



ISSN 1311-0829

**ГОДИШНИК НА ТЕХНИЧЕСКИ
УНИВЕРСИТЕТ-СОФИЯ**
том 69, книга 3, 2019



**PROCEEDINGS OF TECHNICAL
UNIVERSITY OF SOFIA**
Volume 69, Issue 3, 2019

РЕДАКЦИОННА КОЛЕГИЯ

главен редактор

проф. д-н Емил НИКОЛОВ

зам. главен редактор

проф. д-н Елена ШОЙКОВА

членове

проф. д-н Георги ПОПОВ

проф. д-н Иван КОРОБКО

проф. д-н Иван УЗУНОВ

проф. д-н Иван ЯЧЕВ

проф. д-н Кети ПЕЕВА

проф. д-н Ганчо БОЖИЛОВ

проф. д-н Евелина ПЕНЧЕВА

проф. д-и.н. Младен ВЕЛЕВ

проф. д-р Бончо БОНЕВ

проф. д-р Иво МАЛАКОВ

проф. д-р Огнян НАКОВ

секретар-организатор

инж. Мая СТОЙЧЕВА

EDITORIAL BOARD

Editor -in -Chief

Prof. D.Sc. Emil NIKOLOV

Editor -in -Vice -Chief

Prof. D.Sc. Elena SHOYKOVA

Editors

Prof. D.Sc. Georgi POPOV

Prof. D.Sc. Ivan KOROBKO

Prof. D.Sc. Ivan UZUNOV

Prof. D.Sc. Ivan YACHEV

Prof. D.Sc. Ketii PEEVA

Prof. D.Sc. Gantcho BOJILOV

Prof. D.Sc. Evelina PENCHEVA

Prof. D.Sc. Mladen VELEV

Prof. Ph.D. Boncho BONEV

Prof. Ph.D. Ivo MALAKOV

Prof. Ph.D. Ognyan NAKOV

Organizing Secretary

Eng. Maya STOYCHEVA

Технически университет-София
София 1000, бул. "Кл. Охридски" 8
България <http://tu-sofia.bg>

Technical University of Sofia
Sofia, 1000, boul. Kliment Ohridski 8
Bulgaria <http://tu-sofia.bg>



© Технически Университет-София
© Technical University of Sofia
All rights reserved

ISSN 1311-0829

СЪДЪРЖАНИЕ том 69, книга 3

1.	Марин Жилевски	9
	<i>Управление на система за избор на инструменти при клас металорежещи машини</i>	
2.	Камен Христов	17
	<i>Наблюдател на противо едн при постоянноотоков двигател</i>	
3.	Владимир Христов	27
	<i>Микроконтролерна система за мониторинг на показателите на въздуха и околната среда</i>	
4.	Севдалин Цветанов	37
	<i>Разединени пътища в граф</i>	
5.	Емил Николов	47
	<i>Режектиращи смущенията системи-инверсни решения с фрактални Clegg-оператори - част 1</i>	
6.	Емил Николов	57
	<i>Режектиращи смущенията системи-инверсни решения с фрактални Clegg-оператори - част 2</i>	
7.	Данаил Славов	67
	<i>Трансформации на координатни системи на промишлен робот Mitsubishi MELFA - I част</i>	
8.	Данаил Славов	75
	<i>Трансформации на координатни системи на промишлен робот Mitsubishi MELFA - II част</i>	
9.	Цоньо Славов, Николай Николов	85
	<i>H^∞ управление на многомерен обект с PLC</i>	
10.	Тодор Джамийков, Марин Б. Маринов	95
	<i>Моделиране и изследване на устройство за измерване на размери чрез дифракция на Фраунхофер</i>	
11.	Мартин Рачев, Иван Трендафилов	105
	<i>Полупръстен от ендоморфизми [0,1]</i>	
12.	Боян Костадинов	115
	<i>Силна неустойчивост чрез избухване на солитонни вълни за уравнението на Клайн-Гордън-Хартри</i>	
13.	Весела Карлова-Сергиева	125
	<i>Метод на свободния параметър и негови модификации в комплексната равнина при проектирането на робастни системи си вътрешен модел</i>	
14.	Борис Грасиани	135
	<i>Фрактално управление на ротационен пневматичен изпълнителен механизъм в линейната област на работа</i>	
15.	Иван К. Кънев	143
	<i>Изследване на приложимостта на GSM за трансляция на конвертирани в звук биомедицински сигнали</i>	

CONTENTS Volume 69, Issue 3

1.	Marin Zhilevski.....	9
	<i>Control of System for Selection of Tools in a Class of Machine Tools</i>	
2.	Kamen Hristov.....	17
	<i>Observer on Back EMF to DC Electric Motor</i>	
3.	Vladimir Hristov.....	27
	<i>Microcontroller Monitoring System for Air and Environmental</i>	
4.	Sevdalin Tsvetanov.....	37
	<i>Disjoint Paths in a Network</i>	
5.	Emil Nikolov.....	47
	<i>DRC-Systems - Invers Solutions with Fractional Clegg-Operators - part 1</i>	
6.	Emil Nikolov.....	57
	<i>DRC-Systems - Invers Solutions with Fractional Clegg-Operators - part 2</i>	
7.	Danail Slavov.....	67
	<i>Coordinate System Transformations in Mitsubishi MELFA Industrial Robot - part I</i>	
8.	Danail Slavov.....	75
	<i>Coordinate System Transformations in Mitsubishi MELFA Industrial Robot - part II</i>	
9.	Tsonyo Slavov, Nikolay Nikolov.....	85
	<i>H^∞ Control of Multivariable Plant by PLC</i>	
10.	Todor S. Djamyikov, Marin B. Marinov.....	95
	<i>Modeling and Testing of a Device for Size Measurement of Small Opaque Objects by Fraunhofer Diffraction</i>	
11.	Martin Rachev, Ivan Trendafilov.....	105
	<i>The Endomorphism Semiring of the Interval [0; 1]</i>	
12.	Boyan Kostadinov.....	115
	<i>Strong Instability by Blow-Up of Solitary Waves for the Generalized Klein-Gordon-Hartree Equation</i>	
13.	Vessela Karlova-Sergieva.....	125
	<i>The Single Tuning Parameter Method and its Modifications in the Complex Plane for the Design of Robust Internal Model Control Systems</i>	
14.	Boris Grasiani.....	135
	<i>Fractional Control of Rotary Pneumatic Actuator in the Linear Area of Work</i>	
15.	Ivan K. Kanev.....	143
	<i>Research on the Applicability of GSM for Translation of Sound Converted Bio-medical Signals</i>	

Author's Index - Volume 69, Issue 3

	<i>author</i>	<i>article</i>
1.	Boris Grasiani	135
2.	Boyan Kostadinov	115
3.	Danail Slavov	67, 75
4.	Emil Nikolov	47, 57
5.	Ivan K. Kanev	143
6.	Ivan Trendafilov	105
7.	Kamen Hristov	17
8.	Marin B. Marinov	95
9.	Marin Zhilevski	9
10.	Martin Rachev	105
11.	Nikolay Nikolov	85
12.	Sevdalin Tsvetanov	37
13.	Todor S. Djamyikov	95
14.	Tsonyo Slavov	85
15.	Vessela Karlova-Sergieva	125
16.	Vladimir Hristov	27

PROCEEDINGS OF TECHNICAL UNIVERSITY OF SOFIA

Volume 69 Issue 3 (2019)

pages

150

articles

15

authors

16

УПРАВЛЕНИЕ НА СИСТЕМА ЗА ИЗБОР НА ИНСТРУМЕНТИ ПРИ КЛАС МЕТАЛОРЕЖЕЩИ МАШИНИ

Марин Жилевски

Резюме: В статията е представено управление на система за избор на инструменти при клас металоурежещи машини с цифрово-програмно управление. На базата на формулираните изисквания и детайлно изследване на принципа на работа са разработени модернизирани ладер диаграми. Проведените изследвания и получените резултати може да се използват при модернизацията на разглеждания клас металообработващи машини.

Ключови думи: металоурежещи машини, инструментален магазин, ладер диаграма

CONTROL OF SYSTEM FOR SELECTION OF TOOLS IN A CLASS OF MACHINE TOOLS

Marin Zhilevski

Abstract: A system for selection of tools in a class of machine tools with digital program control has been presented in this paper. On the basis of the formulated requirements and a detailed study of the working principle, modernized ladder diagrams have been developed. This research and the results obtained can be used in the modernization of the considered class of machine tools.

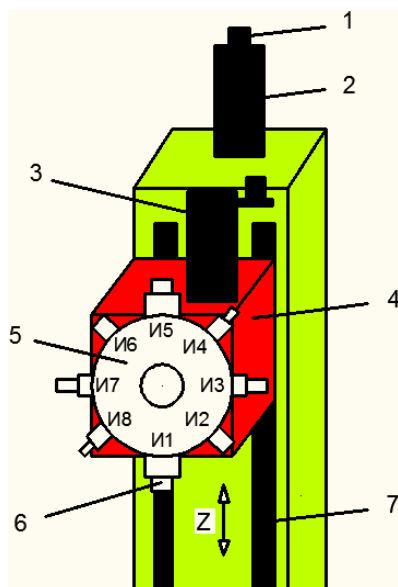
Keywords: machine tools, selection of tools, ladder diagrams

1. ВЪВЕДЕНИЕ

Инструменталният магазин е устройството, на което са закрепени използваните инструменти от металообработващата машина по време на механичната обработка. Съществуват различни набори от обработващи елементи и с нарастване на техния брой се увеличават възможностите на машината от една страна, но от друга се удължава необходимото време за смяна, усложнява се системата за електрозадвижване на главното движение и се налага въвеждане на допълнителна конструкция, която да извършва смяната на инструментите.

При металоурежещите машини за пълната автоматизация на технологичния процес се използва система за автоматична смяна на инструментите. Нейната роля е да се намалят допълнителните времена за избор на обработващия елемент и да се осигури възможност за обработка на детайли със сложна форма, които изискват повече на брой механични операции [1, 2].

На фиг.1 е представен инструментален магазин на изследвания клас машини, който осигурява възможност за извършване на фрезови и пробивни обработки. Неговото позициониране се осъществява с координатна ос z , като използваните означения са: 1- датчик на път за електрозадвижването на ос z ; 2- двигател за това електрозадвижване; 3- двигател за електрозадвижването на главното движение; 4- тяло, на което са закрепени инструментален магазин и двигателя на главното електрозадвижване; 5- инструментален магазин; 6- шпиндел, който осъществява процеса на механична обработка; 7- направляващи на движението за координатна ос z .



Фиг.1. Инструментален магазин, разположен върху координата z .

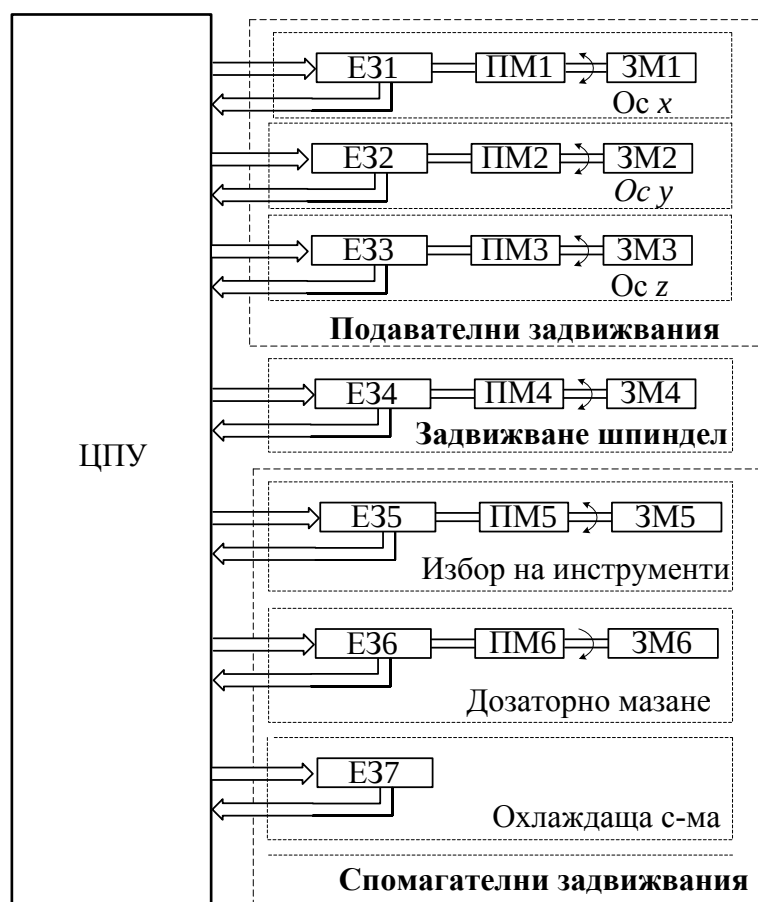
В представения на фиг.1 вариант е използван инструментален магазин с осем инструмента за механична обработка и възможност за тяхната автоматична смяна. В литературните източници съществуват решения с много по-голям набор и реализирана автоматична смяна, но характерното за тях е разположението им - те са изнесени спрямо работната зона на машината [3, 4, 5]. Това налага използване на допълнителни модулни елементи, като „ръка за автоматична смяна на инструмента“, „механизъм за прехвърляне на инструмента“ и усложняване на системата за главно електрозадвижване с необходимост от „ориентирано спиране на шпиндела“, както и точно позициониране на координатната ос, участваща в смяната [1]. Всички тези допълнения усложняват и оскъпяват инструменталния магазин, както и водят до по-продължително време за смяна на желания инструмент.

Системата за цифрово-програмно управление (СЦПУ) е широко използвана за управление на допълнителните спомагателни подсистеми в металоорежещи машини, като инструменталния магазин е част от тях. Това става с помощта на разработени ладер диаграми, които се въвежда в програмируемия логически контролер на машината. Алгоритъмът за разработката на ладер диаграмите и основните използвани елементи са представени в [6].

В настоящата статия са формулирани основните изисквания към система за задвижване на инструменталния магазин. На базата на подробно изследване на механичната част и принципа на работа са разработени и внедрени модернизирани ладер диаграми в машини от разглеждания клас.

2. ПРИНЦИП НА РАБОТА

Блоковата схема на системата за електрозадвижване на разглеждания клас фрезово-пробивни машини е представена на фиг.2, където използваните означения са: ЦПУ- устройство за цифрово-програмно управление; E31- електрозадвижване на координатната ос x; E32 - електрозадвижване на координатната ос y; E33- електрозадвижване на координатната ос z; E34- електрозадвижване на шпиндела; E35- електрозадвижване свързано с избора на инструменти; E36- електрозадвижване на свързано с дозаторното мазане; E37- електрозадвижване на охлаждащата - система; ПМ1÷ПМ6- предавателни механизми на съответните електрозадвижвания; ЗМ1÷ЗМ6- задвижвани механизми на съответните електрозадвижвания.



Фиг.2. Блокова схема на системата за електрозадвижване.

Основните изисквания, които трябва да бъдат отчетени при разработването на системата за управление на инструменталния магазин са следните: твърдо позициониране с висока точност; бързодействие; сигурност; икономичност, дълъг експлоатационен живот и намаляване на енергийната консумация.

За разработване на системата за управление за избор на инструменти, като част от спомагателните задвижвания, е използвана ладер диаграма, която се въвежда в програмируемия контролер на машината. От съществено значение се явява подробното и прецизно познаване на механичната част и последователността от условия, които трябва да бъдат изпълнени за осъществяване на смяната на инструментите.

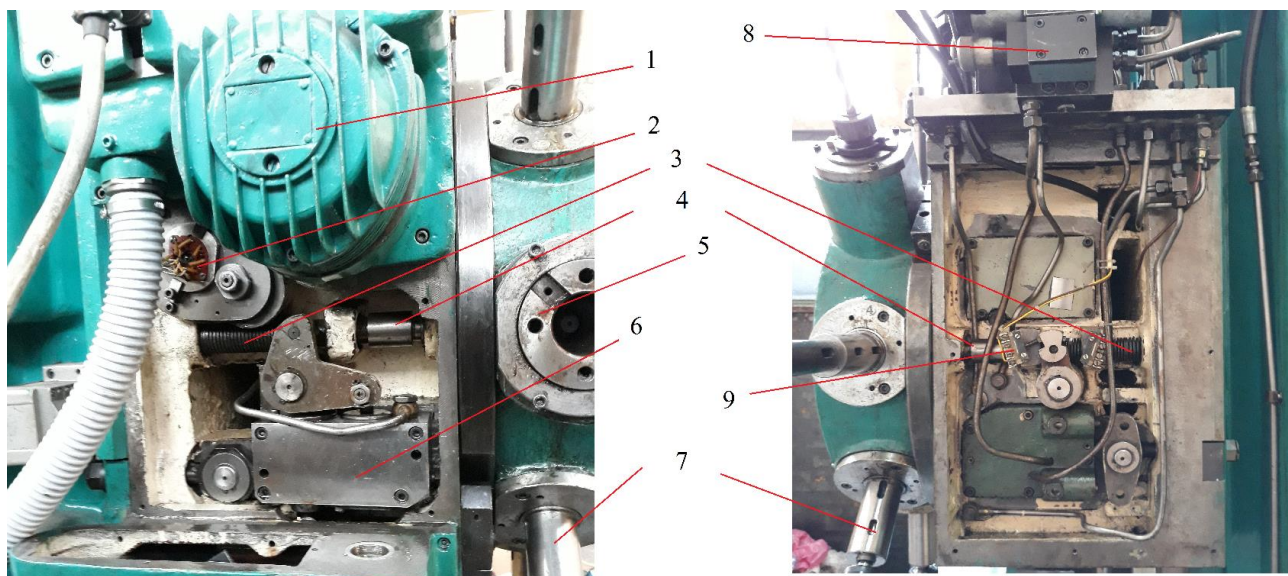
Механичната част на инструменталния магазин е съставен от следните елементи: зъбен блок; зъбни колела, разположени на всеки от инструментите; два щифта, свързани в общ вал помежду си; тарелчати пружини; малтийски кръст.

Зъбният блок, включва две зъбни колела с различни диаметри, които се зацепват към зъбното колело на съответния инструмент. Той осъществява предаването на мощността на двигателя на шпиндела към съответния фрезови или пробивен инструмент. Двата щифта осигуряват сигурното и точно заключване на инструменталния магазин. Механизмът малтийски кръст се използва за реалното завъртане на магазина и избор на съответната позиция, като този процес се следи от галетен превключвател.

Част от механичната система на инструменталния магазин е представена на фиг.3, където използваните означения са следните: 1- асинхронен двигател, който осъществява завъртането на инструменталния магазин; 2- галетен превключвател; 3- тарелчати пружини; 4- щифтове; 5- фрезови инструмент; 6- хидравличен цилиндър; 7- пробивен инструмент; 8- вентили; 9- датчик, който следи отключването и заключването на магазина.

За осъществяване на реалното завъртане и избор на конкретен инструмент е необходимо да бъде извършен процеса на „отключване на магазина“. Това се постига с:

- активиране на хидравличен вентил, който избутва щифтовете назад;
- притискане на тарелчатите пружини;
- освобождаване на зъбния блок.



Фиг.3. Механична част на инструменталния магазин.

След „отключване на магазина“ се осъществява реалното задвижване на магазина от асинхронен двигател с конусен ротор и вградена спирачка. Този двигател осигурява бързо спиране и възможност за точно и прецизно позициониране на магазина.

Въртенето и намирането на позиция се следи от галетния превключвател. След намиране на съответната позиция се осъществява процеса на „заключване (щифтоване) на магазина“. Този процес се осъществява чрез изключване на хидравличния вентил, след което тарелчатите пружини осигуряват усилието за задвижване на

цифтовете и съответно фиксиране на „магазина“.

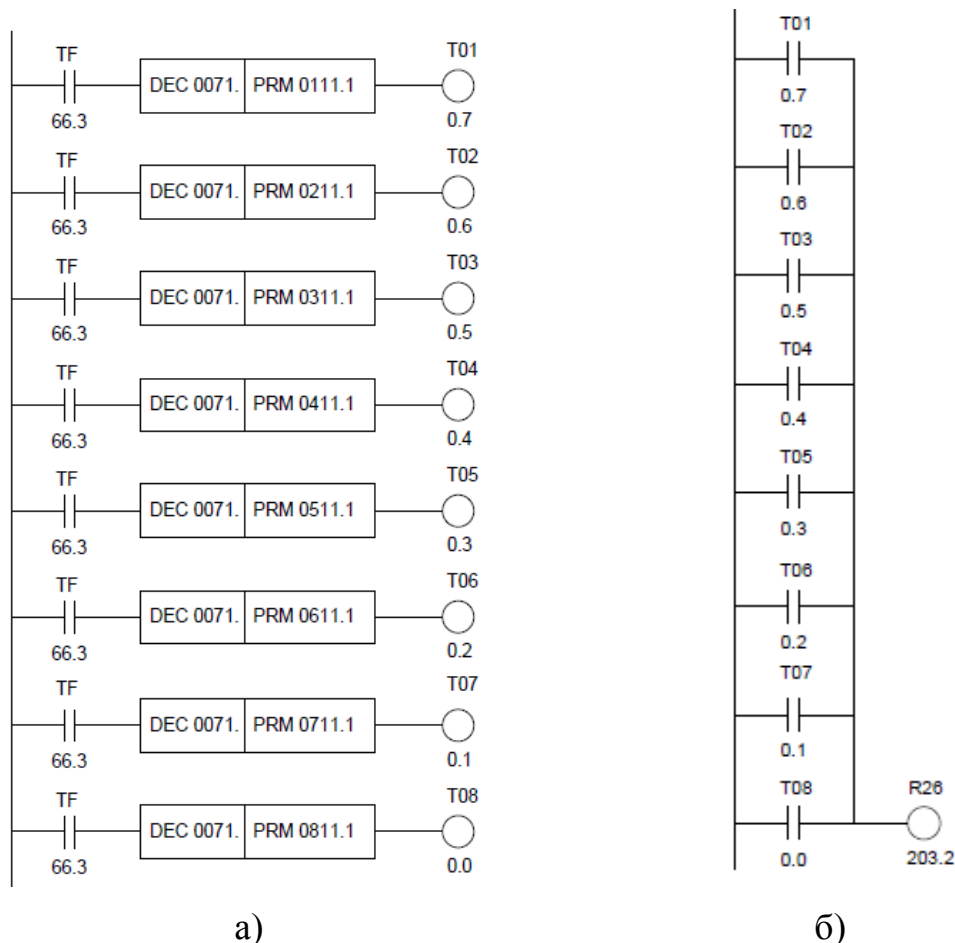
Процесите на „отключването и заключването на магазина“ се следят от датчик, чието състояние се следи в ладер диаграмата.

За по-сигурно и лесно зацепване и отцепване на зъбния блок от зъбните колела на инструментите е използвана системата за електрозадвижване на шпиндела, която осигурява плавно завъртане с малка скорост на механичната част.

3. ИЗСЛЕДВАНЕ НА СИСТЕМАТА ЗА УПРАВЛЕНИЕ

На следващите фигури са представени част от разработените ладер диаграми, които се отнасят за управлението на инструменталния магазин.

Командите за избор на съответните позиции, дадени на фиг.4.а са T01÷T08, като тяхното декодиране се осъществява по строго определена последователност (задаване на базовия сигнал TF, команда за декодиране с задаване на желания номер и запис в определени изходни сигнали). При определена зададена позиция се активира междинно условие R26 (фиг.4.б) .

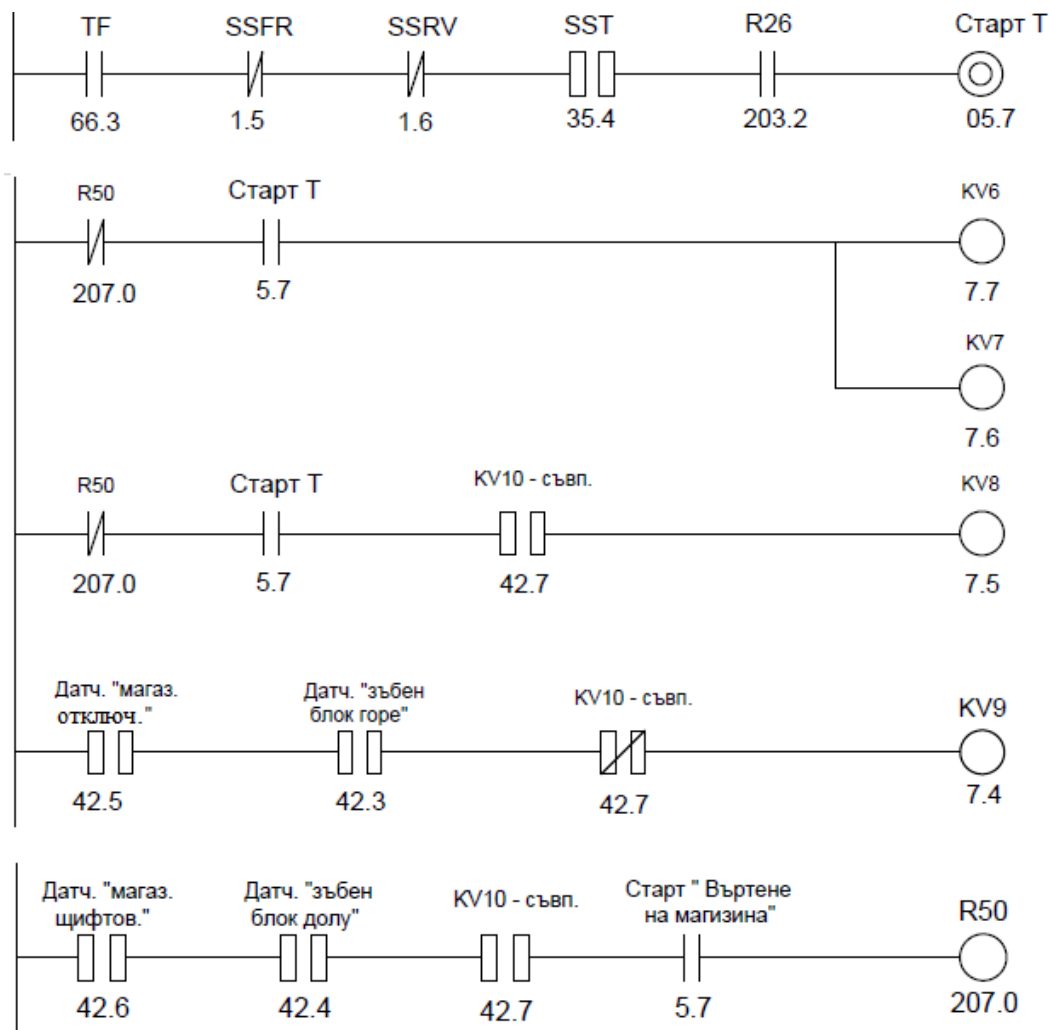


Фиг.4. Част от ладер диаграмата за избор на позиция.

За стартиране на търсенето на зададената позиция е необходимо да бъдат изпълнени следните няколко условия, които активират изходния сигнал „Старт Т“ (фиг.5):

- да бъде зададена Т команда, тоест да се активира базовия сигнал TF;
- да няма активиран изходен сигнал за дясно въртене на шпиндела - сигнал SSFR;
- да няма активиран изходен сигнал за ляво въртене на шпиндела - сигнал SSRV;

- да бъде осигурена нулева скорост на шпиндела (сигнал SST);
- да бъде активирано междинното условие R26, тоест че е зададена определена T команда.



Фиг.5. Част от ладер диаграмата, свързана с инструменталния магазин.

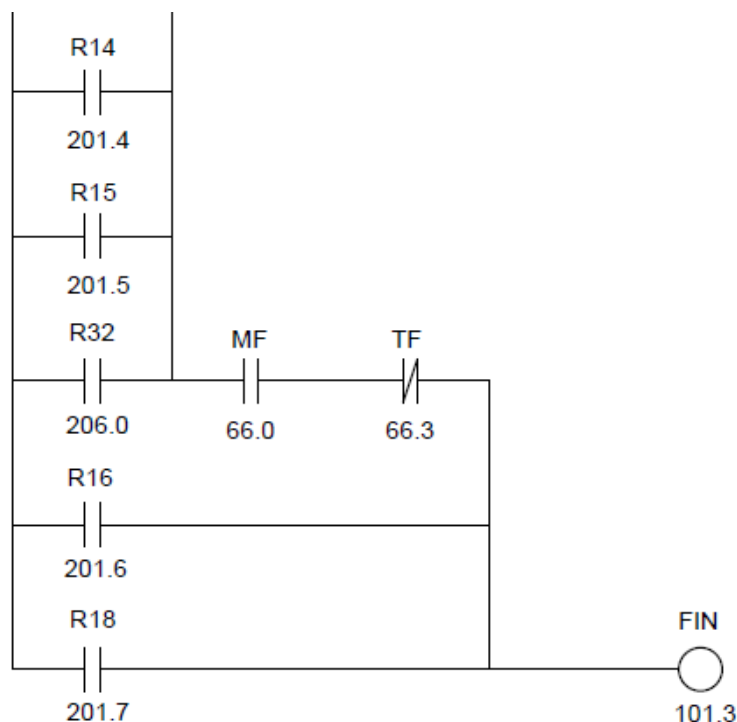
В резултат на това се осъществява активиране на изходния сигнал „Старт Т“, чрез който се задава команда за стартиране на въртенето на инструменталния магазин.

Стартирането на командата за въртене на инструменталния магазин за избор на позиция, води до активиране на изходните сигнали, които стартират „включването на хидравликата“ и „вентил високо налягане“, съответно KV6 и KV7 (фиг.5). Липсата на съвпадение води до активиране на изходния сигнал KV8 (фиг.5), който осигурява включване на хидравличните вентили, които задвижват зъбния блок.

След намиране на съответните датчици за „отключване на магазина“, „зъбен блок горе“, и при липса на съвпадение, се активира изходния сигнал KV9 (фиг.5), чрез който се осъществява реалното завъртане на магазина.

Въртенето на инструменталния магазин продължава до намиране на съвпадение. При намиране на датчиците „магазин заключен (щифтован)“ и „зъбен блок долу“, както и наличието на съвпадение, се активира междинното условие R50, което

реализира квитиране на Т функцията (потвърждаване за намерена позиция). Квитирането на Т функцията, води до отпадане на изходните сигнали KV6, KV7 и KV8. Завършването на изпълнението на функцията в СЦПУ, се осъществява чрез сигнала FIN (фиг.6).



Фиг.6. Квитиране на Т функция за избор на позиция.

Разработената логика за избор на инструмент от инструменталния магазин е изцяло модернизирана и съобразена с изискванията за разход на енергия, твърд и лесен избор на позиция.

Като характерна особеност, може да бъде отбелязана, че хидравличната система работи само докато се осъществява избор на инструмент от магазина.

Това води до значително намаляване разхода на енергия, увеличаване на експлоатационния живот и повишаване на надеждността на цялата машина.

5. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В настоящата статия са формулирани основните изисквания, които трябва да бъдат отчетени при разработването на системата за управление на инструменталния магазин за клас металоорежещи машини с цифрово-програмно управление.

Представени са особеностите, принципа на работа и направените подобрения свързани с инструменталния магазин.

Изследвана е система за управление на базата на модернизирани ладер диаграми.

Проведените изследвания и получените резултати може да се използват при модернизацията на разглеждания клас металообработващи машини с цифрово-програмно управление.

ЛИТЕРАТУРА

- [1] Obrea, C. F., M. Pascu, L. Mihaila and M. Funaru, Design of an Automatic Tool Changer System for Milling Machining Centers, *Annals & Proceedings of DAAAM International*, Vol. 23, No.1, pp. 1139-1142, 2012, ISSN 2304-1382
- [2] Димитров Д. , С. Колева Йорданова, В.Карачорова. Изследване на точността при установяване на конусен инструментален държач ISO 40 във вретеното. В: Научни трудове на Русенския университет, т.51, сер.2, Русе, 2012, стр. 104-108
- [3] Constantin, G., A. Ghionea, M. Zapciu, Structural Configuration Methods for Machine Tools, *7-th International Multidisciplinary Conference*, Romania, 2007, ISSN 1224-3264
- [4] Seames, W. S., *Computer Numerical Control: Concepts and Programming*, Cengage Learning, 2001, ISBN 9780766822900
- [5] Smid, P., *CNC Control Setup for Milling and Turning: Mastering CNC Control Systems*, Industrial Press Inc., 2010, ISBN 9780831133504
- [6] Жилевска, М., Модернизция на клас фрезови машини, *Технически университет - Габрово*, Дисертация, 2017

Автор: Марин Милков Жилевски, гл. ас. д-р инж., катедра „Автоматизация на електрозадвижванията”, Факултет Автоматика, Технически Университет-София, E-mail address: mzhilevski@abv.bg

Постъпила на 10.02.2019 г.

Рецензент: проф. д-р Михо Рачев Михов

НАБЛЮДАТЕЛ НА ПРОТИВО ЕДН ПРИ ПОСТОЯННОТОКОВ ДВИГАТЕЛ

Камен Христов

Резюме: В настоящата статия е разработен наблюдател на противо електро движещо напрежение (е.д.н.) и чрез него е реализиран оценител на скоростта. Наблюдателя на противо е.д.н. е реализиран симулационно в симулинк средата на Matlab. Извършен са изследвания на наблюдателя на противо е.д.н. и на оценителя на скорост. Изследванията са направени при каталожни данни за параметрите на двигателя, както и при увеличаване на котвеното съпротивление симулиращо нагряване на двигателя по време на неговата работа. Направен е анализ на получените резултати от експерименталните изследвания и са направени препоръки за бъдеща работа.

Ключови думи: наблюдател, оценител противо електро движещо напрежение, скорост, котвено съпротивление

OBSERVER ON BACK EMF TO DC ELECTRIC MOTOR

Kamen Hristov

Abstract: In this article an observer of back electric motion force (back emf) is developed and a velocity estimator is realized through it. Observer was implemented simulatively in the Matlab simulation environment. Studies of the observer of back emf have been performed and the speed estimate. The simulations were made in the catalog data for the motor parameters as well as in the increase of the resistance of armature simulating the heating of the motor during its operation. An analysis of the results obtained from the experimental studies is made and recommendations for future work are made.

Keywords: observer, estimate of back emf, estimate speed, armature resistance

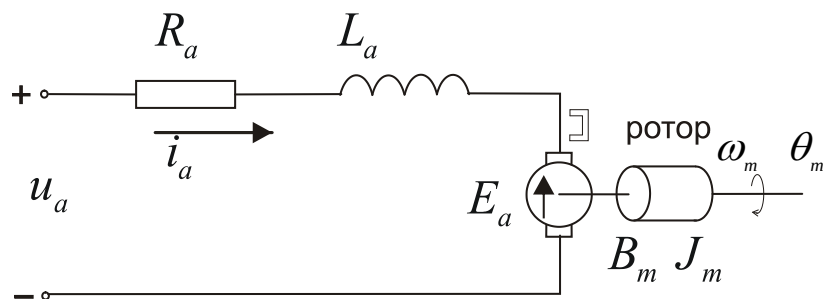
1. ВЪВЕДЕНИЕ

Двигателите за постоянен ток, продължават да бъдат актуални при внедряване в редица сервозадвижвания и роботизирани системи. За управлението на скоростта им е необходимо актуална информация за тяхната скорост. Има два подхода за получаването на информация за скоростта им. Първият подход за получаване на обратна връзка за скоростта е посредством сензори (тахогенератори, енкодери и други), вторият подход за получаване е чрез индиректни методи посредством оценяване на параметри и величини да се получи информация за

скоростта [4,5]. В редица приложения, индиректните методи са предпочитани за използване, тъй като в много от случаите двигателите са малки по-обем и пространството за монтаж на тахогенератор или енкодер се явява недостатъчно. Освен това има случай, в който датчика за скорост е в пъти по-скъп от самият двигател. Съществуват редица безсензорни методи за оценяване на скоростта на постояннотоков двигател, като някои от тях са по-сложни за реализиране, а други изискват доста бързи микроконтролери за извършване на математическите операции [1,2].

2. НАБЛЮДАТЕЛИ И МАТЕМАТИЧЕСКО ОПИСАНИЕ НА ПОСТОЯННОТОКОВИТЕ ДВИГАТЕЛИ

На фиг.1 е представен най-общ модел на двигател за постоянен ток (ДПТ) с възбуждане от постоянни магнити [1,2,6].



Фиг.1. ДПТ с постоянни магнити.

Означенията на фиг.1 са следните: R_a - котвено съпротивление; L_a - индуктивност на разсейване; u_a - захранващо напрежение; i_a - котвен ток; J_m - инерционен момент на двигателя; B_m - коефициент на вискозно триене; T_l - товарен момент на вала на двигателя; T_m - електромагнитен момент на вала на двигател; K - коефициент за връзка между тока и момента; ω_m - скорост на вала; θ_m - позиция на вала; E_a - против е.д.н..

Уравненията, известни от литературата и описващи работата на двигателя, са следните:

$$i_a R_a + E_a + L_a \frac{d}{dt} i_a = u_a, \text{ където } E_a = \omega_m K \quad (1)$$

$$T_m - T_l - B_m \omega_m = J_m \frac{d}{dt} \omega_m, \text{ където } T_m = K \cdot i_a \quad (2)$$

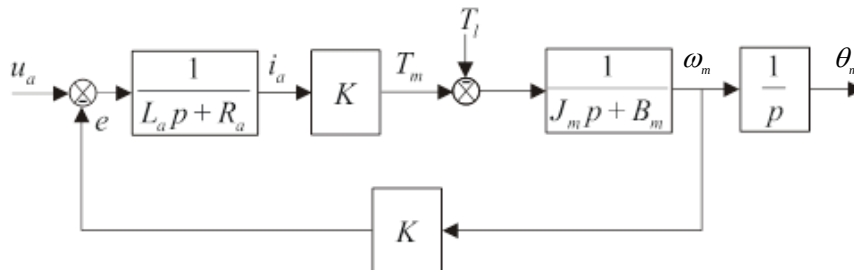
Има редица методи и алгоритми, които позволяват да бъде оценена скоростта, като някои от по-известните от тях са метод на Луенбъргър и филтър на Калман. Друг метод [7,8] за оценяване на скоростта е, когато информацията за против е.д.н.-то е достъпна за измерване т.е.:

$$\omega_m = \frac{E_a}{K} \quad (3)$$

Информацията за противо е.д.н.-то може да бъде измерена, но може и да бъде оценена посредством наблюдател. От уравнение (1), описващо електрическата част на електрическият двигател може да се изведе формулата за противо е.д.н.:

$$E_a = u_a - i_a R_a - L_a \frac{d}{dt} i_a \quad (4)$$

На фиг.2 е показана структурната схема на ДПТ [1,6].



Фиг.2. Структурна схема на ДПТ.

3. НАБЛЮДАТЕЛ НА ПРОТИВО ЕДН И ОЦЕНИТЕЛ НА СКОРОСТ В ПОСТОЯННОТОКОВИТЕ ЕЛЕКТРОЗАДВИЖВАНИЯ

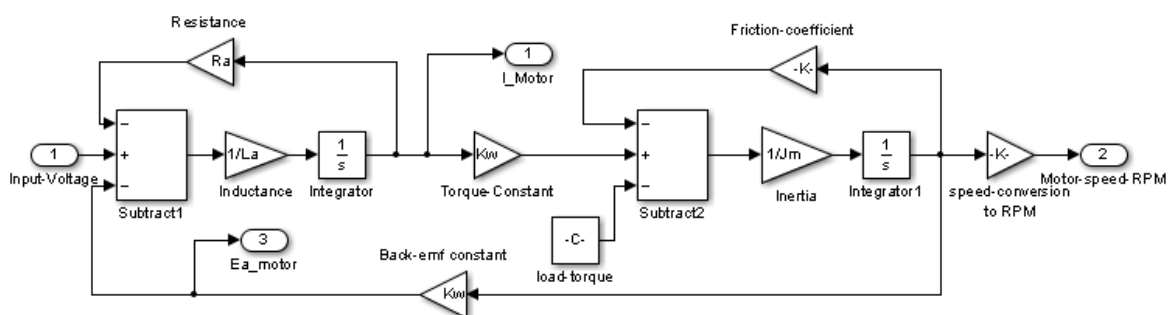
Уравненията описващи наблюдателите на противо е.д.н. и скоростта са:

$$\begin{aligned} \hat{E}_a &= u_a - i_a R_a - L_a \frac{d}{dt} i_a \\ \hat{\omega} &= \frac{\hat{E}_a}{K} \end{aligned} \quad (5)$$

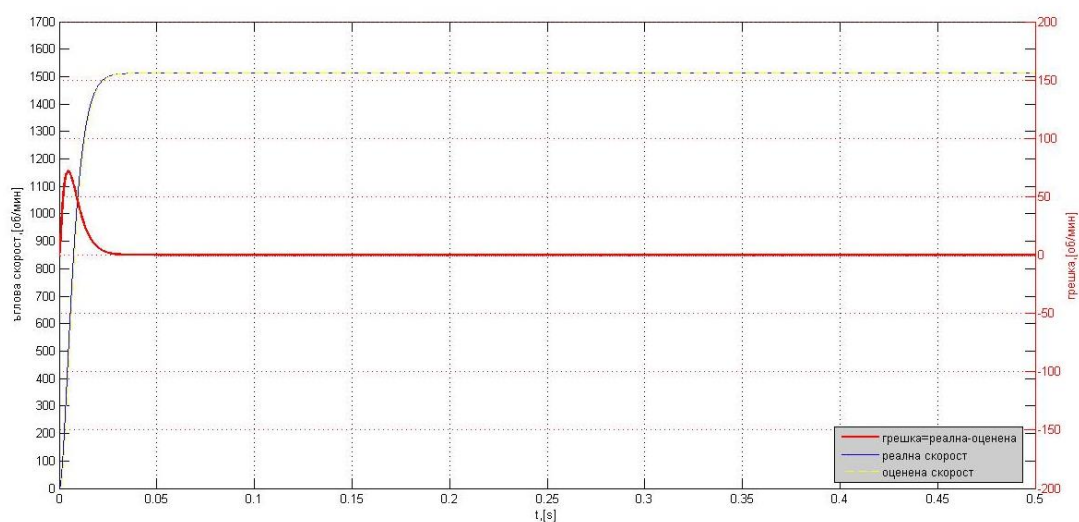
В случая $\hat{E}_a, \hat{\omega}$, са оценените противо е.д.н. и скорост.

За да може да бъде извършена такава оценка е необходимо да се познават параметрите на двигателя и да бъдат измерими величините: напрежение и ток. В повечето случай последните са лесно измерими и са за предпочитане за използване тъй-като обикновено се използват в контурите за регулиране по ток и скорост.

