n_{cdah}=\deg B_{\text{mod}}+\deg A_{Pade}^{(n)}+\deg A_{des}$.

2.4. Симулационен пример

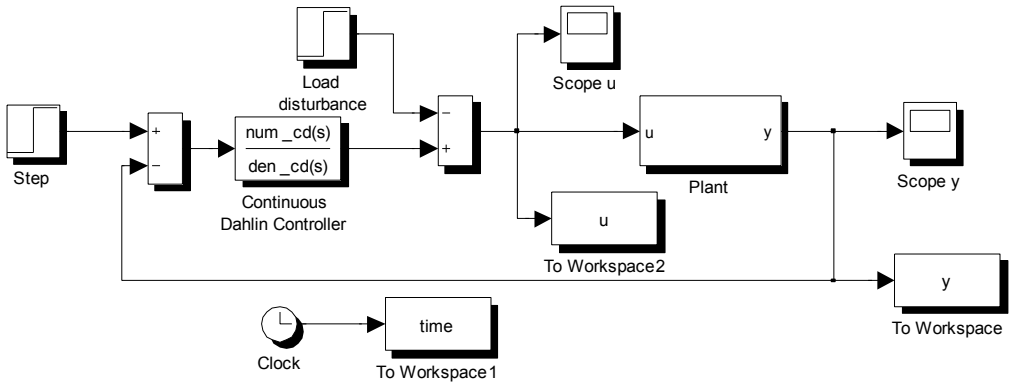
Нека обектът представлява последователно свързани 8 апериодични звена с времеконстанта 1. Предавателните функции на обекта и изведен модел на обекта [1] са

$$W_{plant}(s)=\frac{1}{(s+1)^8}\quad \text{и}\quad W_{\text{mod}}(s)=\frac{1}{(2.7s+1)}e^{-5.66s},\qquad \text{т.е. } T_{\text{mod}}=2.7,\ \tau_{\text{mod}}=5.66.$$

Избира се желано описание на СУ с апериодичен характер от първи ред и чисто закъснение $\tau_{des}=\tau_{\text{mod}}=\tau$. Времеконстантата на тази система се предполага да е 2-3 пъти по-бърза от тази на модела, напр. $T_{des}\equiv T=T_{\text{mod}}/3=2.7/3=0.9$. Естествено тази стойност подлежи на корекция в зависимост от наложените ограничения върху генерираните управление на НРД. Нека чистото закъснение на модела на обекта бъде апроксимирано с разложение на Паде от шести ред от съображение за по-точното му представяне. В резултат на тези условия е проектиран НРД със следната предавателна функция

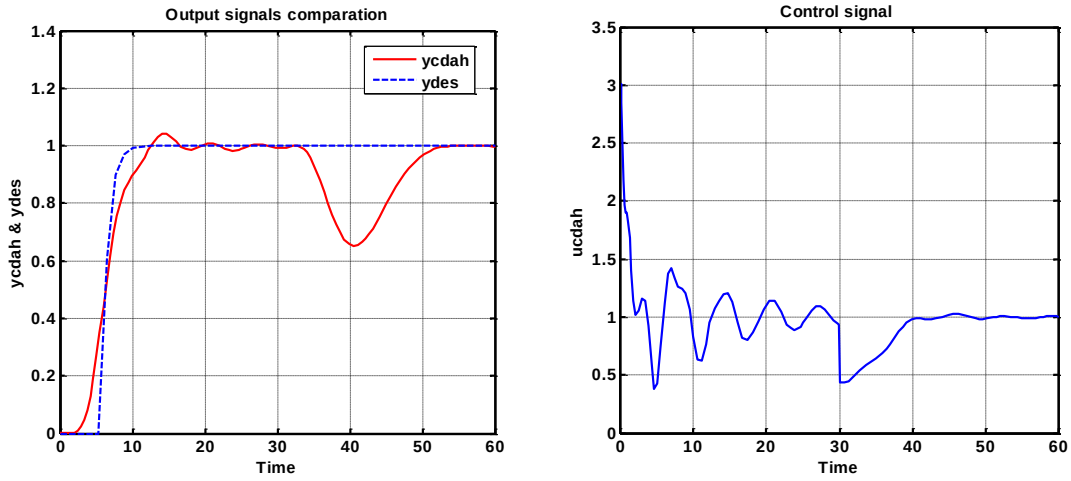
$$W_{cdah}(s)=\frac{2.701s^7+21.02s^6+78.1s^5+175.9s^4+253.7s^3+227.4s^2+111.4s+20.12}{0.9003s^7+6.675s^6+38.39s^5+49.91s^4+177s^3+51.32s^2+132.1s}$$

Използва се схема в SIMULINK на фиг.1 за представяне на системата за управление на обекта с НРД.



Фиг.1. SIMULINK схеми на обекта и СУ с НРД

На фиг.2 са показани сигналите в СУ на обекта от фиг. 2 при отработване на единично задание и допълнително приложено 50% товарно смущение в 30-тата секунда.

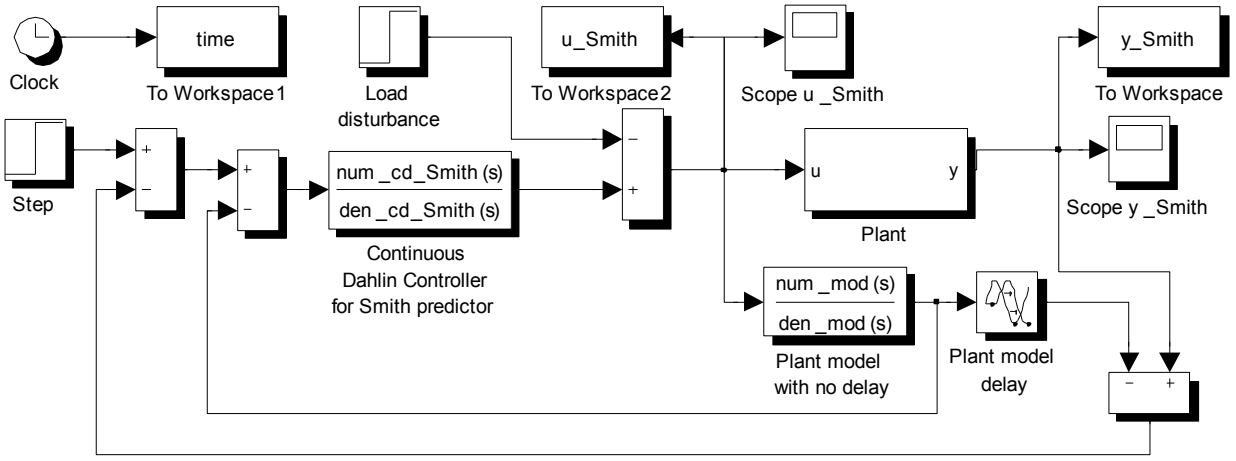


Фиг.2. Сигнали в СУ с НРД

3. ЕЛЕМИНИРАНЕ НА НЕОБХОДИМОСТТА ОТ АПРОКСИМАЦИЯ НА ЧИСТОТО ЗАКЪСНЕНИЕ В СХЕМА НА УПРАВЛЕНИЕ С ПРЕДИКТОР НА СМИТ

3.1. Теоретична постановка

Идеята на изследваната задача е да се избегне етапът на апроксимиране на чистото закъснение. За целта се използва известната схема на предиктора на Смит, която е работоспособна за разглеждания тип динамика на обекта със самоустановяване [2], показана на фиг.3. НРД се проектира, за да функционира във вътрешния контур, настроен по отношение не на модела на обекта със закъснение, а спрямо модела на обекта без закъснение. Предавателната функция W_{cs}^{*} на този контур съвпада с желателното от проектанта поведение на СУ W_{des}^{*} без влияние на реалното или моделирано чисто закъснение в динамиката на обекта.



Фиг.3. НРД в схема на предиктор на Смит

$$W^*_{cs}(s)=\frac{W^*_{cdah}(s)W^*_{\mathrm{mod}}(s)}{1+W^*_{cdah}(s)W^*_{\mathrm{mod}}(s)}\equiv W^*_{des}(s)=\frac{B^*_{des}(s)}{A^*_{des}(s)},\quad \text{при } W^*_{\mathrm{mod}}(s)=\frac{B_{\mathrm{mod}}(s)}{A_{\mathrm{mod}}(s)}.$$

Целта на проектирането се свежда до определяне на

$$W^*_{cdah}(s)=\frac{1}{W^*_{\mathrm{mod}}(s)}\,\frac{W^*_{des}(s)}{1-W^*_{des}(s)}=\frac{A_{\mathrm{mod}}(s)}{B_{\mathrm{mod}}(s)}\,\frac{B^*_{des}(s)}{A^*_{des}(s)-B^*_{des}(s)}. \qquad (19)$$

3.2. Симулационен пример с модел от първи ред

Нека моделът на обекта да бъде представен с апериодично звено от първи ред и чисто закъснение.

$$W^*_{\mathrm{mod}}(s)e^{-\tau s}=\frac{B^*_{\mathrm{mod}}(s)}{A^*_{\mathrm{mod}}(s)}e^{-\tau s}=\frac{1}{(T_{\mathrm{mod}}s+1)}e^{-\tau_{\mathrm{mod}}s}.$$

В раздел 1.4 беше идентифициран такъв модел на изследвания обект времеконстанта $T_{\mathrm{mod}}=2.7$, т.е.

$$W^*_{\mathrm{mod}}(s)=\frac{1}{2.7s+1},\ \text{т.е.}\quad B_{\mathrm{mod}}=1,\quad A_{\mathrm{mod}}=2.7s+1.$$

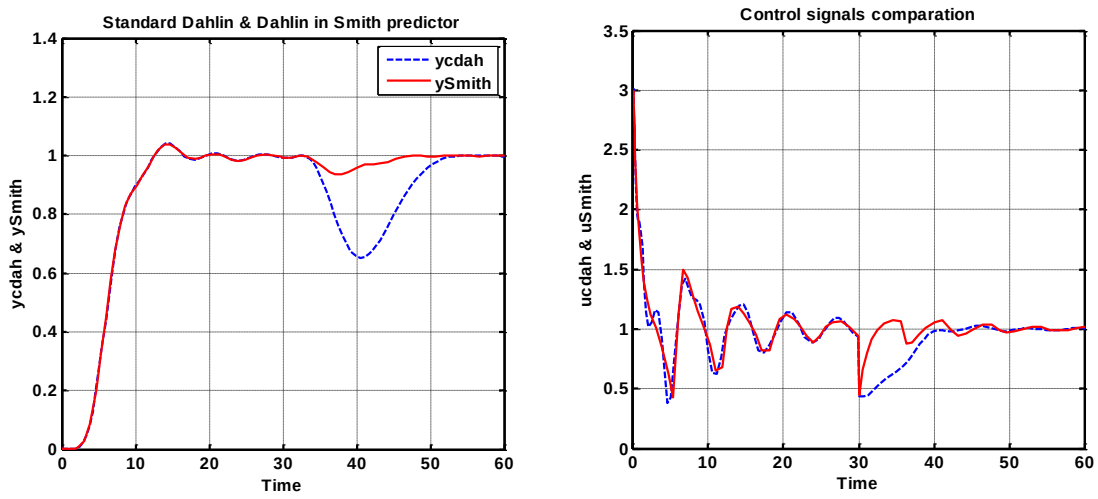
Желателното поведение на СУ във вътрешния контур на схемата в предиктора на Смит запазва поведението на апериодично звено без закъснение с времеконстанта $T_{des}\equiv T=0.9$,

$$W^*_{des}(s)=\frac{1}{0.9s+1},\ \text{т.е.}\quad B^*_{des}(s)=1,\ \ A^*_{des}(s)=0.9s+1.$$

Проектираният регулатор (19) има вида

$$W^*_{cdah}(s)=\frac{2.7s+1}{1}\,\frac{1}{0.9s+1-1}=\frac{2.7s+1}{0.9s}$$

На фиг.4 са показани сигналите в две СУ на обекта при отработване на единично задание и допълнително приложено 50% товарно смущение в 30-тата секунда. Едната СУ е реализирана със стандартен НРД в схемата на фиг.1, а другата – с НРД в схема на предиктор на Смит от фиг.3.



Фиг.4. Сравнителен анализ на сигнали в стандартна СУ с НРД и модифицирана СУ с НРД в схема на предиктор на Смит

3.3. Симулационен пример с модел от втори ред

Нека моделът на обекта да се представи с апериодично звено от втори ред и чисто закъснение

$$W^*_{\text{mod}}(s)e^{-\tau s} = \frac{B^*_{\text{mod}}(s)}{A^*_{\text{mod}}(s)}e^{-\tau s} = \frac{1}{(T_1 s+1)(T_2 s+1)}e^{-\tau s}.$$

Когато желаната динамика на СУ във вътрешния контур на управление се представи подобно на 3.2. под формата на апериодичен модел от първи ред

$$W^*_{des}(s) = \frac{1}{(T_{des}s+1)} = \frac{B^*_{des}(s)}{A^*_{des}(s)},$$

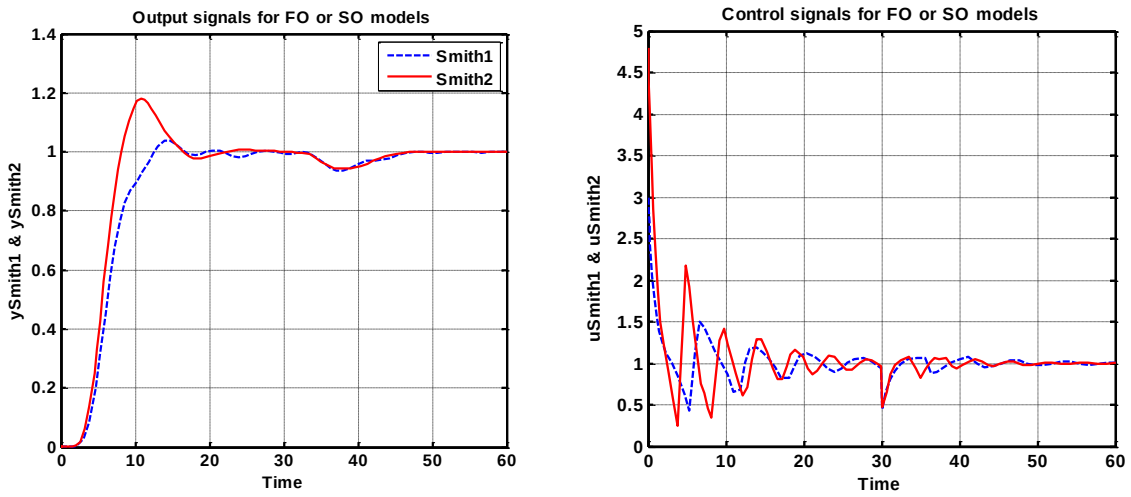
тогава проектираният регулатор (19) се синтезира като

$$W^*_{cdah}(s) = \frac{(T_1 s+1)(T_2 s+1)}{T_{des}s}.$$

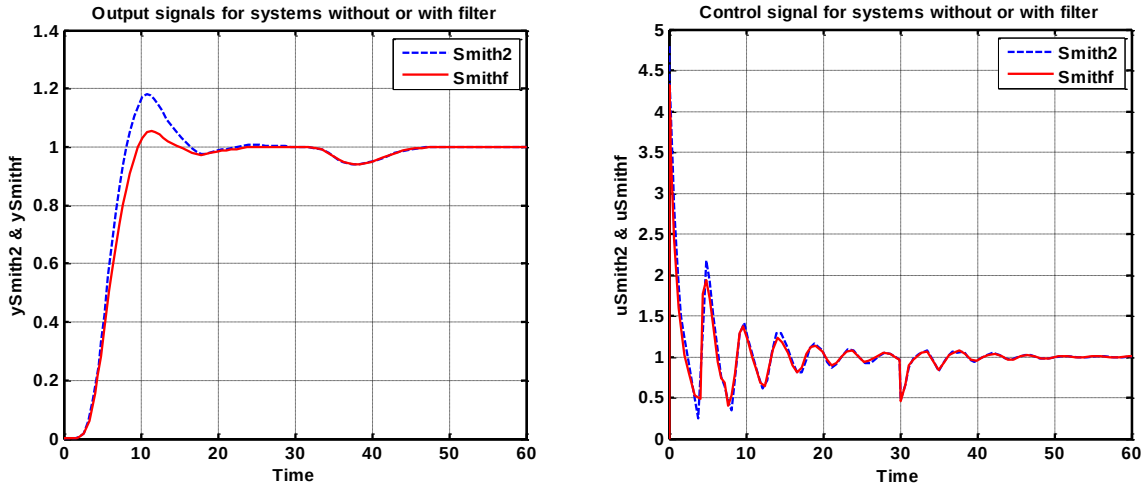
След идентификация чрез оптимизационна процедура за осигуряване на интегрална квадратична близост на преходните функции на обект и модел са получени следните параметри: $T_1 = 2.16$, $T_2 = 2.16$, $\tau = 3.8$.

На фиг.5 са показани сигналите в две СУ на обекта, представени в схемата на предиктора на Смит (фиг.3), при отработване на единично задание и допълнително приложено 50% товарно смущение в 30-тата секунда. Разликата в двете СУ е използваният модел на обекта за настройване на НРД – от първи и от втори ред.

За намаляване на възникналото пререгулиране могат да се предприемат всички действия за реализиране на безударно управление, напр. да се включи нискочестотен филтър на заданието под формата на апериодично звено. На фиг.6 се наблюдава търсеният ефект. Очевидно, по-агресивното отработване на стъпалното задание от НРД, настроен за модела от по-висок ред, се дължи на увеличената стойност на управлението в момента на промяната на заданието. В същото време тази промяна не оказва влияние при отработване на товарното смущение.



Фиг.5. Сравнителен анализ на сигнали в модифицирани СУ с НРД в схема на предиктор на Смит, настроени за модели от първи или втори ред



Фиг.6. Сравнителен анализ на сигнали в модифицирани СУ с НРД в схема на предиктор на Смит, настроени за модел от втори ред без или с филтър

3.4. Изводи

От извършените изследвания могат да се направят следните изводи:

Първо, чрез предложената методика е възможно да се елиминира чистото закъснение в процедурата на проектиране на НРД посредством използване на схема с предиктор на Смит.

Второ, очевидни са предимствата на управление чрез предиктор на Смит на обект със самонастройващ се характер и реално или моделирано чисто закъснение в сравнение с стандартна схема на управление, особено при отработване на товарни смущения (вж. фиг.4).

Трето, когато динамиката на обекта се апроксимира с апериодичен модел от първи ред, а желаната динамика на СУ във вътрешния контур на управление - под формата на също такъв апериодичен модел от първи ред, тогава предикторът на Смит трансформира НРД в ПИ регулатор. Последното твърдение следва от израза

$$W^*_{cdah}(s)=\frac{2.7s+1}{0.9s}=3\left(1+\frac{1}{2.7s}\right)=K_p\left(1+\frac{1}{T_i s}\right),\qquad K_p=\frac{T_{\mathrm{mod}}}{T_{des}},\ T_i=T_{des}.$$

Четвърто, когато динамиката на обекта се апроксимира с апериодичен модел от втори ред $W^*_{\mathrm{mod}}(s)=\frac{1}{(T_1s+1)(T_2s+1)}=\frac{B^*_{\mathrm{mod}}(s)}{A^*_{\mathrm{mod}}(s)}$, а желаната динамика на СУ във вътрешния контур на управление - под формата на апериодичен модел от първи ред $W^*_{des}(s)=\frac{1}{(T_{des}s+1)}=\frac{B^*_{des}(s)}{A^*_{des}(s)}$, тогава предикторът на Смит трансформира НРД в ПИД регулатор. Последното твърдение следва от израза

$$W^*_{cdah}(s)=\frac{(T_1s+1)(T_2s+1)}{T_{des}s}=\frac{(T_1+T_2)}{T_{des}}\left[1+\frac{1}{(T_1+T_2)s}+\frac{T_1T_2s}{(T_1+T_2)}\right]=K_p\left(1+\frac{1}{T_i s}+T_d s\right).$$

където $K_p=\frac{T_1+T_2}{T_{des}}$, $T_i=T_1+T_2$, $T_d=\frac{T_1T_2}{(T_1+T_2)}$.

Пето, предимство на предложените трансформации на НРД е възможността проектантът да режисира настройките на ПИ или ПИД закона за управление чрез настройваем параметър T_{des}.

4. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Изведена е методика за проектиране на непрекъснат регулатор на Далин (НРД), в която не се налага да бъде рационализирано чистото закъснение в модела на обекта посредством използване на схема на система за управление чрез предиктор на Смит. Благодарение на предложения подход НРД се трансформира до класически ПИ и ПИД регулатори. Очевидно, следващи стъпки за развитие на методиката ще представляват изследване на средствата за преодоляване на ограничената приложимост на НРД в случай на неминимално-фазова динамика на обекта посредством факторизация на нулите на модела на обекта.

ЛИТЕРАТУРА

[1] Гарипов, Е. Идентификация на системи. Част 1 (трето издание). ТУ-София, 2007

[2] Гарипов, Е. Цифрови системи за управление. Част 2 (второ издание). ТУ-София, 2007

Автор: Емил Гарипов, проф. д-р, кат. „Системи и управление“, Факултет Автоматика, Технически Университет-София, E-mail address: *emgar@tu-sofia.bg*

Постъпила на 09.05.2017 г. **Рецензент:** проф. д-р Снежана Йорданова

ЛИНЕЙНО КВАДРАТИЧНО УПРАВЛЕНИЕ НА МОЩНОСТТА НА ВЕТРОГЕНЕРАТОР

Цоньо Славов, Теофана Пулева

Резюме: *В статията се представя система за управление на мощността на ветрогенератор с LQR регулатор. Разглежда се двумасов модел на валовата линия. От него е изведен линеен модел със структурирана неопределеност, който описва динамиката на обекта в целия работен диапазон. На базата на този модел е извършен анализ на робастността на системата, който показва, че синтезираният регулатор осигурява робастно качество и робастна устойчивост. Симулационните резултати показват ефективността на системата за управление в режим „извличане на максимална мощност“, когато скоростта на вятъра се изменя в широки граници.*
Ключови думи: *ветрогенератор, двумасов модел на валовата линия, LQR управление*

LQR POWER CONTROL OF WIND GENERATOR

Tsonyo Slavov, Teofana Puleva

Abstract: *In this paper a system for power control of wind turbine generator based on LQR controller is designed. Two-mass drive train model is considered. The linear model with parametric uncertainty is obtained. This model describes the plant dynamics in whole working range. Based on uncertain model the robustness analysis of the control system is performed. The results show that the designed LQR controller provides robust stability and robust performance of the control system. Simulation results show the control system performance in the regime "maximum power extraction" when the wind speed varies in a large range.*
Keywords*: wind turbine generator, two-mass drive train model, LQR control*

1. УВОД

Ветрогенераторите (ВтГ) са енергийни източници, при които стохастичният характер на скоростта на вятъра определя и променливия характер на отдаваната от тях мощност към електроенергийната система. При този променлив характер на първичния енергиен ресурс е особено важно да се извлича максималната енергия от вятъра или да се осъществи работа на номинална мощност, при наличие условия за това (висока скорост на вятъра, при която се достига номиналната мощност). Това означава, че системата за управление на ВтГ трябва да отработва променливо задание по мощност или по скорост. Работа при променли-

© 2017 Publishing House of Technical University of Sofia
All rights reserved

ISSN 1311-0829

ва скорост на ротора води до възможността да се максимизира извличаната енергия, до намаляване на механичните усилия върху валовата линия и подобряване на качеството на изходната мощност [1, 2]. Стратегията за управление „*извличане на максимална мощност от вятъра*“ е въведена за пръв път в [3]. Тя може да се реализира с различни регулатори, като в литературата са предложени основно такива базирани на едномасов модел. Така в [4] се предлага робастен двурежимен регулатор на скоростта на ВтГ, а в [5, 6] - класически *LQR* и предсказващи регулатори при едномасов модел на ВтГ. Изменението на скоростта на вятъра в широки граници и изискванията за качество на САУ в целия работен диапазон мотивира авторите да синтезират регулатор при по-детайлно описание на валовата линия, който да осигури робастност на САУ.

В това изследване е синтезирана система за управление на мощността на ВтГ. Той е моделиран с нелинеен двумасов модел, от който е изведен линеен модел със структурирана неопределеност, който описва динамиката на ВтГ за целия диапазон на изменение на скоростта на вятъра. За номиналния линеен модел е синтезиран *LQR* регулатор. С неопределения модел е извършен анализ на робастното качество и робастната устойчивост на системата за управление. Представени са симулационни резултати, които потвърждават качеството на системата за целия работен диапазон при режим „*извличане на максимална мощност от първичния енергиен ресурс*“.

2. МОДЕЛИРАНЕ НА СИСТЕМАТА ЗА ПРЕОБРАЗУВАНЕ НА ЕНЕРГИЯТА ОТ ВЯТЪРА

ВтГ представляват съвкупност от три основни динамични подсистеми: аеродинамична, механична и електромеханична. Аеродинамичната система представлява ротора на турбината, който се състои от лопати захванати за главина. Механичната система е съвкупността от вала, куплиран към ротора на ветрогенератора (бавноскоростен вал), предавателна кутия и вала от предавателната кутия към генератора (високоскоростен вал). Електромеханичната система се състои от ротора на турбината и генератор, който преобразува механичната енергия от завъртането на ротора в електрическа. Към тази система се включват и преобразувателите на електрическа енергия, които привеждат генерираното електричество в достъпен вид за електрическата мрежа.

Моделиране на аеродинамичната система

Аеродинамичният момент на турбината зависи от квадрата на скоростта на вятъра и от КПД на аеродинамичната система съгласно съотношението:

$$T_a = 0.5\pi\rho R^3 v^2 C_T(v,\beta,\omega), \qquad (1)$$

където ρ е плътността на въздуха; $[kg/m^3]$; R - радиус на лопатите; $[m]$; v - скорост на вятъра $[m/s]$; $C_T(v,\beta,\omega)$ е КПД на аеродинамичната система, зависещ по нелинеен закон от скоростта на вятъра, от ъгъла на завъртане на лопатите на турбината и ъгловата скорост. Аналогично на (1), може да се запише израз за мощността на турбината

$$P_W = 0.5\pi\rho R^2 v^3 C_P(v,\beta,\omega)\,, \tag{2}$$

където КПД на аеродинамичната система зависи от КПД по мощност съгласно зависимостта:

$$C_T(\lambda,\beta) = \frac{C_P(\lambda,\beta)}{\lambda}\,, \tag{3}$$

а специфичната скорост λ се определя от израза:

$$\lambda = \frac{\omega R}{v}\,. \tag{4}$$

$C_P(\lambda,\beta)$ обикновено се апроксимира с израза

$$C_P(\lambda,\beta) = c_1\left(c_2\frac{1}{\Lambda} - c_3\beta - c_4\beta^x - c_5\right)e^{-c_6\frac{1}{\Lambda}}, \frac{1}{\Lambda} = \frac{1}{\lambda+0.08\beta} - \frac{0.035}{1+\beta^3}, \tag{5}$$

където $c_1 = 0.5$, $c_2 = 116$, $c_3 = 0.4$, $c_4 = 0$, $c_5 = 5$, $c_6 = 21$ [7].

За ВтГ с фиксиран ъгъл на завъртане на лопатките $\beta = 0$, изразът (5) приема вида

$$C_P(\lambda) = c_1\left(c_2\frac{1}{\Lambda} - c_5\right)e^{-c_6\frac{1}{\Lambda}}, \tag{6}$$

където $\frac{1}{\Lambda} = \frac{1}{\lambda} - 0.035$.

Като се използва връзката (3), за КПД на аеродинамичната система се записва:

$$C_T(\lambda) = \frac{c_1}{\lambda}\left[c_2\left(\frac{1}{\lambda} - 0.035\right) - c_5\right]e^{-c_6\left(\frac{1}{\lambda}-0.035\right)}. \tag{7}$$

Като се има предвид (1) и (3) окончателно за аеродинамичния момент се получава

$$T_a(v,\omega) = \frac{0.5\pi\rho R^3 v^2 C_P(\lambda)}{\lambda}\,. \tag{8}$$

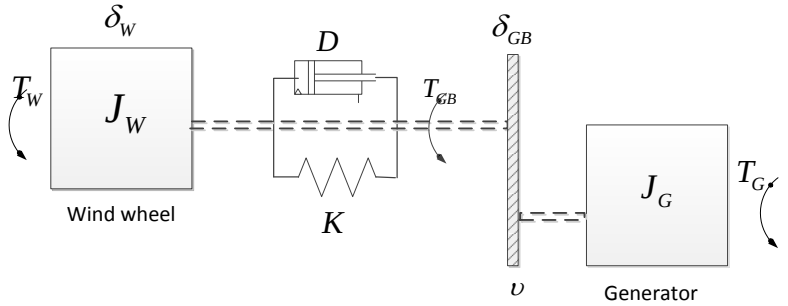
Моделиране на механичната система

Уравненията, отчитащи масата на ротора, масата на предавателната кутия и генератора, и коефициентите на твърдост и еластичност, могат да се сведат до описание на модел с две маси (фиг.1). Валът на ротора (вятърната турбина) е представен чрез коефициентите на затихване D и на твърдост K. Коефициентите на еластичност на останалите елементи D_W и D_G имат слабо влияние върху модела на усукване на вала. Така валовата линия се описва с [7]:

$$J_W\frac{d\Delta\omega_W}{dt} = T_W - T_{GB} - D_W\Delta\omega_W\,, \tag{9}$$

$$J_G\frac{d\Delta\omega_G}{dt} = -T_G + \frac{T_{GB}}{\upsilon} - D_G\Delta\omega_G\,, \tag{10}$$

$$T_{GB} = K(\delta_W - \delta_{GB}) + D(\Delta\omega_W - \Delta\omega_G)\,., \tag{11}$$



Фиг.1. Двумасов модел на валовата линия на ветрогенератор с мултипликатор

където J_W , J_G са инерционни моменти съответно на ротора и генератора $[kg.m^2]$; ω_W , ω_G , δ_W , δ_G - ъглова скорост $[rad/s]$ и ъглово отклонение $[rad]$ съответно на нискоскоростния и високоскоростния вал; T_W - двигателен момент на ротора $[Nm]$; T_{GB} - момент на нискоскоростната страна на предавателната кутия $[Nm]$; T_G - съпротивителен момент, създаван чрез товара на генератора $[Nm]$; υ - коефициент на предавателната кутия. Като се вземе предвид, че

$$\omega_G = \upsilon\omega_{GB}, \tag{12}$$

$$\delta_G = \upsilon\delta_{GB}, \tag{13}$$

Окончателно описващите валовата линия уравнения приемат вида:

$$J_W \frac{d\Delta\omega_W}{dt} = T_W - K(\delta_W - \frac{\delta_G}{\upsilon}) - D\left(\Delta\omega_W - \frac{\Delta\omega_G}{\upsilon}\right) - D_W\Delta\omega_W, \tag{14}$$

$$\frac{d\delta_W}{dt} = \Delta\omega_W, \tag{15}$$

$$J_G \frac{d\Delta\omega_G}{dt} = -T_G + \left[K(\delta_W - \frac{\delta_G}{\upsilon}) + D\left(\Delta\omega_W - \frac{\Delta\omega_G}{\upsilon}\right)\right]\frac{1}{\upsilon} - D_G\Delta\omega_G, \tag{16}$$

$$\frac{d\delta_G}{dt} = \Delta\omega_G. \tag{17}.$$

3. ЛИНЕАРИЗАЦИЯ НА МОДЕЛА

Вижда се, че аеродинамичният момент е нелинейна функция на скоростта на вятъра, свързана със специфичната скорост λ и ъгловата скорост на вятърната турбина ω. Изразът (8) се линеаризира в околност на избран работен режим $x_0 = (\omega_0, \nu_0)$.

$$\Delta T_a = \theta\Delta\nu + \gamma\Delta\omega, \tag{18}$$

$$\theta = \left.\frac{\partial T_a}{\partial\nu}\right|_{O.P.} = C_0\nu\left[2C_T(\lambda_0) - \lambda_0\left.\frac{dC_T}{d\lambda}\right|_{\lambda=\lambda_0}\right], \tag{19}$$

$$\gamma = \left.\frac{\partial T_a}{\partial\omega}\right|_{O.P.} = C_0\nu R\left.\frac{dC_T}{d\lambda}\right|_{\lambda=\lambda_0}, \tag{20}$$

$$C_0 = \frac{\rho}{2}\pi R^3, \qquad \lambda_0 = \frac{\omega_0 R}{\nu_0}. \tag{21}$$

След проведената линеаризация на аеродинамичния момент (18) се замества в (14). Отбелязва се, че двигателният момент, създаван от турбината, е близък до аеродинамичния момент $T_a \approx T_W$.Така описанието на обекта в пространство на състоянията има вида:

$$\begin{aligned} \dot{x} &= Ax + Bu + \Gamma\theta\Delta v, \\ y &= Cx + Du, \end{aligned} \tag{22}$$

където векторът на състоянията е $x = \left[\Delta\omega_W \quad \delta_W \quad \Delta\omega_G \quad \delta_G\right]$, управлението е съпротивителния момент, създаван от генератора $u = T_G$, а изходът се асоциира с вектора на състоянията. Матриците в описанието (22) имат вида:

$$A = \begin{bmatrix} -\dfrac{D + D_W - \gamma}{J_W} & -\dfrac{K}{J_W} & \dfrac{D}{\upsilon J_W} & \dfrac{K}{\upsilon J_W} \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ \dfrac{D}{\upsilon J_G} & \dfrac{K}{\upsilon J_G} & -\dfrac{D + D_G\upsilon^2}{\upsilon^2 J_G} & -\dfrac{K}{\upsilon^2 J_G} \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}, \; B = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ -\dfrac{1}{J_G} \\ 0 \end{bmatrix}, \; \Gamma = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \tag{23}$$

$$C = [1 \quad 0 \quad 0 \quad 0], \; D = 0.$$

4. СИНТЕЗ НА *LQR* РЕГУЛАТОР

Коефициентите γ и θ в линеаризирания модел (22) се изменят по отношение на работната точка, която зависи от скоростта на вятъра и ъгловата скорост на ротора. При изменения в интервала $v \in [1,18]$ m/s и $\lambda \in [2,13]$ коефициентът γ се изменя в интервала $[-2\times10^5, 3\times10^5], Nms$. Членът $\theta\Delta v$ може да се разглежда като входно смущение. По този начин моделът (14)-(17) в целия работен диапазон може да се представи като линеен модел със структурирана неопределеност.

$$\begin{vmatrix} \dot{x} = A(\gamma)x + Bu + \Gamma d_i \\ y = Cx + Du \end{vmatrix}, \; d_i = \theta\Delta v, \gamma = \overline{\gamma}(1 + p_\gamma\Delta), \tag{24}$$

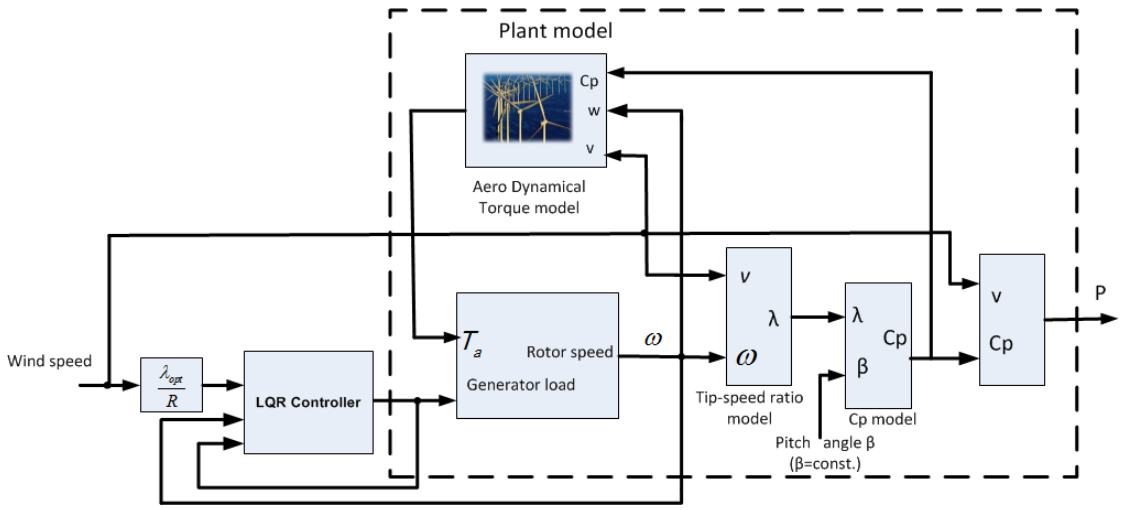
където A, B, C, D се определят от (23) , $\overline{\gamma} = 0.5\times10^5$ е номиналната стойност , $p_\gamma = 5$ е максималното отклонение от номиналната стойност и $|\Delta| \le 1$е неопределения блок. На практика номиналният модел съответстващ на (24) не представлява минимална реализация в пространство на състоянието, т.к. има нула със стойност нула и полюс който се различава от нула в последните три значещи цифри след десетичната запетая при положение, че матриците се представят в двойна точност. Той не може да се използва при синтеза на астатичен LQR регулатор, т.к. при добавяне на интегрално състояние се губи управляемост. За синтеза се използва моделът

$$\begin{vmatrix} \dot{\tilde{x}} = \tilde{A}\tilde{x} + \tilde{B}u + \tilde{\Gamma}d_i \\ y = \tilde{C}x + \tilde{D}u \end{vmatrix}, \tag{25}$$

където $\tilde{x} = \begin{bmatrix} \tilde{x}_1 & \tilde{x}_2 & \tilde{x}_3 \end{bmatrix}^T$ е вектор на състоянията, а $\tilde{A}, \tilde{B}, \tilde{C}, \tilde{D}$ са матриците от минималната реализация на номиналния модел.

Блоковата схема на системата за управление е показана на фиг.2. ВтГ с променлива скорост имат два режима на работа –под номинална мощност (извличане на максимална мощност от първичния енергиен ресурс) и на номинална мощност. В това изследване се разглежда само режим „*извличане на максимална мощност от вятъра*“, при което заданието се определя от

$$\omega_{ref} = \frac{\lambda_{opt}}{R} v \,. \tag{26}$$



Фиг.2. Блок-схема на системата за управление

Векторът на състоянието се разширява с допълнително състояние, представляващо интеграл от грешката по скорост

$$\dot{x}_i = r - \tilde{C}\tilde{x} \tag{27}$$

Така за описанието на разширения обект се получава

$$\begin{vmatrix} \dot{\bar{x}} = \bar{A}\bar{x} + \bar{B}u + \bar{\Gamma} d_i \\ y = \bar{C}x + \bar{D}u \end{vmatrix}, \bar{A} = \begin{bmatrix} \tilde{A} & 0_{4\times 1} \\ -\tilde{C} & 0_{1\times 1} \end{bmatrix},$$
$$\bar{B} = \begin{vmatrix} \tilde{B} \\ 0_{1\times 1} \end{vmatrix}, \bar{C} = \begin{bmatrix} \tilde{C} & 0_{1\times 1} \end{bmatrix}, \bar{\Gamma} = \begin{bmatrix} \tilde{\Gamma} \\ 0_{1\times 1} \end{bmatrix} \tilde{D} = 0_{1\times 1}, \tag{28}$$

където $\bar{x} = \begin{bmatrix} \tilde{x} & x_i \end{bmatrix}^T$. За синтеза на регулатора се използва квадратичен критерий

$$J = \int_0^\infty [\bar{x}^T(t) Q \bar{x}(t) + u^T(t) R u(t)] dt \,, \tag{29}$$

където тегловните матрици Q и R се избират

$$Q = \begin{bmatrix} 3\times 10^3 \tilde{C}^T \tilde{C} & 0_{3\times 1} \\ 0_{1\times 3} & 6\times 10^4 \end{bmatrix}, R = 10^{-10}. \tag{30}$$

Управлението, което минимизира (29) с отчитане на модела (28) се определя от

$$u = -\bar{K}\bar{x}, \bar{K} = [K_p \quad -K_i] \tag{31}$$

където матрицата на регулатора $\bar{K}$ е

$$\bar{K} = (R + \bar{B}^T P \bar{B})^{-1} \bar{B}^T P \bar{A}, \tag{32}$$

а P е положително определеното решение на уравнението

$$\bar{A}^T P \bar{A} - P - \bar{A}^T P \bar{B}(R + \bar{B}^T P \bar{B})^{-1} \bar{B}^T P \bar{A} + Q = 0. \tag{33}$$

Векторът $\tilde{x}$ е неизмерим, при което управлението (31) се формира от

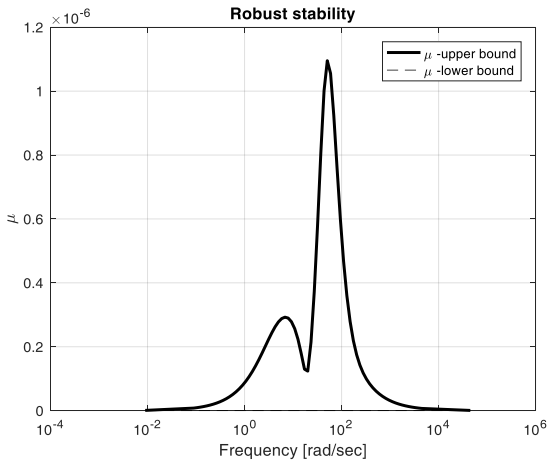
$$u = -K_p \hat{\tilde{x}} + K_i x_i, \tag{34}$$

където $\hat{\tilde{x}}$ е оценка на $\tilde{x}$. Тя се получава от наблюдател на състоянието

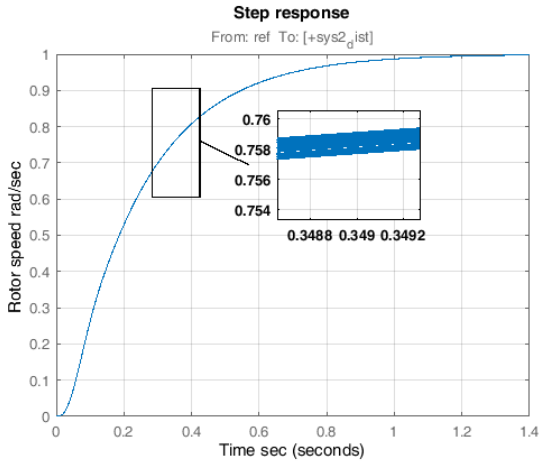
$$\dot{\hat{\tilde{x}}} = \tilde{A}\hat{\tilde{x}} + \tilde{B}u + K_n(y - \tilde{C}\hat{\tilde{x}}), \tag{35}$$

където коефициентът на усилване K_n се определя така, че полюсите на наблюдателя да приемат стойности $[-80 \quad -84 \quad -90]$, при което той има динамика значително по-бърза от тази на затворената система.

Известно е, че LQR регулаторът не гарантира робастна устойчивост и качество на системата, което налага извършване на допълнителен анализ на робастността. При този анализ се използва линейния неопределен модел (24). На фиг.3 са показани границите на структурираното сингулярно число по отношение на анализа на робастната устойчивост. Вижда се, че системата е робастно устойчива и има огромен запас по устойчивост. Анализът на робастното качество във времевата област е извършен с Монте Карло симулация при 100 случайни стойности на неопределения параметър. Получените преходни функции са показани на фиг.4. Вижда се, че преходните процеси са нечувствителни към неопределения параметър. За всички 100 стойности процесите са апериодични и затихват за около 1 s.



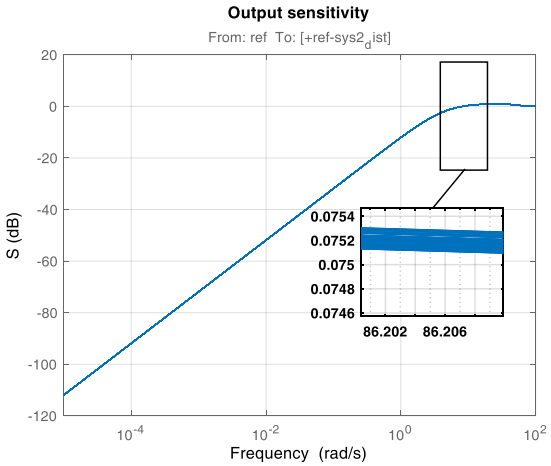
Фиг.3. Робастна устойчивост



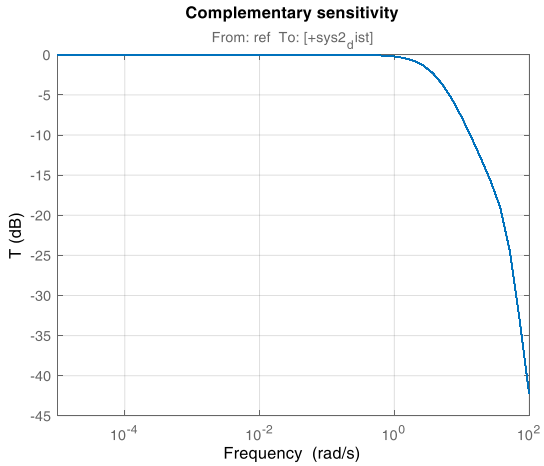
Фиг.4. Преходни процеси

На фиг.5-фиг.8 са показани основните честотни характеристики на САУ за различни стойности на неопределения параметър. Вижда се,че системата притежава робастно качество. Тя ще потиска значително нискочестотните смущения на входа и изхода на ВтГ за моделираната неопределеност. Системата има достатъчно широка честотна лента. Задания с честота до около 1 *rad/s* ще се отра-

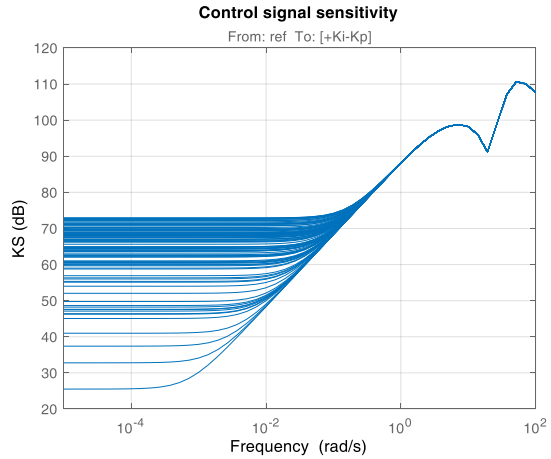
ботват без грешка, което е от съществено значение, т.к. заданието по скорост се определя от израз (26) и зависи от скоростта на вятъра. Честотната лента на системата е нечувствителна към неопределеността, поради което времето за регулиране ще е почти еднакво за всички допустими стойности на неопределения параметър. Управляващият сигнал е нечувствителен към неопределеността във високите честоти, което означава, че шумът ще се усилва по един и същи начин за моделираната неопределеност.



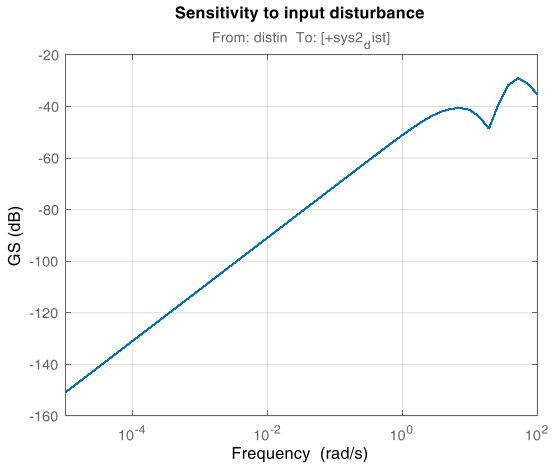
Фиг.5. Изходна чувствителност



Фиг.6. Допълнителна чувствителност



Фиг.7. Чувствителност на управляващия сигнал към заданието

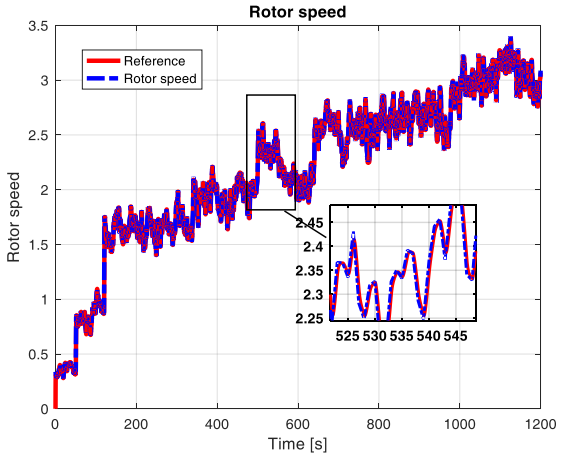


Фиг.8. Чувствителност на изхода към входните смущения

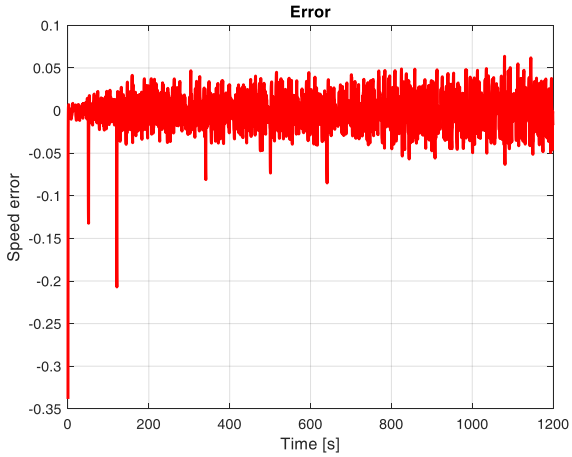
5. СИМУЛАЦИОННИ РЕЗУЛТАТИ

Проведени са симулационни изследвания със синтезирания *LQR* регулатор, при които е използван нелинейния модел на аеродинамичния момент. Моделът на ветрогенератора е със следните параметри: номинална мощност на генератора $P_n = 850\,kW$; радиус на ротора $R = 26\,m$; работна точка $v_{t_0} = 7\,m/s$, $\lambda_0 = 7.9$, $\omega_0 = 2.13\,rad/s$; коефициент на затихване на валовата линия $D = 1.10^6\ Nms$, коефициент на твърдост на валовата линия $K = 6.10^7\ Nm$, инерционен момент на турбината $J_W = 1.6.10^6\ kgm^2$, инерционен момент на генератора $J_G = 35.18\,kgm^2$, коефициент на предавателната кутия $\upsilon = 67.5$, плътност на въздуха

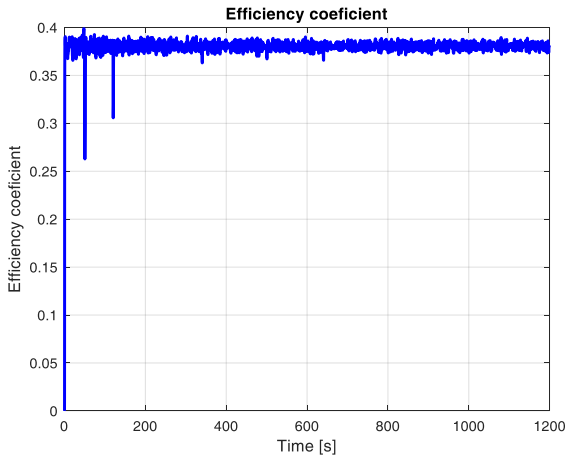
$\rho = 1.225\, kg / m^3$. Симулационните експерименти са проведени при средна скорост на вятъра, моделирана като нестационарен случен процес със спектър на *Van der Hoven* [2].



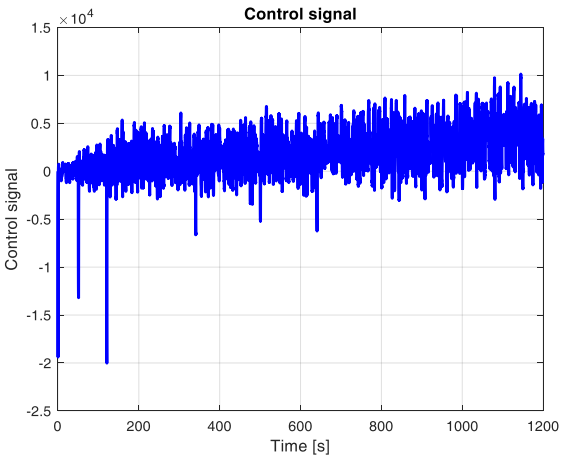
Фиг.9. Скорост на ВтГ и задание по скорост



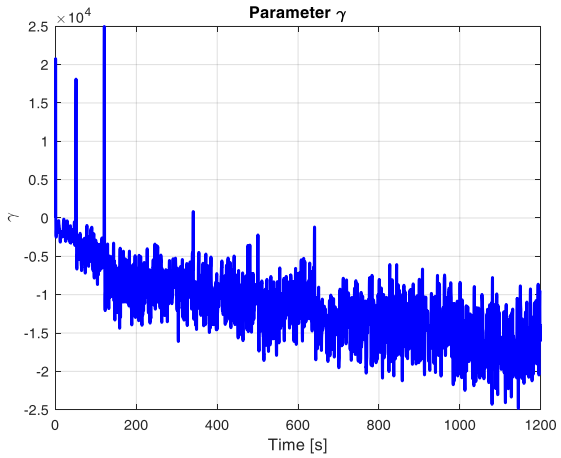
Фиг.10. Грешка при отработване на заданието по скорост



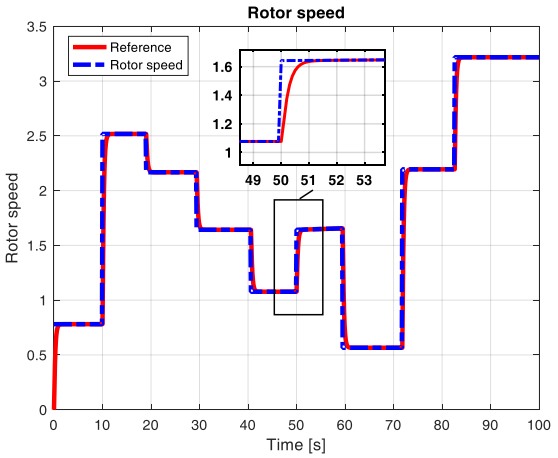
Фиг.11. КПД на ВтГ



Фиг.12. Управляващ сигнал



Фиг.13. Изменение на γ



Фиг.14. Преходен процес на ВтГ

На фиг.9-фиг.10 са показани заданието по скорост, ъгловата скорост и грешката на САУ при режим на работа на „*извличане на максимална мощност*“. Виждат се добрите следящи свойства на системата, благодарение на широката честотна

лента за моделираната неопределеност. Средната стойност и стандартното отклонение на грешката са $m_e = -6.6 \times 10^{-4}$, $\sigma_e = 0.0213$, което е незначително спрямо стойността на заданието. В този работен режим системата запазва относително постоянна стойност на КПД по мощност от 0.38 (фиг.11), което е близо до теоретичната оптимална стойност от 0.45. Управляващият сигнал T_g и промяната на параметъра γ са показани на фиг.12 и фиг.13. Управляващият сигнал има допустими стойности. На фиг.14 е показан преходният процес по скорост на турбината при стъпаловидно задание. Вижда се, че както следва и да се очаква системата отработва заданието еднакво добре в целия работен диапазон**.**

6. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В статията е синтезирана система за управление на мощността на ВтГ с *LQR* регулатор. Обектът е моделиран с двумасов нелинеен модел. От него е изведен линеен модел със структурирана неопределеност, който описва динамиката на обекта в целия работен диапазон. Неопределеният параметър заема различни стойности в зависимост от скоростта на вятъра и скоростта на въртене на ротора. Извършен е анализ на робастното качество и робастната устойчивост, който показва че синтезираният регулатор осигурява робастност на системата. Симулационните резултати потвърждават този резултат, като показват качеството на системата за управление при работа в режим „*извличане на максимална мощност*“ в целия работен диапазон.

ЛИТЕРАТУРА

[1] Ackermann, T. ***Wind Power in Power Systems***, Wiley-Blackwell; 2nd ed., 2012

[2] Bianchi, F., De Battista H., Mantz R. ***Wind Turbine Control System***, Springer 2003, Berlin

[3] Connor, C., W. Leithead. ***Control strategies for variable speed stall regulated wind turbines***, Proc. Of European Wind Energy Conference, 1994

[4] Connor, B., W. Leithead, S. Robertson. ***Robust two-level control design approach to variable speed stall regulated wind turbines***. European Wind Energy Conference'97, pp.551-554, 1998

[5] Ekelund, T. ***Modeling and linear quadratic optimal control of wind turbines***, PhD thesis, Chalmers University of Technology, Sweden, 1997

[6] Munteanu, I., Bratcu, A., Cutululis N., Ceanga, E. ***Optimal Control of Wind Energy Systems***", Springer, 2008

[7] Lubosny, Z.: ***Wind Turbine Operation in Electric Power Systems***, Springer, 2003

Автори: Цоньо Славов, доц. д-р, катедра „Системи и управление“, Факултет Автоматика, Технически Университет-София, E-mail address: *ts_slavov@tu-sofia.bg*; Теофана Пулева, доц. д-р, катедра „Системи и управление“, Факултет Автоматика, Технически Университет-София, E-mail address: *tpuleva@tu-sofia.bg.*

Постъпила на 02.05.2017 г. **Рецензент:** доц. д-р Георги Ружеков

ХАРДУЕРНА СИМУЛАЦИЯ НА ПИД РЕГУЛАТОР ЗА УПРАВЛЕНИЕ НА СИСТЕМА КОЛИЧКА-МАХАЛО

Цоньо Славов, Йордан Кралев, Петко Петков

Резюме: *В доклада са представени резултатите от синтеза на двумерен ПИД регулатор за стабилизация и управление на система обърнато махало-количка. Обектът е моделиран с нелинеен неопределен модел. Параметрите на ПИД регулатора са настроени чрез оптимизация с генетичен алгоритъм. Получените настройки на регулатора осигуряват робастна устойчивост на системата. В средата на SIMULINK е разработен специализиран софтуер за генериране на код, който е вграден в цифров сигнален процесор TMS320F28335. Управляващият софтуер е верифициран чрез HIL симулация,*
Ключови думи: *Обърнато махало-количка;Многомерно ПИД управление, Генетичен алгоритъм, HIL симулация*

HIL SIMULATION OF PID CONTROLLER FOR CONTROL OF INVERTED PENDULUM -CART

Tsonyo Slavov, Jordan Kralev, Petko Petkov

Abstract*: In this paper the design of SITO PID controller for control of inverted pendulum-car are presented. The plant is modeled by uncertainty nonlinear model. PID controller is tuned by genetic algorithm. Obtained controller parameters provide robust stability of system. A software in MATLAB®/Simulink environment for code generation which is embedded in a Texas Instruments Digital Signal Controller is developed. The embedded software is validated by HIL simulation.*
Keywords: *Inverted pendulum-cart, Multivariable PID control, Genetic algorithm, HIL simulation*

1. УВОД

Системата обърнато махало-количка (ОМК) е един от най-често изучаваните обекти за управление [1,2,3]. От гледна точка на теорията на управлението ОМК представлява нелинеен, неустойчив и неминималнофазов обект, който има по-малко входове отколкото изходи. Всичко това съществено усложнява задачата за управление и допълнително засилва интереса към него, като го прави един от класическите физически модели, използвани в лабораториите по управление. От практическа гледна точка задачата за управление на ОМК също представлява интерес, т.к. много системи са със свойства подобни на тези на ОМК - двуколесни роботи [4], двуколесни транспортни средства от типа SEGWAY [5] и др.

В зависимост от целите, задачата за управление на ОМК може да се разглежда

© 2017 Publishing House of Technical University of Sofia
All rights reserved

ISSN 1311-0829

в няколко аспекта – изправяне на махалото в горно неустойчиво положение, стабилизиране на махалото в горно положение и управление на позицията на количката. За изправяне на махалото в литературата са предложени редица алгоритми, които най-често се базират на управление на енергията на махалото [2,3,6]. В практиката по-често се разглеждат втория и третия аспект, т.к. обикновено махалото е първоначално изправено в горно положение. Тогава целта е то да се стабилизира в горно положение въпреки смущенията и шумовете и да се управлява позицията на количката. За решаването на тази задача са предложени системи, които използват линейно квадратични регулатори [7,8], предсказващи регулатори [9], размити регулатори [10,11] и др. Ефективно решение може да се постигне и чрез два ПИД регулатора [8,12,13,14], като в повечето литературни източници се предлага първо да се настрои първият ПИД регулатор и след това да се настрои и вторият или пък да се настроят двата едновременно по метода на пробите и грешките [7,14]. Докладвани са и резултати, които използват различни неконвенционални оптимизационни методи за настройка на ПИД регулаторите [10]. Настройката на параметрите чрез оптимизация е мощен подход, който може да се използва при линейни и нелинейни модели, при устойчиви и неустойчиви модели. Основен недостатък на метода е, че не се гарантира робастност на системата, още повече в случая на многомерен ПИД регулатор. В литературата все още почти няма резултати за анализ на робастността на системите за стабилизация и управление на ОМК с ПИД регулатори, настроени чрез оптимизация. Това мотивира авторите да синтезират и реализират двумерен ПИД регулатор за управление на ОМК и да изследват робастността с цел да се избере решение, което да осигури робастност на системата.

В разработката са представени резултатите от синтеза на двумерен ПИД регулатор за стабилизация и управление на ОМК. Използван е нелинеен модел на ОМК със структурирана неопределеност. Параметрите на ПИД регулатора са настроени по номиналния нелинеен модел, чрез оптимизация с генетичен алгоритъм.

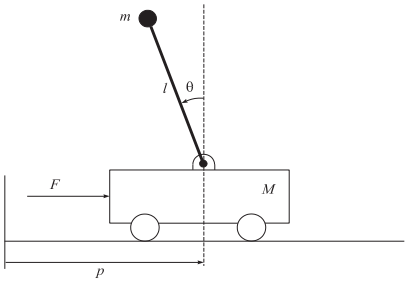
Извършен е анализ на робастното качество и устойчивост на системата. В средата на MATLAB/Simulink е разработен специализиран софтуер за генериране на код за реализация и вграждане на управляващия алгоритъм в цифров сигнален процесор (DSP) TMS320F28335. Управляващият софтуер е верифициран чрез HIL (Hardware-in-the-Loop) симулация.

2. СИСТЕМА ОБЪРНАТО МАХАЛО - КОЛИЧКА

Обект на управление е лабораторния модел ОМК, чиято снимка и кинематична схема са показани на фиг.1 и фиг.2. Той се състои от обърнато махало закачено върху количка, която се движи по хоризонтално разположена релса. Количката се задвижва от постоянно токов двигател, който се управлява чрез широчинно-импулсна модулация (ШИМ). Целта на управлението е чрез преместване на количката в подходяща посока да се стабилизира махалото в горна позиция и в същото време количката да достигне до желана позиция върху релсата.

Управляващият сигнал u е коефициента на запълване на ШИМ, а в реално време с помощта на енкодери се измерват позицията на количката върху релсата и ъгълът на завъртане на махалото спрямо горното изправено положение. Обектът е неустойчив с един вход и два изхода, което значително усложнява задачата за управление. Моделът на ОМК се получава чрез уравненията на Нютон-Ойлер, като променливите на състоянието са позицията p, скоростта на количката $\dot{p}$, ъгъла θ и ъгловата скорост на махалото $\dot{\theta}$. От постояннотоковия двигател чрез ремъчната предавка върху количката се прилага силата F. Динамиката на двигателя се пренебрегва, т.к. той е значително по-бърз от системата ОМК и се приема, че $F = k_F u$, където k_F е коефициент на пропорционалност. Така за описанието на ОМК се получава

Фиг.1. Лабораторен модел на ОМК



Фиг.2. Кинематична схема на ОМК

$$\begin{bmatrix} M+m & -ml\cos\theta \\ -ml\cos\theta & I+ml^2 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} \ddot{p} \\ \ddot{\theta} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} f_c\dot{p} + ml\sin\theta\dot{\theta}^2 \\ f_p\dot{\theta} - mgl\sin\theta \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} k_F u \\ 0 \end{bmatrix}, \tag{1}$$

където M е масата на количката, m - масата на махалото, I - инерционният момент на махалото, l - разстоянието от основата на махалото до центъра на масата му, f_c - коефициентът на вискозно триене на количката, f_p - коефициентът на вискозно триене на махалото, g - земното ускорение. Въвежда се вектор на състоянието $x(t) = \begin{bmatrix} p & \theta & \dot{p} & \dot{\theta} \end{bmatrix}^T$, вектор с изходните сигнали $y(t) = \begin{bmatrix} p & \theta \end{bmatrix}^T$ и се дефинират общата маса $M_t = M + m$, общият инерционен момент $I_t = I + ml^2$, при което уравнение (1) се представя в стандартния вид

$$\frac{d}{dt}\begin{bmatrix} p \\ \theta \\ \dot{p} \\ \dot{\theta} \end{bmatrix} = \begin{vmatrix} \dot{p} \\ \dot{\theta} \\ \dfrac{m^2l^2g\sin(\theta)\cos(\theta) - mlI_t\dot{\theta}^2\sin(\theta) - I_t f_c\dot{p} - f_p ml\cos(\theta)\dot{\theta} + I_t k_F u}{M_t I_t - m^2l^2\cos(\theta)} \\ \dfrac{\mathrm{M}_t mlg\sin(\theta) - m^2l^2\cos(\theta)\sin(\theta)\dot{\theta}^2 - f_c ml\cos(\theta)\dot{p} - f_p M_t\dot{\theta} + ml\cos(\theta)k_F u}{M_t I_t - m^2l^2\cos(\theta)} \end{vmatrix}$$

$$y = \begin{bmatrix} p \\ \theta \end{bmatrix} + \begin{vmatrix} w_1 \\ w_2 \end{vmatrix}, \tag{2}$$

където $w_1(t)$ и $w_1(t)$ са шумове с дисперсии $D_{w_1} = 0.235/10^{12}, D_{w_2} = 2\pi/10^{12}$, които

се генерират от 12 битовите енкодери за измерване на p и θ. Предполага се, че с точност до 10% е известна масата на количката, а с точност до 20% са известни инерционният момент на махалото и двата коефициента на триене. Формират се четири неопределени параметъра

$$M = \bar{M}(1+p_M\delta_M), I = \bar{I}(1+p_I\delta_I), f_c = \bar{f}_c(1+p_{f_c}\delta_{f_c}), f_p = \bar{f}_p(1+p_{f_p}\delta_{f_p}), \quad (3)$$

където $\bar{M} = 0.768kg$, $\bar{I} = 2.83\times10^{-3}kgm^2$, $\bar{f}_c = 0.5Ns/m$ и $\bar{f}_p = 6.65\times10^{-5}Nms/rad$ са номиналните стойности, $p_M = 0.1$, $p_I = 0.2$, $p_{f_c} = 0.2$ и $p_{f_p} = 0.2$ са максималните относителни отклонения от номиналните стойности, а δ_M , δ_I , δ_{f_c} и δ_{f_p} са неопределености, за които е изпълнено $|\delta_M| \le 1$, $|\delta_I| \le 1$, $|\delta_{f_c}| \le 1$, $|\delta_{f_p}| \le 1$. Номиналните стойности на останалите параметри са $m = 0.104kg$, $l = 0.174m$, $g = 9.81m/s^2$. Уравнения (2) и (3) се използват при анализа на системата за управление във времевата област. По номиналния нелинеен модел се синтезира двумерния ПИД регулатор. За анализа на робастната устойчивост и качество в честотната област, нелинейният модел (2) се линеаризира за малки отклонения от горното равновесно положение, т.е. за работна точка $x_e = [0 \quad 0 \quad 0 \quad 0]^T$. След като се отчете, че при малък ъгъл θ, е изпълнено $\sin\theta \approx \theta$, $\cos\theta \approx 1$и $\dot{\theta}^2 \approx 0$, за линеаризирания модел се получава

$$\begin{aligned} \dot{x}(t) &= Ax(t) + Bu(t) \\ y(t) &= Cx(t) \end{aligned}, \quad (4)$$

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & m^2l^2g/\eta & -f_cI/\eta & -f_plm/\eta \\ 0 & M_tmgl/\eta & -f_cml/\eta & -f_pM_t/\eta \end{bmatrix}, B = k_F\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ I_t/\eta \\ lm/\eta \end{bmatrix}, C = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix},$$

където неопределените параметри се определят от уравнение (3).

3. СИНТЕЗ НА ДВУМЕРЕН ПИД РЕГУЛАТОР

Описанието на непрекъснат ПИД регулатор с паралелна структура, филтър в Д-съставката и механизъм за антинтегрално насищане, реализиран като условна обратна връзка, са дава от

$$u(s) = K_p(e(s) + \frac{T_dNs}{s+N}e(s)) + (K_pK_ie(s) - k_wv(s))\frac{1}{s}, v(s) = u(s) - u_{sat}(s), \quad (5)$$

където K_p е коефициент на пропорционалност, K_i -коефициент на интегриране, T_d -времеконстанта на диференциране, N -полюс на нискочестотния филтър на Д-съставката, $e(s) = r(s) - y(s)$ - грешка по заданието $r(s)$, k_w -коефициент в условната обратна връзка, чрез която се реализира механизма за антиинтегрално насищане, $u_{sat}(s)$ - управляващ сигнал след ограниченията. Сигналът $u_{sat}(s)$ се определя от

$$u_{sat}(s)=\begin{cases} u(s), u_{\min}\le u\le u_{\max} \\ u_{\min}, u<u_{\min} \\ u_{\max}, u>u_{\max} \end{cases}, \qquad (6)$$

където $u_{\min}$ и $u_{\max}$ са минималната и максималната допустими амплитуди на управлението. За да се реализира в цифрово устройство регулаторът (5) се дискретизира. При дискретизация на интегралната съставка чрез първа права разлика и на диференциалната съставка чрез първа обратна разлика от уравнение (5) се получава

$$u(z)=K_p(e(z)+\frac{T_d N(z-1)}{(1+NT_s)z-1}e(z))+(K_pK_ie(z)-k_wv(z))\frac{T_s}{(z-1)}, \qquad (7)$$

където T_s е такт на дискретизация.