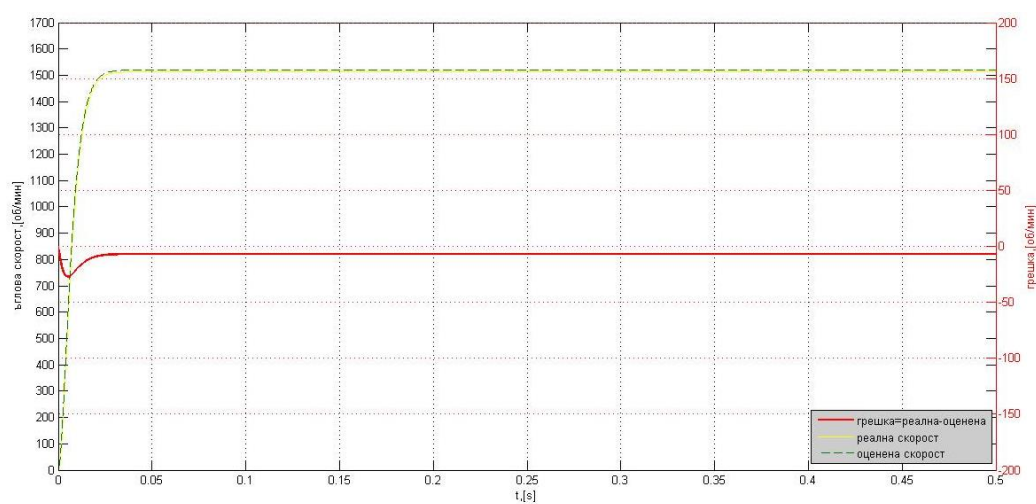
На фиг.3 е показан Simulink-моделът на двигателя за постоянен ток. На фиг.4 е показан Simulink-моделът на наблюдателя на противо е.д.н. и скорост на ДПТ



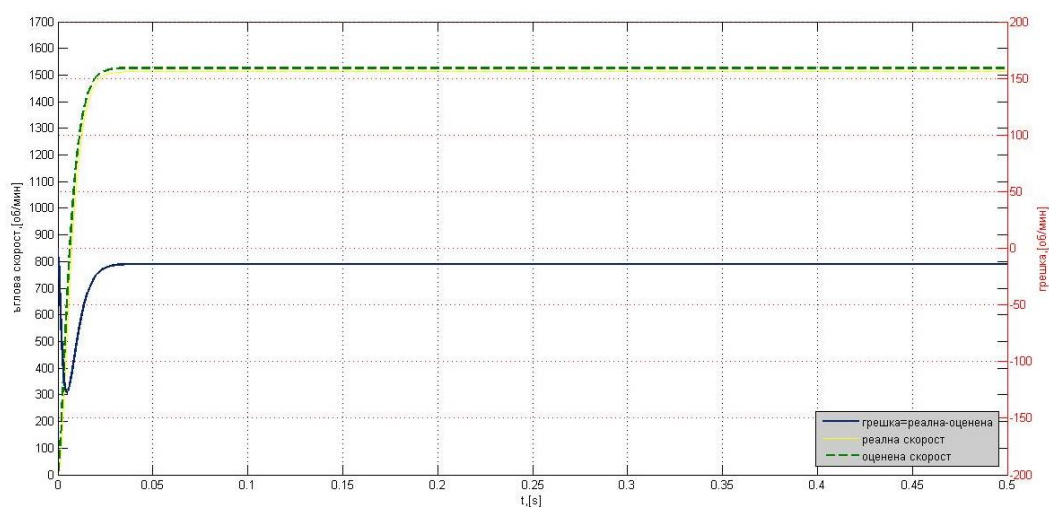
Фиг.3. Simulink-модел на двигателя на постоянен ток.



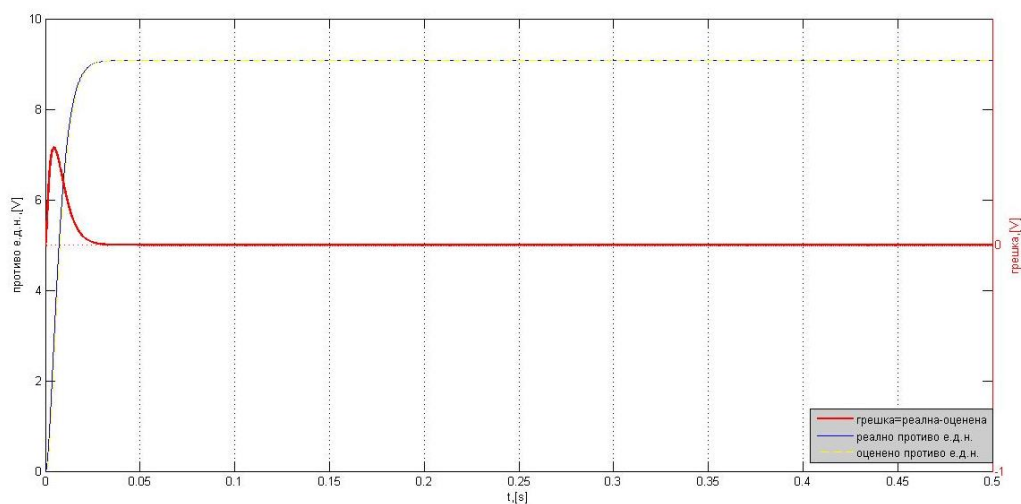
Фиг.6. Оценената и реалната скорост при $\omega_y = 1540$ об/мин и $R_a = 110\%R_a(25^\circ C)$.



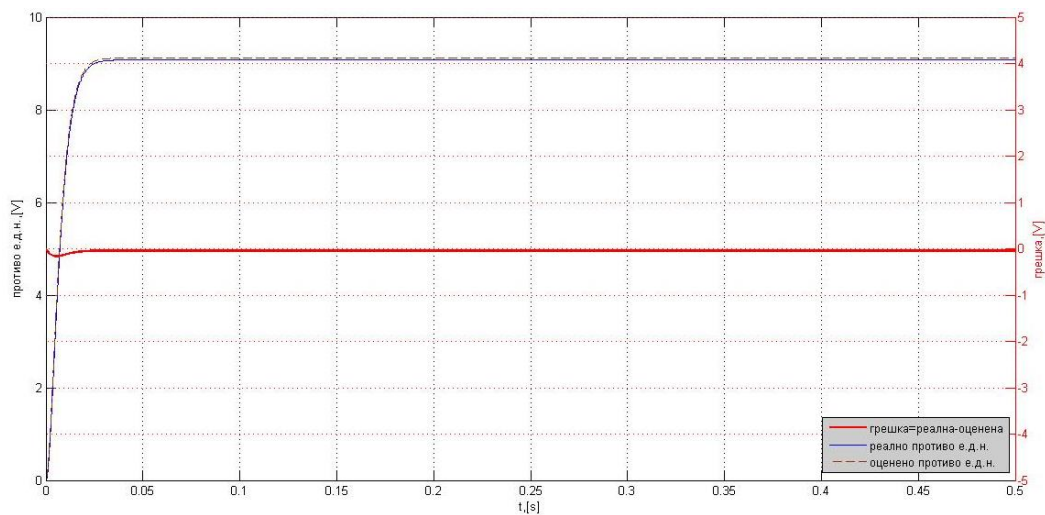
Фиг.7. Оценената и реалната скорост при $\omega_y = 1540$ об/мин и $R_a = 110\%R_a(25^\circ C)$.



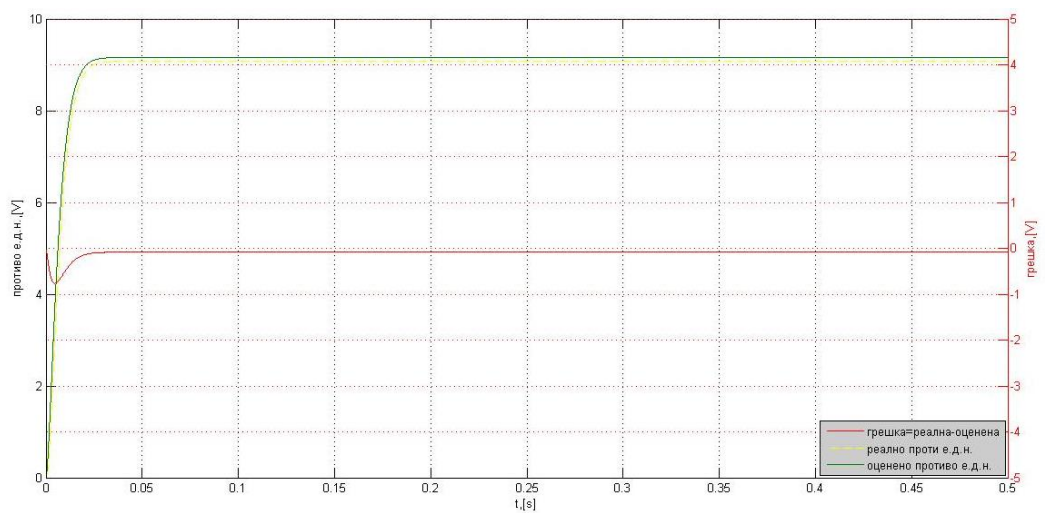
Фиг.8. Оценената и реалната скорост при $\omega_y = 1540$ об/мин и $R_a = 120\%R_a(25^\circ C)$.



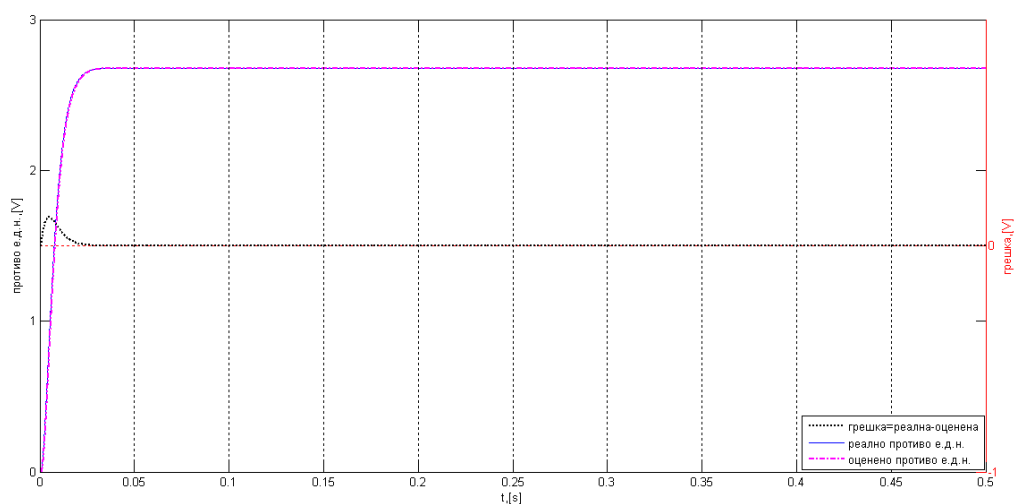
Фиг.9. Оцененото и реално против е.д.н. при $\omega_y = 1540$ об/мин и $R_a = 100\%R_a(25^\circ C)$.



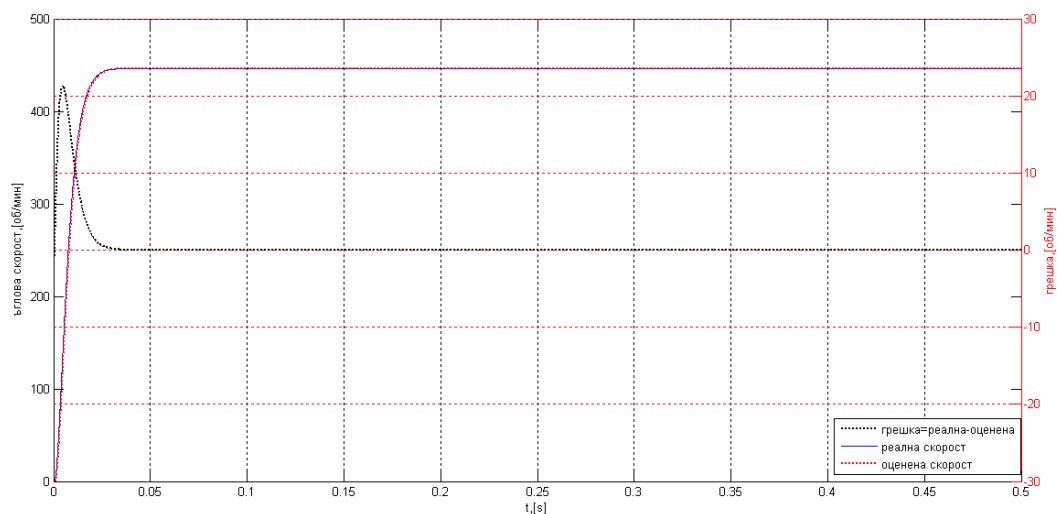
Фиг.10. Оцененото и реално против е.д.н. при $\omega_y = 1540$ об/мин и $R_a = 110\%R_a(25^\circ C)$.



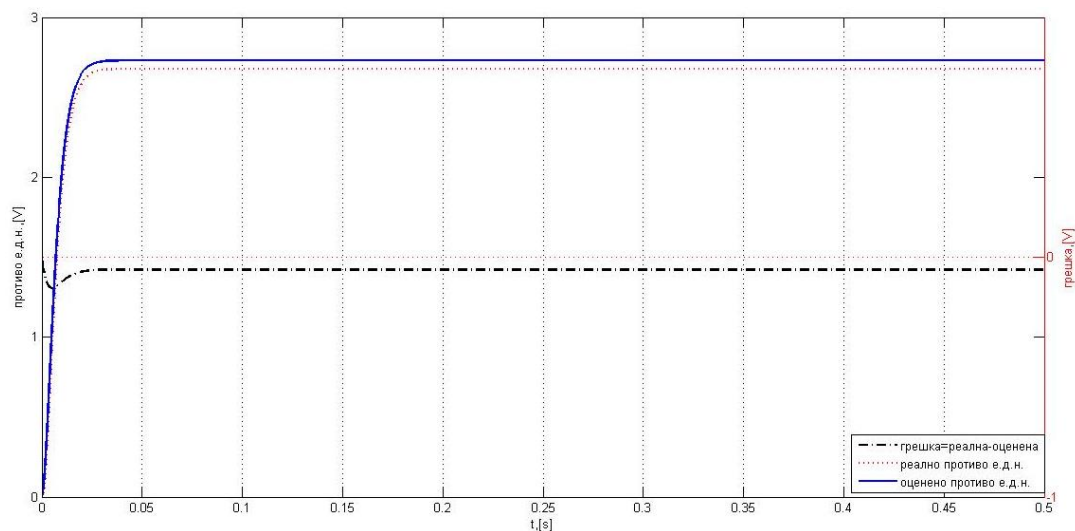
Фиг.11. Оцененото и реално против е.д.н. при $\omega_y = 1540$ об/мин и $R_a = 120\%R_a(25^\circ C)$.



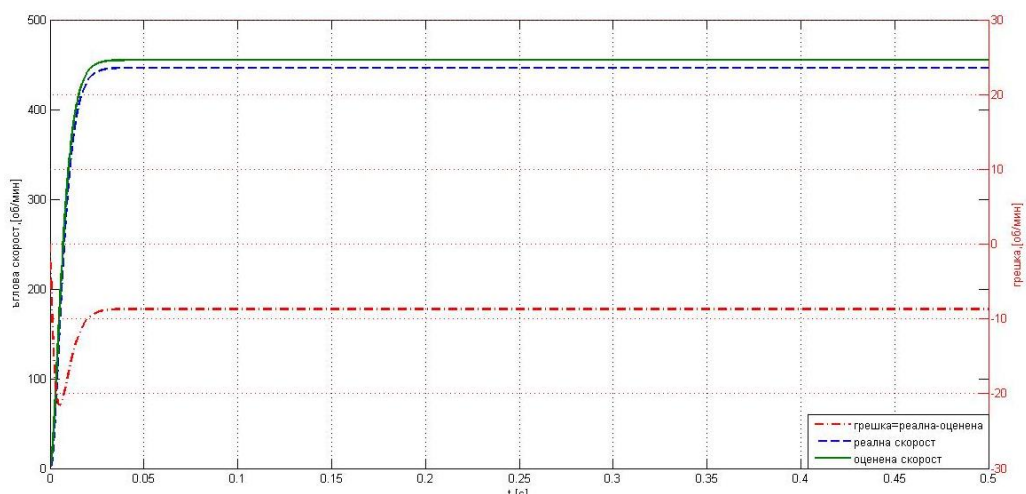
Фиг.12. Оцененото и реално против е.д.н. при $\omega_y = 464$ об/мин и $R_a = 100\%R_a(25^\circ C)$.



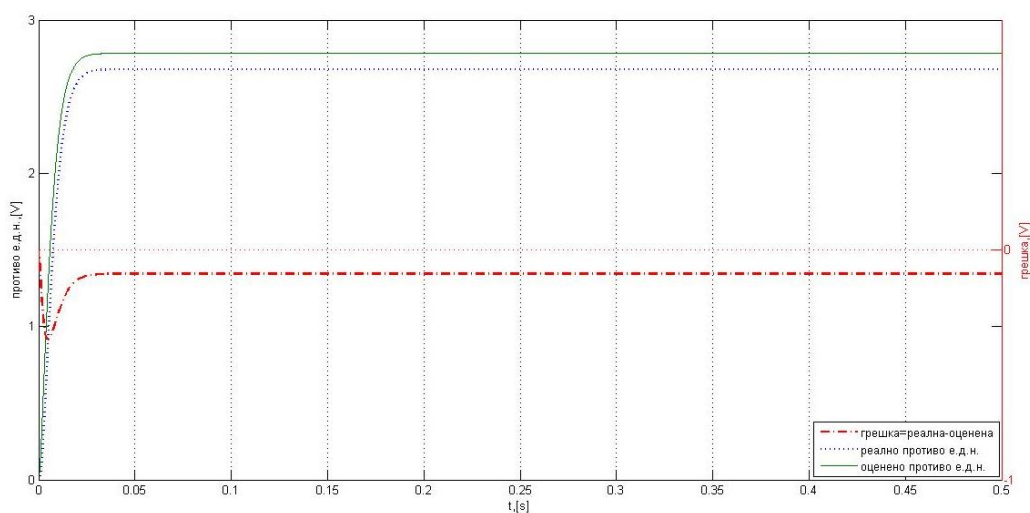
Фиг.13. Оценената и реалната скорост при $\omega_y = 464$ об/мин и $R_a = 100\%R_a(25^\circ C)$.



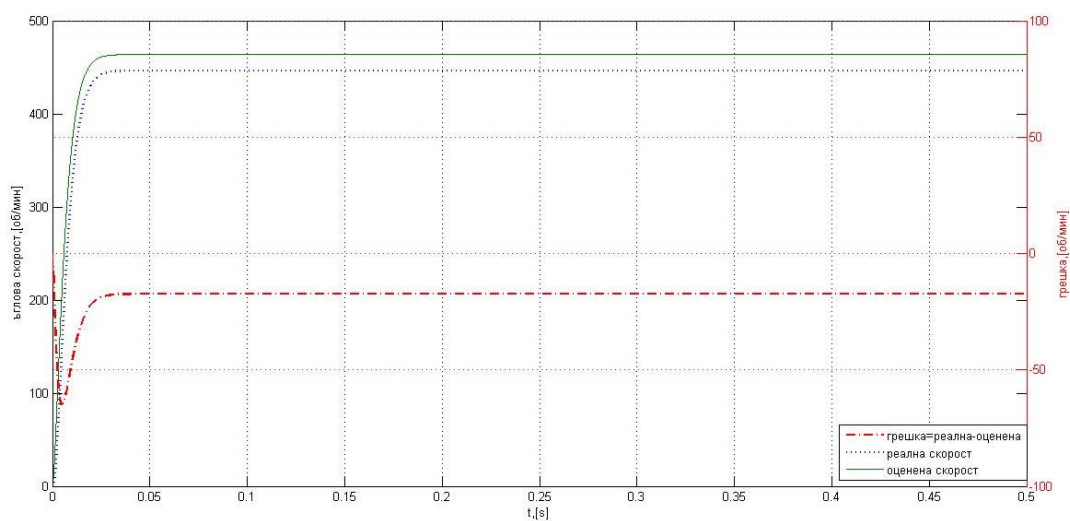
Фиг.14. Оцененото и реално против е.д.н. при $\omega_y = 464$ об/мин и $R_a = 110\%R_a(25^\circ C)$.



Фиг.15. Оценената и реалната скорост при $\omega_y = 464$ об/мин и $R_a = 110\%R_a(25^\circ C)$.



Фиг.16. Оцененото и реално против е.д.н. при $\omega_y = 464$ об/мин и $R_a = 120\%R_a(25^\circ C)$.



Фиг.17. Оценената и реалната скорост при $\omega_y = 464$ об/мин и $R_a = 120\%R_a(25^\circ C)$.

Обобщените резултати от направените изследвания са представени в табл.1, като са приети следните показатели за оценяване [4,5,6]:

$e_{\omega_{\max}}$ -максимална грешка на оценената скорост по време на преходен режим в [%];

$$e_{\omega_{\max}} = \max \left| \frac{\omega_{\text{изм.}}^{\wedge} - \omega_{\text{оцен.}}}{\omega_{\text{зад.}}} \right| \cdot 100\%$$

$e_{\omega_{\text{уст.}}}$ -максимална грешка на оценената скорост по време на установено състояние в [%];

$$e_{\omega_{\text{уст.}}} = \max \left| \frac{\omega_{\text{изм.}}^{\wedge} - \omega_{\text{оцен.}}}{\omega_{\text{зад.}}} \right| \cdot 100\%$$

Табл.1

Обобщени симулационни резултати

	$\omega_y = 464 \text{ об/мин}$		$\omega_y = 1540 \text{ об/мин}$	
	$e_{\omega_{\max}}$	$e_{\omega_{\text{уст.}}}$	$e_{\omega_{\max}}$	$e_{\omega_{\text{уст.}}}$
	[%]	[%]	[%]	[%]
$R_a = 100\%R_a(25^\circ \text{C})$	10.26	0.1	4.54	0.1
$R_a = 110\%R_a(25^\circ \text{C})$	11.05	2.03	1.62	0.4
$R_a = 120\%R_a(25^\circ \text{C})$	15	4.3	8.11	0.8

5. ЗАКЛЮЧЕНИЯ

В настоящата работа е предложен наблюдател на противо електро движещо напрежение на постояннотоков двигател, като целта е от противо е.д.н.-то да се оцени скоростта и по-този начин да се постигне безсензорно получаване на информация за скоростта на двигателя. За реализиране на наблюдателя е необходимо да се знаят параметрите на двигателя, както и да бъдат измерими електрическото напрежение на двигателя и електрическият ток. По този начин се избягват скъпоструващи датчици на скорост, както и необходимостта от куплиране на датчика към вала на двигателя. Наблюдателя е изследван симулационно в Simulink средата на Matlab, като за доближаване в реални условия, е изследван и при увеличение на котвеното съпротивление с 10% и 20%, което отговаря на повишение на температурата на двигателя съответно с 35° и 70° C.

От обобщените резултати в табл.2 при използването на наблюдателя и оценителя на скорост могат да бъдат направени следните изводи, че максималната грешка на скоростта в установено състояние при номинална скорост остава под 1% дори при превишаване на котвеното съпротивление с 20%. При скорост приблизително 4 пъти по-ниска от номиналната скорост, процента на грешката в установено състояние остава в рамките на 0.1%. При повишаване на котвеното съпротивление с до 20%, грешката в установено състояние стига до 8%, което прави този оценител на скорост не ефективен при оценяване на скорости по-ниска от номиналната и повишаване на котвеното съпротивление. Това налага

при използване на такъв наблюдател с противо е.д.н. и съответно оценител на скоростта да бъдат взети мерки за компенсиране на повишаването на котвеното съпротивление.

ЛИТЕРАТУРА

- [1] G. Mamani, Becedas J., Feliu-Batlle V., Sira-Ramirez H., “An Algebraic State Estimation Approach for DC Motors”, Proceedings of the World Congress on Engineering and Computer Science 2007 WCECS 2007, October 24-26, 2007, San Francisco, USA, ISBN:978-988-98671-6-4
- [2] SEVINCJ Ata (2003), *A Full Adaptive Observer for DC Servo Motors* Turk J Elec Engin, VOL.11, NO.2 2003, с TUBITAK
- [3] Chmidt P., Rehm T., “Reducing the Effect of Load Torque Disturbances in Dual Inertia Systems with Lost Motion”, WeM03.1 Proceeding (710-715) of the 2004 American Control Conference Boston, Massachusetts June 30 - July 2, 2004;
- [4] Вл. Христов (2012), “Адаптивен алгоритъм за оценка на котвеното съпротивление на постояннотоков двигател”, Годишник на Технически университет-София, 69-78 стр., том 62, книга 4, 2012, ISSN1311-0829
- [5] Вл. Христов (2012), “Сравнителен анализ на методи за оценяване скоростта на въртене на постояннотоков двигател”, Годишник МГУ „Св. Иван Рилски“ – София, Св. III, Механизация, електрификация и автоматизация на мините, 103-108 стр., том 55, 2012
- [6] Вл. Христов (2012), “Влияние на изменението на котвеното съпротивление на ДПТ при използване на наблюдатели”, списание „Автоматика и Информатика“, 101-104 стр., 5-6/2012, ISSN 0861-7562
- [7] Mamani G., Becedas J., Feliu-Batlle V., “On-Line Fast Algebraic Parameter and State Estimation for a DC Motor Applied to Adaptive Control”, Proceedings of the World Congress on Engineering 2008 Vol II WCE 2008, July 2 - 4, 2008, London, U.K. ISBN:978-988-17012-3-7
- [8] Firoozian R. 2009, „Servo motors and industrial control theory”, Publisher Springer ISSN 09415122, ISBN 978 0 387854588.

Автор: Камен Христов, гл. ас. д-р инж.; катедра „Автоматизация на електро-задвижванията”, Факултет Автоматика; Технически Университет-София; E-mail address: khristov@tu-sofia.bg

Постъпила на 10.02.2019 г.

Рецензент: проф. д-р Тодор Йонков

МИКРОКОНТРОЛЕРНА СИСТЕМА ЗА МОНИТОРИНГ НА ПОКАЗАТЕЛИТЕ НА ВЪЗДУХА И ОКОЛНАТА СРЕДА

Владимир Христов

Резюме: В настоящата статия е показана възможността за създаване на микроконтролерна система за мониторинг на показателите на въздуха и околната среда чрез Arduino Uno. Тази система е подходяща за използване както в домашни условия така и в офиса. Системата е изградена и калибрирана съгласно предписанията на производителя на датчици, които се ползват, и при калибриране съгласно условията резултати са с изключително висока точност. Системата е изградена за мониторинг на показателите в реално време, организирана е база данни, в които да се съхраняват показателите от мониторинга. Данните се записват в карта памет за по-лесна четимост на резултати от офис пакет и последваща тяхна обработка.

Ключови думи: показатели на качество на въздуха, мониторинг, Arduino, съхраняване на данни

MICROCONTROLLER MONITORING SYSTEM FOR AIR AND ENVIRONMENTAL

Vladimir Hristov

Abstract: This article shows the possibility of setting up a microcontroller system for monitoring the air and environmental performance through Arduino Uno. This system is suitable for both home and office use. The system is built and calibrated according to the manufacturer's recommendations for the sensors, and in the calibration according to the conditions the results are extremely high. The system is built to monitor the indicators in real time, a database is organized in which the monitoring indicators are stored. Data is saved on a memory card for easier readability of office suite results and subsequent processing.

Keywords: air quality indicators, monitoring, Arduino, data storage

1. ВЪВЕДЕНИЕ

Качеството на атмосферния въздух се оценява, чрез пределно допустими концентрации на вредни вещества в атмосферния въздух, регистрирани за определен период от време (1 час, 8 часа, 24 часа, 1 година). Те не трябва да оказват нито пряко, нито косвено вредно въздействие върху организма на човека и върху околната среда. В Република България пределно допустимите концентрации

на серен диоксид, азотен диоксид, фини прахови частици (ФПЧ), олово, бензен, въглероден оксид и озон се регламентират от Наредба № 12/2010г. на Министерството на околната среда и водите и Министерството на здравеопазването [1,2]. Пределно допустимите количества (ПДК) на сероводород, фенол и амоняк се регламентират от Наредба № 14/2010г. на Министерството на околната среда и водите и Министерството на здравеопазването.

ПДК за съответните замърсители, както и интервала за тяхното измерване и осредняване са представени в табл.1.

Таблица 1

Химична формула	Атмосферен замърсител	ПДК $\mu\text{g}/\text{m}^3$	Период на осредняване
NO ₂	Азотен диоксид	200	1 час
NH ₃	Амоняк	250	1 час
CO	Въглероден диоксид	10 000	8 часа
O ₃	Озон	180	1 час
SO ₂	Серен диоксид	350	1 час
H ₂ S	Сероводород	5	1 час
C ₆ H ₅ OH	Фенол	20	1 час
	Фини прахови частици	50	24 часа
COCl ₂	Фосген	20	30 минути
Cl ₂	Хлор	70	1 час
HCl	Хлороводород	200	1 час
HCN	Циановодород	10	30 минути

В зависимост от произхода си, източниците на замърсяване се разделят на две основни групи - естествени и замърсители в резултат на човешката дейност.

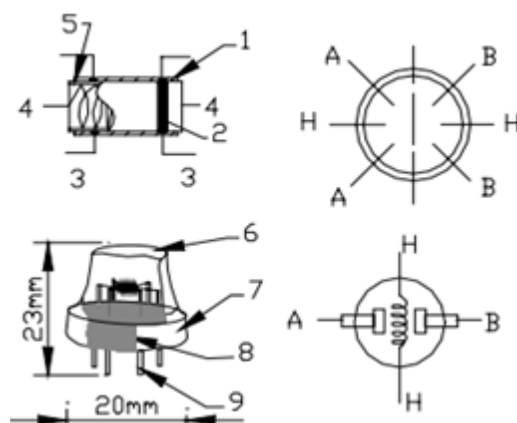
Естествени източници - сред тях спадат: вулканична дейност, горски пожари, процеси на гниене, процеси под земната повърхност, природни бедствия и други. Замърсители в резултат на човешката дейност: моторни превозни средства, промишлени предприятия, изгаряне на твърди горива, органични отпадъци и други.

2. ИЗБОР НА МИКРОКОНТРОЛЕР, СЕНЗОРИ И ЕЛЕКТРОННИ КОМПОНЕНТИ

Arduino Uno е микроконтролерна развойна платка с ATmega328P AVR микроконтролер. Има 14 цифрови входно-изходни (I/O) порта, 6 аналогови входа, 16 MHz кварцов резонатор, четири светодиода (един потребителски, свързан на 13-ти цифров I/O порт и три, които индикират работата на платката: ON, Tx и Rx), USB конектор, хранващ куплунг, бутон за рестартиране и ICSP конектор. Шест от цифровите I/O порта могат да се използват като PWM (ШИМ) изходи. Благодарение на I2C шина, няколко разширения могат да бъдат прикачени и използвани паралелно. Микроконтролерът на *Arduino* е снабден с буутлоудър, който опростява качването на програми във флаш паметта на устройството. Това прави използването на *Arduino* значително по-просто, като позволява програмиране с помощта

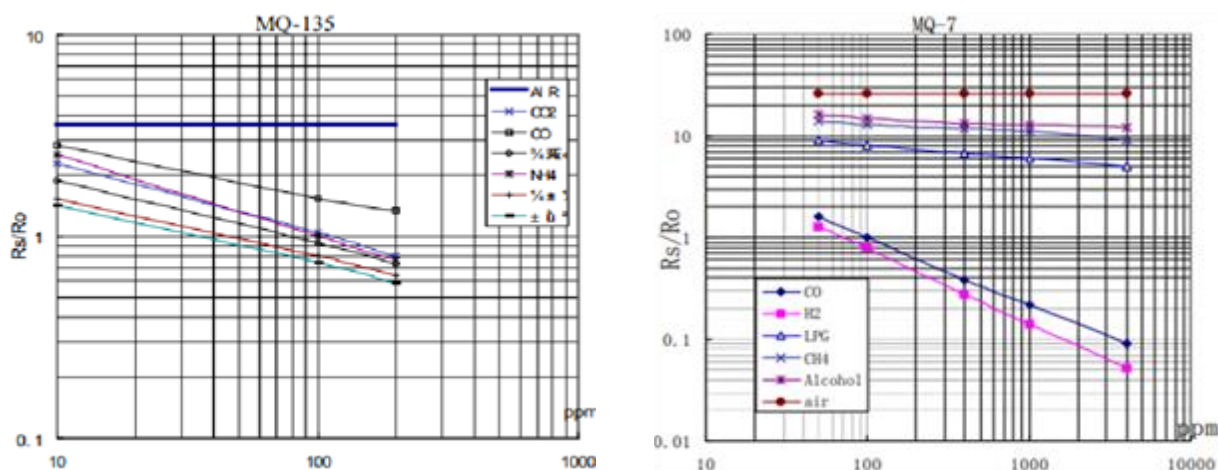
на обикновен компютър [3,4]. Всички платки се програмират посредством RS-232 сериен порт, но начинът варира според хардуерните особености на устройството. Свързването с компютър се осъществява чрез USB кабел USB A - USB B. Упо може да се захранва през USB порта на компютъра или от външен източник, като превключването между различните начини за захранване е автоматично. Външният източник на захранване може да е DC адаптер 7-12V или батерия.

➤ Сензор MQ135 – представлява сензор за качество на въздух, като следи и отчита наличието на амоняк, бензен, алкохол, дим, CO_2 , NO_x и други вещества. Захранва се с напрежение от 3V до 5V и консумира 170 - 220 mA ток. Изходният интерфейс е проектиран да осигурява два вида сигнал - аналогов и цифров. Аналоговият изход генерира сигнал с ниво зависещо от отчетената концентрация на газ, а цифровият изход генерира високо ниво - единица, с регулируем от потенциометър праг на сработване - чувствителност. Платката е с размери 40mm x 21mm, с 4 монтажни отвора и 4-пинов интерфейс конектор с разстояние между изводите 2,54 mm. На фиг.1 са показани структурната схема и електрическата част на сензора.



Фиг.1. Сензор MQ135 – 1- Слой сензор за газ; 2- Електрод; 3- Електродна линия; 4- Нагревателна намотка; 5- Керамични тръби; 6- Мрежа; 7- Скрепителен пръстен; 8- Смолна база; 9- Пинове.

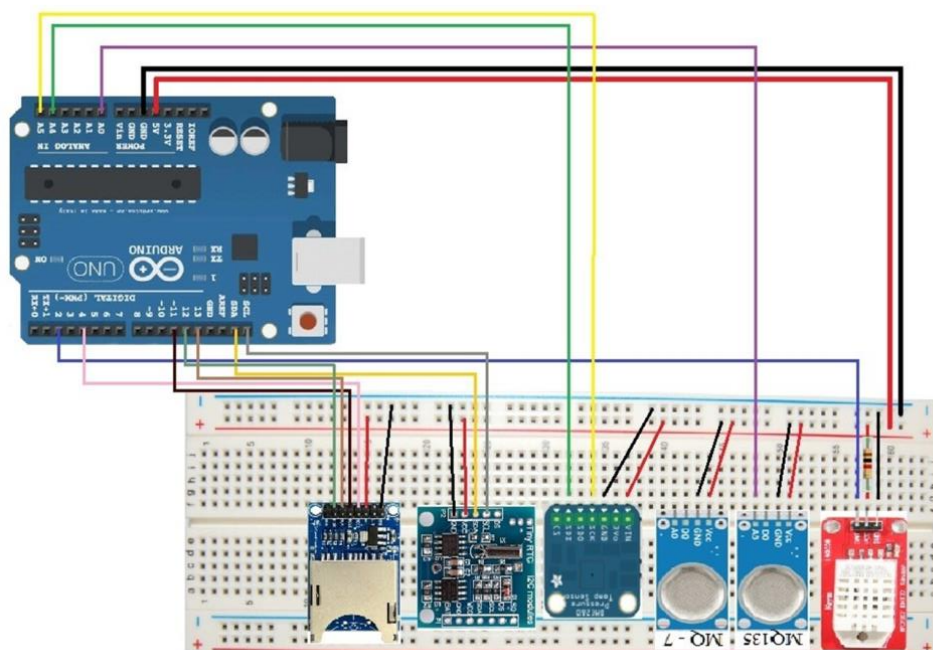
На фиг.2 е показана характеристика на чувствителността на сензора към различните газове.



Фиг.2. Характеристика на чувствителността на сензора към различните газове.

Използвайки характеристиката на чувствителността на MQ-135 към различните газове, може да се извърши калибрация на сензора. Калибрацията трябва да се извършва при прецизни изисквания като: температура на околната среда 20 °C, влажност 65%, концентрация на CO - 21% и други, което води до по-трудна калибрация, а съответно и до данни с не особено висока точност. Сензорът използва вътрешно подгряване (има нагревателен елемент), поради което е необходимо предварително подгряване на сензора, преди да бъдат отчитани резултатите. Поради това в програмният код, се задава време за подгряване на сензорът при 5V, както и време за подгряване при 1.4V, за да се достигнат по-точни резултати.

- Сензор MQ7 - сензорът отчита наличие на въглероден оксид - CO. Захранва се с напрежение от 2,5V до 5V и консумира 170 - 220 mA ток. Изходният интерфейс е проектиран да осигурява два вида сигнал - аналогов и цифров. Аналоговият изход генерира сигнал с ниво зависещо от отчетената концентрация на газ, а цифровият изход генерира високо ниво - единица, с регулируем от потенциометър праг на сработване - чувствителност. Платката е с размери 40mm x 21mm, с 4 монтажни отвора и 4-пинов интерфейс конектор с разстояние между изводите 2,54mm- съвместим с Breadboard.
- Както и при MQ-135, така и при MQ-7 характеристиката на чувствителността, може да бъде използвана за калибрация на сензора. Като по ординатата е съпротивлението, а по абцисната ос е концентрацията на газовете. Тъй като сензорът отчита съпротивление на аналоговия изход, може да бъде калибриран спрямо характеристиката по-горе.
- Сензор AM2302 DHT22 - капацитивен сензор, който измерва температура от -40°C до 80°C и относителна влажност на въздуха в диапазон 0% – 99%. Сензорът има предварително калибриран дигитален изход. Прилагането на цифрови модули и специална технология за измерване на температурата му гарантират висока надеждност и точност. Сензорът е монтиран върху платка с размери 40mm x 15,4mm. Разполага с троен интерфейс конектор и монтажнен отвор. Захранва се и работи с напрежение 3,3V - 5V. Консумираната мощност е около 300 μ A. Точността на измерване е ± 2 % за влажност и $\pm 0,5^\circ\text{C}$ за температура. Честотата на опресняване на данни е 1 секунда.
- Сензор BMP280 - сензор за атмосферно налягане, надморска височина, влажност и температура. Модулът е изграден с цифров барометър BOSH BMP280 и е базиран на пиезо-резистивен сензор за налягане и се характеризира с висока устойчивост на електромагнитната съвместимост, висока точност, линейност и дългосрочна стабилност. Измерва влажност, налягане, температура и надморска височина (Altimeter). Отчитането на данните от сензора се осъществява по цифров интерфейс - I2C или SPI. BME280 е монтиран върху платка с размери 19mm x 18mm, с два монтажни отвора и разстояние между изводите 2,54mm. Работното напрежение на сензора е 3,3V, но има конвертор на логически нива, позволяващ използване на модула и с микроконтролери работещи на 5V. Обхватът и точността на измервания са:
 - Надморска височина – до 9000m с точност от ± 1 m.;
 - Налягане: 300 hPa – 1100 hPa с точност от ± 1 hPa.;
 - Температура: - 20 °C до + 85 °C с точност до ± 1 °C.



Фиг.3. *Arduino* микроконтролер свързан с всички сензори.

3. СИСТЕМА ЗА СЪБИРАНЕ И АНАЛИЗ НА ДАННИ

След свързването на всички компоненти към *Arduino* микроконтролера и зареждането на програмният скетч, устройството започва да работи, отчитайки точно време, температура в [°C] и [°F], влажност на въздуха в [%], атмосферно налягане в [hPa], надморска височина в [m], както и концентрацията на въглероден оксид - CO, въглероден диоксид - CO₂, амоний - NH₄, бензен - C₆H₆, алкохол и ацетон в [ppm]. Измерените данни могат да се наблюдават в реално време през серийният монитор на *Arduino* (фиг.4).

COM11											
Calibrating...											
Calibration is done...											
Ro=35.40kohm											
Initializing SD card...initialization done.											
DHT22 Humidity - Temperature Sensor											
BMP280 test											
File opened ok											
Data	Humidity	Temp (C)	Temp (F)	Pressure	Altitude	CO2	CO	NH4	C6H6	Alcohol	Acetone
22/1/2019 21:44:13	44.70 %	26.60 °C	79.88 °F	992.59hPa	165.17m	9ppm	20ppm	12ppm	2ppm	5ppm	1ppm
22/1/2019 21:44:17	44.30 %	26.60 °C	79.88 °F	992.56hPa	165.40m	9ppm	21ppm	12ppm	2ppm	5ppm	1ppm
22/1/2019 21:44:20	44.20 %	26.60 °C	79.88 °F	992.55hPa	165.50m	9ppm	21ppm	12ppm	2ppm	5ppm	1ppm
22/1/2019 21:44:24	44.20 %	26.60 °C	79.88 °F	992.53hPa	165.62m	10ppm	21ppm	12ppm	2ppm	5ppm	1ppm
22/1/2019 21:44:28	44.20 %	26.60 °C	79.88 °F	992.57hPa	165.30m	9ppm	19ppm	12ppm	2ppm	5ppm	1ppm
22/1/2019 21:44:31	44.20 %	26.60 °C	79.88 °F	992.57hPa	165.34m	10ppm	22ppm	13ppm	2ppm	5ppm	1ppm
22/1/2019 21:44:35	44.70 %	26.60 °C	79.88 °F	992.54hPa	165.55m	10ppm	21ppm	13ppm	2ppm	5ppm	1ppm

Фиг.4. Данни в реално време от измерване на сензорите.

Данните се записват на външна SD карта памет, което позволява качването им на компютър за по-нататъшната обработка и анализ. Данните могат да бъдат записани във файлов формат .txt или .csv (фиг.5), според желанието на потребителите.