На базата на уравнение (7) за стабилизация на махалото в горно положение и за управление на позицията на количката се синтезира ПИД регулатор с 3входа и един изход

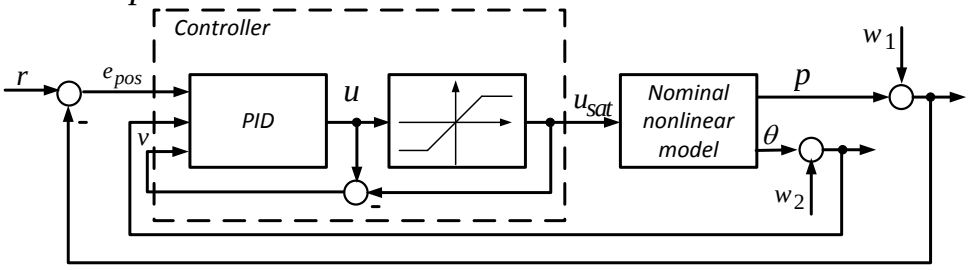
$$u(z)=\begin{bmatrix} K_{p_{pos}} & -K_{p_\theta} & 0 \\ 0 & -K_{p_\theta}K_{i\theta}\frac{T_s}{(z-1)} & \frac{T_s}{(z-1)} \\ \frac{K_{p_{pos}}T_{d_{pos}}N_{pos}(z-1)}{(1+N_{pos}T_s)z-1} & -\frac{K_{p_\theta}T_{d_\theta}N_\theta(z-1)}{(1+N_\theta T_s)z-1} & 0 \end{bmatrix} e(z), \qquad (8)$$

където $T_s=0.01s$, $e(z)=\begin{bmatrix} e_{pos}(z) & \theta(z) & v(z) \end{bmatrix}^T$, $e_{pos}(z)=r_{pos}(z)-p(z)$ е грешката по позиция на количката, $r_{pos}(z)$-заданието по позиция и K_{p_θ}, K_{i_θ}, T_{d_θ}, N_θ, $K_{p_{pos}}$, $T_{d_{pos}}$, N_{pos} са параметрите на многомерния ПИД регулатор. Блок диаграмата на системата за управление е показана на фиг.3. От уравнение (8) се вижда, че за стабилизацията на махалото се използва ПИД регулатор с филтър на Д-съставката и механизъм за антиинтегрално насищане при $k_w=1$, а за управлението на позицията се използва ПД регулатор с филтър на Д-съставката. Формира се вектор с параметрите на регулатора $\phi=[K_{p_\theta},K_{i_\theta},T_{d_\theta},N_\theta,K_{p_{pos}},T_{d_{pos}},N_{pos}]^T$. Оптималните настройки се определят от

$$\min_{\phi} J(\phi),\ J(\phi)=\sum_{i=0}^{t}e(i,\phi)^T Qe(i,\phi)+\sum_{i=0}^{t}u(i,\phi)^T Ru(i,\phi), \qquad (9)$$

където тегловните матрици са $Q=diag([1,1,0]), R=0$. Обектът на управление е неустойчив и предварително не са известни начални стойности на параметрите ϕ, които стабилизират системата. Поради това минимизацията на (9) е удобно да се извърши с метод за глобално търсене, който сам генерира начални условия за параметрите. Такъв метод е генетичния алгоритъм. При него началната популация се генерира със случаен генератор, поради което всеки път се получава различно решение и има вероятност да се заседне в локален екстремум. Тази ве-

роятност значително намалява, ако се използват достатъчен брой индивиди в популацията и се извършат множество оптимизации. Параметрите ϕ се определят след минимизация на (9) с генетичния алгоритъм, реализиран във функцията *ga* от *Global Optimization Toolbox* на *Matlab*.



Фиг.3. Блок схема на системата за управление на ОМК

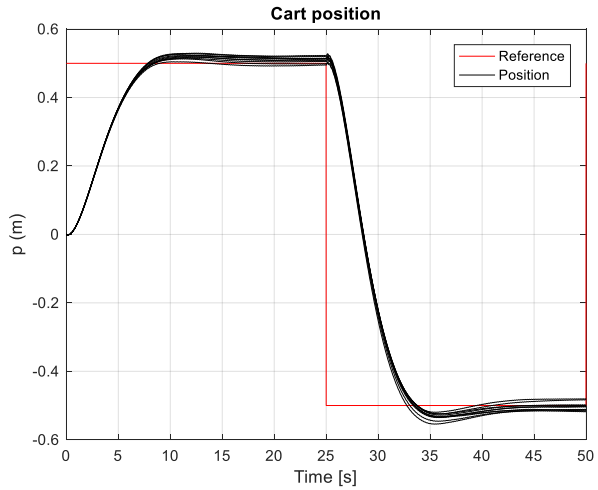
Стартирани са 15 процедури на оптимизация при 300 индивида в популацията. За ускоряване на изчисленията, моделът на затворената система е „векторизиран“, при което за всяка генерация целевата функция се изчислява едновременно за 300-те индивида. Получените резултати за параметрите ϕ са представени в табл.1

Таблица 1

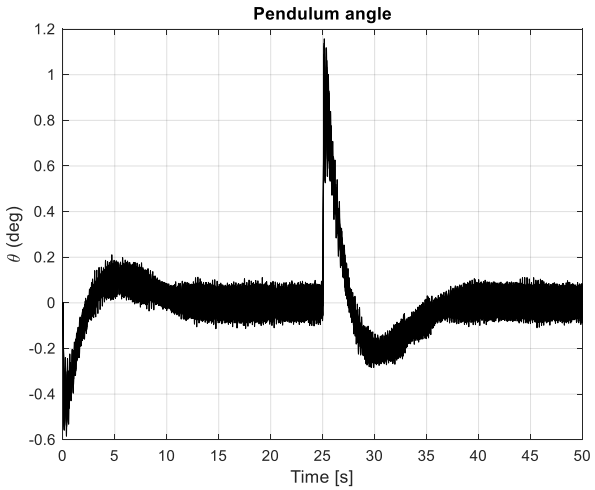
Оптимизация	Генерация	$J(\phi)$	K_{p_θ}	K_{i_θ}	T_{d_θ}	N_θ	$K_{p_{pos}}$	$T_{d_{pos}}$	N_{pos}
1	171	87.28	2.769	0.5027	0.2513	30	-0.0294	0.3463	13.350
2	68	161400000	-7.867	0.1282	7.0710	2.673	10.630	10.280	28.70
3	83	87.47	4.849	0.5587	0.1298	29.978	-0.0672	0.0878	8.779
4	76	161400000	-9.699	0.0567	3.9310	2.025	8.747	9.0820	29.140
5	138	161400000	3.759	-0.1196	-7.435	2.434	4.695	9.341	29.190
6	70	161400000	-3.814	0.1164	8.2930	2.50	7.807	7.497	29.460
7	84	161400000	-7.983	0.0461	2.8190	2.434	8.368	6.733	28.800
8	126	87.71	6.078	0.5897	0.0929	29.999	-0.0924	0.0044	10.700
9	245	119100000	-8.724	0.0705	-0.2856	18.03	2.663	3.107	25.300
10	85	161400000	-5.021	0.1648	8.3900	3.19	9.0190	10.070	29.350
11	166	87.52	5.285	0.5605	0.1173	29.996	-0.0750	0.0678	7.2300
12	85	87.59	5.484	0.5832	0.1022	29.998	-0.0814	0.0199	30
13	109	161400000	-3.600	0.1665	8.7790	3.188	7.544	9.057	29.070
14	112	6301	7.297	9.632	1.2380	21.49	0.0227	-7.280	14.660
15	112	138200000	-8.127	0.9473	-0.4394	13.42	8.021	2.071	9.8180

При всички оптимизации процедурата спира, поради това че промяната в целевата функция е по-малка от зададения толеранс от 10^{-6}, което е показател за достигане на минимум. Вижда се, че при оптимизации 1, 3, 8, 11 и 12 се получават близки малки стойности на целевата функция, което е показател за достигане на евентуален глобален минимум. За останалите оптимизации целевата функция има значително по-големи стойности, като при някои от тях номиналната система за управление е неустойчива. Номиналната система с параметрите, получени при оптимизации 1,11 и 12 има реален полюс, чиято стойност надхвърля 1 в последните значещи цифри след десетичната запетая, например при

оптимизация 11 този полюс има стойност 1.000000000000003. Това е числен проблем, който може да доведе до неустойчивост при реализацията на регулатора в контролери с по-малка точност. Така кандидати за решения са настройките получени при оптимизации 3 и 8. Тези решения предварително не гарантират робастна устойчивост и качество на затворената система, поради което е необходимо да се направи допълнителен анализ. Робастното качество се анализира във времевата област чрез Монте Карло симулация с нелинейния неопределен модел за стойности на неопределените параметри от областта им на неопределеност. Системата с параметрите от оптимизация 3 притежава номинално качество, но не притежава робастно качество, т.к. при Монте Карло симулацията се получават незадоволителни преходни процеси. Така се избират настройките на ПИД регулатора от оптимизация 8, въпреки че целевата функция е малко по-голяма от тази за оптимизация 3. На фиг.4-фиг.6 са показани процесите в системата за управление при 10 случайни стойности на неопределените параметри.



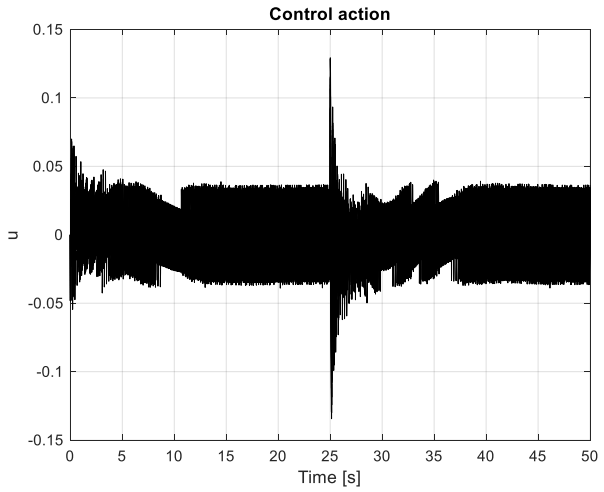
Фиг.4. Преходни процеси по позиция



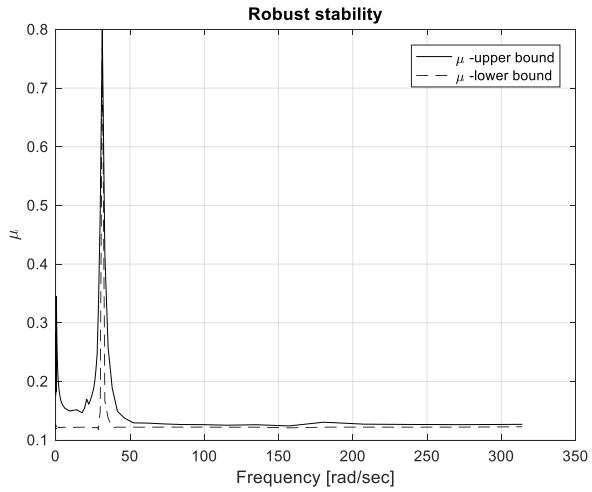
Фиг.5. Преходни процеси по ъгъл

От фиг.4-5 се вижда, че системата запазва устойчивост при Монте Карло симулацията. Преходните процеси по позиция са добри - затихват за около10s и преregулирането е незначително. Максималното отклонение на ъгъла на махалото при движението на количката е около 1.2 градуса, което е достатъчно малко. Вижда се влиянието на шума от енкодерите в преходните процеси по ъгъл, което е резултат от усилването на шума в управляващия сигнал (фиг.6), поради широката честотна лента по канала шум-управляващ сигнал. Влиянието на шума може да се намали чрез ограничаване на честотната лента, използване на поточни енкодери или филтриране на шумовете с оптимални филтри като филтър на Калман или H_∞ филтър. Амплитудата на управляващите сигнали са достатъчно малки и са далеч от ограниченията ±1. Извършен е анализ на робастната устойчивост и робастното качество на системата на базата на линеаризирания неопределен модел (4). Границите на структурираното сингулярно число μ за анализ на робастната устойчивост са показани на фиг.7. Максималната стойност на μ е 0.78, което означава, че системата е робастно устойчива за моделираната неопределеност и ще запази устойчивост до неопределеност равна на 125% от

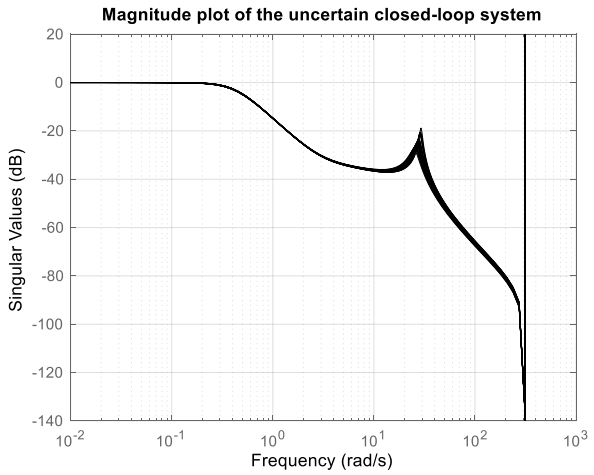
моделираната такава. Намерено е „най-лошото“ усилване на затворената система и стойностите на неопределените параметри, при които се постига това усилване. На фиг. 8-9 са показани честотните характеристики на системата за „най-лошото“ усилване и за 30 случайни стойности на неопределените параметри. Вижда се, че системата е достатъчно робастна, но регулаторът е чувствителен към измервателния шум в ъгъла, което е в съответствие с резултатите показани на фиг.5-6



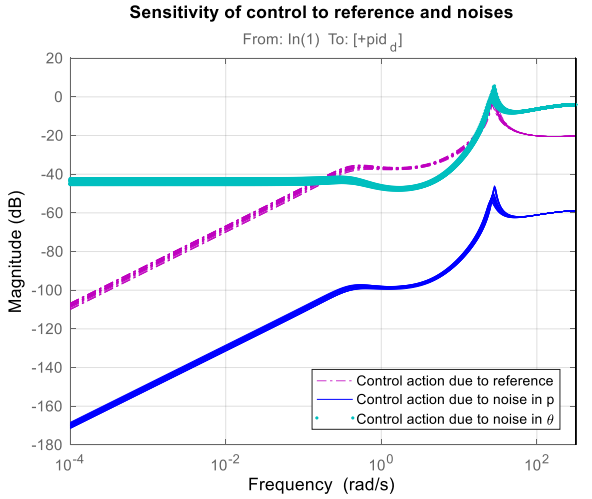
Фиг.6. Управляващи сигнал



Фиг.7. Робастна устойчивост



Фиг.8. Допълнителна чувствителност

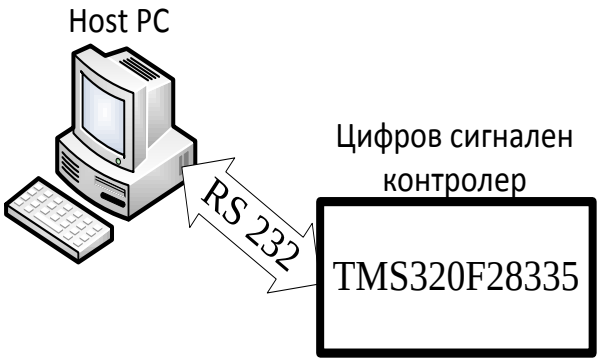


Фиг.9. Чувствителност на u

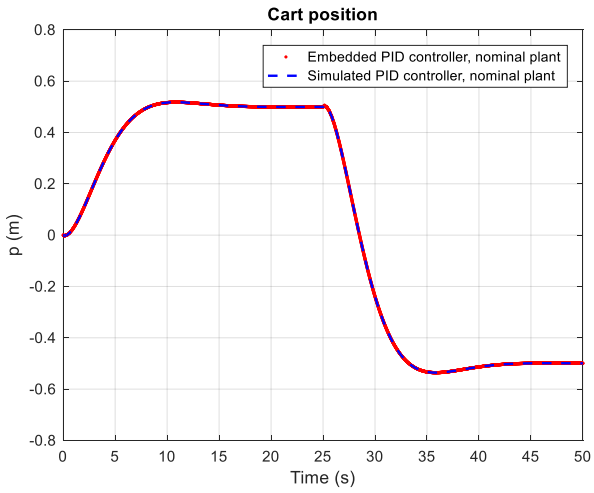
3. HIL СИМУЛАЦИЯ НА ПИД РЕГУЛАТОРА

В средата на MATLAB/SIMULINK е разработен специализиран модел, от който се генерира код за управляващия алгоритъм, който код е вграден в цифров сигнален процесор TMS320F28335. Управляващият софтуер е верифициран чрез HIL симулация, чиято структурна схема е показана на фиг.10. Обектът е реализиран чрез нелинейния модел (2), като работещ в реално време Simulink модел, който комуникира чрез сериен интерфейс с цифровия сигнален процесор. На фиг.11-13 са показани процесите в системата за управление, получени от HIL и Simulink-симулациите. Вижда се отличното съвпадение между сигналите, което

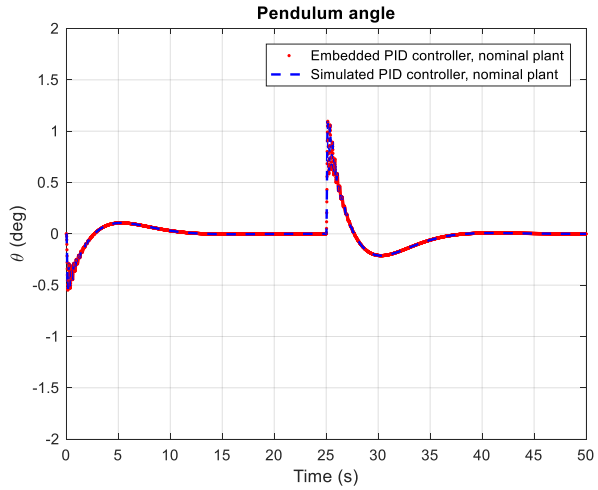
потвърждава валидността на управляващия софтуер. Максималните разлики по положение и по ъгъл са съответно 1.56×10^{-7} и 5.06×10^{-9}, което е достатъчно малко при положение, че регулаторът е реализиран с единична точност



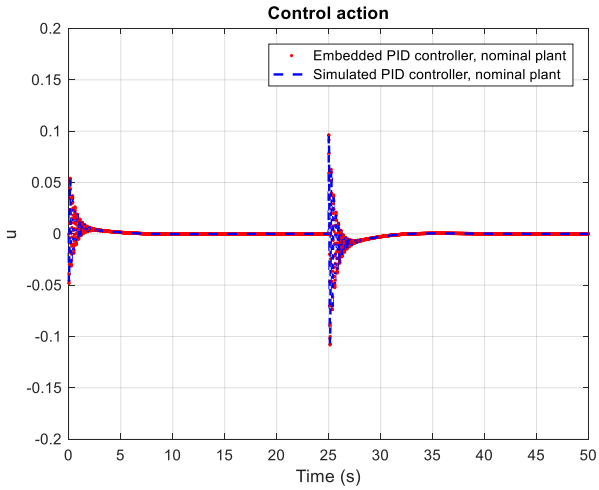
Фиг.10. Схема на HIL симулация



Фиг.11. Позиция p от HIL симулация



Фиг.12. Ъгъл θ от HIL симулация



Фиг.13. управление от HIL симулация

4. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Синтезиран е двумерен ПИД регулатор за управление на ОМК. Параметрите на регулатора са определени на базата на оптимизация с генетичен алгоритъм. Проведени са множество оптимизации и на базата на анализ на робастната устойчивост и качество на системата е избрано решение, което осигурява робастност. Управляващият алгоритъм е верифициран чрез HIL симулация, при която обектът е реализиран на PC, като работещ в реално време нелинеен модел, а синтезираният регулатор е вграден в цифров сигнален контролер TMS320F28335. PC и цифровият контролер комуникират в реално време със сериен интерфейс. Резултатите от HIL симулация потвърждават валидността на разработения управляващ софтуер.

ЛИТЕРАТУРА

[1] Perev, K. Inverted pendulum control: an Overview. Information Technologies and Control, No.1, pp. 34.41, 2011

[2] Astrom, K., K. Furuta. Swinging up a pendulum by energy control. Automatica, vol. 36, pp. 287-295, 2000

[3] Astrom, K., J. Arakil, F. Gordillo. A family of smooth controllers for swinging up a pendulum . Automatica, vol. 44, pp. 1841-1848, 2008

[4] Kralev, J., T. Slavov, P. Petkov. Design and experimental evaluation of robust controllers for a two-wheeled robot . International Journal of Control, vol.89,No 11, pp. 2201-2226, 2016

[5] *Segway Personal Transporters. Bedford, NH, 2012*.http://www.segway.com

[6] Mason, P., M. Broucke, B. Piccoli, Time optimal swing-up of the planar pendulum. IEEE Transactions on Automatic Control, vol. 53 ,No. 8, pp. 1876–1886, 2008

[7] Prsad, L. B., T. Barjeev, H. Gupta. Optimal control of nonlinear inverted pendulum dynamical system with disturbance input using PID controller & LQR. In: Control System, Computing and Engineering (ICCSCE), 2011 IEEE International Conference on Control System, Computing and Engineering. IEEE, 2011. p. 540-545

[8] Nasir, A., M. A. Ahmad, M. Rahmat. Performance comparison between LQR and PID controllers for an inverted pendulum system. AIP Conference Proceedings. Eds. Nader Barsoum, Sermsak Uatrongjit, Pandian Vasant. Vol. 1052. No. 1. pp.124-128. AIP, 2008

[9] Perev, K. Model based predictive control of the Cart-Pendulun system. Proceedings of the Conference in Automatics and Informatics, Sofia, pp. II-331-II-334,2010

[10] Dastranj, M. R. , M. Moghaddas, S. S. Afghu, M. Rouhani. "PID control of inverted pendulum using particle swarm optimization (PSO) algorithm," in Proceedings of the 3rd IEEE International Conference on Communication Software and Networks (ICCSN '11), pp. 575–578, 2011

[11] Li,S., C. Huo, Y. Liu. Inverted pendulum system control by using modified PID neural network. In Proceedings of the 3rd International Conference on Innovative Computing Information and Control (ICICIC '08), pp. 1–426, June 2008

[12] Leung, F., L. Wong, P. Tam. Fuzzy Model Based Controller for an Inverted Pendulum. Electronics Letters,vol. 32, No. 18, pp. 1683 – 1685, 1996

[13] Liu, Y., Z. Chen, D. Xue, X. Xu. Real-Time Controllingof Inverted Pendulum by Fuzzy Logic, Proceedings of the IEEE International Conference on Automation and Logistics, Shenyang,China, pp. 1180-1183, 2009

[14] Wang, Jia-Jun. Simulation studies of inverted pendulum based on PID controllers." *Simulation Modelling Practice and Theory* , vol.19,No. 1, pp. 440-449. 2011

Автори: Цоньо Славов, доц. д-р, катедра „Системи и управление", Фкултет Автоматика, Технически Университет-София; E-mail address: *ts_slavov@tu-sofia.bg*; Йордан Кралев, гл. ас. д-р, катедра „Системи и управление", Фкултет Автоматика, Технически Университет-София; E-mail address: *jkralev@tu-sofia.bg*; Петко Петков, чл. кор. проф. дтн, катедра „Системи и управление", Фкултет Автоматика, Технически Университет-София; E-mail address: *php@tu-sofia.bg*

Постъпила на 03.05.2017 г. **Рецензент:** : доц. д-р Георги Ружеков

ЦИФРОВО УПРАВЛЕНИЕ НА ТЕМПЕРАТУРАТА НА ПОЧВАТА ЗА СТАЙНИ РАСТЕНИЯ

Валентин Димитров, Алена Козакова, Йордан Кралев

Резюме: *Целта на работата е да се проектира система за робастно управление на температурата на почвата. Разработен е лабораторен стенд, съставен от обем почва, термодвойки, нагревател, микроконтролер и силов преобразувател. Въз основа на проведени експериментални измервания и записани данни е идентифициран линеен модел с неопределеност на процеса на загряване и охлаждане. Регулаторът е проектиран с помощта на теоремата за граничните случаи от робастната теория на управление, след което е вграден в 8-битов микроконтролер. Резултатите в статията са част от проект за изграждане на система за автоматизирано отглеждане на стайни растения въз основа на събиране на информация за температурата и влажността на въздуха и почвата.*
Ключови думи: *управление на температура, робастно управление, вградена система за управление, 8-битов микроконтролер*

DIGITAL CONTROL OF SOIL TEMPERATURE FOR GROWING PLANTS INDOORS

Valentin Dimitrov, Alena Kozakova, Jordan Kralev

Abstract: *The purpose of the paper is to design a robust controller for soil temperature which can regulate measured temperature independently of thermocouple sensor and resistive heating element mounting point positions. Experimental recordings from several sensor positions during heating serve to identify a linear model with parametric uncertainty. The Edge Theorem from robust control theory helps to design a controller for identified model. The controller is implemented in the 8-bit microcontroller connected to the physical test bench for growing plants. Paper results are part of a project for building an automatic care system for various species of potted plants in room or similar conditions based on gathering information about soil and air temperatures and humidity, as well as the period of sunlight exposure.*
Keywords: *temperature control, robust control, embedded control system, 8-bit microcontroller*

1. OVERVIEW OF TEST BENCH

Sometimes, plants care may happen to be not an easy task, whether the reason is too much time consumed and a constant commitment required or very specific needs of

© 2017 Publishing House of Technical University of Sofia
All rights reserved

ISSN 1311-0829

the plant. The main aim of this paper is to provide automatic soil temperature control for different kinds of potted plants in room and similar conditions based on gathering information about soil and air temperatures. The soil temperature has to be kept to optimal values according to the specific plant.
For the purposes of the project, a test bench was built. The hardware used is an Arduino Uno microcontroller [1] and connected the mentioned above sensors as well as a small heating element – thermistor. A program was written in the Arduino IDE and uploaded to the microcontroller which gathers the information and operates the heater.The test bench which is constructed from the parts depicted in Figure 1 to Figure 4 represents the average case of the targets of this project.

Fig.1. Arduino UNO Microcontroller

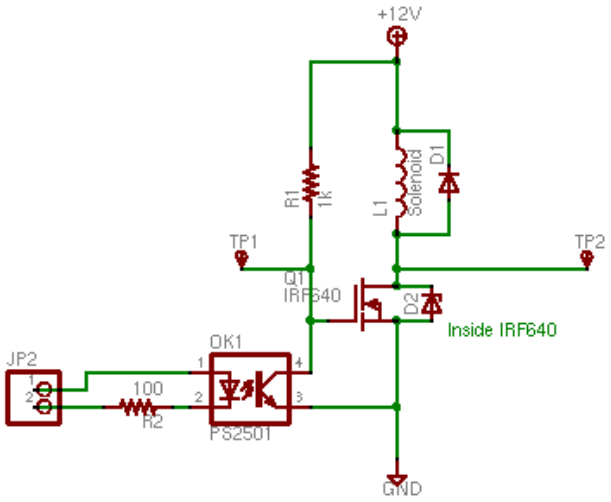


Fig.2. Schematic of the amplifier for the microcontroller's digital outputs.

Fig.3. Thermistor 12V/30W

Fig.4. NTC Thermo couple – Temperature range: 20 – 105 ^{o}C ± 3 ^{o}C

The outputs of the microcontroller can deliver just 40 [mA]. This is not enough to feed the thermistor therefore some additional circuitry is required in order to operate it efficiently. For this purpose, an amplifier needs to be implemented (Figure 2). The L1 is the operated thermistor with a parallel bypass diode D1 attached which helps dissipating the energy when the actuator is turned off and tries to continue forcing current. Q1 is a N-channel MOS-FET IRF560 transistor [2] and OK1 is an optocoupler which separates the microcontroller electrically from the rest of the circuit and protects it in case of failure.

2. IDENTIFICATION EXPERIMENT

Several experiments were carried out to examine soil heating process. The temperature is measured in three zones near the surface while the heater is placed deeper in the center of the pot (Figure 5). The influence of the PWM pulses width was examined as well. Because of the nature of the experiment it was not feasible to measure a step response as temperature rises above critical values. The measured data correspond to the impulse response of the system (Figures 6, 7 and 8). Usually a small period of time is considered as an impulse input but in this case this input has the size of 800 seconds. However this is acceptable because of large time constants of the plant and a high amount of energy needed to provoke a noticeable change on the output.

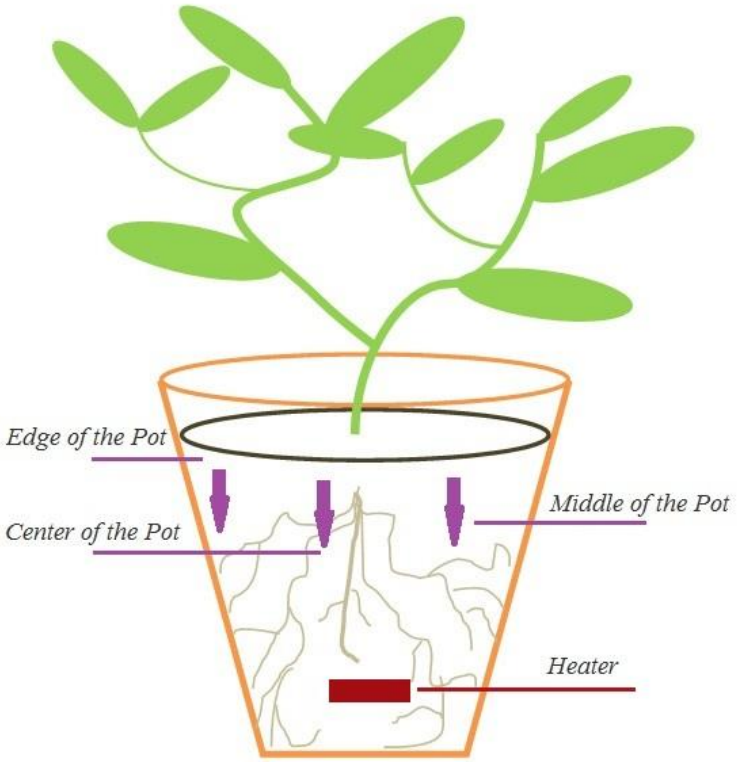


Fig.5. Scheme of the position of the sensor and the heater

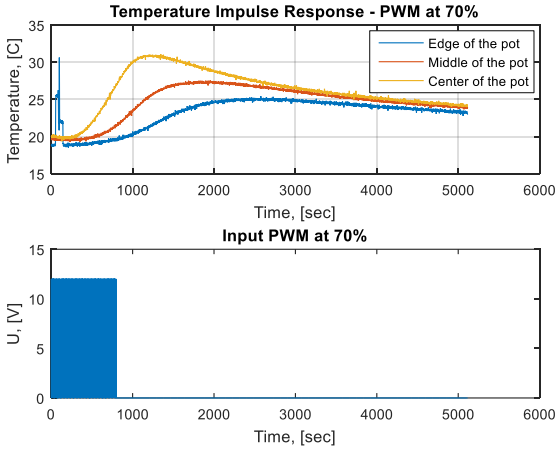


Fig.6. Temperature impulse response at PWM 50%.

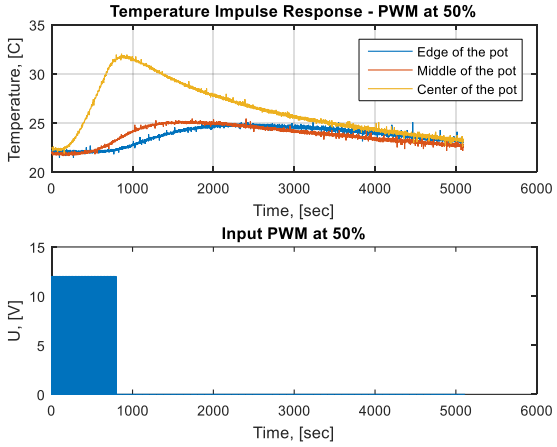


Fig.7. Temperature impulse response at PWM 70%.

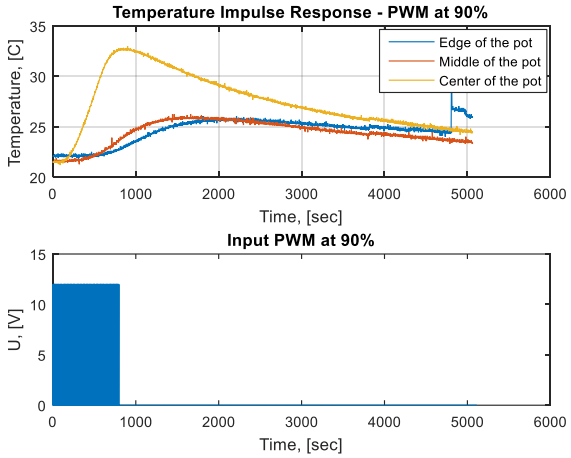


Fig.8. Temperature impulse response at PWM 90%.

3. MATHEMATICAL MODELING

In order to use common modeling techniques it was necessary to get step responses of the identified processes based on the measured impulse ones.
The impulse response output is described as:

$$y_k = \sum_{i=1}^{k} h_i u(k-i) \tag{1}$$

The relation between every sample s_j of the step response based on the above impulse response is defined by the following equation:

$$s_j = \sum_{i=1}^{j} h_i \text{ , where } h_i = s_i - s_{i-1} \tag{2}$$

The step response (Figure 9) is calculated as follows:

$$y_k = \sum_{i=1}^{k} s_i \Delta u(k-i) \tag{3}$$

Through an optimization procedure we approximate the obtained step responses by an aperiodic first order model with three parameters - k, T, D as follows:

$$G(s) = \frac{k}{Ts+1} e^{-Ds} \tag{4}$$

Table 1

Coefficients of the transfer functions of the soil heating process

	k	T, [s]	D, [s]
Edge of the pot	5.18	13247	860
Middle of the pot	3.02	5696	651
Near the heater	2.77	3772	336

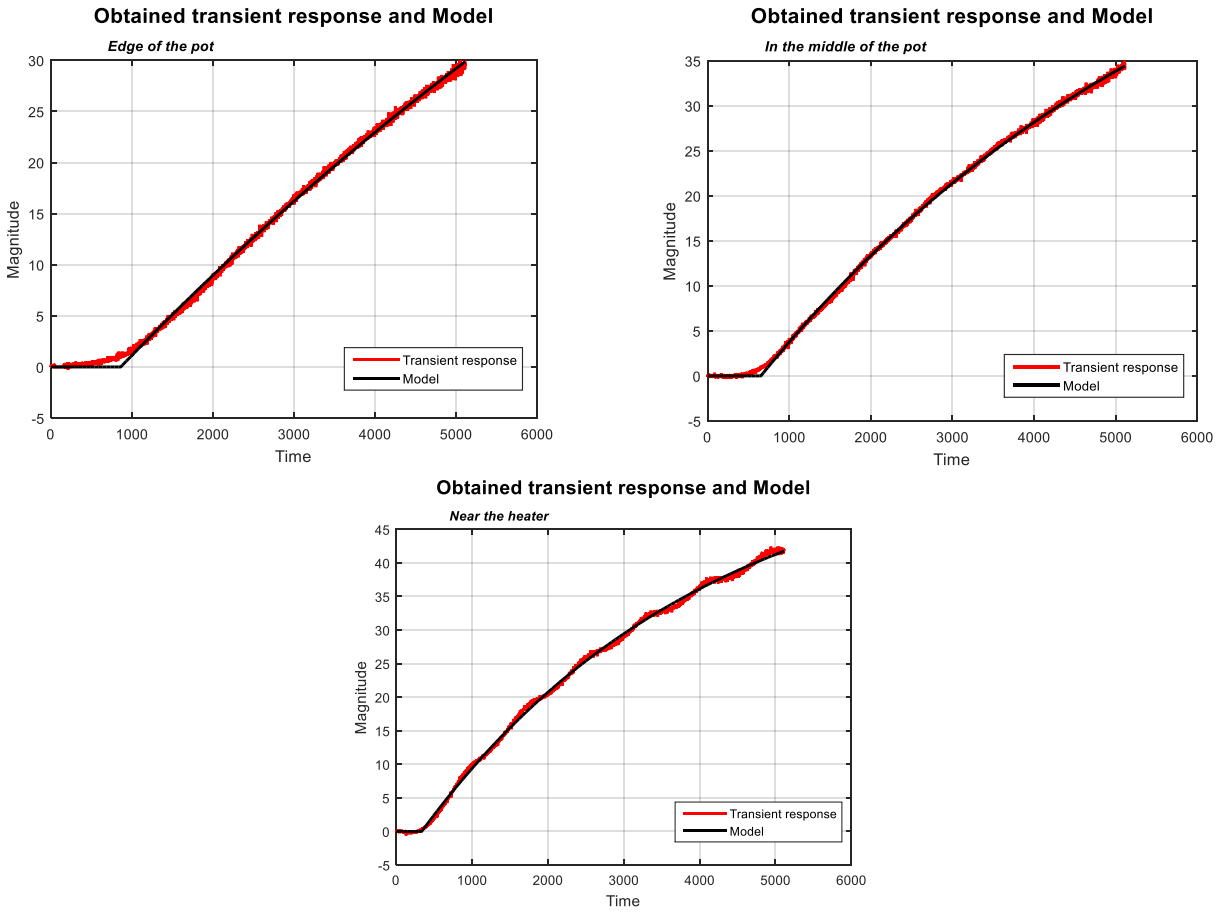


Fig.9. Step responses of the soil heating (measured vs. obtained from the model).

The approximation fits almost perfectly so the following models are acceptable (Figure 9). Because of huge time constants we have decided to convert the units from seconds into minutes for greater convenience. The new transfer functions are used in all further calculations.

Edge of the pot $$G(s)=\frac{5.18}{220.8s+1}e^{-14.3s} \quad (5a)$$

Middle of the pot $$G(s)=\frac{3.02}{94.95s+1}e^{-10.9s} \quad (5b)$$

Near the heater $$G(s)=\frac{2.77}{62.87s+1}e^{-5.61s} \quad (5c)$$

4. ROBUST CONTROLLER DESIGN

It can be noticed easily in Figures 6, 7 and 8 that the heat is not reaching uniform distribution fast enough. Moreover, due to a relatively high heat capacity of soil there is a certain time lag in temperature response. To deal with these difficulties, the robust approach has been chosen [3]. So far, the plant's behavior has been described by a set of possible models (5 a, b, c). We will represent them as a single nominal model and uncertainty to include all the other possible cases. Two different strategies will be adopted to obtain the nominal model, and finally compared. According to the first one, the nominal model is obtained as a mean value parameter model from all perturbed plants:

$$G(s)=\frac{\frac{k_{\max}+k_{\min}}{2}}{\frac{(T_{\max}+T_{\min})}{2}s+1}e^{-\frac{(D_{\max}+D_{\min})}{2}s}=\frac{3.975}{141.8s+1}e^{-9.98s} \quad (6)$$

According to the second strategy, the time delay is not considered in the mean value parameter model but is included in the uncertainty term:

$$G'(s)=\frac{\frac{k_{\max}+k_{\min}}{2}}{\frac{(T_{\max}+T_{\min})}{2}s+1}=\frac{3.975}{141.8s+1} \quad (7)$$

The next step is to choose a way to represent the uncertainty in the plant model. Because of its more informative numerical value, multiplicative (relative) weights have been chosen. The multiplicative uncertainty description will is generated as follows:

$$l_I(\omega)=\max_{G_P\in\Pi}\left|\frac{G_p(j\omega)-G(j\omega)}{G(j\omega)}\right| \quad (8)$$

To synthesize the controllers, the inverse dynamics method [4] has been used for the two nominal models (6), (7). It provides a simple unified approach for common controlled plants and enables to easily tune the closed loop for a desired maximum overshoot.

Table 2

Controller tuning formulae for the considered plant model

Process model $G_p(s)$	**Type of Regulator**	**Time constants**			
		D = 0	**D > 0**		
		P	**PT$_i$**	**T$_d$**	
$\frac{K}{T_1 s+1}e^{-Ds}$	**PI**	$\frac{2T_i}{K(2T_w+T_v)}$	$\frac{a}{K}T_i$	$T_1-\frac{T_v}{2}$	-

A fraction of the table for all commonly used model types [4] is shown in Table 2. The model on this row corresponds to our plant therefore a PI controller will be synthesized of the following type:

$$R(s)=K_p\left(1+\frac{1}{T_i s}\right) \quad (9)$$

Where T_v is sample rate for the digital controller, in the continuous case T_v= 0, T_w is the desired time constant of the closed-loop system

For the nominal model with time delay (6) the coefficient *a* equals:

$$a=\frac{1}{\beta D} \quad (10)$$

Desiring a0% overshoot we pick β = 2.718 and then

$$R(s)=\frac{a}{k}T_i\left(1+\frac{1}{Ts}\right)=\frac{1}{\beta Dk}T_i\left(1+\frac{1}{Ts}\right)=\frac{186.6*s+1.316}{141.8*s} \quad (11)$$

For the nominal model without time delay, after a series of experiments it was found out that for T_w = 30 min the system shows the fastest response with a 0% overshoot.

$$R(s)' = \frac{2T_i}{k*2T_w}\left(1+\frac{1}{Ts}\right) = \frac{168.7*s+1.189}{141.8*s} \tag{12}$$

The controllers were verified using the standard closed-loop structure in Fig.10; the results are shown in Fig.11.

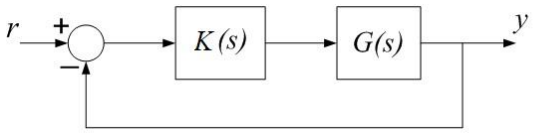


Fig.10. Standard closed loop with a negative feedback.

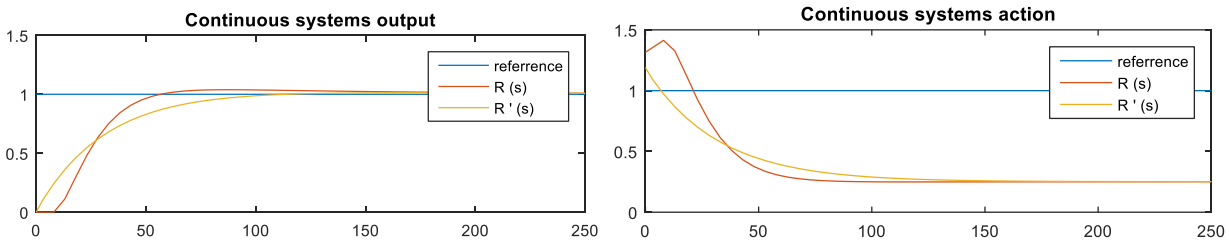


Fig.11. Comparison of closed-loop step responses under the R(s) and theR'(s) controllers (output variable – l.h.s. plot; control action – r.h.s. plot)

Both systems are stable though the R'(s) controller (4.19) is faster and achieves a 0% maximum overshoot while the other has a 4% overshoot and uses quite much more power. According to the Nyquist stability condition, the closed-loop robust stability (RS) of the $M-\Delta$ structure is guaranteed if and only if the loop transfer function $M\Delta$ does not encircle the point (-1.0i) for all Δ, i.e.

$$RS \Leftrightarrow \left|M(j\omega)\right| < 1, \forall\omega \text{ or } \left|T(j\omega)\right| < \frac{1}{\left|\omega_I\right|} \tag{13}$$

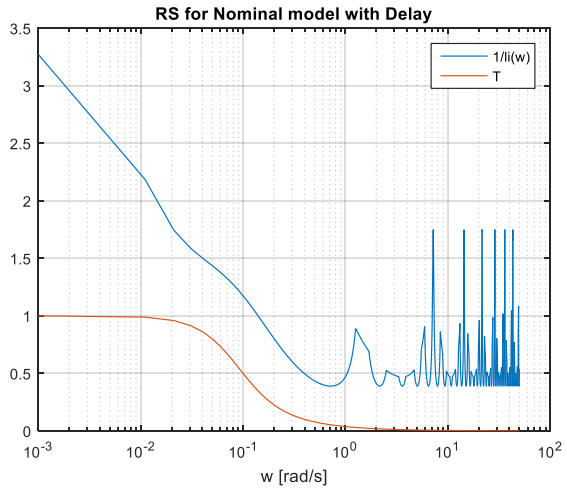


Fig.12. Verification of the robust stability conditionusing the nominal model with the time delay included

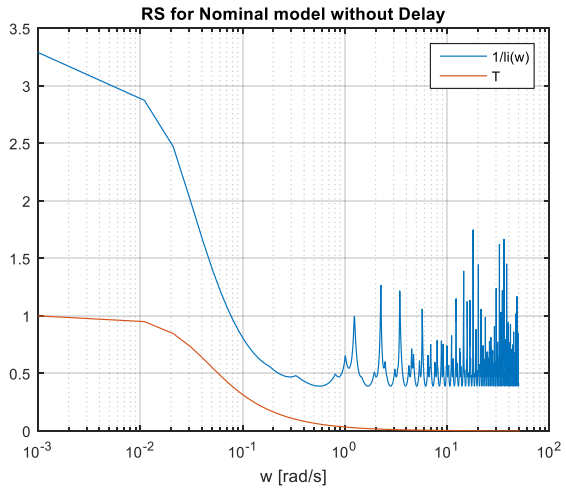


Fig.13. Verification of the robust stability conditionusing the nominal model without the time delay.

From Figures 12 and 13 results that the robust stability condition (13) is satisfied so we can conclude that the closed-loop system under both designed controllers R(s) and R'(s) is stable over the whole uncertainty region specified by the three transfer functions (5 a,b,c).

Finally, the continuous controllers will be converted into discrete-time ones due to the implementation in the microcontroller. The sampling period has been calculated as a tenth of the nominal time constant:

$$T_0 = T/10 = 141.8/10 = 14.2 \approx 15\,\text{min} \tag{14}$$

Using the Euler's forward transformation we are able to obtain the relation between the coefficients of the continuous and the discrete-time controllers. The resulting closed-loop behavior is shown in Fig. 14.

We can notice that the closed-loop response under the R'(z) controller is faster and has no overshoot as well as a more power efficient control action. Therefore, the description of the nominal plant with time delay included is beneficial for the continuous process but in the discrete-time case a nominal plant without delay provides a significantly better system response.

The discrete-time controller R'(z) was implemented into the microcontroller and the result is shown in Fig.15. The output follows the reference quite strictly so we can conclude that the synthesized controller has the expected performance.

Since the plant model structure remains stable in all working points, the uncertainty will be based on parameters variation. The Edge Theorem [5] introduces an elegant solution which gives a complete characterization of the root set of a polytopic family of plants. The polytopic family consists of the three transfer functions and a 4th one calculated additionally. In order to represent them as polynomials, the time delay will be approximated using the 1st order Padé approximant.

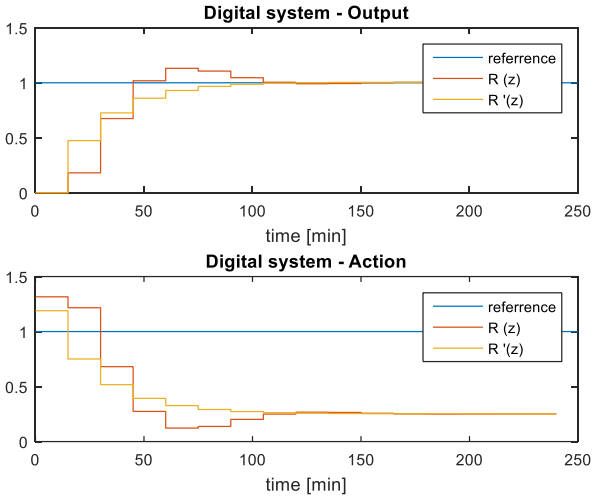


Fig.14. Comparison of the closed-loop responses under custom digital controllers R(z) andR'(z).

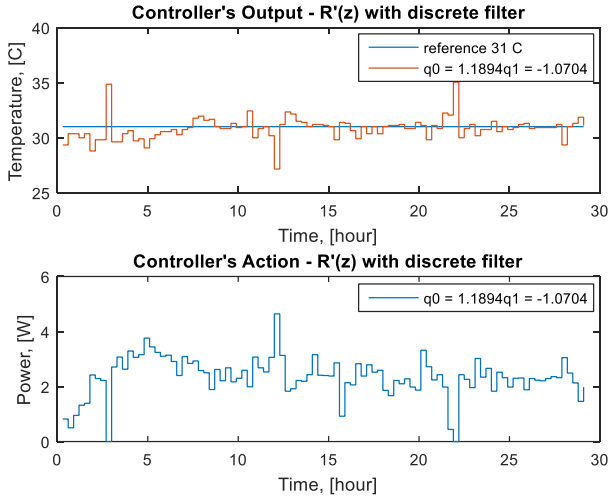


Fig.15. Output and control action of the digital controller using a discrete filter in the negative feedback.

By varying the $q_i = \underline{q}_i$ or $q_i = \overline{q}_i$ to obtain the 4 transfer functions, we get 24 different systems of equations. All of them were examined but only few resulted in a stable 4th working point (WP); the „most stable" has been chosen (15), i.e. the one which poles are located leftmost in the left half-plane of the complex plane.

$$G4(s) = \frac{b_0(s) - b_1(s) + b_2(s)}{a_0(s) - a_1(s) + a_2(s)} = \frac{-4.93s + 1.15}{188.7s^2 + 36.71s + 0.31} \tag{15}$$

The coefficients were verified by calculating the measured working points through the equations which result in the same transfer functions so they are correct. According to the **Edge Theorem**, the polynomial family is stable if and only if its vertices and edges are stable. Stability of the vertices is examined by finding roots of the closed-loop polynomials in these vertices (working points), stability of the edges can be examined e.g. using Bialas Theorem. All the closed loop polynomials have stable roots in the left plane so the first criterion of the Bialas Theorem is fulfilled. This can be seen in Fig.16 from the Nyquist stability test.

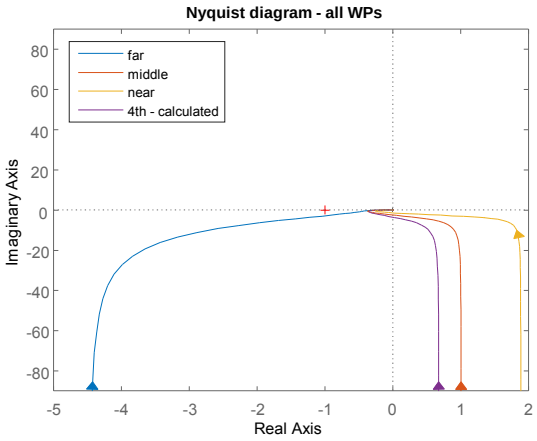


Fig.16. Nyquist diagram for the 4 working points

The closed-loop system under the robust controller designed for the uncertain plant described by a nominal model and unstructured multiplicative uncertainty remains stable even with the stricter parametric uncertainty.

REFERENCES

[1] Atmel. ***Atmel 8-bit microcontroller with 4/8/16/32KB in-system programmable flash***, Atmel-8271J-AVR- ATmega-Datasheet_11/2015

[2] International Rectifier, ***IRF540N HEXFET® Power MOSFET,*** PD - 91341B, www.irf.com

[3] Petkov P., Konstantinov M., Gu. Da-Wei, ***Robust Control Design with MATLAB***, Springer; ISBN 978-1-4471-4681-0

[4] Viteckova M., Viteck A., Smutny L. ***Controller tuning for controlled plants with time delay***, Proceedings of PID. IFAC Workshop on digital control (Past, present and future of PID control), Terrassa, Spain 2000, p.283-288

[5] Bhattacharyya S., Chapellat H., Keel L., ***Robust Control. The Parametric Approach***, Prentice-Hall, ISBN 0-13-781576-X

Authors: Valentin Dimitrov, Department "Systems and Control", Faculty of Automatics, Technical University of Sofia, E-mail adress: *kiakaha015@gmail.com*, Alena Kozakova, Slovak University of Technology in Bratislava, E-mail adress: *alena.kozakova@stuba.sk*, Jordan Kralev, Department "Systems and Control", Faculty of Automatics, Technical University of Sofia, E-mail adress: *jkralev@tu-sofia.bg* .

Received 06 May 2017 **Reviewer:** Correspondent member Prof. D.Sc. Petko Petkov

Годишник на Технически Университет - София, том 67, книга 2, 2017
Proceedings of the Technical University of Sofia, Volume 67, Issue 2, 2017

ОРТОГОНАЛНА АПРОКСИМАЦИЯ НА НЕЛИНЕЙНИ СИСТЕМИ ОПИСАНИ В РЕД НА ВОЛТЕРА

Камен Перев

Резюме: *Докладът разглежда апроксимацията на ядрата на Волтера при описание на нелинейни системи. Описанието в ред на Волтера е входно/изходен модел на стационарни нелинейни системи, където ядрата на Волтера се разглеждат като обобщение на импулсната характеристика при линейни системи. Представени са някои свойства на този модел и условията за сходимост на реда. Разгледани са два начина на ортогонална полиномна апроксимация: чрез използване на ортогонални полиноми на Лагер и на Лежандър. Показано е, че при използване на ортогонални полиноми на Лагер, апроксимиращият модел може да бъде дефиниран както във времевата така и в честотната област. Преимущество при използване на ортогонални полиноми на Лежандър е тяхната изчислителна ефективност без употребата на тегловни функции. Представена е методика за изчисляване на коефициентите на Фурие на ортогоналното представяне.*
***Ключови думи*:** *модел в ред на Волтера, каузалност и устойчивост, ортогонални полиноми на Лагер, ортогонални полиноми на Лежандър*

ORTHOGONAL APPROXIMATION FOR THE VOLTERRA SERIES MODEL OF NONLINEAR SYSTEMS

Kamen Perev

Abstract: *The paper considers the problem of orthogonal series approximation for the Volterra series model of nonlinear systems. The Volterra series model is an input/output description of time-invariant nonlinear systems, where the Volterra kernels serve as generalizations for the linear system impulse response. Several model properties are presented as well as conditions for the series convergence. Two approaches for orthogonal series approximation are introduced in terms of Lager and Legendre orthogonal series representations.The advantages of both approaches are also discussed. Formulas for computing the Fourier coefficients in both cases are developed.*
***Keywords*:** *the Volterra series model, causality and stability, Lagerre orthogonal polynomials, Legendre orthogonal polynomials*

1. ВЪВЕДЕНИЕ

Основен модел при описание на нелинейни системи е моделът чрез използване на функционални редове на Волтера. Моделът в редове на Волтера е входно/изходен модел, като нелинейната система се представя чрез оператора на

© 2017 Publishing House of Technical University of Sofia
All rights reserved

ISSN 1311-0829

Волтера [3,4,5]:

$$y(t)=H[u(t)]=\sum_{n=1}^{\infty}H_n[u(t)], \tag{1}$$

където $y(t)$ е изходният сигнал, $u(t)$ е входният сигнал и $H_n[\cdot]$, $n=1,2,\ldots$ е операторът на Волтера от *n*-ти ред. В този модел, H_n е оператор, тъй като изходният сигнал $y(t)$ може да се разглежда като получен чрез преобразуване на входния сигнал $u(t)$. По-специално съотношението (1) може да се представи чрез следния израз:

$$y(t)=\sum_{n=1}^{\infty}\int_{-\infty}^{\infty}\cdots\int_{-\infty}^{\infty}h_n(\tau_1,\ldots,\tau_n)\prod_{i=1}^{n}u(t-\tau_i)d\tau_i \tag{2}$$

където функциите $h_n(\tau_1,\ldots,\tau_n)$, $n=1,2,\ldots$ се наричат ядра на Волтера. Ядрата на Волтера представляват обобщени описания на импулсните характеристики при линейните системи. Моделът в редове на Волтера дава възможност за използване на теорията на операторите при описанието на нелинейни системи. Използването на нелинейните оператори води до дефиниране на основните структурни преобразования на нелинейни системи по аналогия на линейния случай. Паралелно съединение на два нелинейни елемента: $y(t)=H[u(t)]+G[u(t)]$, мултипликативно съединение: $y(t)=H[u(t)]G[u(t)]$ и каскадно свързване: $y(t)=G[H[u(t)]]=(G*H)[u(t)]$, където *G* и *H* са нелинейни оператори [4].

Моделът в ред на Волтера е функционален ред и се използва за моделиране на нелинейни стационарни системи с крайна памет. Такъв тип нелинейни системи е прието да се наричат нелинейни системи от винеров клас. Съответната теория се нарича теория на Волтера-Винер за изследване на нелинейни динамични системи. Важни свойства на изследваните системи са свойствата каузалност и устойчивост [3,5]. Казваме, че една система е каузална, ако за всеки входен сигнал, реакцията на системата във всеки момент от време не зависи от бъдещи стойности на входния сигнал. Математически свойството каузалност се представя във вида:

$$P_\tau H_n P_\tau = P_\tau H_n, \tag{3}$$

където операторът P_τ се нарича оператор на отрязване, като неговото действие върху произволен сигнал $x(t)$ се проявява по следния начин:

$$P_\tau x(t)=x_\tau(t)=\begin{cases}x(t), & t\le\tau\\ 0, & t>\tau\end{cases} \tag{4}$$

Свойството каузалност се свързва с физическата реализуемост на системата. Физическа реализуемост на една система означава, че миналото еднозначно определя бъдещето. Посредством ядрата на Волтера, свойството каузалност се задава чрез условието:

$$h_n(\tau_1,\ldots,\tau_n)=0 \text{ за всяко } \tau_i<0,\ i=1,\ldots,n \tag{5}$$

Така ядрото на Волтера от n- ти ред ще бъде различно от нула само в първия квадрант на *n*-мерното пространство.

Друго важно свойство на изследваните нелинейни системи е свойството устойчивост. Моделът в редове на Волтера е входно/изходен модел и затова естестве-

ната формулировка на устойчивостта се свързва с входно/изходната устойчивост или устойчивост, която предполага при ограничен входен сигнал, изходният сигнал също да бъде ограничен. Така достатъчното условие за устойчивост на нелинейната система е, че за всяко ядро на Волтера е в сила следното съотношение:

$$\int_{-\infty}^{\infty}\cdots\int_{-\infty}^{\infty}\left|h_n(\tau_1,\ldots,\tau_n)\right|d\tau_1\ldots d\tau_n<\infty,\quad n=1,2,\ldots \tag{6}$$

От важно значение при описание на стационарни нелинейни системи в редове на Волтера е предавателната функция и честотната характеристика. Те са преобразование на Лаплас и Фурие на ядрото на Волтера. Достатъчно условие за сходимостта на тези преобразования е условието за устойчивост (6) на системата. Преобразованието на Лаплас за ядро от *n*-ти ред се задава във вида:

$$H_n(s_1,\ldots,s_n)=\int_0^{\infty}\cdots\int_0^{\infty}h_n(\tau_1,\ldots,\tau_n)e^{-(s_1\tau_1+\ldots+s_n\tau_n)}d\tau_1\ldots d\tau_n \tag{7}$$

Честотната характеристика от *n*-ти ред се задава във вида:

$$H_n(j\omega_1,\ldots,j\omega_n)=\int_{-\infty}^{\infty}\cdots\int_{-\infty}^{\infty}h_n(\tau_1,\ldots,\tau_n)e^{-j(\omega_1\tau_1+\ldots+\omega_n\tau_n)}d\tau_1\ldots d\tau_n \tag{8}$$

Съответните обратни преобразования се получават както следва:

$$h_n(\tau_1,\ldots,\tau_n)=\frac{1}{(j2\pi)^n}\int_{\sigma_1-j\infty}^{\sigma_1+j\infty}\cdots\int_{\sigma_n-j}^{\sigma_n+j\infty}H_n(s_1,\ldots,s_n)e^{(s_1\tau_1+\ldots+s_n\tau_n)}ds_1\ldots ds_n \tag{9}$$

$$h_n(\tau_1,\ldots,\tau_n)=\frac{1}{(2\pi)^n}\int_{-\infty}^{\infty}\cdots\int_{-\infty}^{\infty}H_n(j\omega_1,\ldots,j\omega_n)e^{j(\omega_1\tau_1+\ldots+\omega_n\tau_n)}d\omega_1\ldots d\omega_n \tag{10}$$

2. ОРТОГОНАЛНИ ПОЛИНОМИ НА ЛАГЕР И НА ЛЕЖАНДЪР

Ортогоналните полиноми представляват важно средство за апроксимация на непрекъснати функции. Тяхното приложение се основава на теоремата на Вайершрас, според която всяка непрекъсната функция дефинирана на ограничен интервал на аргумента, може да се апроксимира с произволно избрана предварителна точност чрез полином, чиито ред се определя от точността на апроксимация. Така всяка непрекъсната функция *f* от хилбертовото векторно пространство *H* може еднозначно да се представи на интервала $[a,b]$ чрез израза $f(t)=\sum_{n=0}^{\infty}d_n\psi_n(t)$, където d_n, $n=0,1,\ldots$ са коефициентите на Фурие на функцията $f(t)$ по отношение на пълната ортогонална система $\{\psi_n\}_{n=0}^{\infty}$. Обикновено ортогоналните функции са ортонормирани, така че да е изпълнено ортонормалното условие:

$$\int_a^b\psi_m(t)\psi_n(t)dt=\begin{cases}0 & за \quad m\neq n\\ 1 & за \quad m=n\end{cases} \tag{11}$$

където *a* и *b* могат да бъдат произволни числа или безкрайност. Разглежданото хилбертово пространство е $L_2[a,b]$ и затова всяка функция, която се апроксими-

ра $f \in L_2[a,b]$, удовлетворява условието $\int_a^b f^2(t)dt < \infty$. Функцията *f* може да бъде апроксимирана чрез ортогонален полиномен ред с израза $f(t) \approx \sum_{n=0}^{N} d_n \psi_n(t)$, където *N* е редът на полиномна апроксимация, като коефициентите на Фурие d_n, $n = 0,1,\ldots,N$ се изчисляват чрез израза $d_n = \int_a^b f(t)\psi_n(t)dt$. Грешката от апроксимация ε_N се определя както следва [5]:

$$\varepsilon_N = \left[\int_a^b f^2(t)dt - \sum_{n=0}^{N} d_n^2\right]^{1/2} \tag{12}$$

Една от най-често използваните системи ортогонални полиноми за апроксимация на непрекъснати функции от пространството $L_2[0,\infty)$ е пълната система ортогонални полиноми на Лагер. При полиномите на Лагер, ортонормалното условие (11) се удовлетвотява като се използва тегловната функция e^{-t}, $0 \le t < \infty$. Широкото приложение на полиномите на Лагер се обуславя от възможността да се синтезират каузални оператори както във времевата, така и в честотната област. Полиномите на Лагер са получени чрез прилагане на процедурата за ортогонализация на Грам – Шмидт върху редицата от функции $\{e^{-t/2}, te^{-t/2}, t^2e^{-t/2}, \ldots\}$. Ортонормалните функции на Лагер се получават от ортогоналните полиноми на Лагер чрез умножаване с експоненциалната тегловна функция $\phi_n(t) = e^{-t/2}L_n(t)$, където полиномът на Лагер от *n*-ти ред се определя чрез израза [2]:

$$L_n(t) = \sum_{k=0}^{n} \frac{(-1)^k n! t^k}{(k!)^2 (n-k)!}, \quad n = 0,1,2,\ldots \tag{13}$$

Полиномите на Лагер могат да бъдат получени и чрез решаване на уравнението:

$$tL_n''(t) + (1-t)L_n'(t) + nL_n(t) = 0 \tag{14}$$

Първите няколко полинома на Лагер на интервала $[0,\infty)$ са:

$$L_0(t) = 1, \quad L_1(t) = 1 - t, \quad L_2(t) = 1 - 2t + \frac{1}{2}t^2, \quad L_3(t) = 1 - 3t + \frac{3}{2}t^2 - \frac{1}{6}t^3,$$

$$L_4(t) = 1 - 4t + 3t^2 - \frac{2}{3}t^3 + \frac{1}{24}t^4, \quad L_5(t) = 1 - 5t + 5t^2 - \frac{5}{3}t^3 + \frac{5}{24}t^4 - \frac{1}{120}t^5.$$

Всяка по части непрекъсната функция, дефинирана на интервала $a \le t \le b$, $0 < a < b < \infty$ и за която е изпълнено условието $\int_0^\infty e^{-t}x^2(t)dt < \infty$ може да се апроксимира в ред на Лагер, като редът е сходящ за всяка точка на непрекъснатост на функцията, а в точките на прекъсване, редът схожда в средно аритметичната стойност на функцията. Функциите на Лагер намират важно приложение в честотната област. Всяка функция на Лагер може да се реализира като импулсна характеристика на линейна стационарна система. Лапласовото преобразование на функцията на Лагер се дава чрез израза:

$$\hat{\phi}_n(s,p)=\int_0^{\infty}\phi_n(t)e^{-st}dt, \quad n=0,1,2,\ldots \tag{15}$$

Тази функция е известна като филтър на Лагер [5]:

$$\hat{\phi}_n(s,p)=\frac{\sqrt{2p}}{s+p}\frac{(s-p)^n}{(s+p)^n},\ p>0, \tag{16}$$

където $\frac{\sqrt{2p}}{s+p}$ е ниско честотен елемент, а изразът $\frac{(s-p)^n}{(s+p)^n}$ е с единичен коефициент на усилване и пропуска всички честоти еднакво.

Полиномите на Лежандър формират пълна система ортогонални полиноми в хилбертовото пространство $L_2[-1,1]$ с тегловна функция единица на интервала $t\in[-1,1]$. Полиномите на Лежандър са получени чрез прилагане на ортогоналната процедура на Грам – Шмидт върху множеството $1,t,t^2\ldots$. Полиномът на Лежандър от *n*-ти ред се представя във вида [2]:

$$P_n(t)=\frac{1}{2^n n!}\frac{d^n}{dt^n}(t^2-1)^n, \quad n=1,2,\ldots \tag{17}$$

Полиномите на Лежандър също удовлетворяват рекурентното съотношение:

$$P_{n+1}(t)=\frac{(2n+1)tP_n(t)-nP_{n-1}(t)}{n+1},\ P_0(t)=1,\ P_1(t)=t,\quad n=1,2,\ldots \tag{18}$$

Полиномите на Лежандър се преобразуват във функции на Лежандър за да изпълнят условието за ортонормалност както следва $\varphi_n=\sqrt{\frac{2n+1}{2}}P_n$. Първите няколко полиноми на Лежандър на интервала $t\in[-1,1]$ се представят във вида:

$$P_0(t)=1, \qquad P_1(t)=t, \qquad P_2(t)=\frac{3}{2}\left(t^2-\frac{1}{3}\right), \qquad P_3(t)=\frac{5}{2}\left(t^3-\frac{3}{5}t\right),$$

$$P_4(t)=\frac{35}{8}\left(t^4-\frac{6}{7}t^2+\frac{3}{35}\right), \qquad P_5(t)=\frac{63}{8}\left(t^5-\frac{10}{9}t^3+\frac{5}{21}t\right).$$

В много случаи, интервалът на който се апроксимира функцията е различен от $[-1,1]$. В такива случаи полиномите на Лежандър се мащабират и се въвежда смяна на променливата. Така например, пълна система от функции на Лержандър дефинирана на интервала $[0,T]$ се задава във вида:

$$\varphi_n(\tau)=\sqrt{\frac{2n+1}{2}}P_n(\tau), \quad \tau=\frac{2}{T}t-1, \qquad t\in[0,T] \tag{19}$$

Тогава всяка непрекъсната функция на интервала $[0,T]$ се апроксимира чрез израза:

$$f(t)\approx\sum_{n=0}^{N}c_n\sqrt{\frac{2n+1}{2}}P_n\left(\frac{2}{T}t-1\right), \quad \text{където } c_n=\sqrt{\frac{2n+1}{2}}\int_0^T f(t)P_n\left(\frac{2}{T}t-1\right)dt \tag{20}$$

3. ОРТОГОНАЛНА АПРОКСИМАЦИЯ НА НЕЛИНЕЙНИ СИСТЕМИ ОПИСАНИ В РЕД НА ВОЛТЕРА

В изложението по-нататък се разглеждат нелинейни системи описани в ред на Волтера, чиито ядра се апроксимират с помощта на ортогонални редове. Всеки функционал, описващ нелинейната система, може да бъде представен в ред от ортонормални функции, дефинирани за необходимия интервал на независимата променлива. Полученият ред е аналог на реда на Фурие, като построяването на ортогоналната система от функции може да бъде изпълнена по два различни начини. При първия начин, пълната система ортогонални функции се използва в пространството от функции на много променливи. При втория начин, самите функционални описания се построяват чрез ортогонализация на операторни функции при определен входен сигнал, като се построяват тъй наречените G - функционали на Винер. В по-нататъшните разглеждания ще се спрем на първия подход за построяване на ортогонални описания на нелинейни системи.

Разглеждаме моделът на нелинейна система в ред на Волтера във вида (1), чието представяне се дава чрез функционалите от вида (2). Разглеждаме ядро на Волтера от първи ред. Ако системата е устойчива, тогава е изпълнено условието $\int_0^\infty h_1^2(t)dt < \infty$. Тогава ядрото на Волтера от първи ред може да се представи посредством функции на Лагер във вида $h_1(t) = \sum_{n=0}^{\infty} a_n \phi_n(t)$, където $a_n = \int_0^\infty h_1(t)\phi_n(t)dt$.