Име	Дата на промяна	Тип	Размер
DATA	26.1.2019 г. 13:00 ч.	Текстов документ	14 КБ
DATA	27.1.2019 г. 15:05 ч.	Microsoft Excel C...	2 КБ

Фиг.5. Запис на данните във файлов формат .txt или .csv

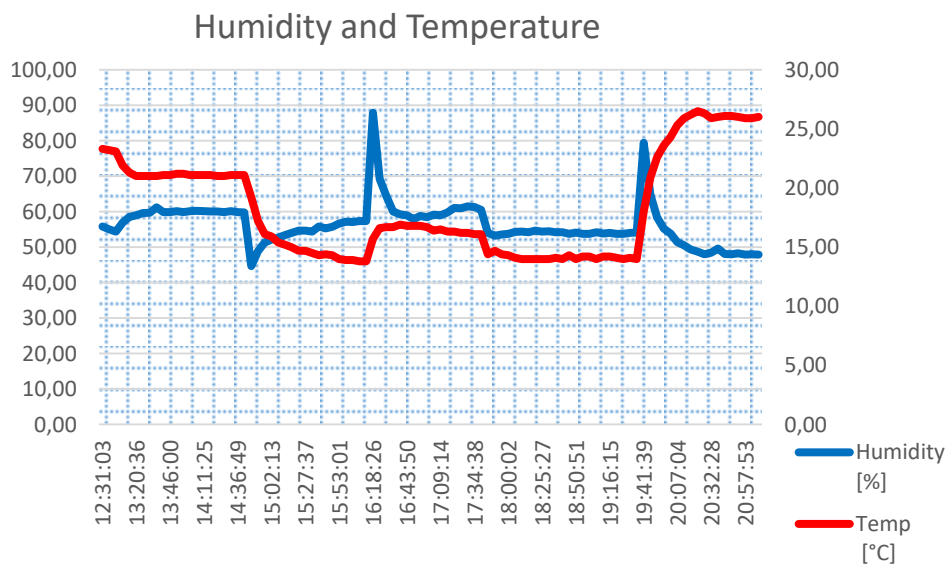
4. ЕКСПЕРИМЕНТАЛНИ ИЗСЛЕДВАНИЯ

Данните, които ще бъдат анализирани са реализирани и събрани в лаборатория на ТУ-София, при различни условия за период от 12 часа. Те са записани във формат.txt, след което са обработени чрез Microsoft Office-Excel. В табл.2 са показани част от резултатите от измерване.

Таблица.2
Резултати от измерване

Data	Humidity [%]	Temp [°C]	Temp [°F]	Pressure [hPa]	Altitude [m]	CO [ppm]	CO2 [ppm]	NH4 [ppm]	C6H6 [ppm]	Alcohol [ppm]	Acetone [ppm]
26.1.2019 12:29	53.20	23.60	74.48	982.75	190.48	0	18	11	2	4	1
26.1.2019 12:29	53.10	23.60	74.48	982.77	190.42	0	18	11	2	4	1
26.1.2019 12:30	54.90	23.30	73.94	982.79	190.25	0	20	12	2	5	1
26.1.2019 12:30	54.60	23.40	74.12	982.77	190.38	1	25	14	2	6	1
26.1.2019 13:00	55.00	23.20	73.76	982.75	194.70	0	18	11	2	4	1
26.1.2019 15:07	52.70	15.40	59.72	982.96	192.93	0	6	5	0	1	0
26.1.2019 15:12	53.40	15.20	59.36	982.99	192.69	0	6	5	0	1	0
26.1.2019 15:17	54.00	15.00	59.00	983.11	191.68	0	6	5	0	1	0

На фиг.6 е показана графика от измерването на влажността на въздуха и температурата във времето. На фиг.6 се вижда, процесът на измерване на температурата и влажността в периоди от време.



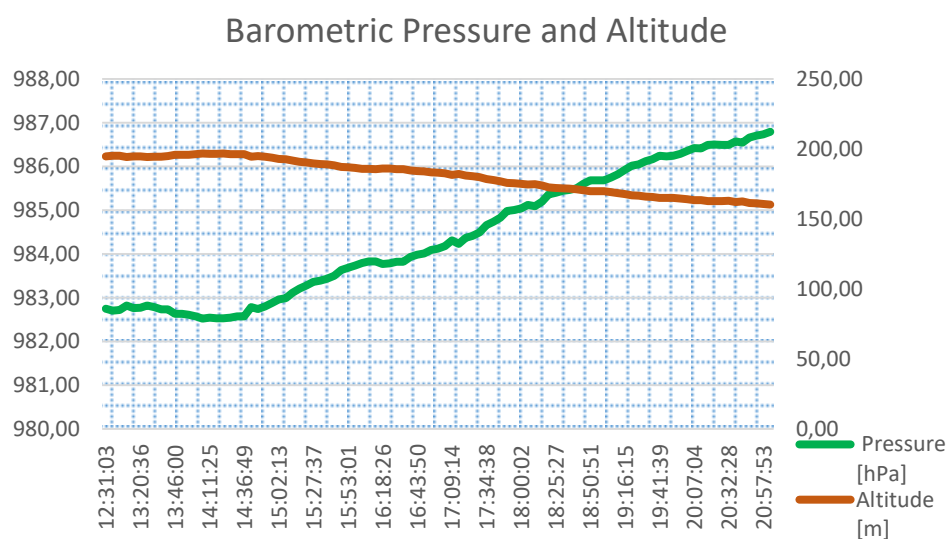
Фиг.6. Показания за влажност на въздуха и температура.

При сравняване на данни от сензора и друг калибриран термометър, се стига до извода, че използваният сензор е с висока точност.

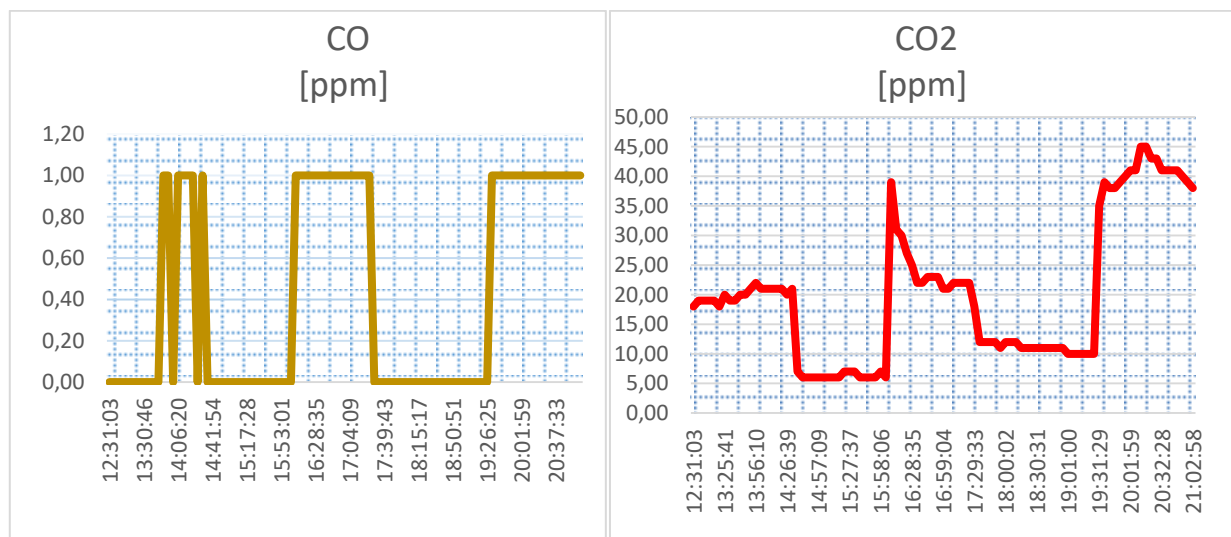
На фиг.7 е показана графика на измерването на атмосферното налягане и надморската височина във времето.

От фиг.7 се забелязва, че изменението на атмосферното налягане е в относително нисък диапазон, а промяната на надморската височина от своя страна е драстична, като причината за това е, че сензорът е силно чувствителен към движение и при преместване и губи калибрацията си.

На фиг.8 е показана графика на измерването на въглеродният оксид и въглеродният двуокис във времето.



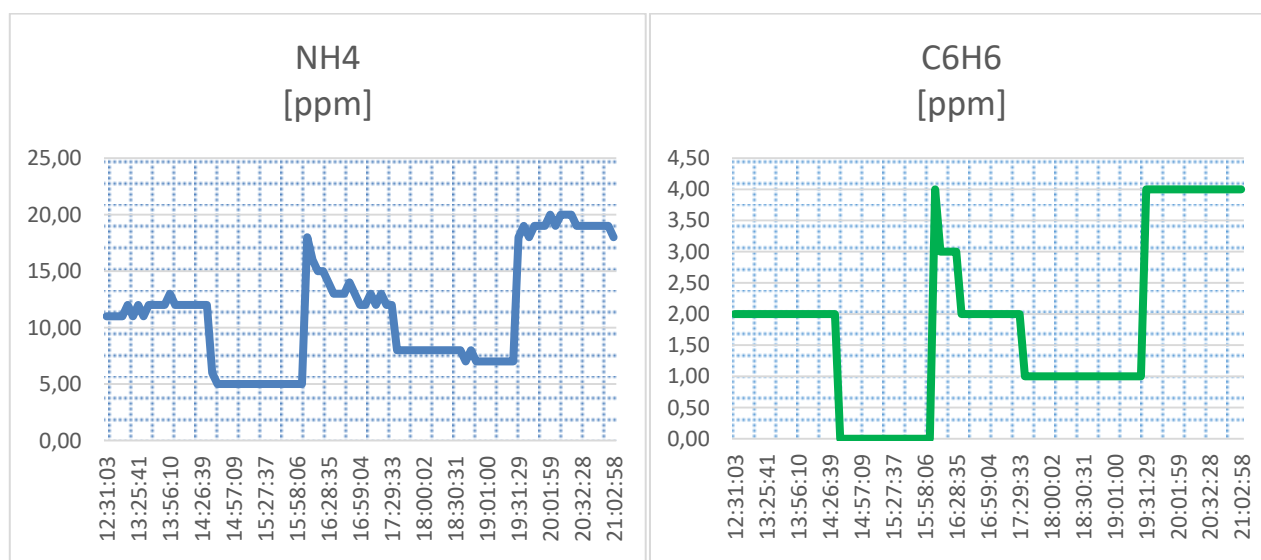
Фиг.7. Показания за влажност на въздуха и надморската височина.



Фиг.8. Показания за въглеродният оксид и въглеродният двуокис.

Забелязва се, че при преместване на устройството от помещение с източници на въглероден диоксид и помещения без такива източници, как се променят стойностите.

На фиг.9 е показана графика на измерването на амоний и бензен. Вижда се, че както и при въглеродния диоксид, при преместването на устройството в помещение с по-чист въздух, се променят стойностите.



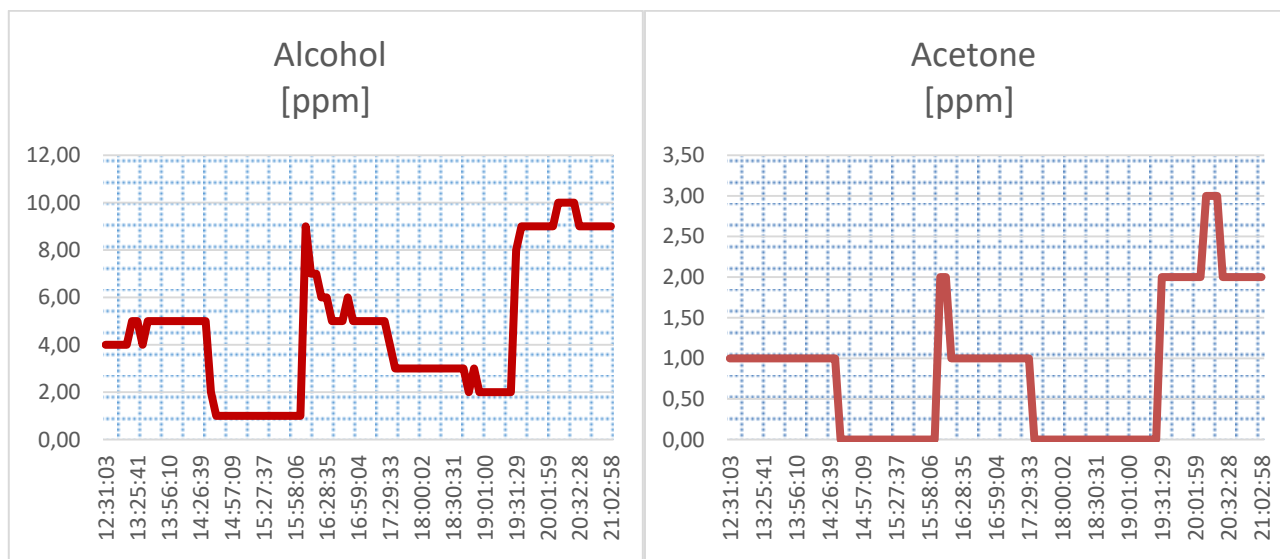
Фиг.9. Показания за въглеродният оксид и въглеродният двуокис.

На фиг.10 е показана графика на измерването на алкохол и на ацетон.

На фиг.10 е показано наличието на алкохолни примеси във въздуха.

Въпреки, че диапазона на измерванията е голям, отново може да се твърди, че са отчетени наличности на газа, отколкото точни концентрации.

Относно ацетона може да се твърди също, че се отчита по-скоро наличието на газа, отколкото точната му концентрация във въздуха.



Фиг.10. Показания за въглеродният оксид и въглеродният двуокис.

5. ЗАКЛЮЧЕНИЯ

В настоящата работа е разработена нискобюджетна система за мониторинг на показателите на въздуха и околната среда.

Избран е *Arduino* - микроконтролер, който е достъпен като цена и лесна среда за програмиране.

Системата е организирана така, че да има възможност за работа в реално време и за запис на данните и съхранение в два формата за последваща обработка в офис пакета на Microsoft office.

Основен недостатък е, че микроконтролерът разполага с памет 32256 b за записване на програми, от които 2048b са за променливите. Това често налага използване на по-голям брой локални променливи, спрямо глобалните, за да не бъде претоварена паметта на устройството и да възникнат проблеми.

Системата позволява настройка на интервалите, през които се записват данните от измерванията.

Данните от измерванията се записват на SD карта памет, което позволява последващото им използване. Ако е необходимо данните да се разделят в различни файлове, трябва да се смени името на файла в програмният код. Използвайки *Arduino Uno* микроконтролер със сензорите и модулите описани в доклада, може да бъде изградена евтина микроконтролерна система с доста висока точност на измерване на показателите на въздуха, която да се използва в редица приложения.

Към системата лесно могат да бъдат добавени светлинна и звукова сигнализация за наличието на високи нива на замърсяване и т.н. Може да бъде добавен Wi-Fi модул, който да позволи отдалечен достъп до измерванията от устройството, както и много други допълнения.

ЛИТЕРАТУРА

- [1] „Наредба за пределно допустими концентрации“ – https://www.moew.government.bg/static/media/ups/tiny/file/Air/Naredbi_KAV/Naredba_14_normi_vazduh.pdf
- [2] Мониторинг и контрол на замърсяването на въздуха - <https://www.ecology-and-infrastructure.bg/bg/monitoring-i-kontrol-na-zamarsyavaneto-na-vazduha/2/221/>
- [3] Светослав Енков - „Програмиране в среда Ардуино“ - практическо ръководство - ПУ „Пайсии Хилендарски“.
- [4] Брая Еванс - „Ардуино книжка за програмиране“ – издание Август 2007г.
- [5] Данни за атмосферния въздух - <https://www.sofia.bg/components-environment-air>

Автор: Владимир Христов, доц. д-р инж.; катедра „Автоматизация на електрозадвижванията“, Факултет Автоматика; Технически Университет-София; E-mail address: vdhristov@tu-sofia.bg

Постъпила на 10.02.2019 г.

Рецензент: проф. д-р Тодор Йонков

РАЗЕДИНЕНИ ПЪТИЩА В ГРАФ

Севдалин Цветанов

Резюме: Пътища между два дадени възела в насочен граф са разединени, ако нямат други общи възли, освен началния и крайни. Допълнително изискване при намирането им е дължината им, сумата на отделните дължини на ръбовете, да е минимална. В дадената работа е разгледан алгоритъм за намиране на K на брой разединени пътя с минимална обща дължина, който свежда намирането им до прилагане K пъти на алгоритъма за най-кратък път.

Ключови думи: граф, най-къс път, алгоритъм, възел, ръб, разединен път

DISJOINT PATHS IN A NETWORK

Sevdalin Tsvetanov

Abstract: Paths between two nodes in a directed graph are called disjoint, if they have no other common nodes except the starting and the ending node. For disjoint paths we have an additional requirement - their length, which is the sum of all edges lengths in the path, to be minimal. In this paper an algorithm for finding K disjoint paths, with minimal overall length is presented, using the algorithm for finding a shortest path in a graph.

Key words: graph, shortest path, disjoint path, algorithm, node, edge

1. ВЪВЕДЕНИЕ

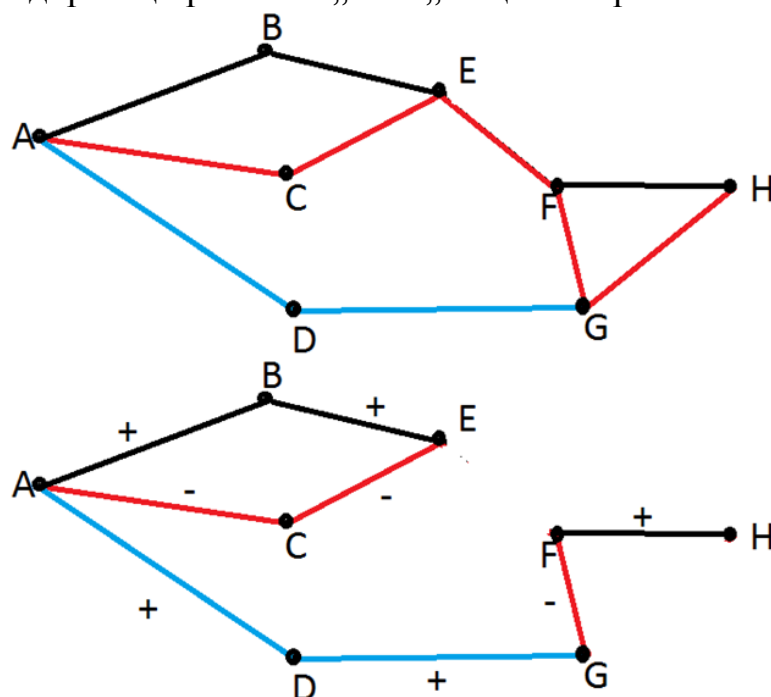
Разединените пътища намират голямо приложение в комуникационните мрежи, за постигане по-голяма надеждност на връзката между източник и краен потребител. Целта е да се намерят K на брой разединени пътища с минимална обща дължина, подчинени на разделяне на върховете. За намирането на K разединени пътища в настоящата работа се използва алгоритъм, който поставя етикети и прави K итерации за намиране на най-къс път. С минимално изменение алгоритъмът може да се използва и в случаите за разединяване на дъги. В литературата не е обърнато особено внимание на тези задачи. За приложения, свързани с максимален брой разединени пътища, Benjamin Colin Cosh [1] и след това Frank Kammer и Hanjo Taubig [2] представят алгоритми, без да включват изискването за минимална дължина. Julia Chuzhouy [3] разглежда задачата като намиране на два ръбово разединени пътища с максимален общ капацитет.

Що се отнася до сложността на изчисленията, K разединени пътища се намират индуктивно от оптималните решения за $1, 2, \dots, (K-1)$ разединени пътища, прилагайки алгоритъма за най-кратък път на всяка стъпка.

За това е достатъчно да се използва алгоритъм за най-кратък път с отрицателни стойности на ръбовете. Тук е разгледан подход, чрез който се преобразува графа, така че да има само неотрицателни стойности и алгоритъм, работещ само с неотрицателни стойности да е напълно достатъчен. Същата идея е приложена от Michael Jünger, Gerhard Reinelt и Giovanni Rinaldi [4], в задачата за поток с минимални разходи. За разединени пътища в общия случай обаче, от изчислителна гледна точка, използването на алгоритъма на Elliott Brossard [5] е по-подходящо от ползване алгоритъма на Дийкстра [6] за неотрицателен най-къс път. В практиката има значителен брой задачи, които се нуждаят от максимално разединение с възможно най-ниска обща стойност.

2. ПОДХОД

Прилага се основен подход за намиране на най-къс път в даден граф. Нека с $P_1(ACEFGH)$ определя най-късия път между два възела, а с $P_2(ABEFH, ADGH)$ определя оптимална двойка разединени пътища. Представяйки логическата разлика $P_2 \ominus P_1$ с „+“ подгътите в множеството P_2 , и с „-“ в множеството P_1 , и премахвайки знаците по дъгите общи за двете множества, логическата разлика следва да е път с етикети „+“ и „-“. Интерпретацията за дължина на пътя е разликата на общата дължина на дъгите с етикет „+“ и общата дължина на дъгите с етикет „-“. Като цяло разликата между разединените пътища и най-късия път, е по-сложна, включваща и цикли, но тази разлика винаги е път от началния връх до крайния, съдържащ ръбове с етикети „+“ и „-“, като не е задължително „+“ и „-“ да се редуват. Пътища, съдържащи ръбове с „+“ и „-“ ще се наричат означени пътища.



Както беше посочено по-горе, преминаването от най-къс път към двойка разединени пътища става чрез означен път, чиято дължина е стойността на това преминаване и е с възможно най-ниска стойност. Подходът се реализира по следния начин - при даден най-къс път P_1 с greedy алгоритъм, поставящ етикети, се получава най-къс означен път и оптимална двойка разединени пътища P_2 и продължавайки

индуктивно, имайки оптимално множество от $K-1$ разединени пътища, алгоритъмът дава оптимално множество от K разединени пътища.

3. ВСТЪПЛЕНИЕ И ОЗНАЧЕНИЯ

Нека G е насочен граф, като всяка не насочена дъга се заменя с два ръба, с противоположни посоки. Ръб от връх i до връх j (i, j), е входящ за j и изходящ за i . Всеки ръб има дължина a_{ij} .

Насочен път от връх v_1 до връх v_k е съвкупността от върхове $v_1, v_2, \dots, v_k$, през които минава този път, както и съответните им ръбове $(v_1, v_2), (v_2, v_3), \dots, (v_{k-1}, v_k)$. Посоката на пътя се определя от реда на върховете $v_1, v_2, \dots, v_k$. Означен път е последователност от върхове $v_1, v_2, \dots, v_k$, и означените с етикети ръбове, които ги свързват в последователност, като всеки ръб е с етикет „+“, ако посоката му съвпада с тази на пътя, или със етикет „-“, ако не съвпада. Насочен цикъл е насочен път, с върхове v_1 и v_k . Път се нарича обикновен по върхове/ръбове, ако в последователността му от върхове/ръбове няма повторение.

Дължината на насочен път е равна на общата сума от дължините на ръбовете с етикет „+“ минус общата сума от дължините на ръбовете с етикет „-“. Дължината на всеки ръб се включва в сумата (с подходящ знак), толкова пъти колкото се появява в пътя.

В даден граф теглата w_j на върховете може да са дадени, но може и да не са, но те са постоянни и като цяло присъстват при пресмятане на повече от два разединени пътя.

Разделяне на върхове: За всеки връх j с тегло $w_j \neq 0$, се въвежда помощен връх j' и се прехвърлят всички изходи от j към j' като не се променят дължините на никой ръб. Върховете се свързват чрез помощен ръб (j, j') с дължина w_j (теглото на върха j).

Разделянето на връх не променя пътищата и циклите в графа. Дължините на пътищата и включващите тегла на върховете в графа са строго дефинирани спрямо дължините на ръбовете. Оттук нататък под път, ще се има предвид път с точно определени начален и краен връх, а с P_k ще се означава множество от K разединени пътища.

4. ПРЕПЛЕТЕН ПЪТ И РАЗШИРЯВАНЕ ЧРЕЗ РАЗЕДИНЕН ВРЪХ

Преходът от K към $K+1$ разединени пътя за $K=0,1,2,\dots$ се постига чрез означени пътища от специален тип. Преходът може да бъде дефиниран и пресметнат директно като ограничена форма на значен път. Преминаването от K оптимални към $K+1$ оптимални разединени пътища чрез означен път не винаги е очевидно.

Преплитане: Даден е подграф P_k , състоящ се от K разединени пътища от начален връх A до краен връх Z . Тогава значен път S се преплита с P_k , когато имаме следните условия:

- Един ръб е в S и в P_k , тогава и само тогава, когато този ръб е с етикет „-“;
- Един връх е в S и в $p(k)$, тогава и само тогава, когато лежи на ръб с етикет „-“.

Разширение : Нека S е просто преплитащ се път по ръбове с P_k , то $P_k \oplus S$ е графът разширение, получен чрез добавяне към P_k на ръбовете с етикет „+“ от S и чрез премахване на ръбовете с етикет „-“ от S .

При определяне на преплитането, първото условие гарантира, че ръбовете със етикет „-“ от S , са точно тези ръбове, които са общи на S и P_k , така че когато S е просто преплитащ се път по ръбове, то разширението $P_k \oplus S$ е граф. Без второто условие за преплитане, S може да съдържа връх от P_k , но да не съдържа нито един от съседните му два ръба, в който случай $P_k \oplus S$ е множество от $K+1$ пътища, които не са разединени по върхове. Ако P_k е прост по върхове, и преплетения път S е прост по ръбове в P_k и прост по върхове навсякъде другаде, тогава $P_k \oplus S$ е множество от $K+1$ насочени пътища, вероятно и от един или повече насочени цикли, и всички те са прости по върхове и по ръбове. Такива цикли са с дължина 0, и могат да бъдат пропуснати, когато P_k е оптималното множество от K разединени пътища и S е най-краткия преплетен път. Не е задължително S да е прост по върхове в P_k . При добавяне на разединен ръб при преминаването от K към $K+1$ пътя, се спазва само първото условие за преплитане.

5. КАНОНИЧЕН И ЕКВИВАЛЕНТЕН ГРАФ

Когато се търсят разединени пътища по върхове и по ръбове, най-кратък прост по ръбове преплетен път на оптимално P_m , е достатъчен за получаване на оптимално P_{m+1} . В тази част от работата се показва, че това е равносилно на намирането на най-кратък насочен път в неотрицателен граф. Това включва два етапа:

1) Преплитанията са еквивалентни на насочени пътища, определени чрез трансформация от G към G_m .

2) Трансформирания граф G_m е еквивалентен на неотрицателен граф, получен чрез преобразуване на дължините на ръбовете.

По първия етап, връзката между преплетените и насочените пътища идва от трансформирането на G в G_m , където P_m е множеството от разединени и прости по върхове насочени пътища в G . Първо, всеки връх от P_m (без началния и крайния), се разделя както е описано в Разделяне на върхове, като всеки нов помощен ръб е с дължина 0. След това, се обръща посоката и знака на дължината на всеки ръб (и на всеки помощен ръб) в P_m . Тогава простите по върхове насочени пътища в G_m отговарят точно на преплетените пътища в G , които са прости и по върхове, и по ръбове с изключение, може би, в $P_m - (A, Z)$. Дължините на съответните пътища в G и G_m също са равни. Дефинираме трансформирането на дължините на ръбовете в G на базата на етикетите от най-краткия път. Имаме два случая за прекратяване на алгоритъма за най-кратък път:

Случай 1: При прекратяване, някои върхове остават без етикети, както в правилото за ранно спиране при алгоритъма на Дийкстра за неотрицателни графи [6]. Във всички случаи най-краткият път от началния връх до етикиран (не етикиран) връх е по-малък (по-голям) от L , и е равен на минималната дължина на пътя от началния връх до крайния.

Случай 2: Всички върхове са етикирани, без да е задействано правилото за спиране.

Етикети на разстояния: Нека L е дължината на най-късия път от началния връх до крайния, а T е дървото на най-късия път.

Тогава нека L_j да е равно на най-краткото разстояние от началния връх до върха j , ако j принадлежи на T и $L_j = L$, ако върха j не принадлежи на T .

Така всеки връх j , който е без етикет в случай 1, получава етикет $L_j = L$. Също така $L_j \leq L$ и L_j е по-малко или равно на минималният път от началния връх до върха j .

Еквивалентност на графи: Нека е даден граф G , с дължини на ръбовете (a_{ij}) , трансформацията на (a_{ij}) , в a'_{ij} определя еквивалентен граф, ако дължината на всеки означен цикъл остава непроменена след трансформирането.

Следната трансформация дава еквивалентен граф: Нека е дадена константа λ_j за всеки връх j . Тази константа се вади от дължината на всеки ръб към j и се добавя към всеки ръб от j . Преобразуваните дължини на ръбовете са

$$a'_{ij} = \lambda_i + a_{ij} - \lambda_j$$

и определят еквивалентен граф, понеже за всяко J , означен цикъл излиза от j толкова пъти, колкото влиза в j и промяната на дължината $+\lambda_j$ и $-\lambda_j$ се съкращава всеки път в j .

Прилагайки тази трансформация за граф, без отрицателни цикли, се получава каноничен еквивалентен на него граф (съдържащ неотрицателни дължини на ръбовете, и ръбове с дължина 0 на всички най-къси пътища).

Каноничен еквивалентен граф: Между всички еквивалентни графи, се определя каноничен да бъде този, получен чрез горната трансформация, в която $\lambda_j = L_j$, за всеки връх j .

В каноничния граф преобразуваните дължини на ръбовете a'_{ij} са равни на 0 в най-късите пътища и са неотрицателни по всички останали. По нататък се използва това, че етикет L_j е по-малък или равен на минималния път от началния връх до върха j , и че $L_j \leq L$ за всяко j . За да се покаже, че получените a'_{ij} са неотрицателни, се разглеждат два случая.

Случай 1: L_i е равно на най-късото разстояние от началния връх до връх i ,
 $a'_{ij} = (L_i + a_{ij}) - (L_j) = (\text{определена дължина на пътя}) - L_j \geq 0$

Случай 2: $L = L_i$ е по-малко от най-късото разстояние от началния връх до връх i . Този случай се появява само, когато алгоритъма се спира преди всички върхове да са получили етикети върху неотрицателен граф. Така

$$a_{ij} \geq 0 \text{ и понеже } L_j \leq L = L_i, \text{ то } a'_{ij} = (L_i - L_j) + a_{ij} \geq 0$$

Ако ръб (i,j) е част от най-късия път (от началния до крайния връх), то L_i и L_j са най-късите разстояния съответно до i и до j и $L_j = L_i + a_{ij}$. Така $a'_{ij} = 0$.

Следователно: Когато G е в канонична форма, съответния граф G_1 е неотрицателен, тъй като единствените ръбове, обърнати при трансформацията на G в G_1 , са

ръбове с дължина 0 в P_1 . Това означава, че G_1 е еквивалентен на неотрицателен граф. Така стигаме до извода, че за всяко $M=1,2,3,\dots$, графът G_M е еквивалентен на неотрицателен граф. Това означава, че може да се ползва общ или неотрицателен алгоритъм за намиране на най-къс път, и най-късите преплитания в G (или съответните най-къси насочени пътя в G_M) се намират като се използва един от следните подходи:

- 1) общ алгоритъм за най-къс път в G_M ;
- 2) съответните стъпки от 1) интерпретирани в G ;
- 3) неотрицателен алгоритъм за най-къс път в преобразувания по дължини на ръбовете граф G_M ;
- 4) съответните стъпки от 3) интерпретирани в G , с преобразувания по дължини на ръбовете граф G .

Описание на алгоритъма

Алгоритъмът за намиране на K разединени пътища с най-малка дължина, описан в този параграф следва подход 4), т.е. прилага се алгоритъма на Дийкстра за най-къс път в G_M с преобразувани дължини на ръбовете и интерпретирани в G .

Правят се следните допускания:

- Началният връх $A \neq Z$ (крайният връх);
- Първоначалният граф G е насочен, и между два върха i и j има най-много един ръб;
- Ако има ръб (A,Z) , свързващ директно началния връх с крайния, е подходящо той да се раздели на два ръба, чрез въвеждане на помощен връх x и на тези два ръба (A,x) и (x,Z) им се зададат дължини, такава че сумираните дължини на тези два ръба да са равни на дължината на ръба (A,Z) ;
- Няма отрицателни цикли в първоначалния граф G ;

Термини и означения:

1. Връх j е съсед на връх i , ако има ръб (i,j) в G ;
2. При даден път или преплетен път S , от началния връх A до връх j , връхът i е предшественик на j , и в алгоритъма се означава с P_j или t_j във всеки от случаите, когато:
 - а) ръб (i,j) е в S ;
 - б) връхът j е предхождан в S от непрекъсната, ненулева последователност от обърнати ръбове, започваща от i ;
3. $P_1, \dots, P_M$ представляват оптималните решения за $1, 2, \dots, M$, разединени по върхове пътя.
4. Върхове A_i и Z_i , $i=1, 2, \dots, M$, са върхове съседни съответно на началния връх и крайния връх Z в пътищата от P_m .
5. Етикетите L_j , и разстоянията d_j са определени за всеки връх j , различен от $A_1, \dots, A_M$.
6. a_{ij} е дължината на ръба (i,j)
7. Когато ръб (i,j) в P_M има дължина a_{ij} и етикети L_i, L_j , такива че $w_i = L_i + a_{ij} - L_j < 0$, тогава връхът i се нарича претеглен връх, с тегло w_i .

Инициализация:

1. Намира се прост по върхове най-къс път P_1 в граф G , и се определят предшествениците t_j . Ако търсеният брой разединени пътя $K > 1$, продължава с 2.
2. Определя се A_1 - връх, следващ началния връх A в P_1 и Z_1 - предхождащо разстояние до Z по P_1 .
3. Определят се етикети на разстояния L_j за всеки връх j в G .
4. Определя се C - лист с кандидати (всички върхове в G , без A и A_1).
5. За всеки връх j в C , се определя разстояние и предшественици, както следва: $d_j = a_{Aj} - L_j$, $p_j = A$, j е съсед на A ; $d_j = \infty$, p_j е неопределено, във всички останали случаи.
6. Полага се M = брой разединени пътища намерени досега.
7. Полага се $D = L_Z$ (обща дължина на разединените пътища, намерени досега).
8. Преминаване към Алгоритъм за Преплитане.

Алгоритъм за Преплитане:

1. Намира се I – връх в C с минимално разстояние;
2. Ако $d_I = \infty$, се преминава към прекратяване; ако $d_I < \infty$, d_I се добавя към I , и I се премахва от C ;
3. Ако I е крайният връх Z , се преминава към определяне на P_{m+1} ;

В противен случай:

Ако I е от P_M , се преминава към отрицателен преплетен път;

Ако I не е от P_M , се прави Проверка за съседно разстояние на I и се преминава към стъпка 1.

Проверка за съседно разстояние от връх R :

За всеки съсед j , на R , който е от C се пресмята:

$$\Delta = L_R + a_{Rj} - L_j.$$

Тогава и само тогава, когато $d_I > \Delta$, се полага $d_I = \Delta$, и $p_j = R$.

Отрицателно преплитане:

Нека P е път в P_M , съдържащ връх I .

1. Намира се J – първият връх, вървящ от I в обрнат ред на върховете по пътя P , който е или претеглен или не в C ($J \neq I$);

Q е връхът, следващ непосредствено J , по реда на върховете по пътя P (възможно е $Q = I$);

T е връхът в P , където преплитането от началния връх A до I последно влиза в P ($T = I$ е възможно);

2. Премахват се от C всички върхове между (и различни от) J и I по P .

3. За всеки връх s по P между (и различен от) J и I :

се добавя d_I към L_s ;

полага се $p_s = -T$ (отрицателните предшественици са описани при определяне на път);

4. Пресмята се $L'_j = L_Q - a_{jQ}$, използвайки L'_j вместо L_j ; прави се проверка на съседното разстояние от J .

5. Тогава и само тогава, когато J е в C , се пресмята $\delta = L'_j - L_j$ и тогава и само тогава, когато $d_j > \delta$, се полага $d_j = \delta$ и $p_j = -T$;

6. Преминава се към Преплитане.

Определяне на P_{M+1} :

Нека са дадени 1) пътищата в P_M , определени чрез предшествениците t_j и крайните ръбове (Z_i, Z) , $i=1,2,\dots,M$, и 2) най-краткият преплетен път S на P_M , определен чрез предшествениците P_j .

Този етап следва P_j обратно по S , и проверява t_j , за да дефинира P_{M+1} .

0. Започва се с $I = Z$.

1. Намира се връх J в P_M , където S последно напуска P_M преди I ; връх Q е следващ по ред J по S .

За всеки връх j от Q до I (включително) по S , се полага $t_j = P_j$.

2. Ако J е различен от началния връх A , се намира връх T , следващ на върха J по P_M . Полага се $I = T$ ($I = -p_T$) ако $p_T > 0$ ($p_T < 0$). (I е връх в P_M , където пътят S последно влиза в P_M преди върха J). Връщане към стъпка 1.

Ако J е началният връх A , се поставя $A_{M+1} = Q$, $Z_{M+1} = P_Z$. Добавя се L_Z към D , добавя се 1 към M . Ако $M < K$ ($M = K$) се преминава към Условия за нови първоначални условия.

Нови първоначални условия:

1. За всеки връх j в C се добавя d_Z към L_j .

2. Определя се отново C – като списъка с кандидати върхове, всички върхове в G , без началния връх A и върховете $A_1, \dots, A_M$.

3. За всеки връх j в C се намират разстояние и предшественици.

$d_j = a_{Aj} - L_j$, $P_j = A$, когато j е съсед на A , или

$d_j = \infty$, когато P_j е неопределено

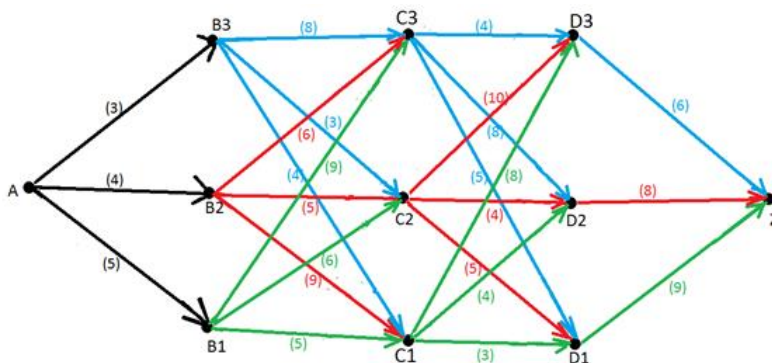
4. Преминава се към Преплитане.

Когато броят M стане равен на K , зададения брой разединени пътища, и тези K разединени пътища в P_K имат минимална обща дължина D в G , се преминава към Проследяване на пътя, и алгоритъмът спира.

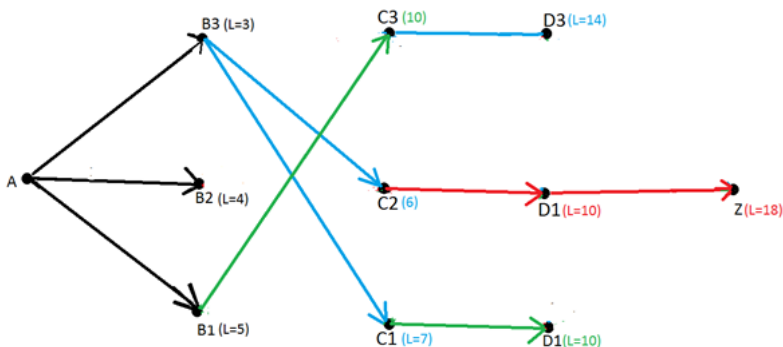
Ако всички върхове i в C имат разстояние $d_i = \infty$, тогава не съществува преплетен път S в P_M . Тогава P_M определя максимален брой M разединени пътя в G , имащи минимална обща дължина D в G . Тесе описват при Проследяване на пътя. Проследяване на пътя: за всяко $i=1,2,\dots,M$, i -ия път от P_M (в обратен ред по върхове) е $\{Z, \alpha, \beta, \gamma, \dots, A\}$, където $\alpha=Z_i$, β е предшественика t_α на α , γ е t_β и т.н.

6. ПРИМЕР

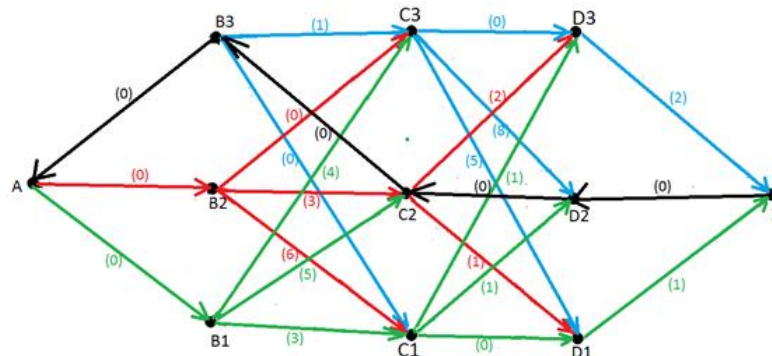
В този параграф се дава конкретен пример с тегловен граф от 10 възела и 24 ръба, на който е показано изпълнението на описания алгоритъм. Търсят се $k=?$ разединени пътя с минимална обща дължина.



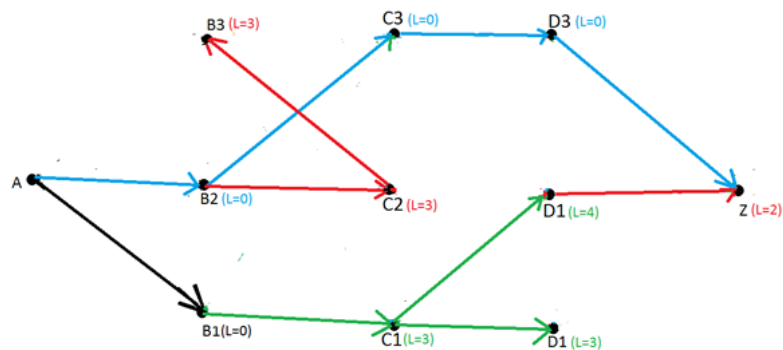
Фиг.1. Първоначалният граф със зададени тегла на всички ръбове.