В честотната област, лапласовото преобразование на ядрото на Волтера от първи ред се дава чрез израза $H_1(s) = \sqrt{2p}\sum_{n=0}^{\infty} a_n \frac{(p-s)^n}{(p+s)^{n+1}}$. Развитието в ортогонален ред дава възможност за изчисляване на коефициентите на Фурие чрез изразите $a_0 = \sqrt{2p}H_1(p)$, $a_n = \frac{\sqrt{2p}}{n!}\frac{d^n}{dz^n}\left[\frac{1}{1+z}H_1\left(p\frac{1-z}{1+z}\right)\right]\Big|_{z=0}$, където $z = \frac{p-s}{p+s}$, $n = 1,2,3,\ldots$ [5]. Аналогично, ядрото на Волтера от първи ред може да се апроксимира във ортогонален ред на Лежандър на интервала $[0,T]$ чрез израза $h_1(t) = \sum_{n=0}^{\infty} c_n \varphi_n\left(\frac{2}{T}t - 1\right)$, където коефициентите c_n се изчисляват от интеграла $c_n = \int_0^T h_1(t)\varphi_n\left(\frac{2}{T}t - 1\right)dt$. Ядрото на Волтера от втори ред $h_2(t_1,t_2)$ е функция на две променливи. Ако е изпълнено условието за сходимост в ред на Волтера, $\int_0^\infty\int_0^\infty h_2^2(\tau_1,\tau_2)d\tau_1 d\tau_2 < \infty$, тогава ядрото на Волтера може да се представи във вида:

$$h_2(\tau_1,\tau_2) = \sum_{n_1=0}^{\infty}\sum_{n_2=0}^{\infty} a_{n_1 n_2}\phi_{n_1}(\tau_1)\phi_{n_2}(\tau_2) \qquad (21)$$

при което коефициентите на Фурие в ортогоналното развитие могат да бъдат изчислени както следва:

$$a_{n_1 n_2} = \int_0^\infty \int_0^\infty h_2(\tau_1, \tau_2) \phi_{n_1}(\tau_1) \phi_{n_2}(\tau_2) d\tau_1 d\tau_2 \tag{22}$$

Развитието на $h_2(t_1, t_2)$ в двукратен ред на Лагер може да бъде осъществено по отношение на всяка една променлива поотделно [5]:

$$h_2(\tau_1, \tau_2) = \sum_{n_1=0}^{\infty} b_{n_1}(\tau_2) \phi_{n_1}(\tau_1), \tag{23}$$

където

$$b_{n_1}(\tau_2) = \int_0^\infty h_2(\tau_1, \tau_2) \phi_{n_1}(\tau_1) d\tau_1 . \tag{24}$$

Тези коефициенти са функция на независимата променлива τ_2, тъй като за различни стойности на τ_1, $h_2(t_1, t_2)$ е различна функция на τ_2. Всеки такъв коефициент може да се развие в ортогонален ред на Лагер:

$$b_{n_1}(\tau_2) = \sum_{n_2=0}^{\infty} a_{n_1 n_2} \phi_{n_2}(\tau_2), \tag{25}$$

където

$$a_{n_1 n_2} = \int_0^\infty b_{n_1}(\tau_2) \phi_{n_2}(\tau_2) d\tau_2 . \tag{26}$$

Може да се види, че изразът (21) се получава след заместване на (25) в (23), а изразът (22) се получава след заместване на (24) в (26). Така полученото ортогонално развитие на ядрото на Волтера (21) е билинейна сума от функции на Лагер. Аналогично се получава развитието на ядрото на Волтера от втори ред в ортогонален ред на Лежандър.

$$h_2(\tau_1, \tau_2) = \sum_{n_1=0}^{\infty} \sum_{n_2=0}^{\infty} c_{n_1 n_2} \varphi_{n_1}\left(\frac{2}{T}\tau_1 - 1\right) \varphi_{n_2}\left(\frac{2}{T}\tau_2 - 1\right), \tag{27}$$

където

$$c_{n_1 n_2} = \int_0^T \int_0^T h_2(\tau_1, \tau_2) \varphi_{n_1}\left(\frac{2}{T}\tau_1 - 1\right) \varphi_{n_2}\left(\frac{2}{T}\tau_2 - 1\right) d\tau_1 d\tau_2 . \tag{28}$$

Всички ядра от по-висок ред се определят аналогично. Така например, развитието на ядрото на Волтера от *p*-ти ред в ред на Лагер се определя от израза:

$$h_p(\tau_1, \ldots, \tau_p) = \sum_{n_1=0}^{\infty} \ldots \sum_{n_p=0}^{\infty} a_{n_1 \ldots n_p} \phi_{n_1}(\tau_1) \ldots \phi_{n_p}(\tau_p), \tag{29}$$

където коефициентите на Лагер се изчисляват както следва:

$$a_{n_1 \ldots n_p} = \int_0^\infty \ldots \int_0^\infty h_p(\tau_1, \ldots, \tau_p) \phi_{n_1}(\tau_1) \ldots \phi_{n_p}(\tau_p) d\tau_1 \ldots d\tau_p \tag{30}$$

Аналогично, развитието на ядрото на Волтера от *p*-ти ред в ред на Лежандър се определя от израза:

$$h_p(\tau_1, \ldots, \tau_p) = \sum_{n_1=0}^{\infty} \ldots \sum_{n_p=0}^{\infty} c_{n_1 \ldots n_p} \varphi_{n_1}\left(\frac{2}{T}\tau_1 - 1\right) \ldots \varphi_{n_p}\left(\frac{2}{T}\tau_p - 1\right), \tag{31}$$

където коефициентите на Лежандър се определят от съотношението:

$$c_{n_1\ldots n_p}=\int_0^T\ldots\int_0^T h_p(\tau_1,\ldots,\tau_p)\varphi_{n_1}\left(\frac{2}{T}\tau_1-1\right)\ldots\varphi_{n_p}\left(\frac{2}{T}\tau_p-1\right)d\tau_1\ldots d\tau_p \qquad (32)$$

4. ЕКСПЕРИМЕНТАЛНИ РЕЗУЛТАТИ

Разглеждаме нелинейна стационарна непрекъсната система, която се описва в ред на Волтера $y(t)=\sum_{n=1}^{\infty}\int_{-\infty}^{\infty}\cdots\int_{-\infty}^{\infty}h_n(\tau_1,\ldots,\tau_n)\prod_{i=1}^{n}u(t-\tau_i)d\tau_i$. Приемаме, че ядрата на Волтера са зададени във вида: $h_1(\tau_1)=e^{-\tau_1}1(\tau_1)$, $h_2(\tau_1,\tau_2)=e^{-\tau_1}e^{-\tau_2}1(\tau_1)1(\tau_2)$ и т.н. [1]. Първоначално разглеждаме ортогоналното развитие на ядрата на Волтера в ред на Лагер, където редът на апроксимация е $N=1$, т.е. $h_p(\tau_1,\ldots,\tau_p)=\sum_{n_1=0}^{1}\ldots\sum_{n_p=0}^{1}a_{n_1\ldots n_p}\phi_{n_1}(\tau_1)\ldots\phi_{n_p}(\tau_p)$. Тогава, ядрото от първи ред се апроксимира чрез израза $h_1(\tau_1)=a_0\phi_0(\tau_1)+a_1\phi_1(\tau_1)$. Коефициентите на Фурие в реда на Лагер се определят от изразите:

$$a_0=\int_0^{\infty}e^{-\tau}e^{-\frac{1}{2}\tau}d\tau=\frac{2}{3}\,,\qquad a_1=\int_0^{\infty}e^{-\tau}e^{-\frac{1}{2}\tau}(1-\tau)d\tau=\frac{2}{9}.$$

Ядрото на Волтера от втори ред се задава във вида:

$$h_2(\tau_1,\tau_2)=a_{00}\phi_0(\tau_1)\phi_0(\tau_2)+a_{01}\phi_0(\tau_1)\phi_1(\tau_2)+a_{10}\phi_1(\tau_1)\phi_0(\tau_2)+a_{11}\phi_1(\tau_1)\phi_1(\tau_2),$$

където коефициентите на Фурие се изчисляват както следва:

$$a_{00}=\int_0^{\infty}\int_0^{\infty}e^{-\tau_1}e^{-\tau_2}e^{-\frac{1}{2}\tau_1}e^{-\frac{1}{2}\tau_2}d\tau_1d\tau_2=\frac{4}{9},$$

$$a_{01}=\int_0^{\infty}\int_0^{\infty}e^{-\tau_1}e^{-\tau_2}e^{-\frac{1}{2}\tau_1}e^{-\frac{1}{2}\tau_2}(1-\tau_2)d\tau_1d\tau_2=\frac{4}{27},$$

$$a_{10}=\int_0^{\infty}\int_0^{\infty}e^{-\tau_1}e^{-\tau_2}e^{-\frac{1}{2}\tau_1}e^{-\frac{1}{2}\tau_2}(1-\tau_1)d\tau_1d\tau_2=\frac{4}{27},$$

$$a_{11}=\int_0^{\infty}\int_0^{\infty}e^{-\tau_1}e^{-\tau_2}e^{-\frac{1}{2}\tau_1}e^{-\frac{1}{2}\tau_2}(1-\tau_1)(1-\tau_2)d\tau_1d\tau_2=\frac{4}{81}.$$

Ядрото на Волтера от трети ред се задава във вида:

$$\begin{aligned}h_3(\tau_1,\tau_2,\tau_3)=\;&a_{000}\phi_0(\tau_1)\phi_0(\tau_2)\phi_0(\tau_3)+a_{001}\phi_0(\tau_1)\phi_0(\tau_2)\phi_1(\tau_3)+a_{010}\phi_0(\tau_1)\phi_1(\tau_2)\phi_0(\tau_3)\\&+a_{011}\phi_0(\tau_1)\phi_1(\tau_2)\phi_1(\tau_3)+a_{100}\phi_1(\tau_1)\phi_0(\tau_2)\phi_0(\tau_3)+a_{101}\phi_1(\tau_1)\phi_0(\tau_2)\phi_1(\tau_3)\\&+a_{110}\phi_1(\tau_1)\phi_1(\tau_2)\phi_0(\tau_3)+a_{111}\phi_1(\tau_1)\phi_1(\tau_2)\phi_1(\tau_3),\end{aligned}$$

като коефициентите наФурие в развитието в ред на Лагер се изчисляват както следва:

$$a_{000}=\int_0^{\infty}\int_0^{\infty}\int_0^{\infty}e^{-\tau_1}e^{-\tau_2}e^{-\tau_3}e^{-\frac{1}{2}\tau_1}e^{-\frac{1}{2}\tau_2}e^{-\frac{1}{2}\tau_3}d\tau_1d\tau_2d\tau_3=\frac{8}{27},$$

$$a_{001}=\int_0^{\infty}\int_0^{\infty}\int_0^{\infty}e^{-\tau_1}e^{-\tau_2}e^{-\tau_3}e^{-\frac{1}{2}\tau_1}e^{-\frac{1}{2}\tau_2}e^{-\frac{1}{2}\tau_3}(1-\tau_3)d\tau_1d\tau_2d\tau_3=\frac{8}{81},$$

$$a_{010}=\int_0^{\infty}\int_0^{\infty}\int_0^{\infty}e^{-\tau_1}e^{-\tau_2}e^{-\tau_3}e^{-\frac{1}{2}\tau_1}e^{-\frac{1}{2}\tau_2}e^{-\frac{1}{2}\tau_3}(1-\tau_2)d\tau_1d\tau_2d\tau_3=\frac{8}{81},$$

$$a_{011}=\int_0^\infty\int_0^\infty\int_0^\infty e^{-\tau_1}e^{-\tau_2}e^{-\tau_3}e^{-\frac{1}{2}\tau_1}e^{-\frac{1}{2}\tau_2}e^{-\frac{1}{2}\tau_3}(1-\tau_2)(1-\tau_3)d\tau_1d\tau_2d\tau_3=\frac{8}{243},$$

$$a_{100}=\int_0^\infty\int_0^\infty\int_0^\infty e^{-\tau_1}e^{-\tau_2}e^{-\tau_3}e^{-\frac{1}{2}\tau_1}e^{-\frac{1}{2}\tau_2}e^{-\frac{1}{2}\tau_3}(1-\tau_1)d\tau_1d\tau_2d\tau_3=\frac{8}{81},$$

$$a_{101}=\int_0^\infty\int_0^\infty\int_0^\infty e^{-\tau_1}e^{-\tau_2}e^{-\tau_3}e^{-\frac{1}{2}\tau_1}e^{-\frac{1}{2}\tau_2}e^{-\frac{1}{2}\tau_3}(1-\tau_1)(1-\tau_3)d\tau_1d\tau_2d\tau_3=\frac{8}{243},$$

$$a_{110}=\int_0^\infty\int_0^\infty\int_0^\infty e^{-\tau_1}e^{-\tau_2}e^{-\tau_3}e^{-\frac{1}{2}\tau_1}e^{-\frac{1}{2}\tau_2}e^{-\frac{1}{2}\tau_3}(1-\tau_1)(1-\tau_2)d\tau_1d\tau_2d\tau_3=\frac{8}{243},$$

$$a_{111}=\int_0^\infty\int_0^\infty\int_0^\infty e^{-\tau_1}e^{-\tau_2}e^{-\tau_3}e^{-\frac{1}{2}\tau_1}e^{-\frac{1}{2}\tau_2}e^{-\frac{1}{2}\tau_3}(1-\tau_1)(1-\tau_2)(1-\tau_3)d\tau_1d\tau_2d\tau_3=\frac{8}{729}.$$

При ортогонално развитие на ядрата на Волтера в ред на Лежандър, където редът на апроксимация е $N=1$, се получава следният израз:

$h_1(\tau_1)=c_0\varphi_0\left(\frac{2}{T}\tau_1-1\right)+c_1\varphi_1\left(\frac{2}{T}\tau_1-1\right)$, като коефициентите на Фурие се изчисляват както следва: $c_0=\sqrt{\frac{1}{2}}\int_0^T e^{-\tau}d\tau=\sqrt{\frac{1}{2}}(1-e^{-T})$,

$c_1=\sqrt{\frac{3}{2}}\int_0^T e^{-\tau}\left(\frac{2}{T}\tau-1\right)d\tau=\sqrt{\frac{3}{2}}\frac{2}{T}(1-e^{-T}-Te^{-T})$. Ядрото на Волтера от втори ред се представя както следва:

$$h_2(\tau_1,\tau_2)=c_{00}\varphi_0\left(\frac{2}{T}\tau_1-1\right)\varphi_0\left(\frac{2}{T}\tau_2-1\right)+c_{01}\varphi_0\left(\frac{2}{T}\tau_1-1\right)\varphi_1\left(\frac{2}{T}\tau_2-1\right)$$
$$c_{10}\varphi_1\left(\frac{2}{T}\tau_1-1\right)\varphi_0\left(\frac{2}{T}\tau_2-1\right)+c_{11}\varphi_1\left(\frac{2}{T}\tau_1-1\right)\varphi_1\left(\frac{2}{T}\tau_2-1\right).$$

Коефициентите на Фурие се изчисляват чрез изразите:

$$c_{00}=\sqrt{\frac{1}{2}}\sqrt{\frac{1}{2}}\int_0^T\int_0^T e^{-\tau_1}e^{-\tau_2}d\tau_1d\tau_2=\frac{1}{2}(1-e^{-T})^2$$

$$c_{01}=\sqrt{\frac{1}{2}}\sqrt{\frac{3}{2}}\int_0^T\int_0^T e^{-\tau_1}e^{-\tau_2}\left(\frac{2}{T}\tau_2-1\right)d\tau_1d\tau_2=\frac{\sqrt{3}}{T}(1-e^{-T})(1-e^{-T}-Te^{-T})-\frac{\sqrt{3}}{2}(1-e^{-T})^2$$

$$c_{10}=\sqrt{\frac{1}{2}}\sqrt{\frac{3}{2}}\int_0^T\int_0^T e^{-\tau_1}e^{-\tau_2}\left(\frac{2}{T}\tau_1-1\right)d\tau_1d\tau_2=\frac{\sqrt{3}}{T}(1-e^{-T})(1-e^{-T}-Te^{-T})-\frac{\sqrt{3}}{2}(1-e^{-T})^2$$

$$c_{11}=\sqrt{\frac{3}{2}}\sqrt{\frac{3}{2}}\int_0^T\int_0^T e^{-\tau_1}e^{-\tau_2}\left(\frac{2}{T}\tau_1-1\right)\left(\frac{2}{T}\tau_2-1\right)d\tau_1d\tau_2=\frac{6}{T^2}(1-e^{-T}-Te^{-T})^2$$
$$-\frac{6}{T}(1-e^{-T}-Te^{-T})(1-e^{-T})+\frac{3}{2}(1-e^{-T})^2.$$

Аналогично се определят ортогоналните апроксимации в ред на Лежандър на ядра на Волтера от по-висок ред.

5. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Тази статия разглежда ортогоналната апроксимация на ядрата на Волтера при нелинейни системи. Представен е моделът на описание на нелинейни системи в ред на Волтера и е показано какви са условията за неговата сходимост. Представени са и някои основни свойства на този модел. В материала са разгледани два основни подхода за ортогонална апроксимация: чрез използване на полиноми на Лагер и посредством полиноми на Лежандър. Основно преимущество при използване на ортогонални полиноми на Лагер е възможността за описание както във времевата, така и в честотната области. Преимуществото при описание чрез полиноми на Лежандър е изчислителната ефективност, както и осъществяване на апроксимация върху краен интервал от време. И в двата случая са представени формули за изчисляване на коефициентите на Фурие при ортогоналното представяне. Разгледани са числени примери, в които коефициентите на Фурие са определени практически.

Изследванията в този доклад са частично финансирани от кат. *„Системи и управление“*, факултет *Автоматика*, *Технически университет - София*

ЛИТЕРАТУРА

1. Методы классической и современной теории автоматического управления. т.1. *Математические модели, динамические характеристики и анализ систем автоматического управления*, ред. К. Пупков и Н. Егупов, Изд. МГТУ им. Н. Баумана, М., 2004
2. Abramowitz, M., I. Stegun, edts., *Handbook of mathematical functions with formulas, graphs and mathematical tables*, Dover Publ., N. Y., 1972
3. Boyd, S., O. Chua, C. Desoer, “Analytical Foundations of Volterra series”, *IMA J. Math. Control Information*, 1, pp. 243 – 282, 1984
4. Rugh, W., *Nonlinear system theory. The Volterra/Wiener approach*, The J. Hopkins Univ. Press, Baltimore, 1981
5. Schetzen, M., *The Volterra and Wiener theories of nonlinear systems*, R. Krieger Publ. Corp., Malabar, 1989

Автор: Камен Перев, доц. д-р, катедра „Системи и управление“, Факултет Автоматика, Технически Университет - София; E-mail address: *kperev@tu-sofia.bg*

Постъпила на 05.05.2017 г. **Рецензент:** чл. кор. проф. дтн Петко Петков

ПРОГРАМНА СРЕДА ЗА ПРОЕКТИРАНЕ НА PLC ПИД УПРАВЛЕНИЕ НА ОБЕКТ С ДВА ВХОДА И ДВА ИЗХОДА

Божидар Раков, Георги Ружеков

Резюме: *В голяма част от промишлените системи обектът за управление е с повече от един вход и един изход (multiple-inputs, multiple-outputs systems, MIMO systems). Много разпространени са обектите с два входа и два изхода (two inputs and two outputs, TITO). Реализирана е изцяло програмна симулация на процеса на управление, което позволява проверка на различни алгоритми. Управляващият софтуер е реализиран в среда на програмируем логически контролер (ПЛК).*
Ключови думи: *Многомерни системи за управление, ПИД, Програмируеми логически контролери (ПЛК)*

PROGRAM ENVIRONMENT FOR PLC PID CONTROL DESIGN OF A PLANT WITH TWO INPUTS AND TWO OUTPUTS

Bozhidar Rakov, Georgi Ruzhekov

Abstract*: In most of the industrial control systems the plant consists of more than one input and one output (multiple-inputs, multiple-outputs systems, MIMO systems). Widespread are plants with two inputs and two outputs (two inputs and two outputs, TITO). Complete program simulation of the control process was realized which allows verification of many control algorithms. The control software is implemented in an environment of programmable logical controller (PLC).*
Key-words: *Multiple-inputs, multiple-outputs systems, PID, Programmable logical controllers (PLC)*

1. ВЪВЕДЕНИЕ

Индустриалните системи за управление обикновено са многоконтурни и обикновено за тяхното управление се използват едноконтурни регулатори, като се предполага, че ако се стабилизират един или няколко контура, то и другите ще се стабилизират. Обикновено за тази цел се използват обикновени ПИД регулатори, които могат да управляват само по един контур. Те са много добре познати на инженерната общност с техните особености и методи за настройка (някои разполагат и с методи за самонастройка). Използването на едноконтурни ПИД регулатори влошава качеството на управление на обектите. На практика, в индустриалните приложения не се използват многомерни системи за управление, основно поради много сложните и неинтуитивни методи за настройка. Ал-

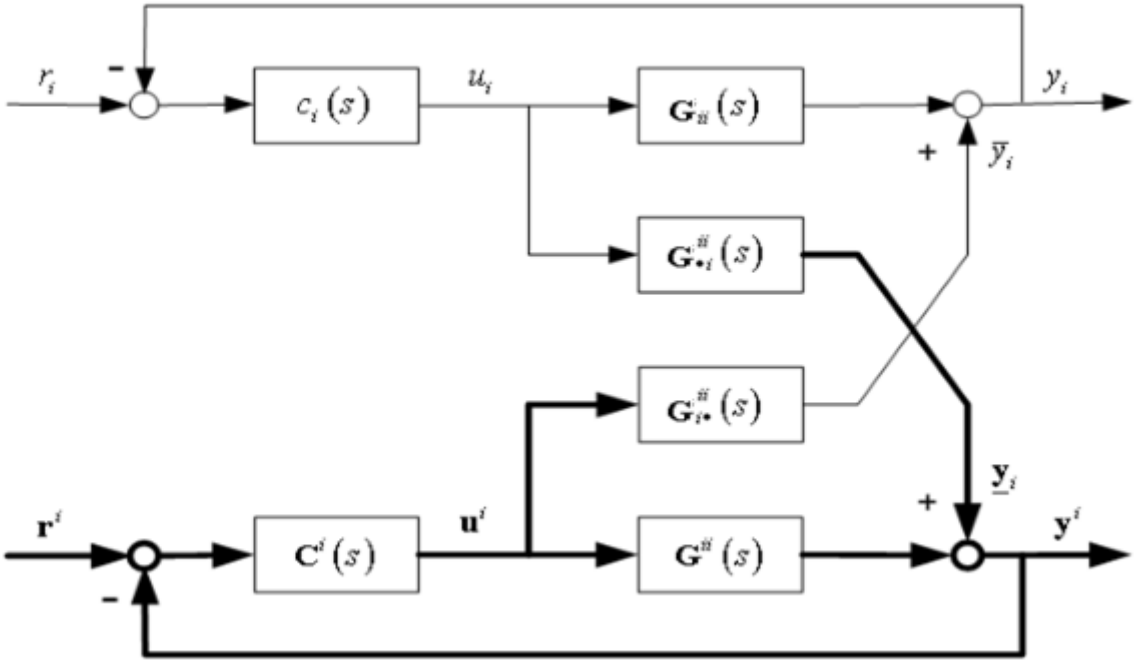
© 2017 Publishing House of Technical University of Sofia
All rights reserved

ISSN 1311-0829

тернатива на многомерните системи за управление в пространство на състоянието са многомерните ПИД регулатори. Много от приложенията са с два входа и два изхода (two inputs and two outputs, TITO Control), поради което трябва да се създаде система, с която могат да се симулират и изследват такива системи.

2. ДВУМЕРНО ПИД УПРАВЛЕНИЕ

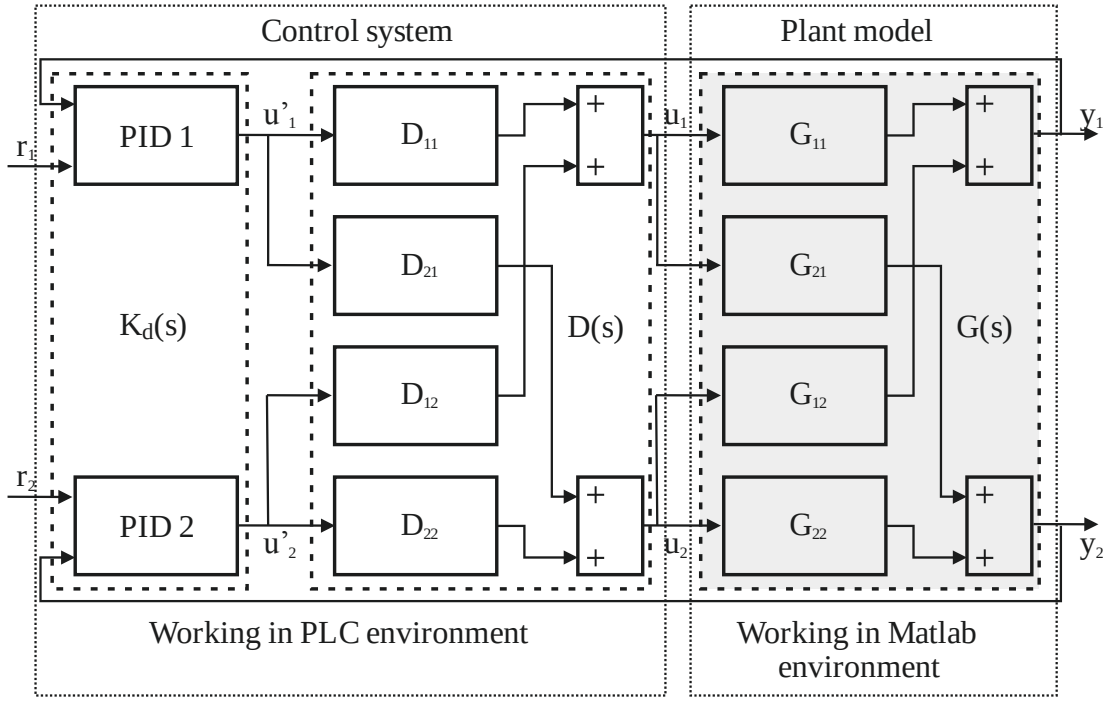
Лошото качество на процесите в затворената система за управление се дължи на факта, че едномерните методи не отчитат влиянието между контурите. Промяната на задание или параметри, наличие на шум или смущение в един контур се отразява на всички останали, а поради обратните връзки възникналите реакции в последните въздействат на първоизточника [1], фиг.1.



Фиг.1. Наличие на свързаност в двумерен обект

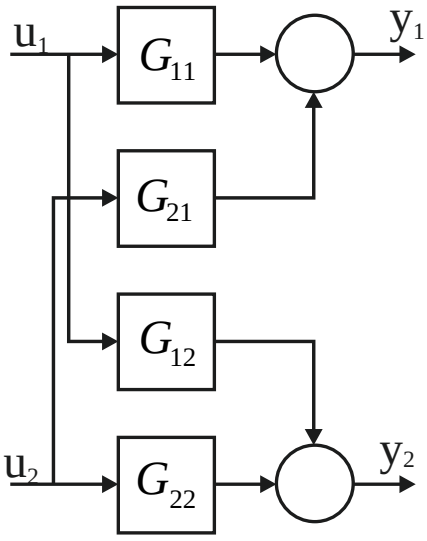
Синтезираните едномерни регулатори не биха отговаряли на динамиката на обекта в определени случаи. Третирането на кръстосаните връзки в обекта е една от основните цели при управление на многомерен обект с ПИД закон. Съществуват различни подходи. Възможно е използване на информация за влиянието между контурите на етапа на синтеза, под формата на конкретна динамика [2], максимална стойност, модел с неопределеност [1], [3] или наличие на смущение. Друг подход е стремеж към елиминиране на взаимното влияние, което автоматично да декомпозира многомерната задача на *N* едномерни. Един такъв метод е този с използване на декуплиращи филтри, наречени още компенсатори [4]. Декуплиращият филтър представлява динамична система, поставена на входа на обекта (фиг.2), с конкретна динамика, осигуряваща елиминирането на кръстосаните връзки. На етапа на синтеза обектът и компенсаторът се разглеждат като едно. Управляващото устройство манипулира сигналите u_i', вместо u_i, за управление на величините y_i. Използването на декуплиращ филтър при двумерен обект е оправдано поради, значителното опростяване на синтеза и въз-

можността за използване на добре познати и доказани *SISO* методи, без да обременява значително структурата на затворената система, нещо което се наблюдава при по-голяма размерност на обекта.



Фиг.2. Управление чрез декуплиращи филтри

Нека обектът от фиг.3 се описва с предавателна матрица $G(s)$, съдържаща строго правилни и устойчиви предавателни функции $G_{ij}(s)$.



Фиг.3. Двумерен обект

$$G(s) = \begin{vmatrix} G_{11}(s) & G_{12}(s) \\ G_{21}(s) & G_{22}(s) \end{vmatrix} \qquad (1)$$

За двата изхода на обекта може да се запишат уравнения (2) и (3):

$$y_1(s) = G_{11}(s)u_1(s) + G_{12}(s)u_2(s) \quad (2)$$
$$y_2(s) = G_{22}(s)u_2(s) + G_{21}(s)u_1(s) \quad (3)$$

Според фиг.2 управляващите сигнали, подавани на входа на обекта се формират по следния начин (4):

$$\begin{aligned} u_1(s) &= D_{11}(s)u_1^*(s) + D_{12}(s)u_2^*(s) \\ u_2(s) &= D_{22}(s)u_2^*(s) + D_{21}(s)u_1^*(s) \end{aligned} \quad (4)$$

Замествайки (4) в (2) и (3) за управляващите величини се получава (5) и (6):

$$y_1(s) = G_{11}(s)D_{11}(s)u_1^*(s) + G_{11}(s)D_{12}(s)u_2^*(s) + G_{12}(s)D_{22}(s)u_2^*(s) + G_{12}(s)D_{21}(s)u_1^*(s) \quad (5)$$
$$y_2(s) = G_{22}(s)D_{22}(s)u_2^*(s) + G_{22}(s)D_{21}(s)u_1^*(s) + G_{21}(s)D_{11}(s)u_1^*(s) + G_{21}(s)D_{12}(s)u_2^*(s) \quad (6)$$

Сигналът $u_2^*(s)$ трябва да бъде премахнат от (5) и сигналът $u_1^*(s)$ трябва да бъде премахнат от (6). Избирайки (7), уравнения (5) и (6) добиват вида (8) и (9). Съответните сигнали са премахнати успешно, но с цената на промяна в динамиката и необходимост от познаване на точен параметричен модел.

$$D_{11}(s) = 1, D_{12}(s) = -\frac{G_{12}(s)}{G_{11}(s)}, D_{21}(s) = -\frac{G_{21}(s)}{G_{22}(s)}, D_{22}(s) = 1 \quad (7)$$

$$y_1(s) = G_{11}(s)u_1^*(s) - G_{12}(s)\frac{G_{21}(s)}{G_{22}(s)}u_1^*(s) \quad (8)$$

$$y_2(s) = G_{22}(s)u_2^*(s) - G_{21}(s)\frac{G_{12}(s)}{G_{11}(s)}u_2^*(s) \quad (9)$$

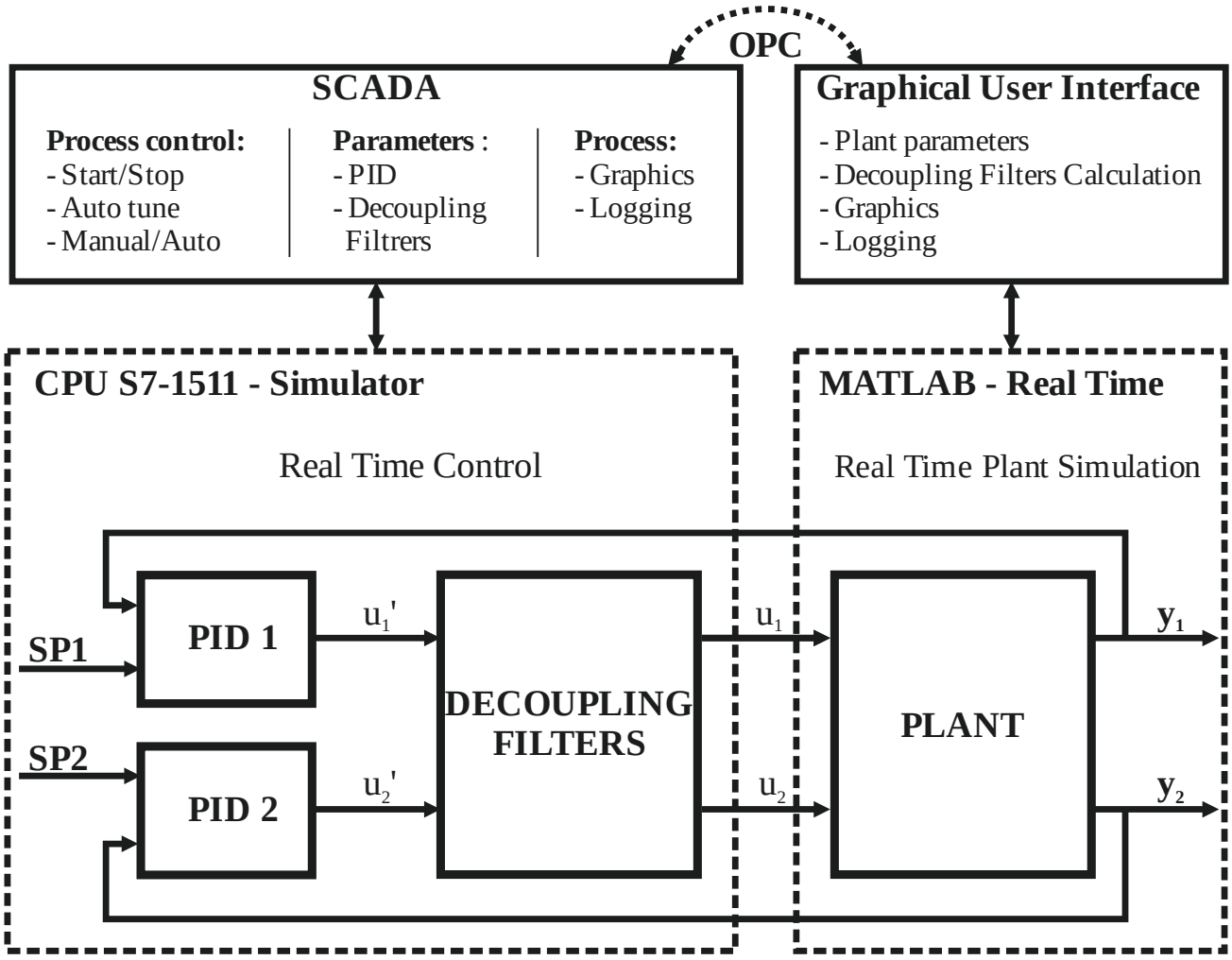
Като се отчетат уравнения (7) предавателната матрица на компенсатора има следната форма (10).

$$D(s) = \begin{vmatrix} 1 & -\frac{G_{12}(s)}{G_{11}(s)} \\ -\frac{G_{21}(s)}{G_{22}(s)} & 1 \end{vmatrix} \quad (10)$$

3. СТРУКТУРА НА ХИБРИДНАТА СИСТЕМА

Системата е изцяло програмно реализирана - използва се симулатор на програмируем логически контролер на Siemens S7-CPU1513-1PN, MATLAB реализи-

ран модел на обекта и SCADA система (фиг.4).



Фиг.4.. Структура на системата

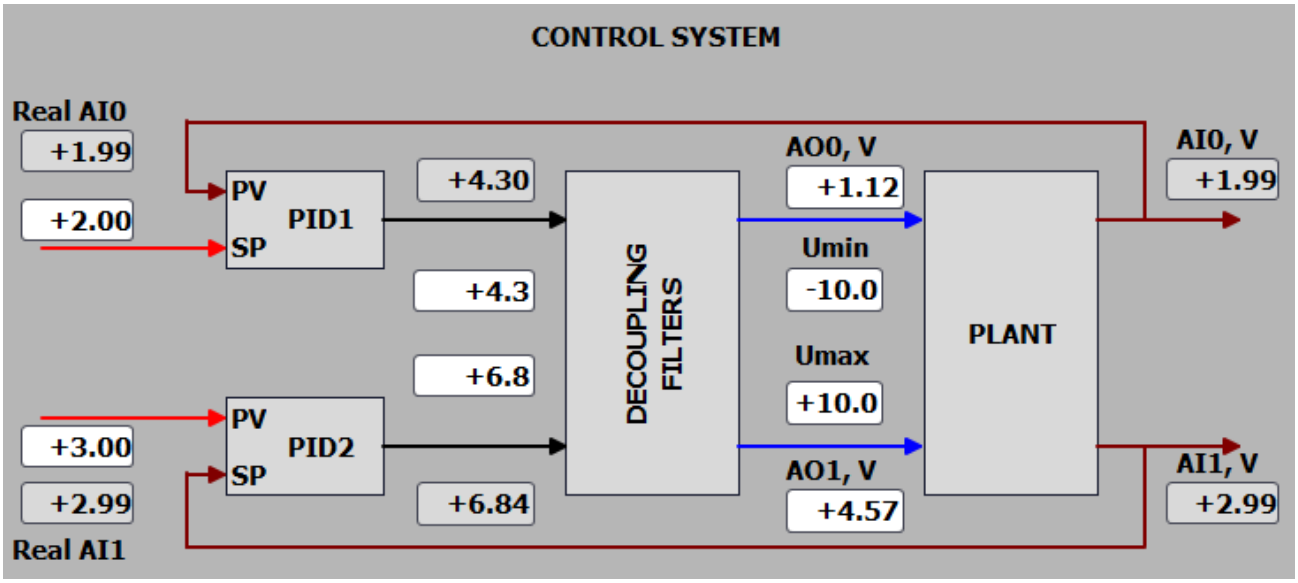
В средата на ПЛК се реализират ПИД регулаторите, декуплиращите филтри и процедурата за самонастройка на регулаторите. Работят в реално време, като такта на дискретизация може да се променя. Софтуерът е реализиран на език SCL (структурен език за програмиране на ПЛК от високо ниво). Реализиран е автоматичен и ръчен режим на работа на елементите от системата, което дава възможност за провеждане на допълнителни експерименти.

SCADA системата осигурява:

- Визуализацията на процесите в системата – стойности на параметрите и графики в реално време.
- Задаване на параметри на регулатора.
- Управление на процесите – избор на режими на работа, стартиране на процесите за самонастройка, запис на данните от експериментите и др.
- Осигурява комуникацията през OPC към обекта за управление.

SCADA системата е реализирана в среда на TIA Portal WinCC Advanced. Графичното оформление дава възможност за наблюдение и управление на проце-

сите в системата. Основните подсистеми - ПИД регулатори, декуплиращи филтри и блока за автоматична настройка могат да работят в ръчен и автоматичен режим. Ръчният режим позволява задаване на стойности на входовете на декуплиращите филтри, наблюдаване и запис на реакцията на изходите им и на изходите на обекта. Мнемосхемата е показана на фиг.5.



Фиг.5. Мнемосхема на системата за управление

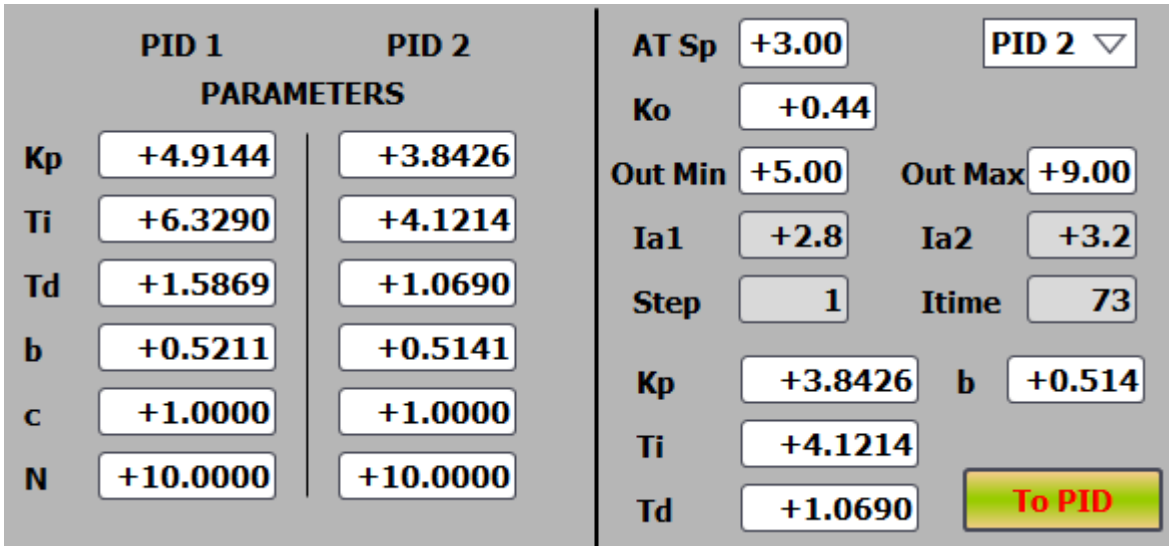
Блокът за автоматична настройка на ПИД регулаторите е показан на фиг.6. Наличието на декуплиращи филтри позволява настройката на регулаторите да се извършва поотделно.

След като е известна структурата и елементите на предавателната матрица на декуплиращия филтър се преминава към синтез на два отделни ПИД регулатора. Използва се вторият метод на Астрьом и Хаглунд [5]. Получените контролери се характеризират с определен запас по фаза и модул, което ще има важна роля при несъответствие на компенсатора или промяна на параметри на обекта.

Параметрите на регулаторите се намират автоматично. Съответният контур се заставя да работи в колебателен режим около заданието за кратък период. Отчитат се критичните параметрите на колебанията – период и амплитуда.

Настройките на контролера се изчисляват. Същата процедура се повтаря за другия контур, с което етапът на синтез приключва. Необходима е проверка на резултатите, качеството и устойчивостта на затворената система.

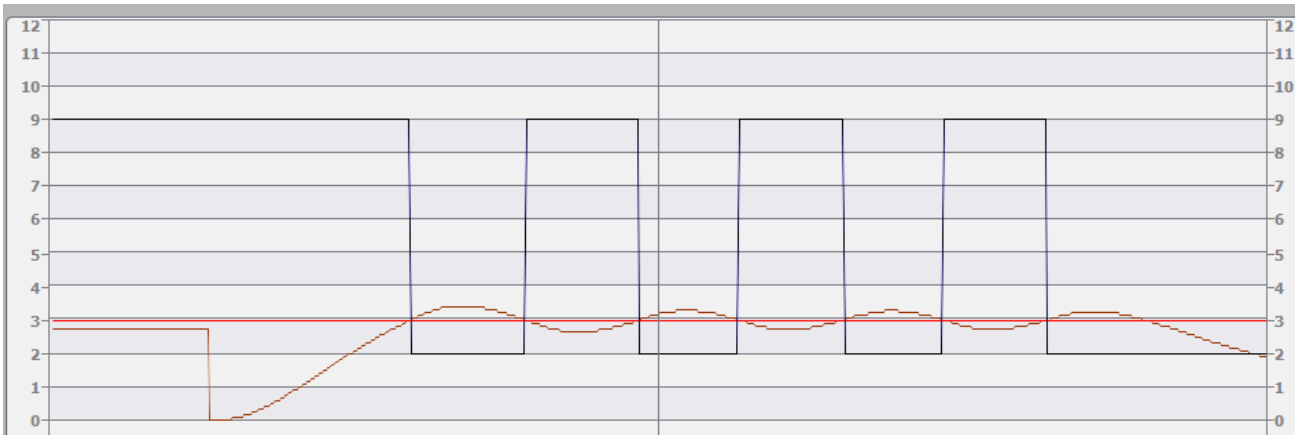
След провеждане на автоматична настройка се извършват тестове с така настроените регулатори и при необходимост може да се извърши допълнителна настройка на параметрите на регулаторите.



Фиг.6. Блок за автоматична настройка на ПИД регулаторите.

На фиг.7 е показана графика от процеса на автоматичната настройка. Виждат се релейното управление и получените колебания на изхода на обекта.

За изчисляване на настройките са необходими няколко цикъла, след което процесът на автоматична настройка се прекратява.



Фиг.7. Графика от процеса на самонастройка на ПИД регулатор

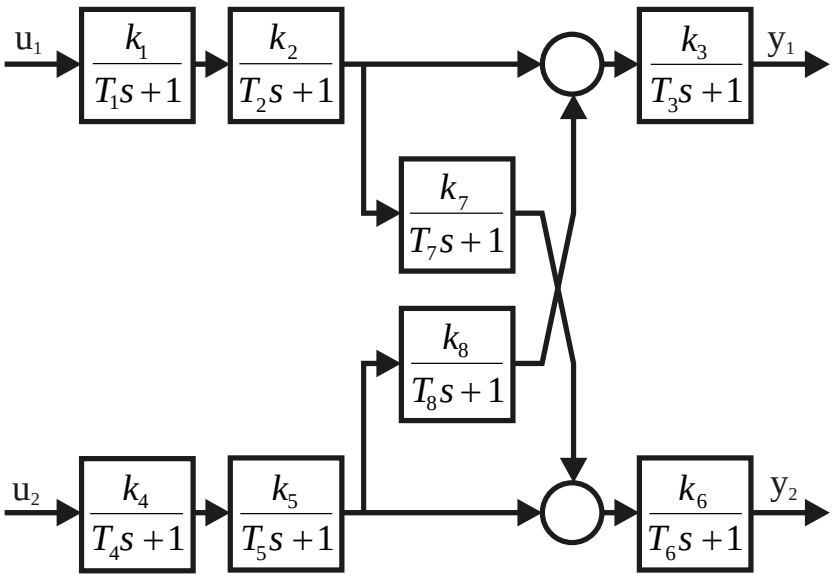
4. ОБЕКТ ЗА УПРАВЛЕНИЕ

Структурата на обекта за управление е показана на фиг.8. Представлява опростен модел на двуконтурен термичен обект.

Параметрите на обекта са:

$$k_1 = 0.7,\ k_2 = 1.0,\ k_3 = 1.0,\ k_4 = 0.6,\ k_5 = 1.0,\ k_6 = 1.0,\ k_7 = 0.47,\ k_8 = 0.5$$

$$T_1 = 7\,\text{s},\ T_2 = 3\text{s},\ T_4 = 5\,\text{s},\ T_5 = 1\text{s},\ T_6 = 1\text{s},\ T_7 = 1\text{s},\ T_8 = 10\,\text{s}.$$



Фиг.8. Структура на обекта за управление

Обектът е реализиран в среда на MATLAB, като са изпълнени следните стъпки:

- Инициализация на OPC сървър.
- Реализация на непрекъснатия модел на обекта – предавателни функции.
- Получаване на дискретни предавателни функции на модела на обекта.
- Изчисляване на параметрите компенсатора (непрекъснати и дискретни).
- Прехвърляне на параметрите към ПЛК чрез OPC.
- Стартиране на таймерна функция, чрез която се реализира дискретния модел на обекта в реално време.

Обектът се реализира под формата на диференчни уравнения по всеки канал от вида (11).

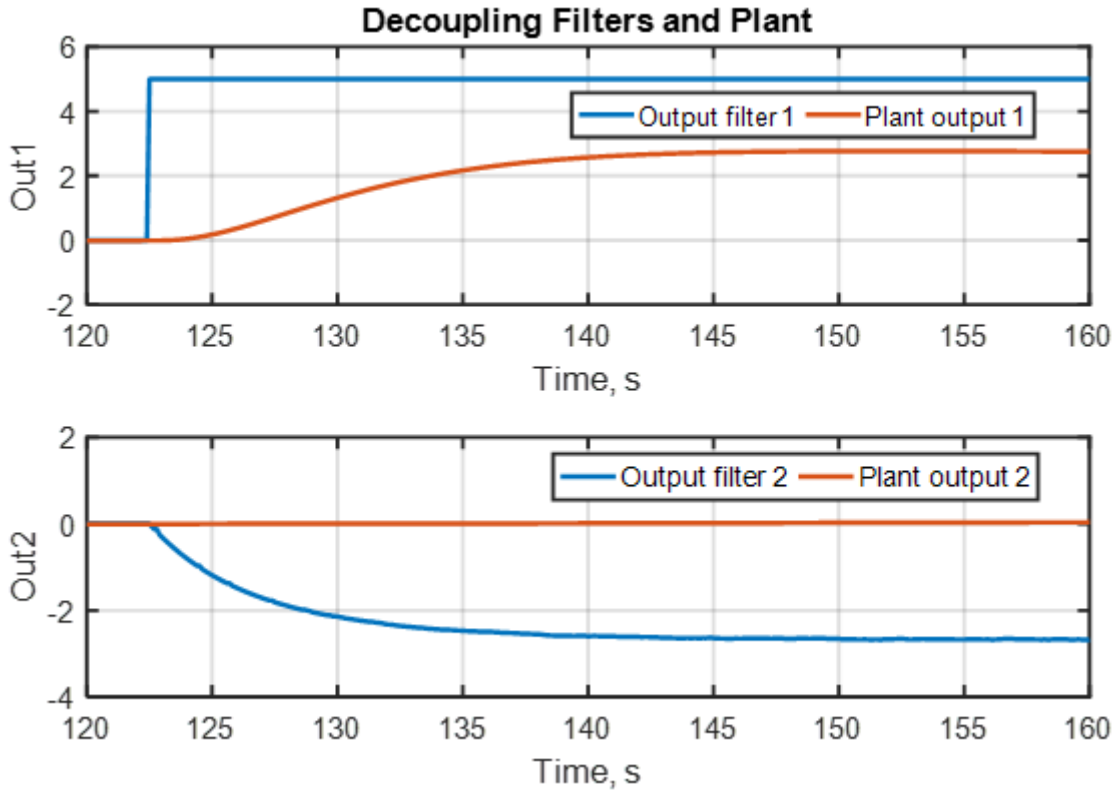
$$y(k) = -a_1 y(k-1) \cdots - a_n y(k-n) + b_1 u(k-1) \cdots + b_m u(k-m), \qquad (11)$$

където a_i, b_i са коефициенти на полиномите в знаменател и числител съответно, $y(k-i), u(k-i)$ са регресори. За минимизиране на използваните изчислителни ресурси за реализацията на (11) се използва канонична форма на представяне на уравненията [6]. Така големината на закъснителната верига е равна на реда на предавателната функция. Извиква се таймерна функция на всеки такт. Прочитат се управляващите сигнали от ПЛК в текущия момент. Пресмятат се изходите на обекта чрез диференчни уравнения. Извършва се преместване на регресорите, за реализиране на закъснителната верига.

5. ЕКСПЕРИМЕНТАЛНИ РЕЗУЛТАТИ

На фиг.9 е показана работата на декуплиращите филтри с обекта. Работи се в ръчен режим на работа (в отворен контур), при което на входа на декуплиращия филтър u_1' (изхода на PID 1) се задава стойност 5, на u_2' (изхода на PID 2) се за-

дава 0. От графиката се вижда, че y_1(Plant output 1) се променя, а y_2 (Plant output 2) не се променя, което показва правилната работа на декуплиращите филтри. От графиката също се вижда, че изходът на филтър 2 (Output filter 2) се променя, с което се осигурява поддържането на y_2 (Plant output 2) непроменено.



Фиг.9. Експерименти в отворен контур

Работата на системата в затворен контур се илюстрира с фиг.10. Вижда се отработване на промяна в заданието (Set Point 1), докато изходът на втория контур (Plant Output 2) остава непроменен.

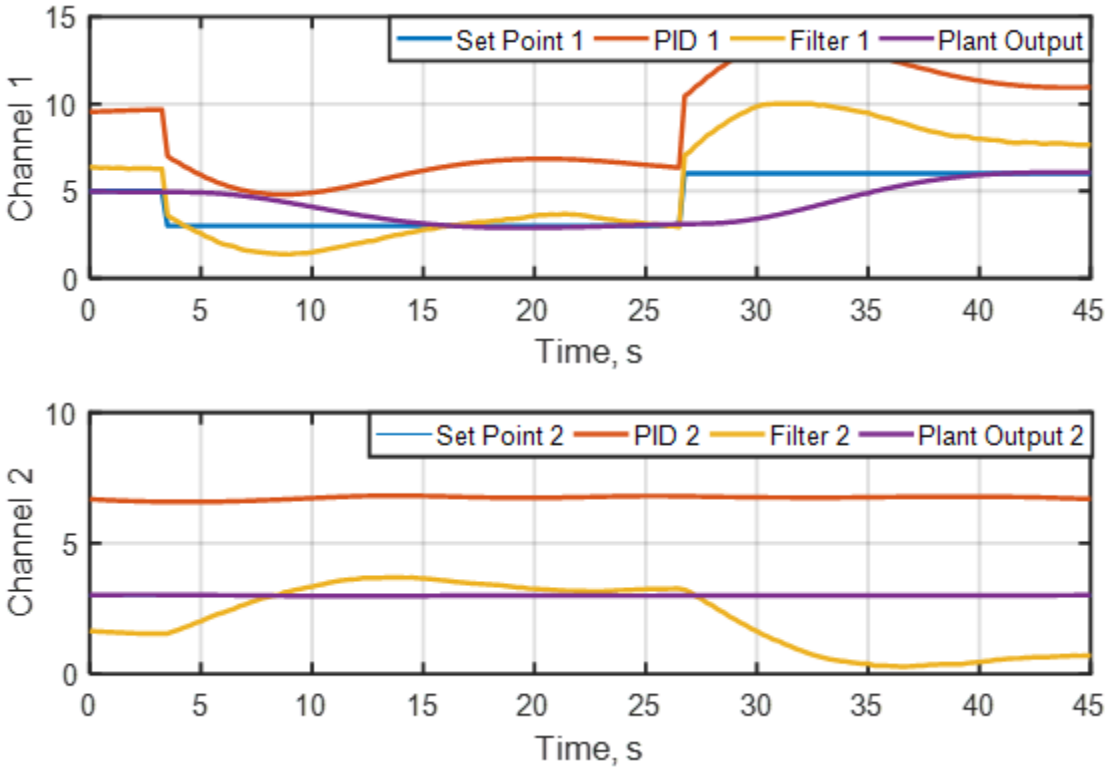
6. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Показана е реализацията на експериментална система за тестване и настройка на програмно осигуряване, разработено в среда на ПЛК, за ПИД управление на двумерен обект.

Обектът е програмно реализиран в среда на MATLAB, като се използва OPC комуникацията между системата за управление и обекта.

Този подход позволява разработване, тестване и валидация на програмното осигуряване на системата за управление със симулиран обект. Такава система представлява първи етап при разработване на системи за управление.

Позволява разработване и тестване на затворената система, паралелно с изграждане на обекта, дава възможност за оценка на реализируемост, ефективност и безопасност на изградената система.



Фиг.10. Експерименти в затворен контур

ЛИТЕРАТУРА

[1] Z. Y. W.-J. C. C.-C. H. Qing-Guo Wang, PID Control for Multivariable Processes, Springer, 2008.

[2] M. L. Truong Nguyen Luan Vu, "Independent design of multi-loop PI/PID controllers for interacting multivariable processes," *Journal of process Control*, no. 20, pp. 922-933, 2010.

[3] A. V. Ramon Vilanova, PID Control in the Third Millennium, Springer, 2012.

[4] F. M. Francisco Vazquez, "Tuning Decentralized PID Controllers for MIMO Systems with Decouplers," in *15th Triennial World Congress*, Barcelona, 2002.

[5] T. H. K. Astrom, PID Controllers: Theory, Design and Tuning 2nd Edition, 1995.

[6] Г. Т. Ружеков, Обработка на Данни и Сигнали, София: Технически Университет - София, 2011.

Автори: Божидар Раков, маг. инж., докторант кат. „Системи и управление“, Факултет Автоматика, Технически Университет-София; Доц. д-р Георги Ружеков, кат. „Системи и управление“, Факултет Автоматика, Технически Университет-София, E-mail address: *g_ruzhekov@tu-sofia.bg*

Постъпила на 08.05.2017 г. **Рецензент:** проф. д-р Емил Гарипов

УЧЕБНА СИСТЕМА “HARDWARE IN THE LOOP”

Аспарух Марковски

Резюме: *Разглежда се проста система за демонстрация пред студентите на концепцията Hardware in the loop, реализирана с аналогова моделираща система на фирмата Festo и подходящ ЦАП/АЦП, като софтуерната част е на персонален компютър в средата на LabView.*
Ключови думи: *Hardware in the loop, LabView*

LABORATORY SYSTEM “HARDWARE IN THE LOOP”

Asparuh Markovski

Abstract*: A simple demonstration system for didactic purposes for the Hardware in the loop concept is presented. It is built with Festo analogue modeling system and a suitable DAC/ADC; the software part is on a personal computer implemented with LabView.*
Keywords: *Hardware in the loop, LabView*

1. МОТИВАЦИЯ И ОСНОВНИ БЕЛЕЖКИ

Както е известно, при разработката на сложни системи за управление се оказва, че е по-лесно, бързо и надеждно разработката да се прави на етапи, като се започне с напълно софтуерен модел. В него постепенно отделни блокове се заменят с по-уточнени модели, след това – с хардуерни модели или направо с действителните устройства (обект на управление, интерфейс, управляващо устройство). Това важи в особена степен за сложни и отговорни обекти, където проектирането на алгоритъма за управление зависи от обекта, а проектирането на самия обект пък трябва да отговаря на възможностите на методите за управление, така, че не може да се сложи граница между тези два процеса. Това е в сила, например, при проектирането на високоманеврени летателни апарати, които имат (слаба) аеродинамична неустойчивост за подпомагане на бързодействието; там високочестотните резонанси на самото тяло и елементи на апарата изискват много добро потискане на сигнала във високочестотната област при достатъчно широка честотна лента за покриване на неустойчивостта; в същото време трябва да се има предвид и неминималнофазовият характер на някои аеродинамични явления. Всички тези явления накуп пораждат нуждата от многоетапно проектиране, което при прости обекти на управление е досадно и ненужно.

© 2017 Publishing House of Technical University of Sofia
All rights reserved

ISSN 1311-0829

Обикновено студентите се запознават с теорията на управлението и с методите за практическото му прилагане поотделно. Това е правилно, защото с натрупаните знания и умения те по-късно могат да се заемат и с по-сложни системи, където нуждата и следването на модели от практиката ще ги доведат до убеждението, че многоетапното проектиране е наистина необходимо. Затова е добре пред студентите да се изложат основните етапи на проектиране, подкрепени с подходящ и достъпен пример, реализиран с познати средства.

2. ОСНОВНИ ЕТАПИ НА ПРОЕКТИРАНЕ

За пръв път тези етапи масово започват да се прилагат в автомобилното производство [1]. В общи линии, те са следните:

1) MIL (Model in the loop). Тук и обектът на управление и управляващият алгоритъм са представени изцяло като симулационни модели (например в Simulink за MATLAB). Обикновено не се държи сметка за конкретната цифрова реализация на контролера, нито за възможностите на ЦАП/АЦП и т. н.

2) SIL (Software in the loop). Тук вече се моделира конкретната реализация на цифровия контролер, т. е. създава се оптимизиран код за съответната вградена система. Моделът на обекта на управление е същият, както от предишната точка.

3) PIL (Processor in the loop). Кодът за вградената система се изпробва вече на процесора на съответния контролер, но със симулиран обект. Това обикновено изисква създаването на специално симулационно устройство, на което да се монтира този процесор и което да се свърже със симулационния компютър. Това е допълнителна работа, оправдана само при наистина сложни системи.

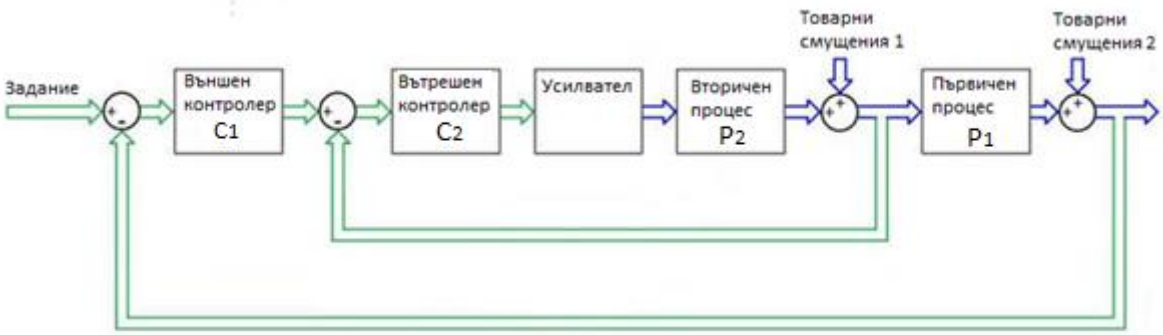
4) HIL (Hardware in the loop). Тук вече се изпробва контролерът като цяло, което изисква веговият интерфейс да бъде свързан със симулационния компютър.

5) Test Cells/Test Rig. Това е предпоследният етап, в който и обектът на управление, и контролерът са истински, но още не работят в реални условия – може да не се подават някои от заданията, някои товарни смущения още да не са представени, а част от външните сигнали са симулирани (например, ако обектът е топлинен, той не се нагрява, а само се симулира сигнал на топлинния датчик). Постепенно симулираните входове се заменят с истински и накрая се достига до последния етап:

6) Реално пускане.

3. МОДЕЛ НА КАСКАДНА СИСТЕМА ЗА УПРАВЛЕНИЕ

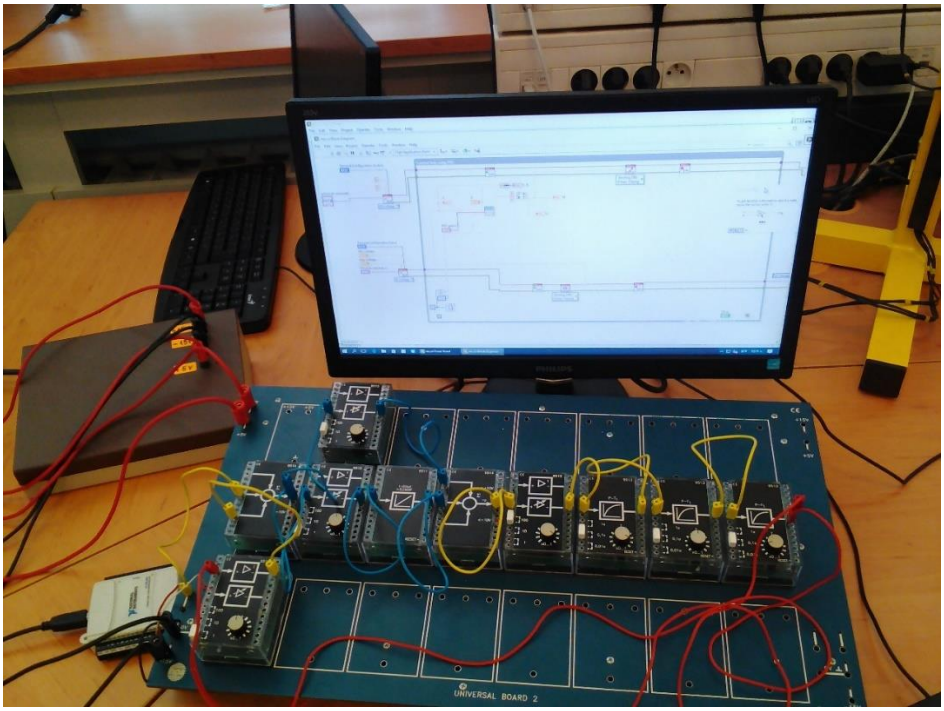
За илюстрация на студентите се предлагат три лабораторни упражнения, в които те трябва да се запознаят с каскадна система за управление [2]. Нейната принципна схема е показана на фиг.1.



Фиг.1. Принципна схема на каскадна система за управление

Вътрешният контур се реализира чрез система за аналогово моделиране на фирмата Festo Didactic. Сглобената система е показана на фиг. 2. В едното упражнение управляваният процес е само един, а в другото са два – реализирани с блокове на Festo апериодични или колебателни системи. За тях предварително в средата на MATLAB се настройват двата регулатора (като ПИД) с някой от познатите за студентите методи. Вътрешният контролер се прави с блоковете на Festo.

Външният контур (който включва външния контролер, а също и системата за задаване на заданието и изобразяване на управляваните величини и управляващите сигнали) пък е реализирана на персонален компютър чрез системата LabView (това е и удобен повод студентите да се упражнят с нея). За връзка се използва (бюджетен) ЦАП/АЦП модул NI USB 6008 на фирмата Texas Instruments.



Фиг.2. Общ вид на лабораторната постановка

Контролният панел на програмата на LabView е показан на фиг.4.

4. ПРИМЕР ЗА ПРОЕКТИРАНЕ НА КАСКАДНАТА СИСТЕМА ЗА УПРАВЛЕНИЕ

За илюстрация на някои от посочените в т. 2 етапи е даден следният пример:

Обектът на управление се състои от две части (управлявани процеса) съгласно фиг.1:

$$\boldsymbol{P_2 = \frac{4}{(0.1s+1)(0.2s+1)}} \quad (1)$$

$$\boldsymbol{P_1 = \frac{3}{0.4s+1)}} \quad (2)$$

Отначало настройваме вътрешния контур с ширина на честотната лента 40 rad/s. За целта се използва командата в MATLAB *pidtune*, а зададената структура на регулатора чрез командата *pidstd* е ПИД:

```
s=tf('s')
P2 = 4/((0.1*s+1)*(0.2*s+1));
P1 = 3/(0.4*s+1);
P = P1*P2
%Настройка на C2 с честотна лента 40 rad/s
C2 = pidtune(P2,pidstd(1,1,1),40)
```

Полученият регулатор е в стандартна форма

$$\boldsymbol{K_p(1 + \frac{1}{T_i s} + T_d s)} \quad (3)$$

с параметри

Kp = 6.47, Ti = 1.45, Td = 0.0206

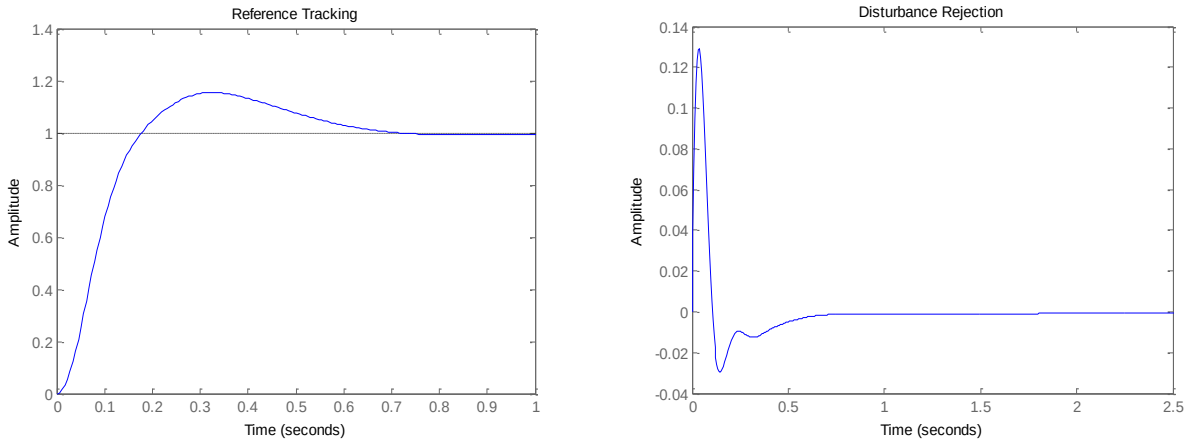
Изчислява се вътрешният контур и след това се настройва регулатор за външния контур с ширина на честотната лента 10 rad/s:

```
% Обект за външния регулатор C1 е clsys*P1
clsys = feedback(P2*C2,1);
C1 = pidtune(clsys*P1,pidstd(1,1,1),10)
```

Параметрите на C2 са

Kp = 1.08, Ti = 0.132, Td = 1e-05

Отначало се прави симулация на системата в Simulink. Примерни преходни процеси по задание и товарно смущение 2 са дадени на фиг.3:



Фиг.3. Симулация на преходни процеси по задание и товарно смущение 2

Както бе отбелязано, вътрешният контур с целия обект на управление е предназначен да бъде реализиран аналогово. Затова той се сглобява с блокове на Festo Didactic, като се настройват изчислените параметри на регулатора C2 и се изпробва работата му.
След това в Simulink се прави реализация на външния контролер C1 с единична точност, в каквато се предполага, че ще е реализиран той.
Накрая аналоговият стенд се свързва чрез АЦП/ЦАП към компютъра и в Labview се построява външният контур, като C1 е реализиран с единична точност. Проверява се работата на системата. Получените преходни процеси силно приличат на симулационните от фиг.3.

5. ИЗВОДИ И НАСОКИ

В този лабораторен пример се набляга на няколко неща:

1) Настройка на каскадни схеми за управление. Подчертава се, че те са по-гъвкави от едноконтурните, че вътрешният контур трябва да по-бърз от външния, а товарните смущения във вътрешния контур – по възможност по-слаби от тези във външния.

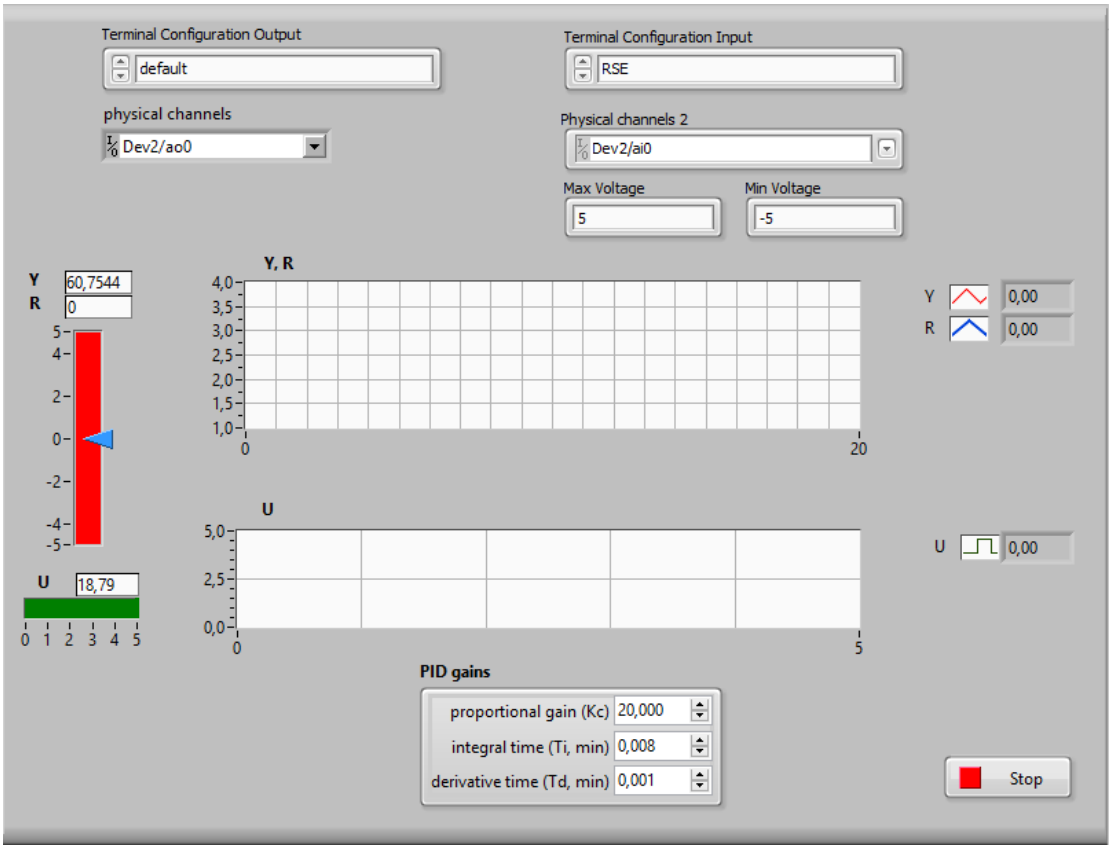
2) Изграждане на вътрешния контур (хардуерната част) с аналоговата система за моделиране плюс свързването с компютъра чрез ЦАП/АЦП.

3) Създаване на външната управляваща програма с LabView. Всъщност, за част от студентите това е и запознаване с тази програмна система. Обръща се внимание на правилното настройване на драйвера за управление на ЦАП/АЦП модула и задаването на правилния му режим на работа.

За моделиране на ПИД регулатор в LabView се прилагат два подхода:

1) С готов блок ПИД от съответната библиотека визуални инструменти, която не влиза в основния пакет на програмата и се изтегля допълнително;

2) С наличните блокове в системата.



Фиг.4. Контролен панел на програмата на LabView

6. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

С представената лабораторна постановка студентите се запознават едновременно с няколко неща: настройка на проста каскадна система за управление, принцип на Hardware in the loop симулация, най-основни възможности на системата LabView.

Като следващ етап може да се реализира част от управлението (напр. външният контролер) със специализиран цифров микроконтролер.

ЛИТЕРАТУРА

[1] Cascade control,
http://www.bgu.ac.il/chem_eng/pages/Courses/oren%20courses/Chapter_10.pdf
[2] Hardware in the loop simulation,
http://home.hit.no/~hansha/documents/lab/Lab%20Work/HIL%20Simulation/Background/Introduction%20to%20HIL%20Simulation.pdf

Автор: Аспарух Марковски, гл. ас. д-р, Факултет Автоматика, Технически Университет - София; E-mail address: *agm@tu-sofia.bg*

Постъпила на 09.05.2017 г. **Рецензент:** доц. д-р Камен Перев

ЕДИН ПОДХОД ЗА УПРАВЛЕНИЕ НА ПЕРФУЗИОННА ПОМПА ПРИ НАНОФИЛТРАЦИЯ

Йордан Кралев, Борислав Иванов, Иван Евг. Иванов, Андрей Йончев, Десислава Георгиева

Резюме: *Управлението на процеса на циркулация на биологични течности при екстракорпорални апарати е свързано с решаване на проблема за моделиране на процес, който е силно нелинеен и с параметри, които могат да се променят до 10 пъти в рамките на една процедура. Това създава сложности при синтеза на управляващото устройство. В статията се разглежда един начален модел на подобна система и на управляващо устройство за контрол на процеса на филтрация. Дадени са експериментални резултати за HIL-симулация, при която се демонстрира елементи на вградената система за управление, потребителския интерфейс и първични данни от работата на системата при симулация на движение на течности с различен и променлив вискозитет.*
Ключови думи: *екстракорпорални плазмафереза, нелинейно управление, HIL-симулация.*

AN APPROACH FOR PERFUSION PUMP CONTROL FOR NANOFILTERING

Jordan Kralev, Borislav Ivanov, Ivan Evg. Ivanov, Andey Yonchev, Desislava Georgieva

Abstract: *Control of biofluids circulation using extracorporeal apparata needs to solve the problem of modelling highly non-linear process which parameters can change up to 10 times in a procedure time. This builds hurdles in the process of controller synthesis. The paper presents a preliminary model of such a system and a controller for the filtering process. Experimental results from the system prototype and HIL-simulation are provided.*
Keywords: *extracorporeal plasmapheresis, non-linear control, HIL simulation*

1. ВЪВЕДЕНИЕ

Във физиологията оросяването (перфузия), е процес на доставяне на хранителни продукти и кислород посредством артериална кръв до капилярните легла в тъканите на организма (терминът перфузия е производна на френската дума „perfuser“ означаваща да „полееш през“). Перфузионната помпа е апарат, използван за специфични процедури на вливания или извънтелесна (екстракорпорална) циркулация, при които се изисква много висока точност по отношение на

© 2017 Publishing House of Technical University of Sofia
All rights reserved

ISSN 1311-0829

дебита и налягането по време на целия процес. Разглежданата тук система не се отнася за класа устройства, които са включени към пациент, а се използва за управление на филтрацията на различни биофлуиди през нанофилтър.

Фиг.1. Първата перфузионна помпа,
изобретена от Charles Lindbergh и Dr. Alexis Carrel

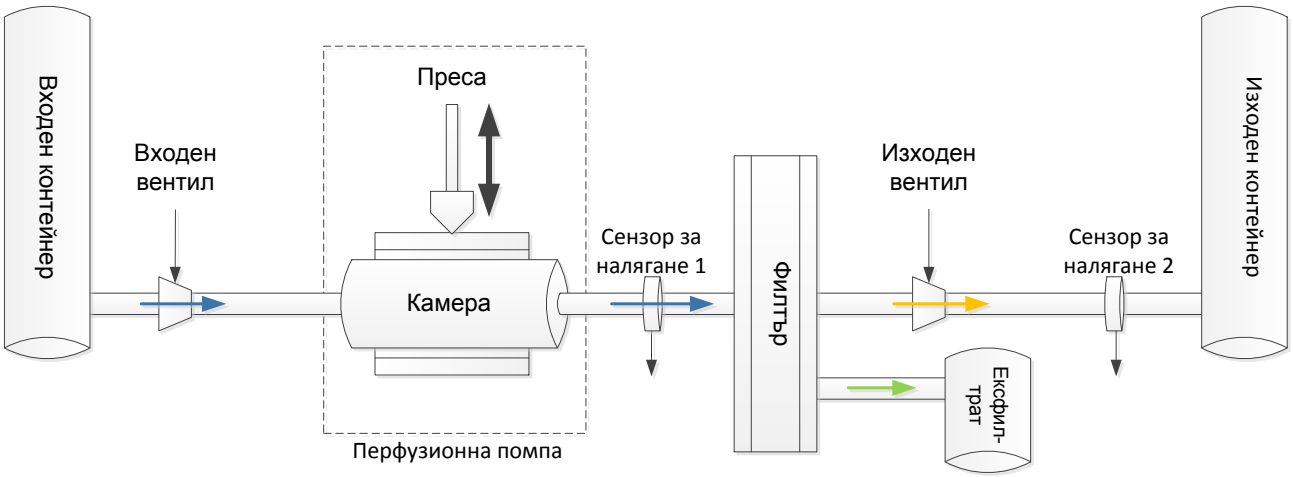
Перфузионните помпи са различни видове. Показаната на фиг.1. помпа няма нито една подвижна част. Тя работи само на базата на разлика в атмосферното налягане Обектът на това разглеждане е еднокамерна помпа, при която липсват въртящи се и триещи се части. Тази конструкция е избрана с цел да не се увреждат компонентите на обработвания биофлуид, проблем който е характерен за перисталтичните помпи. Апарати с конструкция, подобна на описаната, са известни на авторите само от образци на медицински апарати, но не са намерени писмени материали с описания на модели, управления и общи характеристики извън основните механични параметри като минимални и максимални налягания, дебити и общи ограничения. Проучените образци имат точност на поддържане на налягането ±10% по данни на производителите [1] и не са пригодни за целите на планираните изследвания.

В настоящата работа са представени начални теоретични и експериментални резултати, свързани с разработването на вградена система за управление на система за екстракорпорална нанофилтрация и за изследване на процеса на оксидативен стрес преди и след прилагане на нанофилтрация на телесни течности.

Основа на реализирането на изследването е поддържането на зададено налягане на входа на нанофилтъра с висока (над 0.1%) точност.

2. ПЕРФУЗИОННА ПОМПА ЗА СИСТЕМА ЗА НАНОФИЛТАЦИЯ НА БИОФЛУИДИ

Обект на управление е система за нанофилтрация на биофлуиди, включваща перфузионна помпа. Принципна схема на системата е показана на фиг.2.

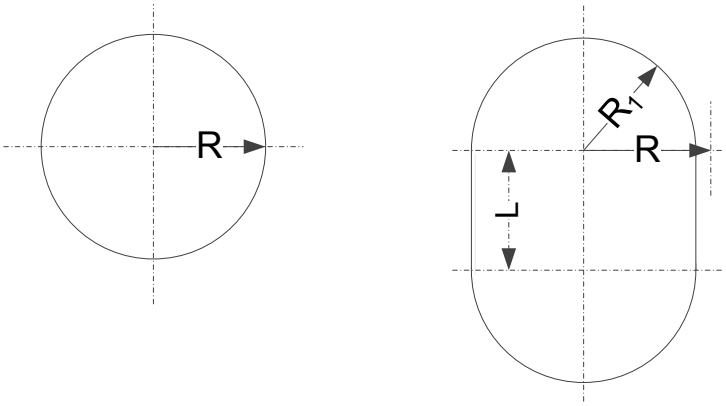


Фиг.2. Принципна схема на система за нанофилтрация

Схематично принципът на работа е следния:

- Входният вентил се отваря, изходният се затваря;
- Камерата се напълва от входния контейнер;
- Входният вентил се затваря, изходният се отваря;
- Пресата се задвижва и започва да притиска камерата, осигурявайки подходящо налягане на входа на нанофилтъра.
- Ексфилтратът се отделя в контейнер;
- Останалият биофлуид се събира в изходния контейнер.

Камерата е от еластичен неразтеглив материал. При притискането ѝ се осигурява необходимото налягане за филтриране на флуида. При това вътрешният ѝ обем намалява. Камерата има цилиндрична форма в свободно състояние. При притискане сечението ѝ се променя по показания на фиг. 3 начин.



Фиг.3. Изменение на профила на камерата на перфузионната помпа при работа

При това периметърът на камерата не се променя. Периметърът на камерата се определя начално по формулата за намиране на периметър на окръжност .

$$P = 2\pi R \qquad (1)$$

При деформирането на камерата нейното сечение придобива приблизително показания на фиг.3 профил. Радиусът на полуокръжностите се променя от R на R_1. Разликата M = (R - R_1) е равна на хода на буталото на пресата. От запазването на периметъра на фигурата са намира дължината L.

$$P = 2\pi R = 2\pi R_1 + 2L \quad (2)$$

$$L = \pi(R - R_1) \quad (3)$$

$$M = R - R_1 \quad (4)$$

$$L = \pi M \quad (5)$$

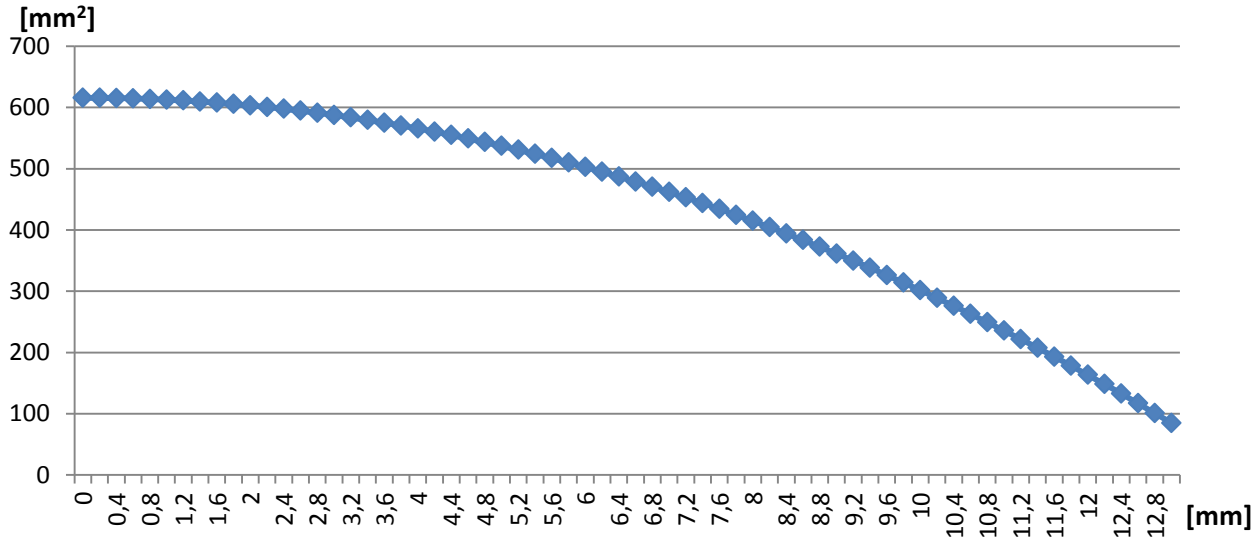
Лицето на фигурите се получава съгласно:

$$S = \pi R_1^2 + 2LR_1 \quad (6)$$

След преобразуване се получава

$$S = \pi(R - M)(R + M) \quad (7)$$

Изменението на лицето на фигурата е показано графично на фиг.4.



Фиг.4. Изменение на лицето S на профила на камерата

Реализираното управление на буталото осигурява линейност на хода с постоянна стъпка на изменение.

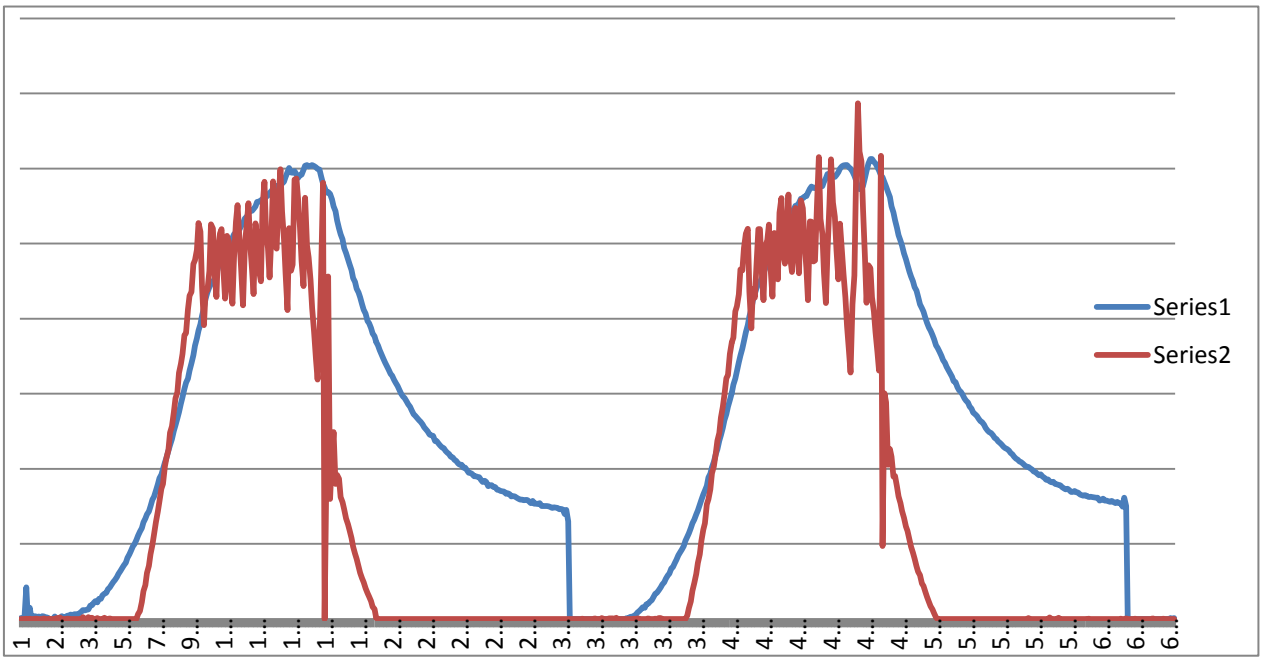
При анализ на табличните данни, получени при изчисление на *S* по (7) при ход на буталото в рамките на механичните характеристики на апарата, се вижда че при изминаване на 50% от хода (6.5 мм по абсцисната ос на графиката), лицето намалява с ~25%, а за останалите 50% - със ~75%. Тоест, връзката между хода на буталото, лицето на сечението на камерата и оттам на обема ѝ, е нелинейна.

Налягането, упражнявано от биофлуида върху филтъра, се измерва със „Сензор за налягане 1“ (фиг.2).

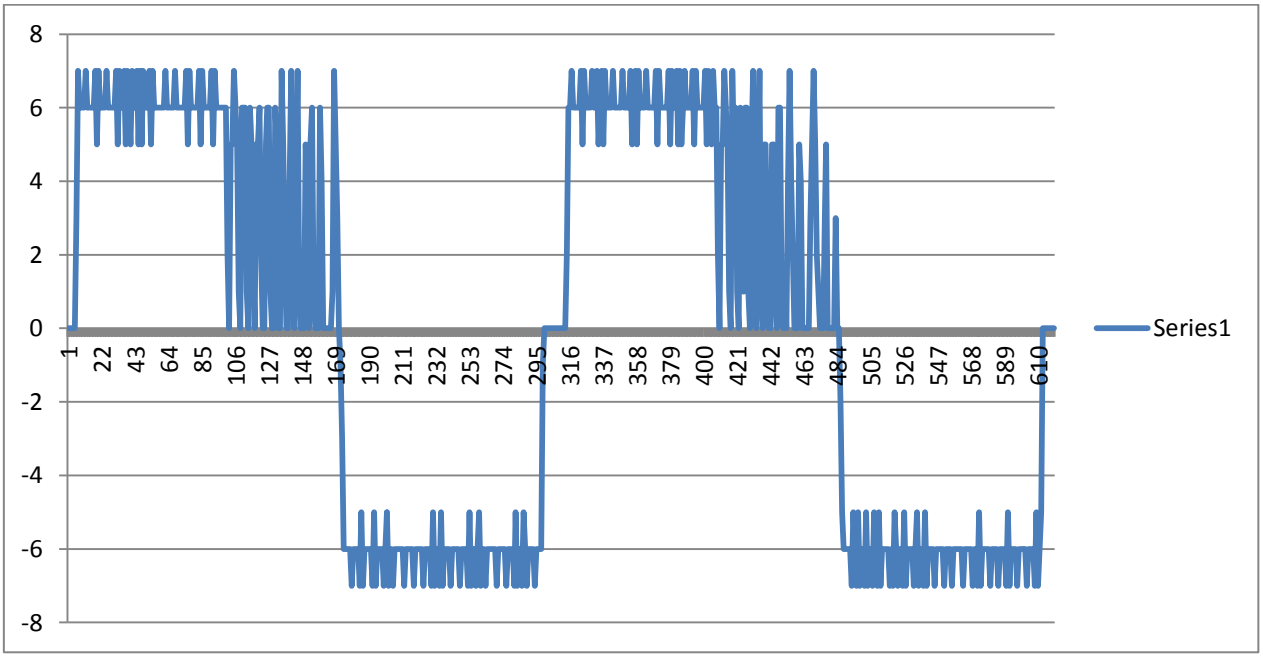
Чувствителността и линейността на сензора, на преобразователната част (усилвател и АЦП) и тяхното бързодействие надхвърлят достатъчно изискваната точност и бързодействие на системата, за да не бъдат отчитани при моделирането ѝ.

3. ЕКСПЕРИМЕНТАЛНИ РЕЗУЛТАТИ

На фиг.5 е показано изменението на налягането преди и след нанофилтъра при постоянна скорост на движение на буталото. Очевидно е, че поддържането на точна стойност на налягането не може да се получи без външно управление на процеса. Нещо повече, при повишаване на налягането се забелязват съществени осцилации на налягането, породени от работата на регулатора по ток на двигателя на помпата.



Фиг.5. Профил на изменението на налягането пред и зад нанофилтъра при два последователни цикъла систола/диастола

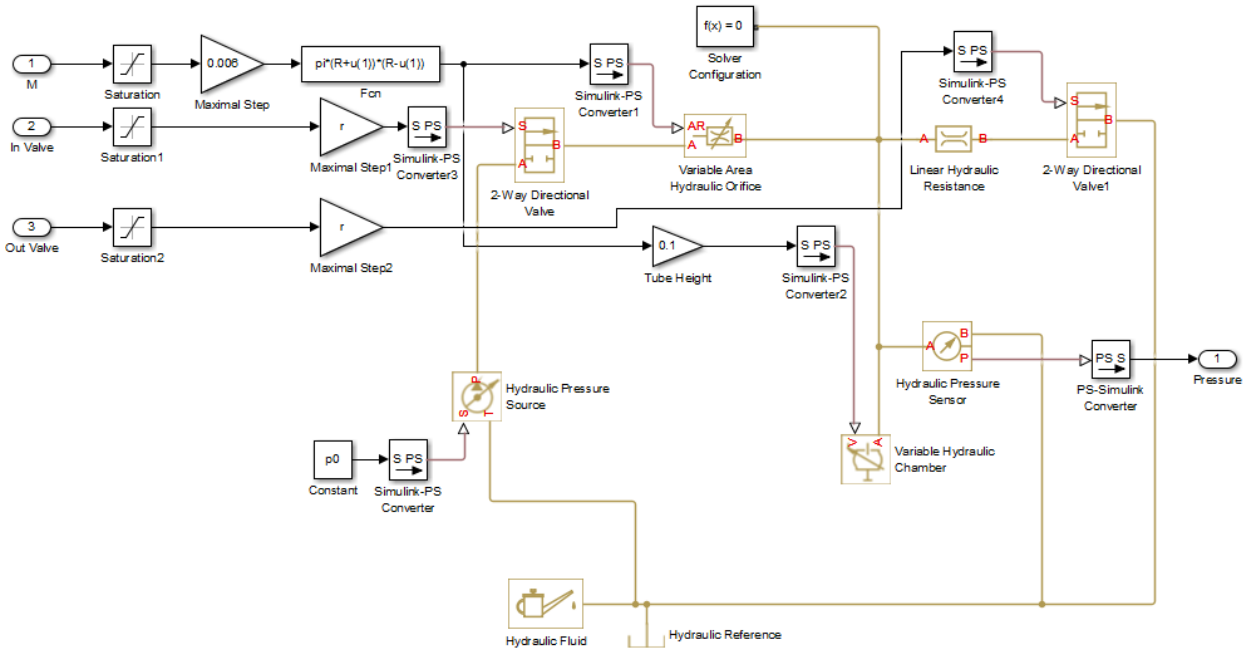


Фиг.6. Профил на изменението на скоростта на буталото при два последователни цикъла систола/диастола

На фиг.6 е показано изменението на скоростта на движение на буталото при задание за движение с постоянна скорост. Вижда се, че след достигане на определена прагова стойност на налягането, се получават осцилации в скоростта, породени от липсата на достатъчна мощност и оттам, показаните на фиг.5 осцилации на налягането.

4. МОДЕЛ НА ДИНАМИКАТА НА СИСТЕМАТА

Въз основа на изградения лабораторен макет е построен математически симулационен модел на изследваната система в среда на Simulink. Използват се блокове от SimHydraulic Toolbox [2], които задават поведението на съставните компоненти посредством езика за моделиране на физически системи Simscape [3]. За разлика от стандартните Simulink схеми, при които връзките между отделните блокове представляват сигнали предавани от един блок към друг, при блоковете от Simscape библиотеката връзките представляват конструктивно съединение между компонентите на системата [3]. Всяка такава връзка се характеризира с променливи, които се споделят между свързаните блокове, които се разделят най-общо на два вида – кинематични и потенциални. Има специализирани блокове, които позволяват да се извършва преход между стандартните Simulink сигнали и Simscape блоковете. Моделът на проектираната системата е показан на фиг.7.



Фиг.7. Simulink модел на перфузионната помпа

Работната камера на перфузионната помпа е моделирана като съединение на дросел с управляемо напречно сечение и камера с променлив обем. Напречното сечение на камерата се определя от хода M на изпълнителен механизъм тип преса. Дроселът с променливо напречно сечение се описва от зависимостта между дебит и налягане:

$$q = C_D A \sqrt{2/\rho} \frac{p_A - p_B}{((p_A - p_B)^2 + p_{cr}^2)^{1/4}}$$

$$p_{cr} = \frac{\rho}{2}\left(\frac{R_{cr} v}{C_D \sqrt{4A/\pi}}\right)$$

q- дебит през дросела, A – напречно сечение, което се определя от деформацията на камерата, v – кинематичен вискозитет на работната течност, p_{cr}- минимално налягане при настъпване на турбулентен режим на протичане, което зависи от критичното число на Рейнолдс R_{cr}.

Камерата с променлив обем се описва с уравнението за свиваемостта на работната течност:

$$q = \frac{V_0 + V}{E}\frac{dp}{dt}$$

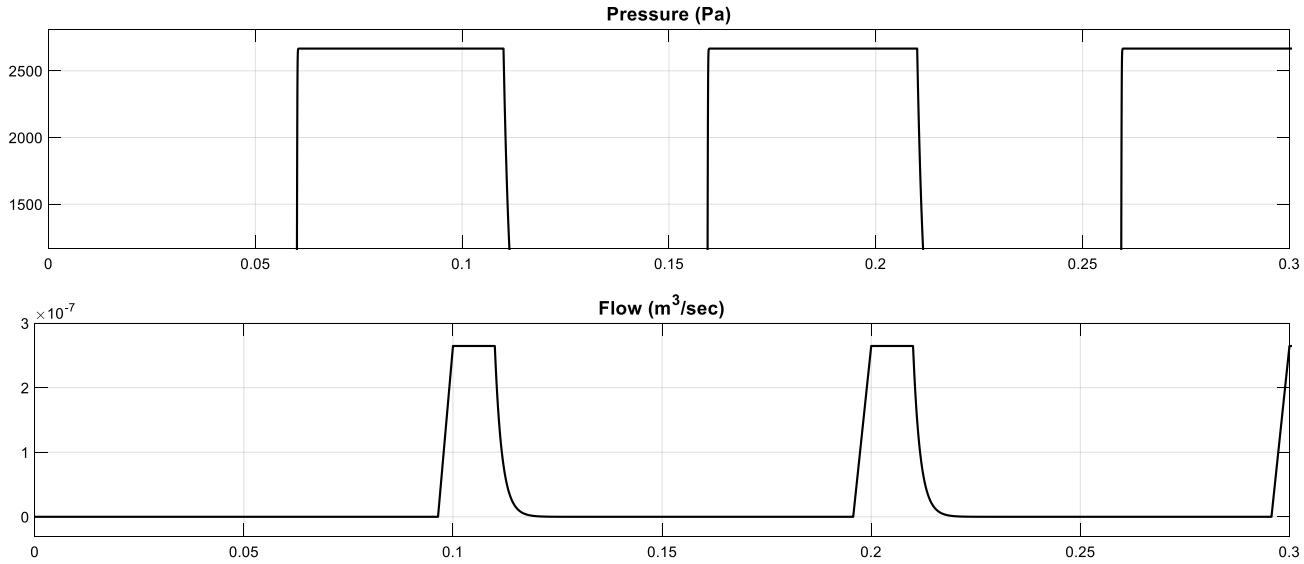
където E е модула на обемна еластичност, който зависи от налягането и съдържанието на газова фаза в течността.

Входният и изходният вентили са моделирани като двупозиционни пропорционални разпределители, които се характеризират с минимално и максимално напречно сечение на пропускане [4,5].

На този етап, филтърът е моделиран като линейно хидравлично съпротивление. Изследването на физическите му характеристики ще позволи изграждане на по-точно математическо описание [6,7].

Работното налягане в системата се осигурява от източник на постоянно налягане. Входните сигнали са: хода на изпълнителния механизъм и преместването на входния и изходния разпределители.

Изходният сигнал е налягането преди филтъра, което трябва да бъде контролирано от система за автоматично регулиране. На фиг.8 е дадено примерно изпълнение на симулация при която се подават периодични импулси към пресата, при което се наблюдава повишаване на налягането.



Фиг.8. Симулация при стъпаловидно задание за ход на пресата

5. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В работата са разгледани някои първоначални изследвания касаещи управлението на перфузионна помпа за апарат за нанофилтрация на биофлуиди.

Извършено е математическо моделиране на системата в среда на Simulink, което е основа за прецизна настройка на системата за управление на налягането преди и след филтъра.

В работата са дадени някои експериментални и симулационни резултати, които показват работоспособността на системата и възможностите за нейното развитие.

Изследванията в тази статия са частично финансирани по проект **ДН 03-1/2016 „Проучване на оксидативния стрес при някои неврологични заболявания преди и след приложението на наномембрана при терапевтична афереза“**.

ЛИТЕРАТУРА

[1] Система АМПлд-«ТТ»., Трекпор Технолоджи Корпорейшън, 2012
[2] Mathworks. SimHydraulics User's Guide, 2016
[3] Mathworks. Simscape User's Guide, 2016
[4] Mitov, Al., J. Kralev, Il. Angelov. *Digital Control Of Electro-Hydraulic Steering Test Bench*, Journal of Food Packaging Science, Technique and Technologies, ISSN 1314-7773, Volume 7, Year 4, p.68÷73, Pamporovo, 2015.
[5] Pfeffer, P. M.Harrer. *Lenkungshandbuch. Lenksysteme, Lenkgefühl, Fahrdynamik von Kraftfahrzeugen*. Vieweg + Teubner Verlag, Wiesbaden, 2011.
[6] Ikonen, E., K. Najim, Advanced Process Identification and Control, Marcel Dekker, Inc., 2002.
[7] Isermann, R., M. Munchhof, Identification of Dynamic Systems, Springer, 2011.

Автори: Йордан Кралев, гл. ас. д-р, кат. „Системи и управление“, Факултет Автоматика, Технически Университет-София, E-mail address: *jkralev@yahoo.com*; Борислав Иванов, докторант кат. „Системи и управление“, Факултет Автоматика, Технически Университет-София; Иван Евг. Иванов, доц. д-р, кат. „Системи и управление“, Факултет Автоматика, Технически Университет-София, E-mail address: *iei@tu-sofia.bg*; Андрей Йончев, доц. д-р, кат. „Системи и управление“, Факултет Автоматика, Технически Университет-София; Десислава Георгиева, НБУ, София.

Постъпила на 03.05.2017 г. **Рецензент:** доц. д-р Цоньо Славов

МЕТОДИ ЗА МОДЕЛИРАНЕ И УПРАВЛЕНИЕ НА ПРОЦЕСИТЕ В ЦИМЕНТОВА ПЕЩ

Димитър Юруков

Резюме: *В статията се представя обобщение на методите за моделиране и управление на процеси в цименотовата промишленост, свързани с производството на клинкер. Направено е хронологично проучване и е представено приложението на различни подходи за моделиране и управление на клинкер пещ. Ретроспекцията показва сложността и разнообразието на проблемите в моделирането и управлението на ротационните пещи.Методите за моделиране се простират от базови линейни модели, през динамични модели с диференциални уравнения и корелационни методи до компютърни симулации на непрекъснати процеси и невронни модели.Методите за управление в миналото са били сравнително прости, например набор от правила, а в днешни дни се използват алгоритми като многоагентни системи и адаптивни невронно-размити алгоритми.*
Ключови думи: *цименотова пещ, моделиране, управление*

CEMENT DRY ROTARY KILN PROCESSES MODELING AND CONTROL METHODS

Dimitar Yurukov

Abstract: *In this paper a summary of known modeling methods and control strategies in clinker production is presented. Historical review provides information on the evolution of cement industry. Detailed information is presented for the scientific aspect behind clinker production. Methods and technologies are ordered chronologically and a better visualization of scientific implementations through the years is achieved. The analysis of this survey shows that complex and diverse approaches are utilized in order to solve the problems in dry rotary kiln modeling and control. Modeling approaches reach from basic linear models through dynamic models described by differential equations and correlation methods to numerical methods for computer simulation of processes and neuro network models. Control methods had been simple as a set of rules and nowadays are complex as multi-agent systems and adaptive neuro-fuzzy control methods.*
Keywords: *rotary cement kiln, modeling, control methods*

© 2017 Publishing House of Technical University of Sofia
All rights reserved

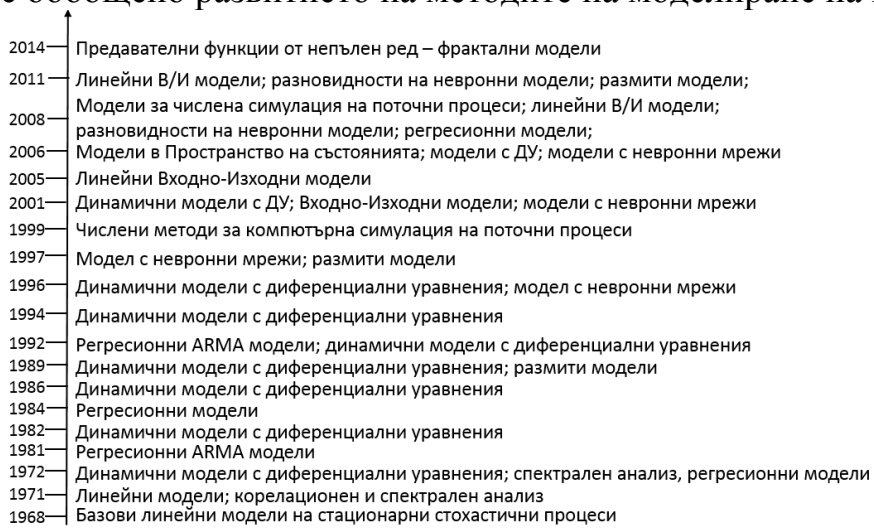
ISSN 1311-0829

1. ВЪВЕДЕНИЕ

Циментовото производство е от изключително значение за индустрията в различни аспекти. Продуктът се използва в почти всички видове строителство в съвремието и към този момент трудно може да бъде заместен от друг. Производството на цимент е сложен и многообразен процес, състоящ се от няколко етапа. Основните два са изпичане на циментов клинкер и смилане на цимента. Смилането на цимент се извършва в хоризонтални топкови или вертикални ролкови мелници. Изпичането на клинкер се извършва предимно в цилиндрични ротационни пещи с отворени вход и изход [44]. В нея протичат физични и химични процеси, благодарение на които изходните продукти, най-важният от които е варовик, се преобразуват в основната съставка за получаване на цимент. Като обект за управление този химичен реактор е сложен обект с нелинейности, взаимосвързаност на регулируемите величини и нестационарност, породена от изменение на експлоатационните режими и амортизация. Към това трябва да се добави и измервателният шум, произхождащ от средата и използваните датчици, за да се получи по-реална представа за сложността на задачата, пред която е изправен всеки, който има за цел да реализира управление на този реактор.

2. МЕТОДИ ЗА МОДЕЛИРАНЕ НА ОБЕКТА

На база на направените разглеждания на литературни източници от 1968 г. до днешни дни е обобщено развитието на методите на моделиране на процесите:



Фиг.1. Методи за моделиране на процесите в клинкер пещи.

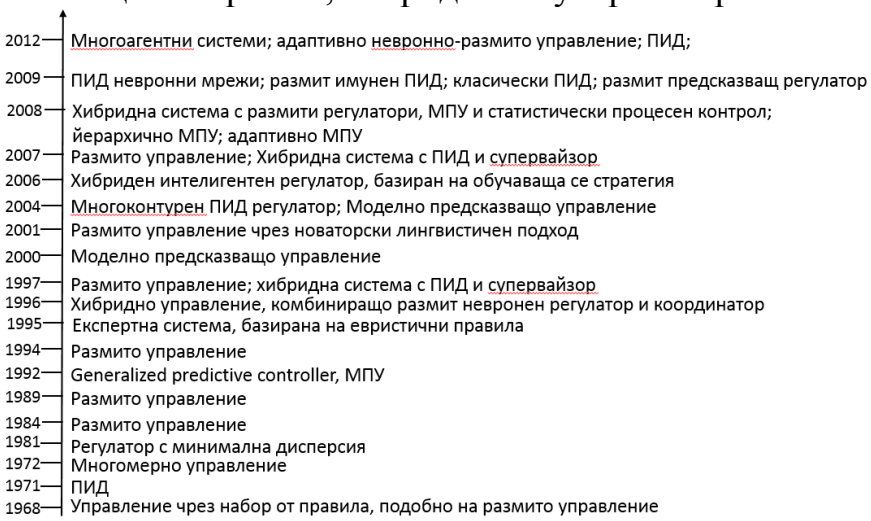
Един от основните методи за моделиране на процесите в клинкер пещ е използването на входно-изходни (В/И) описания на процесите. В най-ранния труд [31] обектът е разгледан като черна кутия. Допуска се, че смущенията са достатъчно малки, за да се използват В/И модели. Извършена е активна идентификация в отворен контур на линейни модели, като се счита, че процесите са „достатъчно линейни“. Параметрите на моделите са оценени чрез еталонен модел. Определяне на трипараметрични В/И модели чрез идентификация основаваща се на активен експеримент се разглежда в [21], която третира производствена линия за клинкер, включваща управление на пещта и охладителя. В [67] е представена публикация, в която е разработен фрактален модел на процесите в ротационна

клинкер пещ. Моделът е разделен на статична и динамична част. Статичната част е зависима от енергийния баланс и температурния профил на пещта. Динамичната част е идентифицирана чрез фрактални В/И модели. Изходът на статичния модел служи за вход на динамичния.За изследване и моделиране на процесите в ротационни клинкер пещи са използвани и статистически методи. В първия известен труд се обръща сериозно внимание на обработката на сигналите [38]. Използвани са реални данни от три сухи пещ. Според направените изследвания такт на дискретизация от 1 min е подходящ за събиране на данни от сензорите в пещта. В повечето случаи данните съдържат два компонента – дрейф и високочестотен шум. За елиминиране на нежелания шум са използвани нелинеен аналогов и цифрови нискочестотни и високочестотни филтри. Приложен е корелационен и спектрален анализ на сигналите, за да се уточнят няколко важни характеристики – оптимален такт на дискретизация на сигналите и какви филтри трябва да се приложат за обработка на сигналите. Направен е извод, че след обработката на сигналите със споменатите филтри е по-лесно да се изчисли сходима автокорелационна функция и да се намерят връзки между различни променливи на процесите, например качеството на клинкер, температура в зинтер-зоната, момент на двигателя, температура на вторичния въздух. В [9] е представен корелационен метод за идентификация на процесите в клинкер пещ, работеща по мокър способ. Идеята за използване на корелационен анализ за синтез на модели се основава на факта, че ако в нормални работни условия към някой вход бъде приложено въздействие, то може да бъде разглеждано като стационарен случаен процес. От получените, по метода на уравнението на Винер-Хопф, преходни характеристики са идентифицирани SISO модели. Чрез корелационен анализ са идентифицирани модели на пещта. Изключително важен за моделирането на процесите в циментови ротационни пещи е [1]. Авторът описва клинкер пещта като система с разпределени параметри, която има сложна динамика, породена от протичащите химични процеси. Разработените модели са два: първият използва частни диференциални уравнения (ДУ), за да се опише термодинамичния и масов баланс на пещта, а вторият модел е динамичен модел на процеса на горене на въглища, като се обръща внимание не само на дължината на пламъка, но и на околната температура. Разработените модели са качествено валидирани чрез използване на данни от дълга суха пещ. Сходни изследвания на различни автори на процесите в клинкер пещи чрез използване на ДУ на масовия и енергиен баланс са представени в [7,8,14,15,17,22,23,33,35, 42,58,72, 73,75,84,91]. Успешен и използван в съвременни публикации метод за създаване на динамични модели на процесите в клинкерпещи,се основава на регресионни модели. В [11] са предложени идентификация и управление, базирани на статистически метод на анализ на данните за система, чието поведение е повлияно от намесата на операторите. Регулаторите се използват за управление на пещта и охладителя като интегрирана система. За получаване на динамичен модел на реактора са избрани дванадесет параметъра. Разработените динамични модели са от тип AR. Реализирано е управление на скоростта на въртене на пещта и на подаването на гориво, като настройките на регулаторите са определени чрез емпирични правила. В [10] е представена цифрова система за конт-

рол на качеството на процесите в индустриална клинкер пещ, работеща на сух способ. Избрана е структура на модела от тип ARMA. За оценяване на параметрите на модела е използван методът на максималното правдоподобие, а за откриване на оптималния ред на полиномите е използван информационния теоретичен критерий на Акайке. Тестът на остатъчната грешка показва, че оценките на параметрите са неизместени. Други разработки на регресионни модели могат да бъдат открити в [37,50,54,59]. Детайлно разглеждане на природата на термодинамичните процеси, протичащи в ротационни пещи се представя в [34], където се изследва поведението на материала при различни диаметри на частиците и различни скорости на въртене. Изследвани са промените, настъпващи при изменение на основни параметри като поток газове, скорост на въртене, наклон на тръбата и др. Задълбочено разглеждане на топлинните процеси е представено в [78,79]. Изследванията са разделени в две публикации, като първата описва проведените експерименти с пилотна пещ, а във втората са представени разработените математически модели, получени чрез експериментите. Още изследвания на топлинните процеси в клинкер пещи могат да бъдат открити в [2,3,5, 19,26]. Понякога описването на процесите в клинкер пещ чрез математически модели може да доведе до нежелани резултати като например прекалено общ или прекалено детайлен модел, което води до нежелани резултати. Това е основна причина решение да бъде потърсено чрез теорията на размитата логика [43]. Базата от правила включва 88 състояния и действия. Всички правила са създадени за нормални работни условия на производствената линия и не включват действия при необичайни или аварийни ситуации.Друг пример за разработена експертна система за управление на процесите в ротационна клинкер пещ е представена в [65]. Управляващите въздействия са скорост на въртене на цилиндъра; подаване на гориво към горелката; скорост на ВДГ; отношение поток материал/скорост на въртене. Всяка променлива е описана чрез пет състояния, а експертната система реализира няколко стратегии за управление. Невронните мрежи също са широко използвани при моделиране на процесите в клинкер пещи. В някои случаи дори са синтезирани хибридни системи за управление [68]. По-подробна информация за използване на невронни мрежи може да бъде открита в [13,36,44,49,52, 55,60-62,64]. Описание на процеси от циментовото производство в пространство на състоянията (ПС)е представено в [27]. За реализиране на многоконтурни ПИД регулатори са използвани модели в ПС. Основно преимущество на този подход е директното изчисляване на параметрите на регулаторите, в зависимост от ограниченията на променливите.Някои автори са избрали подход за моделиране, при който са комбинирани размита логика и невронни мрежи. Моделирането на процесите в клинкер пещ може да има за цел не само синтез на управляващи алгоритми, но и отчитане на анормални състояния в работния режим на пещта [4]. За целите на поставената задача е идентифициран В/И модел на обекта в нормален работен режим, чрез който се отчитат анормалните ситуации. Един от проблемите, които авторите е трябвало да решат е уеднаквяването на тактовете на дискретизация на използваните величини. В [18, 48] са представени други разработки на модели с невронни мрежи, а интересни приложения - в [6,12,16,20,24,30,51,77].

3. МЕТОДИ ЗА УПРАВЛЕНИЕ НА ПРОЦЕСИТЕ

Развитието на стратегиите за управление и регулиране на процесите в клинкер пещи е показано на фиг.2. Разгледани са класически закони за управление, съвременни управляващи алгоритми, хибридни и супервайзорни системи.



Фиг.2. Методи за управление.

На база на оценените предавателни функции в [31] са изчислени параметрите на ПИД регулатори, които управляват желани контури от процеса. При наличие на смущения, които предизвикват работа извън линейния диапазон, е разработен емпиричен набор от въздействия, които да възстановят работата на системата в линейния диапазон. По-подробно разглеждане на синтеза на ПИД регулатор е представено в [27]. За реализиране на многоконтурни ПИД регулатори са използвани модели в ПС. За изчисляване на параметрите на ПИД регулаторите е предложен алгоритъм, използващ линейни матрични неравенства. Модификации на ПИД регулатори могат да бъдат открити в [9,20,51,55]. Използването на размита логика за синтезиране на управляващи алгоритми е много подходящо при управление на процесите в клинкер пещи. Пример за това е даден в [39], където системата за управление е разработена така, че да следва поведението на операторите. Основна цел е осигуряване на нормална работа на дълга пещ, използваща четири различни вида гориво. Компютърната програма променя количеството енергия, в зависимост от сигнал, комбиниращ показанията на NO и тока на главния мотор. Управляващата стратегия използва информация за температурата в зинтер-зоната, температурата в студения край на пещта и количеството свободен кислород, за да се изменят количествата суровина, гориво и скоростта на ВДГ, т.е. изследван е модел с три входа и три изхода. Реализации на размито управление на процесите в клинкер пещи се представя в [13,28,36, 37,43,58]. Моделното предсказващо управление е широко използвано за управление на процесите в клинкер пещ след 2000 г. Едно от основните му преимущества е гъвкавостта при проектиране на регулатори, възможността за работа при многопараметрични процеси с различни времеконстанти. В [59] е синтезиран обобщен предсказващ регулатор(GPC) и супервайзорна система. Управляващата система се състои от два контура. Първият е за регулиране на концентрацията на остатъчен кислород чрез ПИД управление или прост GPC, управля-

ващ потока на газове. Вторият контур е за управление на тока на главния електродвигател чрез подобрен GPC и супервайзор, управляващи горивния поток. Други реализации и разновидности на МПУ могат да бъдат открити в [8,21,29,30,54,56,70,76,83]. В [10] е реализиран регулатор с минимална дисперсия (РМД). Целта му е да минимизира дисперсията на съдържанието на негасена вар в клинкера и да се поддържа стойността в диапазона 0,25-1,5%. Величината трябва да се поддържа максимално близо до 1.5%, защото това означава намаляване на използваното гориво. Допълнително регулаторът трябва да минимизира вариациите в изходната (входна за материала) температура, за да осигури устойчива работа на пещта. Задачата е решена на два етапа – първо е реализиран РМД за изходните величини, след което е реализирана процедура, която автоматично да променя заданието на желаното количество негасена вар. Още един от съвременните подходи за управление на клинкер пещи е създаването на експертни системи. Базовото ниво на управление обикновено включва класически закон за управление, надстроен с експертен алгоритъм. В [66] е представена система за управление на пещ в реално време, наречена *Expert SystemforKilnMonitoringandcontrol.* Целите на управлението са регулиране на скоростта на въртене на пещта в определен диапазон; регулиране на потока суровинен материал, така че да се поддържа зададена температура в пещта; поддържане на достатъчно ниски нива на CO. Хибридна среда за управление е представена в [68], която комбинира експертна система и размити невронни мрежи. Хибридната система се състои от експертен алгоритъм за управление, база знания, Размит Невронен Регулатор (РНР), информационен предпроцесор и интелигентен координатор, работещ в реално време. Други експертни системи и хибридни комбинации могат да бъдат открити в [6,19,53,65,77]. В някои по-съвременни разработки е използвано управление чрез невронно-размити регулатори. Регулаторът в [74] се състои от три невронно-размити регулатора, които отговарят за комбинации от регулируеми величини. Други разработки с невронно и невронно-размито управление могат да бъдат открити в [49,52,55, 61,62,64]. В [57] е направено сравнение между сложни промишлени системи за наблюдение и управление на процесите в циментовото производство и многоагентни системи (МАС). Показва се, че съществува сходство между сложните промишлени системи и МАС, които са наследник на големите индустриални системи.

4. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Представеният преглед на литературните източници показва, че моделирането и управлението на процесите в циментовото производство са от особено значение и предизвикват голям интерес сред изследователите. Тематиката не престава да е актуална от средата на 20^{ти} век. Тенденцията е за усложняване на използваните управляващи алгоритми, използване на супервайзорни и хибридни системи за управление.Методите за моделиране основаващи се на корелационния анализ, както и определяне на MIMO модели чрез MISO подход, използващ регресионни модели дават възможност да бъдат прилагани класически алгоритми за управление на сложни технологични процеси, които могат да бъдат съчетани

със структури за децентрализирано управление, при отчитане на изисквания за гарантирано качество на управление при промяна на работните режими.

ЛИТЕРАТУРА

[1] Spang, H. A., ***A Dynamic Model of a Cement Kiln***, Automatica, Vol. 8, pp. 309-323, Pergamon Press, 1972

[2] Boateng, A.A., ***A thermal model for the rotary kiln including heat transfer within the bed***, Int. J. Heat Mass Transfer, Vol. 39, No. 10, pp. 2131-2147, 1996

[3] Shi, D., ***Heat transfer in rotary kilns with interstitial gases***, Chemical Engineering Science, Vol. 63, pp. 4506-4516, 2008.

[4] Makaremi, I., ***Abnormal condition detection in a cement rotary kiln with system identification methods***, Journal of Process Control, Vol. 19, pp. 1538-1545, 2009

[5] Mastorakos, E., ***CFD predictions for cement kilns incuding flame modeling, heat transfer and clinker chemistry***, Applied Mathematical Modeling, Vol. 23, pp. 55-76, 1999

[6] Zhou, X., ***Supervisory Control for Rotary Kiln Temperature Based on Reinforcement Learning***, LNCIS 344, pp. 428-437, ICIC 2006

[7] Witsel, A.-C., ***New dynamic model of a rotary cement kiln***, 2007.

[8] Stadler, K., ***Model predictive control of a rotary cement kiln***, Control Engineering Practice, 2010, doi:10.1016/j.conengprac.2010.08.004.

[9] Prohalo, VasiliyAleksanrovich, ***Automatization of clinker burning processes based on statistical identification of dynamical parameters,*** Technical University Belogorod, 2012, (in Russian)

[10] Westerlund, T., ***A Digital Quality Control System for an Industrial Dry Process Rotary Cement Kiln***, IEEE Transactions on Automatic Control. Col. AC-26, No. 4, 1981

[11] Otomo, T., ***Statistical Approach to Computer Control of Cement Rotary Kilns***, Automatica, Vol. 8, pp. 35-48, Pergamon Press, 1972.

[12] Wu, R., ***Application of Intelligent Algorithm in the Cement Rotary Kiln***, IEEE 2011.

[13] Jaervensivu, M., ***Intelligent control system of an industrial lime kiln process***, Control Engineering Practice, Vol. 9, pp. 589-606, 2001.

[14] Kuessel, U., ***Modeling of Rotary Kilns and Application to Limestone Calcination***, Proceedings 7thModelica Conference, 2009, DOI: 10.3384/ecp09430084

[15] Georgallis, M., ***Mathematical modeling of lime kilns***, 2002

[16] Saidur, R., ***A review on kiln system modeling***, RenewableandSustainable Energy Reviews, Vol. 15, pp. 2487-2500, 2011

[17] Palmer, G., ***Heat transfer in rotary kilns***, Cement Industry Technical Conference, 1998

[18] Sadeghian, M., ***Identification, prediction and detection of the process fault in a cement rotary kiln by locally linear neuro-fuzzy technique***, Journal of Process Control, Vol. 21, pp. 302-308, 2011

[19] Arad, S., ***Advanced Control Schemes for Cement Fabrication Processes***, 2008

[20] Li, Zh., ***Intelligent Fuzzy Immune PID Controller Design for Multivariable Process Control System***, Proceedings of the 8th World Congress on Intelligent Control and Automation, 2010

[21] Boe, E., ***Predictive control and optimization applications in a modern cement plant,*** 2005.

[22] Mujumdar, K.S., ***Simulation of rotary cement kilns using a one-dimensional model***, Chemical Engineering Research and Design, Vol. 84(A3), pp. 165-177, 2006

[23] Mujumdar, K.S., ***Rotary Cement Kiln Simulator (RoCKS): Integrated modeling of preheater, calciner, kiln and clinker cooler***, Chemical Engineering Science, Vol. 62, pp. 2590-2607, 2007

[24] Boateng, A., ***Rotary Kilns – Transport Phenomena and Transport Processes***, Elsevier Inc., 2008
[25] Telschow, S., ***Cement Formation - A Success Story in a Black Box: High Temperature Phase Formation of Portland Cement Clinker***, I&EC Research, 2012
[26] Mujumdat, K., ***Modeling of Rotary Cement Kilns: Applications to Reduction in Energy Consumption***, Ind. Eng. Chem. Res, Vol. 45, pp. 2315-2330, 2006
[27] Huang, X., ***Multi-loop Decentralized PID Control Based on Covariance Control Criteria: an LMI Approach***, University of Alberta, Canada, 2004
[28] Kaiser, V., ***Computer Control in the Cement Indusrty, Proc. of IEEE***, Vol. 58, No. 1, 1970
[29] Li, Z., ***Fuzzy predictive control of multivariable process based on ALOPEX evolutionary optimization algorithm***, Proceedings of the Ninth International Conference on Machine Learning and Cybernetics, Qingdao, 2010
[30] Iino, Y., ***Hierarchical Model Predictive Control applied to a Cement Raw Material Mixing Process,*** SICE Journal of Control, Measurement, and System Integration, Vol.1, No.3, 2008.
[31] Higham, J., ***Dynamic computer control of a dry-process cement kiln***, The Institution of Electrical Engineers, Vol. 118, 1971
[32] Radwan, A., ***Different Possible Ways for Saving Energy in the Cement Production***, Advances in Applied Science Research, Vol. 3, 2012
[33] Martins, M., ***Modeling and simulation of limestone calcination in rotary kilns***, Chemical Engineering Department/Universidade Federal de Minas Gerais, 2002
[34] Tscheng, S., ***Convective heat transfer in a rotary kiln***, University of British Columbia, 1978
[35] Bui, R., ***A computer model for the cement kiln***, IEEE Transactions on Industry Applications, Vol. 1A-18, No. 4, 1962.
[36] Fallahpour, M., ***A Supervisory Fuzzy Control of Back-end Temperature ofRotary Cement Kilns***, International Conference on Control, Automation and Systems, 2007
[37] Sheridan, S., ***Automatic Kiln Control at Oregon Portland Cement Company`s Durkee Plant Utilizing Fuzzy Logic***, IEEE Transactions on Industry Applications, Vol. 1A-20, No. 3, 1984
[38] Itoh, T., ***Process Analysis Techniques for Cement Kilns,*** IEEE Transactions on Industry and General Applications, Vol. IGA-7, No. 4, 1971
[39] Lobier, G., ***Supervisory control applied to a cement kiln incinerating recovered solvent***, IEEE Cement Industry Technical Conference, 1989
[40] Keviczzky, L., ***Automation and control in cement industries***, Control Systems, Robotics and Automation, Vol. 19, EOLSS, 1980.
[41] Sharifi, A., ***Design of a prediction model for cement rotary kiln using wavelet projection fuzzy inference system***, Cybernetics and Systems: An International Journal, Vol. 43:5, pp. 369-397, 2012
[42] Barraza, C., ***Modeling and Numerical Solution of Coal and Natural Gas Co-Combustion in a Rotary Kiln***, Combustion Science and Technology, Vol. 184:1, pp. 26-43, 2011
[43] Tayel, M., ***A Fuzzy Logic Controller for a Dry Rotary Cement Kiln***, IEEE, 1997
[44] Bo, Y., ***A Rule-Based Cement Kiln Control System Using Neural Networks***, IEEE International Conference on Intelligent Processing Systems, 1997
[45] Flintham, T., ***Cement kilns – a real control problem***, 1991
[46] Stephan, K., ***Cement Kiln Temperature Measurements Using Microwave Radiometry***, IEEE, 2005
[47] Vaccaro, M., ***Burning alternative fuels in rotary cement kilns***, IEEE, 2006

[48] Sadeghian, M., ***Identification of Nonlinear Predictor and Simulator Models of a Cement Rotary Kiln by Locally Linear Neuro-Fuzzy Technique***, 2nd Int. Conf. on Computer and Electrical Eng., 2009
[49] Lin, X., ***Neuro-controller of Cement Rotary Kiln Temperature with Adaptive Critic Designs***, IEEE, 2009
[50] Noshirvani, G., ***Comparison of Rotary Cement Kiln Identified Models***, IEEE International Conference on Control and Automation, 2009
[51] Xue, Z., ***Control System Design of Cement Rotary Kiln Based on PID Neuron Networks***, IEEE International Conference on Test and Measurement, 2009
[52] Lin, X., ***Multi-parameter Control for Precalciner Kiln System of Cement Using Adaptive Dynamic Programming***, IEEE, 2009
[53] Wang, S., ***The Design and Implementation of a Cement kiln Expert System, Proceedings of the IEEE International Conference on Automation and Logistics***, 2007
[54] Ziatabari, J., ***Cement Rotary Kiln Control: A Supervised Adaptive Model Predictive Approach***, IEEE, 2008.
[55] Guo, Y., ***The Neural Network PID Controller for Cement Rotary Kiln Temperature Based on FPGA***, IEEE Third International Symposium on Information Science and Engineering, 2010
[56] Feng, G., ***Research on the Fuzzy Predictive Control for Calcining Temperature of the Rotary Cement Kiln***, IEEE ICSP Proceedings, 2010
[57] Qian, L., ***Cement Rotary Kiln Control System Realized by PROFIBUS based on Multi-Agent***, IEEE Eighth International Conference on Fuzzy Systems and Knowledge Discovery (FSKD), 2011
[58] Akalp, M., ***Supervisory Fuzzy Control of a Rotary Cement Kiln***, IEEE, 1994.
[59] Guibe, J., ***Supervised Predictive Control of a Cement Kiln***, Universidad Politecnica de Valencia, 1992
[60] Yuan, Z., ***The Recognition of Working Condition of Cement Rotary Kiln Based on Information Fusion***, Proceedings of the IEEE International Conference on Automation and Logistics, Shenyang, China, 2009
[61] Li, Z., ***Design ofFuzzy Neural Network Based Control System for Cement Rotary Kiln***, IEEE 2nd International Asia Conference on Informatics in Control, Automation and Robotics, 2010.
[62] Sharabiany, M., ***An adaptive neuro fuzzy controller for cement kiln***, 2nd International Conference on Instrumentation Control and Automation, 2011.
[63] Liu, J., ***Sintering Status Recognition System for Cement Rotary Kiln***, International Conference on Computer Application and System Modeling, 2010
[64] Yao, Z., ***Research and Application of Neural Network PID Control in Cement Industry***, 2nd International Conference on Industrial and Information Systems, 2010
[65] Ruby, C., ***A new approach to expert kiln control***, 39th IEEE Cement Industry Conference, 1997.
[66] Devedzic, V., ***Knowledge-Based Control of Rotary Kiln***, 1995.
[67] Hernandez. O., ***Cement Rotary Kiln Model Using Fractional Identification***, IEEE Latin America Transactions, Vol. 12, No. 2, 2014
[68] Wang, Y., ***A Hybrid Intelligent control for industrial rotary kiln plant***, IEEE 1996.
[69] Kadri, O., ***Fault diagnosis of rotary kiln using SVM and binary ACO***, Springer, Journal of Mechanical Science and Technology, Vol. 26(2), pp. 601-608, 2012.
[70] Martin, G., ***Next generation controllers for kiln/cooler and mill applications based on model predictive control and neural networks***, IEEE/PCA 42nd Cement Industry Technical Conference, 2000
[71] ***Handbook of Hybrid Systems Control***, 2009

[72] Peray, K., ***The Rotary Cement Kiln***, Chemical Publishing Co., Inc., 1986
[73] Heydentych, M., ***Modeling of Rotary Kilns***, 2001
[74] Fallahpour, M., ***A Neuro-Fuzzy Controller for Rotary Cement Kilns***, Proceedings of the 17th World Congress "The International Federation of Automatic Control", Seoul, Korea, 2008.
[75] Wang, Z., ***Dynamic Model for Simulation and control of Cement Rotary Kilns***, Journal of System Simulation, Vol. 20, No. 19, 2008
[76] Aizawa, T., ***Control strategy for automation in Onoda`s cement plants***, IEEE Cement Industry Technical Conference, 1992
[77] Luyben, W., ***Process modeling, simulation and control for chemical engineers***, 2nd edition, McGraw-Hill Publishing Company, 1996
[78] Barr, P., ***A Heat-Transfer Model for the Rotary Kiln: Part 1. Pilot Kiln Trials***, Metallurgical Transactions Vol. 20B, 1989
[79] Barr, P., ***A Heat-Transfer Model for the Rotary Kiln: Part 2. Development of the Cross-Section Model***, Metallurgical Transactions Vol. 20B, 1989
[80] Watkinson, A., ***Limestone Calcination in a Rotary Kiln***, Metallurgical Transactions Vol. 13B, 1982
[81] Akaike, H., ***On the use of a linear model for the identification of feedback systems***, 1968.
[82] Samanta, A., ***Process Automation of Cement Plant***, International Journal of Information Technology, Control and Automation, Vol.2, No.2, 2012.
[83] Lin, B., ***Modeling, Identification and Control of Cement Kiln***, Technical University of Denmark, 2004
[84] Locher, G., ***Mathematical Modeling of the Cement Clinker Burning Process***, 2002.
[85] Sogut, Z., ***Mathematical modeling of heat recovery from a rotary kiln***, Applied Thermal Engineering, Vol. 30, pp. 817-825, 2010.
[86] Fidaros, D., ***Numerical modelling of flow and transport processes in a calciner for cement production***, Powder Technology, Vol. 171, pp. 81-95, 2007
[87] Roh, S., ***The numerical modeling and process simulation for the fault diagnosis of rotary kiln incinerator***, Waste Management and Research, Vol. 19, pp. 403-412, 2001
[88] Dias, F., ***A Comparison between a PID and Internal Model Control using Neural Networks***, 2002
[89] Dias, F., ***Comparison between Different Control Strategies using Neural Networks***, 2002
[90] Vidal, J., ***Fundamentals of Multiagent Systems***, 2010.
[91] Guirao, J., ***Model of Mass and energy Transfer in a Clinker Rotary Kiln***, 2004.
[92] Clarke, D., ***Application of Generalized Predictive Control to Industrial Processes***, ACC, 1987

Автор: Димитър Юруков, маг. инж., докторант в катедра „Системи и управление", Факултет Автоматика, Технически Университет - София, E-mail address: *dimitar.yurukov@gmail.com*

Постъпила на 06.05.2017 г. **Рецензент:** доц. д-р. Цоньо Славов

ПРОЕКТИРАНЕ НА СИНХРОНИЗАЦИОННИ СХЕМИ НА ХАОТИЧНИ СИСТЕМИ С ИЗМЕНЯЩИ СЕ ПАРАМЕТРИ НА ОСНОВАТА НА ВТОРИЯ МЕТОД ЗА УСТОЙЧИВОСТ НА ЛЯПУНОВ

Христина Стойчева, Драгомир Чантов

Резюме: *В статията се реализират схеми за синхронизация между хаотични системи на основата на втория метод за устойчивост на Ляпунов при условия на промяна на един или повече от параметрите на хаотичния модел. За целта се реализира механизъм за адаптация на неизвестните параметри, който се включва в стандартната схема на реализация на хаотичната синхронизация по разглеждания метод. За основа на изследванията е избран актуален модел на хаотична система.*
Ключови думи: *хаос, хаотична синхронизация, несигурни параметри*

DESIGN OF SYNCHRONIZATION SCHEMES OF CHAOTIC SYSTEMS WITH CHANGING PARAMETERS BASED ON LYAPUNOV SECOND METHOD OF STABILITY

Hristina Stoycheva, Dragomir Chantov

Abstract*: In this paper, in condition of changing one or more parameters of the chaotic model, synchronization schemes between chaotic systems is achieved, based on Lyapunov second method of stability. For this purpose, a mechanism for adaptation of unknown parameters, included in the considered standard realization scheme of chaotic synchronization is implemented. Current model of chaotic system is selected as a base for the research.*
Keywords: *chaos, chaotic synchronization, uncertain parameters*

1. 1. ВЪВЕДЕНИЕ

Характерно свойство на динамичните хаотични системи е тяхната силна чувствителност към началните условия. Въпреки това Pecora и Carroll [1] доказват, че синхронизация между две хаотични системи е постижима използвайки изхода на управляващата система за генериране на такова управление на подчинената система, че двете системи да приспособят динамиката си една към друга. През последните две десетилетия хаотичната синхронизация е обект на засилен интерес в различни области като физика [2], химия [3], екология [4], защитени комуникации [5] и други. Съществуват различни видове хаотична синхронизация, като най-разпространената форма на синхронизация между хаотични системи е

© 2017 Publishing House of Technical University of Sofia
All rights reserved

ISSN 1311-0829

идентичната синхронизация [6]. Когато две хаотични системи са стартирани от различни начални условия и функциите на разсъгласуване представляващи разликите между съответстващите си двойки променливи на състоянието на подлежащите на синхронизация системи се установяват в нула, се казва, че между двете системи има идентична синхронизация.

Въпреки, че този тип синхронизация по същество е най-прост, то дори и при него може да се постигне много добро ниво на защита на информацията, ако на базата на хаотична синхронизация се синтезира система за защитени комуникации. При тези системи синхронизиращият хаотичен сигнал се използва за маскиране на информационния сигнал.

В настоящата статия се разглежда постигането на синхронизирано поведение между две идентични хаотични системи на Wang с параметри, които могат да претърпят изменения във времето.

2. ОПИСАНИЕ НА ПРОБЛЕМА

Повечето видове хаотична синхронизация се базират на точно познаване на структурата на системата и нейните параметри. На практика обаче в една хаотична система някои или всички параметри могат да се изменят във времето. Следователно, за постигане на синхронизация между две такива системи е необходимо синтезирането на такъв тип управление на подчинената система, че да се компенсират измененията в параметрите.

Обект на изследване в настоящата статия е хаотичната система от трети ред, открита през 2009г от Wang [7], която се представя чрез следните уравнения:

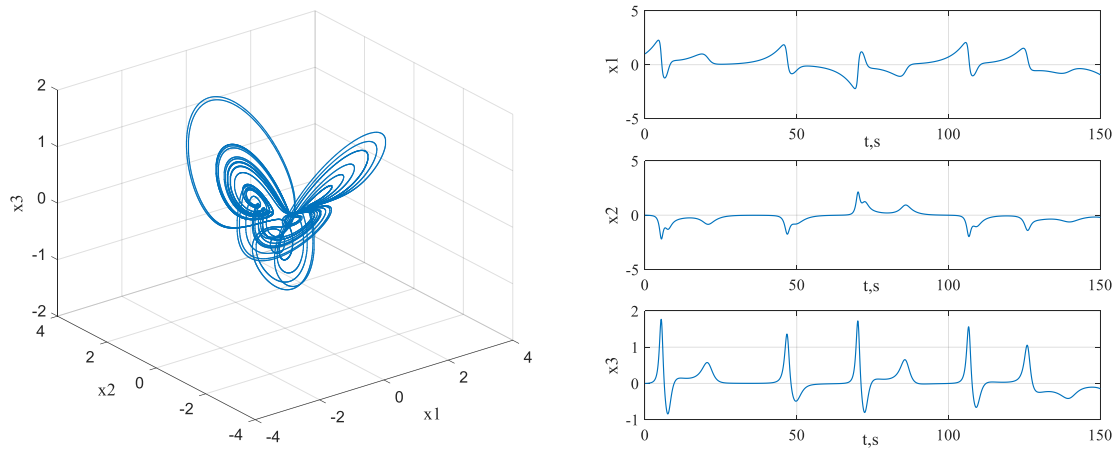
$$\begin{aligned} \dot{x}_1 &= ax_1 + x_2x_3 \\ \dot{x}_2 &= -bx_1 - cx_2 - x_1x_3 \\ \dot{x}_3 &= -dx_3 - x_1x_2 \end{aligned} \tag{1}$$

където $x_i, i = 1 \div 3$ са променливите на системата, а a, b, c и d са нейните параметри.

Изменяйки стойностите на параметрите, динамичното поведение на системата се изменя между състояние на хаос и периодичност.

За стойности на параметрите $a = 0.2,\ b = 0.01,\ c = 0.4$ и $d = 1$ системата на Wang има хаотичен характер. Моделът (1) е симулиран с продукта MATLAB (Simulink) с произволно избрани начални условия: $x_1(0) = 1,\ x_2(0) = 0$ и $x_3(0) = 0.$

Полученият хаотичен атрактор е показан на фиг. 1а, а на фиг. 1б са показани времевите характеристики $x_i(t), i = 1 \div 3$ на системата.



а) **б)**

Фиг.1.а) Хаотичен атрактор в пространството на състоянието
б) Времеви характеристики на системата

3. РЕШЕНИЕ НА ПРОБЛЕМА

При задачите за синхронизация на хаотични системи най-често се синтезира синхронизационна схема между две еднотипни, непрекъснати системи с еднопосочна връзка между тях. Системата, която осигурява синхронизиращия сигнал се нарича управляваща система (2), а тази която приема този сигнал и настройва своята динамика към тази на управляващата система – управлявана (подчинена) система (3). Двете могат да бъдат представени посредством следният обобщен запис:

$$\dot{\mathbf{x}} = f(\mathbf{x}), \tag{2}$$
$$\dot{\tilde{\mathbf{x}}} = f(\tilde{\mathbf{x}}) + u(\mathbf{x}, \tilde{\mathbf{x}}), \tag{3}$$

където $\dot{\mathbf{x}}, \dot{\tilde{\mathbf{x}}} \in \Re^n$ са векторите на състоянието на системата, $f(\mathbf{x})$ и $f(\tilde{\mathbf{x}})$ са нелинейни функции, а $u(\mathbf{x}, \tilde{\mathbf{x}})$ е управляващ сигнал към системата (3). Началните условия на системата са различни, т.е. $\mathbf{x}(0) \neq \tilde{\mathbf{x}}(0)$.
За да се осъществи идентична синхронизация между системите (2) и (3) се търси такова управление $u(\mathbf{x}, \tilde{\mathbf{x}})$, че да бъде изпълнено условието:

$$\lim_{t\to\infty} e_i(t) = 0, \tag{4}$$

където функцията на разсъгласуване между системите $e_i(t)$ има следния вид:

$$e_i(t) = x_i(t) - \tilde{x}_i(t), \tag{5}$$

Съответно:

$$\dot{e}_i(t) = \dot{x}_i(t) - \dot{\tilde{x}}_i(t) \tag{6}$$

След заместване на (2) и (3) в (6) се получава:

$$\dot{\mathbf{e}}(t) = f(\mathbf{x}) - f(\tilde{\mathbf{x}}) - u(\mathbf{x}, \tilde{\mathbf{x}}) = h(\mathbf{x}, \tilde{\mathbf{x}}) - u(\mathbf{x}, \tilde{\mathbf{x}}), \quad (7)$$

където $h(\mathbf{x}, \tilde{\mathbf{x}}) = f(\mathbf{x}) - f(\tilde{\mathbf{x}})$.