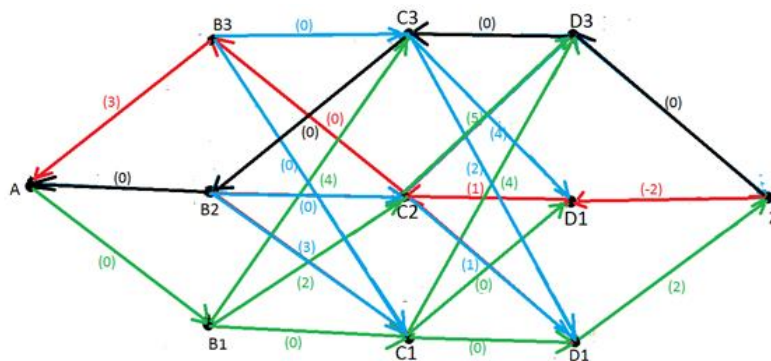
Фиг.2. Дървото на първоначалния граф с теглата на всеки връх. За получаването му са изпълнени стъпки от 1 до 5 в Инициализация.



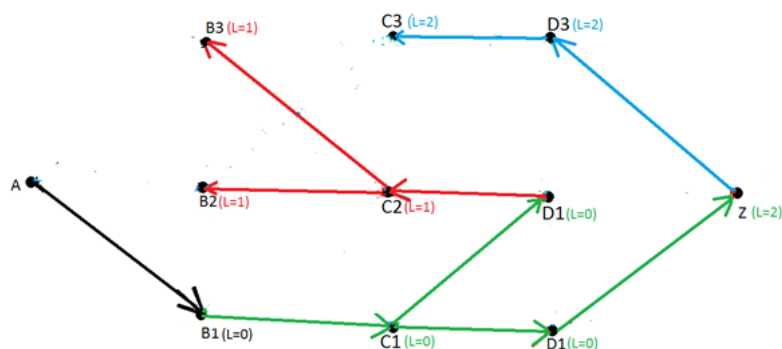
Фиг.3. Трансформираният първоначален граф след прилагане на Инициализация, стъпки 6-8, Алгоритъм за Преплитане (всички стъпки), Отрицателно преплитане (всички стъпки), Определяне на P_{M+1} (всички стъпки) и Нови първоначални условия (всички стъпки).



Фиг.4. Дървото на трансформираният първоначален граф, получено след стъпки от 1 до 5 в Инициализация.



Фиг.5. Трансформираният граф, след като повторно прилагане на Инициализация, стъпки 6-8, Алгоритъм за Преплитане (всички стъпки), Отрицателно преплитане (всички стъпки), Определяне на P_{M+1} (всички стъпки) и Нови първоначални условия (всички стъпки).



Фиг.6. Новото дърво на трансформираният граф, получено след стъпки от 1 до 5 в Инициализация.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Основната идея на този алгоритъм е прилагане на алгоритъма на Дийкстра за най-кратък път [6], след което се модифицират теглата на ръбовете и прилагане отново на алгоритъма на Дийкстра върху преобразувания граф. Може да се разгледа като разновидност на задачата за поток с минимални разходи. В текущото изложение е разгледан пример, в който се достига до 3 разединени пътя.

ЛИТЕРАТУРА

1. Benjamin Colin Cosh "Vertex Splitting and Connectivity Augmentation in Hypergraphs" August 2000
2. Frank Kammer Hanjo Taubig "Graph Connectivity" 2004
3. Julia Chuzhoy "New Hardness Results for Routing on Disjoint Paths" April 17, 2018
4. Michael Jünger, Gerhard Reinelt, Giovanni Rinaldi "Combinatorial Optimization -- Eureka, You Shrink!" March 5-9, 2001
5. Elliott Brossard "Graph Theory: Network Flow" 3 June 2010
6. Dijkstra, E. W., "A Note on Two Problems in Connexion with Graphs," 1959

Автор: Севдалин Цветанов, ас. инж., катедра „Диференциални уравнения“, Факултет по Приложна Математика и Информатика; Технически Университет-София; E-mail address: sevdalinski@yahoo.com

Постъпила на 05.07.2019 г.

Рецензент: доц. д-р Даниела Маринова

РЕЖЕКТИРАЩИ СМУЩЕНИЯТА СИСТЕМИ - ИНВЕРСНИ РЕШЕНИЯ С ФРАКТАЛНИ *Clegg*-ОПЕРАТОРИ - част 1

Емил Николов

Резюме: В работата са предложени, изследвани и анализирани структури, методи и алгоритми за проектиране на режектиращи смущенията фрактални **DRC**-системи с **ML-Clegg**-диференциатори. За тяхната разработка са използвани инверсни решения на задачата за синтез с помощта на рационални фрактални **ML-Clegg**-оператори от теорията на обобщеното дробно смятане. Техните потенциални възможности и предимства са доказани. Представени са резултати от пертурбационен и робастен анализ за числен пример.

Ключови думи: фрактални **DRC**-системи, **ML-Clegg**-диференциращи филтри, пертурбационен и робастен анализ на качеството.

DRC-SYSTEMS - INVERS SOLUTIONS WITH FRACTIONAL *Clegg*-OPERATORS - part 1

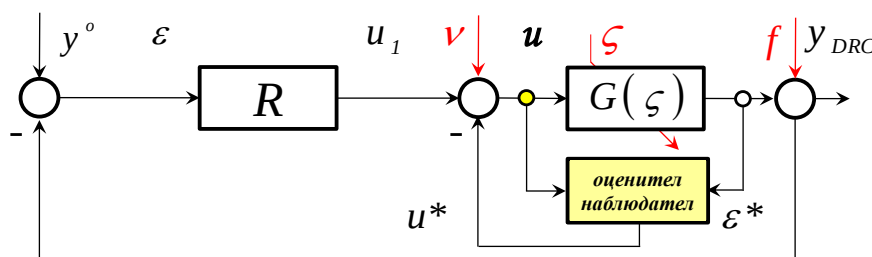
Emil Nikolov

Abstract: In this work are proposed, researched and analyzed structures, methods and algorithms for designing fractional **DRC**-systems with **ML-Clegg**-differentiators. For their development, inverse solutions of the synthesis problem were used with the help of rational fractional **ML-Clegg**-operators from the theory of generalized fractional calculus. Their potential capabilities and advantages are proven. Results of perturbation and robust analysis for a numerical example are presented.

Key words: fractional **DRC**-systems, **ML-Clegg**-differentiation filters, perturbation and robust quality analysis.

ВЪВЕДЕНИЕ

Известни са [1,2,4,5,7 ÷ 9,14] **DRC**-системите за управление (**DRC-Disturbance Rejection Control System**), режектиращи влиянието на параметричните и структурни смущения ζ и върху състоянието, и върху регулируемата променлива y_{DRC} , благодарение алгоритъма на **оценител-наблюдателя** на смущенията (фиг.1).

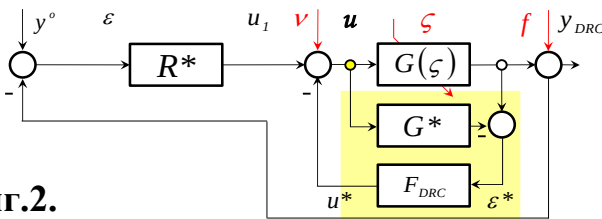


Фиг.1.

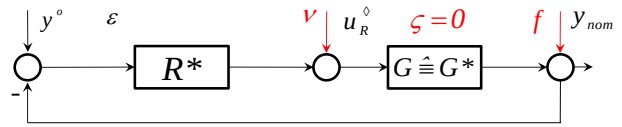
ПОСТАНОВКА НА ЗАДАЧАТА И СТРУКТУРНО РЕШЕНИЕ

Целта на разработката е да предложи нова структура на *Clegg-DRC*-система, която **да режектира влиянието на параметричните и структурни смущения ς само върху регулируемата променлива y_{DRC}** и да се анализират възможностите за нейния аналитичен синтез чрез инверсни рационални решения с фрактални *Clegg*-оператори. Поставят се **задачите** за разработката на метод и алгоритъм за проектиране на *Clegg-DRC*-система от този клас и за изследване на нейните свойства.

Разглеждат се структурите на предложената в разработката *DRC*-система (фиг.2) и на съответстващата ѝ номинална (параметрично и структурно несмутена $\varsigma=0$) система (фиг.3) за управление на индустриален обект G . Предложената *DRC*-система (фиг.2) се отличава от тази, илюстрирана на фиг.1, по това, че вместо **оценител-наблюдател** използва номинален модел G^* на обекта за управление и режектиращ филтър F_{DRC} . Базовият регулатор R^* е с фиксирани параметри и структура. Настроен е оптимално $R^* \Leftrightarrow G^*$ към априори известен (зададен) модел G^* при **локален критерий за качество $\sigma = const$** (гранично аperiодичен преходен процес) и гарантира устойчивост на номиналната система (фиг.3) при изпълнение на σ .



Фиг.2.



Фиг.3.

ОБОБЩЕН АНАЛИТИЧЕН СИНТЕЗ НА *DRC*-СИСТЕМИ

Обобщеният аналитичният синтез на *DRC*-системата се състои в проектирането на филтъра F_{DRC} (фиг.2), предназначен да режектира влиянието на ς само върху регулируемата променлива y_{DRC} . Синтезът на F_{DRC} се основава на метода на **балансираното уравнение**^o (1)

$$y_{DRC}(y^0, v, f, \varsigma) \triangleq y_{nom}(y^0, v, f), \quad (1)$$

при критерий **нулево отклонение e_0 на траекторията**^o $[y_{DRC}(\varsigma)]$ (2) ÷ (4) на параметрично и структурно смутената *DRC*-система от номиналната траектория $[y_{nom}]$ (на съответстващата номинална несмутена система при $\varsigma=0$), където Φ_i

$$[e_0] = |[y_{DRC}(\varsigma)] - [y_{nom}]| \triangleq 0, \quad ([y_{DRC}(\varsigma)] \triangleq [y_{nom}]), \quad (2)$$

$$[y_{nom}(p)] = [\Phi_{y^0 y}(p) \quad \Phi_{vy}(p) \quad \Phi_{\varsigma y}(p)] [y^0 \quad v \quad 0]^T, \quad (3)$$

$$[y_{DRC}(p)] = [\Phi_{y^0 y}(p) \quad \Phi_{vy}(p) \quad \Phi_{\varsigma y}(p)] [y^0 \quad v \quad \varsigma]^T. \quad (4)$$

са предавателните функции на затворените системи. Валидни са зависимостите:

■ Ако в структурата на параметрично и структурно несмутената *DRC*-система ($\varsigma=0$) обектът се определя с (5)

$$G(p, \varsigma) \triangleq G^*(p), \quad (\varsigma=0), \quad (5)$$

то *DRC*-системата няма да се отличава от номиналната система, ще съвпада напълно с нея, от което следват равенствата (6) за регулируемите променливи, предавател-

ните функции и за функциите на чувствителност и на устойчивостта (7) на двете системи - номиналната и **DRC**-системата

$$\begin{aligned} [y_{DRC}(\varsigma)] &\hat{=} [y_{nom}] \Rightarrow [e_0] \hat{=} 0; \\ \Phi_{DRC}(p, \varsigma) &\hat{=} \Phi_{nom}(p); W_{DRC}(p, \varsigma) \hat{=} W_{nom}(p), (G(p, \varsigma) \hat{=} G^*(p), \varsigma=0) \end{aligned} \quad (6)$$

$$\begin{aligned} (1+R^*(p)G(p, \varsigma))^{-1} &\hat{=} (1+R^*(p)G^*(p))^{-1}, \\ GM_{DRC}(\omega, \varsigma) &\hat{=} GM_{nom}(\omega), PM_{DRC}(\omega, \varsigma) \hat{=} PM_{nom}(\omega), (G(p, \varsigma) \hat{=} G^*(p), \varsigma=0) \end{aligned} \quad (7)$$

■ Ако в структурата (фиг.2) на **DRC**-системата (смутена параметрично и структурно $\varsigma(t) \neq 0$) обектът се определя с (8)

$$G(p, \varsigma) \neq G^*(p), (\varsigma = \varsigma(t) \neq 0), \quad (8)$$

то характеристиките на **DRC**-системата няма да съвпадат и да са еквивалентни на съответстващите характеристики на номиналната несмутена система (9), тъй като е в сила (10)

$$\left(1+R^*(p) \left(\frac{(G(p, \varsigma)-G^*(p))}{1+(G(p, \varsigma)-G^*(p)) F_{DRC}(p)} \right) \right)^{-1} \neq (1+R^*(p)G^*(p))^{-1}, \quad (9)$$

$$\begin{aligned} GM_{DRC}(\omega, \varsigma) &\neq GM_{nom}(\omega), PM_{DRC}(\omega, \varsigma) \neq PM_{nom}(\omega), (G(p, \varsigma) \neq G^*(p), \varsigma = \varsigma(t) \neq 0) \\ \frac{(G(p, \varsigma)-G^*(p))}{1+(G(p, \varsigma)-G^*(p)) F_{DRC}(p)} &\neq G^*(p), (G(p, \varsigma) \neq G^*(p), \varsigma = \varsigma(t) \neq 0) \end{aligned} \quad (10)$$

■ Ако се постави за цел общо решение на задачата за проектиране на филтър F_{DRC} в **DRC**-системата за постигане на изискванията на **°балансното уравнение°** за целия диапазон на флуктуации $\forall G(p, \varsigma)$ в пространството $\mathfrak{Z}$ на свойствата (параметри и структура) на обекта, формулирано като (11), от което логически следва и изискването (12)

$$\frac{(G(p, \varsigma) - G^*(p))}{1 + (G(p, \varsigma) - G^*(p)) F_{DRC}(p)} \hat{=} G^*(p), (\forall G(p, \varsigma) \in \mathfrak{Z}, G^* \in \mathfrak{Z}, \varsigma = \varsigma(t) \neq 0, \forall \varsigma), \quad (11)$$

$$\left(1+R^*(p) \left(\frac{(G(p, \varsigma)-G^*(p))}{1+(G(p, \varsigma)-G^*(p)) F_{DRC}(p)} \right) \right)^{-1} \hat{=} (1+R^*(p)G^*(p))^{-1}, \quad (12)$$

$$GM_{DRC}(\omega, \varsigma) \geq GM_{nom}(\omega), PM_{DRC}(\omega, \varsigma) \geq PM_{nom}(\omega), (\forall G(p, \varsigma) \in \mathfrak{Z}, G^* \in \mathfrak{Z}, \forall \varsigma)$$

при критерий **°нулево отклонение e_0 на траекторията°** $[y_{DRC}(\varsigma)]$ на смутена параметрично и структурно **DRC**-система от номиналната траектория $[y_{nom}]$ и **локален критерий за качество** $\sigma = const$, определен с (13), то общото решение на аналитичния синтез на F_{DRC} ще се основава на зависимостите (14)÷(19)

$$[y_{DRC}(\varsigma)] \hat{=} [y_{nom}], ([e_0] = [y_{DRC}(\varsigma)] - [y_{nom}] \hat{=} 0), (\forall G(p, \varsigma) \in \mathfrak{Z}, G^* \in \mathfrak{Z}, \forall \varsigma), \quad (13)$$

$$\frac{(G(p, \varsigma)-G^*(p))}{1+(G(p, \varsigma)-G^*(p)) F_{DRC}(p, \varsigma)} = G^*(p), \quad (14)$$

$$(G(p, \varsigma)-G^*(p)) = G^*(p)(1+(G(p, \varsigma)-G^*(p)) F_{DRC}(p, \varsigma)), \quad (15)$$

$$(G(p, \varsigma)-G^*(p)) = G^*(p) + G^*(p)(G(p, \varsigma)-G^*(p)) F_{DRC}(p, \varsigma), \quad (16)$$

$$(G(p, \varsigma)-G^*) - G^* = G^*(G(p, \varsigma)-G^*) F_{DRC}, \quad (17)$$

$$F_{DRC}(p, \varsigma) = \frac{(G(p, \varsigma)-G^*(p)) - G^*(p)}{G^*(p)(G(p, \varsigma)-G^*(p))}, \quad (18)$$

$$F_{DRC}(p, \varsigma) = \frac{(G(p, \varsigma)-G^*(p))}{G^*(p)(G(p, \varsigma)-G^*(p))} - \frac{G^*(p)}{G^*(p)(G(p, \varsigma)-G^*(p))}, \quad (\forall G(p, \varsigma) \in \mathfrak{Z}, G^* \in \mathfrak{Z}, \forall \varsigma) \quad (19)$$

Очевидно общото решение на задачата (19) за аналитично проектиране на филтъра $F_{DRC}(p, \varsigma)$ е функционално зависимо от ς (20)

$$F_{DRC}(p, \varsigma) = \frac{1}{G^*(p)} - \frac{1}{(G(p, \varsigma) - G^*(p))} = \mathcal{G}^*(p) - \mathcal{A}(p, \varsigma),$$

$$(\forall G(p, \varsigma) \in \mathfrak{Z}, G^* \in \mathfrak{Z}, \forall \varsigma)$$

$$(G(p, \varsigma) - G^*(p) \equiv A; (G^*(p))^{-1} = \mathcal{G}^*(p); (G(p, \varsigma) - G^*(p))^{-1} = \mathcal{A}(p, \varsigma))$$

Само по себе си (19) е точно решение за целия диапазон $\forall G(p, \varsigma) \in \mathfrak{Z}$ на флуктуации, защото от структурната схема (фиг.2) на DRC-системата (смутена параметрично и структурно с ς) следва **доказателството** ■ (21)

$$G^*(p) = \frac{A(p, \varsigma)}{1 + A \frac{(A(p, \varsigma) - G^*(p))}{A(p, \varsigma)G^*(p)}} = \frac{A}{1 + \frac{(A(p, \varsigma) - G^*(p))}{G^*(p)}} =$$

$$= \frac{A(p, \varsigma)G^*(p)}{G^*(p) + A(p, \varsigma) - G^*(p)} = \frac{A(p, \varsigma)G^*(p)}{A(p, \varsigma)} = G^*(p),$$

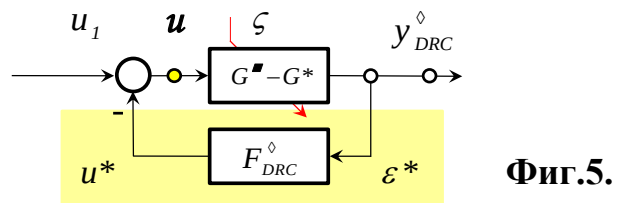
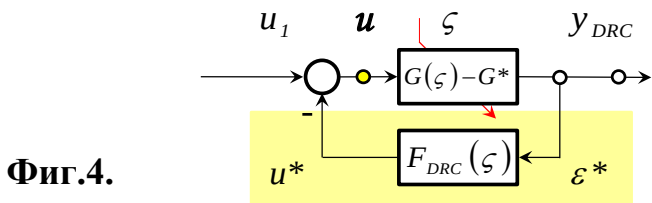
$$(G^*(p) - G(p, \varsigma) \equiv A(p, \varsigma), \forall G(p, \varsigma) \in \mathfrak{Z}, G^* \in \mathfrak{Z})$$

Общото решение $F_{DRC}(p, \varsigma)$ (19), (20) е неподходящо за инженерната практика, защото филтърът (фиг.4) следва да бъде с фиксирани структура и параметри като елемент от регулатора в DRC-системата и да е функционално независим от ς .

АНАЛИТИЧЕН СИНТЕЗ НА DRC-СИСТЕМИ ПРИ ОГРАНИЧЕНИЯ. РАЦИОНАЛНИ РЕШЕНИЯ

Въз основа на изложеното, настоящата разработка си поставя за цел решението на задачата за проектиране на филтър $F_{DRC}^\diamond$ (фиг.5) с фиксирани структура и параметри за реален ограничен диапазон на флуктуации $G^\diamond \in \mathfrak{Z}$ на свойствата (параметри и структура) на обекта (където $G^* \in \mathfrak{Z}$ и $G^\blacksquare \in \mathfrak{Z}$ са априори известни (зададени) номинален и смутен на най-горна граница модели на обекта) (22)

$$\forall G^\diamond(p, \varsigma) \in [G^*(p) \in \mathfrak{Z}, G^\blacksquare(p) \in \mathfrak{Z}], \forall \varsigma \in [0, \varsigma^\blacksquare].$$



Необходимо е с помощта на $F_{DRC}^\diamond$ (фиг.5) да се постигнат изискванията на **балансираното уравнение**° (23), от което логически следват и изискванията (24)

$$\frac{(G^\diamond(p, \varsigma) - G^*(p))}{1 + (G^\diamond(p, \varsigma) - G^*(p))F_{DRC}^\diamond(p)} \equiv G^*(p),$$

$$(\forall G^\diamond(p, \varsigma) \in [G^*(p) \in \mathfrak{Z}, G^\blacksquare(p) \in \mathfrak{Z}], \forall \varsigma \in [0, \varsigma^\blacksquare])$$

$$\left(1 + R^*(p) \left(\frac{(G^\diamond(p, \varsigma) - G^*(p))}{1 + (G^\diamond(p, \varsigma) - G^*(p))F_{DRC}^\diamond(p)} \right)\right)^{-1} \equiv (1 + R^*(p)G^*(p))^{-1},$$

$$GM_{DRC}^\diamond(\omega, \varsigma) \geq GM_{nom}(\omega), PM_{DRC}^\diamond(\omega, \varsigma) \geq PM_{nom}(\omega),$$

$$(\forall G^\diamond(p, \varsigma) \in [G^*(p), G^\blacksquare(p)], \forall \varsigma \in [0, \varsigma^\blacksquare])$$

при критерий **°минимално отклонение e_{min} на траекторията°** $[y_{DRC}(\varsigma)]$ на смутена параметрично и структурно **DRC**-система от номиналната траектория и при критерий $\sigma = const$, определен с (25)

$$[e_{min}] = |[y_{DRC}(\varsigma)] - [y_{nom}]| \rightarrow 0, ([y_{DRC}(\varsigma)] \cong [y_{nom}]),$$

$$(\forall G^\diamond(p, \varsigma) \in [G^*(p) \in \mathfrak{Z}, G^\blacksquare(p) \in \mathfrak{Z}], \forall \varsigma \in [0, \varsigma^\blacksquare]) \quad (25)$$

Аналитичното проектиране на $F_{DRC}^\diamond$ в структурата на **DRC**-системата (смутена параметрично и структурно с ς) за ограничен диапазон $G^\diamond \in \mathfrak{Z}$ на флуктуации на свойствата (параметри и структура) на обекта се основава на метода на **°балансното уравнение°** за (26), въз основа на зависимостите (27)÷(33)

$$\forall G^\diamond(p, \varsigma) \in [G^*(p) \in \mathfrak{Z}, G^\blacksquare(p) \in \mathfrak{Z}], \forall \varsigma \in [0, \varsigma^\blacksquare], \quad (26)$$

$$\frac{(G^\diamond(p, \varsigma) - G^*(p))}{1 + (G^\diamond(p, \varsigma) - G^*(p)) F_{DRC}^\diamond(p)} = G^*(p), \quad (27)$$

$$(G^\diamond(p, \varsigma) - G^*(p)) = G^*(p) (1 + (G^\diamond(p, \varsigma) - G^*(p)) F_{DRC}^\diamond(p)), \quad (28)$$

$$(G^\diamond(p, \varsigma) - G^*(p)) = G^*(p) + G^*(p) (G^\diamond(p, \varsigma) - G^*(p)) F_{DRC}^\diamond(p), \quad (29)$$

$$(G^\diamond(p, \varsigma) - G^*(p)) - G^*(p) = G^*(p) (G^\diamond(p, \varsigma) - G^*(p)) F_{DRC}^\diamond(p), \quad (30)$$

$$F_{DRC}^\diamond(p) = \frac{(G^\diamond(p, \varsigma) - G^*(p)) - G^*(p)}{G^*(p) (G^\diamond(p, \varsigma) - G^*(p))}, \quad (31)$$

$$F_{DRC}^\diamond(p) = \frac{(G^\diamond(p, \varsigma) - G^*(p))}{G^*(p) (G^\diamond(p, \varsigma) - G^*(p))} - \frac{G^*(p)}{G^*(p) (G^\diamond(p, \varsigma) - G^*(p))}, \quad (32)$$

$$F_{DRC}^\diamond(p) = \frac{1}{G^*(p)} - \frac{1}{(G^\diamond(p) - G^*(p))}, \quad (33)$$

в което решение за $G^\diamond(p, \varsigma) \cong G^\blacksquare(p)$, ($G^\blacksquare \in \mathfrak{Z}$) следва (34)

$$F_{DRC}^\diamond(p) = \frac{1}{G^*(p)} - \frac{1}{(G^\blacksquare(p) - G^*(p))} = \mathcal{G}^*(p) - \mathcal{A}^\blacksquare(p) = (\mathcal{B}^\blacksquare(p))^{-1},$$

$$F_{DRC}^\diamond(p) = \mathcal{G}^*(p) - \mathcal{A}^\blacksquare(p) = (\mathcal{B}^\blacksquare(p))^{-1}, \quad (34)$$

$$((G^*)^{-1} = \mathcal{G}^*; (G^\blacksquare - G^*)^{-1} = \mathcal{A}^\blacksquare; (G^*(G^\blacksquare - G^*)) / (G^\blacksquare - 2G^*)^{-1} = \mathcal{B}^\blacksquare),$$

$$(\forall G^\diamond(p, \varsigma) \in [G^*(p) \in \mathfrak{Z}, G^\blacksquare(p) \in \mathfrak{Z}], \forall \varsigma \in [0, \varsigma^\blacksquare])$$

където $\mathcal{G}^*$, $\mathcal{A}^\blacksquare$ и $\mathcal{B}^\blacksquare$ са инверсните предавателни функции на G^* , $(G^\blacksquare - G^*)$ и на $F_{DRC}^\diamond$ респективно (35)

$$F_{DRC}^\diamond(p) = \mathcal{G}^*(p) - \mathcal{A}^\blacksquare(p) = (\mathcal{B}^\blacksquare(p))^{-1}, ([e_0]_{(G^* \in \mathfrak{Z}; G^\blacksquare \in \mathfrak{Z})} \cong 0; [e_{min}]_{(G^\diamond \in \mathfrak{Z})} \rightarrow 0). \quad (35)$$

Достигнатото решение (35) за филтъра $F_{DRC}^\diamond$ с фиксирана структура и параметри за ограничен диапазон $G^\diamond \in \mathfrak{Z}$ на флуктуации по метода на **°балансното уравнение°** удовлетворява изискванията на критериите за:

- **°нулево отклонение e_0 на траекторията°** (36) на смутена **DRC**-система от номиналната траектория за две „точки“ от пространството $\mathfrak{Z}$ ($G^* \in \mathfrak{Z}$ и $G^\blacksquare \in \mathfrak{Z}$) и **локален критерий за качество** $\sigma = const$ за реален ограничен диапазон на флуктуации $G^\diamond \in \mathfrak{Z}$ на свойствата на обекта

$$[e_0] = |[y_{DRC}(\varsigma)] - [y_{nom}]|_{(G^* \in \mathfrak{Z}; G^\blacksquare \in \mathfrak{Z})} \cong 0; \quad (36)$$

- **°минимално отклонение e_{min} на траекторията°**(37) на смутена **DRC**-система от номиналната траектория и на $\sigma = const$ за реален ограничен диапазон на флуктуации $G^\diamond \in \mathfrak{Z}$ на свойствата на обекта

$$[e_{min}] = | [y_{DRC}(\varsigma)] - [y_{nom}] |_{(G^\diamond \in \mathfrak{Z})} \rightarrow 0. \quad (37)$$

Въз основа структурната схема на **DRC**-системата (фиг.2, фиг.5) следва **доказателството** (38) ÷ (39) ■

$$\begin{aligned} G^*(p) &= \frac{A(p)}{1 + A(p) \frac{A(p) - G^*(p)}{A(p)G^*(p)}} = \frac{A(p)}{1 + \frac{A(p) - G^*(p)}{G^*(p)}} = \\ &= \frac{A(p)G^*(p)}{G^*(p) + A(p) - G^*(p)} = \frac{A(p)G^*(p)}{A(p)} = G^*(p), \quad , \\ &\quad (G^\bullet(p) - G^*(p) \equiv A(p), G^\bullet \in \mathfrak{Z}, G^\bullet \in \mathfrak{Z}) \end{aligned} \quad (38)$$

$$\begin{aligned} F_{DRC}^\diamond(p) &= \frac{1}{G^*(p)} - \frac{1}{(G^\bullet(p) - G^*(p))} = \mathcal{G}^*(p) - \mathcal{A}^\bullet(p), \\ (G^\bullet(p) - G^*(p) \equiv A^\bullet; (G^*(p))^{-1} = \mathcal{G}^*(p); (G^\bullet(p) - G^*(p))^{-1} = \mathcal{A}^\bullet(p)) &. \\ (\forall G^\diamond(p, \varsigma) \in [G^*(p) \in \mathfrak{Z}, G^\bullet(p) \in \mathfrak{Z}], \forall \varsigma \in [0, \varsigma^\bullet]) & \end{aligned} \quad (39)$$

МЕТОД ЗА СИНТЕЗ НА **Clegg-DRC**-СИСТЕМИ ПРИ ОГРАНИЧЕНИЯ. ПРИЛОЖНИ ИНВЕРСНИ РЕШЕНИЯ

Аналитичното проектиране при ограничения на **DRC**-системата (фиг.2, фиг.5) се свежда до синтеза на $F_{DRC}^\diamond$ и се основава на аналитичния инструментариум на инверсните функции [7,18,19] и на оператори от теория на обобщеното дробно смятане [10 ÷ 13; 15 ÷ 22], като:

- Отчита, че $\mathfrak{B}^\bullet$ е известна (зададена) „права функция“, а желаната динамика на филтъра $F_{DRC}^\diamond = \mathfrak{B}^\diamond = (\mathfrak{B}^\bullet)_{func}^{inv} = (\mathfrak{B}^\bullet)^{-1}$ е съответстващата й „инверсна функция“ $(\mathfrak{B}^\bullet)^{-1}$;
- Въз основа на това, аналитичното проектиране при ограничения на $F_{DRC}^\diamond$ се свежда еквивалентно до решението на инверсната задача „**по известна права функция $\mathfrak{B}^\bullet$ да се определи съответстващата й инверсна функция $F_{DRC}^\diamond$** “;
- Това е възможно, ако решението за $F_{DRC}^\diamond$ е в класа на динамичните системи на фракталните диференциатори D^β от теория на обобщеното дробно смятане ($F_{DRC}^\diamond \hat{=} D^\beta$), където редът β е нецяло дробно число;
- Практическата приложимост на подобно решение изисква $D^\beta = (\mathfrak{B}^\bullet)_{func}^{inv}$ да бъде рационална, физически и технически реализуема функция. По тези съображения се предлага използването на рационална апроксимация на D^β с помощта на честотно ограничен фрактален диференциатор $\mathfrak{D}_{app}^\beta$ от ред β (40)

$$\mathcal{F}_{\mathfrak{DRC}}^\beta(j\omega) \equiv \mathfrak{D}_{app}^\beta(j\omega)_{\{\forall \omega \in [\omega_b, \omega_s]\}} \hat{=} F_{DRC}^\diamond(j\omega) \equiv D^\beta(j\omega) = (\mathfrak{B}^\bullet(j\omega))_{func}^{inv} = (\mathfrak{B}^\bullet(j\omega))^{-1}. \quad (40)$$

- Въз основа на изложеното, проектирането на $F_{DRC}^\diamond \hat{=} \mathcal{F}_{\mathfrak{DRC}}^\beta$ се свежда до аналитичния синтез на честотно ограничен фрактален диференциатор $\mathfrak{D}_{app}^\beta$ (41) от ред β (42), апроксимиращ (фиг.6) инверсната функция $\mathfrak{B}^\diamond = (\mathfrak{B}^\bullet)_{func}^{inv}$ на правата функция $\mathfrak{B}^\bullet$ по метода на **°двойнотрансферната честотно ограничена апроксимация°** [18,19] с алгоритъм (42), (43), където (44) ÷ (49) са изисквания към параметрите на (41)

$$\mathcal{D}_{app}^{\beta}(p) = \left(\frac{1+p\omega_b^{-1}}{1+p\omega_h^{-1}} \right)^{\beta} \prod_{j=1}^M \left(\frac{1+p(\omega'_j)^{-1}}{1+p(\omega_j)^{-1}} \right) \Big|_{\forall \omega \in [\omega_b, \omega_h]} (\mathcal{B}^{\beta}(p))_{func}^{inv} = D^{\beta}, \quad (41)$$

$$\left(\omega'_j < \omega_j ; \omega_b < \omega'_1 ; \omega_h > \omega_1 ; n-1 < \beta < n ; \beta = \beta \left(\arg \mathcal{B}^{\beta}, \omega_c^{(\mathcal{B}^{\beta})} \right) \right);$$

$$N \geq 3 ; \quad \beta = \left| \arg \left(\mathcal{B}^{\beta} \left(\omega_c^{(\mathcal{B}^{\beta})} \right) \right) \right| (90^{\circ})^{-1}; \quad (42)$$

$$15 \omega_c^{(\mathcal{B}^{\beta})} \leq \omega_u \leq 20 \omega_c^{(\mathcal{B}^{\beta})}; \quad (\omega_b \omega_h)^{1/2} = \omega_u; \quad (43)$$

$$\omega_A = 0.1 \omega_u ; \quad \lambda = (\omega_h \omega_b^{-1})^{(0.1+\beta)}; \quad (44)$$

$$\omega_B = 10 \omega_u ; \quad \eta = \left((\omega_h \omega_b^{-1})^{N-1} \right)^{(0.9-\gamma)}; \quad (45)$$

$$\omega_b \ll \omega_A ; \quad \omega_b = 0.2 \omega_A ; \quad \omega'_{j+1} = (\lambda \eta)^j \cdot \eta^{0.5} \omega_b ; \quad (46)$$

$$\omega_h \gg \omega_B ; \quad \omega_h = 1.2 \omega_B ; \quad \omega_{j+1} = (\lambda \eta)^j \cdot \lambda \cdot \eta^{0.5} \omega_b ; \quad (47)$$

$$15 \omega_c^{(\mathcal{B}^{\beta})} \leq \omega_u \leq 20 \omega_c^{(\mathcal{B}^{\beta})}; \quad \omega_A > \omega_c^{(\mathcal{B}^{\beta})}; \quad \omega_B \gg \omega_c^{(\mathcal{B}^{\beta})}; \quad 0.5 (\omega_A - \omega_B) \leq (\omega_u - \omega_c^{(\mathcal{B}^{\beta})}); \quad (48)$$

$$\omega_b > \omega_c^{(\mathcal{B}^{\beta})}; \quad \omega_b < \omega_A ; \quad \omega_h > \omega_B ; \quad (\lambda \eta)_{opt} = 3.98; \quad (\omega_h / \omega_b)_{opt} = 250 \div 600. \quad (49)$$

Използвани са означенията:

$\mathcal{B}^{\beta}$	-априори известна (зададена) „права функция“ $\mathcal{B}^{\beta} = (G^* (G^{\beta} - G^*)) / (G^{\beta} - 2G^*)^{-1};$
D^{β}	-фрактален диференциатор -оператор от теория на обобщеното дробно смятане, определящ съответстващата „инверсна функция“ на $\mathcal{B}^{\beta}$ като $D^{\beta} = (\mathcal{B}^{\beta})_{func}^{inv};$
$\mathcal{D}_{app}^{\beta}$	-честотно ограничена рационална апроксимация на D^{β} с фракталния диференциатор $\mathcal{D}_{app}^{\beta}(j\omega) \cong D^{\beta}(j\omega), (\forall \omega \in [\omega_b, \omega_h]);$
β	- ред на оператора за фрактално диференциране (непълно, дробно положително число) $\beta = \left \arg \left(\mathcal{B}^{\beta} \left(\omega_c^{(\mathcal{B}^{\beta})} \right) \right) \right (90^{\circ})^{-1};$
j	-брояч на съставлящите в апроксимиращия полином на $\mathcal{D}_{app}^{\beta}$ (цяло положително число);
M	-брой на съставлящите в апроксимиращия полином на $\mathcal{D}_{app}^{\beta}$ (цяло положително число);
$(\omega_i)^{-1}, (\omega'_i)^{-1}$	-времеконстанти на съставлящите в апроксимиращия полином (реални, положителни числа);
$\omega_u, \omega_c^{(\mathcal{B}^{\beta})}$	-единична честота на $\mathcal{D}_{app}^{\beta}$; сръзваща честота на $\mathcal{B}^{\beta};$
ω_b, ω_h	-най-ниска и най-висока честота на $\mathcal{D}_{app}^{\beta};$
ω_A, ω_B	-долна и горна честота на диапазона на $\mathcal{D}_{app}^{\beta};$
λ, η	-рекурсивни фактори (показатели на рекурсията).

а схемата на използвания метод е илюстрирана на фиг.6.

За да има настройката на $\mathcal{D}_{app}^{\beta}$ (фиг.7) широк и гъвкав спектър на параметричния диапазон в решаването на конкретни приложни задачи, в работата се предлага използването (фиг.8) на рационална честотно ограничена (за предварително зададен честотен диапазон $\forall \omega \in [\omega_b, \omega_h])$ физически и технически реализуема динамична система $\mathcal{T}_{\mathcal{D}_{app}^{\beta}, Clegg}^{\beta}$ с Clegg-диференциатор $\mathcal{D}_{app}^{\beta, Clegg}$ от непълен ред β (50), за който е в сила (51) [3,6,20 ÷ 22]

схема на метода на °двойнотрансферна честотно ограничена апроксимация° за определяне на съответстваща „инверсна функция“ $\mathfrak{B}^\diamond$ на предварително известна „права функция“ $\mathfrak{B}^\beta$

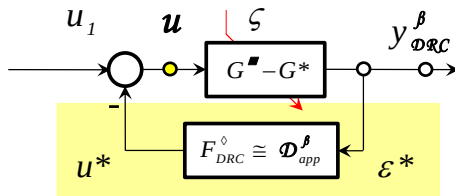


Фиг.6.

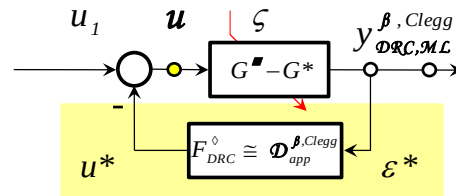
$$\mathcal{F}_{\mathcal{DRC}, \mathcal{ML}}^{\beta, \text{Clegg}}(j\omega) \equiv \mathcal{D}_{\text{app}}^{\beta, \text{Clegg}}(j\omega) \Big|_{\omega \in [\omega_a, \omega_b]} F_{\text{DRC}}^{\diamond}(j\omega) = (\mathfrak{B}^\beta(p))^{-1}, \quad (50)$$

$$\mathcal{D}_{\mathcal{ML}}^{\beta, \text{Clegg}}(j\omega, \kappa_\diamond, \tau_\diamond, P_\diamond) = \mathcal{D}_{\text{app}}^{\beta}(j\omega) (1 + P_\diamond \mathcal{ML}_{\text{switch}}), \quad (51)$$

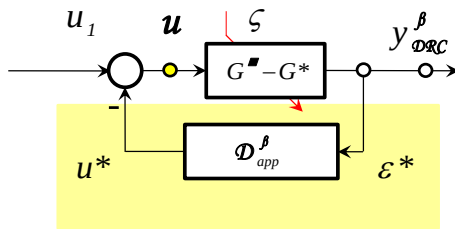
$$\left(\mathcal{ML}_{\text{switch}} = \mathcal{ML}_{\text{switch}}(\kappa_\diamond, \tau_\diamond) = \left((1 - \kappa_\diamond) e^{-p\tau_\diamond} - \kappa_\diamond e^{-2p\tau_\diamond} \right) (2 - e^{-p\tau_\diamond})^{-1} \right).$$



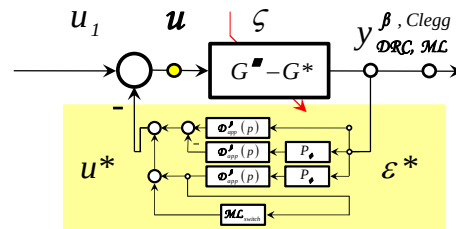
Фиг.7.a.



Фиг.8.a.



Фиг.7.b.



Фиг.8.b.