Синтезът на управление се реализира на основата на втория метод за устойчивост на Ляпунов, където се търси функция $V(e)$, която да отговаря на условията:

$$V(e) > 0, \ \forall e \neq 0, \quad (8)$$
$$V(e) = 0, \ e = 0, \quad (9)$$
$$\frac{dV(e)}{dt} < 0, \ \forall e \neq 0, \quad (10)$$

Най-често с цел да се изпълнят трите условия избраната функция на Ляпунов е квадратична функция от отделните съставящи на вектора **e**, например:

$$V(e) = \frac{1}{2}(e_1^2 + e_2^2 + \cdots + e_n^2). \quad (11)$$

Изпълнението на третото условие ще се търси чрез подходящ синтез на управляващите функции към подчинената система $u(\mathbf{x}, \tilde{\mathbf{x}})$. Те трябва да бъдат така синтезирани, че за първата производна на функцията $V(e)$:

$$\frac{dV(e)}{dt} = e_1\dot{e}_1 + e_2\dot{e}_2 + \cdots e_n\dot{e}_n. \quad (12)$$

да се получи отрицателно определен израз, например от типа:

$$\frac{dV(e)}{dt} = -k_1e_1^2 - k_2e_2^2 - \cdots - k_ne_n^2, \quad (13)$$

където при положителни константи k_i се изпълнява условието (11).
Нека се избере управляваща функция $u(x, \tilde{x})$ от типа:

$$u(\mathbf{x}, \tilde{\mathbf{x}}) = h(\mathbf{x}, \tilde{\mathbf{x}}) + k(\mathbf{e}), \quad (14)$$

където първата част $h(\mathrm{x}, \tilde{\mathrm{x}})$ има за цел да елиминира първата съставяща на системата от разсъгласуването (7), а втората част да осигури изпълнението на условието (10). След заместване на (14) в (7) за системата от разсъгласуването се получава:

$$\dot{e}_i(t) = -k_i(e_i). \quad (15)$$

При така синтезирано двукомпонентно управление (14), системата от разсъгласуването (5) ще се стабилизира в точката $e_i = 0$, която съответства на избраната

форма на синхронизация.
Нека се синтезира синхронизационна схема от типа (2), (3) с управляваща система (1) и подчинена система:

$$\begin{aligned}\dot{\tilde{x}}_1 &= a\tilde{x}_1 + \tilde{x}_2\tilde{x}_3 + u_1\\ \dot{\tilde{x}}_2 &= -b\tilde{x}_1 - c\tilde{x}_2 - \tilde{x}_1\tilde{x}_3 + u_2\\ \dot{\tilde{x}}_3 &= -d\tilde{x}_3 - \tilde{x}_1\tilde{x}_2 + u_3\end{aligned} \quad (16)$$

Номинални стойности на параметрите на системите са означени с a, b, c и d, а впоследствие параметричните неопределености съответно с A, B, C и D.
Системата от разсъгласуването при функции на разсъгласуване от типа (6) има следния вид:

$$\begin{aligned}\dot{e}_1 &= \dot{x}_1 - \dot{\tilde{x}}_1\\ \dot{e}_2 &= \dot{x}_2 - \dot{\tilde{x}}_2\\ \dot{e}_3 &= \dot{x}_3 - \dot{\tilde{x}}_3\end{aligned} \quad (17)$$

Следователно при заместване на (1) и (16) в (17) в следствие на няколко прости математически преобразувания се получават следните зависимости:

$$\begin{aligned}\dot{e}_1 &= ae_1 + x_2x_3 - \tilde{x}_2\tilde{x}_3 - u_1\\ \dot{e}_2 &= -be_1 - ce_2 - x_1x_3 + \tilde{x}_1\tilde{x}_3 - u_2\\ \dot{e}_3 &= -de_3 - x_1x_2 + \tilde{x}_1\tilde{x}_2 - u_3\end{aligned} \quad (18)$$

Приемайки, че параметрите на системата се изменят във времето и вземайки в предвид избрания вид (14) за управляващите функции се получава:

$$\begin{aligned}u_1 &= A(t)e_1 + x_2x_3 - \tilde{x}_2\tilde{x}_3 + k_1e_1\\ u_2 &= -B(t)e_1 - C(t)e_2 - x_1x_3 + \tilde{x}_1\tilde{x}_3 + k_2e_2\\ u_3 &= -D(t)e_3 - x_1x_2 + \tilde{x}_1\tilde{x}_2 + k_3e_3\end{aligned} \quad (19)$$

където $A(t)$, $B(t)$, $C(t)$ и $D(t)$ са прогнозираните стойности на неопределените параметри ***a, b, c*** и ***d***. По този начин параметричните неопределености участват не само в управляващия сигнал, а и в системите инициирайки функция на адаптивност.
Замествайки получените управления (19) системата от разсългласуването придобива следния вид:

$$\begin{aligned}\dot{e}_1 &= ae_1 + x_2x_3 - \tilde{x}_2\tilde{x}_3 - A(t)e_1 - x_2x_3 + \tilde{x}_2\tilde{x}_3 - k_1e_1\\ \dot{e}_2 &= -be_1 - ce_2 - x_1x_3 + \tilde{x}_1\tilde{x}_3 + B(t)e_1 + C(t)e_2 + x_1x_3 - \tilde{x}_1\tilde{x}_3 - k_2e_2\\ \dot{e}_3 &= -de_3 - x_1x_2 + \tilde{x}_1\tilde{x}_2 + D(t)e_3 + x_1x_2 - \tilde{x}_1\tilde{x}_2 - k_3e_3\end{aligned} \quad (20)$$

или:

$$\dot{e}_1 = \big(a - A(t)\big)e_1 - k_1e_1$$

$$\dot{\boldsymbol{e}}_{\boldsymbol{2}} = -\big(\boldsymbol{b} - \boldsymbol{B}(\boldsymbol{t})\big)\boldsymbol{e}_{\boldsymbol{1}} - \big(\boldsymbol{c} - \boldsymbol{C}(\boldsymbol{t})\big)\boldsymbol{e}_{\boldsymbol{2}} - \boldsymbol{k}_{\boldsymbol{2}}\boldsymbol{e}_{\boldsymbol{2}} \qquad (21)$$
$$\dot{\boldsymbol{e}}_{\boldsymbol{3}} = -\big(\boldsymbol{d} - \boldsymbol{D}(\boldsymbol{t})\big)\boldsymbol{e}_{\boldsymbol{3}} - \boldsymbol{k}_{\boldsymbol{3}}\boldsymbol{e}_{\boldsymbol{3}}$$

Дефинират се следните функции:

$$\begin{aligned} e_a(t) &= a - A(t) \\ e_b(t) &= b - B(t) \\ e_c(t) &= c - C(t) \\ e_d(t) &= d - D(t) \end{aligned} \qquad (22)$$

След диференцирана на (22) спрямо времето се получава:

$$\begin{aligned} \dot{e}_a(t) &= -\dot{A}(t) \\ \dot{e}_b(t) &= -\dot{B}(t) \\ \dot{e}_c(t) &= -\dot{C}(t) \\ \dot{e}_d(t) &= -\dot{D}(t) \end{aligned} \qquad (23)$$

След заместване на функциите (22) в системата от разсъгласуването (21) се получава:

$$\begin{aligned} \dot{\boldsymbol{e}}_{\boldsymbol{1}} &= \boldsymbol{e}_{\boldsymbol{a}}\boldsymbol{e}_{\boldsymbol{1}} - \boldsymbol{k}_{\boldsymbol{1}}\boldsymbol{e}_{\boldsymbol{1}} \\ \dot{\boldsymbol{e}}_{\boldsymbol{2}} &= -\boldsymbol{e}_{\boldsymbol{b}}\boldsymbol{e}_{\boldsymbol{1}} - \boldsymbol{e}_{\boldsymbol{c}}\boldsymbol{e}_{\boldsymbol{2}} - \boldsymbol{k}_{\boldsymbol{2}}\boldsymbol{e}_{\boldsymbol{2}} \\ \dot{\boldsymbol{e}}_{\boldsymbol{3}} &= -\boldsymbol{e}_{\boldsymbol{d}}\boldsymbol{e}_{\boldsymbol{3}} - \boldsymbol{k}_{\boldsymbol{3}}\boldsymbol{e}_{\boldsymbol{3}} \end{aligned} \qquad (24)$$

Избраната квадратична функция на Ляпунов (11) заедно с функциите (21) добива вида:

$$V(e) = \tfrac{1}{2}\big(e_1^2 + e_2^2 + e_3^2 + e_{\mathrm{a}}^2 + e_b^2 + e_{\mathrm{c}}^2 + e_{\mathrm{d}}^2\big), \qquad (25)$$

След диференциране спрямо времето като се вземат в предвид (22) и (23), се получава:

$$\begin{aligned} \dot{V} = e_1\dot{e}_1 + e_2\dot{e}_2 + e_3\dot{e}_3 + e_{\mathrm{a}}\dot{e}_{\mathrm{a}} + e_{\mathrm{b}}\dot{e}_{\mathrm{b}} + e_{\mathrm{c}}\dot{e}_{\mathrm{c}} + e_{\mathrm{d}}\dot{e}_{\mathrm{d}} = e_1(e_a e_1 - k_1 e_1) + \\ + e_2(-e_b e_1 - e_c e_2 - k_2 e_2) + e_3(-e_d e_3 - k_3 e_3) + e_{\mathrm{a}}\left(-\dot{A}(t)\right) + \\ + e_{\mathrm{b}}\left(-\dot{B}(t)\right) + e_{\mathrm{c}}\left(-\dot{C}(t)\right) + e_{\mathrm{d}}\left(-\dot{D}(t)\right) \end{aligned} \qquad (26)$$

След кратки математически преобразувания се получава:

$$\begin{aligned} \dot{V} = -k_1 e_1^2 - k_2 e_2^2 - k_3 e_3^2 + e_a\big[e_1^2 - \dot{A}(t)\big] + e_b\big[-e_1 e_2 - \dot{B}(t)\big] + \\ + e_c\big[-e_2^2 - \dot{C}(t)\big] + e_d\big[-e_3^2 - \dot{D}(t)\big] \end{aligned} \qquad (27)$$

На базата на уравнение (27) може да се дефинират следните зависимости за

функциите на неопределените параметри:

$$\begin{aligned} \dot{A}(t) &= e_1^2 + k_4 e_a \\ \dot{B}(t) &= -e_1 e_2 + k_5 e_b \\ \dot{C}(t) &= -e_2^2 + k_6 e_c \\ \dot{D}(t) &= -e_3^2 + k_7 e_d \end{aligned} \tag{28}$$

където $k_{4\div 7}$ са положителни константи. Уравнения (28) се определят на база известен метод за активно управление, който е много популярен при задачи за синхронизация и управление на хаотични системи, включително и такива при които има неопределености на параметрите.

Двете идентични хаотични системи на Wang дадени с уравненията (1) и (16) са идентично синхронизирани за всички начални стойности посредством управляващите функции (19) и установените зависимости за изменящите се параметри (28), където константите k_i, $(i = 1 \div 7)$ са положителни.

Също така грешките от прогнозираните стойности $e_a(t)$, $e_b(t)$, $e_c(t)$ и $e_d(t)$ клонят към нула.

Доказателство за това твърдение е, че избраната функция V на Ляпунов в уравнение (25) е квадратична и положителна функция в множеството $\Re^7$. Също така, замествайки (28) в (27) се получава следното уравнение за $\dot{V}$:

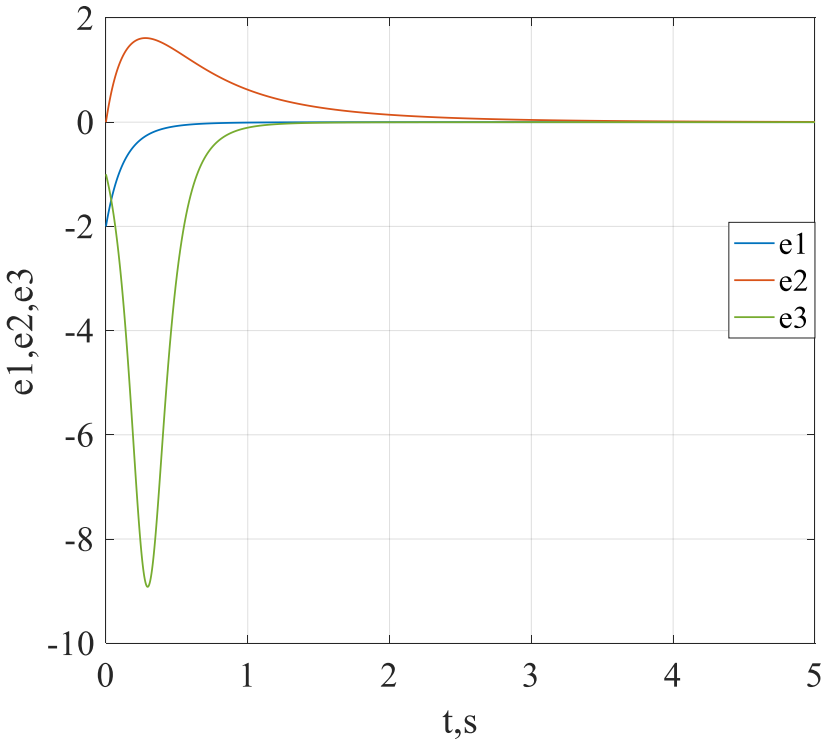
$$\dot{V} = -k_1 e_1^2 - k_2 e_2^2 - k_3 e_3^2 - k_4 e_a^2 - k_5 e_{\mathrm{b}}^2 - k_6 e_{\mathrm{c}}^2 - k_7 e_{\mathrm{d}}^2 \tag{29}$$

От (29) е ясно, че първата производна на V е отрицателно определена функция в множеството $\Re^7$, с което функцията V отговаря на условията на втория метод за устойчивост на Ляпунов.

Синхронизационната схема между управляващата система (1) и подчинената система (16) с управляващи функции (19) с коефициенти $k_i = 1$, $i = 1 \div 7$ е симулирана в среда на Simulink. Началните условия на управляващата система са $x(0) = [1\ 0\ 0\ ]^T$, на подчинената система - $\tilde{x}(0) = [3\ 0\ 1]^T$, а началните стойности на прогнозираните параметри са $A(0) = 7$, $B(0) = -9$, $C(0) = 0{,}5$ и $D(0) = 13$, като и трите набора са избрани произволно.

Параметрите на системата се изменят в произволно избраните граници $a = 0{,}1 \div 0{,}7$, $b = 0.01 \div 0{,}9$, $c = 0.1 \div 0{,}8$ и $d = 1 \div 4$ на всеки 5sec.

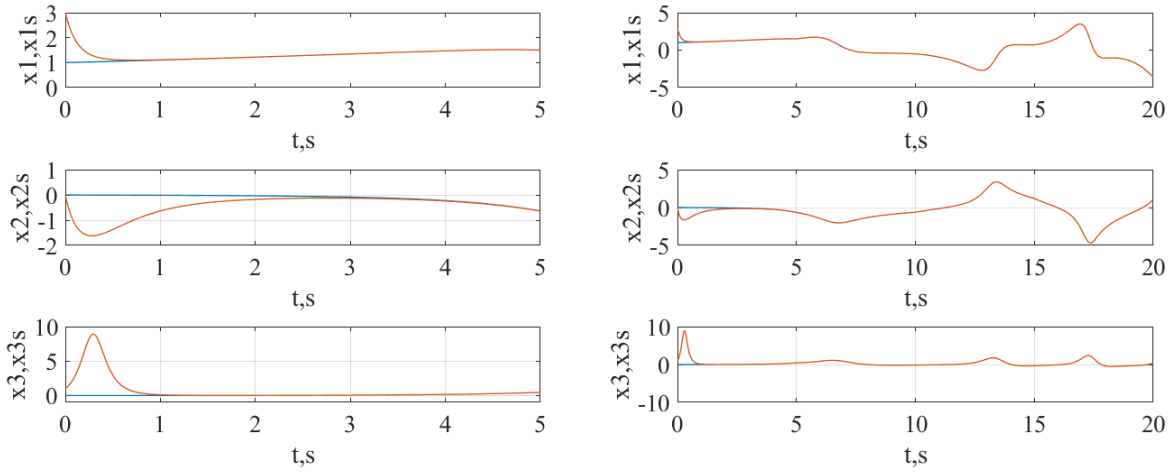
На фиг.2 са представени получените функции на разсъгласуване (24), които графично потвърждават настъпването на режим на хаотична синхронизация около четвъртата секунда от преходния процес.



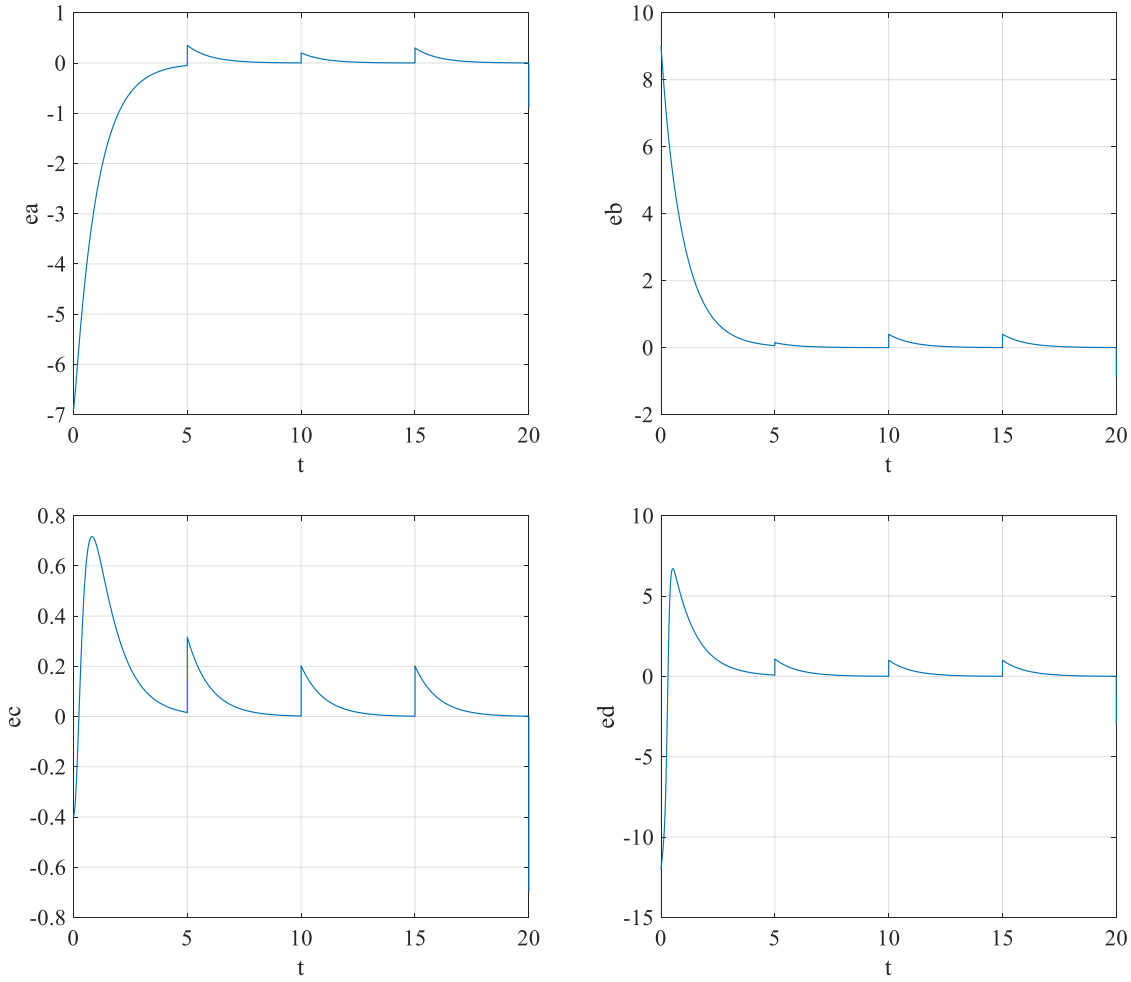
Фиг.2. Функции на разсъгласуване $e_i(t)$, $i = 1 \div 3$

От фиг.3, на която е показана съвместната динамика на променливите на управляващата и подчинената системи $x_i(t), \tilde{x}_i(t)$, $i = 1 \div 3$, става ясно, че след края на преходния процес състоянията на двете системи стават напълно идентични.

Подчинената система придобива същата динамика на хаотичните движения която има управляващата система след преходен процес от около 2sec.



Фиг.3. Съвместна динамика на променливите на двете системи $x_i(t), \tilde{x}_i(t)$, $i = 1 \div 3$



Фиг.4. Функции на грешките от прогнозиране на параметрите

На фиг.4 са представени графично функциите на разсъгласуване между началните и прогнозираните стойности на параметрите на хаотичната система. На всеки 5sec ясно се отличават моментите на изменение на стойностите на параметрите ***a, b, c*** и ***d*** в произволно избраните граници $a = 0{,}1 \div 0{,}7$, $b = 0.01 \div 0{,}9$, $c = 0.1 \div 0{,}8$ и $d = 1 \div 4$. От графиката се вижда, че преходният процес необходим на системата за повторно установяване на грешката в нула е приблизително 2,5 sec.

От фиг.2 и фиг.4 ясно се вижда, че системата се адаптира към изменението на параметрите на системата и необходимият преходен процес за повторното установяване на грешките $e_a(t)$, $e_b(t)$, $e_c(t)$ и $e_d(t)$ в нула не оказва влияние на грешките от разсъгласуване на системата.

4. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

На базата на синтезираната хаотична синхронизационна схема на основата на втория метод за устойчивост на Ляпунов успешно е получено синхронно поведение на двете хаотични системи. Представения в доклада подход за синтез на управление към подчинената система може да се комбинира с различни видове хаотична синхронизация. Това, заедно с несигурният характер на хаотичните

системи може да осигури допълнителни предимства по отношение на сигурността при изграждането на хаотична комуникационна система на основата на синтезираните синхронизационни системи.

ЛИТЕРАТУРА

[1] L. M. Pecora and T. L. Carroll, “Synchronization in chaotic systems,” Physical Review Letters, vol. 64, pp. 821-824, 1990.

[2] S. Boccaletti, C. Grebogi, “The control of chaos: theory and applications”, Physics Reports, vol. 329, pp. 103-197, 2000.

[3] Y. N. Li, L. Chen, Z. S. Cai, X. Z. Zhao, “Experimental study of chaos synchronization in the Belousov-Zhabotinsky chemical system,” Chaos, Solitons & Fractals, vol. 22, no. 4, pp. 767-771, 2004.

[4] B. Blasius, A. Huppert, and L. Stone, “Complex dynamics and phase synchronization in spatially extended ecological system,” Nature, vol. 399, pp. 354-359, 1999.

[5] S. Qu, X. Wang, M. Gong, “Secure Communication Based on Synchronization of Unified Chaotic Systems,” International Conference on Intelligent Information Hiding and Multimedia Signal Processing, pp. 1336 – 1339, 2008.

[6] L. Tian, D. Li, X. Sun. “Synchronization of N different hyperchaotic systems”. Control and Decision Conference, 2009.

[7] Z. Wang, Y. Sun, B. J. van Wyk, G. Qi and M. A. van Wyk, “A 3-D four-wing attractor and its analysis,” Brazilian Journal of Physics, vol. 39, no. 3, pp. 547-553, 2009.

Автори: Христина Стойчева маг. инж., докторант, катедра АИУТ, ТУ Габрово, E-mail address: *hsstoycheva@abv.bg*; Драгомир Чантов, доц. д-р, катедра АИУТ, ТУ Габрово, E-mail address: *dchantov@abv.bg*

Постъпила на 09.05.2017 г. **Рецензент:** доц. д-р Камен Перев

Годишник на Технически Университет - София, том 67, книга 2, 2017
Proceedings of the Technical University of Sofia, Volume 67, Issue 2, 2017

ПОСЛЕДОВАТЕЛНИ БЕЗКВАДРАТНИ ЧИСЛА ОТ СПЕЦИАЛЕН ВИД

Стоян Димитров

Резюме: *В настоящата статия даваме асимптотична формула за броя на двойките последователни безквадратни числа от специален вид.*

Ключови думи: *Безквадратни числа, експоненциални суми.*

CONSECUTIVE SQUARE-FREE NUMBERS OF A SPECIAL FORM

Stoyan Dimitrov

Abstract: *In the present paper we give an asymptotic formula for the number of pairs of consecutive square-free numbers of a special form.*

Keywords: *Square-free numbers, exponential sums.*

1 Notations.

Let X be a sufficiently large positive number. By ε we denote an arbitrary small positive number, not necessarily the same in different occurrences. We denote by $\mu(n)$ the Möbius function and by $\tau(n)$ the number of positive divisors of n. As usual $[t]$ and $\{t\}$ denote the integer part, respectively, the fractional part of t. Let $||t||$ be the distance from t to the nearest integer. Instead of $m \equiv n \pmod{k}$ we write for simplicity $m \equiv n\,(k)$. As usual $e(t)$=$\exp(2\pi i t)$. For positive A and B we write $A \asymp B$ instead of $B \ll A \ll B$. Let c be a real constant such that $1 < c < 3/2$.

Denote

$$z = X^{\frac{3-2c}{2}}; \tag{1}$$

$$\gamma = 1/c; \tag{2}$$

$$\psi(t) = \{t\} - 1/2; \tag{3}$$

$$\sigma = \prod_p \left(1 - \frac{2}{p^2}\right). \tag{4}$$

© 2017 Publishing House of Technical University of Sofia
All rights reserved

ISSN 1311-0829

2 Introduction and statement of the result.

The problem for the consecutive square-free numbers arises in 1932 when Carlitz [4] proved that

$$\sum_{n\le X}\mu^2(n)\mu^2(n+1)=\sigma X+\mathcal{O}\big(X^{\frac{2}{3}+\varepsilon}\big)\,, \tag{5}$$

where σ is denoted by (4). Formula (5) was subsequently improved by Heath-Brown [5] and by Reuss [6].

On the other hand in 2008 Cao and Zhai [3] proved that for any fixed $1<c<149/87$ the asymptotic formula

$$\sum_{n\le X}\mu^2([n^c])=\frac{6}{\pi^2}X+\mathcal{O}\left(X^{1-\varepsilon}\right) \tag{6}$$

holds. Their earlier result [2] covers the narrower range $1<c<61/36$.

Define

$$S_c(X)=\sum_{X/2<n\le X}\mu^2([n^c])\mu^2([n^c]+1)\,. \tag{7}$$

We couple the theorems (5) and (6) by proving

Theorem 1 *Let $1<c<3/2$. Then the asymptotic formula*

$$S_c(X)=\frac{1}{2}\sigma X+\mathcal{O}\left(X^{\frac{2c+1}{4}+\varepsilon}\right)\,,$$

holds. Here σ is defined by (4).

3 Lemmas.

Lemma 1 *Let $|f^{(m)}(x)|\asymp YX^{1-m}$ for $1<X<x\le 2X$ and $m=1,2,....$ Then*

$$\sum_{X<n\le 2X}e(f(n))\ll Y^{\kappa}X^{\lambda}+Y^{-1}\,,$$

where (κ,λ) is any exponent pair.

Proof. See [1].

Lemma 2 *Let $n\in\mathbb{N}$. Then*

$$\tau(n)\ll n^{\varepsilon}\,.$$

4 Proof of the Theorem.

We use (7) and the well-known identity $\mu^2(n) = \sum_{d^2|n} \mu(d)$ to write

$$\begin{aligned} S_c(X) &= \sum_{X/2<n\le X} \sum_{d^2|[n^c]} \mu(d) \sum_{t^2|[n^c]+1} \mu(t) \\ &= \sum_{\substack{d,t\\(d,t)=1}} \mu(d)\mu(t) \sum_{\substack{X/2<n\le X\\ [n^c]\equiv 0\,(d^2)\\ [n^c]+1\equiv 0\,(t^2)}} 1 \\ &= \sum_{\substack{d,t\\(d,t)=1}} \mu(d)\mu(t) \sum_{\substack{((X/2)^c-1)d^{-2}<k\le X^c d^{-2}\\ kd^2+1\equiv 0\,(t^2)}} \sum_{\substack{X/2<n\le X\\ [n^c]=kd^2}} 1 \\ &= \sum_{\substack{d,t\\(d,t)=1}} \mu(d)\mu(t) \sum_{\substack{((X/2)^c-1)d^{-2}<k\le X^c d^{-2}\\ kd^2+1\equiv 0\,(t^2)}} \sum_{\substack{X/2<n\le X\\ kd^2\le n^c<kd^2+1}} 1 \\ &= \sum_{\substack{d,t\\(d,t)=1}} \mu(d)\mu(t) \sum_{\substack{(X/2)^c d^{-2}<k\le X^c d^{-2}\\ kd^2+1\equiv 0\,(t^2)}} \sum_{(kd^2)^\gamma\le n<(kd^2+1)^\gamma} 1+\mathcal{O}(X^\varepsilon) \\ &= S_c^{(1)}(X) + S_c^{(2)}(X) + \mathcal{O}(X^\varepsilon)\,, \end{aligned} \tag{8}$$

where

$$S_c^{(1)}(X) = \sum_{\substack{dt\le z\\(d,t)=1}} \mu(d)\mu(t) \sum_{\substack{(X/2)^c d^{-2}<k\le X^c d^{-2}\\ kd^2+1\equiv 0\,(t^2)}} \sum_{(kd^2)^\gamma\le n<(kd^2+1)^\gamma} 1\,, \tag{9}$$

$$S_c^{(2)}(X) = \sum_{\substack{dt> z\\(d,t)=1}} \mu(d)\mu(t) \sum_{\substack{(X/2)^c d^{-2}<k\le X^c d^{-2}\\ kd^2+1\equiv 0\,(t^2)}} \sum_{(kd^2)^\gamma\le n<(kd^2+1)^\gamma} 1\,. \tag{10}$$

Estimation of $\mathbf{S_c^{(1)}(X)}$.

From (9) we have

$$\begin{aligned} S_c^{(1)}(X) &= \sum_{\substack{dt\le z\\(d,t)=1}} \mu(d)\mu(t) \sum_{\substack{(X/2)^c d^{-2}<k\le X^c d^{-2}\\ kd^2+1\equiv 0\,(t^2)}} \Big([-(kd^2)^\gamma] - [-(kd^2+1)^\gamma]\Big) \\ &= S_c^{(3)}(X) + S_c^{(4)}(X)\,, \end{aligned} \tag{11}$$

where

$$S_c^{(3)}(X) = \sum_{\substack{dt\le z\\(d,t)=1}} \mu(d)\mu(t) \sum_{\substack{(X/2)^c d^{-2}<k\le X^c d^{-2}\\ kd^2+1\equiv 0\,(t^2)}} \Big((kd^2+1)^\gamma - (kd^2)^\gamma\Big)\,, \tag{12}$$

$$S_c^{(4)}(X) = \sum_{\substack{dt\le z\\(d,t)=1}} \mu(d)\mu(t) \sum_{\substack{(X/2)^c d^{-2}<k\le X^c d^{-2}\\ kd^2+1\equiv 0\,(t^2)}} \Big(\psi(-(kd^2+1)^\gamma) - \psi(-(kd^2)^\gamma)\Big)\,. \tag{13}$$

First we shall estimate $S_c^{(3)}(X)$.
Using (12) and Abel's transformation we obtain

$$
\begin{aligned}
S_c^{(3)}(X) &= \sum_{\substack{dt\le z\\(d,t)=1}} \mu(d)\mu(t) \sum_{\substack{(X/2)^c d^{-2}<k\le X^c d^{-2}\\ kd^2+1\equiv 0\,(t^2)}} (kd^2)^{\gamma}\Big(\gamma(kd^2)^{-1}+\mathcal{O}\big((kd^2)^{-2}\big)\Big)\\
&= \gamma \sum_{\substack{dt\le z\\(d,t)=1}} \mu(d)\mu(t) d^{2(\gamma-1)} \sum_{\substack{(X/2)^c d^{-2}<k\le X^c d^{-2}\\ kd^2+1\equiv 0\,(t^2)}} k^{\gamma-1}\\
&+ \mathcal{O}\Bigg(\sum_{\substack{dt\le z\\(d,t)=1}} d^{2(\gamma-2)} \sum_{\substack{(X/2)^c d^{-2}<k\le X^c d^{-2}\\ kd^2+1\equiv 0\,(t^2)}} k^{\gamma-2}\Bigg)\\
&= \gamma \sum_{\substack{dt\le z\\(d,t)=1}} \mu(d)\mu(t) d^{2(\gamma-1)} \Bigg[(X^c d^{-2})^{\gamma-1} \sum_{\substack{(X/2)^c d^{-2}<k\le X^c d^{-2}\\ kd^2+1\equiv 0\,(t^2)}} 1\\
&- \int_{(X/2)^c d^{-2}}^{X^c d^{-2}} \Bigg(\sum_{\substack{(X/2)^c d^{-2}<k\le y\\ kd^2+1\equiv 0\,(t^2)}} 1\Bigg)(y^{\gamma-1})'dy\Bigg] + \mathcal{O}\Bigg(X^{1-2c} \sum_{\substack{dt\le z\\(d,t)=1}} \sum_{\substack{(X/2)^c d^{-2}<k\le X^c d^{-2}\\ kd^2+1\equiv 0\,(t^2)}} 1\Bigg)\\
&= \gamma \sum_{\substack{dt\le z\\(d,t)=1}} \mu(d)\mu(t) d^{2(\gamma-1)} \Bigg[X^{1-c} d^{2(1-\gamma)} \Bigg(\frac{2^c-1}{2^c}\frac{X^c}{d^2t^2}+\mathcal{O}(1)\Bigg)\\
&- \int_{(X/2)^c d^{-2}}^{X^c d^{-2}} \Bigg(\frac{y-(X/2)^c d^{-2}}{t^2}+\mathcal{O}(1)\Bigg)(y^{\gamma-1})'dy\Bigg] + \mathcal{O}\Bigg(X^{1-c}\sum_{dt\le z}\frac{1}{d^2t^2}\Bigg)\\
&= \frac{1}{2}X \sum_{\substack{dt\le z\\(d,t)=1}} \frac{\mu(d)\mu(t)}{d^2t^2} + \mathcal{O}\Bigg(X^{1-c}\sum_{dt\le z} 1\Bigg) + \mathcal{O}(1)\\
&= \frac{1}{2}X \sum_{\substack{d,t=1\\(d,t)=1}} \frac{\mu(d)\mu(t)}{d^2t^2} - \frac{1}{2}X \sum_{\substack{dt>z\\(d,t)=1}} \frac{\mu(d)\mu(t)}{d^2t^2} + \mathcal{O}\Bigg(X^{1-c}\sum_{dt\le z} 1\Bigg) + \mathcal{O}(1)\,.
\end{aligned}
\tag{14}
$$

It is well-known that

$$
\sum_{\substack{d,t=1\\(d,t)=1}} \frac{\mu(d)\mu(t)}{d^2t^2} = \prod_p \Big(1-\frac{2}{p^2}\Big)\,, \tag{15}
$$

see ([7], Theorem 2.6.8).

On the other hand by Lemma 2

$$\sum_{\substack{dt>z\\(d,t)=1}} \frac{\mu(d)\mu(t)}{d^2t^2} \ll \sum_{dt>z} \frac{1}{d^2t^2} = \sum_{n>z} \frac{\tau(n)}{n^2} \ll \sum_{n>z} \frac{1}{n^{2-\varepsilon}} \ll z^{\varepsilon-1}\,. \tag{16}$$

By the same way

$$\sum_{dt\le z} 1 = \sum_{n\le z} \tau(n) \ll zX^{\varepsilon}\,. \tag{17}$$

Bearing in mind (1), (4) and (14) – (17) we find

$$S_c^{(3)}(X) = \frac{1}{2}\sigma X + \mathcal{O}\left(X^{\frac{2c+1}{4}+\varepsilon}\right)\,. \tag{18}$$

Now we shall estimate $S_c^{(4)}(X)$.
Replace

$$\Phi(k,d) = \psi(-(kd^2+1)^{\gamma}) - \psi(-(kd^2)^{\gamma})\,. \tag{19}$$

Let $M \ge 2$ is a real parameter, we shall choose latter depending on X, d and t. Using ([7], Lemma 5.2.2) we get

$$\Phi(k,d) = \frac{1}{2\pi i} \sum_{1\le|h|\le M} \frac{\omega(k,d,h)}{h} + \mathcal{O}\big(\omega_1(k,d)\big) + \mathcal{O}\big(\omega_2(k,d)\big)\,, \tag{20}$$

where

$$\omega(k,d,h) = e(-h(kd^2+1)^{\gamma}) - e(-h(kd^2)^{\gamma})\,, \tag{21}$$

$$\omega_1(k,d) = \min\left(1, \frac{1}{M||-(kd^2+1)^{\gamma}||}\right)\,, \quad \omega_2(k,d) = \min\left(1, \frac{1}{M||-(kd^2)^{\gamma}||}\right)\,. \tag{22}$$

From (13), (19), (20) and (22) it follows

$$S_c^{(4)}(X) = \frac{1}{2\pi i} \sum_{\substack{dt\le z\\(d,t)=1}} \mu(d)\mu(t) \sum_{1\le|h|\le M} \frac{1}{h} \sum_{\substack{(X/2)^c d^{-2}<k\le X^c d^{-2}\\ kd^2+1\equiv 0\,(t^2)}} \omega(k,d,h) + \Omega_1 + \Omega_2\,, \tag{23}$$

where Ω_1 and Ω_2 are the contributions of the remainder terms in (20).

Using ([7], Lemma 5.2.3) we obtain

$$\begin{aligned}\Omega_1,\,\Omega_2 &\ll \sum_{\substack{dt\le z\\(d,t)=1}} \sum_{\substack{(X/2)^c d^{-2}<k\le X^c d^{-2}+1/d^2\\ kd^2+1\equiv 0\,(t^2)}} \min\left(1, \frac{1}{M||(kd^2)^{\gamma}||}\right)\\ &\ll \sum_{\substack{dt\le z\\(d,t)=1}} \sum_{\substack{(X/2)^c d^{-2}<k\le X^c d^{-2}+1/d^2\\ kd^2+1\equiv 0\,(t^2)}} \sum_{h\in\mathbb{Z}} b_M(h) e(h(kd^2)^{\gamma})\,,\end{aligned} \tag{24}$$

where

$$b_M(h) \ll \begin{cases} \frac{\log M}{M} & \text{if } \ h \in \mathbb{Z}\,, \\ \frac{M}{h^2} & \text{if } \ h \in \mathbb{Z}\backslash\{0\}\,. \end{cases} \tag{25}$$

From (24) and (25) we find

$$\Omega_1,\, \Omega_2 \ll \sum_{dt\le z} \frac{X^c}{d^2t^2}\frac{\log M}{M} + \sum_{dt\le z}\frac{\log M}{M} \sum_{1\le|h|\le M} |H(t,h)| + \sum_{dt\le z} M \sum_{|h|>M} \frac{|H(t,h)|}{h^2}\,, \tag{26}$$

where

$$H(t,h) = \sum_{((X/2)^c+1)t^{-2}<l\le(X^c+2)t^{-2}} e(h(lt^2-1)^\gamma)\,. \tag{27}$$

Denote

$$f(y) = h(yt^2-1)^\gamma\,.$$

We have

$$|f^{(m)}(y)| \asymp hX^{1-c}t^2(X^ct^{-2})^{1-m} \tag{28}$$

for

$$y \in \left(\frac{(X/2)^c+1}{t^2},\, \frac{X^c+2}{t^2}\right]\,.$$

Bearing in mind (27), (28) and Lemma 1 with $(\kappa,\lambda)=\left(\frac15,\frac16\right)$ we get

$$H(t,h) \ll (hX^{1-c}t^2)^{\frac15}(X^ct^{-2})^{\frac16} + (hX^{1-c}t^2)^{-1}\,. \tag{29}$$

Taking $M = X^{\frac{2c-1}{3}}(dt)^{-\frac23}$, by (1), (26), (29) and Lemma 2 we obtain

$$\begin{aligned}
\Omega_1,\, \Omega_2 &\ll \sum_{dt\le z} \frac{X^c}{d^2t^2}\frac{\log M}{M} + \sum_{dt\le z}\frac{\log M}{M} \sum_{h\le M} \left(h^{\frac15}t^{\frac{1}{15}}X^{\frac{6-c}{30}} + h^{-1}t^{-2}X^{c-1}\right) \\
&\quad + \sum_{dt\le z} M \sum_{h>M} \left(h^{-\frac95}t^{\frac{1}{15}}X^{\frac{6-c}{30}} + h^{-3}t^{-2}X^{c-1}\right) \\
&\ll X^{c+\varepsilon}\sum_{dt\le z} M^{-1}(dt)^{-2} + X^{\frac{6-c}{30}+\varepsilon}\sum_{dt\le z} M^{\frac15}t^{\frac{1}{15}} + X^{c-1+\varepsilon}\sum_{dt\le z} M^{-1}t^{-2} \\
&\ll X^{\frac{c+1}{3}+\varepsilon}\sum_{dt\le z}(dt)^{-\frac43} + X^{\frac{3c+4}{30}+\varepsilon}\sum_{dt\le z}(dt)^{-\frac{1}{15}} + X^{\frac{c-2}{3}+\varepsilon}\sum_{dt\le z}(dt)^{\frac23} \\
&= X^{\frac{c+1}{3}+\varepsilon}\sum_{n\le z}\tau(n)n^{-\frac43} + X^{\frac{3c+4}{30}+\varepsilon}\sum_{n\le z}\tau(n)n^{-\frac{1}{15}} + X^{\frac{c-2}{3}+\varepsilon}\sum_{n\le z}\tau(n)n^{\frac23} \\
&\ll X^{\frac{c+1}{3}+\varepsilon}\sum_{n\le z} n^{-\frac43} + X^{\frac{3c+4}{30}+\varepsilon}\sum_{n\le z} n^{-\frac{1}{15}} + X^{\frac{c-2}{3}+\varepsilon}\sum_{n\le z} n^{\frac23} \\
&\ll X^{\frac{c+1}{3}+\varepsilon}z^{-\frac13} + X^{\frac{3c+4}{30}+\varepsilon}z^{\frac{14}{15}} + X^{\frac{c-2}{3}+\varepsilon}z^{\frac53} \\
&\ll X^{\frac{2c+1}{4}+\varepsilon}\,.
\end{aligned} \tag{30}$$

From (23) and (30) it follows

$$S_c^{(4)}(X) \ll \sum_{dt\le z}\sum_{h\le M}\frac{1}{h}|S_c^{(5)}(X)| + X^{\frac{2c+1}{4}+\varepsilon}\,, \tag{31}$$

where

$$S_c^{(5)}(X) = \sum_{\substack{(X/2)^c d^{-2}<k\le X^c d^{-2}\\ kd^2+1\equiv 0\,(t^2)}} \omega(k,d,h)\,. \tag{32}$$

We have

$$\omega(k,d,h) = \theta_h(kd^2)e(-h(kd^2)^\gamma)\,, \tag{33}$$

where

$$\theta_h(t) = e(h(t^\gamma - (t+1)^\gamma)) - 1\,. \tag{34}$$

Using (32), (33) and Abel's transformation we find

$$\begin{aligned} S_c^{(5)}(X) &= \sum_{\substack{(X/2)^c d^{-2}<k\le X^c d^{-2}\\ kd^2+1\equiv 0\,(t^2)}} \theta_h(kd^2)e(-h(kd^2)^\gamma)\\ &= \theta_h(X^c)\sum_{\substack{(X/2)^c d^{-2}<k\le X^c d^{-2}\\ kd^2+1\equiv 0\,(t^2)}} e(-h(kd^2)^\gamma)\\ &\quad - \int\limits_{(X/2)^c d^{-2}}^{X^c d^{-2}} (\theta_h(yd^2))' \sum_{\substack{(X/2)^c d^{-2}<k\le y\\ kd^2+1\equiv 0\,(t^2)}} e(-h(kd^2)^\gamma)dy\\ &\ll \left(|\theta_h(X^c)| + d^2\int\limits_{(X/2)^c d^{-2}}^{X^c d^{-2}} |\theta_h'(yd^2)|dy\right)\max_{y\in[(X/2)^c d^{-2}, X^c d^{-2}]}|S_c^{(6)}(X,y)|\,, \end{aligned} \tag{35}$$

where

$$S_c^{(6)}(X,y) = \sum_{\substack{(X/2)^c d^{-2}<k\le y\\ kd^2+1\equiv 0\,(t^2)}} e(h(kd^2)^\gamma)\,. \tag{36}$$

Consider $\theta_h(X^c)$. By (34) and the mean-value theorem we get

$$|\theta_h(X^c)| \le 2|\sin\big(\pi h((X^c)^\gamma - (X^c+1)^\gamma)\big)| \ll |h|\big|(X^c)^\gamma - (X^c+1)^\gamma\big| \ll |h|X^{1-c}\,. \tag{37}$$

On the other hand

$$\theta_h'(t) = 2\pi i h\gamma\big(t^{\gamma-1} - (t+1)^{\gamma-1}\big)e\big(h(t^\gamma - (t+1)^\gamma)\big) \ll |h|t^{\gamma-2}$$

therefore

$$\theta_h'(t) \ll |h|X^{1-2c} \quad \text{for} \quad t\in[(X/2)^c, X^c]\,. \tag{38}$$

Bearing in mind (35) – (38) we obtain

$$S_c^{(5)}(X) \ll |h| X^{1-c} \max_{y \in [(X/2)^c d^{-2}, X^c d^{-2}]} |S_c^{(6)}(X,y)| \,. \tag{39}$$

Thus from (31), (36) and (39) it follows

$$S_c^{(4)}(X) \ll X^{1-c} \sum_{dt \le z} \sum_{h \le M} \max_{y \in [(X/2)^c d^{-2}, X^c d^{-2}]} |S_c^{(6)}(X,y)| + X^{\frac{2c+1}{4}+\varepsilon} \,. \tag{40}$$

By (36) we have

$$S_c^{(6)}(X,y) = \sum_{((X/2)^c+1)t^{-2} < l \le (yd^2+2)t^{-2}} e(h(lt^2-1)^\gamma)$$

and arguing as in (27) we find

$$\max_{y \in [(X/2)^c d^{-2}, X^c d^{-2}]} |S_c^{(6)}(X,y)| \ll (hX^{1-c}t^2)^{\frac{1}{5}} (X^c t^{-2})^{\frac{1}{6}} + (hX^{1-c}t^2)^{-1} \,. \tag{41}$$

Taking $M = X^{\frac{2c-1}{3}} (dt)^{-\frac{2}{3}}$, by (1), (17), (40), (41) and Lemma 2 we get

$$\begin{aligned}
S_c^{(4)}(X) &\ll X^{\frac{36-31c}{30}} \sum_{dt \le z} \sum_{h \le M} h^{\frac{1}{5}} t^{\frac{1}{15}} + \sum_{dt \le z} \sum_{h \le M} h^{-1} t^{-2} + X^{\frac{2c+1}{4}+\varepsilon} \\
&\ll X^{\frac{36-31c}{30}} \sum_{dt \le z} M^{\frac{6}{5}} t^{\frac{1}{15}} + X^{\varepsilon} \sum_{dt \le z} 1 + X^{\frac{2c+1}{4}+\varepsilon} \\
&\ll X^{\frac{24-7c}{30}+\varepsilon} \sum_{dt \le z} (dt)^{-\frac{23}{15}} + X^{\frac{2c+1}{4}+\varepsilon} \\
&= X^{\frac{24-7c}{30}+\varepsilon} \sum_{n \le z} \tau(n) n^{-\frac{11}{15}} + X^{\frac{2c+1}{4}+\varepsilon} \\
&\ll X^{\frac{24-7c}{30}+\varepsilon} \sum_{n \le z} n^{-\frac{11}{15}} + X^{\frac{2c+1}{4}+\varepsilon} \\
&\ll X^{\frac{24-7c}{30}+\varepsilon} z^{\frac{4}{15}} + X^{\frac{2c+1}{4}+\varepsilon} \\
&\ll X^{\frac{2c+1}{4}+\varepsilon} \,.
\end{aligned} \tag{42}$$

Bearing in mind (11), (18) and (42) we obtain

$$S_c^{(1)}(X) = \frac{1}{2}\sigma X + \mathcal{O}\left(X^{\frac{2c+1}{4}+\varepsilon}\right) \,. \tag{43}$$

Estimation of $\mathbf{S_c^{(2)}(X)}$.

Using (10) we write

$$S_c^{(2)}(X) \ll (\log X)^2 \sum_{D \le d < 2D} \sum_{T \le t < 2T} \sum_{\substack{(X/2)^c d^{-2} < k \le X^c d^{-2} \\ kd^2+1 \equiv 0 \,(t^2)}} \sum_{(kd^2)^\gamma \le n < (kd^2+1)^\gamma} 1 \,, \tag{44}$$

where

$$\frac{1}{2} \le D, T \le \sqrt{X^c + 1}\,, \quad DT \ge \frac{z}{4}\,. \tag{45}$$

On the one hand (44) and Lemma 2 give us

$$\begin{aligned} S_c^{(2)}(X) &\ll (\log X)^2 \sum_{T \le t < 2T} \sum_{l \le (X^c+1)T^{-2}} \sum_{D \le d < 2D} \sum_{\substack{(X/2)^c d^{-2} < k \le X^c d^{-2} \\ kd^2 = lt^2 - 1}} \sum_{(kd^2)^\gamma \le n < (kd^2+1)^\gamma} 1 \\ &\ll (\log X)^2 X^{1-c} \sum_{T \le t < 2T} \sum_{l \le (X^c+1)T^{-2}} \tau(lt^2 - 1) \\ &\ll X^{1-c+\varepsilon} \sum_{T \le t < 2T} \sum_{l \le (X^c+1)T^{-2}} 1 \\ &\ll X^{1+\varepsilon} T^{-1}\,. \end{aligned} \tag{46}$$

On the other hand (44) and Lemma 2 imply

$$\begin{aligned} S_c^{(2)}(X) &\ll (\log X)^2 \sum_{D \le d < 2D} \sum_{k \le X^c D^{-2}} \sum_{l \le (X^c+1)T^{-2}} \sum_{\substack{T \le t < 2T \\ kd^2 + 1 = lt^2}} \sum_{(kd^2)^\gamma \le n < (kd^2+1)^\gamma} 1 \\ &\ll (\log X)^2 X^{1-c} \sum_{D \le d < 2D} \sum_{k \le X^c D^{-2}} \tau(kt^2 + 1) \\ &\ll X^{1-c+\varepsilon} \sum_{D \le d < 2D} \sum_{k \le X^c D^{-2}} 1 \\ &\ll X^{1+\varepsilon} D^{-1}\,. \end{aligned} \tag{47}$$

By (45) – (47) it follows

$$S_c^{(2)}(X) \ll X^{1+\varepsilon} z^{-\frac{1}{2}}\,. \tag{48}$$

Using (1) and (48) we find

$$S_c^{(2)}(X) \ll X^{\frac{2c+1}{4}+\varepsilon}\,. \tag{49}$$

Bearing in mind (8), (43) and (49) we obtain

$$S_c(X) = \frac{1}{2}\sigma X + \mathcal{O}\left(X^{\frac{2c+1}{4}+\varepsilon}\right)\,, \tag{50}$$

where σ is denoted by (4).

The Theorem is proved.

References

[1] Baker R. C. (1994), ***The square-free divisor problem***, Quart. J. Math., **45**, (1994), 269 – 277.

[2] Cao X., W. Zhai (1998), ***The distribution of square-free numbers of the form*** $[\mathbf{n^c}]$, Journal de Théorie des Nombres de Bordeaux, **10**, (1998), 287 – 299.

[3] Cao X., W. Zhai (2008), ***The distribution of square-free numbers of the form*** $[\mathbf{n^c}]$***, II***, Acta Math. Sinica (Chin. Ser.), **51**, (2008), 1187 – 1194.

[4] Carlitz L. (1932), ***On a problem in additive arithmetic***, Quart. J. Math., **3**, (1932), 273 – 290.

[5] Heath-Brown D. R. (1984), ***The Square-Sieve and Consecutive Square-Free Numbers***, Math. Ann., **266**, (1984), 251 – 259.

[6] Reuss T. (2014), ***Pairs of k-free Numbers, consecutive square-full Numbers***, arXiv:1212.3150v2 [math.NT].

[7] Tolev D. I. (2016), ***Lectures on elementary and analytic number theory I***, St. Kl. Ohridski Univ. Press, (2016), (in Bulgarian).

Author: Stoyan Dimitrov, Ass. Prof. PhD, Department "Mathematical analysis and differential equations", FAMI, Technical University-Sofia, E-mail address: sdimitrov@tu-sofia.bg

Received: May 09, 2017 **Reviewer:** Prof. PhD Ivan Trendafilov

Годишник на Технически Университет - София, том 67, книга 2, 2017
Proceedings of the Technical University of Sofia, Volume 67, Issue 2, 2017

ДИОФАНТОВО НЕРАВЕНСТВО С ЧЕТИРИ ПРОСТИ ЧИСЛА ОТ СПЕЦИАЛЕН ВИД

Стоян Димитров

Резюме: *Нека* $1 < c < 832/825$. *За достатъчно големи числа* $N > 0$ *и произволно малко* $\vartheta > 0$, *неравенството*

$$|p_1^c + p_2^c + p_3^c + p_4^c - N| < \vartheta$$

има решение в прости числа p_1, p_2, p_3 , p_4, *такива че за всяко* $i \in \{1, 2, 3, 4\}$, $p_i + 2$ *има най-много* 32 *прости делителя.*

Ключови думи: *Тегла на Розер, векторно решето, кръгов метод, диофантово неравенство.*

A QUATERNARY DIOPHANTINE INEQUALITY BY PRIME NUMBERS OF A SPECIAL TYPE

Stoyan Dimitrov

Abstract: *Let* $1 < c < 832/825$. *For large real numbers* $N > 0$ *and a small constant* $\vartheta > 0$, *the inequality*

$$|p_1^c + p_2^c + p_3^c + p_4^c - N| < \vartheta$$

has a solution in prime numbers p_1, p_2, p_3, p_4 *such that, for each* $i \in \{1, 2, 3, 4\}$, $p_i + 2$ *has at most* 32 *prime factors.*

Keywords: *Rosser's weights, vector sieve, circle method, diophantine inequality.*

1 Introduction and statements of the result.

In 1952 I. I. Piatetski-Shapiro [7] investigated the inequality

$$|p_1^c + p_2^c + \cdots + p_r^c - N| < \varepsilon \tag{1}$$

where $c > 1$ is not an integer, ε is a fixed small positive number, and $p_1, ..., p_r$ are primes. He proved the existence of an $H(c)$, depending only on c, such that for

© 2017 Publishing House of Technical University of Sofia
All rights reserved

ISSN 1311-0829

all sufficiently large real N, (1) has a solution for $H(c) \leq r$. He established that $H(c) \leq 5$ if $1 < c < 3/2$.

In 1992 Tolev [9] proved that (1) has a solution for $r = 3$ and $1 < c < 15/14$. The interval $1 < c < 15/14$ was subsequently improved by several authors [2], [4], [5], [1].

In 2003 Zhai and Cao [11] proved that (1) has a solution for $r = 4$ and $1 < c < 81/68$. Their result was improved to $1 < c < 97/81$ by Mu [6].

On the other hand a famous and still unsolved problem in Number Theory is the prime-twins conjecture, which states that there exist infinitely many prime numbers p such that $p + 2$ is also a prime.

In 2016 Dimitrov [3] proved that (1) has a solution for $r = 3$, $0 < c < 4/21$ and primes p_1, p_2, p_3 such that, for each $i \in \{1, 2, 3\}$, $p_i + 2$ has at most 10 prime factors.

Recently Tolev [10] proved that (1) has a solution for $r = 3$, $1 < c < 15/14$ and primes p_1, p_2, p_3 such that, for each $i \in \{1, 2, 3\}$, $p_i + 2$ has at most $\left[\frac{369}{180-168c}\right]$ prime factors.

Let P_l is a number with at most l prime factors. Motivated by [10], we shall prove the following theorem.

Theorem 1 *Let A be an arbitrary large and fixed, and let $1 < c < 832/825$. There exists a number $N_0(c) > 0$ such that for each real number $N > N_0(c)$ the inequality*

$$|p_1^c + p_2^c + p_3^c + p_4^c - N| < \frac{1}{(\log N)^A}$$

has a solution in prime numbers p_1, p_2, p_3 such that

$$p_1 + 2 = P_{32}^{'}\,, \quad p_2 + 2 = P_{32}^{''}\,, \quad p_3 + 2 = P_{32}^{'''}\,, \quad p_4 + 2 = P_{32}^{''''}\,.$$

2 Notations and some lemmas.

As usual $\varphi(n)$ denotes Euler's function. We denote by $\tau(n)$ the number of the positive divisors of n. Let (m_1, m_2) be the greatest common divisor. Instead of $m \equiv n \pmod k$ we write for simplicity $m \equiv n\,(k)$. As usual $[y]$ denotes the integer part of y, $e(y) = e^{2\pi\imath y}$. Let c be a fixed real number such that

$1 < c < 832/825$ and N be a sufficiently large number.

$$X = (N/3)^{1/c}\,; \tag{2}$$

$$\tau = X^{57/275-c}\,; \tag{3}$$

$$\vartheta = \frac{1}{(\log X)^{A+1}}\,, \quad A > 20 \text{ is arbitrary large}\,; \tag{4}$$

$$K = \frac{\log^2 X}{\vartheta}\,; \tag{5}$$

$$D = X^{1/11-\varepsilon_0}\,, \quad \varepsilon_0 = 0.001\,; \tag{6}$$

$$\eta = \frac{\varepsilon_0}{9}\,; \tag{7}$$

$$z = X^{\beta}, \quad 0 < \beta < 1/33\,; \tag{8}$$

$$P(z) = \prod_{2<p\le z} p\,, \quad p \text{ -prime number}\,. \tag{9}$$

The value of β will be specified latter.

Let $\lambda^{\pm}(d)$ be the lower and upper bounds Rosser's weights of level D, hence

$$|\lambda^{\pm}(d)| \le 1, \quad \lambda^{\pm}(d) = 0 \quad \text{if} \quad d \ge D \quad \text{or} \quad \mu(d) = 0\,. \tag{10}$$

Lemma 1 *Let $\vartheta \in \mathbb{R}$ and $k \in \mathbb{N}$. There exists a function $\theta(y)$ which is k times continuously differentiable and such that*

$$\begin{aligned}
&\theta(y) = 1 && \textit{for} && |y| \le 3\vartheta/4\,;\\
&0 \le \theta(y) < 1 && \textit{for} && 3\vartheta/4 < |y| < \vartheta\,;\\
&\theta(y) = 0 && \textit{for} && |y| \ge \vartheta\,.
\end{aligned}$$

and its Fourier transform

$$\Theta(x) = \int\limits_{-\infty}^{\infty} \theta(y) e(-xy) dy$$

satisfies the inequality

$$|\Theta(x)| \le \min\left(\frac{7\vartheta}{4}, \frac{1}{\pi|x|}, \frac{1}{\pi|x|}\left(\frac{k}{2\pi|x|\vartheta/8}\right)^k\right).$$

Proof. See [8]. □

Lemma 2 *Let $n \in \mathbb{N}$. Then*

$$\tau(n) \ll n^{\varepsilon}\,,$$

where ε is an arbitrary small positive number.

3 Outline of the proof.

Consider the sum

$$\Gamma = \sum_{\substack{X/2<p_1,p_2,p_3,p_4\le X \\ |p_1^c+p_2^c+p_3^c+p_4^c-N|<\vartheta \\ (p_i+2,P(z))=1,i=1,2,3,4}} \log p_1 \log p_2 \log p_3 \log p_4 \,. \tag{11}$$

Arguing as in [3] we obtain

$$\Gamma \ge 4\Gamma_1 - 3\Gamma_2 \,, \tag{12}$$

where

$$\Gamma_1 = \int_{-\infty}^{\infty} \Theta(t) e(-Nt) L_1(t,X) L_2^3(t,X) dt \,,$$

$$\Gamma_2 = \int_{-\infty}^{\infty} \Theta(t) e(-Nt) L_2^4(t,X) dt \,,$$

$$L_1(t,X) = \sum_{d|P(z)} \lambda^-(d) \sum_{\substack{X/2<p\le X \\ p+2\equiv 0\,(d)}} e(p^c t) \log p \,, \tag{13}$$

$$L_2(t,X) = \sum_{d|P(z)} \lambda^+(d) \sum_{\substack{X/2<p\le X \\ p+2\equiv 0\,(d)}} e(p^c t) \log p \,. \tag{14}$$

We shall consider the sum Γ_1. The sum Γ_2 can be considered in the same way. We divide Γ_1 into three parts

$$\Gamma_1 = \Gamma_1^{(1)} + \Gamma_1^{(2)} + \Gamma_1^{(3)}. \tag{15}$$

where

$$\Gamma_1^{(1)} = \int_{|t|<\tau} \Theta(t) e(-Nt) L_1(t,x) L_2^3(t,X) dt \,, \tag{16}$$

$$\Gamma_1^{(2)} = \int_{\tau\le|t|\le K} \Theta(t) e(-Nt) L_1(t,X) L_2^3(t,X) dt \,, \tag{17}$$

$$\Gamma_1^{(3)} = \int_{|t|>K} \Theta(t) e(-Nt) L_1(t,X) L_2^3(t,X) dt \,. \tag{18}$$

We shall estimate $\Gamma_1^{(3)}$, $\Gamma_1^{(1)}$, $\Gamma_1^{(2)}$ respectively in the sections 4, 5, 6. In section 7 we shall complete the proof of the Theorem.

4 Upper bound for $\Gamma_1^{(3)}$.

Arguing as in [3] we find

Lemma 3 *For the sum $\Gamma_1^{(3)}$, defined by (18), we have*

$$\Gamma_1^{(3)} \ll 1\,. \tag{19}$$

5 Asymptotic formula for $\Gamma_1^{(1)}$.

Let

$$G^{\pm} = \sum_{d|P(z)} \frac{\lambda^{\pm}(d)}{\varphi(d)}\,. \tag{20}$$

Arguing as in [10] we find

$$\Gamma_1^{(1)} = B(X)G^{-}\left(G^{+}\right)^3 + \mathcal{O}\left(\vartheta \frac{X^{4-c}}{(\log X)^{A-11}}\right)\,. \tag{21}$$

where

$$B(X) = \int_{X/2}^{X}\int_{X/2}^{X}\int_{X/2}^{X}\int_{X/2}^{X} \theta(y_1^c + y_2^c + y_3^c + y_4^c - N)dy_1dy_2dy_3dy_4\,. \tag{22}$$

According to ([11], Lemma 8) we have

$$B(X) \gg \vartheta X^{4-c}\,. \tag{23}$$

6 Upper bound for $\Gamma_1^{(2)}$.

The treatment of the intermediate region depends on the following four lemmas.

Lemma 4 *For the sums denoted by (13) and (14) we have*

$$\int_0^1 |L_j(t,X)|^2 dt \ll X\log^5 X\,,\quad j=1,2.$$

Proof. See ([10] , Lemma 11). □

Lemma 5 *Let* $1 < c < 1603/1033$. *Then*

$$\sum_{X/2<n_1,n_2,n_3,n_4\le X} \min\left(1, \frac{1}{|n_1^c+n_2^c-n_3^c-n_4^c|}\right) \ll X^{4-c}\log^5 X\,.$$

Proof. See ([11], Theorem 1). □

Lemma 6 *For the sums denoted by (13) and (14) we have*

$$\int_0^1 |L_j(t,X)|^4 dt \ll X^{4-c+\eta}\,,\quad j=1,2,$$

where η *is defined by (7).*

Proof. We only prove for $j=1$. The case for $j=2$ is analogous.

From (10), (13), Lemma 2 and Lemma 5 it follows

$$\int_0^1 |L_1(t,X)|^4 dt =$$

$$= \sum_{\substack{d_i|P(z)\\ i=1,2,3,4}} \lambda^-(d_1)\cdots\lambda^-(d_4) \sum_{\substack{X/2<p_1,p_2,p_3,p_4\le X\\ p_i+2\equiv 0\,(d_i),i=1,2,3,4}} \log p_1\cdots\log p_4 \int_0^1 e((p_1^c+p_2^c-p_3^c-p_4^c)t)dt$$

$$\ll \sum_{\substack{d_i\le D\\ i=1,2,3,4}} \sum_{\substack{X/2<p_1,p_2,p_3,p_4\le X\\ p_i+2\equiv 0\,(d_i),i=1,2,3,4}} \log p_1\cdots\log p_4 \min\left(1, \frac{1}{|p_1^c+p_2^c-p_3^c-p_4^c|}\right)$$

$$\ll (\log X)^4 \sum_{\substack{d_i\le D\\ i=1,2,3,4}} \sum_{\substack{X/2<n_1,n_2,n_3,n_4\le X\\ n_i+2\equiv 0\,(d_i),i=1,2,3,4}} \min\left(1, \frac{1}{|n_1^c+n_2^c-n_3^c-n_4^c|}\right)$$

$$= (\log X)^4 \sum_{X/2<n_1,n_2,n_3,n_4\le X} \min\left(1, \frac{1}{|n_1^c+n_2^c-n_3^c-n_4^c|}\right) \sum_{\substack{d_1\le D\\ d_1|n_1+2}} 1\cdots \sum_{\substack{d_4\le D\\ d_4|n_4+2}} 1$$

$$\ll (\log X)^4 \sum_{X/2<n_1,n_2,n_3,n_4\le X} \min\left(1, \frac{1}{|n_1^c+n_2^c-n_3^c-n_4^c|}\right)\tau(n_1+2)\cdots\tau(n_4+2)$$

$$\ll X^{\eta/2} \sum_{X/2<n_1,n_2,n_3,n_4\le X} \min\left(1, \frac{1}{|n_1^c+n_2^c-n_3^c-n_4^c|}\right)$$

$$\ll X^{4-c+\eta}\,.$$

□

Lemma 7 *Assume that $\tau \le |\alpha| \le K$. Let $\beta(d)$ be complex number defined for $d \le D$, and let*

$$\beta(d) \ll 1. \tag{24}$$

Then for the sum

$$L(\alpha, X) = \sum_{d \le D} \beta(d) \sum_{\substack{X/2 < p \le X \\ p+2 \equiv 0\,(d)}} e(p^c \alpha) \log p \tag{25}$$

we have

$$L(\alpha, X) \ll X^{\eta} \left(X^{1/3+c/2} D K^{1/2} + X^{3/4+c/6} D^{2/3} K^{1/6} + X^{1-c/6} D^{1/3} \tau^{-1/6} \right),$$

where η is defined by (7).

Proof. See ([10], Lemma 15). □

We next treat $\Gamma_1^{(2)}$, defined by (17). We have

$$\Gamma_1^{(2)} \ll \max_{\tau \le t \le K} |L_1(t, X)| \int_{\tau}^{K} |\Theta(t)||L_2(t, X)|^3 dt \,. \tag{26}$$

Using Cauchy's inequality we obtain

$$\int_{\tau}^{K} |\Theta(t)||L_2(t, X)|^3 dt \ll \left(\int_{\tau}^{K} |\Theta(t)||L_2(t, X)|^2 dt \right)^{1/2} \left(\int_{\tau}^{K} |\Theta(t)||L_2(t, X)|^4 dt \right)^{1/2}. \tag{27}$$

On the one hand from (4), (5), Lemma 1 and Lemma 4 it follows

$$\begin{aligned} \int_{\tau}^{K} |\Theta(t)||L_2(t, X)|^2 dt &\ll \vartheta \int_{\tau}^{1/\vartheta} |L_2(t, X)|^2 dt + \int_{1/\vartheta}^{K} |L_2(t, X)|^2 \frac{dt}{t} \\ &\ll \vartheta \sum_{0 \le n \le 1/\vartheta} \int_{n}^{n+1} |L_2(t, X)|^2 dt + \sum_{1/\vartheta - 1 \le n \le K} \frac{1}{n} \int_{n}^{n+1} |L_2(t, X)|^2 dt \\ &\ll X \log^6 X \,. \end{aligned} \tag{28}$$

On the other hand (4), (5), Lemma 1 and Lemma 6 give us

$$\begin{aligned} \int_{\tau}^{K} |\Theta(t)||L_2(t, X)|^4 dt &\ll \vartheta \int_{\tau}^{1/\vartheta} |L_2(t, X)|^4 dt + \int_{1/\vartheta}^{K} |L_2(t, X)|^4 \frac{dt}{t} \\ &\ll \vartheta \sum_{0 \le n \le 1/\vartheta} \int_{n}^{n+1} |L_2(t, X)|^4 dt + \sum_{1/\vartheta - 1 \le n \le K} \frac{1}{n} \int_{n}^{n+1} |L_2(t, X)|^4 dt \\ &\ll X^{4-c+\eta} \log X \,, \end{aligned} \tag{29}$$

where η is defined by (7).
Therefore by (3) – (7), (26) – (29) and by Lemma 7 we obtain

$$\Gamma_1^{(2)} \ll \vartheta \frac{X^{4-c}}{\log^5 X}\,. \tag{30}$$

Summarizing (15), (19), (21) and (30) we find

$$\Gamma_1 = B(X)G^-(G^+)^3 + \mathcal{O}\left(\vartheta \frac{X^{4-c}}{\log^5 X}\right). \tag{31}$$

7 Proof of the Theorem.

Since $\Gamma_1 = \Gamma_2 = \Gamma_3 = \Gamma_4$ and Γ_5 is estimated in the same way then from (11), (12) and (31) we get

$$\Gamma \geq B(X)W + \mathcal{O}\left(\vartheta \frac{X^{4-c}}{\log^5 X}\right), \tag{32}$$

where

$$W = 4\left(G^+\right)^3\left(G^- - \frac{3}{4}G^+\right). \tag{33}$$

We put

$$\mathcal{F}(z) = \prod_{2<p\leq z}\left(1 - \frac{1}{p-1}\right), \quad s = \frac{\log D}{\log z}\,. \tag{34}$$

Let $f(s)$ and $F(s)$ are the lower and the upper functions of the linear sieve. Arguing as in [?] we obtain

$$W \geq 4\mathcal{F}^4(z)\left(f(s) - \frac{3}{4}F(s) + \mathcal{O}\big((\log X)^{-1/3}\big)\right). \tag{35}$$

Hence, using (32) and (35) we find

$$\Gamma \geq 4B\mathcal{F}^4(z)\left(f(s) - \frac{3}{4}F(s) + \mathcal{O}\big((\log X)^{-1/3}\big)\right) + \mathcal{O}\left(\vartheta \frac{X^{4-c}}{\log^5 X}\right). \tag{36}$$

For $2 \leq s \leq 3$ we have

$$f(s) = \frac{2e^\gamma \log(s-1)}{s}\,, \qquad F(s) = \frac{2e^\gamma}{s}$$

(γ denotes Euler's constant). We choose

$$s = 2.95.$$

Then by (8), (6) and (34) we get

$$\beta = 0.030477\,.$$

It is not difficult to compute that for sufficiently large X we have

$$f(s) - \frac{3}{4}F(s) > 10^{-5}. \tag{37}$$

It remains to notice that

$$\mathcal{F}(z) \asymp \frac{1}{\log X}\,. \tag{38}$$

Therefore, using (8), (23), (36) – (38) we obtain

$$\Gamma \gg \vartheta \frac{X^{4-c}}{\log^4 X}. \tag{39}$$

From (4) and (39) it follows that $\Gamma \to \infty$ as $X \to \infty$.

Bearing in mind (4), (11) and (39) we conclude that for some constant $c_0 > 0$ there are at least $c_0 X^{4-c} \log^{-A-9} X$ triples of primes p_1, p_2, p_3 satisfying $X/2 < p_1, p_2, p_3, p_4 \le X$, $|p_1^c + p_2^c + p_3^c + p_4^c - N| < \vartheta$ and such that for every prime factor p of $p_j + 2$, $j = 1, 2, 3, 4$ we have $p \ge X^{0.030477}$.

The proof of the Theorem is complete.

References

[1] Baker R. , A. Weingartner (2014), ***A ternary diophantine inequality over primes***, Acta Arith., **162**, (2014), 159 – 196.

[2] Cai Y. (1996), ***On a diophantine inequality involving prime numbers*** (in Chinese), Acta Math Sinica, **39**, (1996), 733 – 742.

[3] Dimitrov S. I. (2016), ***Studying diophantine inequalities and arithmetical progressions using number theory methods***, Thesis, Technical University - Sofia, (2016), (in Bulgarian).

[4] Kumchev A., T. Nedeva (1998), ***On an equation with prime numbers***, Acta Arith., **83**, (1998), 117 – 126.

[5] Kumchev A. (1999), ***A diophantine inequality involving prime powers***, Acta Arith., **89**, (1999), 311 – 330.

[6] Mu Q. (2015), ***On a diophantine inequality over primes***, Adv. Math. (China), **44**(4), (2015), 621 – 637.

[7] Piatetski-Shapiro I.I. (1952), ***On a variant of the Waring-Goldbach problem***, Mat. Sb., **30**, (1952), 105 – 120, (in Russian).

[8] Segal B. (1933), ***On a theorem analogous to Waring's theorem***, Dokl. Akad. Nauk SSSR (N. S.), **2**, (1933), 47 – 49, (in Russian).

[9] Tolev D. (1992), ***On a diophantine inequality involving prime numbers***, Acta Arith., **61**, (1992), 289 – 306.

[10] Tolev D. (2017), ***On a diophantine inequality with prime numbers of a special type***, arXiv:1701.07652v1 [math.NT].

[11] Zhai W., X. Cao (2003), ***On a diophantine inequality over primes***, Adv. Math. (China), **32**(1), (2003), 63 – 73.

Author: Stoyan Dimitrov, Ass. Prof. PhD, Department "Mathematical analysis and differential equations", FAMI, Technical University-Sofia, E-mail address: sdimitrov@tu-sofia.bg

Received: May 09, 2017 **Reviewer:** Prof. PhD Ivan Trendafilov

АНАЛИЗ НА КРАТКОСРОЧНА ОПТИМИЗАЦИЯ НА РЕЖИМА ПО АКТИВНА МОЩНОСТ ЧРЕЗ МНОЖИТЕЛИ НА ЛАГРАНЖ

Веселина Трашлиева

Резюме: *Задачите от класа на смесено-целочисленото линейно програмиране (СЦЛП) са комбинаторни и това създава трудности в прилагането на класическите подходи за анализ на получените оптимални решения, оценка на маргинални разходи и цени в сянка, които в дуалната теория се представят от множителите на Лагранж. В статията са резюмирани проблемите при анализа на чувствителността в такива задачи и два подхода за извършването му за конкретен клас задачи, решавани в електро-енергийните системи (ЕЕС). Илюстративният пример включва анализ на оптималното решение с използване средите на Matlab® и LPSolve.*
Ключови думи: *множители на лагранж, маргинални разходи, определяне на състава, икономично диспечиране, анализ на решенията*

LAGRANGE MULTIPLIERS APPLICATION IN A SHORT-TERM OPTIMAL POWER SCHEDULING POST-OPTIMAL ANALYSIS

Vesselina Trashlieva

Abstract*: Mixed-integer linear programming problems represent a large group of linear programming models that are combinatorial. Being combinatorial poses certain difficulties for the application of classical methods for optimal solutions analysis, marginal costs, shadow prices and sensitivity represented in duality theory by lagrangian multipliers. In this paper, some sensitivity analysis problems are briefly explained as well as two possible approaches to the problem for a specific problem for short-term optimization in electric power systems are given. The numeric example includes a detailed post-optimality analysis made with Matlab® and LPSolve.*
Keywords: *lagrange multipliers, marginal costs, optimal power generation, economic dispatch, solution analysis*

1. ВЪВЕДЕНИЕ

В електро-енергийните системи (ЕЕС) финансовият анализ е задължителен за ефективната [1,4] и рентабилна експлоатация на ЕЕС и това налага търсенето на точни и бързи методи и подходи за осъществяването му. В ЕЕС за планиране режима по активна мощност [2,5] се решават две големи групи задачи, включващи във формулировката си целочислени променливи. Това са задачите за определяне състава [7-10] (*оптимално ангажиране, unit commitment UC*) на гене-

© 2017 Publishing House of Technical University of Sofia
All rights reserved

ISSN 1311-0829

рирващите мощности и задачите за оптимална координирана работа [1-3,9] (*hydro-thermal coordination*) между конвенционални електроцентрали (КЕЦ) и акумулиращи източници (като помпено-акумулиращи електростанции и др.). Обикновено всички или част от непрекъснатите променливи представят работните мощности на агрегати, които се изменят в конкретен работен диапазон[6]. Целочислените променливи най-често се използват за "кодиране" на краен набор възможни състояния на производствен агрегат. Напр. за агрегатите от състава на КЕЦ в задачата за ангажиране възможните състояния могат да бъдат работещ, пускан, спиран, спрян, в планов ремонт, в резерв. За агрегатите от състава на ВЕЦ обикновено се използват целочислени променливи, представящи помпен и генераторен режим на обратимите агрегати и поради наличието на само две възможни работни състояния, използваните целочислени променливи са двоични. По-рядко, в задачите за определяне на състава целочислените променливи представят брой производствени единици. Линейното програмиране е един от най-широко използваните методи за решаване на подобни задачи, когато обикновено се използват участъково-линейни разходни характеристики на агрегатите.

Икономическият анализ на планираните режими на работа е част от дейностите по управление на режимите в ЕЕС, чието качество е макроикономически показател [1-2,4-5]. Икономическият смисъл на множителите на Лагранж λ_n е маргиналната цена на ограничението или цената в сянка и изразява промяната в оптималната стойност на целевата функция (ЦФ) (печалба при задача за максимум) при промяна в релаксацията на даденото ограничение, т.е. приходът от него, а самите λ_n са дуалните променливи. При построяване на дуалната задача, на всяко ограничение в правата съответства дуална променлива и на всяка променлива в правата задача съответства ограничение в дуалната задача [11]. Дуалните променливи, съответстващи на ограниченията от тип неравенство в правата задача са положителни ($\lambda_n \geq 0$), а на ограниченията от тип равенство съответстват неограничени по знак дуални променливи. Ограниченията с ненулеви множители са активни, а тези с нулеви - неактивни. Всяка промяна в десните страни на активните ограничения води до промяна в ЦФ.

За пост-оптимален финансов анализ на получено решение може да се приложат два подхода: подход на заместване и аналитичен подход. Аналитичните подходи за анализ на чувствителността при СЦЛП предполагат задълбочен анализ на задачите и в тази посока се хвърлят сериозни усилия. Анализът на чувствителността се основава на дуалната теория, която, обаче, в задачите от СЦЛП е директно неприложима поради факта, че функциите са диференцируеми и съществуват само в конкретни стойности определени от допустимите множества на целочислените променливи. При подходът на заместване дава възможност за заобикаляне на това неудобство и предоставя възможност за анализ най-малкото на непрекъснатите променливи и част от ограниченията. Първоначално се решава оригиналната задача на СЦЛП за получаване стойности на целочислените променливи. Целочислените променливи се фиксират в получените стойности и се решава непрекъсната задача[7] по отношение на работните мощности

и свързаните с тях разходи. Тази нова опростена задача вече включва непрекъснати двойно диференцируеми функции, следователно може да се конструира дуална задача за получаване на "*цената*" на всяко едно ограничение и могат да се съставят необходимите и достатъчни условия на *Karush-Kuhn-Tucker,* като в случая на линейни (афинни) необходимите условия са и достатъчни. При непрекъснатите задачи на ЛП съществуват готови софтуерни решения за изследване на чувствителност. При този подход се анализира конкретно оптимално решение на целочислената задача.

2. ЧИСЛЕН ПРИМЕР

Идеята на подхода на заместване при анализа на получените решения в задача за определяне на състава се илюстрират с помощта на модификация на формулирания от Williams [12] модел за оптимално заангажиране на агрегати (*Unit Commitment*). Съставът на конвенционалните генератори (турбоагрегати) се състои от i вида генератори на електрическа мощност според техническите им показатели (минимална $P_i^{\min}$ и максимална $P_i^{\max}$ изходна мощност, разходни характеристики и разходи за пускане) и наличен брой агрегати от всеки един вид. Наличните генератори трябва да бъдат оптимално разпределени и натоварени в j на брой времеви интервали с продължителност d_j в рамките на хоризонта на планиране, така че да осигурят очакваните стойности на товара D_j и запас, зададен като процентно увеличение на товара за текущия период. Производствени мощности могат да бъдат стартирани и спирани във всеки един интервал, но това влече след себе си разходи за пускане, които са специфични за всеки един вид от състава за оптимално заангажиране. Конвенционалните генериращи електрическа мощност източници работят в конкретен диапазон ограничен от минимално и максимално допустимите работни мощности. Работата на час при минимална изходна мощност за всеки един тип агрегат е на специфична цена и тя е обозначена с $c_i^{\min}$, един час работа с MW над минималната мощност струва c_i парични единици, а разходите за пускане са F_i. Така в оптимизационната задача се формулират три групи променливи: P_{ij}^{Σ} е сумарната изходна мощност на генериращите източници от тип i в период j; n_{ij} - брой на работещите генериращи източници от тип i в период j; s_{ij} - брой на стартираните в период j генериращи източници от тип i. Целевата функция представлява сума от производствените и експлоатационни разходи:

$$\min J = \sum_{i,j} C_{ij}\left(P_{ij}^{\Sigma} - P_i^{\min} n_{ij}\right) + \sum_{i,j} C_{ij}^{\min} n_{ij} + \sum_{i,j} F_i s_{ij}\,, \qquad (1)$$

където коефициентите C_{ij} представят разходите за експлоатиране на генератор от тип i в период j с продължителност d_i в зависимост от изходната мощност на работещия агрегат. Ако генераторите работят при минимална изходна мощност,

се отчитат само разходите $C_{ij}^{\min} = c_i^{\min} d_i$, където $c_i^{\min}$ са разходите за час работа при минимална мощност.

Ограниченията в оптимизационната задача са в три групи: балансово ограничение, гарантиращо осигуряването на товара, ограничения зависещи от експлоатационните характеристики на наличните агрегати и техния брой и ограничения, свързващи отделните времеви интервали.

- Балансово ограничение за осигуряване покриване на товара:

$$\sum_i P_{ij}^{\Sigma} = D_j \text{ за всяко } j \tag{2}$$

- Процентният запас σ спрямо товара за произволен времеви интервал трябва да се осигурява от капацитета на работещите в този период агрегати, т.е. работещите агрегати трябва да осигуряват запас от генерирана мощност в размер на (100+σ)%. Следователно увеличаване на товара с 5% може да се покрие без включване на допълнителни генериращи мощности:

$$\sum_i P_i^{\max} n_{ij} \geq \left(1 + \frac{\sigma}{100}\right) D_j \text{ за всяко } j \tag{3}$$

- Изходната мощност на всички агрегати работещи в даден период j трябва да е в допустимите граници, т.е. в работния диапазон:

$$P_i^{\min} n_{ij} \leq P_{ij}^{\Sigma} \leq P_i^{\max} n_{ij} \text{ за всяко } i \text{ и } j \tag{4}$$

- Броят на генераторите, стартирани в интервал j трябва да надвишава или да е равен на разликата между работещите в текущия и предходния период генератори:

$$s_{ij} \geq n_{ij} - n_{ij-1} \text{ за всяко } i \text{ и } j \tag{5}$$

Броят на непрекъснатите променливи в модела е $i.j$, броят на целочислените променливи е $2.i.j$, а общият брой на ограниченията е $2j + 3i.j$.

Задачата се решава в средата на Matlab® и LPSolve. Илюстративният пример включва три различни типа генератори, които трябва да работят при минимални производствени разходи за покриване на товар по прогноза в шест времеви интервала с единична продължителност и товар съгласно табл.1. В табл.2 е дадена структурата на разходите и технологичните параметри на разглежданите три вида топлинни агрегати.

Таблица 1.

График на товара по прогноза

Интервал j	d_j	D_j
	[часове]	[MWh]
1	1	17000
2	1	32000
3	1	34000
4	1	46000
5	1	48000
6	1	31000

Таблица 2.

Параметри на агрегатите (структура на разходите)

	Тип 1	Тип 2	Тип 3
$P_i^{\min}$, [MW]	820	1300	1700
$P_i^{\max}$, [MW]	1850	1900	4100
$c_i^{\min}$,[$/h]	11	28	31
c_i, [$/h]	4	1	2
F_i, [$]	1800	1100	1400
$n_i^{\max}$	8	10	5

В табл.3 и табл.4 са дадени оптималните стойности на променливите, получени при решаване на отслабената и смесено-целочислената задача.

Таблица 3.

Резултати: Непрекъсната (отслабена задача) $J_R^* = 83453,37$

Интервал	*Обща изходна мощност*			*Работещи агр.*			*Пусканите агр.*		
	Тип 1	Тип 2	Тип 2	Тип 1	Тип 2	Тип 3	Тип 1	Тип 2	Тип 3
j	MW	MW	MW	n_{1j}	n_{2j}	n_{3j}	s_{1j}	s_{2j}	s_{3j}
1	6560	1940	8500	8	1,5	5	0	0	0
2	6560	16940	8500	8	10	5	0	8,5	0
3	6560	18940	8500	8	10	5	0	0	0
4	6560	19000	20440	8	10	5	0	0	0
5	8500	19000	20500	8	10	5	0	0	0
6	6560	15940	8500	8	10	5	0	0	0

Решенията на отслабената задача и на смесено-целочислената се различават и опита за конструиране на дуална задача ще доведе до загуба на ограниченията за целостта на част от променливите, т.е ще доведе до решение на дуалната задача на отслабения случай. За да се изследва влиянието на промени в десните страни на ограниченията и коефициентите в ЦФ в полученото оптимално решение на смесено-целочислената задача моделът се преформулира чрез фиксиране стойностите на целочислените променливи n_{ij} в техните оптимални стойности n_{ij}^*. Особено внимание се обръща на балансовите ограничения (2), тъй като съществени отклонения в десните им страни означава сериозни грешки от прогнозиране на товарите и/или аварийни ситуации.

Така новата задача, чиято чувствителност се анализира спада към класа на задачите на ЛП с непрекъснати променливи и се изследва чувствителността на конкретно (полученото) оптимално решение.

Таблица 4.

Резултати: Смесено-целочислена задача $J_{Int}^* = 83517,00$

Интервал	*Обща изходна мощност*			*Работещи агр.*			*Пусканите агр.*		
	Тип 1	Тип 2	Тип 2	Тип 1	Тип 2	Тип 3	Тип 1	Тип 2	Тип 3
j	MW	MW	MW	n_{1j}^*	n_{2j}^*	n_{2j}^*	s_{1j}	s_{2j}	s_{3j}
1	4100	7800	5100	5	6	3	0	0	0
2	6560	16940	8500	8	10	5	3	4	2
3	6560	18940	8500	8	10	5	0	0	0
4	6560	19000	20440	8	10	5	0	0	0
5	8500	19000	20500	8	10	5	0	0	0
6	6560	15940	8500	8	10	5	0	0	0

В разглеждания пример, след фиксиране на целочислените променливи в техните оптимални стойности n_{ij}^*, ограниченията (3) и (5) отпадат, тъй като съдържат само константи, а ограниченията (4) се превръщат в граници на непрекъснатите променливите в новата задача и така в модела за анализ на чувствителност има само ограничения от тип равенства:

$$\min J_F = \sum_{i,j} C_{ij} P_{ij}^{\Sigma} + \sum_{i,j} \left(C_{ij}^{\min} - C_{ij} P_i^{\min} \right) n_{ij}^{*}, \tag{6}$$

$$\sum_i P_{ij}^{\Sigma} = D_j \qquad P_i^{\min} n_{ij}^{*} \le P_{ij}^{\Sigma} \le P_i^{\max} n_{ij}^{*} \tag{7}$$

Таблица 5.

Чувствителност спрямо десните страни

R_n	b_n	λ_n	$\underline{b_{n,Min}}$	$\overline{b_{n,Max}}$
R1	17000	1	17000	20600
R2	32000	1	28060	34060
R3	34000	1	28060	34060
R4	46000	2	34060	46060
R5	48000	4	46060	54300
R6	31000	1	28060	34060

Таблица 6.

Интервали на изменение на c_{i1}

	$c_{i1,\min}$	$c_{i1,\max}$
c_{11}	3,999662	4,021614
c_{21}	0,996923	1,000338
c_{31}	1,994842	2,003077

Задачата за определяне на състава включва в себе си определяне на състава (пускане и спиране на агрегати) и оптимално разпределение на товара измежду работещите агрегати (*economic dispatch*) за всеки интервал. Балансовите ограничения за всички интервали са активни ограничения с $\lambda_n \neq 0$ (Таблица 5), което означава, че каквато и да било промяна на товара ще доведе до промяна стойността на общите разходи. Промени в десните страни на ограниченията b_n в интервалите от $\underline{b_{n,Min}}$ до $\overline{b_{n,Max}}$ ще доведат до изменение в стойността на целевата функция пропорционално на съответната дуална променлива λ_n за единица промяна Δ_n.

Таблица 7.

Възможни интервали на изменение на изходната мощност

i	j	n_{ij}^{*}	$P_i^{\min}$	$P_i^{\max}$	$P_{ij}^{\min}$	$P_{ij}^{\max}$	c_i	$\left(P_{ij}^{\max} - P_{ij}^{\min}\right)$	Разходи
1	1	**5**	820	1850	4100	9250	4	5150	20600
	2-6	8	820	1850	6560	14800	4	8240	32960
2	1	**6**	1300	1900	7800	11400	1	3600	3600
	2-6	10	1300	1900	13000	19000	1	6000	6000
3	1	**3**	1700	4100	5100	12300	2	7200	14400
	2-6	5	1700	4100	8500	20500	2	12000	24000

Тъй като задачата е с критерий "*минимални производствени разходи*" следва да се има предвид, че "*изменение*" означава "*влошаване*" стойността на ЦФ при нарастване на b_n с Δ_n ($b_n + \Delta_n$) и "*подобряване*" стойността на ЦФ при намаляване на b_n с Δ_n ($b_n - \Delta_n$). В оптимизационните задачи за оптимално разпределение на товара измежду работещи централи, за формиране на оптимален график за координирана работа на различни ЕЦ и формиране на оптимален план за работа, престой, ремонт и резерви на агрегати от състава на КЕЦ с една ЕЕС, балансовите ограничения винаги се моделират като равенства. Тези ограничения са твърди и оптималното решение стои във връх на тетраедъра, формиран от ограниченията и целевата функция. Балансовите ограничения формират прираста на *системния разход* в математическия модел (целевата функция).

Разглежда се първият интервал. Товарът в него е 17000кВч, а работещите агрегати през този интервал са съответно 5 от тип 1, 6 от тип 2 и 3 от тип 3. Това е най-ниско енергийния интервал в изследвания график.

Сумарната минимална мощност на работещите в 1-ви интервал агрегати (табл.7) е равна на долната граница на интервала на изменение на коефициента b_1. Системният прираст на това ограничение (принос в ЦФ) се формира от работата на работещите от трите групи агрегати умножени по съответните коефициенти, съгласно приетата структура на разходите. Важно е да се отбележи, че в разглеждания числен пример с фиксирани стойности на целочислените променливи, долната граница на първия интервал е минимално допустимия товар, който може да бъде покрит от работещите агрегати. Ако товарът спадне под тази стойност, задачата няма да има допустимо решение и тогава следва да се коригира и фиксираната стойност за броя на работещите в интервала агрегати. При класически анализ на чувствителността тази информация е достатъчна, тъй като тя дава доста изчерпателен отговор на въпросите: кои са ограниченията, които задължително внасят промени в стойността на ЦФ и колко струва спазването на всяко едно ограничение и интервалът на промяна на дясната страна на ограничението, в който тези цени са валидни. Необходимо е да се анализира и получи информация за всички възможни стойности на дуалните променливи и интервалите на изменението им (табл.8). Евентуалното повишение на товара с 5% беше осигурено от ограничение (3) в първоначалния модел.

Таблица 8.

Интервали на изменение на λ

	b_n	$\underline{b^{(...)}_{n,Min}}$	$\overline{b^{(...)}_{n,Max}}$	$\Delta b_n^{(...)}$	$\lambda_n^{(...)}$	Системен прираст $\lambda^{(...)}_{n,S} = \lambda_n^{(...)} \Delta b_n^{(...)}$
R_1	17 000	17 000	20 600	3 600	1	3 600
		20 600	27 800	7 200	2	14 400
		27 800	32 950	5 150	4	20 600
R_2	32 000	28 060	34 060	6 000	1	6 000
		34 060	46 060	12 000	2	24 000
		46 060	54 300	8 240	4	32 960
R_3	34 000	28 060	34 060	6 000	1	6 000
		34 060	46 060	12 000	2	24 000
		46 060	54 300	8 240	4	32 960
R_4	46 000	34 060	46 060	12 000	2	24 000
		46 060	54 300	8 240	4	32 960
R_5	48 000	46 060	54 300	8 240	4	32 960
R_6	31 000	28 060	34 060	6 000	1	6 000
		34 060	46 060	12 000	2	24 000
		46 060	54 300	8 240	4	32 960

Товарът в първия интервал се покрива от агрегатите от трите групи и те работят на минимална изходна мощност. При увеличаване на товара с единица над 17 000 ще се повиши изходната мощност на агрегат от група с най-рентабилно производство, т.е. типът с най-ниския c_i. Това са агрегатите от тип 2. Количест-

вото електрическа мощност, което работещите в j=1 агрегати от този тип 2 n_{ij}^{*}=5 могат да произведат на минимална цена от c_2=1лв./кВч е $\Delta b_1^{(I)} = n_{21}{}^{*}\left(P_2^{\max} - P_2^{\min}\right) = 3600$. Така границите на интервала на допустимото изменение на товара в j=1, в който прирастът се определя от работещите агрегати от тип i=2 се определят от $\underline{b_{1,Min}^{(I)}} = \sum_i n_{i1}^{*} P_i^{\min} = \sum_i P_{i1}^{\min}$, а $\overline{b_{1,Max}^{(I)}} = \underline{b_{1,Min}^{(I)}} + \Delta b_1^{(I)}$. При стойност на товара над $\overline{b_{1,Max}^{(I)}}$ се преминава към повишаване изходната на мощност на агрегат от тип с най-ниска производствена цена, чийто капацитет до момента не е запълнен, т.е. агрегат от тип 3 с c_2=2лв./кВч. Така количеството допълнителна мощност, което може да бъде произведено на минимална цена вече се определя от $\Delta b_1^{(II)} = n_{31}^{*}\left(P_3^{\max} - P_3^{\min}\right) = 7200$. Така границите на интервала на допустимото изменение на товара в j = 1, в който прирастът се определя от работещите агрегати от тип i=3 се определят от $\underline{b_{1,Min}^{(II)}} = \overline{b_{1,Max}^{(I)}}$, а $\overline{b_{1,Max}^{(II)}} = \underline{b_{1,Min}^{(II)}} + \Delta b_1^{(II)}$. При стойност на товара над $\overline{b_{1,Max}^{(II)}}$ се преминава към повишаване изходната мощност на най-скъпите агрегати, чийто капацитет до момента не е запълнен, агрегат от тип 1 с c_1=4лв./кВч. Така количеството допълнителна мощност, което може да бъде произведено на минимална цена вече се определя от $\Delta b_1^{(III)} = n_{11} * \left(P_1^{\max} - P_1^{\min}\right) = 5150$. Така границите на интервала на допустимото изменение на товара в j=1, в който прирастът се определя от работещите агрегати от тип i=1 се определят от $\underline{b_{1,Min}^{(III)}} = \overline{b_{1,Max}^{(II)}}$, а $\overline{b_{1,Max}^{(III)}} = \underline{b_{1,Min}^{(III)}} + \Delta b_1^{(III)}$. По-нататъшно повишаване на товара в този интервал няма да може да бъде покрито от работещите, съгласно n_{i1}^{*} агрегати, следователно моделът ще бъде без допустимо решение.

Ограниченията за резерва в първоначалната задача са неактивни тъй като са с нулеви стойности за дуалните множители. Максималният товар, обаче, който може да бъде покрит от такъв състав е 54 300 кВ. При такъв очакван максимален товар от 48 МВ, максималният резерв, който може да се покрие е 13,125%.

В задачата с фиксирани n_{ij}^{*} чувствителността спрямо промени в коефициентите в целевата функция е безпредметна за изследване, тъй като базисът е пълен. Каквато и да било промяна в коефициент от ЦФ няма да доведе до промяна структурата на решението, тъй като всички променливи са с ненулеви оптимални стойности. Коефициентите в ЦФ, обаче, влияят върху броя на пусканите и спирани агрегати в интервалите и за да се анализира зависимостта на работещия състав от цените за производство и пускане се изследва за чувствителност спрямо промени Δc_m в коефициентите на ЦФ c_m в първоначалната отслабена задача J_R.

Включване на допълнителни агрегати се извършва само в j=2 и във всички останали интервали съставът е напълно натоварен. В този случай, коефициентите пред променливите за производството на агрегатите P_{ij}^{Σ} в ЦФ биха имали влия-

ние върху структурата на решението само в j=1. Интервалите на изменение на коефициентите пред P_{i1}^{Σ}, в които структурата на състава не се променя са дадени в Таблица 6. При промяна на коефициента c_{11} от 4 на 4,02 с $\Delta c_{11} = 0,02$ съставът няма да се промени, а ЦФ ще нарасне с $\Delta c_{11} P_{11}^{\Sigma}$. Действително при промяна с $\Delta c_{11} = 2$ се променя производствения състав, т.е. n_{ij}^{*}.

3. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Разгледан е специфичен клас задачи решавани в ЕЕС, при които е необходимо да се анализира чувствителност по отношение на десните страни на ограничения и коефициенти в целевата функция свързани с непрекъснати променливи. Предложен е подход за анализ на тези зависимости чрез опростяване на задачата и са анализирани подробно получените резултати. Подходът е подходящ при оценка влиянието на съществени отклонения на товарите от прогнозираните им стойности и може да се използва при анализа в задачи за координирана работа между КЕЦ и ПАВЕЦ когато оптималният график на работа е вече определен.

ЛИТЕРАТУРА

[1] Wood A., Wollenberg. B., Power Generation, Operation, and Control, John Wiley & Sons, New York, 1996

[2] Стоилов Д., Янев К., Режими на електроенергийни системи, Издателство на ТУ-София, ISBN 978-954-438-941, 2011

[3] Stoilov D., Kaneva M., Syltan F., Optimal Operation Planning of Mosul Hydro Power Complex - Part I: Mathematical Models, Proceedings of Int. Conf. ELMA '2008, Sofia, Bulgaria, 2008

[4] Stoilov D., Gyurov P., Ignatovski D., Applications for Short-Term Optimal Power Planning in Liberalized Power Markets, Proceedings of Int. Conf. ELMA '2008, Sofia, Bulgaria, 2008

[5] Стоилов, Д., Балансиране и резервиране на електроенергийни системи, Издателство на ТУ-София, 2013, с. 115, ISBN 978-619-167-084-0

[6] Стоилов Д. Г., Процедура за икономичен диспечинг, Енергиен форум’2001, Варна, юни 2001г., Сборник доклади том II, стр. 203-206

[7] Стоилов Д. Г., Процедура за оптимално разпределяне на планираните престои на кондензационните агрегати, Списание Енергетика, брой 5, Август-Септември 2004г., стр. 16-23

[8] Стоилов Д. Г., Янев К. И., Избор на състава на работещите агрегати в електроенергийните системи чрез смесено целочислено линейно програмиране, Списание Енергетика, брой 5, 2000г., стр. 21-23

[9] Стоилов Д. Г., Оптимизация на електроенергийните системи чрез смесено целочислено линейно програмиране, Енергиен форум’2000, Варна, септември 2000г., Сборник доклади том II, стр. 153-156

[10] Стоилов Д. Г., Оптимално заангажиране на агрегатите в ЕЕС на България през преходния период към пазар на едро, Списание Енергетика, брой 1-2, стр. 35-43, брой 3, стр. 17-22, 2001

[11] Guzelsoy M., Ralphs T. H., Duality for Mixed-Integer Linear Programs, International Journal of Operations Research Vol. 4, No. 3, 118-137, 2007.

[12] Williams, H. P.: Model Building for Mathematical Programming. John Willey & Sons Ltd, 1999

Автор: Веселина Трашлиева, маг. инж., катедра "Електроенергетика", Електротехнически факултет, Технически Университет - София, E-mail address: *vesselina.trashlieva@gmail.com*

Постъпила на 22.04.2017 г. **Рецензент:** доц. д-р Андрей Йончев

ИЗСЛЕДВАНЕ НА ТАКТИЛНИ СЕНЗОРИ С ЕЛЕКТРОПРОВОДИМИ ЕЛАСТОМЕРИ ЗАХРАНВАНИ С ПЕРИОДИЧНО НЕСИНУСОИДАЛНО НАПРЕЖЕНИЕ

Никола Георгиев, Василина Златанова, Снежана Терзиева

Резюме: *В статията е представено действието на тактилен сензор с електропроводим еластомер, включен в електрическа верига, захранвана от източник на правоъгълно напрежение при прилагане на външна статична сила F. Извършени са експериментални и теоретични изследвания. Направен е сравнителен анализ на получените статични характеристики U=f(F). Оценена е постигнатата чувствителност спрямо действащата сила. Реализиран е симулационен модел в Matlab среда, който дава възможност да се определи влиянието на параметрите на сензора върху характеристиките му преди да е реализиран практически.*
Ключови думи: *тактилни сензори, електропроводими еластомери, правоъгълно напрежение,чувствителност, моделиране.*

INVESTIGATION OF TACTILE SENSORS WITH CONDUCTIVE ELASTOMERS POWERED BY PERIODIC NON-SINUSOIDAL VOLTAGE

Nikola Georgiev, Vasilina Zlatanova, Snejana Terzieva

Abstract: *The operation of a tactile sensor with a conductive elastomer is presented in this article. The elastomer is powered by a rectangular voltage source with an applied external static force F. Experimental and theoretical studies have been performed. A comparative analysis has been applied to the resulting static characteristics U=f(F). The accomplished sensitivity with relation to the current force has been estimated. A simulation model has been realized in Matlab environment. In this manner the effect of the sensor's parameters to its characteristics could be determined prior to its practical realization.*
Key-words: *tactile sensors, conductive elastomers, rectangular voltage, sensitivity, modeling.*

1. ВЪВЕДЕНИЕ

Тактилните сензори са специален клас преобразуватели за сила и налягане. Те реагират на човешки допир или на приложено натисково усилие по посока на оста им в рамките на 0,5÷10 *N*. В резултат на това се получава релеен цифров или аналогов сигнал.

© 2017 Publishing House of Technical University of Sofia
All rights reserved

ISSN 1311-0829

Към тях се отнасят и тактилните сензори с електропроводими еластомери (ТСЕЕ), които поради своята специфика и значение могат да се отделят в самостоятелен раздел. Изградени са от два метални електрода между които е поставен еластомерния материал (електропроводима гума). При действие на статична сила F перпендикулярно на металните плочи се намалява вътрешното съпротивление на сензора, което се дължи основно на намаляване на обемното съпротивление на еластомера [5,6].

Най-разпространената схема на свързване на ТСЕЕ е схема делител на напрежение при постоянен или променлив синусоидален режим. В действителност, токовете и напреженията, които се определят за синусоидални, имат форма, която в по-голяма или в по-малка степен се различава от синусоида. При това тези величини могат да бъдат периодични или непериодични функции на времето. Причините, които могат да доведат до възникване на несинусоидални режими са различни, предвидими или не. В изложението по-нататък се представя изследване работата на ТСЕЕ в електрическа верига, захранвана от източник на правоъгълни импулси.

2. ТЕОРЕТИЧНИ СВЕДЕНИЯ

Процесите в линейни електрически вериги, възникващи под действието на периодични несинусоидални ЕДН трудно се поддават на директно изследване. Анализът може да се опрости значително, ако периодичните несинусоидални функции (ЕДН, токове и напрежения) се разложат в ред на Фурие като сума от синусоидални съставки (хармоници). Използва се принципът за наслагването като се изследва поотделно действието на всеки един от хармониците (членовете в реда на Фурие). Резултатният ефект от действието на всички хармоници се определя чрез наслагване на моментните стойности на токовете и напреженията [1,3,4].

Ако една периодична несинусоидална функция $u(t)$ с период T се представя с израза $u(t) = u(t + kT)$, където k е цяло положително число, то тя може да се разложи в ред на Фурие, ако удовлетворява условията на Дирихле за ограниченост и интегруемост. Токовете и напреженията в реалните електрически вериги винаги удовлетворяват тези условията.

В съответствие с това функцията на едно периодично нехармонично напрежение може да се представи в две форми на реда на Фурие:

$$u(t) = \sum_{k=0}^{\infty} u_{km} \sin(k\omega t + \psi_{ku}) \ , \qquad (1)$$

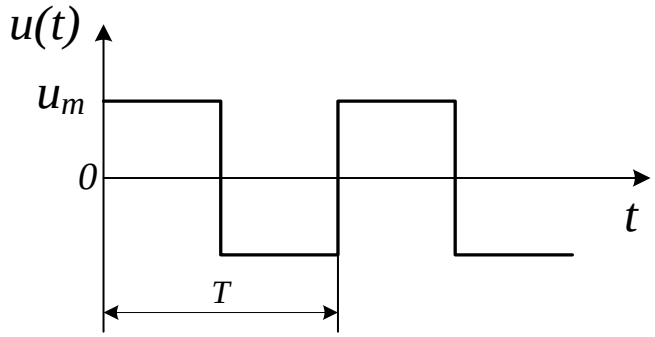
където u_{km} е амплитудната стойност на k-тия хармоник, а ψ_{ku} - неговата начална фаза или:

$$u(t) = \frac{A_0}{2} + \sum_{k=1}^{\infty} (A_k \cos k\omega t + C_k \sin k\omega t) \ , \qquad (2)$$

при наличие на връзките:

$$\left|\begin{array}{ll} C_k = u_{km}\cos\psi_k; & u_{km} = \sqrt{A_k^2 + C_k^2}; \\ A_k = u_{km}\sin\psi_k; & \psi_{km} = arctg\dfrac{A_k}{C_k}\ . \end{array}\right.$$

Съществуващата симетрия във формата на несинусоидалния периодичен процес в хармоничния състав на съответния ред на Фурие е причина за отсъствие някои от хармониците.



Фиг. 1. Правоъгълно напрежение

Правоъгълният сигнал, представен на фиг.1. е нечетна, симетрично спрегната функция, за която е в сила $A_0 = 0;\quad A_k = 0;\quad C_{2k} = 0$ и разлагането в реда на Фурие придобива вида:

$$u(t) = \frac{4u_m}{\pi}\sum_{k=1,3,5...}^{\infty}\frac{1}{k}\sin k\omega t\ . \qquad (3)$$

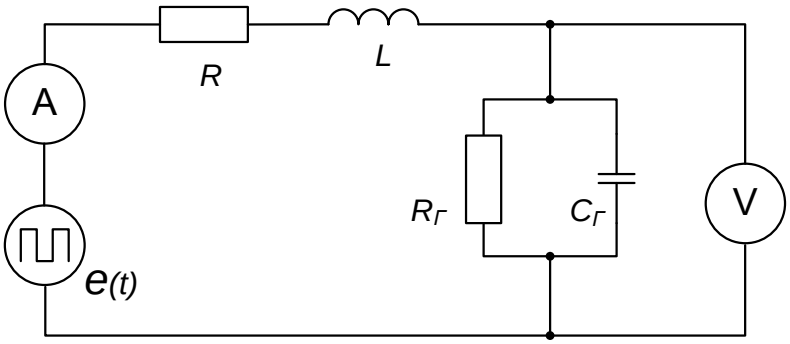
Теоретично редът на Фурие съдържа безкраен брой членове, но в практиката се допуска използване на ограничен брой (5÷7), тъй като амплитудите на висшите хармоници намаляват бързо с увеличаване на номера им.
Ефективните стойности на периодичните несинусоидални напрежения се изчисляват от:

$$U = \sqrt{\sum_{k=0}^{\infty}U_k^2} = \sqrt{U_0^2 + \frac{1}{2}\sum_{k=1}^{\infty}u_{km}^2}\ . \qquad (4)$$

3. ЕКСПЕРИМЕНТАЛНИ ИЗСЛЕДВАНИЯ

Изследваният ТСЕЕ е с правоъгълна форма, с размери 20/10/2 mm. На фиг.2. е показана схемата на електрическата верига за извършване на експеримента.

ТСЕЕ е представен с успоредно свързани резистор $R_Г$ и кондензатор $C_Г$. С резистора се изразява обемното и контактно съпротивление на сензора, а с $C_Г$ се отчита капацитетът на кондензатора, който се получава от съставната структура метал – електропроводим еластомер – метал [2].



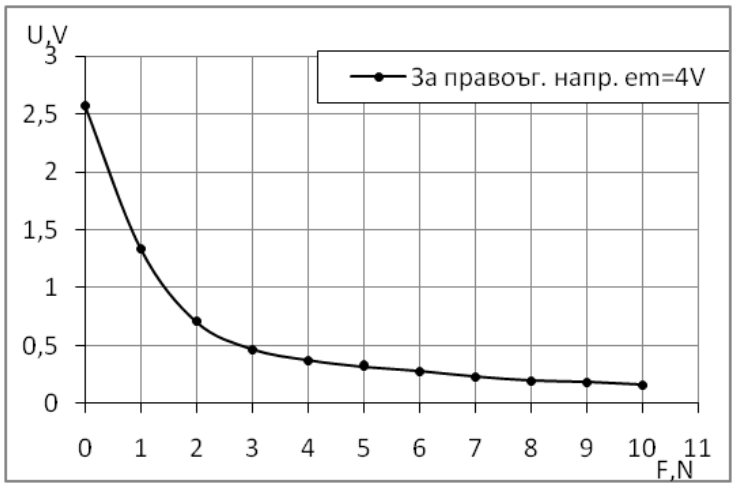
Фиг.2. Еквивалентна електрическа схема

Подава се правоъгълно напрежение с амплитудна стойност $e_m = 4V$ с честота $f = 50Hz$ и входно въздействие – статична сила $F = 0 \div 10N$, перпендикулярна на сензора.

Болшинството цифрови мултимери измерват средната по модул стойност на величината и са градуирани да показват ефективната стойност, на базата на измерената средна стойност, умножена с константен коефициент на формата $k_ф$=1,11, валиден само за синусоидални величини. За различни по форма сигнали измерването ще бъде много неточно поради различните стойности на коефициентите на формата. За правоъгълен сигнал с коефициент на запълване 50% ще има грешка 11% тъй като коефициентът на формата е $k_ф$=1. За измерване на действителната ефективна стойност на периодични нехармонични величини мултимерите трябва да изпълняват функцията True RMS.

При направените експериментални изследвания изходното напрежение се измерва с мултимер UT61, оборудван с USB интерфейс и преобразувател True RMS.

На фиг.3. е представена графиката на функцията на преобразуване *U=f(F)* по експерименталните резултати за изходното напрежение.



Фиг.3. Функция на преобразуване *U=f(F)* при правоъгълно захранващо напрежение

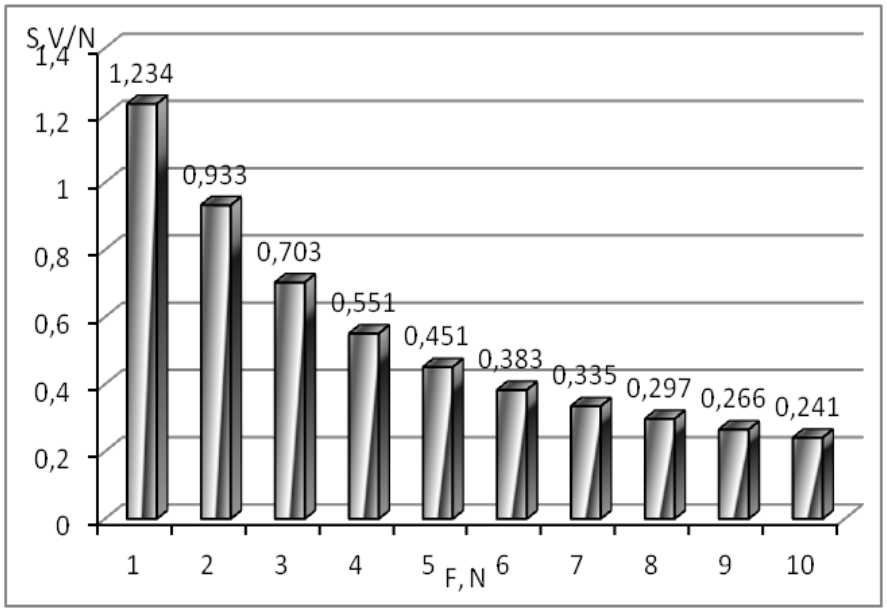
Изходната характеристика е нелинейна. В началото на диапазона при натовар-

ване от $0 \div 3$ N графиката е стръмна, което определя висока чувствителност на сензора, а след сила $F > 4$ N изменението на напрежението намалява, но се подобрява линейността.

Чувствителността на сензора е индикатор за големината на промяната на изходния сигнал при дадена промяна на входната величина и се изчислява от:

$$S = \frac{\Delta U}{\Delta F} = \left| \frac{U_{F_0} - U_{F_n}}{F_0 - F_n} \right|, \ V/N \tag{5}$$

На фиг.4. е показана графиката на постигната чувствителност на сензора S за приложени статични сили $F = 1 \div 10\,N$, която потвърждава направения по-горе анализ.



Фиг.4. Чувствителност S на ТСЕЕ

Направен е хармоничен анализ, като за разлагането на правоъгълния сигнал в ред на Фурие са използвани пет хармоника и според формула (3) захранващото напрежение се представя във вида:

$$e(t) = \frac{4e_m}{\pi}\left(\sin\omega t + \frac{1}{3}\sin 3\omega t + \frac{1}{5}\sin 5\omega t + \frac{1}{7}\sin 7\omega t + \frac{1}{9}\sin 9\omega t \right). \tag{6}$$

Използва се принципът за наслагването. Извършени са експериментални изследвания като електрическата верига с ТСЕЕ се захранва поотделно със синусоидално напрежение равно на всеки един от членовете в реда на Фурие.

Резултатният ефект от действието на всеки един от хармониците се определя чрез изчисляване на ефективните стойности на изходните напрежения по формула (4). Получените резултати са дадени в табл.1.

Таблица 1

Захранващо напрежение		F, N	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
ω	$e_{m(k)},V$												
ω	5,093	$U_{изх(1)},V$	2,215	1,171	0,605	0,426	0,336	0,285	0,250	0,205	0,178	0,165	0,154
3ω	1,698	$U_{изх(3)},V$	0,934	0,467	0,272	0,186	0,142	0,106	0,092	0,076	0,066	0,059	0,052
5ω	1,019	$U_{изх(5)},V$	0,582	0,284	0,140	0,099	0,076	0,059	0,048	0,042	0,035	0,033	0,030
7ω	0,728	$U_{изх(7)},V$	0,350	0,182	0,092	0,066	0,049	0,039	0,033	0,030	0,025	0,023	0,022
9ω	0,566	$U_{изх(9)},V$	0,291	0,109	0,063	0,041	0,032	0,025	0,021	0,019	0,016	0,015	0,014
~	$U_{изх}$	V	2,515	1,310	0,687	0,482	0,377	0,313	0,274	0,225	0,195	0,181	0,167
⎍	$U_{изх}$	V	2,575	1,341	0,709	0,466	0,371	0,319	0,277	0,231	0,198	0,184	0,163
δ_U		%	2,3	2,3	3,1	3,0	1,6	2,0	1,2	2,4	1,6	1,8	2,7

Наблюдава се много добро съвпадение на резултатите от хармоничния анализ и от експерименталното изследване на ТСЕЕ във верига, захранвана с правоъгълно напрежение. Относителната грешка е в рамките до 3%. Може да се заключи, че ТСЕЕ ще работи нормално с висока чувствителност както във вериги със синусоидално напрежение, така и при периодичен нехармоничен режим независимо от причините довели до него.

4. МОДЕЛИРАНЕ НА ТСЕЕ

Създаването на математични и симулационни модели дава възможност за откриване на неотчетени параметри, влияещи върху точното преобразуване на измерваната величина преди практическото реализиране на сензора.

За нуждите на моделирането се приема, че всички елементи, изграждащи схемата и сензора са идеални ($R \to 0$). Изменението на активното съпротивление на сензора в следствие на външно, силово въздействие се определя от настъпващата относителна деформация и се изразява чрез:

$$R_\Gamma = R_{\Gamma_0} e^{-\frac{\beta}{E_\Gamma S}F}, \tag{7}$$

където R_{Γ_0} е съпротивлението на гумата преди прилагане на силата, β е коригиращ коефициент, определен опитно, а E_Γ е модул на Юнг за електропроводима гума.

За веригата на фиг. 2. се съставя следната система уравнения по законите на Кирхоф:

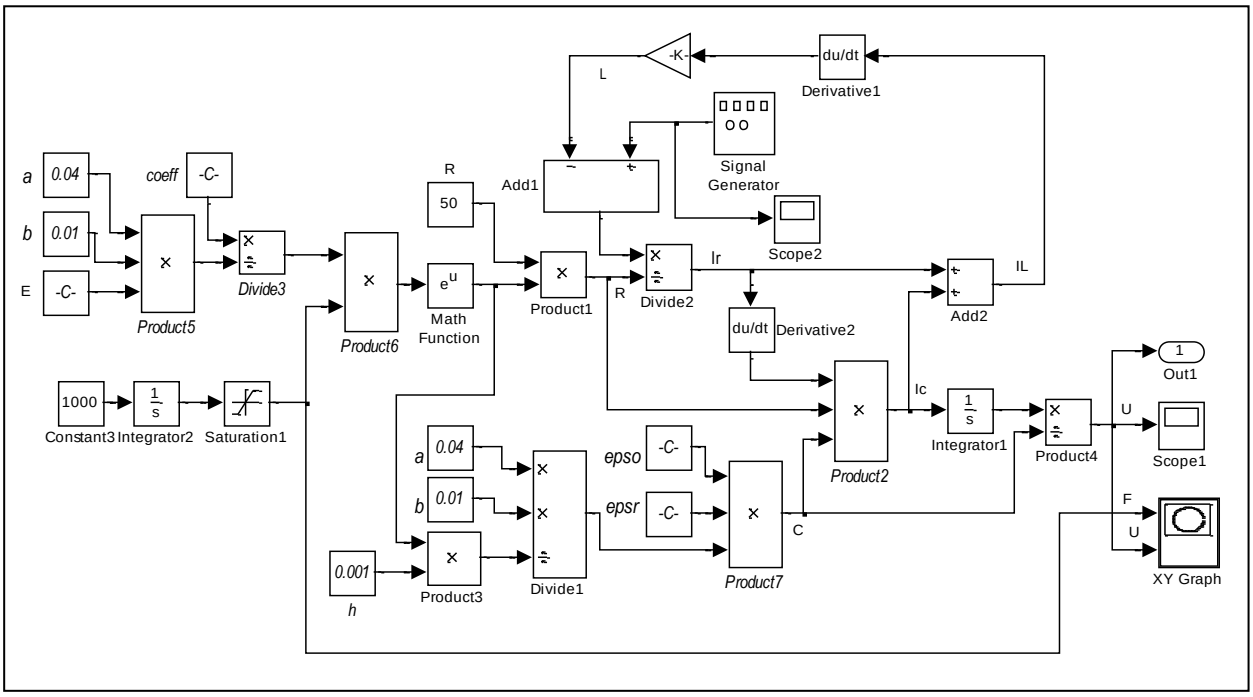
$$\left|\begin{array}{l} i_L(t) = i_R(t) + i_C(t) \\ i_R(t) = \dfrac{1}{R_\Gamma}\left[e(t) - L\dfrac{di_L(t)}{dt}\right] \\ i_C(t) = C_\Gamma R_\Gamma \dfrac{di_R(t)}{dt} \\ u_C(t) = \dfrac{1}{C_\Gamma}\int i_C(t)dt = u_V(t) \end{array}\right. . \tag{8}$$

Капацитетът на плоския кондензатор, образуван от металните пластини и електропроводимата гума на ТСЕЕ, зависи от площта на припокриване на пластините и от разстоянието между тях. При действие на сила F, перпендикулярно на сензора, се променя дебелината на еластомера, която определя това разстояние. Настъпващите изменения се определят с израза:

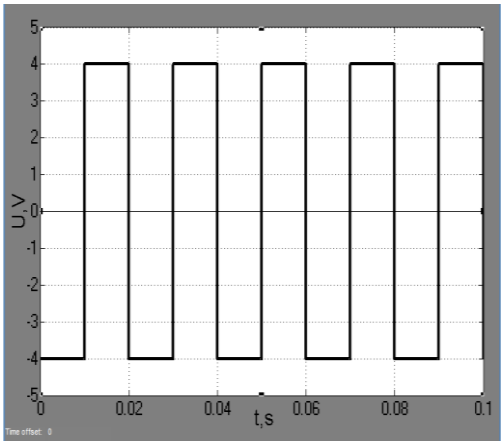
$$C_\Gamma = \varepsilon_0 \varepsilon_\Gamma \frac{S}{he^{-\frac{\beta}{E_\Gamma S}F}}, \qquad (9)$$

където ε_0 е диелектричната проницаемост на вакуум, ε_Γ е относителната диелектрична проницаемост на електропроводимата гума, а h е дебелината на електропроводимата гума.

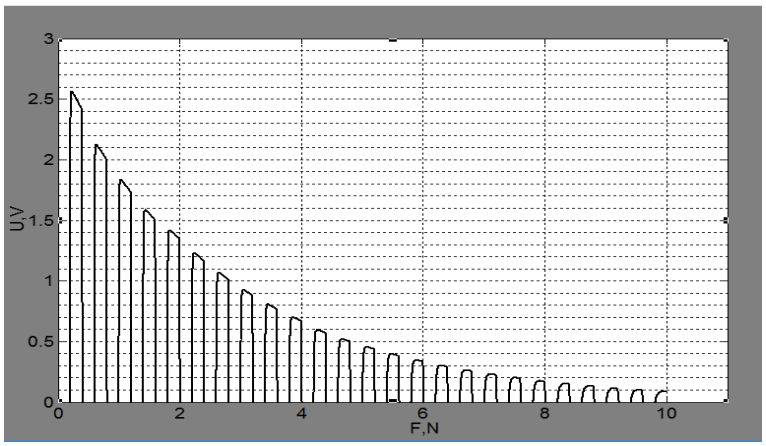
Системата (8) и уравнения (7) и (9) се използват за създаване на симулационен модел в Matlab среда, показан на фиг.5.



Фиг.5. Симулационна схема в Matlab среда



Фиг.6. Захранващо напрежение



Фиг.7. Изходно напрежение

На фиг.6. е показано генерираното от източника периодично нехармонично напрежение. Статичната характеристика *U=f(F)* от симулацията на действието на ТСЕЕ е представена на фиг. 7. Резултатите съвпадат напълно с експерименталните.

5. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Изложените в статията резултати от изследване на ТСЕЕ във верига, захранвана с източник на правоъгълни импулси са идентични с направени от авторите такива при синусоидално напрежение [7]. Функцията на преобразуване *U=f(F)* има нелинейна характеристика, като в началото на диапазона при $F = 0 \div 4N$, чувствителността на сензора е достатъчно висока със стойности $S = 0{,}5 \div 1{,}2V\ /\ N$. Може да се направи извода, че ТСЕЕ ще работят нормално ако във веригата по различни причини генерираното напрежение ще се отличава от синусоидалното.

Изборът на пет хармоника в реда на Фурие е напълно достатъчен за хармоничния анализ на процесите. Относителната грешка между аналитичните и експерименталните резултати е по-малка от 3%.

Създаден е симулационен модел в Matlab среда, който позволява да се отчете влиянието на различни фактори: конструктивни размери, захранващо напрежение или външна измервана сила върху действието на сензорите преди тяхната практическа реализация. Резултатите от симулацията съвпадат напълно с експерименталните, което доказва, че моделът в Simulink е достоверен.

ЛИТЕРАТУРА

[1] Брандиски, К., Ж. Георгиев, В. Младенов, Р. Станчева, Теоретична електротехника – част I, ИК Кинг, София, 2004

[2] Георгиев, П**.,** Сензорна техника, УИ, ТУ-Габрово, 1999

[3] Георгиев, Н., Теоретична електротехника, Макрос 2000, Пловдив, 2015

[4] Фархи, С., С. Папазов, Теоретична електротехника, ч. I, София, 1992

[5] Teshigawara, S., Development of High-Sensitivity Slip Sensor Using Special Characteristics of Pressure Conductive Rubber, IEEE International Conference on Robotics and Automation, Kobe, Japan, May, pp.3289-3294, 2009

[6] Georgiev, N., V. Zlatanova, Strength measuring sensors of electrically conductive elastomers operating at variable electrical modes, Proceedings of International Conference Engineering Technologies and System, TECHSYS, Journal of the Technical University – Sofia, Plovdiv branch, ISSN 1310-8271, Vol. 19, pp. 189-192, 2013

Автори: Никола Георгиев, доц. д-р, катедра ”Електротехника”, Технически Университет-София, Филиал Пловдив, E-mail address: *geotek@abv.bg*, Василина Златанова, ас. д-р, катедра ”Електротехника”, Технически Университет-София, Филиал Пловдив, E-mail address: *v_zlatanowa@tu-plovdiv.bg*; Снежана Терзиева, доц. д-р, катедра “Теоретична електротехника”, Факултет Автоматика, Технически Университет-София, E-mail address: *ster19@tu-sofia.bg*

Постъпила на 05.05.2017 г. **Рецензент:** доц. д-р Атанас Червенков

СИМУЛИРАНЕ НА ТРИФАЗЕН ИНВЕРТОР ЗА КВАЗИ-СИНУСОИДАЛНО НАПРЕЖЕНИЕ

Атанас Червенков, Тодорка Червенкова, Атанас Янев

Резюме: *Разглежда се инвертор, който синтезира трифазно квази-синусоидално напрежение към активен товар чрез метод на контролирани импулси с широчинно-импулсна модулация. Постига се линейна зависимост на активната мощност на товара, амплитудата на първата хармонична на напрежението и ъгъла на регулиране. Извършени са симулации на инвертора за постигане на квази-синусоидно напрежение на изхода на преобразувателя. Съставен е SIMULINK модел на трифазен инвертор за промишлени нужди с ограничени изкривявания. Полученото трифазно квази-синусоидално напрежение не е идеално, но води до значително намаляване на хармониците в товара на инвертора. Това осигурява по-ниско ниво на електромагнитните излъчвания и усъвършенства електромагнитната съвместимост.*
Ключови думи: *симулиране, трифазен инвертор, PWM, SIMULINK модел, редуцирани изкривявания, електромагнитна съвместимост.*

SIMULATION OF THREE-PHASE INVERTOR FOR QUASI-SINUSOIDAL VOLTAGE

Atanas Chervenkov, Todorka Chervenkova, Atanas Yanev

Abstract*: A inverter that synthesizes three-phase quasi-sinusoidal voltage supply to the active load through method of controlled pulses with pulse-width modulation is investigated. The linear dependence of active power in load and regulation angle, the first harmonic amplitude of load voltage and regulation angle, respectively is achieved. Simulations of the converter to achieve a quasi-sinusoidal voltage in the converter output are carried out. SIMULINK model of the three-phase converter for industrial purpose with reduced distortion is composed. The obtained quasi-sinusoidal voltage is not ideal one, but leads to a significant reduction of harmonics in the load of the converter. This ensures lower level of electromagnetic interference and improves electromagnetic compatibility.*
Keywords: *simulation, three-phase inverter, PWM, SIMULINK model, reduced distortion, electromagnetic compatibility.*

1. INTRODUCTION

PWM power control systems are easily realizable with semiconductor switches [4]. Almost no power is dissipated by the switch in either on or off state. Pulse width

© 2017 Publishing House of Technical University of Sofia
All rights reserved

ISSN 1311-0829

modulation PWM is used in a variety of applications including sophisticated control circuitry [1, 2]. PWM is used in many industrial appliances for controlling the voltage of the DC-AC inverters using the full bridge mode PWM feature. Modern semiconductor switches such as MOSFETs or insulated-gate bipolar transistors (IGBTs) are well suited components for high-efficiency controllers [3, 6]. By switching voltage to the load with the appropriate duty cycle, the output will approximate a voltage at the desired level. There are more sophisticated methods to decrease harmonics. The switching noise is usually filtered with an inductor and a capacitor or both.

2. DESCRIPTION OF THE MODEL

The Simulink model of the studied quasi-sine voltage inverter is shown in Fig.1.
The model of three-phase inverter consists of commutator, filter, load and control block.
The commutator contains model of three-phase bridge inverter. The filter contains the elements: inductance and filtering capacitor and resistor.
SPWM techniques are applied to inverters in order to obtain a sinusoidal output voltage with minimal unwanted harmonics. PWM inverter is considered as a voltage source inverter (VSI). Semiconductor switching devices (SW1–SW6) of the inverter are controlled by PWM signals to obtain three-phase quasi sinusoidal AC voltages of the desired magnitude and frequency at the inverter output. In most cases, control design for a three-phase PWM converter involves choice of modulation strategy, which corresponds to an open-loop converter control. The instantaneous voltage control scheme is applied to the proposed circuit.

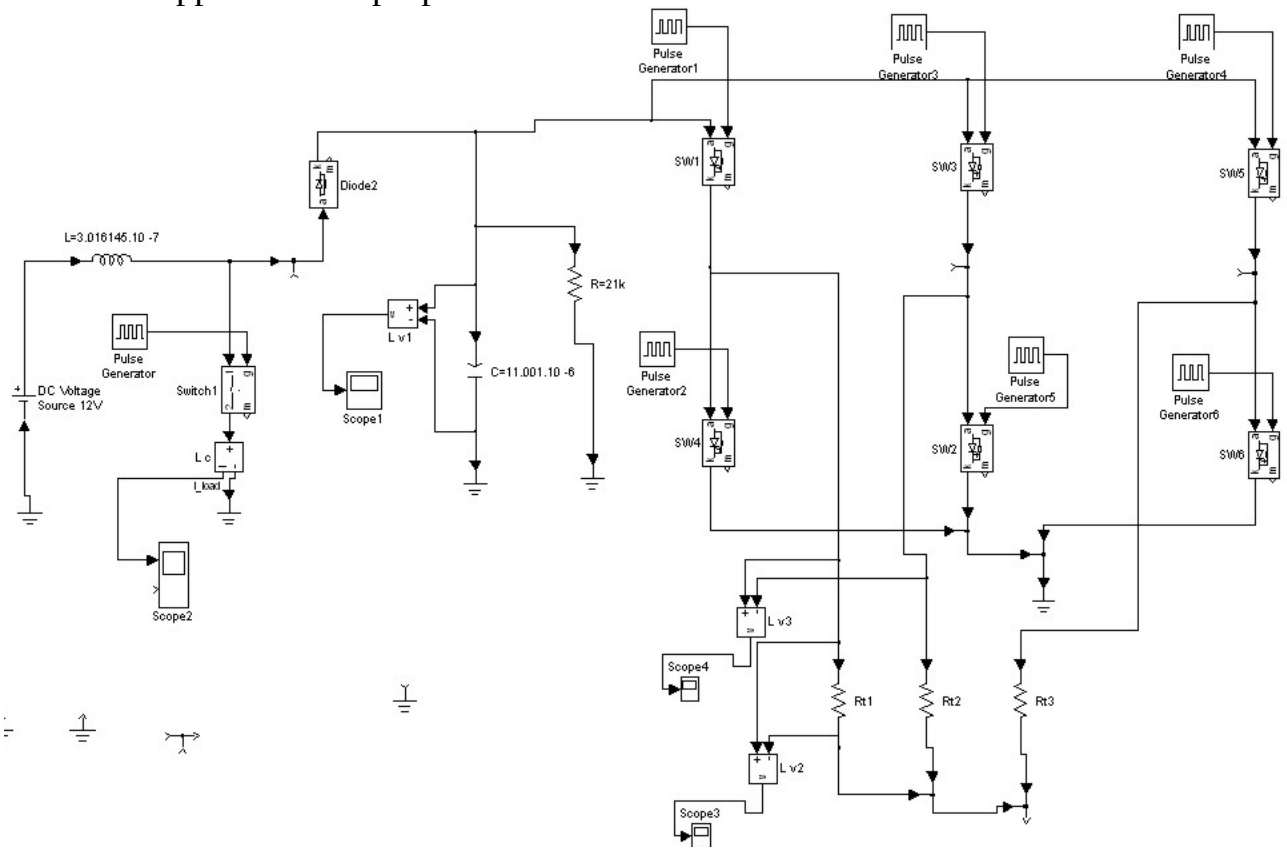


Figure 1. Simulink model of the three-phase invertor.

3. RESULTS OF THE SIMULATION

The simulations are performed at different parameters of load /resistance and inductance/ and different power of consumer.
The nominal full power of investigated inverter is 1800 VA. The load connected to the output is active or inductive-active, with compensation of reactive power.
The analysis and simulations allows determining the parameters of the sinusoidal mode in three-phase blocks of control and load.

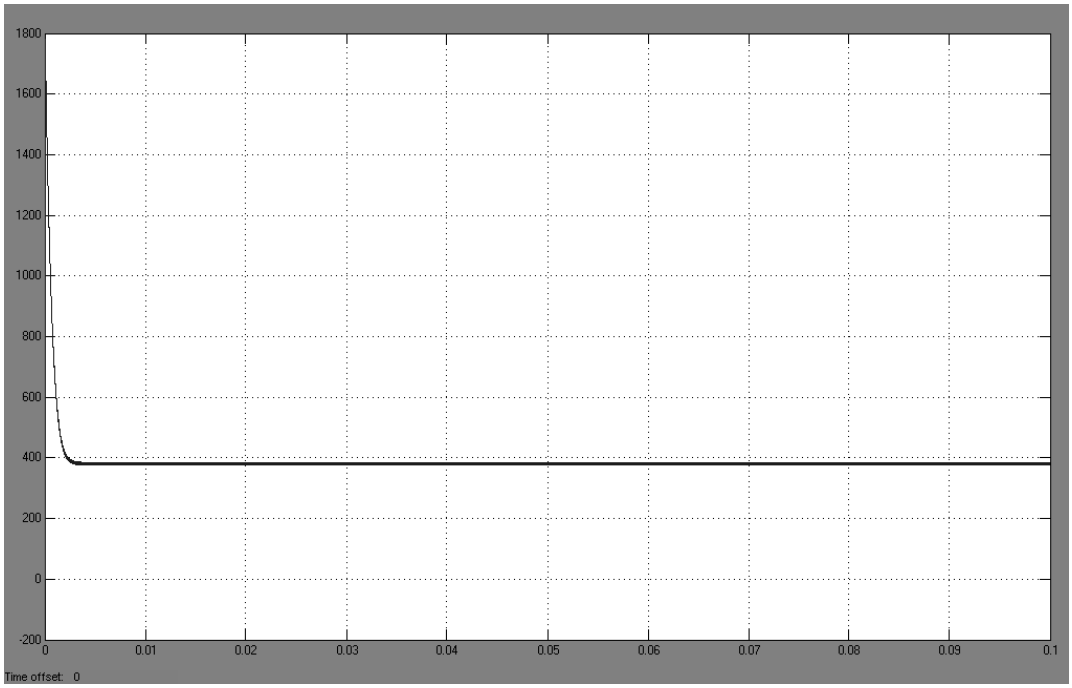


Figure 2. Transient process for forming of the voltage in output capacitor.

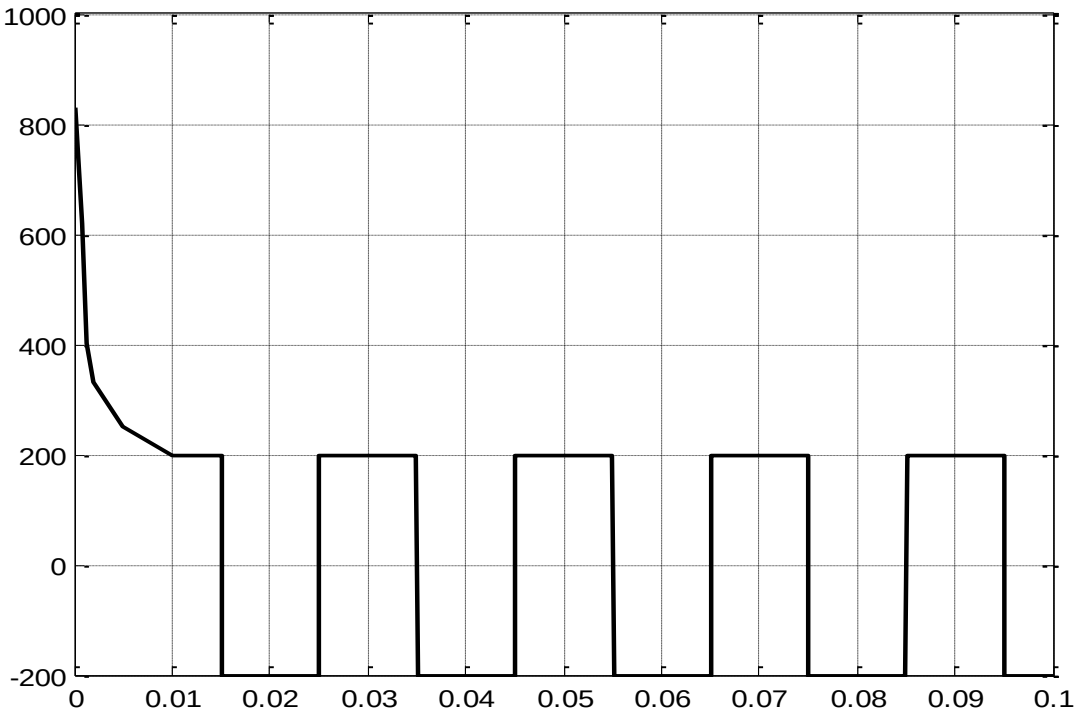


Figure 3. Transient process for forming of output voltage.

First, the transient process for the forming of output voltage is investigated.
The transient process for the forming of voltage in output capacitor of DC-DC group is shown in Fig.2. Using PWM strategy the periodical voltage in the load is synthesized.
The transient process for the forming of output voltage is shown in Fig.3.
The received voltage is a sequence of periodic rectangular pulses. It differs significantly from the desired sinusoid. The harmonic composition of the obtained voltage is too large. An amplitude spectrum of received rectangular voltage is shown in Fig 4.

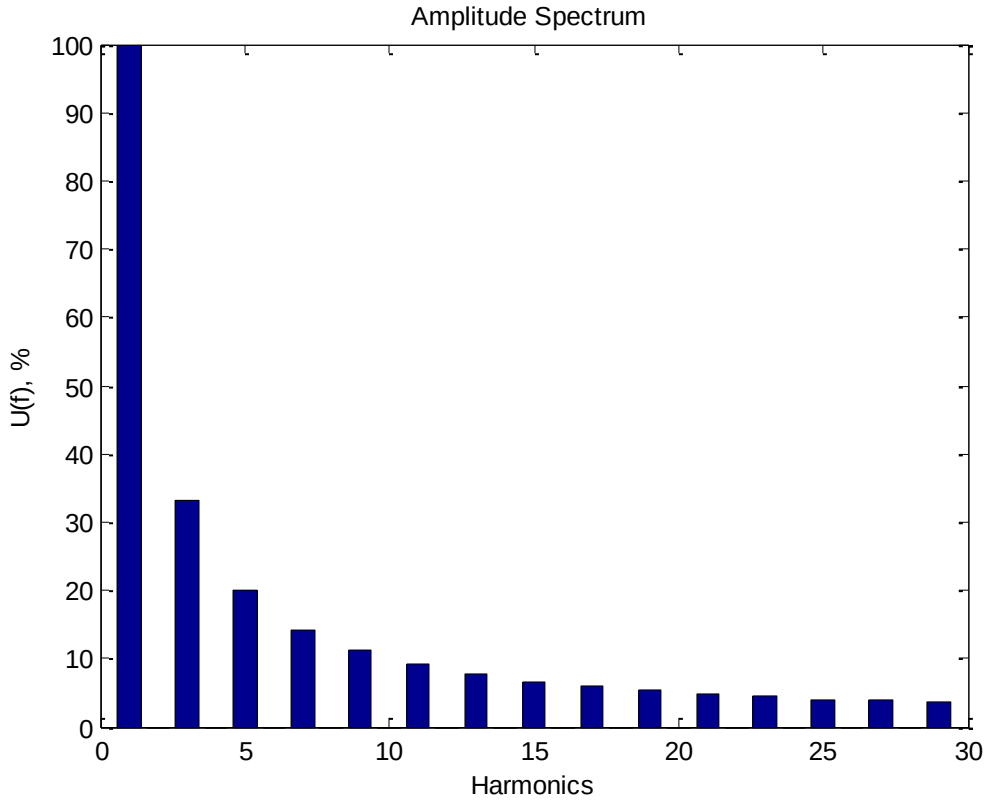


Figure 4. Amplitude spectrum of the synthesized rectangular voltage.

Total Harmonic Distortion THD for the obtained voltage is $k_U = 47\%$.

The high harmonics value is too large and does not satisfy the requirements for these class inverters. Therefore, it is necessary to improve control of the switching keys moment of the bridge inverter.

Next, the transient process for the forming of improved output voltage is investigated.

By changing of modulation strategy and control of three-phase bridge inverter, the new form of output voltage is obtained. The received voltage is a sequence of periodic rectangular pulses also, but it is with more complicated structure. This leads to improvement of the synthesized voltage. The shape of the obtained voltage approximates to the sine wave, and this leads to a reduction of the harmonic composition.

The transient process for the forming of improved output voltage is shown in Fig.5.
The harmonic composition of the obtained voltage decreases. An Amplitude spectrum of improved output voltage is shown in Fig.6.

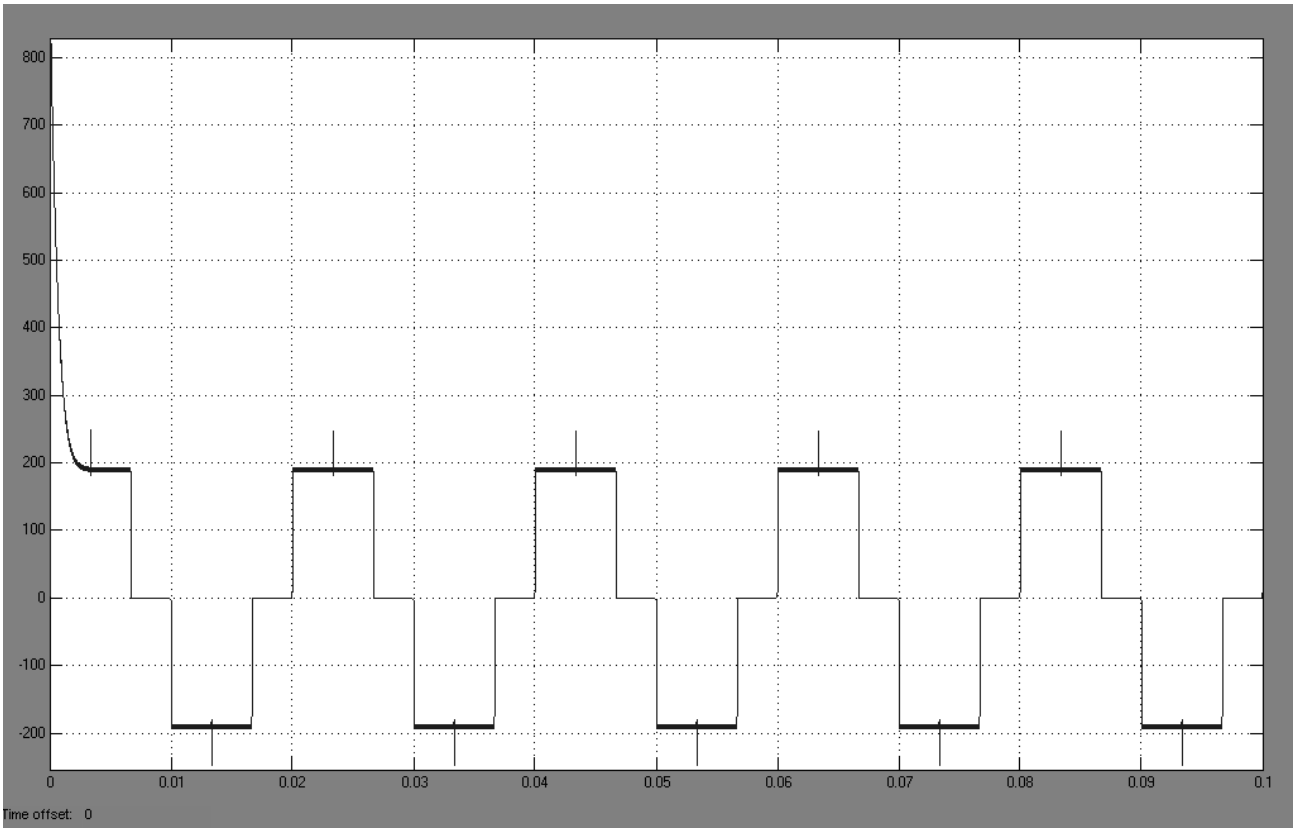


Figure 5. Transient process for forming of the improved voltage.