ЧИСЛЕН ПРИМЕР. ПРОЕКТИРАНЕ НА Clegg-DRC-СИСТЕМА ПРИ ОГРАНИЧЕНИЯ

За конкретен числен пример - зададени номинален и смутен на най-горна граница модели на индустриален обект, в т.ч. и съответен базов регулатор (52) ÷ (55)

$$G^*(p) = k^*(T^*p + 1)^{-1} e^{-p\tau^*} = 0.7235(4p + 1)^{-1} (1 + 3p + 2.25p^2)^{-1}, \quad (k^* = 0.7235, \tau^* = 3, s), \quad (52)$$

$$G^\beta(p) = k^\beta(T^\beta p + 1)^{-1} e^{-p\tau^\beta} = 80.7235(4p + 1)^{-1} (1 + 20p + 100p^2)^{-1}, \quad (k^\beta = 80.7235, \tau^\beta = 20, s), \quad (53)$$

$$(0.7235 \leq k_{\text{var}} \leq 770.7235; \quad 3, \text{sec} \leq \tau_{\text{var}} \leq 20, \text{sec}), \quad (54)$$

$$R^*(p) = k_{PI} (1 + T_{PI} p) (T_{PI} p)^{-1}; \quad \left(k_{PI} = 0.50; T_{PI} = 3 \text{ sec}; R^* \Big|_{\sigma = \text{const}} \Leftrightarrow G^* \right), \quad (55)$$

с използване на метода на °двойнотрансферна честотно ограничена апроксимация° [18,19] с алгоритъм (42), (43), е определено и показано конкретното решение за $F_{\text{DRC}}^{\diamond}$ с (56). Проектираният филтър $F_{\text{DRC}}^{\diamond}$ (56) с фиксирани структура и параметри удовлетворява изискванията на °балансираното уравнение° и на критериите за °нулево e_0 и минимално e_{min} отклонение от номиналната траектория° и $\sigma = \text{const}$ на DRC-системата. Неговата рационална честотно ограничена апроксимация с $\mathcal{D}_{\text{app}}^{3.105}$ е показана с (57), (58) на фиг.9, а решението с Clegg-диференциатор $\mathcal{D}_{\text{app}}^{3.105, \text{Clegg}} \mathcal{ML}$ от непълен ред $\beta = 3.105$ - с (59), (60) на фиг.10.

$$F_{DRC}^{\diamond}(p) \triangleq D^{\beta} \triangleq \left(\mathcal{B}^{\beta}(p) \right)^{-1} = \frac{(4p+1)(1+3p+2.25p^2)}{0.7235} +$$

$$- \frac{(4p+1)(1+20p+100p^2)(4p+1)(1+3p+2.25p^2)}{\left(80.7235(4p+1)(1+3p+2.25p^2) - 0.7235(4p+1)(1+20p+100p^2) \right)}; \quad (56)$$

$$\left(\mathcal{B}^{\beta} = (G^*(G^{\beta} - G^*)) / (G^{\beta} - 2G^*)^{-1} \right);$$

$$\left(\omega_c^{(\mathcal{B}^{\beta})} = 0.008775 \text{ rad/sec}; \quad \beta = \left| \arg \left(\mathcal{B}^{\beta} \left(\omega_c^{(\mathcal{B}^{\beta})} \right) \right) \right| (90^{\circ})^{-1} = 3.105 \right)$$

$$\mathcal{F}_{DRC}^{3.105}(p) = \mathcal{D}_{app}^{3.105}(p) = \left(\frac{1+p\omega_b^{-1}}{1+p\omega_h^{-1}} \right)^{3.105} \prod_{j=1}^M \left(\frac{1+p(\omega'_j)^{-1}}{1+p(\omega_j)^{-1}} \right)_{\{\forall \omega \in [\omega_b, \omega_h]\}} F_{DRC}^{\diamond}, \quad (57)$$

$$\mathcal{F}_{DRC}^{3.105}(p) = \frac{(0.0118p+1)(27.390p+1)(7.620p+1)(2.120p+1)(0.589p+1)(0.164p+1)}{(7.1225p+1)(0.515p+1)(0.143p+1)(0.040p+1)(0.011p+1)(0.003p+1)}$$

$$\beta = \left| \arg \left(\mathcal{B}^{\beta} \left(\omega_c^{(\mathcal{B}^{\beta})} \right) \right) \right| (90^{\circ})^{-1} = 3.105; \quad M=5;$$

$$\omega_c^{(\mathcal{B}^{\beta})} = 0.008775 \text{ rad/sec}; \quad \omega_u = 250\omega_c^{(\mathcal{B}^{\beta})} = 2.6325 \text{ rad/sec}; \quad (58)$$

$$\omega_A = 0.1\omega_u = 0.26325 \text{ rad/sec}; \quad \omega_B = 10\omega_u = 26.325 \text{ rad/sec};$$

$$\omega_b = 0.06\omega_A = 0.015 \text{ rad/sec}; \quad \omega_h = 0.1\omega_B = 2.558 \text{ rad/sec};$$

$$\mathcal{F}_{DRC,ML}^{3.105,Clegg}(j\omega) \equiv \mathcal{D}_{app}^{3.105,Clegg}(j\omega)_{\{\forall \omega \in [\omega_b, \omega_h]\}} F_{DRC}^{\diamond}(j\omega), \quad (59)$$

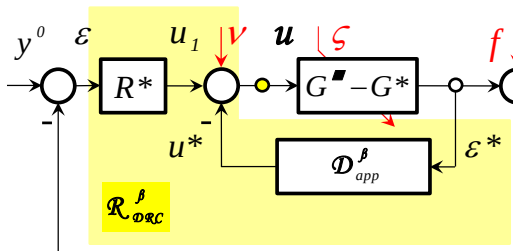
$$\mathcal{D}_{ML}^{3.105,Clegg}(j\omega, \kappa_{\bullet}, \tau_{\bullet}, P_{\bullet}) = \mathcal{D}_{app}^{4.398}(j\omega) (1 + P_{\bullet} \mathcal{ML}_{switch}),$$

$$(\omega'_j < \omega_j; \omega_b < \omega'_1; \omega_h > \omega_1; \beta = 3.105)$$

$$\mathcal{ML}_{switch} = \mathcal{ML}_{switch}(\kappa_{\bullet}, \tau_{\bullet}) = \left((1 - \kappa_{\bullet})e^{-p\tau_{\bullet}} - \kappa_{\bullet}e^{-2p\tau_{\bullet}} \right) (2 - e^{-p\tau_{\bullet}})^{-1}, \quad (60)$$

$$k_{\bullet} = 0.125; \tau_{\bullet} = \tau^{\beta} = 6.000 \text{ sec}; \omega_{\bullet} = 1.047 \text{ rad/sec}; P_{\bullet} = 0.025$$

Финалното решение на числения пример (фиг.10) за проектиране на *Clegg-DRC*-система (59) ÷ (60) за управление на индустриален обект (52) ÷ (55) с използване на метода на *°двойнотрансферната честотно ограничена апроксимация°* [18,19] с алгоритъм (42) ÷ (49), се предлага филтърът $F_{DRC}^{\diamond}$ (57), (58) да се апроксимира с $\mathcal{F}_{DRC,ML}^{\beta,Clegg}$ -рационална, честотно ограничена, физически и технически реализуема динамична система (фиг.8) с фрактален *Clegg*-диференциатор $\mathcal{D}_{app}^{\beta,Clegg}$ от ред $\beta = 3.105$ (59), (60).



Фиг.9.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Фиг.10.

Разработката е представена в две неразделни части. Настоящата е първата част, включваща постановка на задача и структурно решение, обобщен аналитичен синтез на *DRC*-системи, аналитичен синтез на *DRC*-системи при ограничения (рационални решения), числен пример за проектиране на *Clegg-DRC*-система при ограничения. Във втората част са разгледани въпросите за анализ на качеството в параметрически смутен режим и робастен анализ при неопределеност на проектираните *DRC*-и *Clegg-DRC*-системи (56) ÷ (60) за управление на обект (52) ÷ (55).

ЛИТЕРАТУРА

- [1] A. Baños, A. Barreiro (2012), *Reset Control Systems*, in: Advances in Industrial Control, © 2012 Springer, ISBN-10: 144712216X, ISBN-13: 978-1447122166, 348 p.
- [2] A. Baños, J. Carrasco, A. Barreiro (2011), *Reset Times-Dependent Stability of Reset Control Systems*, IEEE Trans. Autom. Control 56 (1) (2011) pp. 217-223
- [3] C. V. Hollot (1997), *Revisiting Clegg Integrators: Periodicity, Stability and IQCs*, System Structure and Control, © 1997 IFAC Bucharest, Romania, 1997, pp. 31-38
- [4] Cl. Lorena Garzón-Castro, E. Delgado-Aguilera, J. Alexander Cortés-Romero, E. Tello, G. Mazzanti, *Performance of an Active Disturbance Rejection Control on a Simulated Continuous Microalgae Photobioreactor*, Computers and Chemical Engineering, <https://doi.org/10.1016/j.compchemeng.2018.06.006>, ©2018 Elsevier, 117 (2018) 129-144
- [5] Guo Y., Wang Y., Xie L., Zheng J. (2009), *Stability Analysis and Design of Reset Systems: Theory and an Application*, Automatica, © 2009 Elsevier, Vol 45 (2), pp. 492-497
- [6] J. C. Clegg (1958), *A nonlinear Integrator for Servomechanisms*, Transactions of the American Institute of Electrical Engineers 11 (1958), Part II: Applications and Industry, © 1958 IEEE, Volume: 77, Issue: 1, March 1958, pp. 41-42
- [7] Hao An, Qianqian Wu, *Disturbance rejection dynamic inverse control of air-breathing hypersonic vehicles*, Acta Astronautica, <https://doi.org/10.1016/j.actaastro.2018.06.022>, © 2018 IAA Published by Elsevier, 151 (2018) 348-356
- [8] Hebertt Sira-Ramírez, Alberto Luviano-Juárez, Eric William Zurita-Bustamante (2017), *Active Disturbance Rejection Control of Dynamic Systems, A Flatness-Based Approach*, © 2017 Butterworth-Heinemann, ISBN 978-0-12-849868-2, ISBN: 9780128118955; ISBN: 9780128498682, DOI <https://doi.org/10.1016/C2016-0-01983-6>, 358 p.
<https://www.elsevier.com/books/active-disturbance-rejection-control-of-dynamic-systems/9780128498682>
- [9] Hongyinping Feng, Bao-Zhu Guo, *Active disturbance rejection control: Old and New Results*, Annual Reviews in Control, <http://dx.doi.org/10.1016/j.arcontrol.2017.05.003>, © 2017 Elsevier, 44 (2017) 238-248
- [10] Kiryakova V. S. (1993), *Generalized Fractional Calculus and Applications*, © CRC Press; (December 27, 1993), ISBN: 0582219779, 360 p.
- [11] Kiryakova V. S., Srivastava H. M. (1993), *Generalized (multiple) Riemann-Liouville Fractional Different-Integrals and Their Use in Univalent Function Theory*, In: "Analysis, Geometry and Groups: a Riemann Legacy Volume", © Hadronic Press, Inc., (Florida, USA - ISBN 0-911767-59-2), 1993, part. 1, 191 p.
- [12] Kiryakova V. S. (1994), *Generalized Fractional Calculus and Applications*, Pitman Research Notes in Mathematics Series No. 301, Longman Scientific and Technical, © Harlow, Essex, 1994, ISBN: 0-470-20777-9, 260 p.
- [13] Kiryakova V. S. (1997), *All the Special Functions are Fractional Different-Integrals of Elementary Functions*, Journal Physics A: Math. & General, 1997, 30, No 14, Online ISSN: 1361-6447, Print ISSN: 0305-4470, 5085-5103
- [14] M. A. Davó, A. Baños (2016), *Reset Control of Integrating Plus Dead Time Processes*, Journal of Process Control, © 2016 Elsevier, ISSN: 0959-1524, Vol. 38 (2016) pp. 22-30
- [15] Oustaloup A. (1991), *La commande CRONE (commande robuste d'ordre non entier)*, © Hermès (Traité des Nouvelles Technologies - Série Automatique), Paris, ISBN 2-86601-289-5, ISBN 0989-3571, 495 p.
- [16] Oustaloup A. (1994), *La robustesse (analyse et synthèse de commandes robustes)*, © Hermès (Traité des Nouvelles Technologies - Série Automatique), Paris, ISBN-10: 2866014421, ISBN-13: 978-2866014421, 530 p.
- [17] Oustaloup A. (1995), *La dérivation non entière (théorie, synthèse et applications)*, © Hermès (Traité des Nouvelles Technologies - Série Automatique), Paris, ISBN 2-86601-456-1, ISBN 0989-3571, 508 p.
- [18] Nikolov E. (2004), *Fractional Order Control Algorithms and Controllers*, Sofia, © 2004 Publishing House of Technical University of Sofia, ISBN 954-438-395-6, 2004, 208 p.
- [19] Nikolov E. (2016), *Application of Generalized Fractional Calculus in Inverse Robust Control - part 1, part 2*, Journal Proceedings of Technical University of Sofia, Volume 66, Issue 2, 2016, © 2016 Publishing House of Technical University of Sofia, ISSN 1311-0829, pp. 15-34
- [20] Nikolov E. (2018), *Clegg-Operators for Integration and Differentiation. Generalized Reset-Control - part 1, part 2*, Journal Proceedings of Technical University of Sofia, Volume 68, Issue 3, 2018, © 2018 Publishing House of Technical University of Sofia, ISSN 1311-0829, pp. 47-64
- [21] Nikolov E. (2019), *Fractional Order $\mathcal{ML}$ Clegg-Operators, Controllers and $\mathcal{ML}$ Reset-Control- part 1, part 2, part 3*, Journal Proceedings of Technical University of Sofia, Volume 69, Issue 2, 2019, © 2019 Publishing House of Technical University of Sofia, ISSN 1311-0829, pp. 183-210
- [22] Nikolova N., Nikolov E. (2008), *$\mathcal{ML}$ -Structures in the Repetitive Robust Control Systems*, Journal Cybernetics and Information Technologies Journal, © 2008 Bulgarian Academy of Science, ISSN 1311-9702, Vol. 8 (2008), No 1, pp. 44-64

Автор: Емил Николов, проф. дтн, катедра „Автоматизация на Непрекъснатите Производства“, Факултет Автоматика, Технически Университет-София; E-mail address: nicoloff@tu-sofia.bg

Постъпила на 25.09.2019 г.

Рецензент: чл. кор. проф. дтн П. Петков

РЕЖЕКТИРАЩИ СМУЩЕНИЯТА СИСТЕМИ - ИНВЕРСНИ РЕШЕНИЯ С ФРАКТАЛНИ *Clegg*-ОПЕРАТОРИ - част 2

Емил Николов

Резюме: В работата са предложени, изследвани и анализирани структури, методи и алгоритми за проектиране на режектиращи смущенията фрактални **DRC**-системи с **ML-Clegg**-диференциатори. За тяхната разработка са използвани инверсни решения на задачата за синтез с помощта на рационални фрактални **ML-Clegg**-оператори от теорията на обобщеното дробно смятане. Техните потенциални възможности и предимства са доказани. Представени са резултати от пертурбационен и робастен анализ за числен пример.

Ключови думи: фрактални **DRC**-системи, **ML-Clegg**-диференциращи филтри, пертурбационен и робастен анализ на качеството.

DRC-SYSTEMS - INVERS SOLUTIONS WITH FRACTIONAL *Clegg*-OPERATORS - part 2

Emil Nikolov

Abstract: In this work are proposed, researched and analyzed structures, methods and algorithms for designing fractional **DRC**-systems with **ML-Clegg**-differentiators. For their development, inverse solutions of the synthesis problem were used with the help of rational fractional **ML-Clegg**-operators from the theory of generalized fractional calculus. Their potential capabilities and advantages are proven. Results of perturbation and robust analysis for a numerical example are presented.

Key words: fractional **DRC**-systems, **ML-Clegg**-differentiation filters, perturbation and robust quality analysis.

ВЪВЕДЕНИЕ

Разработката е представена в две неразделни части.

Първата част разглежда постановката на задача и структурно решение, обобщения аналитичен синтез на **DRC**-системи, аналитичния синтез на **DRC**-системи при ограничения (рационални решения), числен пример за проектиране на **Clegg-DRC**-система при ограничения.

Настоящата е втората част на разработката. В нея са разгледани въпросите за анализ на качеството в параметрически смутен режим и робастен анализ при неопределеност на проектираните **DRC**- и **Clegg-DRC**-системи за управление на обект.

АНАЛИЗ НА КАЧЕСТВОТО В ПАРАМЕТРИЧЕСКИ СМУТЕН РЕЖИМ

Синтезираните *DRC*- и *Clegg-DRC*-системи (56) ÷ (60) за управление на обект (52) ÷ (55) и $F_{DRC}^{\diamond}$ -, $F_{DRC}^{3 \cdot 105}$ -, $F_{DRC,ML}^{3 \cdot 105Clegg}$ -филтрите (56), (57), (59) са моделирани. Резултатите от симулацията на моделите са представени с времевите и честотните характеристики във вид на параметрични семейства - функции на ς , определящи качеството на системите в параметрически смутен режим със съответните показатели (време на регулиране, пререгулиране, запаси на устойчивостта и др.). Анализът на качеството е проведен при флуктуации на стойностите на динамичните параметри k и τ (54) на обекта (табл.1).

Табл.1

динамични параметри на модела на обекта при моделиране и симулация на решенията за преходни процеси							
G^*		0,7235	3, sec	0,7235	3, sec	0,7235	3, sec
$G^\#$		80,7235	20, sec	80,7235	20, sec	80,7235	20, sec
$G_{var}(k, \tau)$		диапазон на вариации на параметрите		диапазон на вариации на параметрите		диапазон на вариации на параметрите	
		k_{var}	τ	k	τ_{var}	k_{var}	τ_{var}
1.	G_a	10,7235	14, sec	48,7235	9, sec	4,7235	9, sec
2.	G_b	20,7235	14, sec	48,7235	10, sec	8,7235	10, sec
3.	G_c	30,7235	14, sec	48,7235	11, sec	12,7235	11, sec
4.	G_d	60,7235	14, sec	48,7235	12, sec	16,7235	12, sec
5.	G_e	75,7235	14, sec	48,7235	13, sec	20,7235	13, sec
6.	G_f	90,7235	14, sec	48,7235	14, sec	24,7235	14, sec
7.	G_g	105,7235	14, sec	48,7235	15, sec	28,7235	15, sec
8.	G_h	120,7235	14, sec	48,7235	16, sec	32,7235	16, sec
9.	G_i	135,7235	14, sec	48,7235	17, sec	36,7235	17, sec
10.	G_j	150,7235	14, sec	48,7235	18, sec	40,7235	18, sec
11.	G_k	165,7235	14, sec	48,7235	19, sec	44,7235	19, sec
12.	G_l	180,7235	14, sec	48,7235	20, sec	48,7235	20, sec
$G_{var}(k, \tau)$		$15k^* \leq k_{var} \leq 280k^*$		k_{const}		$6k^* \leq k_{var} \leq 68k^*$	
		τ_{const}		$3\tau^* \leq \tau_{var} \leq 7\tau^*$		$3\tau^* \leq \tau_{var} \leq 7\tau^*$	
фиг.№		фиг.12.а.		фиг.13.а.		фиг.14.а.	
динамични параметри на модела на обекта при моделиране и симулация на решенията за честотни характеристики							
G^*		0,7235	3, sec	0,7235	3, sec	0,7235	3, sec
$G^\#$		80,7235	20, sec	80,7235	20, sec	80,7235	20, sec
$G_{var}(k, \tau)$		диапазон на вариации на параметрите		диапазон на вариации на параметрите		диапазон на вариации на параметрите	
		k	τ	k	τ	k	τ
1.	G_a	10,7235	3, sec	30,7235	3, sec	10.7235	5, sec
2.	G_b	15,7235	3, sec	30,7235	4, sec	70.7235	10, sec
3.	G_c	20,7235	3, sec	30,7235	5, sec	140.7235	15, sec
4.	G_d	25,7235	3, sec	30,7235	6, sec	210.7235	20, sec
5.	G_e	30,7235	3, sec	30,7235	7, sec	280.7235	25, sec
6.	G_f	35,7235	3, sec	30,7235	8, sec	350.7235	30, sec
7.	G_g	40,7235	3, sec	30,7235	9, sec	420.7235	35, sec
8.	G_h	45,7235	3, sec	30,7235	10, sec	490.7235	40, sec
9.	G_i	50,7235	3, sec	30,7235	11, sec	560.7235	45, sec
10.	G_j	55,7235	3, sec	30,7235	12, sec	630.7235	50, sec
11.	G_k	60,7235	3, sec	30,7235	13, sec	700.7235	55, sec
12.	G_l	65,7235	3, sec	30,7235	14, sec	770.7235	60, sec
$G_{var}(k, \tau)$		$15k^* \leq k_{var} \leq 90k^*$		k_{const}		$15k^* \leq k_{var} \leq 1065k^*$	
		τ_{const}		$\tau^* \leq \tau_{var} \leq 5\tau^*$		$2\tau^* \leq \tau_{var} \leq 20\tau^*$	
фиг.№		фиг.12.б,с,д		фиг.13.б,с,д		фиг.14.б,с,д	

Параметричните вариации превишават съответно от 20 до 1065 пъти номиналните параметри k^* и τ^* (52) ÷ (54).

■ Честотните характеристики на $F_{DRC}^\diamond$, $F_{DRC}^{3.105}$, $F_{DRC,ML}^{3.105Clegg}$ -филтрите (56), (57), (59) са илюстрирани (фиг.9) паралелно с характеристиката на динамичната система $\mathcal{B}^\bullet$ (56), приета при синтеза на системите за „права функция“. На фиг.9 е визуализирана постигнатата точност на метода за синтез, състояща се в изискването (61) произведението на двете системи $F_{DRC}^\diamond$ и $\mathcal{B}^\bullet$ (като „права“ и „инверсна“ функции) да бъде единица ($F_{DRC}^\diamond \mathcal{B}^\bullet$), т.е.

$$\begin{aligned} F_{DRC}^\diamond(p) \cdot \mathcal{B}^\bullet(p) &= 1; \\ F_{DRC}^\diamond(j\omega) \cdot \mathcal{B}^\bullet(j\omega) &= 1(\omega)e^{-j0}, \forall \omega \in [0, \infty]; \\ F_{DRC}^{3.105}(j\omega) \cdot \mathcal{B}^\bullet(j\omega) &= 1(\omega)e^{-j0}, \forall \omega \in [0, \omega_h]; \\ F_{DRC,ML}^{3.105Clegg}(j\omega) \cdot \mathcal{B}^\bullet(j\omega) &= 1(\omega)e^{-j0}, \forall \omega \in [0, \omega_h]. \end{aligned} \quad (61)$$

■ Преходните функции $y_{DRC}^{3.105}$, $y_{DRC,ML}^{3.105Clegg}$ на рационалните **DRC**-системи (фиг.9, фиг.10) с филтри $F_{DRC}^{3.105}$ (57) и $F_{DRC,ML}^{3.105Clegg}$ (59) са показани при вариации на ζ (табл.1) в параметрите на управлявания обект на фиг.12.a., фиг.13.a., фиг.14.a. На тези фигури е илюстрирана и преходната функция y^* на номиналната несмутена система (фиг.3). Показаните преходни функции потвърждават и доказват, че за указания диапазон на флуктуации на k и τ (табл.1) синтезираните **DRC**-системи (фиг.9, фиг.10) удовлетворяват изискванията на: - локалния критерий за качество ($\sigma = const$) (62) и запазване на бързодействието (63); - критерия за **°минимално отклонение от номиналната траектория°** (37) изразен за конкретния пример с $e_{DRC}^{3.105}$ и $e_{DRC,ML}^{3.105Clegg}$ (64) на фиг.15.a. Очевидно е превъзходството на **Clegg-DRC**-системата пред **DRC**-системата, тъй като е в сила (64), което аргументира ефективността на финалното решение (59), (60)

$$\sigma_{DRC,ML}^{\beta, Clegg} \cong \sigma_{DRC}^{\beta} \cong \sigma_{DRC}^\diamond \cong \sigma^* = const; \quad (62)$$

$$t_p^{\beta, Clegg} \cong t_p^{\diamond} \cong t_p^* ; \quad (63)$$

$$\begin{aligned} [e_{DRC}^{3.105}(\zeta)] &= | [y_{DRC}^{3.105}(\zeta)] - [y^*] | \xrightarrow{(G^* \in \mathbb{R})} 0; \\ [e_{DRC,ML}^{3.105Clegg}(\zeta)] &= | [y_{DRC,ML}^{3.105Clegg}(\zeta)] - [y^*] | \xrightarrow{(G^* \in \mathbb{R})} 0; \\ [e_{DRC,ML}^{3.105Clegg}(\zeta)] &\lll [e_{DRC}^{3.105}(\zeta)] . \end{aligned} \quad (64)$$

■ Честотните характеристики $w_{DRC}^{3.105}$, $w_{DRC,ML}^{3.105Clegg}$ на рационалните **DRC**-системи (фиг.9, фиг.10) с $F_{DRC}^{3.105}$ (57) и $F_{DRC,ML}^{3.105Clegg}$ (59) филтри и характеристиките $w_{DRC}^\diamond$ на **DRC**-системата (фиг.7) с $F_{DRC}^\diamond$ (56) са показани при вариации на ζ (табл.1) в параметрите на управлявания обект на фиг.12.b.c.d, фиг.13.b.c.d, фиг.14.b.c.d. На тези фигури са илюстрирани и честотните характеристики w^* на номиналната несмутена система (фиг.3). Показаните честотни характеристики потвърждават и доказват, че за указания диапазон на флуктуации на k и τ (табл.1) синтезираните **DRC**-системи (фиг.7, фиг.9, фиг.10) удовлетворяват изискванията на:

- критерия за устойчивост (24), като запасите на устойчивостта по модул GM и по фаза PM са илюстрирани на фиг.12.d., фиг.13.d., фиг.14.d., а съотношенията в стойностите им са изразени с (65)

$$\begin{aligned} \mathcal{GM}_{DRC,ML}^{\beta,Clegg}(\omega, \varsigma) &\geq \mathcal{GM}_{DRC}^{\beta}(\omega, \varsigma) \geq GM_{DRC}^{\diamond}(\omega, \varsigma) \geq GM^*(\omega), \\ \mathcal{PM}_{DRC,ML}^{\beta,Clegg}(\omega, \varsigma) &\geq \mathcal{PM}_{DRC}^{\beta}(\omega, \varsigma) \geq PM_{DRC}^{\diamond}(\omega, \varsigma) \geq PM^*(\omega), \\ \left(\forall G^{\diamond}(p, \varsigma) \in [G^*(p), G^{\blacksquare}(p)] \right), \forall \varsigma \in [0, \varsigma^{\blacksquare}] \end{aligned} \quad (65)$$

$$\text{mod } e_{DRC,ML}^{3.105,Clegg}(\omega, k, \tau) \lll \text{mod } e_{DRC}^{3.105}(\omega, k, \tau), \left(\forall \omega \in [0, \omega_h] \right); \quad (66)$$

- критерия за ^о**минимално отклонение от номиналната траектория** (37) изразен за конкретния числен пример на фиг.15.а. с $e_{DRC}^{3.105}$ (62) и $e_{DRC,ML}^{3.105,Clegg}$ (63) и с честотни характеристики (фиг.15.б,с,д).

■ Анализът на отклоненията $e_{DRC}^{3.105}$ и $e_{DRC,ML}^{3.105,Clegg}$ (фиг.15) от номиналната траектория на проектираните **DRC**- и **Clegg-DRC**-системи (фиг.9, фиг.10) потвърждава, че са постигнати (фиг.15.с) техните минимални стойности (59), (60) в контекста на (25), (37), (62), (63) в резултат на синтеза. Очевидно е, че **Clegg-DRC**-системата превъзхожда и в контекста на този критерий **DRC**-системата, тъй като са в сила и (64), (66) - доказателство за ефективността на финалното решение (59), (60).

■ Анализът на времевите и на честотните характеристики (фиг.12 ÷ фиг.15) на проектираните **DRC**- и **Clegg-DRC**-системи потвърждава параметрическата инвариантност (67) на показателите на качеството на системите $(\sigma, t_p, [e], GM, PM)$ от ς

$$\begin{aligned} \sigma_{DRC,ML}^{\beta,Clegg} &\neq f(\varsigma); \sigma_{DRC}^{\diamond} \neq f(\varsigma); t_{p,DRC,ML}^{\beta,Clegg} \neq f(\varsigma); t_{p,DRC}^{\diamond} \neq f(\varsigma) \\ \text{mod } e_{DRC,ML}^{3.105,Clegg} &\neq f(\varsigma); \text{mod } e_{DRC}^{3.105} \neq f(\varsigma), \left(\forall \omega \in [0, \omega_h] \right) \\ \mathcal{GM}_{DRC,ML}^{\beta,Clegg} &\neq f(\varsigma); \mathcal{GM}_{DRC}^{\beta} \neq f(\varsigma); GM_{DRC}^{\diamond} \neq f(\varsigma), \left(\forall \omega \in [0, \omega_h] \right) \\ \mathcal{PM}_{DRC,ML}^{\beta,Clegg} &\neq f(\varsigma); \mathcal{PM}_{DRC}^{\beta} \neq f(\varsigma); PM_{DRC}^{\diamond}(\omega, \varsigma), \left(\forall \omega \in [0, \omega_h] \right) \end{aligned} \quad (67)$$

РОБАСТЕН АНАЛИЗ ПРИ НЕОПРЕДЕЛЕНОСТ

Отчита се, че: регулаторите $\mathcal{R}_{DRC}^{\beta}$, $\mathcal{R}_{DRC,ML}^{\beta,Clegg}$ в проектираните **DRC**- и **Clegg-DRC**-системи (фиг.9, фиг.10) са (68), (69); функционалното множество на вариациите на обекта $G^{\diamond} \in \mathfrak{Z}$ е (22), (70); адитивните $\bar{l}_a$ и мултипликативни $\bar{l}_m$ смущения към системите са (71); моделът на смутения на най-горна граница обект $G^{\blacksquare}$ е (72), (73); репараметризирането/реструктуризирането ς , $\varsigma^{\blacksquare}$ е (74), (75), (76). Ако номиналната w_i^* и смутената $w_i^{\blacksquare}$ отворени системи (фиг.16.а) са (77), то кръгът π (78) с окръжност π° (79), с радиус r° (80) и с центрове в точките ω_i позволяват за **DRC**- и **Clegg-DRC**-системите да се формулират изискванията за [18 ÷ 22]:

- **робастна устойчивост** RS (фиг.16.а) по характеристиките на отворените системи да се изразят с (81), (82); - робастна устойчивост RS по характеристики на затворените системи да се изразят с (83);

- **робастното качество** RP по характеристики на отворените системи да се изразят с (84), (85); - робастно качество RP (фиг.16.б) по характеристики на затворените системи да се изразят с (86);

- **запаса на робастна устойчивост** k_{MSOL} (фиг.16.с) по зависимостта (87) и на **запаса на робастно качество** k_{MPOL} (фиг.16.д) по зависимостта (88), където (89) и (90) са функциите чувствителност e и на допълнителна чувствителност η на системите, а ν (91) е интегралното обобщено смущение към системите (фиг.9, фиг.10)

$$\mathcal{R}_{\mathcal{DRC}}^{\beta} = R^* \left(1 - G^{\beta} \mathcal{D}_{app}^{\beta} (G^{\beta} - G^*) \right) = k_{PI} (1 + T_{PI} p) (T_{PI} p)^{-1} \left(1 - G^{\beta} \mathcal{D}_{app}^{\beta} (G^{\beta} - G^*) \right); \quad (68)$$

$$\mathcal{R}_{\mathcal{DRCML}}^{\beta, Clegg} = R^* \left(1 - G^{\beta} \mathcal{D}_{app}^{\beta, Clegg} (G^{\beta} - G^*) \right) = k_{PI} (1 + T_{PI} p) (T_{PI} p)^{-1} \left(1 - G^{\beta} \mathcal{D}_{app}^{\beta} (1 + P_{\diamond} \mathcal{ML}_{switch}) (G^{\beta} - G^*) \right); \quad (69)$$

$$\Im(j\omega) = \Delta G(j\omega) : |G(\omega) - G^*(\omega)| \cdot |G^*(\omega)|^{-1} \leq \bar{\ell}_m(\omega); \quad (70)$$

$$\bar{\ell}_a(\omega) = |G(\omega) - G^*(\omega)|; \quad \bar{\ell}_m(\omega) = \bar{\ell}_a(\omega) |G^*(\omega)|^{-1}, \quad (\omega \in [0; \infty)); \quad (71)$$

$$G^{\beta}(j\omega) = |G(j\omega) - G^*(j\omega)|_{\max}; \quad (72)$$

$$G^{\beta}(j\omega) |G^*(j\omega)|^{-1} = \bar{\ell}_m^{\beta}(\omega), \quad (\bar{\ell}_m^{\beta}(\omega) = \bar{\ell}_a^{\beta}(\omega) |G^*(j\omega)|^{-1}); \quad (73)$$

$$\varsigma(\omega) = \varsigma(\bar{\ell}_m(\omega), \bar{\ell}_a(\omega)), \quad (\varsigma(\omega) \in \Omega[0, \varsigma^{\beta}]); \quad (74)$$

$$\varsigma^{\beta}(\omega) = \varsigma(\bar{\ell}_m^{\beta}(\omega), \bar{\ell}_a^{\beta}(\omega)); \quad (75)$$

$$\varsigma(\omega) = \varsigma(\bar{\ell}_m(\omega), \bar{\ell}_a(\omega)), \quad \varsigma(\omega) \in \Omega[0, \varsigma^{\beta}]; \quad \varsigma^{\beta}(\omega) = \varsigma(\bar{\ell}_m^{\beta}(\omega), \bar{\ell}_a^{\beta}(\omega)); \quad (76)$$

$$W_i^* = \mathcal{R}_i^{\beta} G^*; \quad W_i^{\beta} = \mathcal{R}_i^{\beta} G^{\beta}; \quad (W_i^* \in \mathcal{W}; W_i^{\beta} \in \mathcal{W}); \quad (77)$$

$$\pi(j\omega) \in \mathcal{W}(j\omega), \quad (\forall \omega, \omega \in [0, \infty)); \quad (78)$$

$$\pi^0(j\omega_i) = \begin{cases} \operatorname{Re}^0(\omega_i) = \operatorname{Re}^*(\omega_i) + r(\omega_i) \cos \Omega, & (\Omega \in [0, \infty)) \\ \operatorname{Im}^0(\omega_i) = \operatorname{Im}^*(\omega_i) + r(\omega_i) \sin \Omega, & (\Omega \in [0, \infty)) \end{cases}; \quad (79)$$

$$r^0(\omega_i) = |l_a(\omega_i) \mathcal{R}_i^{\beta}(\omega_i)| = |l_m(\omega_i) \mathcal{R}_i^{\beta}(\omega_i) G^*(\omega_i)|; \quad (80)$$

$$RS_i(\omega) \Rightarrow |1 + G^*(\omega) \mathcal{R}_i^{\beta}(\omega)| > r^0(\omega), \quad (\forall \omega, \omega \in [0, \infty)); \quad (81)$$

$$RS_i(\omega) \Rightarrow |1 + G^*(\omega) \mathcal{R}_i^{\beta}(\omega)| > |G^*(\omega) \mathcal{R}_i^{\beta}(\omega)| \bar{\ell}_m(\omega), \quad (\forall \omega, \omega \in [0, \infty)); \quad (82)$$

$$RS_i(\omega) \Rightarrow \|\eta^*(\omega) \bar{\ell}_m(\omega)\|_{\infty} = \sup_{\omega} |\eta^*(\omega) \bar{\ell}_m(\omega)| < 1, \quad (\forall \omega, \omega \in [0, \infty)); \quad (83)$$

$$RP_i(\omega) \Rightarrow |1 + G(\omega) \mathcal{R}_i^{\beta}(\omega)| \geq |1 + G^*(\omega) \mathcal{R}_i^{\beta}(\omega)| - r^0(\omega), \quad (\forall \omega, \omega \in [0, \infty)); \quad (84)$$

$$RP_i(\omega) \Rightarrow \min_R \max_{G \in \mathcal{H}} \int_0^{\infty} (\varepsilon(t))^2 dt \triangleq \min_R \max_{G \in \mathcal{H}} \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \left| (1 + G(\omega) \mathcal{R}_i^{\beta}(\omega))^{-1} \right|^2 |\nu|^2 d\omega; \quad (85)$$

$$RP_i(\omega) \Rightarrow |\eta^*(\omega) \bar{\ell}_m(\omega)| + |e^*(\omega) \nu(\omega)| < 1, \quad (\forall \omega, \omega \in [0, \infty)); \quad (86)$$

$$k_{MSOL}(\omega) = r^0(\omega) |1 + \mathcal{R}_i^{\beta}(j\omega) G^*(j\omega)|^{-1} \leq 1, \quad (\forall \omega, \omega \in [0, \infty)); \quad (87)$$

$$k_{MPOL}(\omega) = (|1 + \mathcal{R}_i^{\beta}(j\omega) G^*(j\omega)| - r^0(\omega)) |1 + \mathcal{R}_i^{\beta}(j\omega) G^{\beta}(j\omega)|^{-1} \leq 1, \quad (\forall \omega, \omega \in [0, \infty)); \quad (88)$$

$$e(\omega) = (1 + \mathcal{R}_i^{\beta}(\omega) G^*(\omega))^{-1} \equiv \Phi_{y^0_e}(\omega), \quad (e(\omega) = 1 - \eta(\omega) \equiv \Phi_{y^0_e}(\omega)); \quad (89)$$

$$\eta(\omega) = \mathcal{R}_i^{\beta}(\omega) G^*(\omega) (1 + \mathcal{R}_i^{\beta}(\omega) G^*(\omega))^{-1} \equiv \Phi_{y^0_y}(\omega), \quad (\eta(\omega) = 1 - e(\omega) \equiv \Phi_{y^0_y}(\omega)); \quad (90)$$

$$\nu = \nu(\nu, \varsigma, f); \quad (91)$$

$$RS_{\mathcal{DRC}}^{3.105}(\omega) < 1, \quad (\forall \omega, \omega \in [0, \infty)); \quad RS_{\mathcal{DRCML}}^{3.105Clegg}(\omega) < 1, \quad (\forall \omega, \omega \in [0, \infty)); \quad (92)$$

$$\begin{aligned} k_{MPOL}^{3.105_{\mathcal{DRC}}}(\omega) < 1, \quad (\forall \omega, \omega \in [0, \infty)); \quad k_{MPOL}^{3.105_{\mathcal{DRCML}}^{Clegg}}(\omega) < 1, \quad (\forall \omega, \omega \in [0, \infty)) \\ k_{MSOL}^{3.105_{\mathcal{DRC}}}(\omega) \gg k_{MSOL}^{3.105_{\mathcal{DRCML}}^{Clegg}}(\omega), \quad k_{MPOL}^{3.105_{\mathcal{DRC}}}(\omega) \gg k_{MPOL}^{3.105_{\mathcal{DRCML}}^{Clegg}}(\omega), \quad (\forall \omega, \omega \in [0, \infty)) \end{aligned} \quad (93)$$

■ Резултатите (фиг.16) от робастния анализ на проектираните *DRC*- и *Clegg-DRC*-системи (фиг.9, фиг.10) аналитично доказват и еднозначно визуализират, че в условията на репараметризиране/реструктуриране ς , ς^* (табл.1):

- *DRC*- и *Clegg-DRC*-системите удовлетворяват изискванията и за робастна устойчивост RS , и за робастно качество RP (81) ÷ (86), (91) - фиг.16.a,b, като доказват и зависимостта (67);

- размерът на запасите k_{MSOL} и k_{MPOL} (фиг.16.c, фиг.16.d) на *DRC*- и *Clegg-DRC*-системите определят количествено техните свойства при неопределеност;

- *Clegg-DRC*-системата превъзхожда *DRC*-системата с робастните си свойства, количествено определени със стойностите на k_{MSOL} и на k_{MPOL} (93), като се отчете че колкото стойностите на k_{MSOL} и на k_{MPOL} са по-малки от единица, толкова е по-големи са размерите на робастната устойчивост или на робастното качество (фиг.16.c.d).