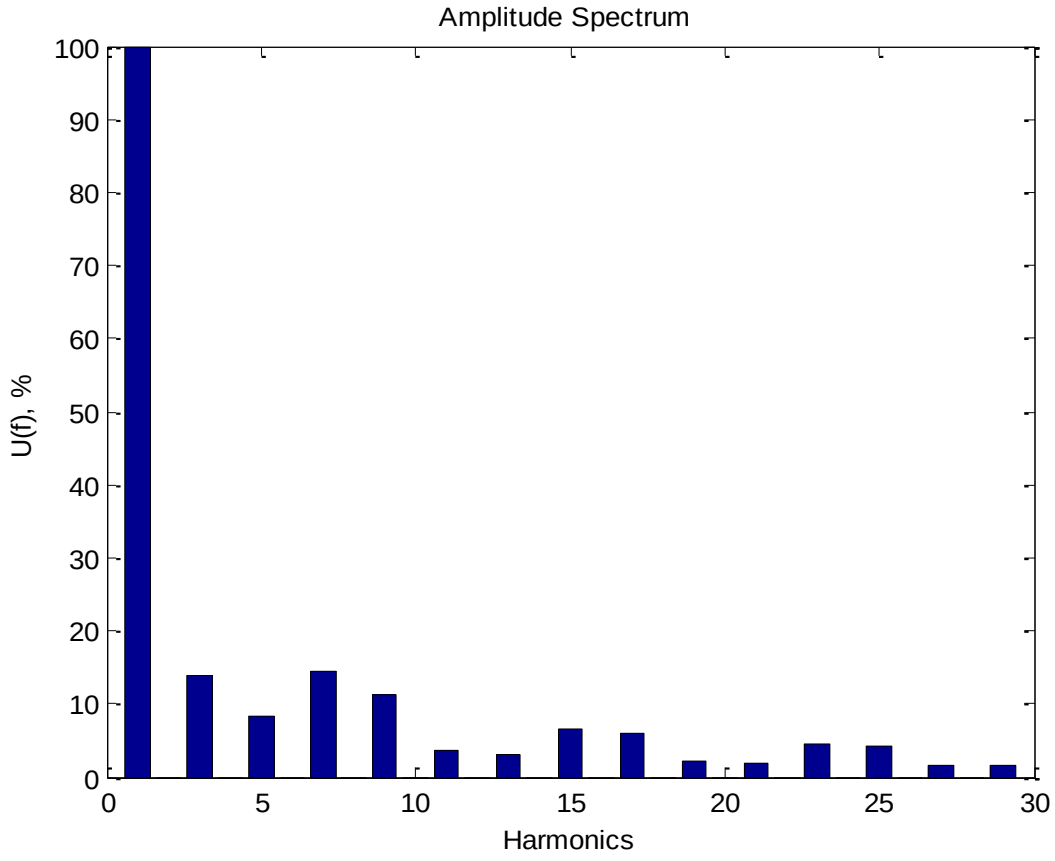


Figure 6. Amplitude spectrum of improved output voltage.

Total Harmonic Distortion THD of the improved output voltage is $k_U = 27\,\%$.

The decreasing of Total Harmonic Distortion is a half, but THD value is still high and

does not satisfy the requirements.

The voltage control scheme is improved. The linear dependence of the active power in load and regulation angle, the first harmonic amplitude of load voltage and regulation angle, respectively is achieved.
The transient process for the forming of quasi sinusoidal voltage in the load is shown in Fig.7.

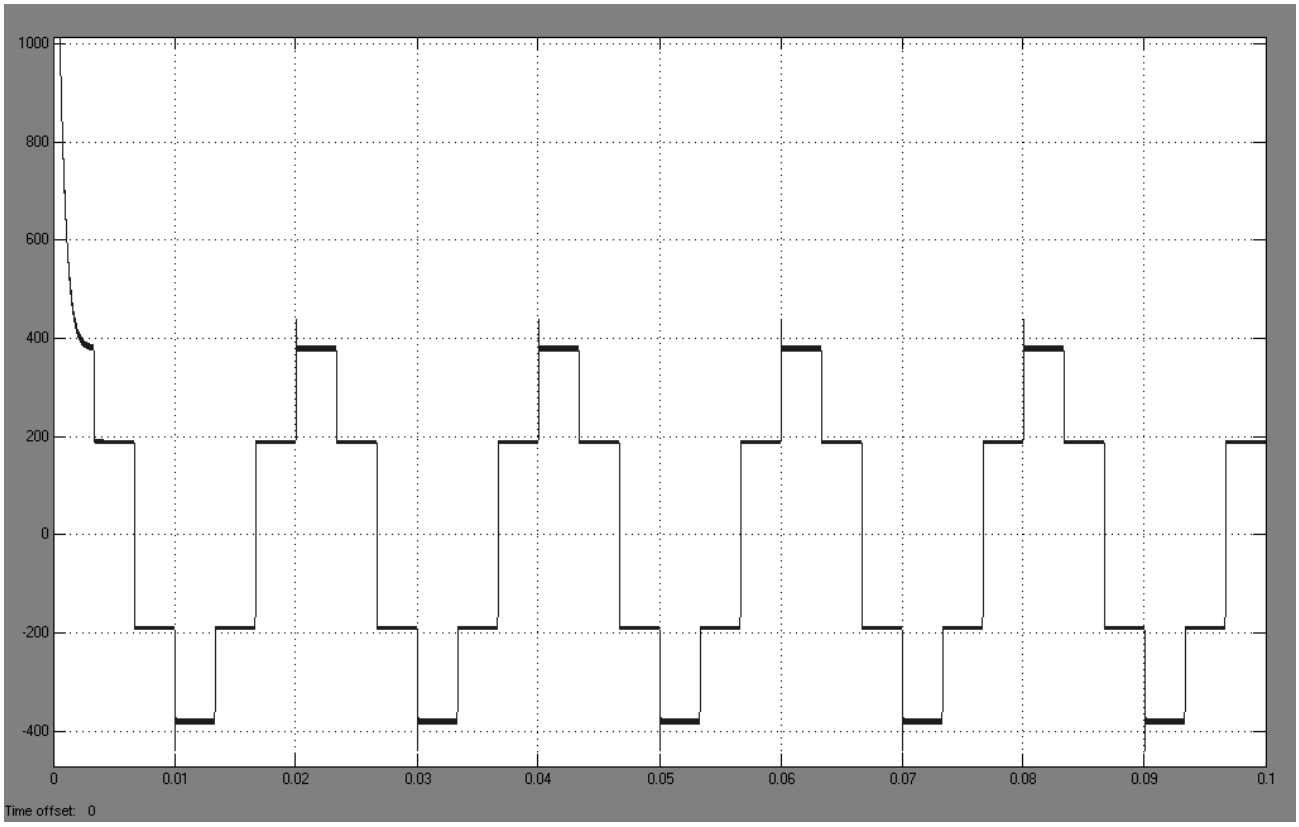


Figure 7. Transient process for forming of the quasi sinusoidal voltage.

An amplitude spectrum of quasi-sinusoidal output voltage is shown in Fig.8.

Total Harmonic Distortion THD of the quasi-sinusoidal output voltage is $k_U = 16\%$. It almost satisfies the standards for electromagnetic compatibility [8, 9].

The level of high harmonics is relative small and the synthesized output voltage of the three-phase invertor approximates sinusoidal wave.

Mitigation of non-eliminated harmonics may change electromagnetic interference negligible [5].

Certainly, achievement of an ideal sine wave is possible [7]. This requires complication of the inverter structure and using of a power inductor and divided transformer in each phase of the three-phase inverter. But this is related to increased costs.

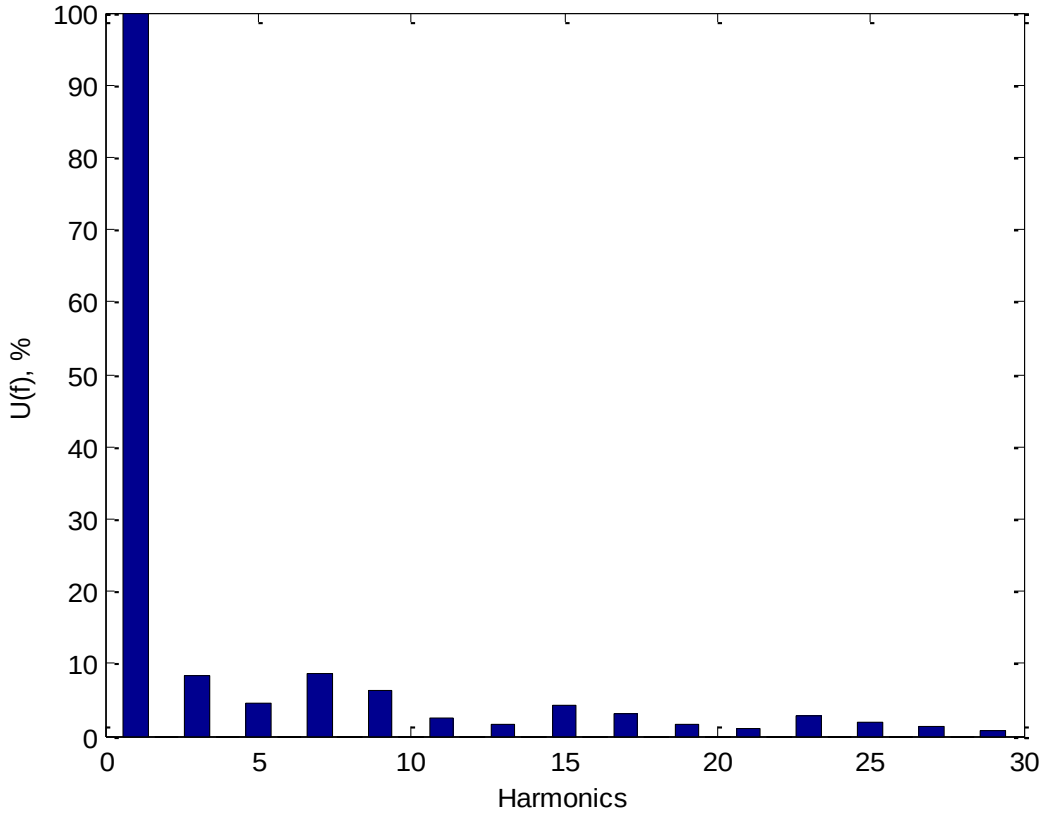


Figure 8. Amplitude spectrum of quasi-sinusoidal output voltage.

4. CONCLUSION

The simulation model of the three-phase invertor is created.
As a result of the analysis and simulations, obtained through SIMULINK of the program package MATLAB, the capabilities of the inverter for the synthesis of output voltage like a sinusoidal wave is proved.
The obtained quasi-sinusoidal voltage is not ideal one, but leads to a significant reduction of harmonics in the converter load. This ensures lower level of electromagnetic interference and improves electromagnetic compatibility.

REFERENCES

[1] Marty Broun *Power supply cookbook, second edition*, Newness, Buxton-Oxford-Johannesburg-Melbourne-New Delhi, ISBN 0-7506-7329-X, 2002

[2] Tsonev E., Three-phase thyristor controller with symmetric regulation. Methodology for the design. Proceedings of Military University "Vasil Levski" book 72, pp. 563-570, 2002 (in Bulgarian)

[3] H. Kanaan, K. Al-Haddad, and F. Fnaiech, "Modelling and control of three-phase/switch/level fixed-frequency PWM rectifier: state-space averaged model," *Electric Power Applications, IEE Proceedings*, vol. 152, no. 3, pp. 551-557, May 2005

[4] D. Grahame and Thomas A. Lipo, *Pulse Width Modulation for Power Converters*, Mohammed E. El-Hawary, Ed. USA: A John Wiley & Sons, Inc , 2003

[5] Jorge Pontt, José Rodríguez, Rodrigo Huerta," Mitigation of Non-eliminated Harmonics of SHEPWM Three-Level Multipulse Three-Phase Active Front End Converters With Low Switching Frequency for Meeting Standard IEEE-519-92", IEEE Transactions on Power Electronics, vol. 19, No. 6, November 2004, pp. 1594-1600

[6] Mincho Peev, Anastassia Krusteva, Milko Yordanov, MOSFET Bridge Swich Converter for Pulse Plating, ICEST 2004, XXXIX International Scientific Conference of Information, Energy System and Technologies, Bitola 2004, vol.1, pp.411-414

[7] Atanas Chervenkov, Todorka Chervenkova, Atanas Yanev, "Simulation of sinusoidal voltage inverter using reducing switching losses PWM strategy", Proceedings of 11th Summer School Advanced Aspects of Theoretical Electrical Engineering -Sofia' 16, pp.207-214

[8] IEEE Standard 519:2014 - IEEE Recommended Practices and Requirements for Harmonic Control in Electric Power Systems

[9] BDS EN 61000-3-2:2014 (IEC 61000-3-2:2014). - Electromagnetic compatibility (EMC) - Part 3-2: Limits - Limits for harmonic current emissions (equipment input current ≤ 16 A per phase)

[10] MATLAB Documentation *MathWorks* Retrieved 14, August 2013

Authors: Atanas Chervenkov, PhD, Assoc. Prof., Department of Theoretical Electrical Engineering, Faculty of Automatics, Technical University of Sofia, E-mail address: *acher@tu-sofia.bg*, Todorka Chervenkova, PhD, Assoc. Prof., Department of Electrical Engineering, Automatics and Electronics, Technical University of Sofia, E-mail address: *tchervenkova@tu-sofia.bg*; Atanas Yanev, PhD student, Department of Theoretical Electrical Engineering, Faculty of Automatics, Technical University of Sofia, E-mail address: *atanas.yanew@gmail.com*

Received April 12, 2017 **Reviewer:** Prof. PhD Jivko Georgiev

ИЗСЛЕДВАНЕ НА ЗАВИСИМОСТИТЕ МЕЖДУ ЕФЕКТИВНИТЕ СТОЙНОСТИ НА ВХОДНОТО И ИЗХОДНОТО НАПРЕЖЕНИЯ И ЧЕСТОТАТА НА МЕМРИСТОРНО-РЕЗИСТОРНА ВЕРИГА

Стоян Кирилов, Валери Младенов

Резюме: *Основната идея на настоящата статия е да се предложи метод за изследване на зависимостите между ефективните стойности на входното и изходното напрежение и честотата на последователна мемристорно-резисторна верига в широк честотен диапазон. За реалистичното представяне на описаните по-горе зависимости при няколко различни нива на входното напрежение е използван модифициран мемристорен модел с нелинейно йонно отместване и алгоритъм базиран на превключване. Волт-амперните и вебер-кулоновите характеристики на мемристора са изследвани в различните честотни обхвати - съответно при режими на меко и твърдо превключване. Коментирано е евентуалното приложение на мемристора като динамичен товар в емитерната верига на транзисторни усилватели.*
Ключови думи: *Мемристорен модел на Йоглекер, прозоречна функция, алгоритъм базиран на превключване.*

ANALYSIS OF THE RELATIONSHIPS BETWEEN THE EFFECTIVE VALUES OF THE INPUT AND OUTPUT VOLTAGES AND THE FREQUENCY OF A MEMRISTOR-RESISTOR CIRCUIT

Stoyan Kirilov, Valeri Mladenov

Abstract*: The basic purpose of the present paperis to propose a method for analysis of the relationships between the input and output voltages and the frequency of a series memristor-resistor circuit in a wide frequency range. For the realistic representation of the relationships mentioned above for several different input voltage signal levels a modified switch-based memristor model with a nonlinear ionic drift is used. The current voltage e and state-flux relationships of the memristore lament for the different ranges of the frequency of the input voltage signal are investigated – for soft-switching and hard-switching mode, respectively. The eventual possibility for application of the memristor as a dynamic loading the emitter circuit of transistor amplifiers is also discussed.*
Keywords: *Joglekar memristor model, window function, switch-based algorithm*

© 2017 Publishing House of Technical University of Sofia
All rights reserved

ISSN 1311-0829

1. INTRODUCTION

After the theoretical forecast of the memristore lament by Prof. Leon Chua [1] in 1971 and the physical realization of the titanium-dioxide based memristor prototype by Stanley Williams from HP research labs [2] in 2008 a lot of scientific papers associated with the memristor model sand applications are published [3, 4, 5, 6]. The modified memristor model proposed here is based both on the Joglekar nonlinear drift model [3] and the Boundary Condition Memristor Model (BCM) switch-basedmodel [5, 6]. The memristor model used in the present investigation sable to be used for computer simulation of a titanium-dioxide memristor both for soft-switching and hard-switching mode [5] and it also uses a sensitivity voltage threshold [6]. The modified memristor modelis appliedin MATLAB environment for a nalysis of the relationships between the effective values of the output and input voltage sand the frequency of a simple serial memristor-resistor circuit. The characteristics mention above are obtained for soft- and hard-switching mode.

The paper is organized as follows. In Section 2 a brief description of the memristor structure and operation of the modified Joglekar switch-based model is proposed. The results obtained by the computer simulations are presented and discussed in Section 3. The concluding remarks are given in Section 4.

2. A BRIEF DESCRIPTION OF THE MODIFIED JOGLEKAR MEMRISTOR MODEL

The modified Joglekar memristor model will be discussed using the titanium-dioxide substituting circuit presented in Fig.1. The electrodes are made of platinum and the first region of the structure with a length of w is doped with oxygen vacancies by electroforming process [2]. The second sub-layer is made of pure TiO_2. The length of the whole memristor structure is D [2, 3],R_{ON} = 100 Ω and R_{OFF} = 16000 Ω are the resistances of the memristor for fully-closed and fully-open states, respectively [2]. The memristor-resistor circuit for the present investigations is given in Fig.2.

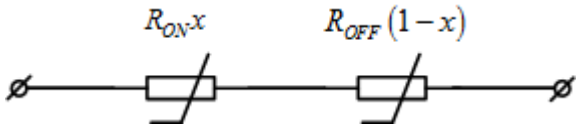


Fig. 1. Titanium dioxide memristor element substituting circuit

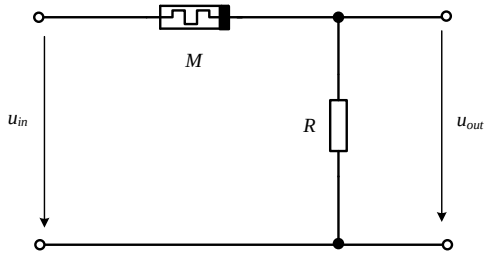


Fig. 2. Memristor-resistor simple serial circuit, x_0 = 0.4, R = 1 Ω

The normalized length of the doped layer, also known as the state variable x could be defined with the following formula [2, 3, 5]:

$$x = \frac{w}{D} \tag{1}$$

The equivalent resistance of the memristor element could be expressed using the series connection of the doped and the un-doped regions- Fig. 1 [2]:

$$R_{eq} = R_{doped} + R_{un-doped} = R_{ON}x + R_{OFF}\left(1-x\right) \approx R_{OFF}\left(1-x\right) \tag{2}$$

If $R_{eq} = R_{ON}$ or $R_{eq} = R_{OFF}$ the state variable x has its limiting values: 1 and 0. The approximated current-voltage relationship could be expressed using formula (2) and the Ohm's law [7]:

$$u = R_{eq}i = \left[R_{OFF}\left(1-x\right)\right]i \tag{3}$$

The voltage drop across the doped region of the memristor u_w is [7]:

$$u_w = R_{doped}i = R_{ON}xi = R_{ON}i\frac{w}{D} \tag{4}$$

The electric field intensity in the doped layer of the memristor E_w is [7]:

$$E_w = \frac{u_w}{w} = i\frac{R_{ON}}{D} \tag{5}$$

The rate of moving the boundary between doped and un-doped layers of the memristor element is [8]:

$$v = \frac{dw}{dt} = \frac{d}{dt}\left(xD\right) = D\frac{dx}{dt} = \mu E_w \tag{6}$$

whereμ= 1.10^{-12} $m^2/(V.s)$is the ionic drift mobility of the oxygen vacancies. After transformations of (6) we obtain [2, 5]:

$$\frac{dx}{dt} = \frac{\mu R_{ON}}{D^2}i = ki \tag{7}$$

Formula (7) is valid for a linear ionic drift model when the electric field intensity is comparatively low. For high-intensity electric fields the relation between the boundary velocity and the electric current is nonlinear and a nonlinear window function has to be used [3]:

$$\frac{dx}{dt} = \frac{\mu R_{ON}}{D^2}if\left(x\right) = ki\left[1-\left(2x-1\right)^{2p}\right] \tag{8}$$

Using (8) for p = 1 and (3) we obtain the basic differential equation of the memristor state [2, 3]:

$$\frac{dx}{x} = \frac{4k}{R_{OFF}} u(t)\,dt \tag{9}$$

The analytical solution for (9) for initial condition $x(0) = x_0$ is [3, 7]:

$$x = x_0 \exp\left[\frac{4k}{R_{OFF}} \int_{t_0}^{t} u(\tau)\,dt \right] \tag{10}$$

Eq. (9) could be numerically solved using the finite differences method and then we could write a switch-based MATLAB algorithm for the simulations [5]. The model used here is based both on the Joglekar and BCM. The BCM model is appropriate for simulation of memristor elements both for soft-switching and hard-switching mode [3, 5, 6]. For soft-switching mode the state variable *x* does not reach its limiting values – 0 and 1, respectively. For hard-switching the state variable *x* reaches its boundary values and for a forward-biased memristor, if the state variable $x = 0$, its value could be changed only if the applied voltage becomes positive [3, 5]. If *x* increases and becomes equal to 1, the state variable *x* could be changed only if the applied voltage is negative. For a reverse-biased memristor operating in hard-switching mode, if the state variable becomes with a value of $x = 0$, it could be changed if the applied voltage is negative. If the state variable *x* becomes equal to 1, it could be changed if the voltage is positive [3, 5, 6].

2. ANALYSIS OF THE CURRENT-VOLTAGE, STATAE-FLUX, AND THE RELATIONSHIPS BETWEEN EFFECTIVE VOLTAGES VALUES AND THE FREQUENCY FOR A MEMRISTOR-RESISTOR CIRCUIT

The time diagrams of the memristor voltage, current, flux linkage and state variable *x* for low frequency ($f = 0.5$ Hz) and comparatively high magnitude ($u_m = 2.5$ V) are given in Fig. 3. The respective *i-v* characteristic and state-flux relation for the same conditions are given in Fig. 4 and Fig. 5. In this case the memristor operates in a hard-switching mode. The ionic mobility is $\mu_1 = 1 \cdot 10^{-14} m^2/(V.s)$.

Next we report several experiments for a different ionic mobility - $\mu_2 = 1 \cdot 10^{-12} m^2/(V.s)$. The relation between the effective value of the output voltage and the frequency of the memristor-resistor serial circuit for different initial phases of the input voltage are presented in Fig.6. The similar characteristics of the same circuit for different magnitudes of the input voltage signal are given in Fig.7. It is obvious that the graphics have 3 regions – the first corresponds to hard-switching, the second – to soft switching, and the third is for unaffected value of the memristor state variable *x* [6].

The relationships between the effective values of the input and output voltages for several different frequencies are presented in Fig. 8. The magnitude characteristics for the effective values for several initial phases of the input voltage signal are given in Fig. 9. Several magnitude relationships for the effective values at different initial values of the state variable *x* are given in Fig.10. The memristor *i-v* relationships are in-

vestigated in all the specific ranges of Fig.7. The first experiment is prepared forfrequency$f$ = 10 *Hz*, u_m = 1.5 V. The respective state-flux and current-voltage relationships are presented in Fig.11 and Fig.12.

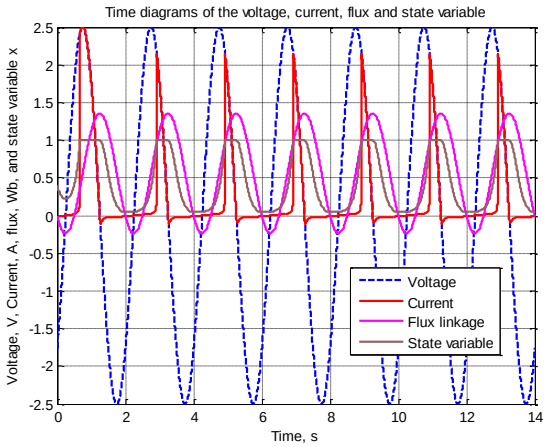


Fig.3. Time diagrams of memristor voltage, current, flux linkage and state variable x for f = 0.5 *Hz*, $\mu = 1 \cdot 10^{-14} m^2/(V.s)$, u_m = 2.5 *V*

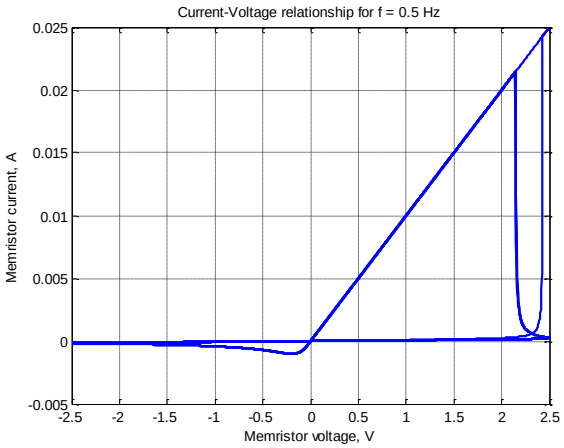


Fig.4. Current-voltage relationships of the memristor for f = 0.5 *Hz*, $\mu = 1 \cdot 10^{-14} m^2/(V.s)$, and u_m = 2.5 *V* – hard-switching mode

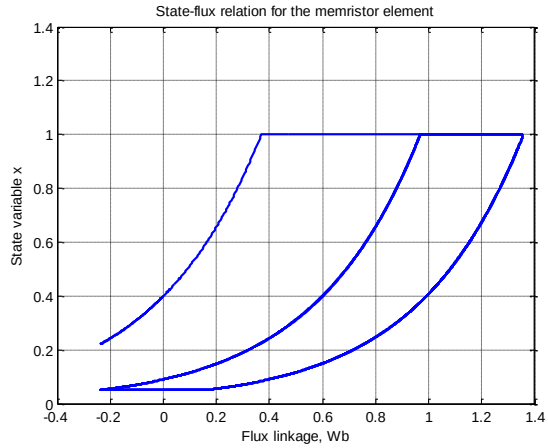


Fig.5. State-flux relationship of the memristor for f = 0.5 *Hz*, $\mu = 1 \cdot 10^{-14} m^2/(V.s)$, u_m = 2.5 *V*

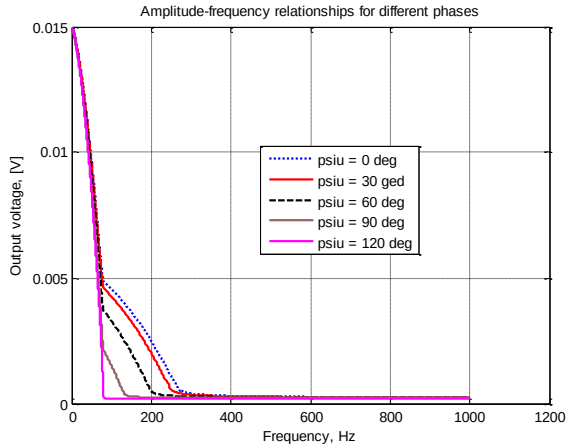


Fig.6. Characteristic U_2=$F(f)$for different initial phases of u_{in}, u_{inm} = 3 *V*

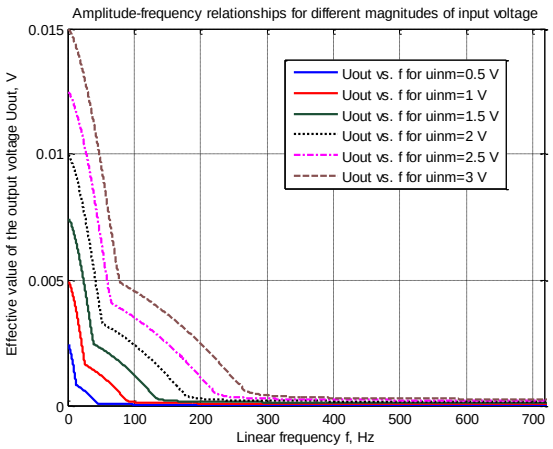


Fig.7. Relationship $U_2 = F(f)$ of the memristor-resistor circuit for different magnitudes of the input voltage signal u_{in}

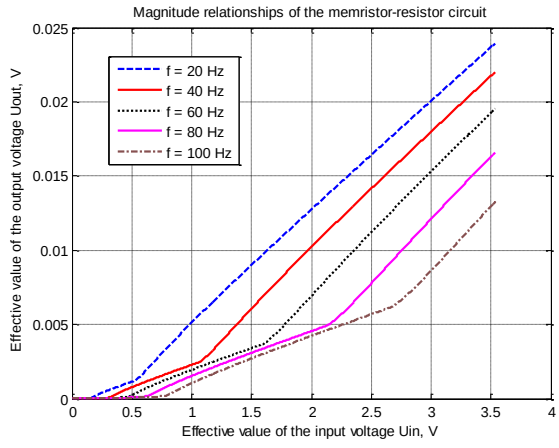


Fig.8. Characteristics $U_2 = F(U_1)$of the memristor-resistor circuit for several different frequencies f, $\mu = 1 \cdot 10^{-12} m^2/(V.s)$, $\Psi_{uin} = 0$

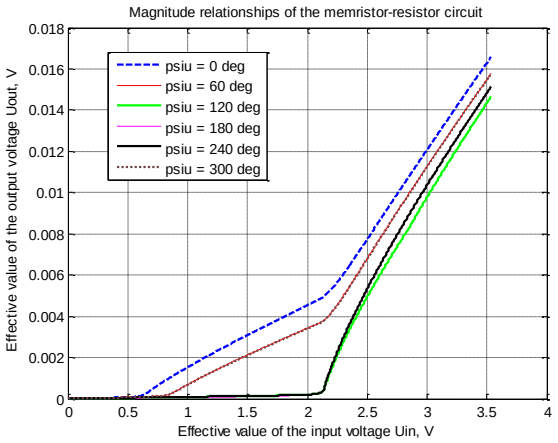


Fig.9. Relationships $U_2 = F(U_1)$of the memristor-resistor circuit for differentinitial phases of the input voltage, f = 20 *Hz*

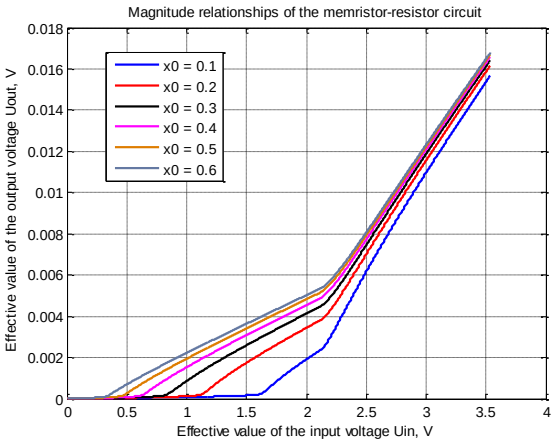


Fig.10. Relationships $U_2 = F(U_1)$of the memristor-resistor circuit for differentinitial values of state variable x, f = 20 *Hz*

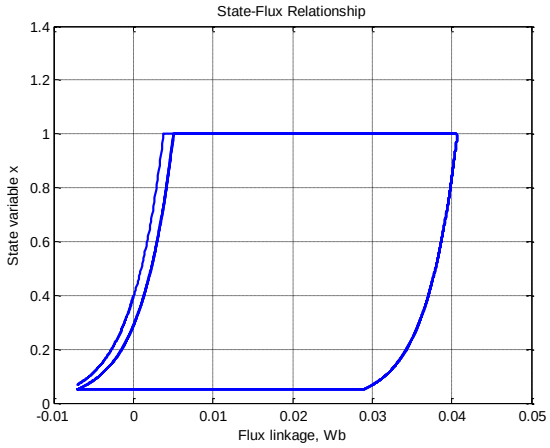


Fig. 11. State-flux relationship of the memristor for sine mode, f = 10 *Hz*, u_m = 1.5 *V*, $\mu = 1 \cdot 10^{-12} m^2/(V.s)$ – the first region of Fig. 7

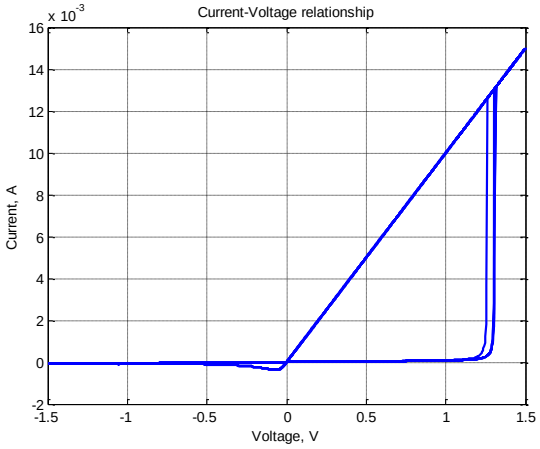


Fig. 12. Current-Voltage relationship of the memristor for sine mode, f = 10 *Hz*, u_m = 1.5 *V*, $\mu = 1 \cdot 10^{-12} m^2/(V.s)$ – the first region of Fig. 7

It is clear from Fig.11 and Fig.12 that the memristor operates in a hard-switching mode. For the analysis in the second region of the characteristic $U_2 = F(f)$another test is done for f = 120 Hz, u_m = 1.5 V. The state-flux relation is single-valued and it is given in Fig. 13. The respective *i-v* relation is given in Fig.14. The results show that the relation between the effective value of the output voltage and the frequency and the magnitude relations of the memristor-resistor series circuit depend on the magnitude of applied input voltage, the initial phase, and the initial value of the state variable x. For high magnitudes (u_m> 2 V) and low frequencies (f< 50 Hz) of the input voltage the memristor operates in a hard-switching mode and the higher harmonics level is high. For middle frequencies (f = 50 – 300 Hz) and magnitudes (u_m = 0.3 – 2 V) the memristor operates in a soft-switching mode and for high frequencies (f> 300 Hz) the memristor behaves like a linear resistor. This fact could be used for application of the memristor elements as a dynamic load in the emitter circuit of transistor low-frequency amplifiers when it operates in a soft-switching mode.

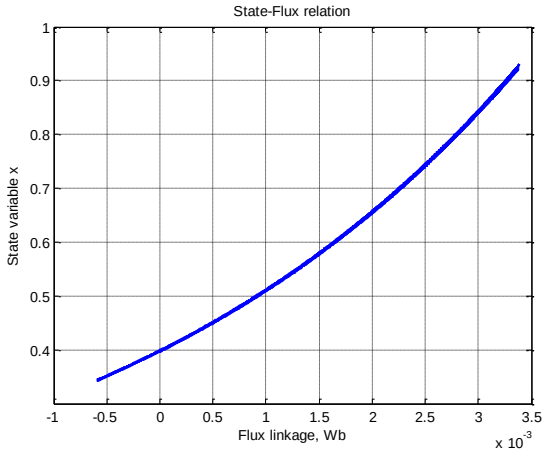


Fig.13. State-flux relationship of the memristor for sinusoidal mode, f = 120 *Hz*, u_m = 1.5 *V*, μ = $1 \cdot 10^{-12} m^2/(V.s)$ – the second region of Fig. 7

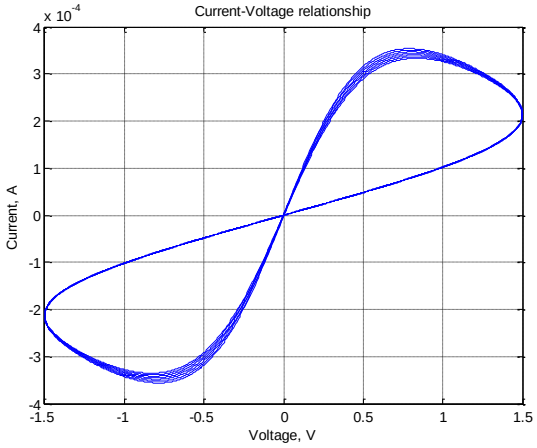


Fig.14. Current-Voltage relationship of the memristor for sine mode, f = 120 *Hz*, u_m = 1.5 *V*, μ = $1 \cdot 10^{-12} m^2/(V.s)$ – the second area of Fig. 7

4. CONCLUSIONS

For very high frequencies and for voltages lower than the sensitivity threshold of the memristor the state variable x does not change and the memristor behaves as a linear resistor. The memristor-resistor circuit proposed in this paper could be used as a dynamic load in low-frequency transistor amplifiers. The basic drawback will be the increased nonlinear distortions due to the nonlinearity of the memristor. Nevertheless the main advantage with respect to the classical transistor dynamic loads of the amplifiers is the decreased power consumption.

REFERENCES

[1] Chua, L. O. Memristor – The Missing Circuit Element. *IEEE Trans. on Circuit Theory*, Vol. CT-18, pp. 507-519, September (1971), DOI 10.1109/TCT.1971.1083337.

[2] Strukov, D. B., G. S. Snider, D. R. Stewart, R. S. Williams. The missing memristor found. *Nature*, 06932, Vol. 453, pp. 80 – 83, (2008), DOI: 10.1038/nature06932.

[3] Y. Joglekar, S. Wolf, "The Elusive Memristor: Properties of Basic Electrical Circuits", *European Journal of Physics*, 30, doi:10.1088/0143-0807/30/4/001, pp. 661 – 675, 2009.

[4] M. Pickett, D. Strukov, J. Borghetti, J. Yang, G. Snider, D. Stewart, R. S. Williams, "Switching dynamics in titanium dioxide memristive devices", *J. Appl. Phys*. 106, doi: 10.1063/1.3236506, pp. 1 – 6, 2009.

[5] F. Corinto, A. Ascoli, "A Boundary Condition-Based Approach to the Modelling of Memristor Nanostructures", *IEEE Transactions on Circuits and Systems - I*, Regular Papers, vol. 59, no. 11, doi: 10.1109/TCSI.2012.2190563, pp. , 2713 – 2726, 2012.

[6] A. Ascoli, F. Corinto, R. Tetzlaff, "Generalized Boundary Condition Memristor Model", *Int. J. Circ. Theor. Appl*. 44, DOI: 10.1002/cta.2063, pp. 60–84, 2016.

[7] Brandisky, K., Zh. Georgiev, V. Mladenov, R. Stancheva. Theoretical Electrical Engineering – Part 1. Sofia, *KING Publ. House*, First Edition, ISBN 954-9518-28-0, 2004.
[8] Hristov, M., T. Vassileva, E. Manolov. Semiconductor elements. Sofia, *New knowledge Publishing House*, ISBN: 978-954-9315-79-0, 2007.

Authors: Stoyan Kirilov, Ch. Assist. Prof., Dr. Eng., Department of Theoretical Electrical Engineering, Faculty of Automatics, Technical University of Sofia, E-mail address: *s_kirilov@tu-sofia.bg ;* Valeri Mladenov, Prof. Dr. Eng., Department of Theoretical Electrical Engineering, Faculty of Automatics, Technical University of Sofia, E-mail address: *valerim@tu-sofia.bg*

Received January 21, 2017 **Reviewer:** Assoc. Prof. PhD Atanas Chervenkov

TRANSIENT AND STEADY-STATE ANALYSIS OF ELECTRICAL CIRCUITS SUPPLIED BY SEQUENCE OF RECTANGULAR PULSES BY Z - TRANSFORM

Zhivko Georgiev, Ivan Trushev, Atanas Chervenkov

Abstract: *Transient and steady-state process in series RC-circuits when the supplied voltage is a sequence of periodic rectangular pulses are analyzed. Analytical formulas for the voltage on the capacitor in any period of the supplied voltage are derived. The analysis is performed using z - transformation. The approach applied may also be used in other circuits and other forms of the supplied quantity.*
Key words: *transient, steady-state process, sequence of pulses, z - transformation*

1. INTRODUCTION

Very often in various electrical and electronic circuits, sources generate a sequence of identical pulses (eg. rectangular, triangular, saw-tooth, etc.). Both from theoretical and practical point of view it is interesting to analyze the transient and steady-state processes in such circuits. The most common approach in such cases is to use the techniques of Fourier series [1], [2]. Fourier series are valid only for periodic functions, thus it can be examined only the steady-state process. Moreover, unknown quantities are obtained in the form of series, which leads to cumbersome calculations and inconvenience in use.

This article offers an approach for analyzing both the transient and steady-state process, when the input signals are periodic non-sinusoidal functions. In this case the unknown quantities are described by analytical formulas valid both for the above mentioned two processes. This approach is based on the use of z - transformation. The approach will be applied for the specific electrical circuit and input signal, but the basic principles of the analysis can be applied in other circuits and signals.

A series *RC*-circuits is considered (Fig.1).

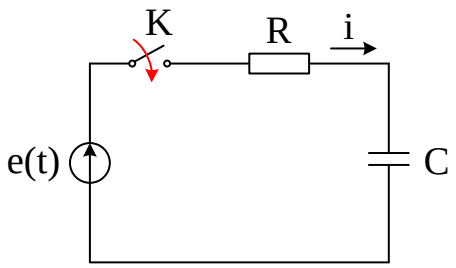


Fig.1. *A series RC-circuit*

Electromotive voltage $e(t)$ of the input source is a periodic sequence of rectangular pulses with an amplitude E, length t_H and repetition period T (Fig.2).

© 2017 Publishing House of Technical University of Sofia
All rights reserved

ISSN 1311-0829

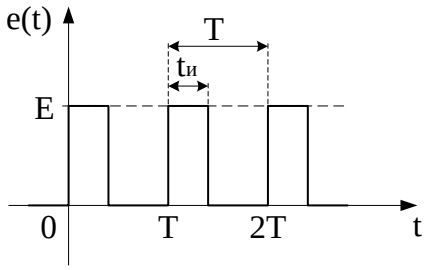


Fig.2. *Periodic series of rectangular pulses*

It can be described analytically by Heaviside function (continuous unit function) $u(t)$ as follows

$$e(t)=\sum_{n=0}^{\infty} E\left[u(t-nT)-u(t-nT-t_{И})\right], \tag{1}$$

and $u(t)$ is defined as follows

$$u(t)=\begin{cases}1, & t\geq 0\\ 0, & t<0\end{cases} \tag{2}$$

The instant of the closure of switch K coincides with the beginning of the first pulse. In general the capacitor voltage $u_C(t)$ satisfies the following differential equation [3], [4]

$$RC\frac{\mathrm{d}u_C}{\mathrm{d}t}+u_C=e(t), \quad t\geq 0. \tag{3}$$

The time t, in the equation above is measured from the beginning of the first pulse.

2. THE MAIN IDEA FOR ANALYSIS

The main idea of the article is to determine the output response – capacitor voltage $u_C(t)$, of the electrical circuit (Fig.1) in discrete instants of time (samples) $t = 0, T, 2T, \ldots, nT$, after sampling of input signal $e(t)$. This can be done by using of the discrete impulse function, z-transform and the transfer function of z-transform [5], [6], [7], [8]. In this case, the output variable within the interval of repetition of the pulses is obtained by using the samples as the initial conditions.

The input signal is sampled so that the samples are multiple of the period T of the pulse sequence $e(t)$. Using constant approximation of the input signal in every period, for the discrete input signal (Fig.3) the following equation is obtained

$$e[n]=e(nT)=Eu[n], \tag{4}$$

where $u[n]$ is discrete unit function

$$u[n]=\begin{cases}1 \ за & n=0,1,2,\ldots\\ 0 \ за & n=-1,-2,-3,\ldots\end{cases}$$

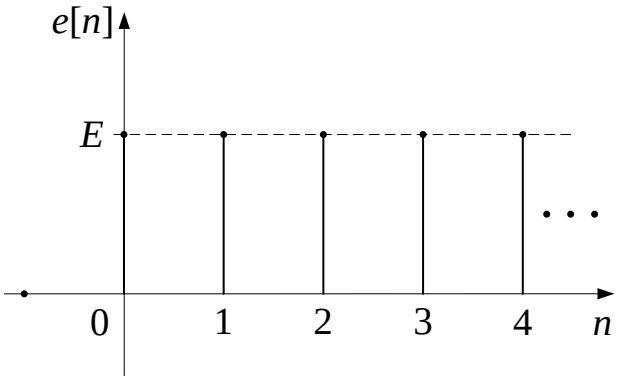


Fig.3. *Sampled input signal*

Thus the z-image of $e[n]$ is found

$$\mathrm{E}(z) = Z\left\{e\left[n\right]\right\} = Z\left\{Eu\left[n\right]\right\} = E\frac{z}{z-1} \tag{5}$$

3. CONTINUOUS AND DISCRETE IMPULSE CHARACTERISTICS

Transient response of the output voltage $u_C(t)$ for the considered electrical circuit is determined when the input signal is continuous unite function $u(t)$.

When the input signal is $e(t) = E.u(t)$, $E = const$, and the continuous initial conditions are zero, the transient response is defined by the following equation

$$h(t) = \frac{u_C(t)}{E}. \tag{6}$$

Taking into account the expression for $u_C(t)$

$$u_C(t) = E\left(1 - e^{-\frac{t}{\tau}}\right), \quad \tau = RC, \tag{7}$$

for continuous transfer function the following equation is found

$$h(t) = \left(1 - e^{-\frac{t}{\tau}}\right) \tag{8}$$

The continuous impulse characteristic can be obtained as follows [9]

$$h_H(t) = h(t) - h(t - t_H), \quad t \geq 0 \tag{9}$$

For the instant of time $t = 0$, it is valid $h_H(0) = h(0) - 0 = 0$.

After substitution in (9) the following expression for $h_H(t)$ is found

$$h_H(t) = \left(1 - e^{-\frac{t}{\tau}}\right) - \left(1 - e^{-\frac{t-t_H}{\tau}}\right) = e^{-\frac{t-t_H}{\tau}} - e^{-\frac{t}{\tau}} = \left(e^{\frac{t_H}{\tau}} - 1\right)e^{-\frac{t}{\tau}}, \quad t > 0 \tag{10}$$

$$h_И(t)=\begin{cases}\left(e^{\frac{t_И}{\tau}}-1\right)e^{-\frac{t}{\tau}}, & t>0\\ 0, & t=0\end{cases} \tag{11}$$

Discrete impulse characteristic is

$$\begin{aligned}&h_И[n]=h_И(nT), \quad за \ \ n=1,2,....\\ &h_И[0]=h_И(0)=0\end{aligned} \tag{12}$$

$$h_И[n]=\begin{cases}\left(e^{\frac{t_И}{\tau}}-1\right)e^{-\frac{nT}{\tau}}, & n=1,2,...\\ 0, & n=0\end{cases}. \tag{13}$$

4. DETERMINATION OF THE TRANSFER FUNCTION AT Z - TRANSFORMATION

It is well known that the transfer function $H_И(z)$ is the z – image of the discrete impulse characteristic

$$H_И(z)=Z\{h_И[n]\} \tag{14}$$

An expression for $H_И(z)$ is obtained below

$$H_И(z)=\sum_{n=0}^{\infty}h_И[n]z^{-n}=\sum_{n=1}^{\infty}h_И[n]z^{-n}=\left(e^{\frac{t_И}{\tau}}-1\right)\sum_{n=1}^{\infty}\left[e^{-\frac{nT}{\tau}}z^{-n}\right]=$$

$$=\left(e^{\frac{t_И}{\tau}}-1\right)\sum_{n=1}^{\infty}\left(e^{-\frac{T}{\tau}}z^{-1}\right)^n=\left(e^{\frac{t_И}{\tau}}-1\right)\left[\sum_{n=0}^{\infty}\left(e^{-\frac{T}{\tau}}z^{-1}\right)^n-1\right]=\left(e^{\frac{t_И}{\tau}}-1\right)\left(\frac{1}{1-e^{-\frac{T}{\tau}}z^{-1}}-1\right)=$$

$$=\left(e^{\frac{t_И}{\tau}}-1\right)\left(\frac{z}{z-e^{-\frac{T}{\tau}}}-1\right)=\left(e^{\frac{t_И}{\tau}}-1\right)\left(\frac{z-z+e^{-\frac{T}{\tau}}}{z-e^{-\frac{T}{\tau}}}\right)$$

$$H_И(z)=\left(e^{\frac{t_И}{\tau}}-1\right)e^{-\frac{T}{\tau}}\left(\frac{1}{z-e^{-\frac{T}{\tau}}}\right) \tag{15}$$

5. DETERMINATION OF THE IMAGE OF THE OUTPUT SIGNAL

For the image of the output signal the following equality is valid (Fig.4)

$$u_C(z)=\mathrm{E}(z)H_И(z) \tag{16}$$

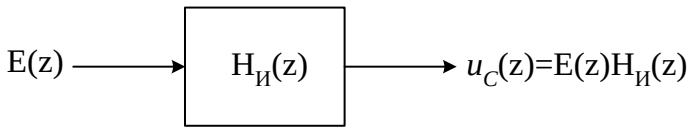


Fig.4. *Block scheme for determination the image of the output signal*

After substitution of (5) and (15) in (16) the following is obtained

$$u_C(z) = E\left(e^{\frac{t_H}{\tau}} - 1\right)e^{-\frac{T}{\tau}} \frac{z}{(z-1)\left(z - e^{-\frac{T}{\tau}}\right)} \tag{17}$$

After introducing the notation

$$a = E\left(e^{\frac{t_H}{\tau}} - 1\right)e^{-\frac{T}{\tau}} \tag{18}$$

the expression below is obtained

$$u_C(z) = \frac{az}{(z-1)\left(z - e^{-\frac{T}{\tau}}\right)} \tag{19}$$

6. DETERMINATION OF THE DISCRETE OUTPUT SIGNAL

To find the original $u_C[n]$, the expression (19) is decomposed into elementary terms

$$u_C(z) = \frac{az}{(z-1)\left(z - e^{-\frac{T}{\tau}}\right)} = \frac{c_1 z}{(z-1)} + \frac{c_2 z}{\left(z - e^{-\frac{T}{\tau}}\right)} \tag{20}$$

The aim is to find the unknown coefficients c_1 and c_2. This can be done by using the undetermined coefficients method. The expression (20) is divided to z and the following is obtained

$$\frac{u_C(z)}{z} = \frac{a}{(z-1)\left(z - e^{-\frac{T}{\tau}}\right)} = \frac{c_1}{z-1} + \frac{c_2}{z - e^{-\frac{T}{\tau}}} \tag{21}$$

The expression (21) is multiplied to $(z - 1)$ and the equality below is found

$$\frac{a(z-1)}{(z-1)\left(z - e^{-\frac{T}{\tau}}\right)} = \frac{c_1(z-1)}{z-1} + \frac{c_2(z-1)}{z - e^{-\frac{T}{\tau}}} \tag{22}$$

It is replaced z = 1 and the following is obtained

$$c_1 = \frac{a}{1 - e^{-\frac{T}{\tau}}} \tag{23}$$

For determination the expression for c_2, (21) is multiplied to $\left(z - e^{-\frac{T}{\tau}}\right)$

$$\frac{a\left(z-e^{-\frac{T}{\tau}}\right)}{(z-1)\left(z-e^{-\frac{T}{\tau}}\right)}=\frac{c_1\left(z-e^{-\frac{T}{\tau}}\right)}{z-1}+c_2 \tag{24}$$

After substituting $z=e^{-\frac{T}{\tau}}$, it is found

$$c_2=\frac{a}{e^{-\frac{T}{\tau}}-1}. \tag{25}$$

Expressions (23) and (25) are substituted in (20) and the following equation for $u_C(z)$ is obtained

$$u_C(z)=\frac{a}{\left(1-e^{-\frac{T}{\tau}}\right)}\frac{z}{(z-1)}-\frac{a}{\left(1-e^{-\frac{T}{\tau}}\right)}\frac{z}{\left(z-e^{-\frac{T}{\tau}}\right)}, \tag{26}$$

$$u_C(z)=\frac{a}{\left(1-e^{-\frac{T}{\tau}}\right)}\left[\frac{z}{(z-1)}-\frac{z}{\left(z-e^{-\frac{T}{\tau}}\right)}\right]. \tag{27}$$

The inverse transformations are used

$$Z^{-1}\left\{\frac{z}{(z-1)}\right\}=u[n]=1 \quad npu\ n\geq 0, \tag{28}$$

$$Z^{-1}\left\{\frac{z}{\left(z-e^{-\frac{T}{\tau}}\right)}\right\}=e^{-\frac{nT}{\tau}}, \tag{29}$$

thus the following expressions for $u_C[n]$ are obtained

$$u_C[n]=\frac{a}{\left(1-e^{-\frac{T}{\tau}}\right)}\left(1-e^{-\frac{nT}{\tau}}\right) \tag{30}$$

$$u_C[n]=E\frac{\left(e^{\frac{t_H}{\tau}}-1\right)e^{-\frac{T}{\tau}}}{\left(1-e^{-\frac{T}{\tau}}\right)}\left(1-e^{-\frac{nT}{\tau}}\right), \quad n=0,1,2,3,... \tag{31}$$

The determined formulas give the value of the capacitor voltage at the discrete instants of time, which are multiple of the period of the input signal. The expression (31) coincides to the formula (24) from article [10], taking into account that τ is reciprocal value of α. Furthermore, after little transformations [10], for the capacitor voltage the following expressions are obtained:

1) For an arbitrary period with the number of *n*, *n* = 1, 2, 3… at $0 \le t' \le t_H$

$$u_C(t',n) = E + E\left\{\frac{1-e^{\frac{t_H}{\tau}}}{1-e^{-\frac{T}{\tau}}}e^{-\frac{nT}{\tau}} - \frac{1-e^{-\frac{(T-t_H)}{\tau}}}{1-e^{-\frac{T}{\tau}}}\right\}e^{-\frac{t'}{\tau}}; \qquad (32a)$$

2) For an arbitrary period with the number of *n*, *n* = 1, 2, 3… at $t_H \le t' \le T$

$$u_C(t',n) = E\left\{\frac{1-e^{\frac{t_H}{\tau}}}{1-e^{-\frac{T}{\tau}}}e^{-\frac{nT}{\tau}} - \frac{1-e^{\frac{t_H}{\tau}}}{1-e^{-\frac{T}{\tau}}}\right\}e^{-\frac{t'}{\tau}}. \qquad (32b)$$

The expressions obtained above are general. They are valid both for the transient and the steady-state process. Taking into account the relation $t' = t - (n-1)T$ it is possible to go back to the initial time *t* in formulas (32).

As an application of the theory described above, the following example is considered.

Example: *The element parameters of the circuit on fig.1 are E*=200*mV, T* = 10*ms*, t_H = 5*ms*, *R* = 2*kΩ*, C = 13*μF*. *To analyze the circuit by PSPICE and to show as a graph the capacitor voltage* $u_C(t)$. *To calculate the value of the capacitor voltage for the time instant t* = 47*ms by PSPICE. To compare these results with results, obtained of analytical formulas*.

Solution: The graph of the capacitor voltage $u_C(t)$ obtained by PSPICE is shown on Fig.5. The value of the voltage for the time instant *t* = 47*ms*, calculated by PSPICE is $u_C(47ms)$ = 86.684*mV*. The time instant *t* = 47*ms* belongs to the fifth period of the input voltage, i.e. *n* = 5 and $t' = t - (n-1)T = 47 - (5-1)10 = 7\,ms$.

The following values are calculated at first:

$$\tau = RC = 2.10^3.13.10^{-6} = 0.026,$$

$$T / \tau \approx 0.38461538,$$

$$5T / \tau = 1.9230769,$$

$$t_H / \tau \approx 0.19230769,$$

$$t' / \tau \approx 0.269230769.$$

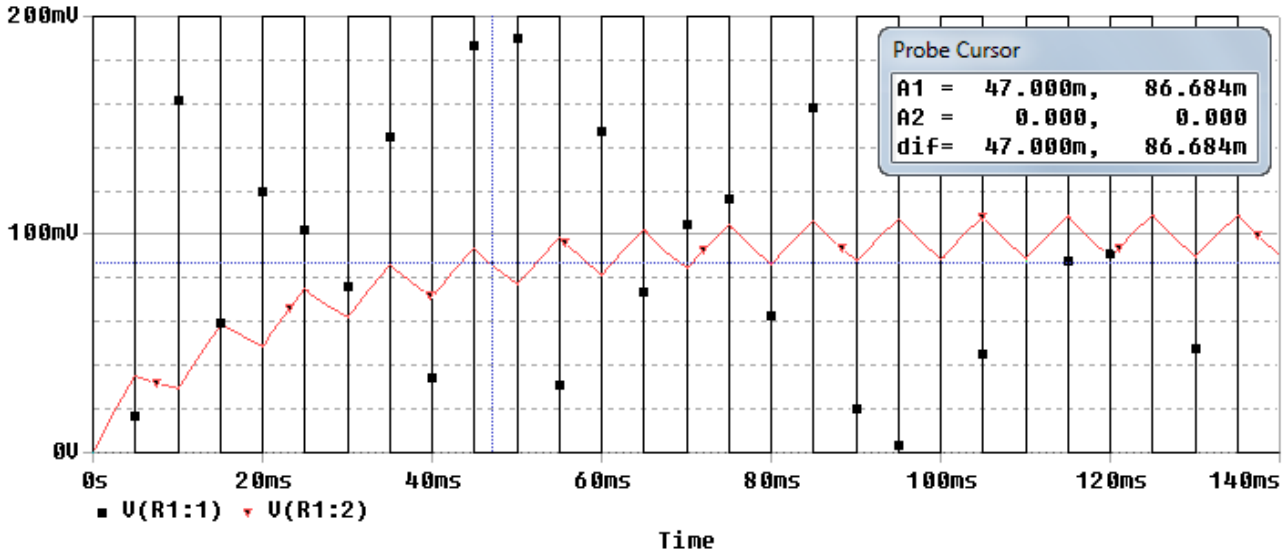


Fig.5. *The capacitor voltage graph obtained by PSPICE*

After that the obtained data are substituted in expression (32b):

$$u_C(0.007,5) = 0.2\left\{\frac{1-e^{0.19230769}}{1-e^{-0.38461538}}e^{-1.9230769} - \frac{1-e^{0.19230769}}{1-e^{-0.38461538}}\right\}e^{-0.269230769} =$$

$$= 0.2\left\{\frac{-0.2120433932}{0.3192875985}0.14615656 - \frac{-0.2120433932}{0.3192875985}\right\}0.7639669354 =$$

$$= 0.2\left\{-0.09706463 + 0.66411409\right\}0.763966935 = 0.08664V = 86.64\ mV\ .$$

It is obvious that there is a very good match between the results obtained by PSPICE and by using the analytical formulas (32).

The capacitor voltage graph obtained by PSPICE shows both - the transient and the steady-state voltage. As can be seen from the graph and from the formulas given above the steady-state solution is a periodic combination of exponential functions. The input voltage (right side of equation (1)), however, is a periodic sequence of rectangular pulses. This example illustrates well the fact that not always the type of steady-state solution coincides with the type of the input signal (the right side of the differential equation).

7. CONCLUSIONS

Z-transformation can be used as a stand-alone method for analysis of circuits in the effects of a sequence of pulses. In this case, the discrete transfer function, transient and pulse characteristics defined by z-transformation are used.

The article discusses some problems related to the study of the transient and the steady-state process in electrical circuits when the sources generate periodic non-sinusoidal signals. The statement refers to a specific circuit and input signal. Nevertheless, the proposed method for analyzing the transient and the steady-state modes, when the input signal is a sequence of rectangular pulses using z – transformation, is sufficiently general and can be applied to arbitrary first order circuits and periodic in-

put signals (for example - bipolar rectangular impulses, triangular impulses, saw-tooth pulses, etc.). The basic principles that have been used here are presented. The method can also be applied for analysis of the circuits of second and higher order [11]. The results can be compared with the similar ones made in [12], where it was made analysis of the influence of the active and reactive elements in linear electrical over the type of transient processes with both methods - classical method for transient analysis and simulation with OrCAD Capture. This will be subject of the future work.

REFERENCES

[1] Brandisky K., Zh. Georgiev, V. Mladenov, R. Stancheva, „Theoretical electrical engineering – vol. 2", King, 2008, Sofia (in Bulgarian)

[2] Yonkin P. A. (ed.), „Theoretical electrical engineering, vol.1: Fundamentals of linear circuits 1", Vishaya shkola, 1978, Moscow (in Russian).

[3] Bessonov L. A., „ Theoretical electrical engineering. Electrical circuits", rev. 10, Gardariki, 1999, Moscow (in Russian)

[4] Alexander C., M. Sadiku, „Fundamentals of Electric Circuits", 5th Edition, McGraw-Hill Higher Education, 2013

[5]Tsipkin Y. Z., „Theory of impulses'systems", FML, 1958, Moscow (in Russian)

[6] Jury E. I., „Theory and Application of the Z-Transform Method", John Wiley, New York, 1964

[7] Vich R., „Z-Transform Theory and Applications", D. Reidel Publishing Company, 1987

[8] Dobrucký, B., P. Štefanec, R. Koňarik, O. V. Chernoyarov, "Transient analysis in electrical circuits using Z-transformation", ELEKTRO 2016, IEEE, 16-18 May 2016, pp. 131-136

[9] Demirchan K. S., L. R. Neyman, N. V. Korovkin, V. L. Chechurin, " Theoretical electrical engineering", rev. 4, vol. 2, Piter, Moscow, Sankt-Petersburg, 2004 (in Russian)

[10] Georgiev Zh., I. Trushev, "Transient and steady-state analysis of electrical circuits supplied by sequence of impulses", Proceedings of Technical University of Sofia, vol. 66, issue 2, 2016, pp. 373-382 (in Bulgarian)

[11] T. Chervenkova, A. Chervenkov, "Investigation of particularly cases of transient in power transmission lines", Proceedings of Technical University of Sofia, vol. 66, issue 2, 2016, pp. 393-400 (in Bulgarian)

[12] Petrakieva S., Analysis of the influence of the active and reactive elements in

linear electrical over the type of transient processes with OrCAD Capture, Journal CAx Technologies, Issue 3, December 2015, ISSN: 1314-9628, pp. 133-140 (in Bulgarian).

Autors: Zhivko Georgiev, Prof. PhD, Department of Theoretical Electrical Engineering, Faculty of Automatics, Technical University of Sofia, E-mail address: *zhdgeorg@tu-sofia.bg* ; Ivan Trushev, Assistant prof., Department of Theoretical Electrical Engineering, Faculty of Automatics, Technical University of Sofia, E-mail address: *ivant@tu-sofia.bg* ; Atanas Chervenkov, Atanas Chervenkov, Assoc. Prof., PhD, Department of Theoretical Electrical Engineering, Faculty of Automatics, Technical University of Sofia, E-mail address: *acher@tu-sofia.bg*

Received May 03, 2017 **Reviewer:** Assoc. Prof., PhD Simona Petrakieva

WEB-БАЗИРАНО ПРИЛОЖЕНИЕ ЗА СЛЕДЕНЕ И УПРАВЛЕНИЕ НА НАЛИЧНОСТИ В СКЛАД

Симона Петракиева, Владимир Балабанов

Резюме: *В настоящата статия е предложено web-базирано приложение за следене и управление на материални запаси в склад. Описани са 4 вида системи за управление на материални запаси - Materials Requirement Planning (MRP), ABC, Just In Time (J I T) и периодични системи. Посочени са изискванията към тях и са разгледани основните етапи при функционирането им. Приложението е написано на езика HTML; дизайнът му е подобрен чрез използване на езика CSS; функционалността и интерактивността му са обогатени чрез езиците JavaScript и PHP, а данните се съхраняват в база данни от тип In Memory Data Base. В края на статията са посочени резултатите от проведени тестове за верификация на разработеното web-базирано приложение, които потвърждават работоспособността на системата за следене на състоянието на запасите в склад на фирма за продажби на компютърна техника и оценяват адекватността на предложения модел.*
Ключови думи: *управление на запаси в склад, системи за управление на запаси - Materials Requirement Planning (MRP), ABC, Just In Time (JIT), периодични системи*

WEB-BASED APPLICATION FOR MONITORING AND CONTROL THE STOCKS IN STORAGE

Simona Petrakieva, Vladimir Balabanov

Abstract: *In this paper a web-based application for manufacturing planning and storage control system is developed. Four types of manufacturing planning and control systems are considered - Materials Requirement Planning (MRP), ABC, Just In Time (J I T) and periodic systems. It was shown the main requirements to these control systems and it was described the basic stages in their functioning. The application is written on the HTML; its design is improved with the use of the language CSS; its functionality and interactivity are enriched by JavaScript and PHP, but the data store in Data base in type In Memory Data Base. In the end of the paper the results of the verification of the fact if the developed application is adequate model the system for manufacturing planning, are shown. They confirm the workability of the system for monitoring and controlling the state of the availabilities in the storage of the company for selling the computers and accessories.*
Keywords: *manufacturing planning and storage control system, inventory control systems - Materials Requirement Planning (MRP), ABC, Just In Time (JIT), periodic systems*

© 2017 Publishing House of Technical University of Sofia
All rights reserved

ISSN 1311-0829

1. ВЪВЕДЕНИЕ

През последните години все по-голяма популярност придобива пазаруването по Internet. В съществуващите on-line магазини се предлагат различни стоки, но независимо от техния вид, единствената цел на сайтовете, представящи тези магазини, е те да задоволят изискванията на потребителите и едновременно с това да гарантират печалби на собствениците на магазините. Поради това всяко приложение, моделиращо работата на един on-line магазин трябва да отговаря на редица изисквания като:

- Да позволява на потребителя да разглежда всички налични в магазина стоки и услуги.
- Да е инвариантно по отношение на използваната операционна система и съответен браузър.
- Да гарантира висока надежност и бързодействие на обслужване на заявките.
- Интерфейсът му да бъде лесен за използване от потребителя и да му дава възможност за различни начини на разплащане.
- Да информира администраторите при поява на грешка или при изчерпване на даден продукт без човешка намеса.
- Във всеки един момент от времето да се разполага с информация относно наличностите на различните стоки в склада, както и с текущите все още необслужени потребителски заявки, за да не възникне ситуация на отказ на дадена потребителска поръчка.

Последното изискване е от ключово значение за ефективното управление на наличностите в склада, поради което напоследък приложенията за следене и управление на наличностите в склад са компилация от няколко от описаните в следващия раздел традиционни модели на системи за управление на склад.

2. СИСТЕМИ ЗА УПРАВЛЕНИЕ НА МАТЕРИАЛНИ ЗАПАСИ

За да се осигури оптимално управление на нивото на запасите в даден склад, се използват различни типове математически модели [1, 2, 3, 4].

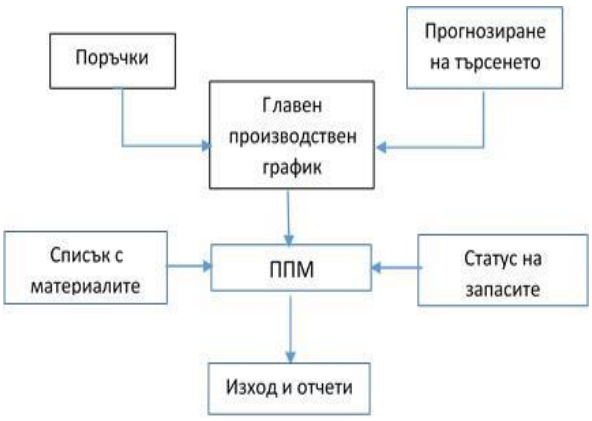
2.1. MATERIALS REQUIREMENT PLANNING (MRP) МОДЕЛ [3, 4]

Основните цели на този модел са две:

1. Минимизиране на запасите от материали и готова продукция.

2. Оптимизиране на постъпващите материали в производството с цел избягване на престоите на оборудването поради ненавременни доставки.

Като резултат покупката на материали за целия планиран период се разпределя автоматично по планови периоди (например дни), като обемът и времето на закупуване се разпределят по такъв начин, че във всеки планов период във фирмата да постъпват точно толкова материали, колкото са необходими.
Структурната схема на MRP модела е показана на фиг.1.



Фиг.1. Структурната схема на MRP модел

Нейните елементи са както следва.

1. **Главен производствен график** – Той отчита както заявките на клиенти, така и прогнозите за бъдещо търсене и е основен движещ елемент в цялата MRP система. Чрез него се конкретизира вида и количеството продукция, която трябва да бъде налична във всеки момент от времето.

2. **Списък с материалите** –Той включа всички компоненти, от които е съставен продуктът. В него е посочено кога даден компонент трябва да бъде в наличност.

3. **Статус на запасите** – В него са включени наличните използвани запаси. Там се записват всички промени и във всеки един момент от времето може да се определи точното им количество. Статусът на запасите съдържа информация за необходими ресурси и нужното време за тяхната доставка до склада.

4. **ППМ програма** – Тя използва информация от горепосочените три компонента, като извършва следните действия:

- Декомпозира необходимите материали в брутни количества за всеки съставен продукт.
- Използвайки статуса на запасите, изчислява нетните необходими количества и оформя заявка за нужните доставки от материали.

ППМ програмата е отговорна за създаване на времевия график за производство по отношение на доставката на материали.

5. **Изход и отчети** – След стартиране на ППМ програмата се генерират няколко вида отчети, които са предоставят помощна информация на лицето, вземащо решение за управление на системата. Тези отчети са свързани с това:

- Какви количества материали (продукти) да бъдат заявени и в кои моменти от времето?
- Необходимост от ускоряване или забавяне на доставката във времето.
- Отказ от заявена доставка от материал.
- Относно текущия статус на системата по отношение на наличности в нея.

MRP моделите притежават следните предимства:

- Способност за по-добро управление на компонентите – системата се стреми към минимизиране или дори елиминиране на запасите.

- По-малко смущения на производството, тъй като заявките се координират и плановете са интегрирани в системата. Последната идентифицира проблемните процеси и потенциални смущения във веригата на доставки преди те да са възникнали.
- По-малко прекъсвания, защото отношенията между заявки и наличности са определени и ясни. Функционирането на MRP модели се основава както на заявки, така и на прогнозно търсене.
- Силно подходяща за серийно производство и асемблиране.

MRP моделите притежават и някои недостатъци като:

- Изискват огромно количество данни и отнемат значителни времеви ресурси за своето създаване.
- В тях се дефинира гаранционно време, а не гаранционен запас.
- Те са силно зависими от информационните технологии и трудно подлежат на промяна.
- Разходите за заявки на материали и транспорт може да се повишат поради липсата на запаси и малките количества заявки за материали.
- Поради прекалено комплексния си характер не винаги функционират както се очаква от системата.

2.2. АВС МОДЕЛ [4]

"АВС" методът е един от най-често използваните методи за анализ и класификация на запасите. Прилага се преди всичко при управление на запаси от суровини, материали и компоненти във фирмите. Намира приложение в почти всички сектори от икономиката. Основната му идея се състои в това, че много често една относително малка част от обектите в дадено множество обхваща голяма част от общата стойност. Чрез този метод се извършва класификация на обектите в три категории (вж. табл.1).

Групи запаси в „АВС" метода **Таблица 1**

Групи	**Основни характеристики**
Група „А"	Тази група съдържа най-важните елементи на запасите, т.е. в нея се включват около 10 % от продуктите, формиращи общите запаси. Това са позиции, чиито дял в размера на общото потребление, като стойност е 60 - 70 %.
Група „В"	В тази група се включват запаси с по-маловажно значение за дейността на фирмата. Техният дял в обема на потреблението е около 20 - 30 %.
Група „С"	Към тази група принадлежат 60 – 70 % от всички позиции от номенклатурата на запасите. Те обаче реализират около 10 % от величината на общото потребление.

Предимствата на метода „АВС" се състоят в това, че при него е засилен контрола върху онези видове материални запаси, които имат съществено значение за

дейността и чрез него се реализира тяхното цялостно финансово управление. Това означава, че се отчитат логистичните, производствените и маркетинговите условия и фактори за регулирането на тези запаси и след това се вземат финансовите решения, свързани с корпоративното инвестиране в съответните елементи на оборотния капитал.

2.3. JUST IN TIME (JIT) МОДЕЛ [4]

Системата „Just In Time" е логистична концепция „Точно навреме“, при която всички операции при управление на запасите (доставка, производство, вътрешнозаводско придвижване на материали, реализация и т.н.) се осъществяват точно когато се появи необходимост от тях. Основните нейни компоненти са:

- Промяна на концептуалната основа на серийното производство, като темповете му се задават не в посока „суровина -» краен продукт" (т.е. чрез тласъка на доставките), а по обратен ред - „краен продукт -» суровина" (т.е. в синхрон с поръчките). Смяната на тласъка от производство към пазар с изтеглянето на цялата верига производствени дейности и доставки според поръчките на потребителите предизвика най-голямото до днес съкращаване на времето на оборота на капитала.

- Минимизиране на материалните запаси до текущото им потребление, което се постига чрез отстраняване на всички проблеми в хода на производствения процес, които изискват наличието на запаси, за да се предотврати спирането на производството.

- Съхраняваните в склада продукти се зареждат в малки серии в зависимост от тяхното потребление.

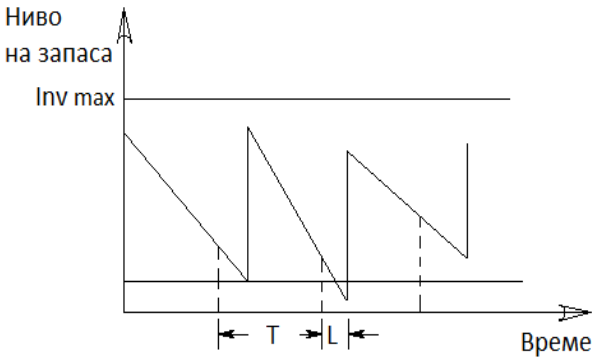
2.4. ПЕРИОДИЧНИ МОДЕЛИ [4]

Периодичните системи се дефинират изцяло чрез два параметъра - интервал между поръчките и максимално ниво на запаса. При тях гаранционният запас има за задача да предпази от евентуална поява на дефицит в един по-продължителен период, състоящ се от интервала между две проверки и срока на изпълнение на поръчката. Очевидно е, че тези системи изискват по-голям обем на гаранционния запас за дадена позиция от непрекъснатите. Появата на дефицит в някои случаи може да доведе до големи загуби, породени от загубите на клиенти.

Повишените разходи за гаранционен запас при периодичните системи могат да се компенсират, ако се прилагат по-широко комплексни поръчки за доставка на няколко изделия. Именно поради това, тези системи са по-подходящи за предприятия, които работят с ограничен брой доставчици или се снабдяват от един склад на едро.

Пример за периодична система за управление на запаси с променливо търсене, постоянен интервал между поръчките (Т) и променлив обем на поръчката, е показан на фиг.2. Основна нейна характеристика е, че за всяка съхраня-

вана позиция се дефинира максимално ниво на запаса (Invmax). Обемът на конкретната поръчка се изчислява като разлика между максималното ниво и наличния запас в момента на проверката.



Фиг.2. Периодична ситема за уравление запаси

Зависимостта между отделните позиции от запаса се изразява във възможността за обвързване на тяхната доставка в една комплексна (групова) поръчка, при условие, че всички те се осигуряват от един и същи доставчик (производител). Предимствата на комплексната поръчка са следните:

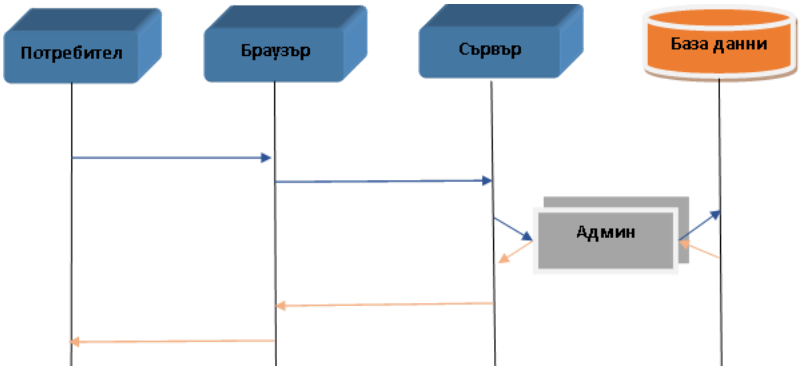
- Съкращаване на разходите за подготовка на поръчката, тъй като групата изделия се разглеждат като една поръчка.

- Възможност за намаляване на разходите, когато доставчикът предлага количествени отстъпки при покупки над определена стойност.

- Транспортните разходи могат да се намалят значително, ако комплексната поръчката има подходящ размер, например съизмерим с капацитета на използваното транспортно средство.

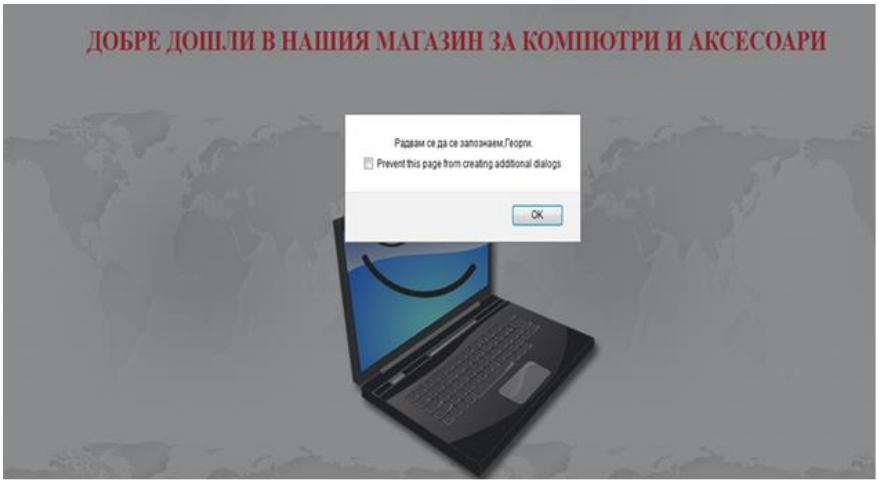
СТРУКТУРА НА WEB-БАЗИРАНОТО ПРИЛОЖЕНИЕ ЗА УПРАВЛЕНИЕ НА МАТЕРИАЛНИТЕ ЗАПАСИ

До момента съществуват различни софтуерни решения на системи за управление на складови наличности [5, 6]. Използвайки някои от описаните в [6] технологии е разработено web-базирано приложение за управление на материалните запаси в електронен магазин за компютри и периферия**.** Структурната му схема е показана на Фиг. 3.



Фиг.3. Структурна схема на системата за управление на запаси в склад

Потребителят влиза в сайта чрез изписване на съответния адрес. Не е необходимо да се дефинират два входа (потребителски и администраторски), тъй като клиентът използва браузъра като потребителски вход.
Клиентът вижда единствено ресурсите и услугите в сайта. Той може да избира, разглежда и купува съответна стока или да използва конкретна услуга. Базата данни е недостъпна за него, а само администраторът я вижда, тъй като той има достъп до сървъра. При извършването на покупка, потребителят изпраща заявка към сървъра. Ако даденият продукт е наличен, администраторът одобрява тази заявка и на клиента се връща положителен отговор за направена поръчка. В случай, че даденият продукт не е в наличност, то потребителят предварително го вижда в страницата със статус „Изчерпан“ или получава от администратора съобщение и обяснение защо поръчката не може да бъде изпълнена. В този случай на клиента се дава възможност да направи заявка за нов продукт.
Базовата структура на предложеното приложение е изградена чрез езика HTML. С него са създадени таблици, вмъкнати са текстове, изображения и други обекти, които се визуализират в web-браузъра. По същество HTML е „скелета“, върху който се изгражда web-приложението.
Дизайнът на разработеното приложение е подобрен чрез езика CSS (Cascading Style Sheets). Чрез него е разделено съдържанието и структурата на web-страниците от тяхното визуално представяне. Подобрен е външният вид на самите страници. Чрез езика CSS могат да се дефинират различни стилове, които след това да се прилагат автоматично върху произволен брой страници, чрез извършване на тази промяна на едно единствено място.
Функционалността и интерактивността на приложението са подобрени чрез езика JavaScript. Комбинирайки в себе си възможностите на скриптов език и обектно-ориентиран език JavaScript позволява web-страниците да бъдат разработени по начин, по който да се предостави възможност на потребителя с минимални усилия да открие това, което търси в сайта и да изпита истинско удоволствие от сърфирането. Но това не означава, че притежава пълните възможности на Java, C++ и другите класово-базирани обектно ориентирани програмни езици.

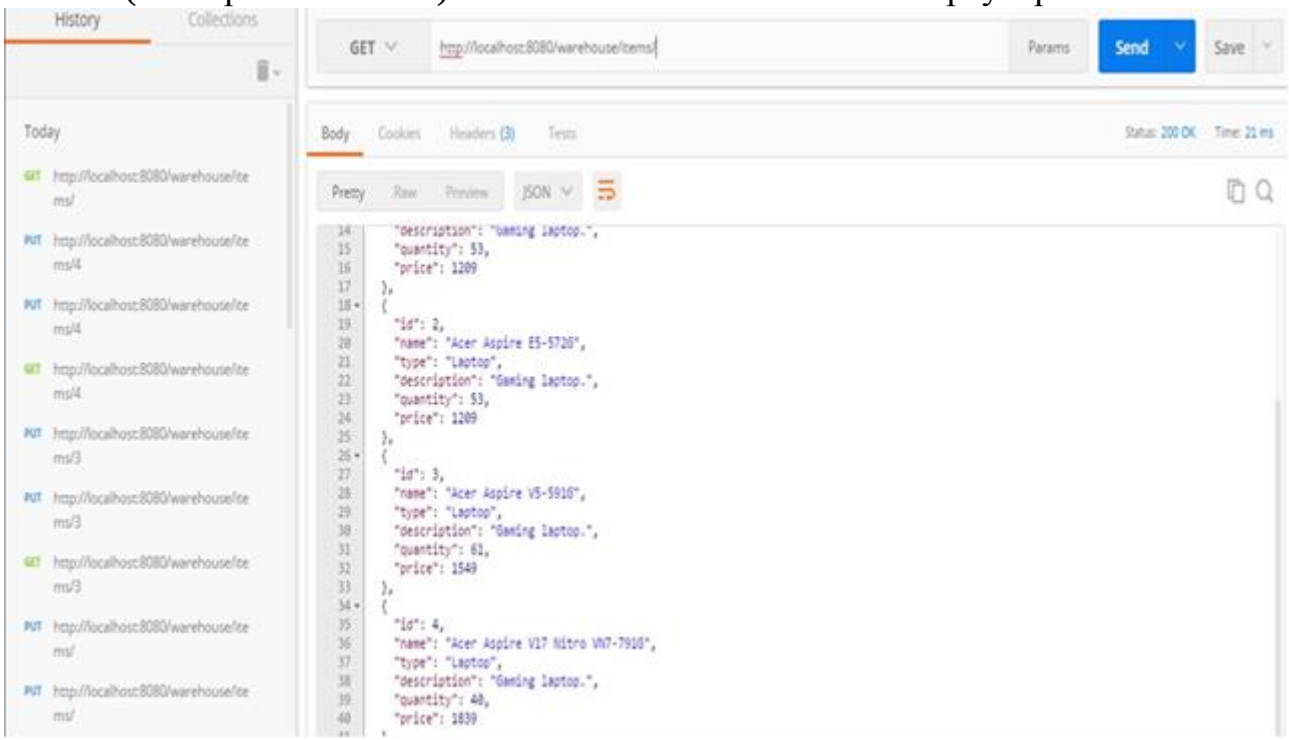


Фиг.4. „Виртуален гид“ на приложението, разработен чрез JavaScript
Менютата за избор на дадена категория помагат на клиентите по-лесно да на-

мират точно типа от даден продукт, от който се нуждаят по отношение на размери, марка, съвместимост и други.
В настоящия сайт чрез JavaScript е разработен „виртуалния гид“ Лапи, който улеснява потребителя при посещението му в електронния магазин (Фиг. 4).
Функционалността и интерактивността на предложеното приложение е подобрен и чрез езика PHP. Чрез него е създадена системата за електронно разплащане с карта на закупена стока, което значително улеснява потребителя при неговото пазаруване (Фиг. 5).

Фиг.5. Система за разплащане чрез електронни карти, реализирана посредством езика PHP

Базата данни на предложеното приложение е от вида In Memory Data Base (IMDB) – Фиг. 6. Тя е реализирана с Java Web Application, което използва REST API. Като сървър за продукта се използва open-source web-сървър Apache Tomcat (или просто Tomcat). За клиент се използва самия браузър.



Фиг.6. База данни тип **In Memory Data Base**, използвана в приложението

3. ТЕСТОВЕ ЗА ВЕРИФИКАЦИЯ НА АДЕКВАТНОСТТА

НА ПРЕДЛОЖЕНИЯ МОДЕЛ НА СИСТЕМА ЗА СЛЕДЕНЕ И УПРАВЛЕНИЕ НА НАЛИЧНОСТИТЕ В СКЛАД

На базата на извършените тестове относно работоспособността на разработеното web-приложение за следене и управление на наличностите в компютърен магазин могат да се формулират изводи в три базови направления.

1. Системата работи коректно и е в състояние да задоволи потребителските нужди, което се потвърждава от следните нейни характеристики:
   - Интерфейсът на приложението е интуитивен за всеки тип потребител.
   - С помощта на виртуалния гид, клиентът има възможност не само да разглежда сайта, но и да комуникира с него в реално време, като дистанционно поръчва стоки или услуги.
   - Чрез добавените подменюта и опции за избор, потребителят има възможност да избере точния тип продукт, от който се нуждае.
   - За всяка една от стоките се съдържа подробна информация за нейните характеристики, което елиминира затруднението при избор и закупуване.
   - При затруднение или запитване от страна на потребителя той може да използва упоменатите контакти и да се свърже със служител в реално време (в рамките на работния ден) или да отправи запитване по e-mail (извън работно време).
   - Голямо улеснение за потребителя е изборът на начин на плащане – в кеш (при доставка на стоката) или по електронен път.
2. По отношение на функционалността на предложената система за управление на складови запаси може да се каже, че:
   - Системата предоставя възможност за обслужване на средно голям брой клиенти всеки ден.
   - Чрез използването на „Just In Time” метода, във всеки един момент от времето се намалява до минимум шанса, даден продукт да бъде изчерпан.
   - Комбинирането на двата метода (автоматично следене и следене от страна на администратор) минимизира опасността от изчерпване на наличност на даден продукт.
   - Осигуряването на автоматично следене на наличните ресурси в базата данни е с по-нисък приоритет. Разчита се те да бъдат следени главно от администратор, което минимализира опасността от софтуерна грешка при отчитането на наличност от даден продукт.
   - Продуктите в базата данни са подредени с идентификационни кодове спрямо типове, към които принадлежат, което прави достъпът до тях и коригирането им лесно и прецизно.
   - Използването на база данни от тип In Memory Data Base прави всички операции, свързани с търсене, намиране, коригиране, добавяне и т.н. на продукти лесни и бързо достъпни, в сравнение с използването на стандартна база данни.
   - Чрез използването на методи за запазване на състоянието и резервен сървър се елиминира опасността при срив в системата да се загуби цялата информация в базата данни.

3. Използваните програмни средства за разработване на системата за управление на складови наличности превръщат работата на служителите в електронния магазин лесна и приятна, а търсенето и пазаруването от страна на потребителите - лесно и прецизно.

5. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В настоящата статия е предложено web-базирано приложение за следене и управление на наличностите в компютърен магазин. Чрез него клиентите могат да пазаруват и да се разплащат в реално време по банков път или директно на място при доставяне на стоката, както и да получават дистанционно (по e-mail) информация относно наличности или характеристики на продукти, които ги интересуват. Използването на метода „Just In Time" минимизира вероятността във всеки един момент от времето даден продукт да бъде изчерпан. Дублирането на автоматичното следене на наличностите на продукти от системата с това от конкретен администратор също минимизира вероятността даден продукт да бъде изчерпан при поява на заявка за него в конкретен момент от времето. Проведените тестове показват, че разработеното приложение е надеждно и интерфейсът му е лесен за използване както от потребителя, така и от администратора и от служителите на комютърния магазин.

ЛИТЕРАТУРА

[1] Minty, Gordon. *Production Planning and Controlling*, Goodheart-Willcox, 1998

[2] Stevenson, William J. *Production/Operations Management*, Seventh Edition. McGraw-Hill, 2002

[3] Vasilis Mousktakis, *Material Requirements Planning*, Report produced for the EC funded project, January 2000, p. 26
http://www.adi.pt/docs/innoregio_MRP-en.pdf

[4] T. E. Vollmann, W. L. Berry, D. C. Whybark, *Manufacturing Planning and Control systems*, 5th Edition, 1997, Irwin/McGraw-Hill, 744 p.

[5] http://www.kontiko.com/bg/%D1%81%D0%BE%D1%84%D1%82%D1%83%D0%B5%D1%80/%D1%81%D0%BA%D0%BB%D0%B0%D0%B4.html

[6] www.compsys.fmi.uni-sofia.bg/Courses/GetReadingByID/4

Автори: Симона Петракиева, доц. д-р, катедра Теоретична електротехника, Факултет Автоматика, Технически Университет - София, E-mail address: *petrakievas-te@tu-sofia.bg*; Владимир Балабанов, инж. бак., Факултет по Компютърни Системи и Технологии, Технически Университет - София, E-mail address: *vl.balabanov93@gmail.com*

Постъпила на 04.05.2017 г. **Рецензент:** доц. д-р Теофана Пулева

3D МОДЕЛИРАНЕ НА РАЗПРЕДЕЛЕНИЕТО НА ЕЛЕКТРОМАГНИТНО ПОЛЕ В БЛИЗОСТ ДО ЕЛЕКТРОПРОВОД 400 kV

Илона Ячева, Малина Димитрова, Николина Петкова

Резюме: *Статията представя резултати от числено моделиране на разпределението на електрическото поле в близост до електропровод 400 кВ. Особеност на изследването е отчитането на реалната 3D геометрия на трифазната три проводна линия поради наличието на провес на проводниците. Специално внимание се обръща на разпределението на полето на височина 2м от земята, свързано с влиянието му върху намиращата се в изследваната зона човека фигура. Полето се анализира като квазистационарно, създадено от трифазна система токове дефазирани на 120^0 при честота 50 Hz. Моделирането се осъществява по метода с крайни елементи при използване на софтуерния пакет COMSOL Multiphysics 5.2.*
Ключови думи: 3D *моделиране; Метод с крайни елементи; Електромагнитно поле; Електропровод 400 kV.*

3D MODELLING OF THE ELECTROMAGNETIC FIELD DISTRIBUTION IN THE VICINITY OF 400 kV POWER LINE

Ilona Iatcheva, Malina Dimitrova, Nikolina Petkova

Abstract*: The paper presents some results of numerical modelling of the electric field distribution in the vicinity of 400 kV power line. A specific feature of the study is considering of the real 3D geometry of the three-phase three-wire line due to the presence of line sag. Special attention has been paid to the field distribution at a height of 2 m from the ground, in order to estimate field influence on the located in studied area human body. The time-harmonic field has been numerically modelled, taking into account media properties and 120^0 phase shifting between the three-phase time varying 50 Hz currents. The investigation has been done using the finite element method and COMSOL Multiphysics 5.2 software package*
Keywords: *3D modeling; Finite Element Method; Electromagnetic field; Power line 400 kV*

1. ВЪВЕДЕНИЕ

Влиянието на нискочестотните електромагнитни полета, създадени в близост до енергопреносни линии и съоръжения за високо напрежение, върху живата природа и техническото оборудване е обект на много проучвания и публикации [1-3]. Особено голям е интересът към оценката на нивото на електромагнитното

© 2017 Publishing House of Technical University of Sofia
All rights reserved

ISSN 1311-0829

поле, генерирано около енергопреносните линии в урбанизираните райони. Причината за това внимание са многото възможни вредни въздействия върху околната среда, хората, животните и растенията Съществуват множество изследвания относно неблагоприятното влияние тези полета върху мозъчната и сърдечната дейност на хората, нормалните стадии на растеж на растенията, жизнения цикъл на пчелите и на други животни. Това опасно въздействие е свързано със способността на електромагнитното поле да променя биологичните характеристики на централната нервна система и нормалното съзряване на клетките на живите организми [4,5]. Освен това надеждността и точността на различни устройства и особено на измервателната апаратура, също могат да бъдат отрицателно повлияни.

За да се намалят рисковите въздействия на електрическото и магнитното поле, се определят стандарти за допустимите нива на стойностите на електрическото поле и стойностите на магнитното поле. Тези граници са определени съответно като гранични стойности в случай на краткосрочно и в случай на дългосрочно въздействие. Така например приетите допустими гранични стойности, при дългосрочно въздействие на електромагнитно поле с честота 50Hz, са съответно 5кV/m за електрическия интензитет и 100μT за магнитната индукция [6].

Доброто познаване на явленията, свързани с наличието на електромагнинто поле в зоната около енергопреносните линии позволява да се прогнозират евентуалните негативни ефекти и съответно да се потърсят възможности за контрола и неутрализиране им, така че да се избегнат отрицателните последствия както за живите организми така и за техническото оборудване. Това именно е и основната мотивация за изследванията в представената работа.

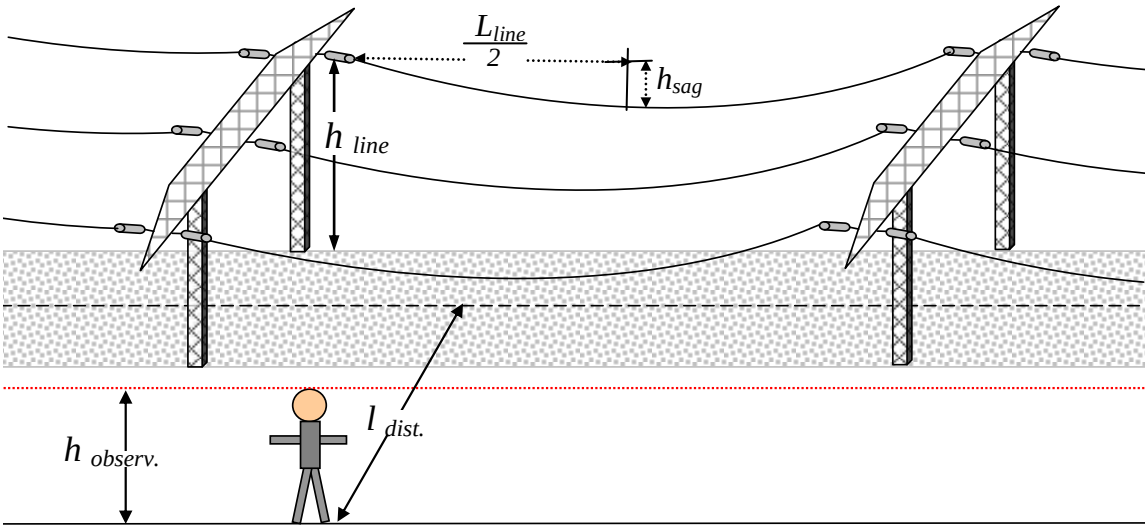
В действителност по темата се работи активно като се използват различни подходи и методи за моделиране и изследване на разпределението на електрическото и магнитното поле в зони в близост до енергопреносни линии. Голяма част от изследванията статии са базирани на аналитични подходи, основани на закона Био-Савар, закона на Гаус, метод на огледални образи, принцип на суперпозицията и др. При такъв тип подходи се включват много идеализации, които не позволяват да се изследва реалната среда, по отношение както на свойства така и на геометрия. Освен това не е възможно да се вземе предвид наличието на други материални обекти в изследваните области като хора, дървета, сгради и др., които могат да променят съществено разпределението на полето в областта. Използват се и числени методи, но най -често полето се анализира като двумерно, което отново не съответства на реалната ситуация.

Главна цел на разработката е максимално прецизно числено моделиране на разпределението на електромагнитното поле в близост до електропровод 400кВ като се отчита реалната 3-мерна геометрия на линията, поради наличието на провес и възможността в областта да има допълнителни обекти. Особено внимание се обръща на разпределението на полето на височината на човешки ръст (полето на около 2 м от земята) за да се оцени влиянието му върху човешкото тяло и най-вече върху главата и мозъка. За численото моделиране се използва метод с крайни елементи (МКЕ), който дава възможност да се анализира разпределението на поле при произволна геометрия и различни материални свойства

както в 2-мерни, така и в 3-мерни области. Изследванията се осъществяват с помощта на софтуерния пакет COMSOL Multiphysics 5.2[6].

2. ОПИСАНИЕ НА ИЗСЛЕДВАНАТА ОБЛАСТ И ГЕОМЕТРИЯТА НА ВКЛЮЧЕНИТЕ В НЕЯ ОБЕКТИ

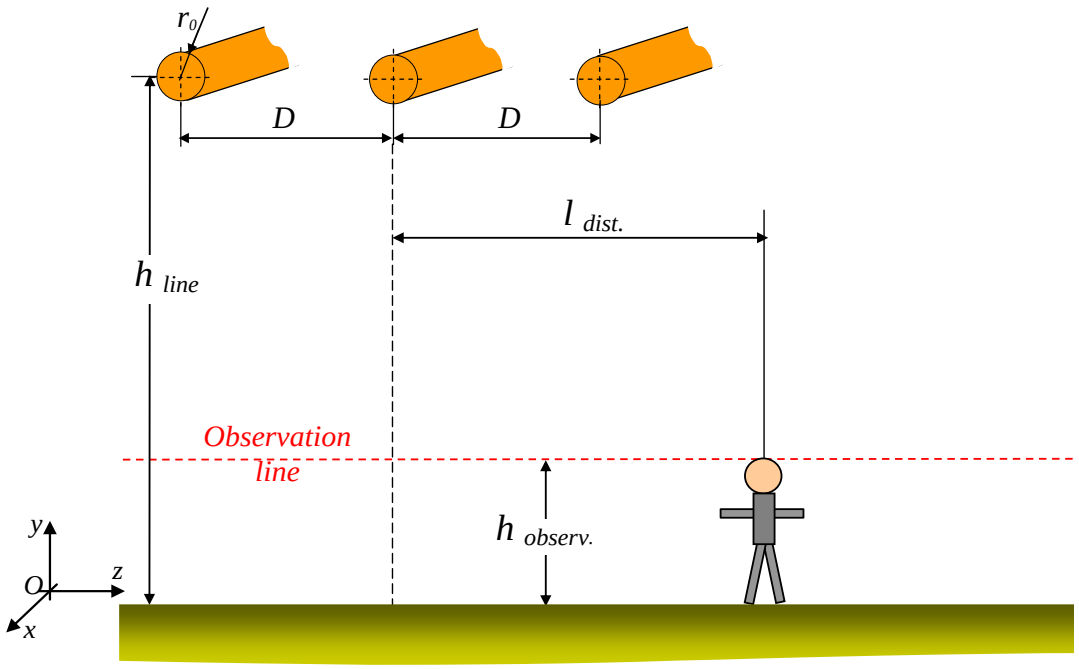
Принципна схема, илюстрираща разглеждания проблем – моделиране на разпределението на електромагнитното поле, генерирано от електропровода и неговия ефект върху околната среда и по-специално върху намиращ се в близката околност човек, е показана на фиг.1. Наличието на провес по линията, е дефинирано от височината h_{sag} и разстоянието от стълба до максимума на провеса $\frac{L_{line}}{2}$. Важен акцент е и задаването на определено разстояние l_{dist} между човека и електропровода и определянето на особено важна област за наблюдение на разпределението на полето - по линия съответстваща на височината на човешката глава h_{observ}. По принцип е възможно в изследваната област да се включат и други обекти като дървета, сгради и др., които могат да имат „екраниращо действие" и да променят конфигурацията на полевото разпределение. В такъв случай за да се изследват различни геометрични конфигурации би могло анализът се извършва с използване на параметризиран модел на геометрията на изследваната област, което ще бъде задача за последващи изследвания.



Фиг.1. Електропровод и човек, намиращ се на разстояние l_{dist} от него, при наличие на провес с височина h_{sag}, на отстояние $L_{line}/2$ от стълба.

Като конкретен пример е анализирана трифазна линия, с напрежение 400kV и честота 50Hz с дължина на участъка $L_{line} = 20m$ височина $h_{line} = 10m$, провес $h_{sag} = 1m$, включваща три проводника (Фиг.2) с кръгло напречно сечение с ра-

диус $r_o = 2{,}5cm$, и с разстояние между проводниците $D = 3m$, в които протича трифазна система токове, отместени по фаза на 120^0. Отново следва да се отбележи, че при 3-мерното моделиране е възможно използването на различни конфигурации за броя и геометричното разположение на проводниците.



Фиг.2. Разположение на проводниците в 400kV електропроводната линия.

3. МАТЕМАТИЧЕСКА ФОРМУЛИРОВКА НА ПРОБЛЕМА

Моделирането на електромагнитното поле в близост до електропровода е свързано с решаване на задача за анализ на квазистационарно електромагнитно поле в тримерна област в декартовата координатна система *Oxyz*. Синусоидалното изменение на източника на полето във времето позволява в математическата формулировка на задачата да се използват комплексни величини, съответно: $\dot{V}$ - скаларен електрически потенциал; $\vec{\dot{A}}$ -магнитен вектор потенциал; $\vec{\dot{E}}$ -електрически интензитет; $\vec{\dot{B}}$ -магнитна индукция; $\vec{\dot{J}}$ -токова плътност.

В настоящата работа е представено моделирането на електрическото поле на променлив ток (AC conduction analysis) и се определя разпределението на потенциала и електрическия интензитет в областта извън проводниците. В този случай в математическото описание се използват скаларният потенциал $\dot{V}$ и електрическият интензитет $\vec{\dot{E}}$ при наличие на връзката:

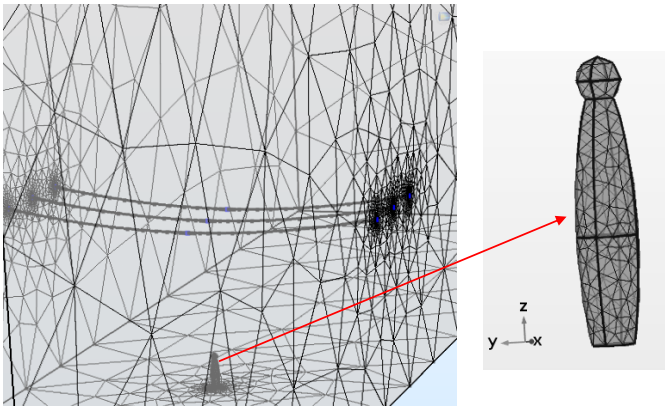
$$\vec{\dot{E}} = -\nabla \dot{V} \qquad (1)$$

Така разпределението на времезависимото електрическо поле за област с диелектрична проницаемост ε, проводимост γ и ъглова честота ω се описва с уравнението:

$$\nabla\left((\varepsilon - \frac{i\gamma}{\omega})\nabla\dot{V}\right) = 0 \qquad (2)$$

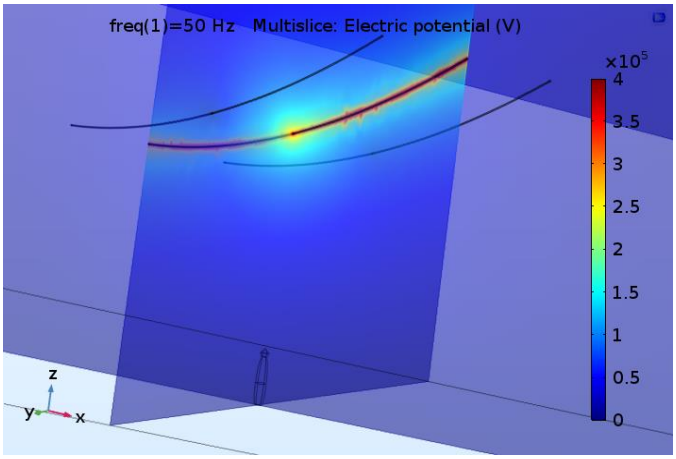
4. МОДЕЛИРАНЕ ПО МКЕ И ПОЛУЧЕНИ РЕЗУЛТАТИ

За числено моделиране на разпределението на електрическото поле е приложен методът с крайни елементи (МКЕ), като се използва софтуерния пакет COMSOL Multiphysics 5.2. [6]. Част от 3D мрежата от крайни елементи, на които е разделена описаната в т.2 изследвана област, както и мрежата в човешката фигура са показани на фиг.3.



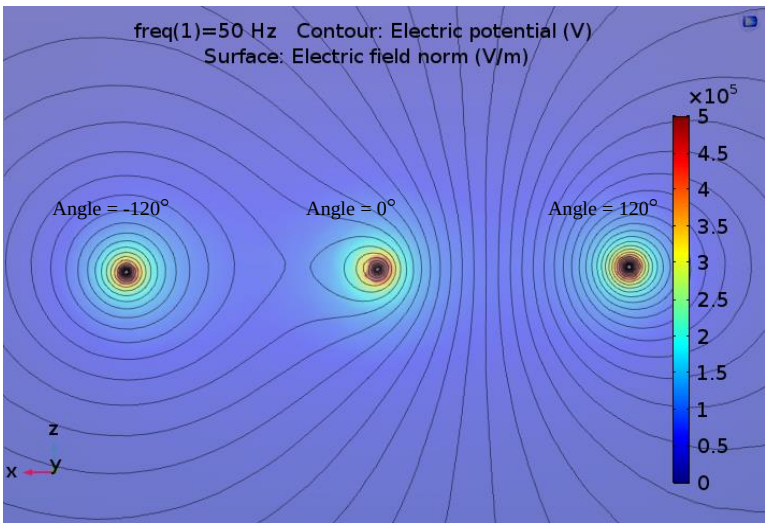
Фиг.3. Част от мрежата от 3D крайни елементи използвана при анализа на полето в областта и мрежата в човешката фигура.

Резултати за разпределението на електрическият потенциал в изследваната областса показани на фиг.4, където в областта са визуализирани 2 плоскости, минаващи съответно по дължината на средния поводник и през човешката фигура.

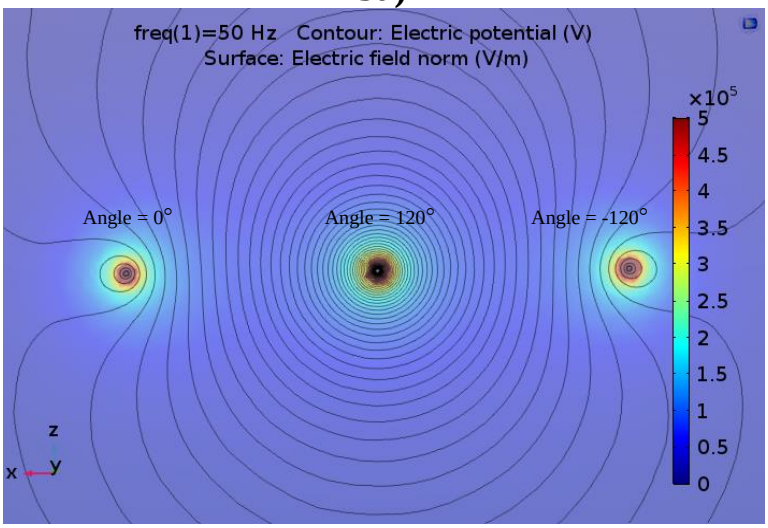


Фиг.4. Определяне разпределението на потенциала в областта.

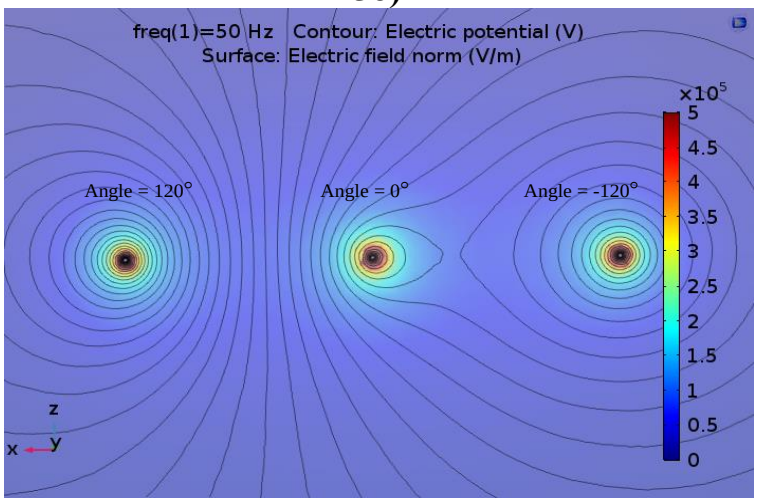
На фиг.5.а, фиг.5.б и фиг.5.в са представени резултати за разпределението на електрическото поле в областта около проводниците за трите възможни случая на подреждане на фазите. Резултатите са показани в перпендикулярната на проводниците равнина *y0z* .



5а)



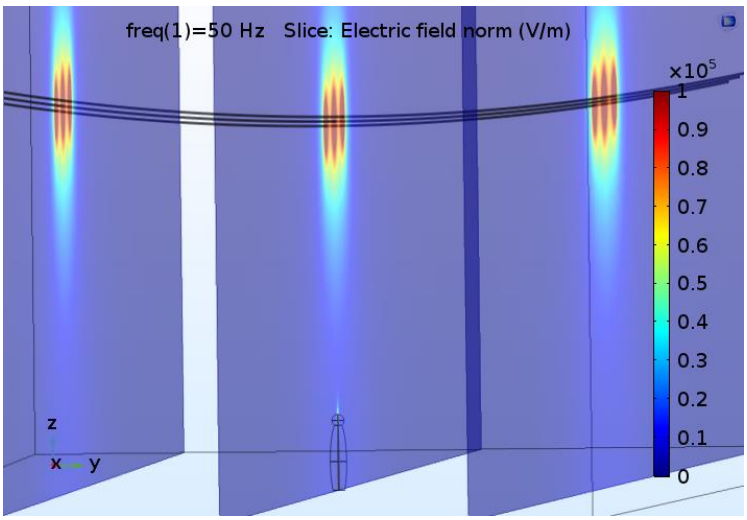
5б)



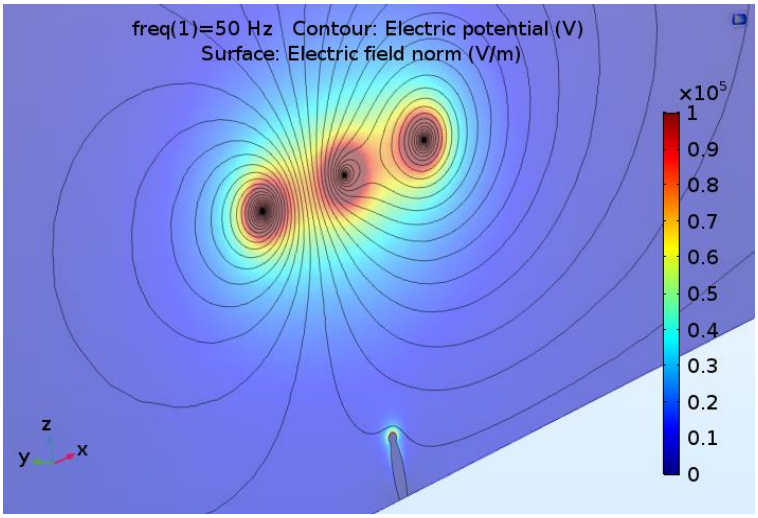
5в)

Фиг.5. Еквипотенциални линии и картина на разпределение на интензитета на електрическото поле при различен възможен ред на дефазирането в трите фази.

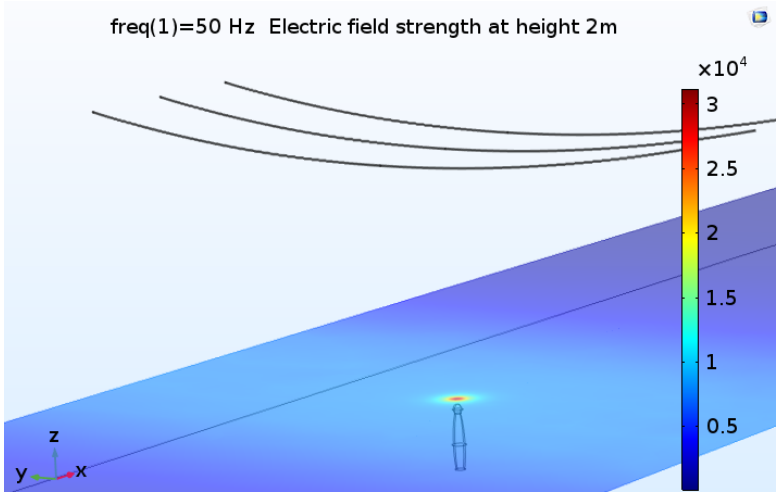
Резултати, илюстриращи моделиране на електрическото поле в областта, в която е включена и човешка фигура са представени на фиг.6 и фиг.7.



Фиг.6. Картина на разпределение на електрическото поле в областта, включваща и човешка фигура за три фиксирани равнини, перпендикулярни на проводниците.



Фиг.7. Картина на разпределение на електрическото поле в плоскост, перпендикулярна на линията и която минава през човешка фигура.



Фиг.8. Електрическо поле в плоскост на височина 2м от земята.

На фиг.7 е показана цялата област с фиксирани 3 равнини, перпендикулярни на линията, а на фиг.7 е отделено особено внимание на областта около човешката фигура. Както се вижда, в зоната около главата се наблюдава увеличение на интензитета на електрическото поле. Това е предпоставка за по-детайлно изследване на полето в равнина, съответстваща на височината на човешка фигура. Резултати за разпределението на електрическото поле в областта на височина 2 м са представени на фиг.8

4. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В работата е представено 3-мерен анализ по МКЕ на разпределението на електрическо поле в близост до 400kV енергопреносна линия. Използването на 3-мерно моделиране позволява прецизно отчитане на особеностите на източниците, реалната геометрия на областта и включените в нея допълнителни обекти и дава широки възможности за изследване на влиянието на апаратурата за високо напрежение върху околната среда.

БЛАГОДАРНОСТИ

Представената работа е част от изследванията по проект ДФНИ Е02/8 от 2014г., финансиран от Фонд Научни Изследвания.

ЛИТЕРАТУРА

[1] Mamishev. A, et al., “Effects of conductor sag on spatial distribution of power line magnetic field”, IEEE Trans. on Power Delivery 1996; 11(3): 1571-1576
[2] T. Modric, S. Vujevic, D.Lovric, “3D Computation of the Power Lines Magnetic Field” Progress In Electromagnetics Research M, Vol. 41, 1–9, 2015
[3] Peric. M, Aleksic. S, Tasic. D, “Influence of induced currents and charges on electromag-netic field in vicinity of power line”, in Proc. 14th International IGTE Symposium, Graz, Austria, Graz University of Technology, 2010, 130-134
[4] Ololoska, L., Lj. Janev, S. Loskovska. Determination of EMF influence on a human exposed to EMF – modeling and methodology. Contributions, Sec. Biol. Med. Sci., MASA, XXXI, 2, p. 157–170 (2010)., ISSN 0351–3254
[5] Pramar, J. Effects of High Voltage Transmission Lines on Humans and Plants. https://electricalnotes.wordpress.com, 02, 2012
[6] ICNIRP, “Guidelines for limiting exposure to time-varying electric, magnetic, and electromagnetic fields,” Health Physics, vol. 99, No. 6, pp. 818-836, 2010
[7] COMSOL 5.2 Documentation

Автори: Илона Ячева, доц. д-р, кат. „Теоретична електротехника“, Факултет Автоматика, Технически Университет-София, E-mail address: *iiach@tu-sofia.bg*; Николина Петкова, гл. ас. д-р, кат. „Теоретична електротехника“, Факултет Автоматика, Технически Университет-София, E-mail address: *npetkova@tu-sofia.bg*; Малина Димитрова, маг. инж., ЕСО ЕАД, докторант кат. „Теоретична електротехника“, Факултет Автоматика, Технически Университет-София, E-mail address: *malina_di@abv.bg*
Постъпила на 05.05.2017 г. **Рецензент:** проф. дтн Румена Станчева

ОПРЕДЕЛЯНЕ НА ПАРАМЕТРИ И ЗАВИСИМОСТИ В ЕЛЕКТРОМАГНИТНИ СИСТЕМИ НА БАЗАТА НА ЧИСЛЕНО МОДЕЛИРАНЕ НА ЕЛЕКТРОМАГНИТНО ПОЛЕ

Илона Ячева

Резюме: *Статията илюстрира широките възможности, на числено моделиране на полеви процесив електромагнитни системи за определяне на параметри, с цел повишаване ефективността и надеждната работа на устройствата посредством контрол и регулиранена получени зависимости. Разгледан е пример - моделиране на процеси в система за индукционно заваряване. Изследвани се възможности за промяна на различни конструктивни и работни параметри, като при моделирането се определят мощността на индуктура, активното и реактивното съпротивление и индуктивността на системата. Изследването се осъществява при използване на метод с крайни елементи и софтуерния пакет COMSOL Multiphysics 5.2.*
Ключови думи: *електромагнитно поле; метод с крайни елементи; моделиране на електромагнитни и топлинни процеси; определяне на параметри.*

DETERMINATION OF PARAMETERS AND DEPENDENCIES IN ELECTROMAGNETIC SYSTEMS, BASED ON NUMERICAL MODELING OF ELECTROMAGNETIC FIELD DISTRIBUTION

Ilona Iatcheva

Abstract*: The paper illustrates the wide opportunities which FEM modelling can provide in the field analysis and identification of parameters and dependencies in electromagnetic devices, based on numerical determination of field distribution. The study is carried out using the finite element methodand COMSOL Multiphysics 5.2 software package.A specific example has been considered - modelling of processes in an induction heating system for high-frequency pipe welding. The possibilities for change and control of some design and operating parameters have been examined in order to increase the efficiency and reliable work of the system. For this purpose the power of inductor, the resistance, reactance and inductance of the system are determined in the modelling.*
Keywords: *electromagnetic field; finite element method; modeling of electromagnetic and thermal processes; determination of parameters*

1. ВЪВЕДЕНИЕ

Характерна черта в развитието на съвременните високи технологии е използва-

© 2017 Publishing House of Technical University of Sofia
All rights reserved

ISSN 1311-0829

нето на автоматизирано проектиране при създаването на електромагнитни устройства и системи с оптимални параметри, в зависимост от предназначението им и условията на работа. Непрекъснатото актуализиране и усъвършенстване на такъв тип системи е необходимо както за производителите, така и за потребителите на електротехническа апаратура.

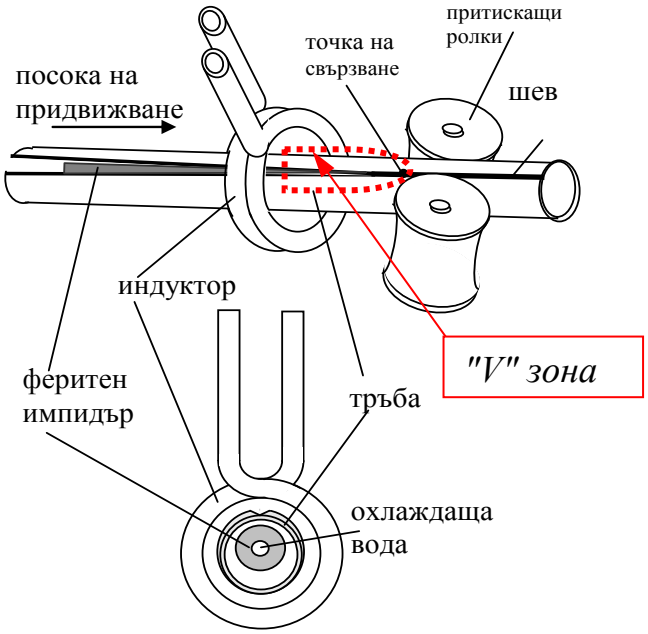
В последните години се работи много усилено и се проявява изключително голям интерес в областта на прецизния анализ и адекватното моделиране на електромагнитни и свързаните с тях топлинни и механични процеси в различни по вид и предназначение системи, с последваща оптимизация на конструктивни и работни параметри. Крайната цел е получаването на висококачествени, конкурентноспособни, надеждни и ефективно работещи устройства. Научните изследвания са свързани на първо място с повишаване точността на анализа на протичащите процеси. Това се осъществява на базата на моделирането им с прилагане на високоефективни числени методи. Създават се двумерни и тримерни числени модели за детайлно изследване на поведението на съответната електромагнитна система и определянето на значимо влияещите върху работата и параметри. Втората стъпка в този вид изследвания е оптимизация на съществуващи системи, или създаване на нови такива, с оглед получаването на желани параметри и работни характеристики, съответстващи на специфичните за тях условия на работа и предназначение.

Обект на изследване в настоящата работа е система за индукционно нагряване, предназначена за високочестотно надлъжно заваряване на метални тръби. Както е известно предимствата и високата ефективност на индукционното нагряване могат да се използват само при строг контрол на електромагнитните и топлинните процеси по време на обработката на материалите [1,5]. Целта на настоящата работа е изследване на влиянието на някои конструктивни и режимни параметри, влияещи върху протичането на процесите в системата с оглед развиване на възможности за контрол и регулиране водещо до повишаване на ефективността на работата и. При моделирането на електромагнитните и топлинните процеси се използва метода с крайни елементи (МКЕ) и софтуерния пакет COMSOL Multiphysics 5.2[6]

2. ОПИСАНИЕ НА ИЗСЛЕДВАНАТА СИСТЕМА

Системата (фиг.1) се състои от спираловиден индуктор, който индуктира напрежение в краищата на движещия се отворен тръбен материал. Индуктираното напрежение води до появата на високочестотни токове, концентрирани в повърхностния слой на материала,поради проявите на повърхностен ефект и ефект на близост. Тези токове протичат по двете граници на тръбната заготовка, в противоположни посоки, в така наречената "V зона " до точката на съединяване на материала. Това води до бързо загряване на метала в областта и повърхностно топене. Допълнително, с помощта на притискащи ролки се прилага налягане, което принуждава загретия метал да се съединява и да образува заваръчна връзка. Във вътрешността на тръбата е поставен феритен импидър, който концентрира магнитния поток и подобрява ефективността на заваряване. Той е раз-

положен несиметрично, като е приближен до областта на заваряване. Във вътрешността на индуктора има охлаждаща вода.



Фиг.1. Принципна схема на изследваната система.

Материалът на тръбата е стомана с около 10% въглерод, радиусът и е 12,5мм, а дебелината 1,5мм. Крайната температура на нагряване трябва да бъде около 1300°-1450°C. Охлаждащата вода е с температура 40°C, а температурата на околния въздух е 20°C.

При моделирането на процесите се изследва влиянието на параметрите дадени в табл.1.

Таблица 1

параметър	Честота f	Ток I	"V ъгъл"	Скорост на заваряване V
стойност	200kHz÷500kHz	400A÷1000A	2°÷5°	30÷50 m/min

3. МАТЕМАТИЧЕСКО ОПИСАНИЕ НА ПРОБЛЕМА

Анализът на процесите при индукционно нагряване е анализ на взаимосвързани синусоидално изменящо се електромагнитно поле (1) и топлинно поле в преходен процес на загряване (2). Скоростта на придвижване на материала се отчита на базата на съответствие с продължителността на времето на нагряване на участък с дължина равна на дължината на "V" зоната.При тази постановка, описанието на процесите отговаря на уравненията:

$$\nabla \times (\mu^{-1} \nabla \times \vec{A}) = \vec{J}_e - \sigma \frac{\partial \vec{A}}{\partial t} \qquad (1)$$

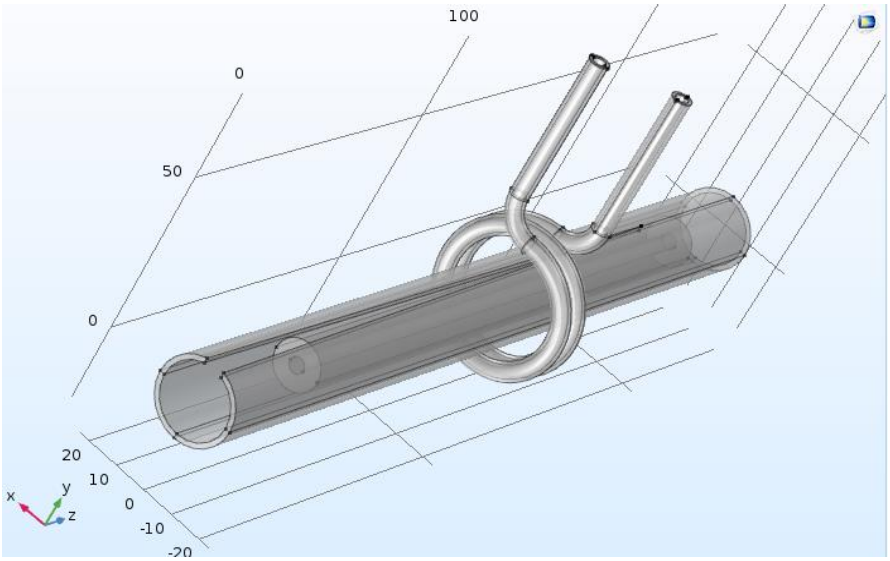
$$\rho C \frac{\partial T}{\partial t} + \nabla.(-k \nabla T) = Q \qquad (2)$$

където: $\vec{A}$ е магнитен вектор потенциал, $\vec{J_e}$ токова плътност, σ е електрическа

проводимост, а μ е магнитна проницаемост. Загубите от вихрови токове $Q = \frac{[\sigma]^{-1}\vec{J}\vec{J}^{*}}{2}$ са източник на топлинното поле, определено от температурата *T*, при коефициент на топлопроводност *k*, плътност ρ и топлинен капацитет C.

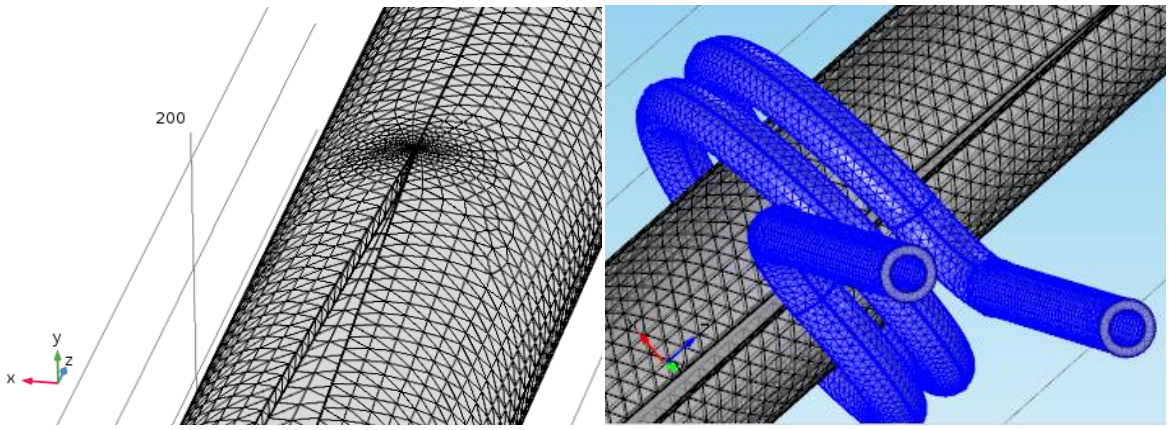
3. РЕЗУЛТАТИ ОТ МОДЕЛИРАНЕТО ПО МКЕ

Сложната геометрия на изследваната област (фиг.2) и липсата на симетрия по някоя от координатните оси, изискват задачата за моделиране и анализ на процесите в изследваната система да се решава като 3-мерна.



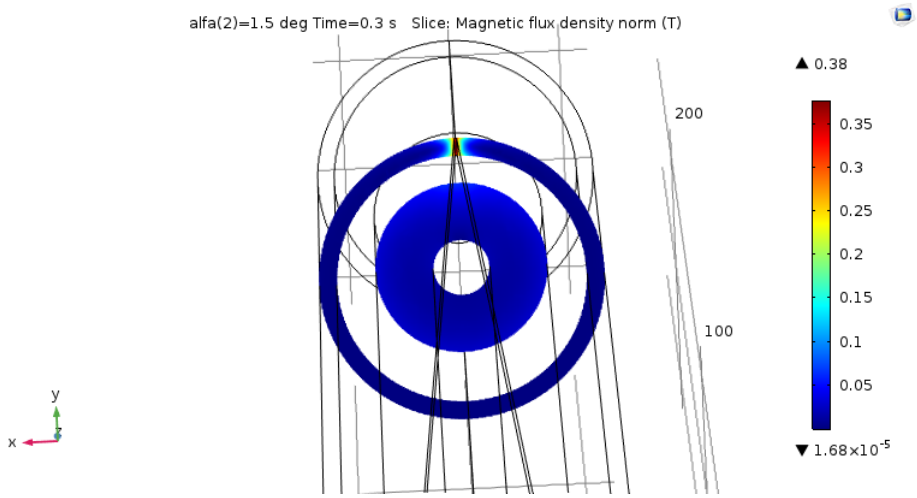
Фиг.2. Размери и разположение на детайлите в изследваната област.

На фиг.3 са представени части от мрежата в областта на индуктора и "V" зоната, която е обект но по-специално внимание при това изследване.

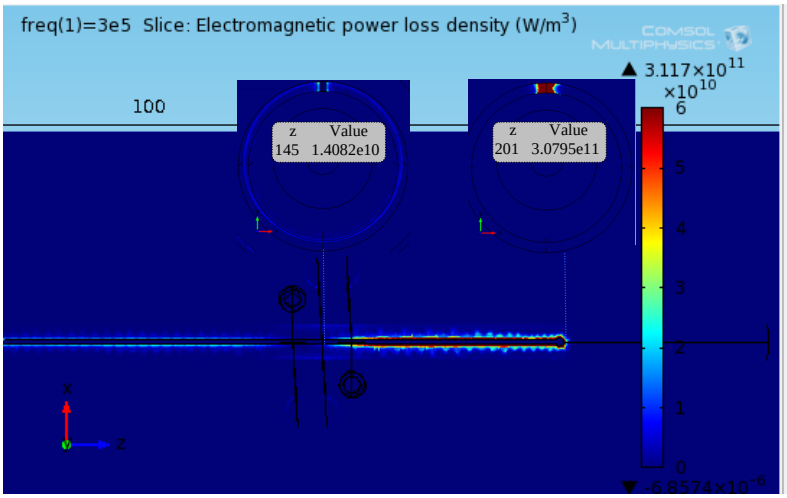


Фиг.3. Части от мрежата в областта на индуктора и "V" зоната.

Резултати, илюстриращи определяне на разпределението на магнитното поле, в сечение в областта на точката на заваряване са представени на фиг.4, а на загубите в две сечения от"V" зоната на фиг.5. Те са получени при въздействие на ток 500A с честота 300kHz и моделиране на "V"ъгъл=2α=3°.

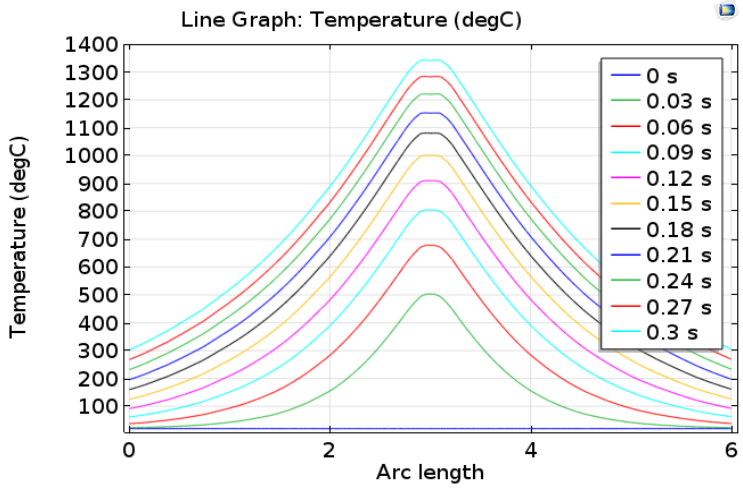


Фиг.4. Магнитното поле в сечение в областта на точката на заваряване.

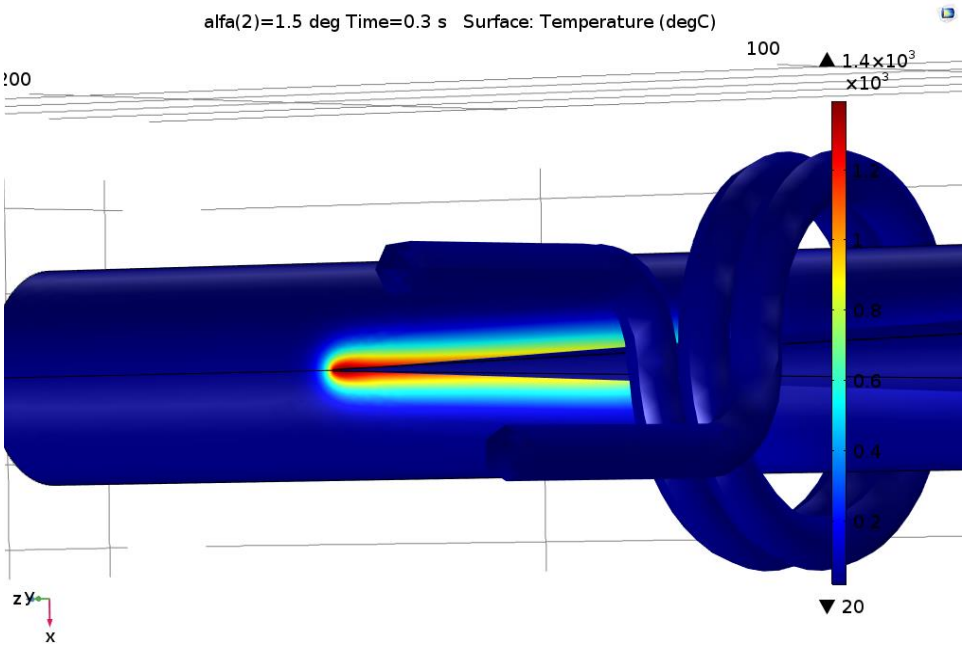


Фиг.5. Разпределение на загубите в две сечения на "V" зоната.

Резултати, показващи процеса на нарастване на температурата за време от 0,3 секунди процес на нагряване, съответстващ на скорост на придвижване на материала от 40m/min и разпределението на топлинното поле в зоната на заваряване са представени съответно на фиг.6. и фиг.7.



Фиг.7. Нарастване на температурата във крайния участък на "V" зоната за време от 0,3 секунди (скорост на движение 40 m/min).

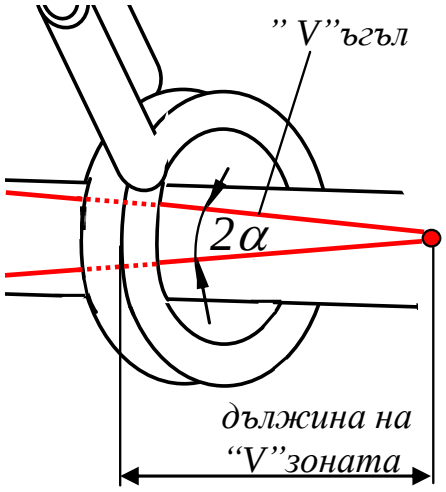


Фиг.8. Картина на температурното поле в на "V" зоната за време на нагряване от 0,3 секунди (скорост на движение 40 m/min).

4. ОПРЕДЕЛЯНЕ НА ХАРАКТЕРИСТИКИ НА СИСТЕМАТА В ЗАВИСИМОСТ ОТ ГЕОМЕТРИЧНИТЕ ПАРАМЕТРИ НА "V" ЗОНАТА

От първостепенно значение за ефективността и качеството на заваряване е начинът, по който протичат процесите във"V" зоната. Поради това се обръща особено внимание на геометричната конфигурация на тази зона (фиг.9). Резултати за стойностите на определяните при промяната на ъгъл ”α” напрежение на изводите на системата ***U***, мощност *P*, активно и реактивно съпротивление и индуктивност на системата са показани в табл.2.

Полето е моделирано при стойности на останалите наблюдавани параметри съответно: честота *f*= 200kHz; ток *I*=750A скорост на заваряване ***V*** =40 m/min.

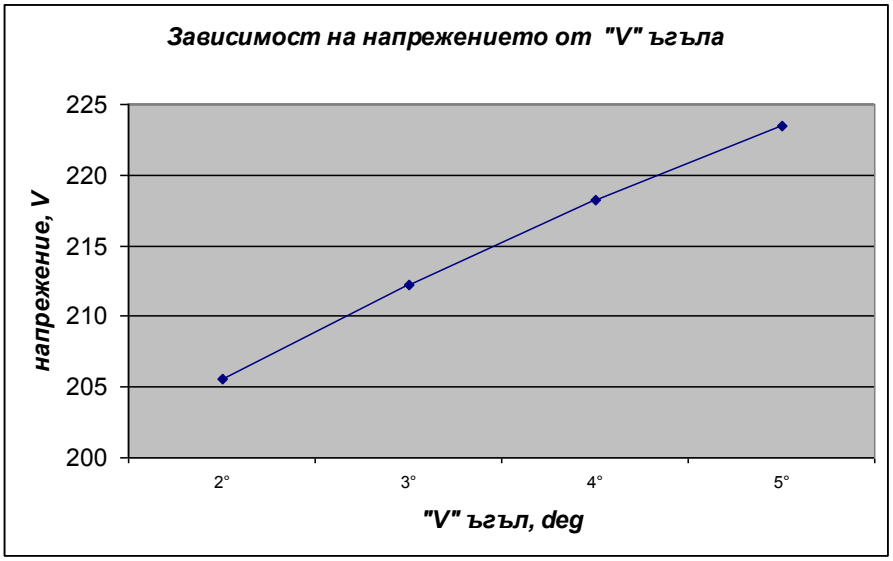


Фиг.9. Конфигурация на"V" зоната и дефиниране на наблюдавани параметри.

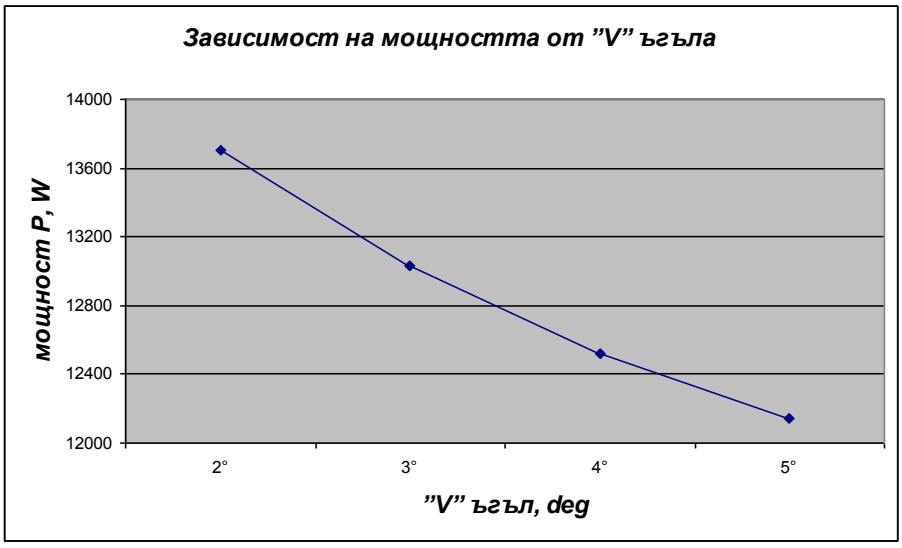
Таблица 2

ъгъл **”V”**	напрежение на изводите *U*, V	мощност P, W	активно съп-ротивление R, Ω	реактивно съпротивление X_L, Ω	Индуктивност *L*, *m*H
2°	205.534	13707	0.02437	0.27296	1.63
3°	212.193	13032	0.02317	0.281973	1.68
4°	218.25	12523	0.02226	0.290147	1.73
5°	223.467	12143	0.02159	0.297173	1.77

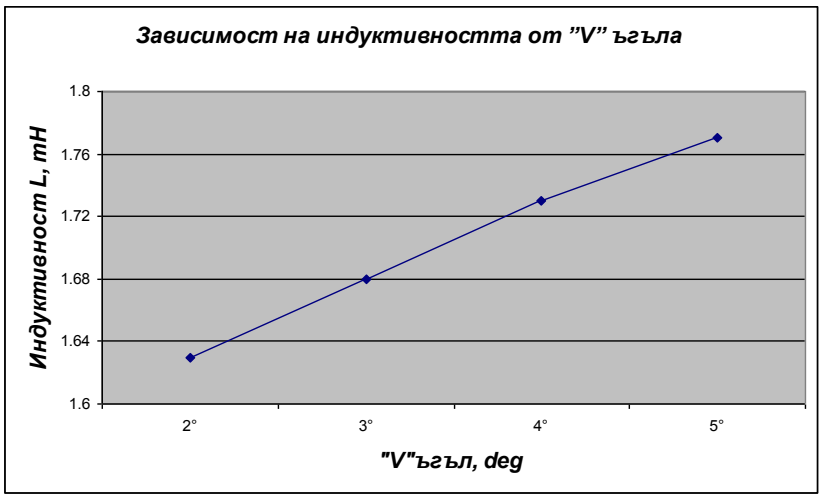
Получените резултати са онагледени графично на фиг.10, фиг.11 и фиг.12.



Фиг.9. Зависимост на напрежението от големината на "V" ъгъла.



Фиг.10. Зависимост на мощността от големината на "V" ъгъла.



Фиг.11. Зависимост на индуктивността от големината на "V" ъгъла.

4. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В работата е представено моделиране на електромагнитното и топлинно поле в система за високочестотно индукционно заваряване, като специфичните параметри и характеристики са определени в зависимост геометричните особености на зоната около точката на заваряване. Получаването на такъв тип зависимости дава широки възможности за контрол и оптимизация на протичащите при заваряването процеси.

БЛАГОДАРНОСТИ

Представената работа е част от изследванията по проект ДФНИ Е02/8 от 2014 г., финансиранот Фонд Научни Изследвания.

ЛИТЕРАТУРА

[1] Н.Глуханов, В.Богданов: «Сварка металлов с использованием высокочастотного нагрева», 1962, Москва
[2] А. Шамов, И. Лунин, В. Иванов: «Высокочастотная сварка металлов», «Машиностроение», 1977, Ленинград.
[3] B. Grande and J. Asperheim, “Factors Influencing Heavy Wall Tube Welding”, Tube and Pipe Technology, 2003, pp. 86-88.
[4] F. Dughiero, M. Forzan, C. Pozza, E. Sieni, “A Translational Coupled Electromagnetic and Thermal Innovative Model for Induction Welding of Tubes”, IEEE Trans. Magn., Volume 48, 2, pp. 483 - 486, 2012
[5] I.Iatcheva, G. Gigov, G. Kunov, R. Stancheva, “Modeling of induction heating system for high frequency welding “, ISEF 2015 September 2015,València, Spain.
[6] COMSOL 5.2 Documentation

Автор: Илона Ячева, доц. д-р, кат. „Теоретична електротехника“, Факултет Автоматика, Технически Университет-София, E-mail address: *iiach@tu-sofia.bg*

Постъпила на 05.05.2017 г. **Рецензент:** проф. дтн Румена Станчева