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

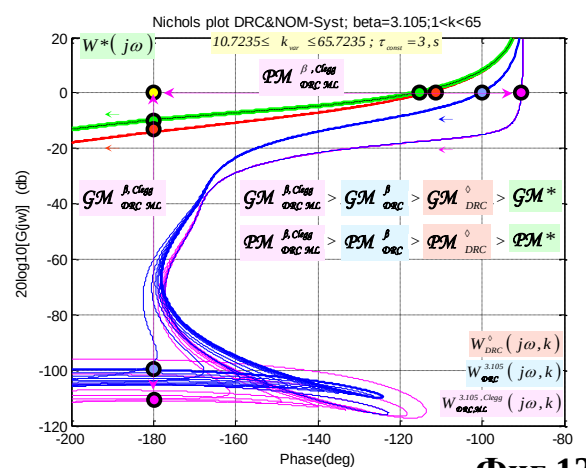
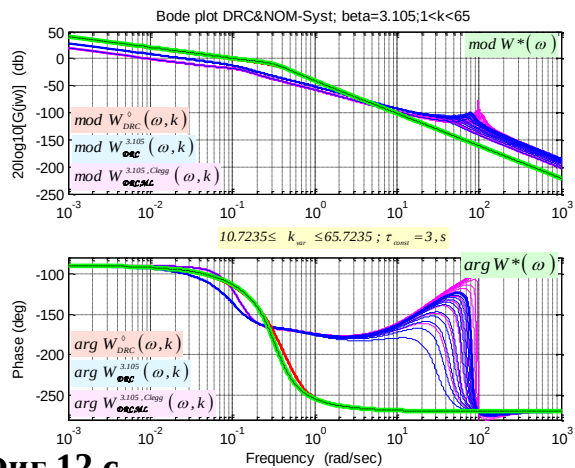
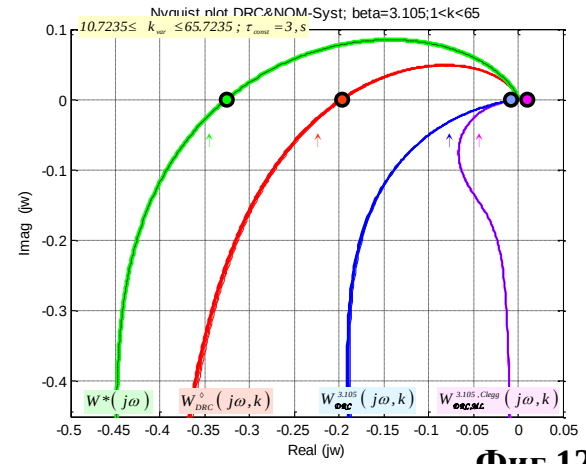
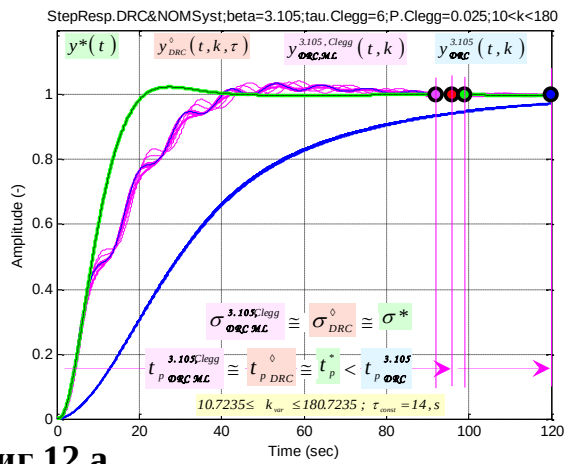
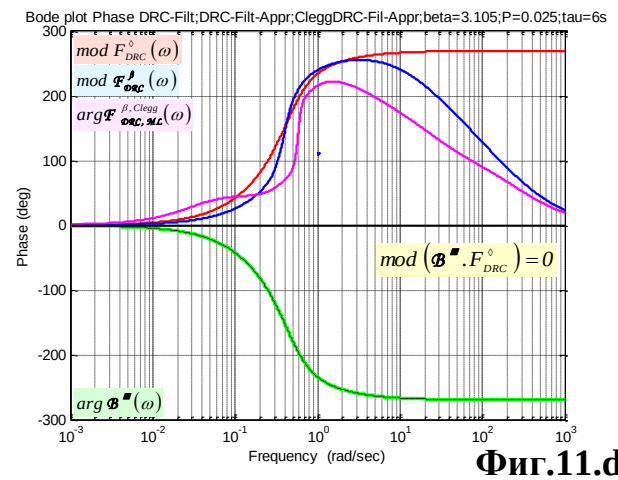
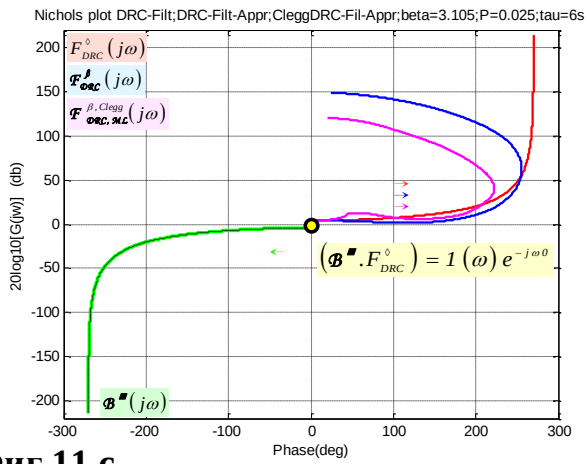
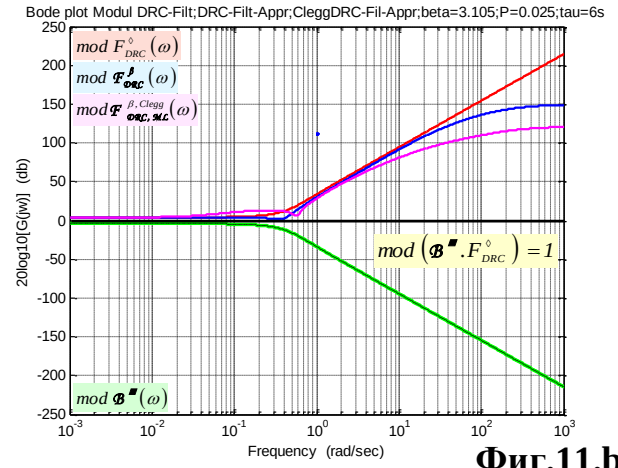
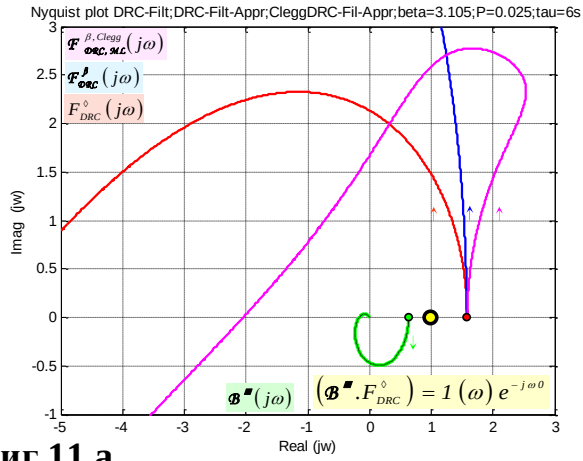
Новото и оригинално в настоящата разработка са:

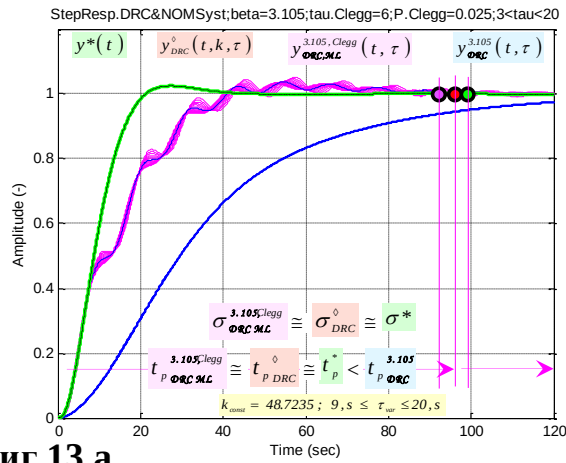
■ Предложената нова структура на *DRC*-система (фиг.2), чрез която да се режектира влиянието на параметричните и структурни смущения ς само върху регулируемата променлива y_{DRC} . Тя се отличава от системата, илюстрирана на фиг.1 [1,2,4,5,7 ÷ 9,14], по това, че вместо оценител-наблюдател на смущенията използва номинален модел G^* на обекта за управление и режектиращ фрактален филтър;

■ Системното анализиране и доказателство на възможностите за обобщен аналитичен синтез и за синтез на предложената *DRC*-система при ограничения с използване на метода на *°балансното уравнение°* при критерий *°нулево и минимално отклонение на траекторията°*. Еквивалентно синтезът на *DRC*-система (фиг.2, фиг.9, фиг.10) е сведен до рационалното решение на инверсната задача „*по известна права функция да се определи съответстващата ѝ инверсна функция*“;

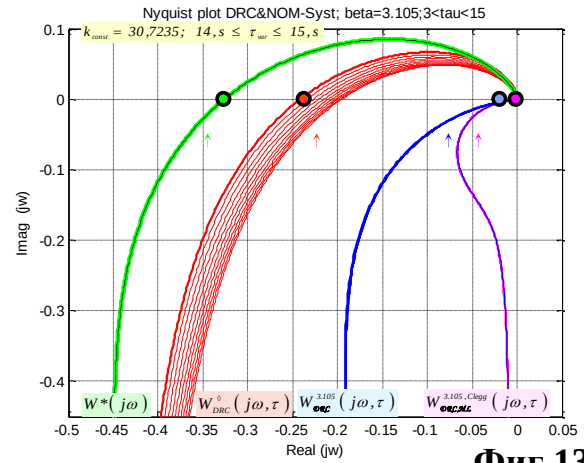
■ Метод и алгоритъм за проектиране при ограничения на предложената *DRC*-система, основани на аналитичния инструментариум на инверсните функции [7,18,19] и на оператори от теория на обобщеното дробно смятане [10 ÷ 13;15 ÷ 22]. Използвана е *°двойнотрансферна честотно ограничена апроксимация°* с рационални функции на *Clegg*-оператор за фрактално диференциране;

■ Решението на числен пример за проектирането на *Clegg-DRC*-система за управление на индустриален обект. Анализът на решението потвърждава приложимостта на постигнатите в работата резултати: ефективността на предложената система, удовлетворяваща изискванията на локален критерий за качество и на критерия за *°нулево и минимално отклонение на траекторията°* от номиналната траектория при параметрични флуктуации, превишаващи от 20 до 1065 пъти номиналните параметри, както и приложимостта на метода за синтез. Доказани са аналитично: параметричната инвариантност на показателите на качество на проектираните системи от смущението, робастната устойчивост и робастното им качество, количествено са определени запасите на робастна устойчивост и на робастно качество.

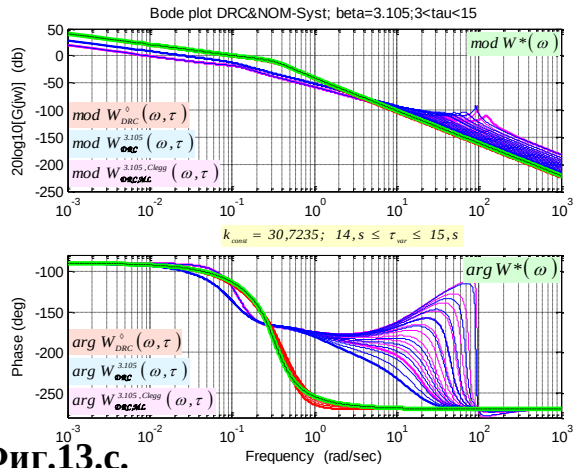




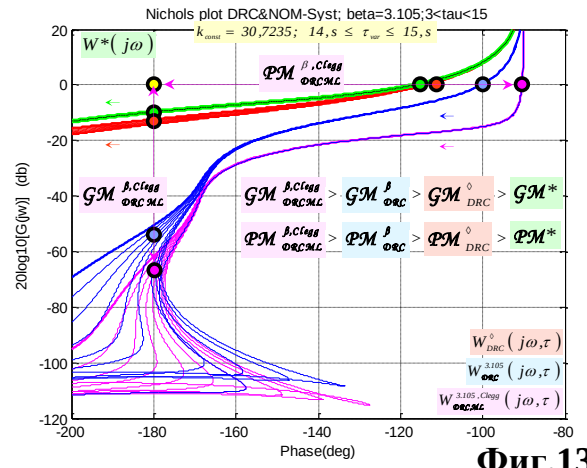
Фиг.13.а.



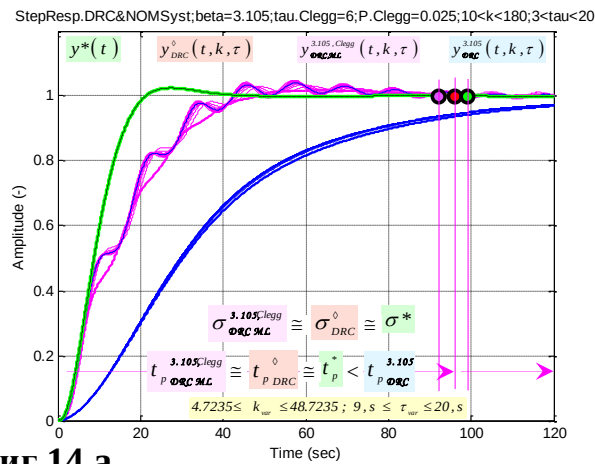
Фиг.13.б.



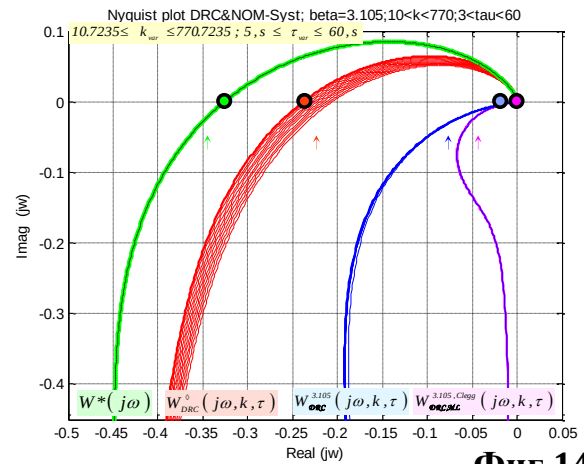
Фиг.13.с.



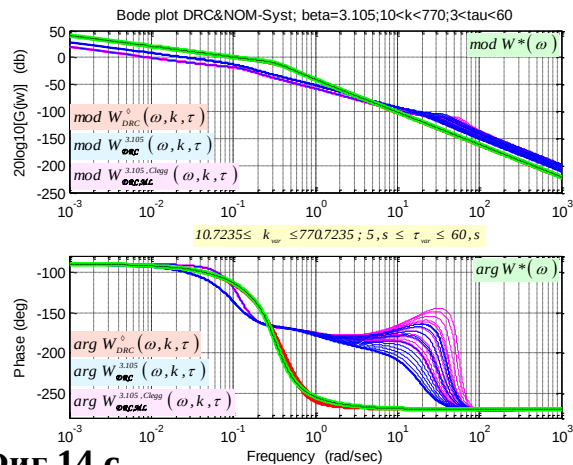
Фиг.13.д.



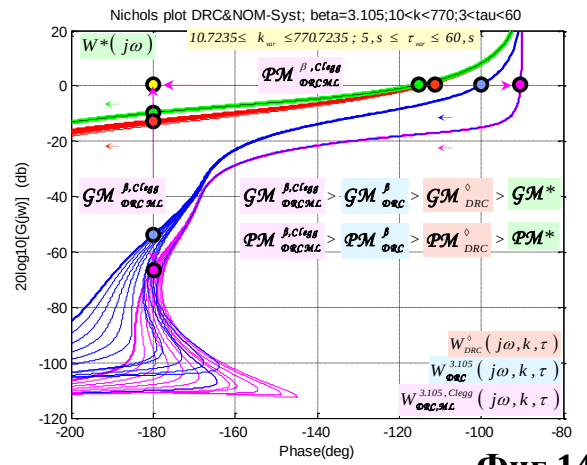
Фиг.14.а.



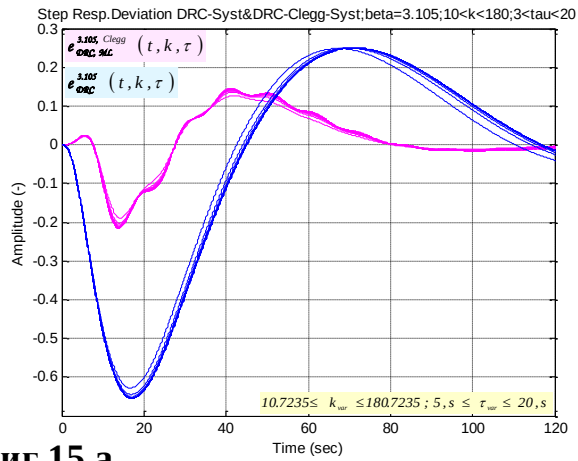
Фиг.14.б.



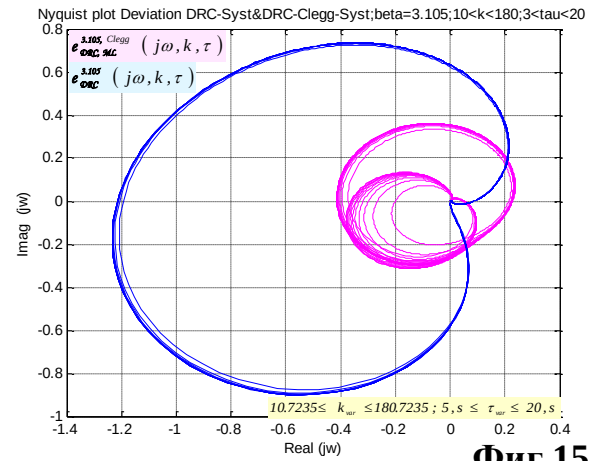
Фиг.14.с.



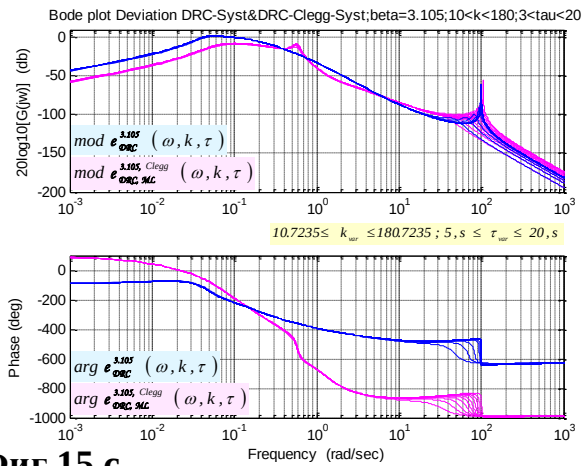
Фиг.14.д.



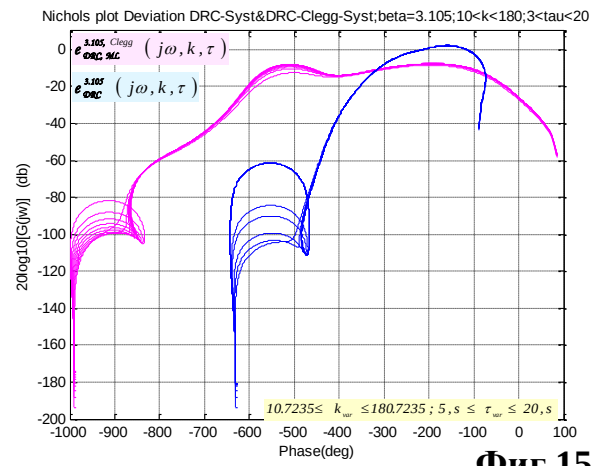
Фиг.15.а.



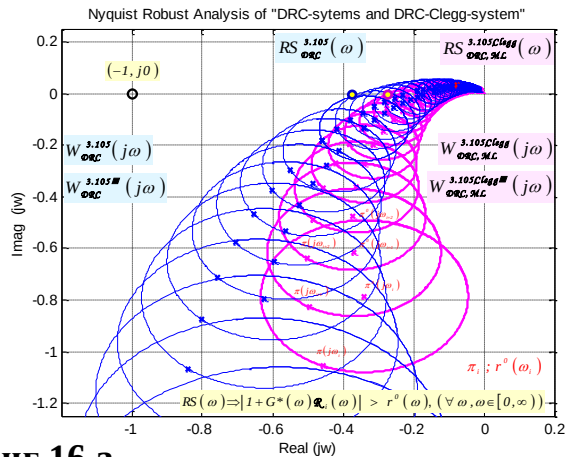
Фиг.15.б.



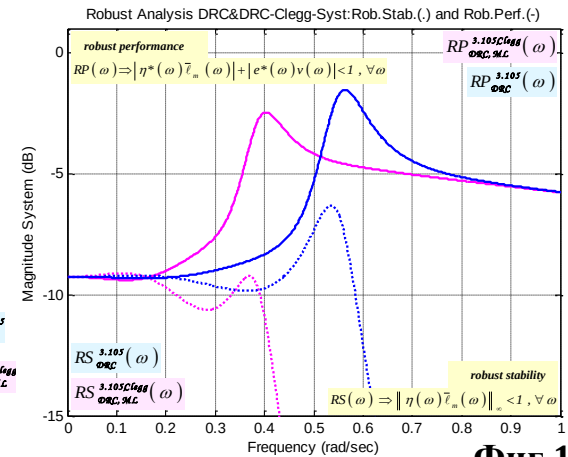
Фиг.15.с.



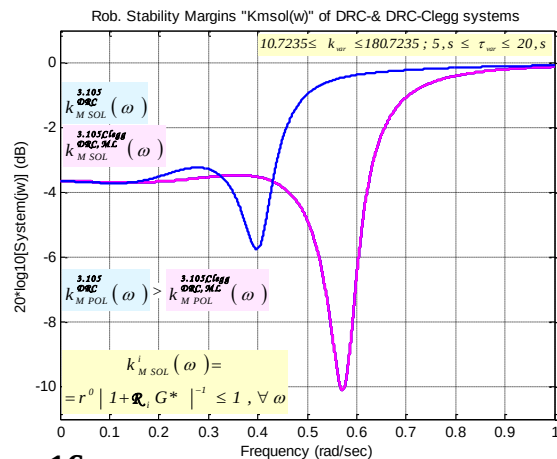
Фиг.15.д.



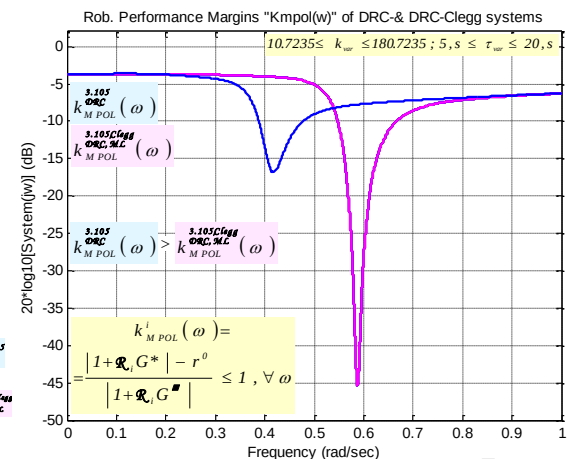
Фиг.16.а.



Фиг.16.б.



Фиг.16.с.



Фиг.16.д.

ЛИТЕРАТУРА

- [1] A. Baños, A. Barreiro (2012), *Reset Control Systems*, in: Advances in Industrial Control, © 2012 Springer, ISBN-10: 144712216X, ISBN-13: 978-1447122166, 348 p.
- [2] A. Baños, J. Carrasco, A. Barreiro (2011), *Reset Times-Dependent Stability of Reset Control Systems*, IEEE Trans. Autom. Control 56 (1) (2011) pp. 217-223
- [3] C. V. Hollot (1997), *Revisiting Clegg Integrators: Periodicity, Stability and IQCs*, System Structure and Control, © 1997 IFAC Bucharest, Romania, 1997, pp. 31-38
- [4] Cl. Lorena Garzón-Castro, E. Delgado-Aguilera, J. Alexander Cortés-Romero, E. Tello, G. Mazzanti, *Performance of an Active Disturbance Rejection Control on a Simulated Continuous Microalgae Photobioreactor*, Computers and Chemical Engineering, <https://doi.org/10.1016/j.compchemeng.2018.06.006>, ©2018 Elsevier, 117 (2018) 129-144
- [5] Guo Y., Wang Y., Xie L., Zheng J. (2009), *Stability Analysis and Design of Reset Systems: Theory and an Application*, Automatica, © 2009 Elsevier, Vol 45 (2), pp. 492-497
- [6] J. C. Clegg (1958), *A nonlinear Integrator for Servomechanisms*, Transactions of the American Institute of Electrical Engineers 11 (1958), Part II: Applications and Industry, © 1958 IEEE, Volume: 77, Issue: 1, March 1958, pp. 41-42
- [7] Hao An, Qianqian Wu, *Disturbance rejection dynamic inverse control of air-breathing hypersonic vehicles*, Acta Astronautica, <https://doi.org/10.1016/j.actaastro.2018.06.022>, © 2018 IAA Published by Elsevier, 151 (2018) 348-356
- [8] Hebertt Sira-Ramírez, Alberto Luviano-Juárez, Eric William Zurita-Bustamante (2017), *Active Disturbance Rejection Control of Dynamic Systems, A Flatness-Based Approach*, © 2017 Butterworth-Heinemann, ISBN 978-0-12-849868-2, ISBN: 9780128118955; ISBN: 9780128498682, DOI <https://doi.org/10.1016/C2016-0-01983-6>, 358 p.
<https://www.elsevier.com/books/active-disturbance-rejection-control-of-dynamic-systems/9780128498682>
- [9] Hongyinping Feng, Bao-Zhu Guo, *Active disturbance rejection control: Old and New Results*, Annual Reviews in Control, <http://dx.doi.org/10.1016/j.arcontrol.2017.05.003>, © 2017 Elsevier, 44 (2017) 238-248
- [10] Kiryakova V. S. (1993), *Generalized Fractional Calculus and Applications*, © CRC Press; (December 27, 1993), ISBN: 0582219779, 360 p.
- [11] Kiryakova V. S., Srivastava H. M. (1993), *Generalized (multiple) Riemann-Liouville Fractional Different-Integrals and Their Use in Univalent Function Theory*, In: "Analysis, Geometry and Groups: a Riemann Legacy Volume", © Hadronic Press, Inc., (Florida, USA - ISBN 0-911767-59-2), 1993, part. 1, 191 p.
- [12] Kiryakova V. S. (1994), *Generalized Fractional Calculus and Applications*, Pitman Research Notes in Mathematics Series No. 301, Longman Scientific and Technical, © Harlow, Essex, 1994, ISBN: 0-470-20777-9, 260 p.
- [13] Kiryakova V. S. (1997), *All the Special Functions are Fractional Different-Integrals of Elementary Functions*, Journal Physics A: Math. & General, 1997, 30, No 14, Online ISSN: 1361-6447, Print ISSN: 0305-4470, 5085-5103
- [14] M. A. Davó, A. Baños (2016), *Reset Control of Integrating Plus Dead Time Processes*, Journal of Process Control, © 2016 Elsevier, ISSN: 0959-1524, Vol. 38 (2016) pp. 22-30
- [15] Oustaloup A. (1991), *La commande CRONE (commande robuste d'ordre non entier)*, © Hermès (Traité des Nouvelles Technologies - Série Automatique), Paris, ISBN 2-86601-289-5, ISBN 0989-3571, 495 p.
- [16] Oustaloup A. (1994), *La robustesse (analyse et synthèse de commandes robustes)*, © Hermès (Traité des Nouvelles Technologies - Série Automatique), Paris, ISBN-10: 2866014421, ISBN-13: 978-2866014421, 530 p.
- [17] Oustaloup A. (1995), *La dérivation non entière (théorie, synthèse et applications)*, © Hermès (Traité des Nouvelles Technologies - Série Automatique), Paris, ISBN 2-86601-456-1, ISBN 0989-3571, 508 p.
- [18] Nikolov E. (2004), *Fractional Order Control Algorithms and Controllers*, Sofia, © 2004 Publishing House of Technical University of Sofia, ISBN 954-438-395-6, 2004, 208 p.
- [19] Nikolov E. (2016), *Application of Generalized Fractional Calculus in Inverse Robust Control - part 1, part 2*, Journal Proceedings of Technical University of Sofia, Volume 66, Issue 2, 2016, © 2016 Publishing House of Technical University of Sofia, ISSN 1311-0829, pp. 15-34
- [20] Nikolov E. (2018), *Clegg-Operators for Integration and Differentiation. Generalized Reset-Control - part 1, part 2*, Journal Proceedings of Technical University of Sofia, Volume 68, Issue 3, 2018, © 2018 Publishing House of Technical University of Sofia, ISSN 1311-0829, pp. 47-64
- [21] Nikolov E. (2019), *Fractional Order $\mathcal{ML}$ Clegg-Operators, Controllers and $\mathcal{ML}$ Reset-Control- part 1, part 2, part 3*, Journal Proceedings of Technical University of Sofia, Volume 69, Issue 2, 2019, © 2019 Publishing House of Technical University of Sofia, ISSN 1311-0829, pp. 183-210
- [22] Nikolova N., Nikolov E. (2008), *$\mathcal{ML}$ -Structures in the Repetitive Robust Control Systems*, Journal Cybernetics and Information Technologies Journal, © 2008 Bulgarian Academy of Science, ISSN 1311-9702, Vol. 8 (2008), No 1, pp. 44-64

Автор: Емил Николов, проф. дтн, катедра „Автоматизация на Непрекъснатите Производства“, Факултет Автоматика, Технически Университет-София; E-mail address: nicoloff@tu-sofia.bg

Постъпила на 25.09.2019 г.

Рецензент: чл. кор. проф. дтн П. Петков

ТРАНСФОРМАЦИИ НА КООРДИНАТНИ СИСТЕМИ НА ПРОМИШЛЕН РОБОТ MITSUBISHI MELFA - I ЧАСТ

Данаил Славов

Резюме: Разглежда се начин за представяне на местоположението в пространството чрез аналитичен подход с използване на преходи между координатни системи. В синтезиран вид е изложена методика за изчисляване на трансформациите между тези системи чрез алгебрични преобразувания. Поотделно са разгледани компонентите ротация и трансляция. Засегнато е добавянето на хомогенни координати, което математически улеснява достигането до крайния резултат. Изложеният материал има за цел да послужи като методично ръководство за обучаващите се по дисциплини, свързани с роботиката. Може също да е полезен за изследователите на промишлени роботи при установяване на неточности в позиционирането или траекторията им.

Ключови думи: промишлени роботи, координатни системи, трансформация, ротация, трансляция, хомогенни координати

COORDINATE SYSTEM TRANSFORMATIONS IN MITSUBISHI MELFA INDUSTRIAL ROBOT - PART I

Danail Slavov

Abstract: This paper describes a way of representing the location in space through analytical approach using coordinate system transitions. A methodology for calculating the transformations between these systems by algebraic conversions is presented in synthesized form. Rotation and translation components are separately examined. Inclusion of homogeneous coordinates is referred which mathematically facilitates achieving the final result. The purpose of the shown content is to serve as a methodological guide for students in the field of robotics. It may also be useful for researchers of industrial robots when finding imprecisions in robot positioning or trajectory.

Keywords: industrial robots coordinate systems, transformation, rotation, translation, homogeneous coordinates

1. ВЪВЕДЕНИЕ

Вътрешните координатни системи на промишлените роботи се намират в сложни зависимости помежду си. Следователно е много важно да се разбира механизмът на преобразуването между системите. Това е един от ключовите фактори за използването на промишлените роботи при задачи, които изискват голяма прецизност. Много често като отправни системи при програмирането се използ-

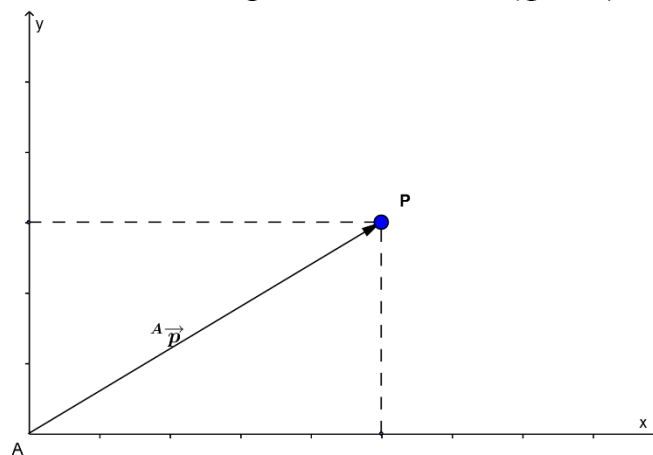
ват координатите на зададени от потребителя работни пространства - едно или повече. Например поставка за предмети и различни отделения, в които те трябва да бъдат сортирани. Ако работното пространство се премести и/или завърти, достатъчно е да се променят потребителските координати вместо всички части от програмния код, свързани с пространственото разположение. Това е едно от големите предимства в използването на потребителски координатни системи. [1]

Дори и малка грешка, породена от неточна трансформация на координатите, може да доведе до сериозни проблеми. Особено при системи с акумулиране на грешката, каквито са серийните манипулатори, тя ще се увеличава на всяка стъпка от трансформацията и съответно точността при позиционирането ще намалява. Затова координатните трансформации представляват засилен интерес за изследователите през последните години. [2]

Намирането на връзката между отделните отправните системи е необходимо също и при решаване на правата и обратната задача на кинематиката. В промишлените работи решението е намерено от производителя и е заложено в управлението им, но обикновено остава недостъпно в явен вид за крайния потребител. Затова целта на настоящата статия е да послужи и като методическо ръководство по пътя към достигане на това решение.

2. ОПИСАНИЕ НА МЕСТОПОЛОЖЕНИЕТО ЧРЕЗ ВЕКТОРИ

В настоящата работа за представяне на местоположението в пространството се използва аналитичен подход, при който координатите се задават по отношение на различни системи. Описанието на преходите между координатните системи се постига чрез аналитични съждения с използване на алгебрични манипулации [3]. Всяка точка в такава координатна система може да се опише от вектор с край в тази точка и начало в центъра на системата (фиг.1).



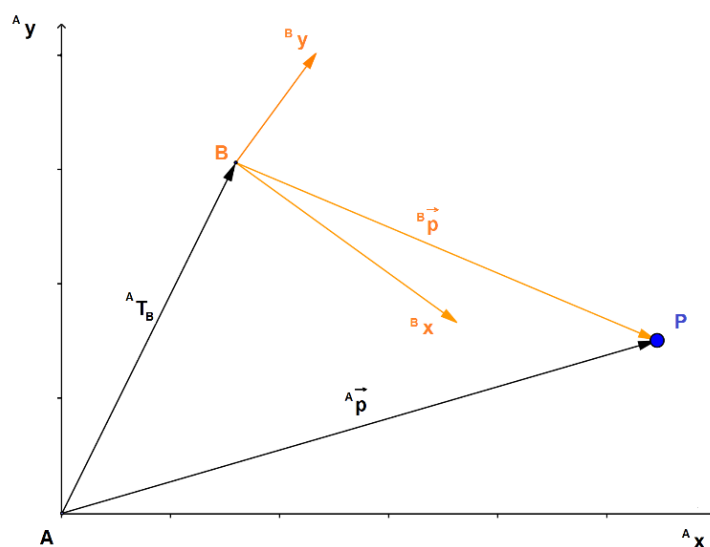
Фиг.1. Представяне на точката P като вектор ${}^A\vec{p}$ в двумерното пространство, описано от координатната система A

Векторът може да се представи в алгебричен вид като вектор-колона или транспониран вектор-ред:

$${}^A\vec{p} = \begin{bmatrix} {}^Ap_x \\ {}^Ap_y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} {}^Ap_x & {}^Ap_y \end{bmatrix}^T \quad (1)$$

където p_x и p_y са проекциите на вектора съответно върху осите x и y , а означението A като горен ляв индекс указва координатната система, по отношение на която се извършва описанието.

В редица лабораторни упражнения, провеждани във факултет Автоматика на ТУ-София, роботът се използва в комбинация с камера за техническо зрение. При такава постановка камерата заснема даден предмет и изчислява параметри, които описват неговото местоположение и очертания. Първоначално стойностите на тези параметри са валидни само по отношение на вътрешната координатна система на камерата. С цел да се използват за насочване на робота, описанията на заснетите предмети е необходимо да бъдат приведени към някоя известна за робота отправна система, например „Base 0“. Подобен е и случаят при създаване на потребителски (т.е. които не са включени фабрично от производителя) работни пространства - те не са априори известни на робота, а трябва да се трансформират към някаква вътрешна система.



Фиг.2. Представяне на местоположението от различни гледни точки

Разглежданият аналитичен подход за намиране на връзката между две координатни системи използва трансформацията (във вид на матрица) на едната система спрямо другата. На фиг.2 е представено описанието на т. P чрез вектори в отправните системи съответно A и B . За гореизложения пример т. P би могла да бъде точка от очертанието на обект, заснет от камерата, координатната система B да бъде вътрешна за камерата, а A - за робота. Изчисляването на матрицата на трансформация от A към B (${}^A T_B$) и залагането ѝ в управлението на робота му позволява да установи къде спрямо него се намират заснетите от камерата обекти. От фигурата е видно, че описанието на т. P в системата A може да се получи, като матрицата ${}^A T_B$ се умножи отдясно с вектора, описващ местоположението на точката в системата B :

$${}^A \vec{p} = {}^A T_B {}^B \vec{p} \quad (2)$$

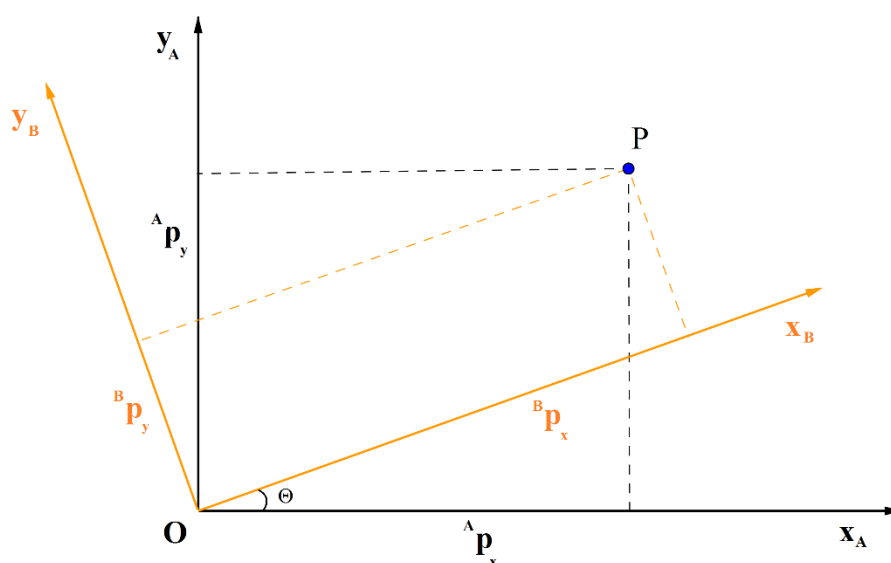
Трансформацията от своя страна съдържа в себе си две компоненти: ротация (завъртане) и трансляция (отместване).

3. РОТАЦИЯ НА КООРДИНАТНИ СИСТЕМИ

Ротационната матрица между две координатни системи определя еднозначно завъртането на всяка от осите на едната система спрямо всяка от осите на другата. Така например в двумерното пространство, ако x_A и y_A са координатните оси на система A , а x_B и y_B – на система B , то ротационната матрица на B спрямо A ще има вида[3]:

$${}^A R_B = \begin{bmatrix} x_A x_B & y_A x_B \\ x_A y_B & y_A y_B \end{bmatrix} \quad (3)$$

Конкретните стойности на елементите в матрицата може да се изведат чрез тригонометрични зависимости, приложени върху следното графично представяне на ротацията[4]:



Фиг.3. Ротация между две координатни системи в двумерното пространство

$${}^A p_x = {}^B p_x \cos(\Theta) - {}^B p_y \sin(\Theta) \quad (4)$$

$${}^A p_y = {}^B p_x \sin(\Theta) + {}^B p_y \cos(\Theta) \quad (5)$$

където ${}^A p_x$ и ${}^A p_y$ са проекциите на вектора $\vec{OP}$ съответно върху осите x_A и y_A , а ${}^B p_x$ и ${}^B p_y$ – върху осите x_B и y_B .

В матричен вид това може да се представи по следния начин:

$$\begin{bmatrix} {}^A p_x \\ {}^A p_y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos(\Theta) & -\sin(\Theta) \\ \sin(\Theta) & \cos(\Theta) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} {}^B p_x \\ {}^B p_y \end{bmatrix} \quad (6)$$

Ако съгласно (1) вектор-колони се заместят с описваните от тях вектори, се получава

$${}^A \vec{p} = {}^A R_B {}^B \vec{p},$$

където ротационната матрица

$${}^A R_B = \begin{bmatrix} \cos(\Theta) & -\sin(\Theta) \\ \sin(\Theta) & \cos(\Theta) \end{bmatrix} \quad (7)$$

Така получената ротационна матрица R е ортонормирана [4], което означава, че тя притежава следните свойства [3][4]:

1. Обратната ѝ матрица е равна на транспонираната $R^{-1} = R^T$, което е равносилно на $RR^T = I$, където I е единичната матрица. Оттук следва, че ${}^A R_B = ({}^B R_A)^T$.

2. Редовете (колони) на R са взаимно ортогонални и всеки ред (колона) представлява единичен вектор.

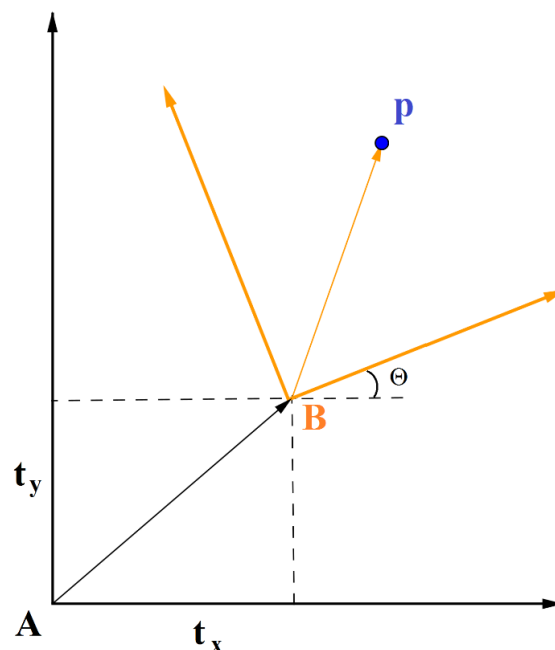
3. Нормата на всеки ред (колона) е равна на 1, а скалярното произведение на всеки ред (колона) е равно на 0.

4. Детерминантата $|R| = 1$.

От свойствата 2 и 3 следва, че вектор-колони в ротационната матрица указват новата ориентация на осите (т.е. какво е завъртането на координатната система B спрямо A), тъй като ориентацията се състои именно от единични вектори.

4. ТРАНСЛАЦИЯ НА КООРДИНАТНИ СИСТЕМИ

При трансляция координатното начало се премества в ново положение, а координатните вектори се пренасят успоредно в него, без да се променят дължините им и ъглите между тях. Следователно, за да се получи пълната трансформация между две системи, към ротацията трябва да се добави трансляцията (фиг. 4).



Фиг.4. Трансформация, съставена от ротация и трансляция.

Ако трансляционният вектор $\vec{t}$ се представи като вектор-колона с проекциите му върху координатните оси, формула 2 придобива вида:

$${}^A \vec{p} = {}^A R_B {}^B \vec{p} + \begin{bmatrix} t_x \\ t_y \end{bmatrix} \quad (8)$$

Макар зависимостта (8) да е правилна, тя включва две действия - умножение и събиране. Това я прави недостатъчно компактна за нуждите на роботиката, където много често е необходимо за кратко време да се извършват последователно тран-

сформации на няколко координатни системи. Един от начините за справяне с това неудобство е въвеждането на допълнителни, т.нар. „хомогенни“ координати.

5. ХОМОГЕННИ ТРАНСФОРМАЦИИ

Представянето на трансформацията в хомогенен вид на практика изисква добавяне на допълнителна координата в края на всяка вектор-колона. Конкретно в сферата на роботиката хомогенните координати в последния ред на ротационната матрица винаги получават стойност 0, а в последния ред на трансляционния вектор - стойност 1 [4]. Така матрицата на трансформация и векторът, описващ т. P в система B , придобиват следния вид:

$${}^A T_B = \begin{bmatrix} {}^A R_B & {}^A \vec{t}_B \\ 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad {}^B \vec{p} = \begin{bmatrix} {}^B p_x \\ {}^B p_y \\ 1 \end{bmatrix} \quad (9)$$

Ако (2) се изрази чрез (9) и векторът ${}^A \vec{t}_B$ се представи в алгебричен вид, се получава:

$${}^A \vec{p} = \begin{bmatrix} {}^A p_x \\ {}^A p_y \\ 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} {}^A R_B & \begin{bmatrix} t_x \\ t_y \end{bmatrix} \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} {}^B p_x \\ {}^B p_y \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} {}^A R_B \begin{bmatrix} {}^B p_x \\ {}^B p_y \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} t_x \\ t_y \end{bmatrix} \\ 1 \end{bmatrix} \quad (10)$$

По този начин компактното описание на пълната трансформация (вече включваща и трансляция) от (2) се запазва, с което се улеснява пресмятането ѝ при многократен преход между различни координатни системи. Например за N на брой трансформации описанието на т. P в система 0 може да се намери, ако е известно описанието ѝ в система N и се изчислят „междинните“ матрици на трансформация:

$${}^0 \vec{p} = {}^0 T_1 {}^1 T_2 \dots {}^{N-1} T_N {}^N \vec{p} \quad (11)$$

6. ТРАНСФОРМАЦИИ В ТРИМЕРНОТО ПРОСТРАНСТВО

За пресмятане на трансформации в тримерното пространство (3D) остават в сила всички по-горе представени изводи за двумерното пространство (2D). Ротациите в 2D могат да се разглеждат като ротации в 3D, извършвани обаче винаги около оста z . Тук те може да са около всяка една (или повече) от трите оси. С добавяне на трета координата ротационната матрица получава следния вид:

$${}^A R_B = \begin{bmatrix} x_A x_B & y_A x_B & z_A x_B \\ x_A y_B & y_A y_B & z_A y_B \\ x_A z_B & y_A z_B & z_A z_B \end{bmatrix} \quad (12)$$

Съгласно свойствата на ортонормираните матрици, ако завъртането става около оста z , скаларното произведение $z_A z_B$ ще бъде равно на 1, а всички други произведения с участие на проекциите на $\vec{z}$ ще бъдат равни на 0. След заместване със стойностите на останалите скаларни произведения, получени по (4), (5) и (6), се получава:

$${}^A R_B = \begin{bmatrix} \cos(\Theta) & -\sin(\Theta) & 0 \\ \sin(\Theta) & \cos(\Theta) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (13)$$

Зависимостта (13) е идентична с хомогенизираната формула на матрицата на трансформация в 2D при отсъствие на трансляция. Аналогично се получават ротационните матрици при завъртане под ъгъл Θ съответно около оста x и y (указани като долни индекси на R):

$$R_{x,\Theta} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos(\Theta) & -\sin(\Theta) \\ 0 & \sin(\Theta) & \cos(\Theta) \end{bmatrix}, \quad R_{y,\Theta} = \begin{bmatrix} \cos(\Theta) & 0 & \sin(\Theta) \\ 0 & 1 & 0 \\ -\sin(\Theta) & 0 & \cos(\Theta) \end{bmatrix} \quad (14)$$

7. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Част I на настоящата статия представя как се описва пространственото местоположение чрез вектори - дължината на проекциите на един вектор върху всяка от осите са координатните му стойности за тази ос и намирането на тези проекции е достатъчно за точното му описание в произволно n -мерно пространство. В роботиката много често е необходимо описанието да се представи от различни „гледни точки“, формализирани чрез координатни системи, и да се намери съответствието между тях с цел преминаване от една в друга. Тук е представена методика за изчисляване на тази трансформация, като е разгледана всяка от компонентите ѝ - ротация и трансляция - съответно за 2- и 3-мерно пространство.

Посочен е също начин за привеждане на описанията и трансформациите в хомогенен вид, което ги прави математически по-компактни и подходящи за изчисления конкретно в сферата на роботиката.

Както вече беше споменато, промишлените роботи обикновено разполагат с алгоритми за намиране на координатните трансформации, внедрени от производителя като готово решение. За потребителите обаче, включително изследователи и обучаващи се, остава неясно какви точно са тези алгоритми и как те са реализирани. Ето защо настоящата статия представя нагледно един от известните методи за изчисляване на трансформации в разбираем вид, подходящ за непосредствено приложение в изследвания и лабораторни упражнения.

Както е показано в Част II на едноименната работа, тази методика може да се използва за изучаване на движенията на промишлени роботи, а също така и за установяване на неточности в позиционирането или траекторията.

ЛИТЕРАТУРА

[1] Wang, Wei & Yu, Guoyu & Xu, Min & Walker, David. (2014). Coordinate transformation of an industrial robot and its application in deterministic optical polishing. Optical Engineering. 53. 055102. 10.1117/1.OE.53.5.055102.

[2] Liu, Bailing & Zhang, Fumin & Qu, Xinghua & Shi, Xiaojia. (2016). A Rapid Coordinate Transformation Method Applied in Industrial Robot Calibration Based on Characteristic Line Coincidence. Sensors. 16. 239. 10.3390/s16020239.

[3] Dragan Kostić, Introduction Robotics, WTB Dynamics and Control, September - October 2009

[4] Matei Ciocarlie, Robotics course at edX, 2019

Автор: Данаил Славов, ас. инж., катедра „Автоматизация на електрозадвижванията“, Факултет Автоматика, Технически Университет-София, E-mail address: d.slavov@tu-sofia.bg

Постъпила на 07.10.2019 г.

Рецензент: доц. д-р Владимир Христов

ТРАНСФОРМАЦИИ НА КООРДИНАТНИ СИСТЕМИ НА ПРОМИШЛЕН РОБОТ MITSUBISHI MELFA - II ЧАСТ

Данаил Славов

Резюме: В Част II се провеждат експерименти с прилагане на разгледаната в Част I методика за пресмятане на трансформациите при промишлени роботи. Разглеждат се описания на координатни системи, заложен от производителя, и начини за задаване на потребителски работни пространства в използвания робот. Изследват се трансформациите в дву- и тримерното пространство. Реализирано е софтуерно приложение, нагледно изобразяващо преминаването между координатните системи. Предложена е процедура за намиране на грешки в позиционирането. Анализите потвърждават практическото значение на подхода за изучаване на трансформациите при този клас роботи и също така установяват наличие на грешки в позиционирането на използвания робот.

Ключови думи: промишлени роботи, Melfa RV-2F-Q, RT Toolbox, матрица на трансформация, работна координатна система

COORDINATE SYSTEM TRANSFORMATIONS IN MITSUBISHI MELFA INDUSTRIAL ROBOT - PART 2

Danail Slavov

Abstract: Part II of the paper describes several experiments conducted with the application of the methodology for calculating transformations in industrial robots which was considered in Part I. Descriptions of the factory set coordinate systems are included as well as methods for setting up custom workspaces in the robot used. 2D and 3D transformations are examined. A software application is implemented which demonstrates the transition between coordinate systems. A procedure for finding errors in robot positioning is proposed. Analyzes confirm the practical importance of the approach for studying transformations in this class of robots and also find errors in the positioning of the robot used.

Keywords: industrial robots, Melfa RV-2F-Q, RT Toolbox, transformation matrix, work coordinate system

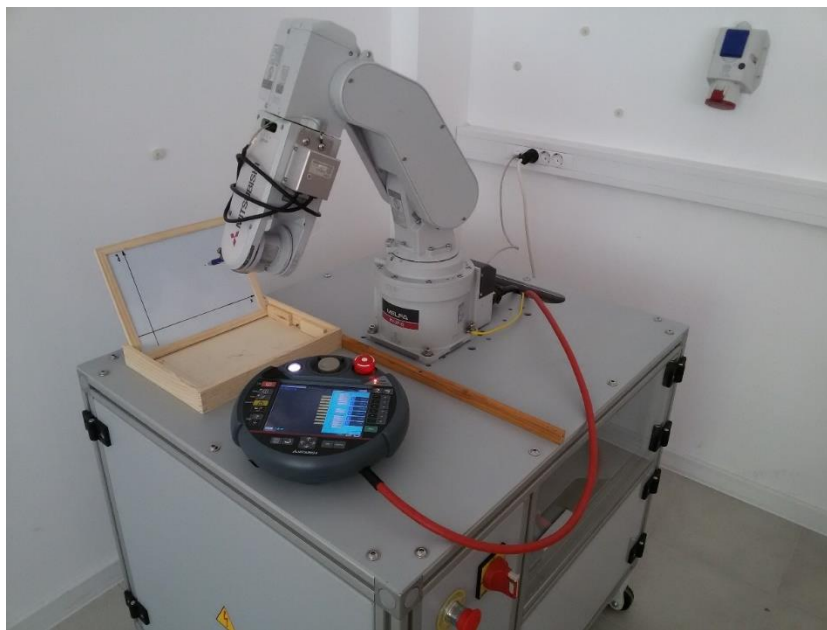
1. ВЪВЕДЕНИЕ

В Част I на едноименната статия се разглежда изчислителна методика за намиране на трансформацията между координатни системи в дву- и тримерното пространство. В това продължение описаният подход се прилага на практика

чрез провеждане на експерименти с използване на промишлен робот Mitsubishi Melfa. Съставят се няколко опитни постановки за снемане на данните, включително посредством съществуващите инструменти в използвания робот. За целите на изследването е създадено специално софтуерно приложение, което управлява робота при преместване и подреждане на предмети между различни работни пространства. Изчислените резултати се сравняват с данните от измерванията и се анализира съответствието между тях. Разглежда се приложимостта на методиката за практическо изучаване на движенията при този клас промишлени роботи, както и за установяване на неточности в тяхното позициониране.

2. ИЗПОЛЗВАНИ КООРДИНАТНИ СИСТЕМИ И ЕКСПЕРИМЕНТАЛНА ПОСТАНОВКА

За провеждане на изследванията се използва промишлен робот Mitsubishi Melfa, модел RV-2F-Q, с който катедрата разполага в новоизградената лаборатория „Роботика и автоматика“. Той се състои от сериен манипулатор с антропоморфна структура (т.нар. „роботизирана ръка“), контролер CR750-Q, пулт за дистанционно управление и допълнително приспособена работна маса (фиг.1).



Фиг.1. Робот Mitsubishi Melfa RV-2F-Q – манипулаторът е закрепен върху работна маса, в която е поместен контролерът.

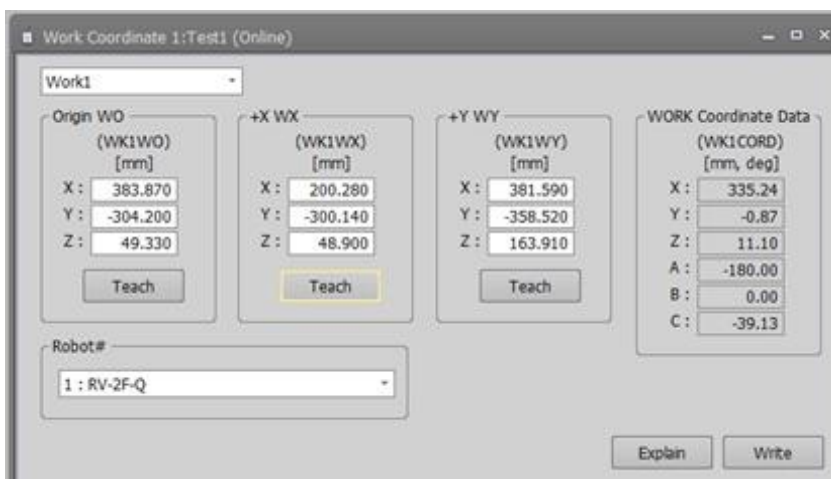
Манипулаторът има 6 степени на свобода и товароносимост 2 kg [1]. Вътрешните координатни системи включват основната координата („Base 0“), координатата на инструмента („Tool“) и евентуално една или повече потребителски координатни системи. Взаимното разположение на осите при всяка от тези системи се подчинява на правилото на дясната ръка (фиг.2). Основната координатна система се определя от положението на монтажния фланец на робота. Началото ѝ представлява проекция на оста на въртене на първата става в равнината, определена от основата на робота. [2]. Когато към крайния фланец (т.нар. „механичен интерфейс“) на робота не е прикрепен инструмент, по подразбиране координатната система „Tool“ започва от центъра на фланеца, оста z е насочена

от него навън, а осите x и y са перпендикулярни на нея и помежду си. Във възприетата от Mitsubishi терминология е прието центърът на тази система да се нарича „контролна точка“. Когато има инструмент, напр. хващач или заваръчна горелка, трябва да се определи изместването на контролната точка. Най-добре е това да се съобрази със специфичното приложение, като например в случая с хващач точката може да е средата на разстоянието между палците му. При евентуална смяна на инструмента е необходимо само да се промени отместването на контролната точка и отново не се налага цялостно препрограмиране. Често в практиката се използват инструменти, които са ротационно симетрични, така че е достатъчно да се зададе отместване само по z .

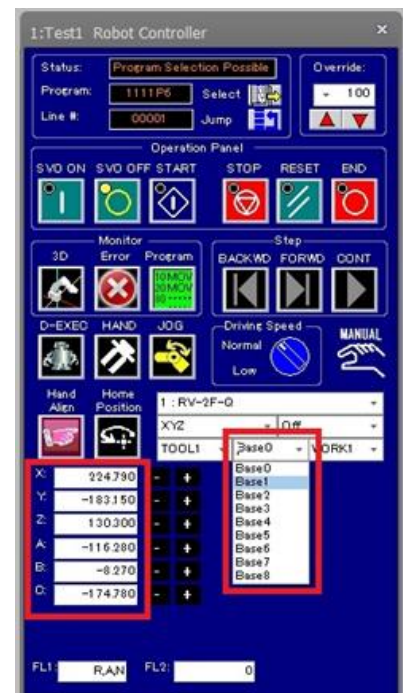


Фиг.2. Правило на дясната ръка: палецът сочи положителната посока на z , а завъртането на останалите пръсти е от x към y [3].

За целите на конкретно приложение на робота е удобно да се създадат работни пространства, които се описват с изцяло персонализирани координатни системи (в серията Melfa се именуват като „Base N“, където $N \in [1, 8]$). По този начин непосредствено може да се програмира придвижването и положението на инструмента по отношение на всяка от зададените потребителски (работни) системи.



Фиг.3. Задаване на работна координатна система в прозореца „Work coordinate“ на RT Toolbox 3.



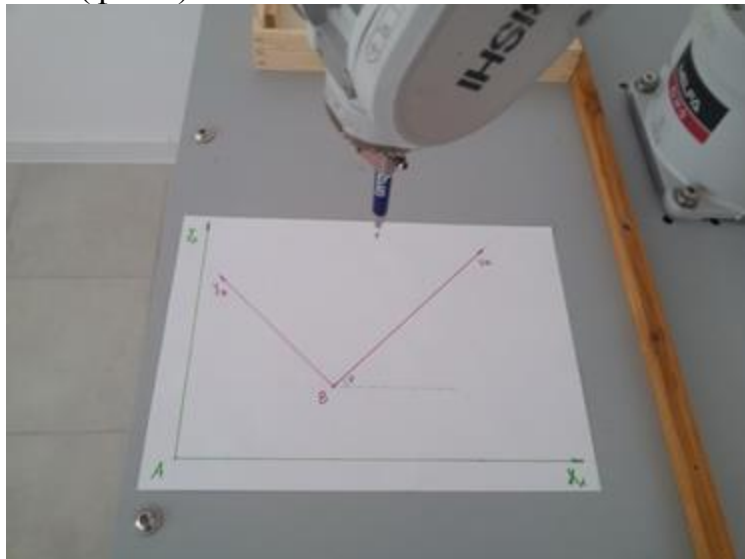
Фиг.4. Контролен панел и избор на координатна система.

При използвания робот може да се задават работни системи в софтуера RT Toolbox (фиг.3), като се посочат координатите на центъра и по една точка съответно от оста x и y . [4] Направлението на z се определя от свойствата на Декартовата координатна система и правилото на дясната ръка.

За постигане на по-голяма прецизност е необходимо инструментът да е с достатъчно тесен връх (в случая е използвана химикалка) и контролната точка максимално добре да съвпада с него. След това се снима описанието на няколко точки във всяка координатна система. Контролната точка се привежда в желаното местоположение и последователно се отчитат координатите в двете работни пространства - чрез смяна на параметъра „Base 0“, ..., „Base 8“ в контролния панел (фиг.4).

3. ИЗСЛЕДВАНЕ НА ТРАНСФОРМАЦИЯТА В ДВУМЕРНОТО ПРОСТРАНСТВО

За първия експеримент се съставят две координатни системи в равнина, като между тях има отместване около 100 mm по оста x и 50 mm по y , както и ротация под ъгъл $\theta \approx 45^\circ$ (фиг.5).



Фиг.5. Опитна постановка за изследване на трансформацията в двумерното пространство.

Съгласно приложената методика в Част I на едноименната статия, описанието на дадена т. P в системата A може да се получи, като матрицата ${}^A T_B$ се умножи отдясно с вектора, описващ местоположението на точката в системата B :

$${}^A \vec{p} = {}^A T_B {}^B \vec{p} \quad (1)$$

Ако вместо вектори, описващи по една точка, се използват матрици с вектор-колони, (1) може да се представи в следния вид:

$${}^A P = {}^A T_B {}^B P \Rightarrow {}^A T_B = {}^A P ({}^B P)^{-1} \quad (2)$$

Т.е. за намиране на матрицата на трансформация от A към B трябва да се изчисли инверсната матрица на ${}^B P$ и да се умножи отдясно на ${}^A P$. Това изисква подходящо описание във всяка от двете равнини. Тъй като ${}^A T_B$ в хомогенен вид трябва да има размерност 3×3 , такава трябва да е и размерността на матриците, съставени от вектор-колони, които на свой ред описват местоположенията на

снетите точки. Тези матрици също ще бъдат в хомогенен вид, което означава, че последният ред на всяка от тях ще е съставен от елементи със стойност 1. Следователно за построяването им е необходимо да се използват координатите на три точки:

$${}^iP = \begin{bmatrix} {}^iP_{0x} & {}^iP_{1x} & {}^iP_{2x} \\ {}^iP_{0y} & {}^iP_{1y} & {}^iP_{2y} \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix} \quad (3)$$

където i е означението на координатната система – A или B .

В табл.1 са представени снетите данни за три точки ($P0$ и $P1$ и $P2$), описани във всяка от двете системи – A и B .

Табл. 1.

точка	ос	координатна система A	координатна система B
$P0$	x	25.55	-0.31
	y	123.55	104.66
$P1$	x	224.86	53.08
	y	-0.08	-123.72
$P2$	x	72.75	7.4
	y	87.31	45.65

След като тези координати се заместят в (3), за AP и BP се получава:

$${}^AP = \begin{bmatrix} 25.55 & 224.86 & 72.75 \\ 123.55 & -0.08 & 87.31 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}, \quad {}^BP = \begin{bmatrix} -0.31 & 53.08 & 7.4 \\ 104.66 & -123.72 & 45.65 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$$

Матрицата AT_B се изчислява по (2):

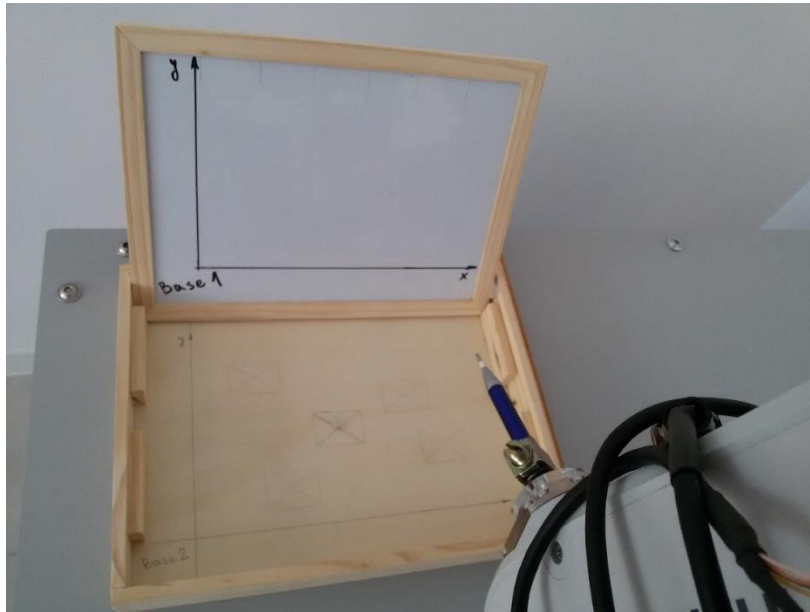
$${}^AT_B = \begin{bmatrix} 25.55 & 224.86 & 72.75 \\ 123.55 & -0.08 & 87.31 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0.121872 & 0.03287 & -2.40235 \\ 0.042461 & 0.005548 & -0.56747 \\ -0.16433 & -0.03842 & 3.969824 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.706428 & -0.70757 & 99.8228 \\ 0.705952 & 0.70637 & 49.84017 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

За верифициране на показаната изчислителна методика се провежда сравнение между стойностите на елементите в получената матрица и стойностите, заложи при съставянето на опитната постановка. На практика, постановката е реализирана с точност до 1 mm, така че е уместно елементите в матрицата да се закръглят до целочислени стойности. Сравнението показва, че резултатът от изчисленията съответства на действителната трансляция (100 mm по x и 50 mm по y) и ротация ($\cos^{-1}(0.706) \approx 45^\circ$).

4. ИЗСЛЕДВАНЕ НА ТРАНСФОРМАЦИИ В ТРИМЕРНОТО ПРОСТРАНСТВО

Постановката на тази задача представлява конструкция от две неподвижно свързани една към друга плоскости. Всяка от тях определя равнина, която служи за основа на работно пространство - наименувани в контролера на робота като „Base 1“ и „Base 2“ (фиг.6). Реализирано е софтуерно приложение, чрез което роботът премества твърди предмети от едно работно пространство в друго (фиг.7). Хващачът последователно взема наредените един върху друг предмети

(кубчета с прикрепени към тях магнити) от първата плоскост, премества ги в пространството и ги поставя върху втората плоскост един до друг. След това процесът продължава в обратен ред.



Фиг.6. Опитна постановка за изследване на трансформации в тримерното пространство.

Движението се извършва в тримерното пространство, като на различни етапи от приложението предметите може да бъдат отместени един спрямо друг по всяка от трите оси.



Фиг.7. Преместване на предмети между различни работни области.

За този експеримент са снети координатите на 6 точки, описани в 3 системи: „Base 0“ (основната отправна система на робота), „Base 1“ и „Base 2“ (табл.2). Тъй като се разглеждат тримерни координати, в хомогенен вид матрицата на трансформация 1T_2 (т.е. от „Base 1“ към „Base 2“), както и матриците, съставени от вектор-колони, ще бъдат с размерност 4 x 4, което налага да се използва описанието на 4 точки (P_0 , P_1 , P_2 и P_3) от тези в табл. 2 . В (3) се добавя още един ред за оста z:

$${}^iP = \begin{bmatrix} {}^iP_{0_x} & {}^iP_{1_x} & {}^iP_{2_x} & {}^iP_{3_x} \\ {}^iP_{0_y} & {}^iP_{1_y} & {}^iP_{2_y} & {}^iP_{3_y} \\ {}^iP_{0_z} & {}^iP_{1_z} & {}^iP_{2_z} & {}^iP_{3_z} \\ 1 & 1 & 1 & 1 \end{bmatrix} \quad (4)$$

Табл.2.

точка	ос	Base 0	Base 1	Base 2
$P0$	x	383.9	-0.03	4.44
	y	-304.07	-0.15	181.66
	z	49.22	0.07	43.23
$P1$	x	212.03	171.88	176.32
	y	-300.31	-0.12	179.83
	z	48.84	0.03	43.28
$P2$	x	381.67	0.72	4.93
	y	-359.27	128.07	236.57
	z	164.94	-0.23	159.1
$P3$	x	349.13	34.29	38.84
	y	-311.09	116.07	188.71
	z	174.09	46.59	168.17
$P4$	x	251.38	143.35	142.55
	y	182.75	-246.5	-303.49
	z	5.73	418.64	-1.35
$P5$	x	414.49	-29.93	-25.76
	y	-275.75	-32.86	153.06
	z	26.84	16.64	20.67

Тук i е номерът на координатната система в записа „Base i “, т. е. 0, 1 или 2.

За да се намери матрицата на трансформация от „Base 1“ към „Base 2“, съгласно (2), трябва 1P да се умножи отлясно с инверсната матрица на 2P . След като в (4) се заместят експериментално сметените координати на точките, за 1P и 2P се получава:

$${}^1P = \begin{bmatrix} -0.03 & 171.88 & 0.72 & 34.29 \\ -0.15 & -0.12 & 128.07 & 116.07 \\ 0.07 & 0.03 & -0.23 & 46.59 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}, \quad {}^2P = \begin{bmatrix} 4.44 & 176.32 & 4.93 & 38.84 \\ 181.66 & 179.83 & 236.57 & 188.71 \\ 43.23 & 43.28 & 159.1 & 168.17 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$$

Матрицата 1T_2 отново може да се намери по (2):

$${}^1T_2 = \begin{bmatrix} -0.03 & 171.88 & 0.72 & 34.29 \\ -0.15 & -0.12 & 128.07 & 116.07 \\ 0.07 & 0.03 & -0.23 & 46.59 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -0.005873 & -0.00531 & -0.00609 & 2.254664 \\ 0.005859 & 0.003805 & -0.00183 & -0.63819 \\ 0.000222 & 0.020817 & -0.00124 & -3.72925 \\ -0.000208 & -0.01931 & 0.009151 & 3.112772 \end{bmatrix} =$$

$$= \begin{bmatrix} 1.00025 & 0.007071 & -0.00111 & -5.70777 \\ 0.00444 & 0.425381 & 0.904981 & -116.567 \\ -0.00999 & -0.90459 & 0.426132 & 146.0204 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Ако стойностите на елементите в 1T_2 се закръглят до втория знак след десетичния разделител, матрицата добива вида на общото описание за ротация около една ос (формула 14 в Част I), по което може да се заключи, че координатната

система „Base 2“ е завъртяна спрямо „Base 1“ около оста x под ъгъл приблизително 65° и е отместена на приблизително 40 mm по x , 189 mm по y и 168 mm по z .

По (1) се пресмятат какви би трябвало да са координатите на точки $P4$ и $P5$ съгласно изведеното по-горе описание на трансформацията. Също така се намира грешката между изчислените и измерените стойности по следната формула:

$$e = \frac{p_c - p_a}{p_c} \cdot 100[\%] \quad (5)$$

където p_c – изчислена, а p_a – измерена координата.

В табл.3 са представени получените резултати за изчислените, измерените координати и грешката за двете точки.

Табл. 3.

Изчислени, измерени координати и грешка за точките $P4$ и $P5$

точка	ос	изчислени координати, mm	измерени координати, mm	грешка, %
$P4$	x	134.7333108	134.35	0.284
	y	-246.254515	-246.5	-0.100
	z	418.5553726	418.64	-0.020
$P5$	x	-30.41478616	-29.93	1.594
	y	-32.86637642	-32.86	0.019
	z	16.62935966	16.64	-0.064

Макар стойностите да са много близки, наблюдава се известно несъответствие между изчислените и измерените координати, като то е най-силно за описанията по оста x .

5. ИЗЧИСЛЯВАНЕ НА СЪСТАВНА ТРАНСФОРМАЦИЯ

Привеждането на пространственото описание в хомогенен вид позволява по-ефективно изчисляване последователно на няколко трансформации. Това се налага например при дейности, свързани с решаване на правата и обратната задача на кинематиката, при което е необходимо да се намерят трансформациите последователно на всички звена на робота. Резултатът отново би бил полезен в обучителния процес и конкретно провеждането на лабораторни упражнения, тъй като може да послужи като основа за реализиране на управление на роботизирани системи, при които такова поначало липсва.

За да се провери тази методика, изчислява се трансформацията от „Base 0“ към „Base 1“ чрез умножаване на трансформациите съответно от „Base 0“ към „Base 2“ и от „Base 2“ към „Base 1“:

$${}^0T_1 = {}^0T_2 {}^2T_1 \quad (6)$$

Чрез обръщане на вече намерената 1T_2 се получава 2T_1 , а 0T_2 се изчислява по гореописания начин:

$${}^0T_2 = {}^0P ({}^2P)^{-1} \quad (7)$$

Резултатите са следните:

$$\begin{aligned}
{}^2T_1 &= ({}^1T_2)^{-1} = \begin{bmatrix} 0.999827 & -0.00201 & 0.00687 & 4.469205 \\ -0.01093 & 0.426194 & -0.90514 & 181.787 \\ 0.000232 & 0.904675 & 0.425423 & 43.33594 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \\
{}^0T_2 &= \begin{bmatrix} -1.000317 & -0.02904 & -0.00125 & 393.6708 \\ 0.01129 & -0.99927 & -0.00289 & -122.467 \\ -0.002547 & -0.00341 & 1.000331 & 6.605915 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \\
{}^0T_1 &= {}^0T_2 {}^2T_1 = \begin{bmatrix} -0.999828 & -0.0115 & 0.01888 & 383.8666 \\ 0.02221 & -0.42853 & 0.90333 & -304.197 \\ -0.002277 & 0.903527 & 0.42863 & 49.32542 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}
\end{aligned}$$

Стойностите показват, че трансформацията от координатна система „Base 0“ към „Base 1“ съгласно общия алгебричен вид на хомогенната трансформация (формула 10 в Част I) е приблизително 384 mm по оста x , -304 mm по y и 49 mm по z . Съгласно формалното описание на ротацията около една ос (формули 13 и 14 в Част I) оста x_1 е завъртяна на 180° спрямо x_0 , т.е. двете оси са успоредни, но с противоположна посока. Ъгълът между y_0 и y_1 (и съответно между z_0 и z_1) е 64° . След измерване се установява, че изчислените стойности съответстват на действителното местоположение на елементите в опитната постановка – масата на робота спрямо допълнително прикрепените плоскости.

6. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В настоящата част на статията са приложени на практика описаните методи от Част I при използване на индустриален робот Melfa RV-2F-Q.

От начертани две координатни системи в двумерното пространство се снемат необходимите точки за изчисляване на трансформацията между тях и се установява точността на получените резултати. При подобна постановка се намира матрицата на трансформация между две системи в тримерното пространство и се анализира съответствието на изчислените параметри с практически заложените. И при двата експеримента се установява, че разглежданата методика представлява точен аналитичен инструмент за намиране на трансформация, който с успех може да се прилага в лабораторни упражнения по дисциплини в сферата на роботиката.

Опитно е изследвано, че представената и в двете части методика за пресмятане на трансформацията като произведение на няколко други трансформации е коректна и е удачно да се използва в практически образователни занятия.

Когато обаче експерименталният подход използва по-прецизно измерване чрез фабрично заложените в робота процедури (което изключва възможността за човешка грешка), се откриват известни несъответствия между изчислените и измерените стойности. Установяват се грешки между показваните от контролера координати на две точки и получените съгласно матрицата координати на същите точки. Възможно е това да се дължи на износване на конструктивните

елементи в манипулатора, разтягане на синхронизиращите ремъци и др. Забелязва се, че грешката е по-силно изразена за описанието по оста x , от което може да се предположи и наличие на неточности в изчислителните алгоритми на робота. Всичко това несъмнено представлява интерес за бъдещи изследвания. Процедурата за намиране на грешки в позиционирането може да се използва за съставяне на показатели за износоустойчивостта и за необходимостта от профилактична поддръжка или преждевременна подмяна на конструктивни елементи при този тип промишлени работи.

ЛИТЕРАТУРА

- [1] Mitsubishi Electric, RV-2F-Q Series Standard Specifications Manual
- [2] Wang, Wei & Yu, Guoyu & Xu, Min & Walker, David. (2014). Coordinate transformation of an industrial robot and its application in deterministic optical polishing. Optical Engineering. 53. 055102. 10.1117/1.OE.53.5.055102.
- [3] Arjuna Senanayake, 2D and 3D Coordinate Systems. Graphs, <https://image.slidesharecdn.com/lecture2-1-graphsi-linear-120910035134-phpapp02/95/fundamentals-of-2d-and-3d-graphs-16-728.jpg?cb=1347249208>
- [4] Mitsubishi Electric, CR750/CR751 Series Controller Instruction Manual. Detailed explanations of functions and operations

Автор: Данаил Славов, ас. инж., катедра „Автоматизация на електрозадвижанията“, Факултет Автоматика, Технически Университет-София, E-mail address: d.slavov@tu-sofia.bg

Постъпила на 07.10.2019 г.

Рецензент: доц. д-р Владимир Христов

H_{∞} УПРАВЛЕНИЕ НА МНОГОМЕРЕН ОБЕКТ С PLC

Цоньо Славов, Николай Николов

Абстракт: В работата се разглежда цялостната процедура по синтез и реализация на система за управление на многомерни обекти с промишлен контролер. Многомерният модел на обекта се извежда със средствата на идентификация чрез подхода на „черната кутия“. На базата на този модел по-нататък се извършва синтез на робастен закон за управление, който се реализира в стандартен промишлен контролер. Разгледан е пример за робастно управление на аналогов модел с два входа и два изхода. Дадени са резултатите от симулирането на затворената система и експерименталните резултати, получени с използване на промишления контролер.

Ключови думи: идентификация на многомерни обекти, робастно управление, PLC, промишлена система за управление.

H_{∞} CONTROL OF MULTIVARIABLE PLANT BY PLC

Tsonyo Slavov, Nikolay Nikolov

Abstract: In this paper, the problem for multivariable plant identification, robust controller design and its implementation in conventional programmable logic controller is considered. The multivariable plant model is obtained by black box identification. The obtained model is used for H_{∞} controller design, which is implemented in programmable logic controller. An example for robust control of two-input two-output analog model is given. Simulation results for the closed-loop system and experimental results obtained by using the robust controller are given..

Key-words: identification of multivariable plants, robust control, PLC, industrial control system.

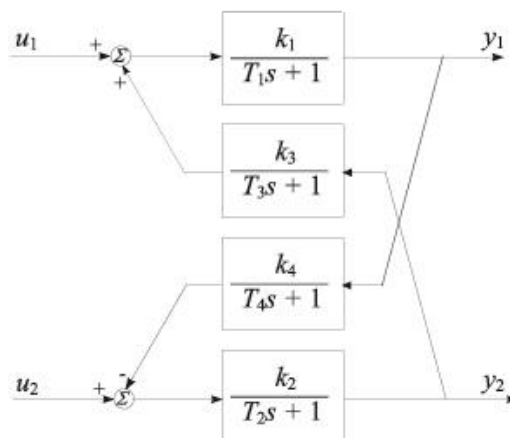
1. ВЪВЕДЕНИЕ

Основните проблеми, които възникват при проектирането и разработката на промишлени системи за управление на многомерни обекти са свързани с получаването на подходящ многомерен модел на обекта, който да описва достатъчно точно взаимните връзки между отделните входове и изходи и със синтеза и реализацията в промишления контролер на съвременен многомерен закон за управление, който да осигурява добро качество на затворената система. Обикновено за управлението се използват многомерни ПИД регулатори, които на практика най-често представляват няколко едномерни ПИД регулатора [1]. Те се настройват със сравнително прости процедури, при които първо се настройва един от едномерните ПИД регулатори, след това се настройва ПИД регулатора за следващия контур, така че да не се

влоши качеството на първия контур на управление и т.н[2]. Предимството на този подход е, че може да се използват прости методи за настройка, които изискват сравнително малко информация за динамиката на обекта. Основен недостатък пък е, че не се отчита пряко информацията за взаимните връзки между отделните канали в обекта и че не може да се гарантира качеството на процесите в многомерната система. Съществуват група методи, които се основават на декупирането на отделните канали на обекта за управление, при което описанието на многомерния обект се свежда до описание на няколко едномерни обекта. Тогава синтезът на регулатор може да се сведе до решаването на две задачи: определяне на компенсатора, който декупира многомерния обект и синтез на няколко едномерни регулатора за всеки един от входно-изходните канали на декупирания многомерен обект [2]. На практика този подход изисква информация за взаимните връзки между отделните канали и не винаги може да се определи подходящ компенсатор, който да осигури декупиране от една страна и нечувствителност към немоделираната динамика и смущенията от друга. Съвременната теория на управлението предлага методи за синтез на многомерни регулатори на базата на многомерен модел на обекта, които гарантират качество на системата за управление [3]. Все още обаче в литературата се наблюдават сравнително малко резултати свързани с практическото приложение на такива закони за управление в промишлени системи. Нещо повече твърде малко са работите, в които се разглежда цялостната процедура по получаване на многомерен модел, синтез на многомерен регулатор и реализацията му в стандартен промишлен контролер. В работата се разглежда цялостната процедура по синтез и реализация на система за управление на многомерен обект с промишлен контролер. Многомерният модел на обекта се извежда със средствата на идентификация чрез подхода на „черната кутия“. На базата на този модел по-нататък се извършва синтез на робастен закон за управление, който се реализира в стандартен промишлен контролер. За демонстрация на предложената методология се разглежда задача за идентификация и управление на аналогов модел с два входа и два изхода. Идентифициран е и е валидиран дискретен стохастичен модел от 10-ти ред. По него е синтезиран H_∞ регулатор, който се реализира в програмируем логически контролер TM241SEC24T. Дадени са експериментални резултати от използването на реалния робастен регулатор.

2. ИДЕНТИФИКАЦИЯ НА МНОГОМЕРНИЯ ОБЕКТ

Разглежда се обект на управление с два входа и два изхода (фиг. 1). Физически обектът се реализира с аналогова моделираща система на фирмата HPS [4] под формата на борд, върху който се подреждат блокове с различни динамични функции. Тя се захранва от източник на постоянно напрежение $\pm 15V$. Линеиният диапазон на входните и изходните сигнали е $\pm 10V$. Връзката между отделните входове и изходи на блоковете се осъществява с помощта на проводници. Коефициентите на пропорционалност и времеконстантите са зададени произволно. Проведен е идентификационен експеримент в отворен контур, при който за осигуряване на постоянно възбуждане на обекта от аналоговите изходи на промишления контролер през усилвател към двата му входа се подават взаимно некорелирани случайни двоични последователности с нива: $1V$ и $3V$ за първи вход; $-0.5V$ и $1.5V$ за втори вход.



Фиг.1. Структурна схема на двумерния обект.

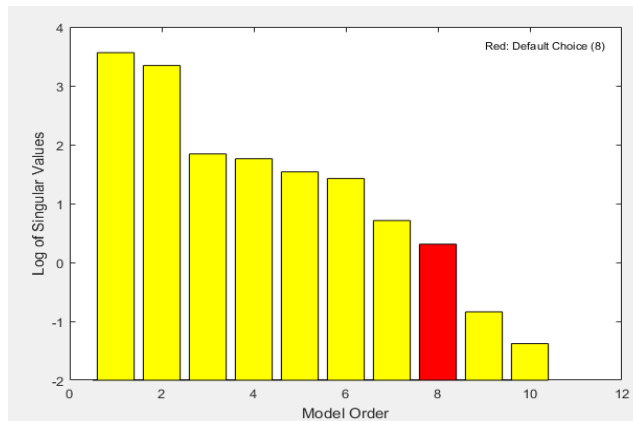
Измерените с такт на дискретизация $T_0 = 0.05s$ данни се центрират и се разделят на две извадки, които ще бъдат използвани за оценяване и валидация на модела. С метод на предсказаната грешка [5] се оценяват дискретни стохастични модели в пространство на състоянията от 1-ви до 10-ти ред от вида (1), където $y(k) = [y_1(k) \ y_2(k)]^T$ е вектор на изходните сигнали, $u(k) = [u_1(k) \ u_2(k)]^T$ - вектор с управляващите сигнали и $e(k) = [e_1(k) \ e_2(k)]^T$ - вектор с остатъчните грешки.

$$\begin{aligned} x(k+1) &= Ax(k) + Bu(k) + Ke(k) \\ y(k) &= Cx(k) + e(k) \end{aligned}, \quad (1)$$

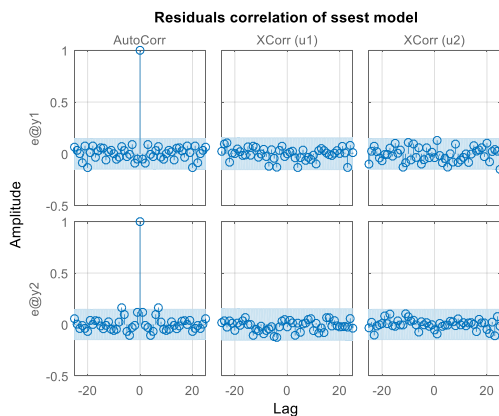
На фиг.2 са показани Ханкеловите сингулярни числа на моделите (1). Вижда се, че за моделите от 3-ти до 6-ти ред Ханкеловите сингулярни числа са значими и близки по стойност. Същевременно намаляване на стойността има за модела от 9-ти ред, което дава основание да се смята, че най-добрият модел е от 8-ми ред. Оценява се модел от вида (1) от 8-ми ред. Ивършена е валидация на оценения модел, като на фиг.3 и фиг.4 са показани корелационен тест на остатъците във времевата и честотната области. На фиг.5 е показано сравнение между измерените изходни сигнали и изходите на модела, а на фиг.6 са показани остатъците на оценения модел. Може да се приеме, че остатъчната грешка за модела от 8-ми ред има характер на бял гаусов шум.

От друга страна липсва корелация и съществено усилване между остатъците и входните сигнали. Всичко това показва, че получените оценки на параметрите са неизместени. Съвпадението от над 89% между изходните сигнали на модела и обекта показва, че моделът достатъчно добре описва динамиката на обекта за управление. Това се потвърждава и от факта, че максималните стойности на остатъците са на порядъци по-малки от максималните стойности на изходните сигнали. За целите на синтеза, полученият и валидиран модел от 8-ми ред се редуцира до модел от 4-ти ред. На фиг.7 и на фиг.8 са показани сингулярните числа и преходните функции на моделите от 8-ми и 4-ти ред.

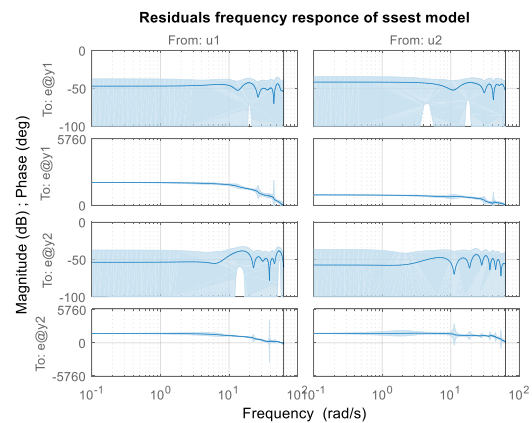
Вижда се, че намаляването на реда на модела е обосновано, тъй като няма съществена разлика в преходните функции, а разликите в сингулярните числа са за честотен диапазон, в който системата няма да работи.



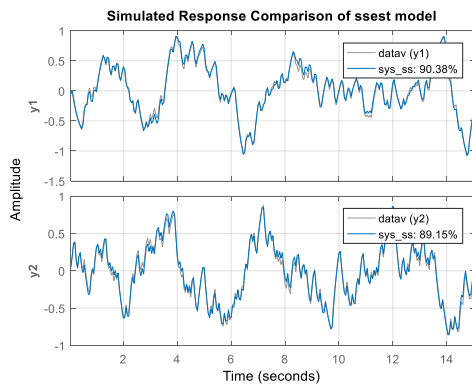
Фиг.2. Ханкеловите сингулярни числа на моделите от първи до десети ред.



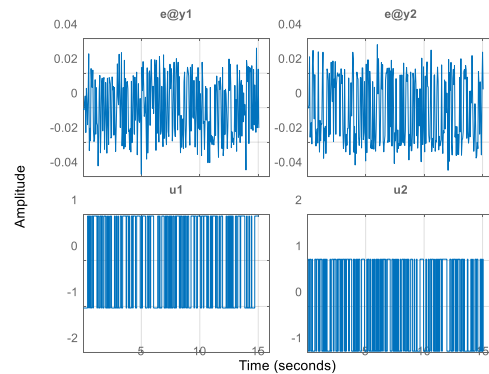
Фиг.3 Корелационен тест на остатъчната грешка.



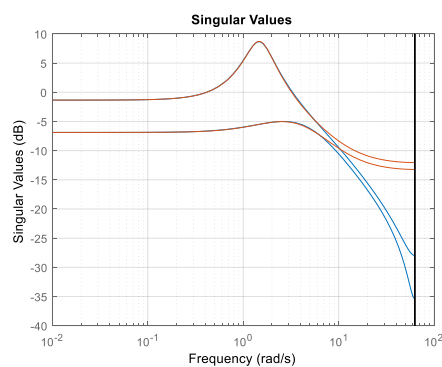
Фиг.4 Тест в честотната област на остатъчната грешка.



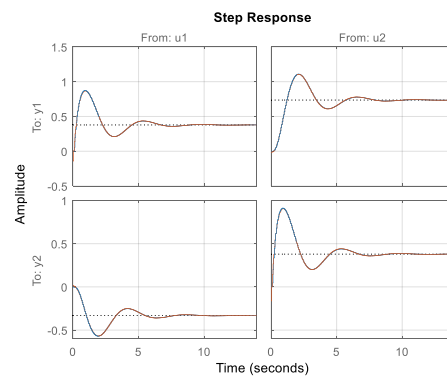
Фиг.5. Измерени изходни сигнали и изходни сигнали на модела.



Фиг.6. Остатъци на оценения модел.



Фиг.7. Сингулярни числа на моделите от 8-ми и 4-ти ред.



Фиг.8. Преходни функции на моделите от 8-ми и 4-ти ред.

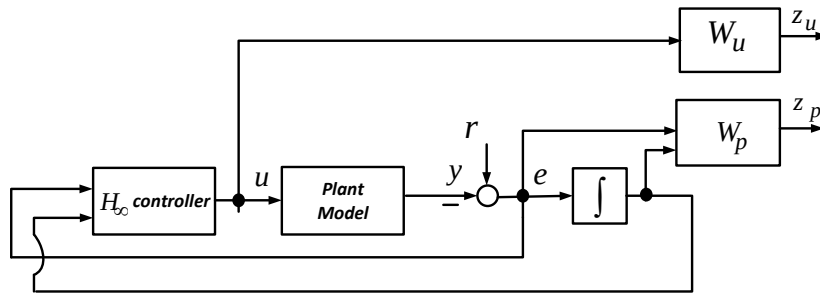
Така при синтеза на регулатор се използва модела (1) с матрици (2)

$$A = \begin{bmatrix} 0.8827 & -0.07915 & 0.01222 & -0.07701 \\ 0.06725 & 0.8975 & 0.09257 & 0.004242 \\ 0.1435 & 0.06957 & 0.8687 & 0.05017 \\ -0.07528 & 0.1467 & -0.06885 & 0.8521 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 0.00253 & -0.01819 \\ -0.01635 & -0.003845 \\ 0.01057 & 0.01243 \\ 0.01519 & -0.01057 \end{bmatrix},$$

$$K = \begin{bmatrix} 0.002814 & -0.01884 \\ -0.01711 & -0.004601 \\ 0.01819 & 0.004967 \\ 0.009457 & -0.00412 \end{bmatrix}, C = \begin{bmatrix} 5.4 & -23.17 & 1.53 & 1.059 \\ -29.55 & 5.202 & 0.7781 & -1.232 \end{bmatrix}, D = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (2)$$

3. СИНТЕЗ НА УПРАВЛЯВАЩО УСТРОЙСТВО

Структурната схема, използвана при синтеза на дискретния H_∞ регулатор е показана на фиг.9 [6]. За постигане на по-добро следене на заданието и за премахване на статичната грешка допълнително към H_∞ регулатора се подава интеграл от грешката. Структурата на фиг.9 дефинира задача за намиране на субоптимално управляващо устройство при смесена $S / K_c S$ чувствителност.



Фиг.9. Структурна схема на системата с H_∞ регулатор.

По отношение на изходите на качество и външните входове системата на фиг.9 се описва с (3) където $r = [r_1 \ r_2]^T$ е вектор със заданията, $z = [z_p \ z_u]^T$ са изходите за качество, G е предавателната матрица на модела на обекта (1), K_c е предавателната матрица на H_∞ регулатора, а W_p и W_u са предавателни матрици с филтрите на качеството.

$$z = \begin{bmatrix} W_p(I_{4 \times 4} + W_e G K_c)^{-1} W_e \\ W_u(I_{2 \times 2} + K_c W_e G)^{-1} K_c W_e \end{bmatrix} r, \quad (3)$$

Предавателната матрица на грешката се определя от

$$W_e = \begin{bmatrix} I_{2 \times 2} & 0_{2 \times 2} \\ 0_{2 \times 2} & W_{\text{int}} \end{bmatrix}, \quad (4)$$

където $W_{\text{int}} = \begin{bmatrix} \frac{T_0}{z-1} & 0 \\ 0 & \frac{T_0}{z-1} \end{bmatrix}$ е предавателна матрица с дискретни интегратори, а

$T_0 = 0.05s$ е такт на дискретизация. Предавателната матрица на регулатора се определя чрез решаване на оптимизационната задача

$$\min_{K_c} \left\| \begin{bmatrix} W_p(I_{4 \times 4} + W_e G K_c)^{-1} W_e \\ W_u(I_{2 \times 2} + K_c W_e G)^{-1} K_c W_e \end{bmatrix} \right\|_{\infty} \quad (5)$$

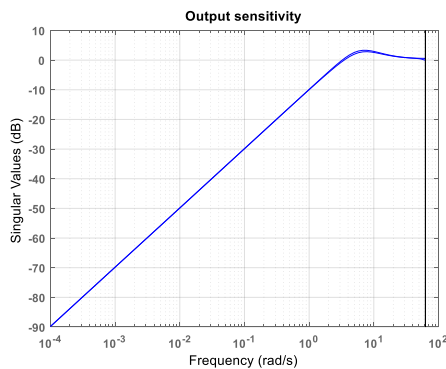
На практика се търси стабилизиращо субоптимално управляващо устройство K_{opt} за което

$$\left\| \begin{bmatrix} W_p(I_{4 \times 4} + W_e G K_{opt})^{-1} W_e \\ W_u(I_{2 \times 2} + K_{opt} W_e G)^{-1} K_{opt} W_e \end{bmatrix} \right\|_{\infty} < 1 \quad (6)$$

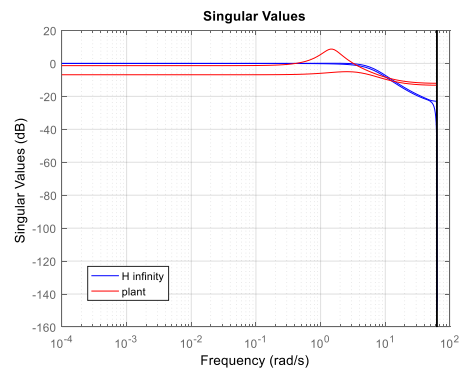
Изпълнението на (6) гарантира, че изискванията за качество зададени чрез филтрите W_p и W_u се удовлетворяват. Елементите на W_p се задават като нискочестотни филтри за постигане на добро следене на заданието и потискане на смущенията, а тези на W_u се задават като високочестотни филтри за постигане на ограничения в амплитудата на управляващия сигнал. Синтезът е направен при

$$W_p = \begin{bmatrix} \frac{0.15p + 0.9}{2p + 0.006} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{0.15p + 0.3}{2p + 0.002} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 2 \end{bmatrix}, \quad W_u = \begin{bmatrix} \frac{0.001p + 0.0075}{0.001p + 15} & \\ & \frac{0.001p + 0.0075}{0.001p + 15} \end{bmatrix} \quad (7)$$

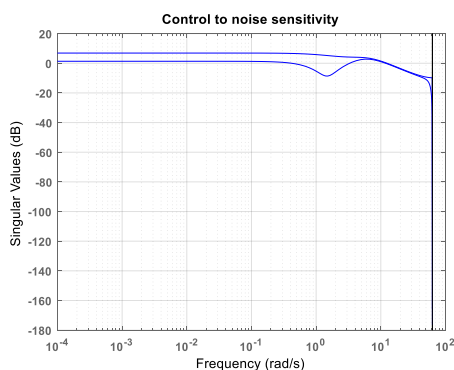
В резултат се получава стабилизиращ H_{∞} регулатор от 10-ти ред и H_{∞} нормата в неравенство (6) е 0.659. На фиг.10-фиг.13 са показани сингулярните числа на изходната и допълнителната чувствителности на регулатора и на чувствителността на управляващия сигнал към шумовете. Вижда се, че затворената система е със значително по-широка честотна лента от тази обекта. Без грешка ще се отработват задания с честоти до около $5rad/s$. Системата ще подтиска добре нискочестотните смущения и е сравнително нечувствителна към високочестотните шумове. В резултат амплитудата на управляващите сигнали ще остане в допустимия диапазон $\pm 5V$.



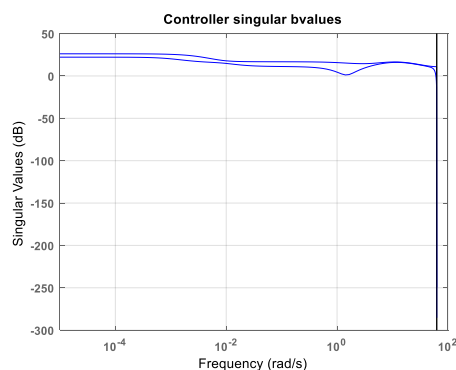
Фиг.10. Сингулярни числа на изходната чувствителност.



Фиг.11. Сингулярни числа на допълнителната чувствителност.



Фиг.12. Чувствителност на управлението към шума.



Фиг.13. Сингулярни числа на регулатора.

4. РЕАЛИЗАЦИЯ НА СИСТЕМАТА ЗА УПРАВЛЕНИЕ

Хардуерната част на разработената система за управление на аналоговия обект е показана на фиг.14. Тя се състои от стандартно РС (1), програмируем логически контролер *TM241CEC24T* на фирмата *Schneider Electric* (2), аналогов входно-изходен модул *TM2АММ6НТ*, многомерен обект за управление (3), реализиран с аналогова моделираща система *Type 8176* на фирмата *HPS* под формата на борд, върху който се подреждат блокове *Type 9504, 9513, 9515* на фирмата *HPS*, двуканален захранващ източник *HY3005D-2-R* на фирмата *Mastech* (4), източник на постоянно напрежение (5), операторски панел *HMISTU855* (6).

Софтуерното осигуряване е разработено на езика от високо ниво *Structured text*. На фиг.15 е показан част от кода, реализиращ H_{∞} регулатора. Изграден е и човеко-машинен интерфейс с помощта на операторски панел *HMISTU855*. Чрез него могат да се следят, записват и наблюдават в реално време основните сигнали в системата за управление. Може да се въвеждат задания и да се спира и стартира регулатора. Два от екраните на потребителския интерфейс са показани на фиг.16 и фиг.17.



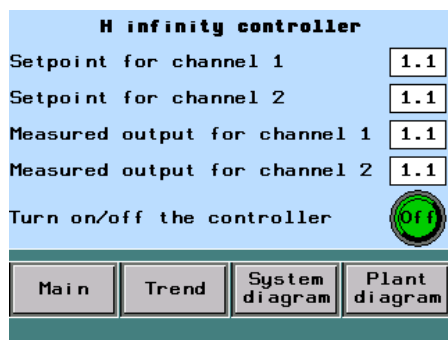
Фиг.14. Хардуерна част на системата за управление.

```

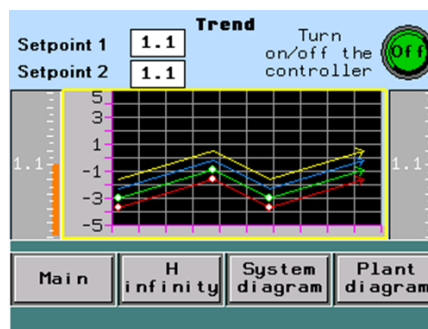
1 IF hinifsChosen = TRUE AND hinifsStarted = TRUE AND timeIsUp = TRUE THEN
2   e1 := sp1 - y1;
3   e2 := sp2 - y2;
4   e11 := e1m1_hinf + (T0 * (e1m1_hinf - u1_fb));
5   e12 := e12m1_hinf + (T0 * (e12m1_hinf - u2_fb));
6   //States
7   FOR i := 1 TO contOrder DO
8     FOR j := 1 TO contOrder DO
9       x[i] := x[i] + (a[i,j] * xml[j]);
10    END_FOR //j
11    x[i] := x[i] + (b[i,1] * e1) + (b[i,2] * e2) + (b[i,3] * e11) + (b[i,4] * e12);
12  END_FOR //i
13  //Control
14  FOR l := 1 TO numInputs DO
15    FOR n := 1 TO contOrder DO
16      uc[l] := uc[l] + (c[l,n] * x[n]);
17    END_FOR //n
18    uc[l] := uc[l] + (d[l,1] * e1) + (d[l,2] * e2) + (d[l,3] * e11) + (d[l,4] * e12);
19  END_FOR //l
20  u1_hinf := uc[1];
21  u2_hinf := uc[2];
22  //Assign (k-1) values
23  FOR p := 1 TO contOrder DO
24    xml[p] := x[p];
25  END_FOR //p
26  e1m1_hinf := e11;
27  e12m1_hinf := e12;
28  e1m1_hinf := e1;
29  e2m1_hinf := e2;
30  //Reinitialize variables
31  FOR z := 1 TO contOrder DO
32    x[z] := 0.0;
33  END_FOR //z
34  uc[1] := 0.0;
35  uc[2] := 0.0;
36  ELSE
37    u1_hinf := 0.0;
38    u2_hinf := 0.0;
39    e1m1_hinf := 0.0;
40    e12m1_hinf := 0.0;
41    e1m1_hinf := 0.0;
42    e2m1_hinf := 0.0;
43  FOR w := 1 TO contOrder DO
44    xml[w] := 0.0;
45  END_FOR //w
46  END_IF

```

Фиг.15. Част от софтуерното осигуряване на системата за управление.



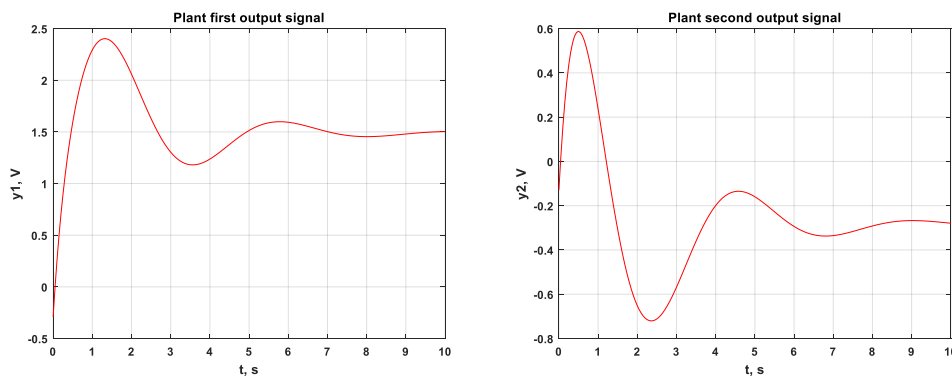
Фиг.16. Екран на H^∞ регулатора.



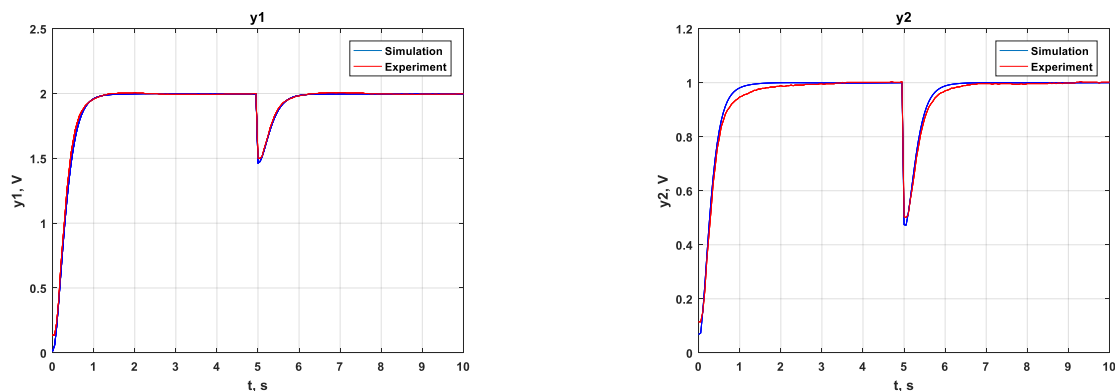
Фиг.17. Екран с трендове.

5. ЕКСПЕРИМЕНТАЛНИ РЕЗУЛТАТИ

Работоспособността на разработената система за управление е проверена експериментално. За целта са проведени експерименти, в които заданията са $r_1 = 2V$ и $r_2 = 1V$. В петата секунда от експеримента се прилага товарно смущение на двата изхода на обекта със стойност $-0.5V$. В средата на *Simulink* е извършен аналогичен симулационен експеримент. На фиг.18 са показани измерените преходни функции на обекта за управление. Очевидно преходните процеси в обекта за управление затихват за 7-8 s и имат колебателен характер. На фиг.19-фиг.20 са показани резултатите от реалния експеримент и симулацията на системата за управление с H^∞ регулатора. Вижда се отличното съвпадение между изходните сигнали от симулацията и реалната система по отношение на следене на заданието и по отношение на отработване на товарното смущение. Преходните процеси са апериодични с продължителност от около 1s, което е значително по-бързо от преходния процес на обекта.

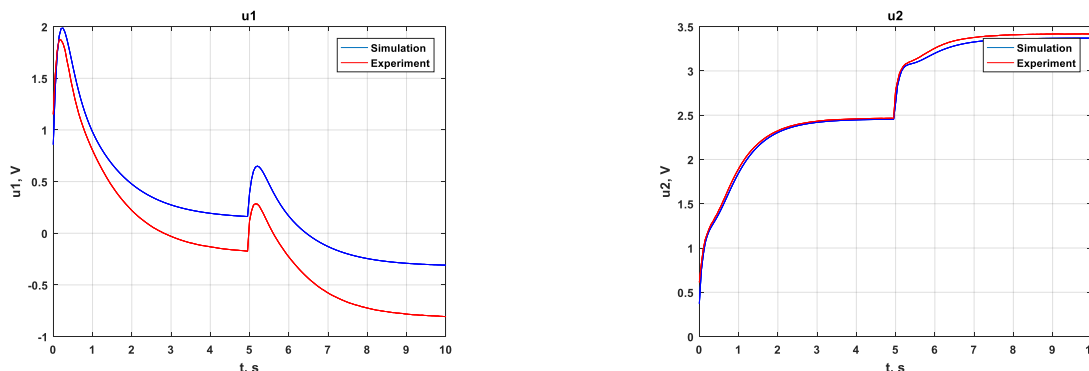


Фиг.19.a. Измерени изходни сигнали на обекта за управление.



Фиг.19.b. Изходни сигнали на реалната и симулираната системи.

Управляващите сигнали имат допустим вид. Малкото разминаване между симулацията и реалния експеримент в установените стойности на управляващия сигнал по първи вход се дължи на лекото изместване на нулата по първи вход.



Фиг.20. Управляващи сигнали на реалната и симулираната системи.

6. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В работата е представен цялостния етап на проектиране на система за управление на многомерен обект с промишлен контролер, включващ оценяване и валидиране на модел на обекта със средствата на идентификацията, синтез на робастен регулатор и реализация на регулатора в програмируем логически контролер. Получените експериментални резултати показват качеството на процесите в затворената система, кето се осигурява от разработения H_{∞} регулатор. Доброто съвпадение между резултатите от експеримента и от симулацията, показва работоспособността на разработеното софтуерно осигуряване и потвърждава валидността на оценения модел.

ЛИТЕРАТУРА

- [1] Astrom K. and Hagglund T. *PID Controllers*. Instrument Society of America, Research Triangle Park, NC, 2nd edition, 1995. ISBN 1-55617-516-7
- [2] Wang Q.-G., Ye Z., Cai W.-J., and Hang C.-C. *PID Control for Multivariable-Processes*. Springer-Verlag, Berlin, 2008. ISBN 978-3-540-78481-4, DOI 10.1007/978-3-540-78482-1
- [3] Zhou K., Doyle J.C., and Glover K. *Robust and Optimal Control*. PrenticeHall, Upper Saddle River, NJ, 1996. ISBN 0-13-456567-3
- [4] <http://hps-systemtechnik.com/hps-board-line-2/control-engineering>
- [5] Ljung L. *System Identification: Theory for the User*. Prentice-Hall, Inc., Englewood Cliffs, NJ, 2nd edition, 1999. ISBN 978-0136566953
- [6] Petkov P., Slavov T., Kraleв J. (2018), *Design of Embedded Robust Control Systems using MATLAB®/Simulink®*, IET Control, Robotics and Sensor Series 113. ISBN 978-1-78561-3330-2

Автори: Цоньо Славов, доц. д-р, катедра „Системи и управление“, Факултет Автоматика, Технически Университет-София, E-mail address: ts_slavov@tu-sofia.bg;
Николай Николов, бак. инж., катедра „Системи и управление“, Факултет Автоматика, Технически Университет-София, E-mail address: nokiki1@abv.bg

Постъпила на 08.10.2019 г.

Рецензент: доц. д-р Теофана Т. Пулева

МОДЕЛИРАНЕ И ИЗСЛЕДВАНЕ НА УСТРОЙСТВО ЗА ИЗМЕРВАНЕ НА РАЗМЕРИ НА НЕПРОЗРАЧНИ ОБЕКТИ ЧРЕЗ ДИФРАКЦИЯ НА ФРАУНХОФЕР

Тодор Стоянов Джамийков, Марин Б. Маринов

Резюме: Измерването на размери на малки обекти с разделителна способност в нанометровия обхват е актуален проблем, особено в областта на микро- и нанотехнологиите. Тази работа представя нов метод за измерване на размера на малки непрозрачни обекти, използвайки дифракцията на Фраунхофер и оценка на основните ѝ характеристики. Предложеният алгоритъм се основава на преобразуването на получаваната контрастна дифракционна картина в електрически сигнал и интегрирането му по пространство. Този подход позволява определянето на размера с висока точност в обхвата от няколко микрона до десетки микрони. Представени са предварителни симулационни резултати, които показват, че предложеният метод е подходящ за онлайн мониторинг на ултратънки диаметри на проводниците с висока разделителна способност.

Контролни думи: малки непрозрачни обекти, измерване на размери, дифракция на Фраунхофер.

MODELING AND TESTING OF A DEVICE FOR SIZE MEASUREMENT OF SMALL OPAQUE OBJECTS BY FRAUNHOFER DIFFRACTION

Todor S. Djamyikov, Marin B. Marinov

Abstract: High accuracy size measurement of small objects with nanometer resolution is a very topical issue, especially in the field of micro- and nanotechnologies. This work presents a new high precision method for size measurement of small opaque objects using Fraunhofer diffraction in divergent light and the estimation of its basic characteristics. The proposed algorithm is based on diffraction Fraunhofer pattern contrast analysis. It allows size measurement with high accuracy within a range from a few to tens of microns. Preliminary experimental results are presented and they show that the proposed method is well-suited for high resolution on-line monitoring of ultrathin wire diameters.

Key words: Fraunhofer diffraction, size measurement, small opaque object.

1. УВОД

Непрозрачни обекти с микро размери са в основата на важни компоненти в редица приложения в полупроводникова промишленост, микромеханиката, нанотехнологиите, автомобилната промишленост и микрохирургията. Ултратънките

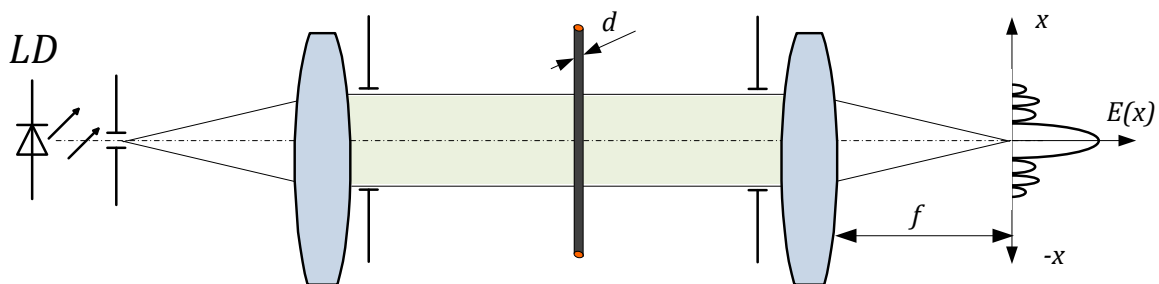
метални проводници с диаметри, в обхвата до няколко десетки микрона, са широко разпространени в електронни схеми, магнитни намотки и редица други прецизни промишлени компоненти.

Широкото използване на тънки непрозрачни влакна в промишлеността изисква разработване на автоматизирани методи за безконтактно измерване на техните напречни сечения. Повечето от оптичните методи за измерване на диаметрите на тънките непрозрачни проводници и влакна с висока точност се основават главно на принципи на оптична дифракция [1, 2, 3], поляризация [4], интерферометрия [5, 6], лазерно сканиране [7] и оптична микроскопия [8].

През последните няколко десетилетия оптичната дифрактометрия, използваща апроксимация на Фраунхофер, широко се използва при разработване на техника за индустриална проверка за оценка на размерите [3, 9, 10]. В тези разработки обикновено се използват CCD приемници за запис на дифракционното изображение, а диаметърът се изчислява въз основа на последователните дифракционни минимума. Въпреки това е установено, че измерването на диаметъра на базата на класическата Фраунхофер дифракция води до грешка, чиято големина е от порядъка на дължината на вълната, използвана при измерванията [9, 11]. От направените разглеждания е видно, че актуално остава търсенето на стабилни алгоритми за автоматизирана оценка в реално време на размерите на тънките непрозрачни обекти с диаметри, сравними с дължината на вълната на светлината, използвайки дифракция на Фраунхофер.

2. ИЗМЕРВАТЕЛЕН МЕТОД

При облъчване на непрозрачен предмет с плоска монохроматична вълна се наблюдава явлението дифракция на Фраунхофер. Дифракционната картина се локализира на безкрайност и разпределението на осветеността зависи от геометричните размери на предмета и от дължината на вълната. За да може да се наблюдава дифракционната картина се използва оптична система, както е показано на фиг.1, когато се използва лазерен диод като източник на оптично лъчение.



Фиг.1. Получаване на дифракционна картина от непрозрачен предмет.

Дифракционната картина се локализирана във фокалната равнина на оптичната система фиг.1. При неограничени размери на непрозрачния обект (или прозрачен процеп) по едната координата, дифракционната картина може да се разглежда като едномерна (т.е. наблюдава се разпределение на осветеността само по оста x). При дължина на вълната на падащата монохроматична вълна λ , разпределението на осветеността се определя от изказа:

$$E_d(x) = E_0 \left(\frac{\sin \frac{\pi x d}{\lambda f'}}{\frac{\pi x d}{\lambda f'}} \right)^2, \quad (1)$$

където: E_0 - осветеност, създавана от лазерното лъчение при отсъствие на непрозрачния обект; (осветеността се определя във фокалната равнина на оптичната система); d – геометричен размер по оста на непрозрачния обект; f' - фокусно разстояние на оптичната система.

Ако са известни дължината на вълната на оптичното лъчение λ и фокусното разстояние на оптичната система f' , анализирайки аналитичния вид на дифракционната картина може да се определи размера на непрозрачния предмет. За удобство на разглежданията при анализа на алгоритмите, разпределението на осветеността се нормира спрямо максималната стойност E_0 . Изразът (1) придобива вид в относителни единици, както следва:

$$E^*(x) = \left(\frac{\sin \frac{\pi x d}{\lambda f'}}{\frac{\pi x d}{\lambda f'}} \right)^2, \quad (2)$$

За практическото, инструментално използване на разпределението на осветеността $E^*(x)$ е важно да се знаят онези стойности на аргумента x , за които функцията има локални минимуми и максимуми. Изследвайки функцията (2) получаваме, че точките на локалните минимуми се определят от условието:

$$\frac{\pi x d}{\lambda f'} = k \cdot \pi; \quad x_{min} = \frac{k \lambda f'}{d},$$

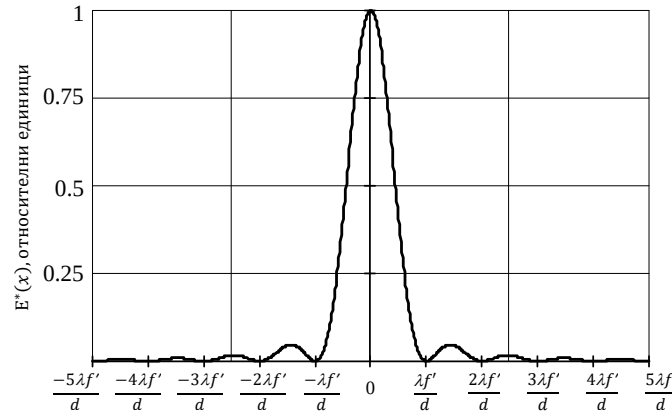
където k е цяло число, по-голямо от нула. Следователно, разстоянието между два минимума Δx е пропорционално на размера d на непрозрачния предмет, предизвикал дифракцията:

$$\Delta x_{min} = \frac{\lambda f'}{d}. \quad (3)$$

При $x = 0$, функцията достига абсолютния си максимум - единица, т.е. в тази точка осветеността има максимум. Дифракционната картина (разпределението на осветеността) в разглежданата равнина по пространствена координата е показано на фиг.2.

Както се вижда от (2) и фиг.2, разпределението на осветеността в пространството не е ограничено, има стойности от $-\infty$ до $+\infty$. Това налага специфични, особени изисквания към апаратната част на уреда. Възможно решение за измерване на размера d е определянето (измерване) на разстоянието между два съседни минимума. При предварително известни дължина на вълната λ и фокусно разстояние f' на оптичната система (инструментални константи), намирането на неизвестния размер се определя по зависимостта:

$$d = \frac{\lambda f'}{\Delta x_{\min}}. \quad (4)$$



Фиг.2. Разпределение на дифракционната картина в пространството.

Реализирането на така избран алгоритъм изисква прецизното хардуерно измерване на разстоянието между локалните минимума.

Сигналът от фотоприемник с правоъгълна форма $a \times b$, при въздействие върху него с електромагнитно лъчение, се подчинява на следната зависимост (диференциална форма):

$$dU(t) = R(x, y, t) \cdot E(x, y, t) dx \cdot dy, \quad (5)$$

където $R(x, y, t)$ - диференциална чувствителност по координатите на фотоприемника, $E(x, y, t)$ – разпределение на осветеността на фотоприемника като функция от координатите x, y и времето t .

Сумарният сигнал на фотоприемника, при условие, че съществува адитивност на реакцията от отделните площадки на приемника, се изразява, както следва:

$$U(t) = \int_{-a/2}^{a/2} \int_{-b/2}^{b/2} R(x, y, t) \cdot E(x, y, t) dx \cdot dy.$$

При предположение, че приемникът е безинерционен във времето и диференциалната му чувствителност е постоянна в границите на чувствителната площадка, може да се запише:

$$U(t) = R_{ph} \int_{-a/2}^{a/2} \int_{-b/2}^{b/2} h(x, y) \cdot E(x, y, t) dx \cdot dy, \quad (6)$$

където R_{ph} - големина на диференциалната чувствителност на фотоприемника; $h(x, y)$ - пространствена импулсна характеристика на приемника; $E(x, y, t)$ - разпределение на осветеността в плоскостта на фотоприемника.

Пространствената импулсна характеристика на фотоприемника представлява геометричната форма на чувствителната площадка, която при правоъгълна форма се описва математически, както следва:

$$h(x, y) = \begin{cases} 1 & \begin{cases} -\frac{a}{2} \leq x \leq \frac{a}{2} \\ -\frac{b}{2} \leq y \leq \frac{b}{2} \end{cases} \\ 0 & \begin{cases} -\frac{a}{2} > x > \frac{a}{2} \\ -\frac{b}{2} > y > \frac{b}{2} \end{cases} \end{cases} \quad (7)$$

В разглеждания случай се изследва едномерното разпределение на осветеността - само по оста x и е от тип (1).

Отчитайки, че размерите на фотоприемника са много по-големи от разстоянието между два дифракционни максимума /определя се функцията на осветеността във фокалната равнина на оптичната система/ и че върху него попадат голям брой дифракционни максимума, то за сигнала от фотоприемника се получава:

$$U(t) = R_{Ph} \int_{-\frac{a}{2}}^{\frac{a}{2}} \int_{-\frac{b}{2}}^{\frac{b}{2}} E_0(t) \left(\frac{\sin \frac{\pi x d}{\lambda f'}}{\frac{\pi x d}{\lambda f'}} \right)^2 dx \cdot dy, \quad (8)$$

Горният интеграл може да бъде решен чрез разделяне на променливите, при което се получава:

$$U(t) = R_{Ph} \cdot E_0(t) \cdot a \int_{-\frac{a}{2}}^{\frac{a}{2}} \left(\frac{\sin \frac{\pi x d}{\lambda f'}}{\frac{\pi x d}{\lambda f'}} \right)^2 dx. \quad (9)$$

От горната формула се вижда, че амплитудата на получавания сигнал е функция, както на времевата зависимост на максималната осветеност, създавана от източника на оптично лъчение (лазерният диод или модул), така и от функцията на разпределението на осветеността, в която като параметър участва неизвестният диаметър d .

От друга страна, известно е, че следният определен интеграл е равен на (10):

$$\int_0^{\infty} \left(\frac{\sin |m|x}{x} \right)^2 dx = \frac{\pi}{2}. \quad (11)$$

Следователно, ако предположим, че размерът е достатъчно голям, т.е. такъв, че допуска използването на горния интеграл, за амплитудата на изходния сигнал като функция на неизвестния параметър d , получаваме (12):

$$U(t) = R_{Ph} E_0(t) a \frac{\lambda f'}{d}, \quad (13)$$

Или за d се получава следната зависимост (14):

$$d = \frac{\lambda f' a R_{Ph} E_0(t)}{U(t)}. \quad (15)$$

Ако се предположи, че размерът на фотоприемника е много по-голям от разстоянието между минимумите (максимумите) на дифракционната картина и фактът, че се реализира интегриране по пространствена координата, зависимост (15) може да се ползва в качеството на алгоритъм на работа на оптоелектронен измерител на размера d . Влизащите в зависимостта константи се задават при конструирането на уреда. Тези константи са: дължина на вълната λ , фокусно разстояние f' ; чувствителността на фотоприемника R_{Ph} , геометричен размер на фотоприемника a . В процеса на измерване се определя изходният сигнал $U(t)$. Единственият неизвестен множител в (15) е големината на максималната осветеност $E_0(t)$. За да бъде определена величината $E_0(t)$ е необходимо в измервателното устройство да се предвиди канал за нейното непрекъснато измерване. Ако се предположи, че има втори канал с идентичен фотоприемник, върху който директно пада електромагнитното излъчване, то за сигнала от втория фотоприемник се получава (16):

$$U_2(t) = R_{Ph} \cdot E_0(t) \cdot a \cdot b, \quad (17)$$

Замествайки $E_0(t)$ от последната зависимост в (15) се получава, окончателният алгоритъм за определянето на неизвестния размер d :

$$d = \frac{\lambda f' U_2(t)}{b \cdot U(t)} = K \frac{U_2(t)}{U(t)}, \quad (18)$$

където K е константа, определена от конструктивните размери на уреда.

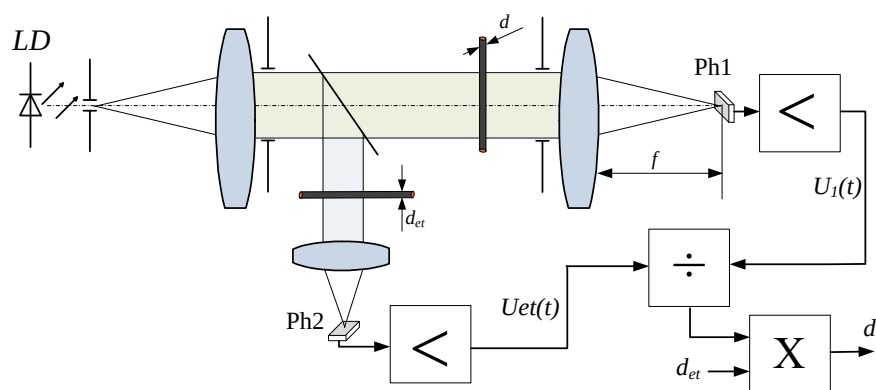
Точността на измерването е възможно да бъде повишена чрез използването на опорен канал, идентичен на измервателния. В него се разполага обект за измерване с предварително известен размер d_{et} . В такъв случай, сигналът от фотоприемника е пропорционален на размера d_{et} . За интензивността на лъчението може да се запише формула, идентична на (15):

$$E_0(t) = \frac{d_{et} U_{et}(t)}{\lambda f' a R_{Ph}}, \quad (19)$$

Замествайки (18) в (17) за неизвестния размер се получава зависимост от вида:

$$d = \frac{d_{et} U_{et}(t)}{U_1(t)}, \quad (20)$$

Следователно, измервателният уред, алгоритмът на работа, на който се основава на горната формула, ще съдържа обект с еталонен размер d_{et} . Този размер може да се измери с висока точност с помощта на други методи в лабораторни условия. Отношението на напреженията е пропорционално на измервания диаметър. Структурната схема на измерителния уред, реализиращ алгоритъма (20) е показана на фиг.3.



Фиг.3. Функционална схема на измерителя по алгоритъм (19).

Във функционалната схема на фиг.3 не се предполага, че лазерното лъчение е променливо във времето или модулирано по някакъв закон. Ако се предположи, че лазерният диод или модул излъчва лъчение с честота f_0 , то за интензивността на модулираното оптично лъчение може да се запише:

$$E(t) = E_{max} \sin(2\pi f_0 t) \quad (21)$$

където: E_{max} -максимална амплитуда на интензивността на лазера. В такъв случай реакцията на фотоприемниците Ph_1 и Ph_2 също ще бъде модулирана с честота, т.е.:

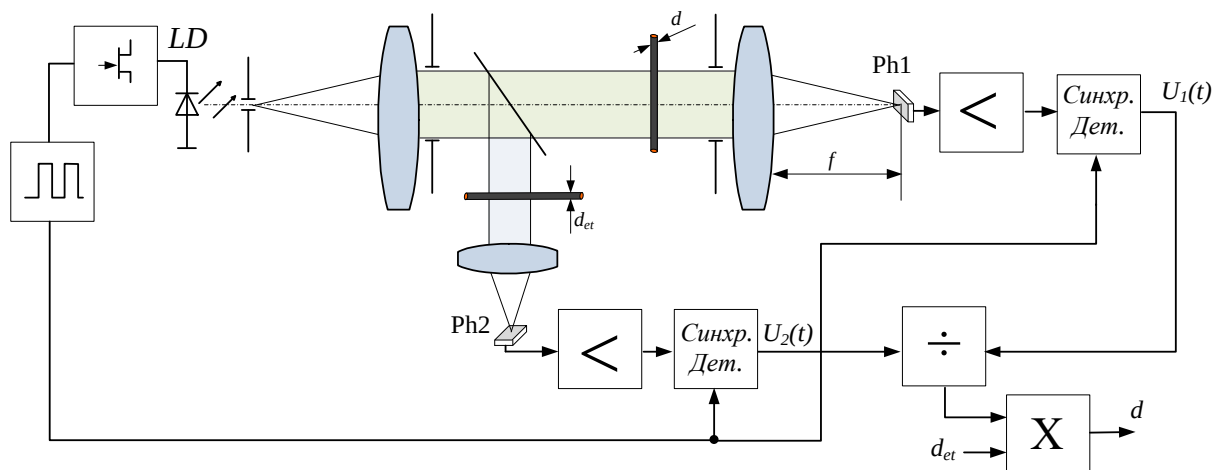
$$\begin{aligned} U_1(t) &= U_{1max} \sin(2\pi f_0 t), \\ U_2(t) &= U_{2max} \sin(2\pi f_0 t). \end{aligned} \quad (22)$$

Заместването на зависимостта (16) във формулите, определящи алгоритмите на работа на измерителните уреди с функционални схеми, дадени на Фиг.3 и Фиг.4 дава окончателните формули за определянето на неизвестния размер d :

$$\begin{aligned} d &= K \frac{U_{2max}}{U_{1max}}, \\ d &= d_{et} \frac{U_{2max}}{U_{1max}}. \end{aligned} \quad (23)$$

Използването на модулация на лазерното лъчение във времето позволява да се премине към обработка на променливи сигнали и в електронния блок. По такъв начин могат да се отстранят недостатъците на постояннотоковите схемни решения, а именно: непостоянството на усилването от усилвателите, наличието на температурен и постояннотоков дрейф и др.

При обработката на променливите сигнали в електронния блок може да се използва синхронно детектиране. Синхронното детектиране позволява да се реализира електронен блок с ниско ниво на собствен шум. Функционалната схема на подобен електронен блок е показана на фиг.4.

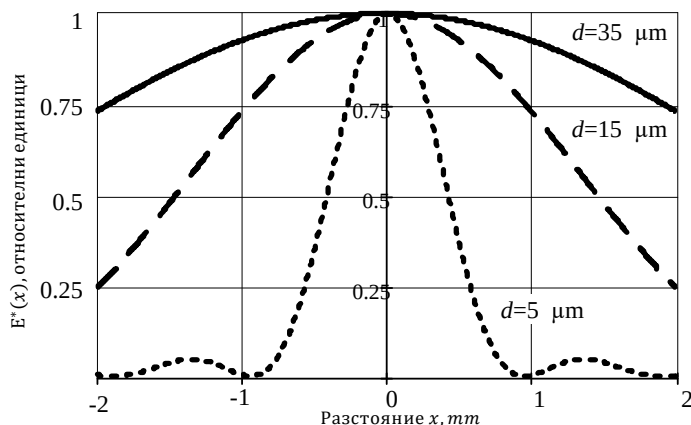


Фиг.4. Структура на алгоритъма на измерване на размери, чрез дифракция и синхронно детектиране.

3. ПРОВЕРКА НА РАБОТОСПОСОБНОСТА НА АЛГОРИТЪМА

Да предположим, че е необходимо да се измерват тънки непрозрачни нишки в диапазона от $5 \mu m$ до $35 \mu m$. Дължината на вълната на полупроводниковия лазерен диод е $0,66 \mu m$. Фотоприемникът, който може да се използва е с размери $2,4 \times 2,4 mm$. При фокусно разстояние на обектива $f' = 50 mm$, за разстоянието между два минимума на дифракционната картина получаваме: $6,6 mm$, при размер $d = 5 \mu m$ и $0,94 mm$, при размер $d = 35 \mu m$.

В случай, че фотоприемникът е разположен на оптичната ос, симетрично спрямо дифракционната картина, големината на електрическия сигнал се определя от решението на интеграла (9) с конкретните стойности за размера на фотоприемника, дължината на вълната и фокусното разстояние на обектива. На фиг.5 е показано примерното разположение на части от дифракционната картина при различни размери, вписана във fotocувствителната площадка на избрания фотоприемник. В табл.1 са показани стойностите за различни размери на непрозрачния предмет.



Фиг.5. Примерно разположение на дифракционната картина в чувствителната област на фотоприемника.

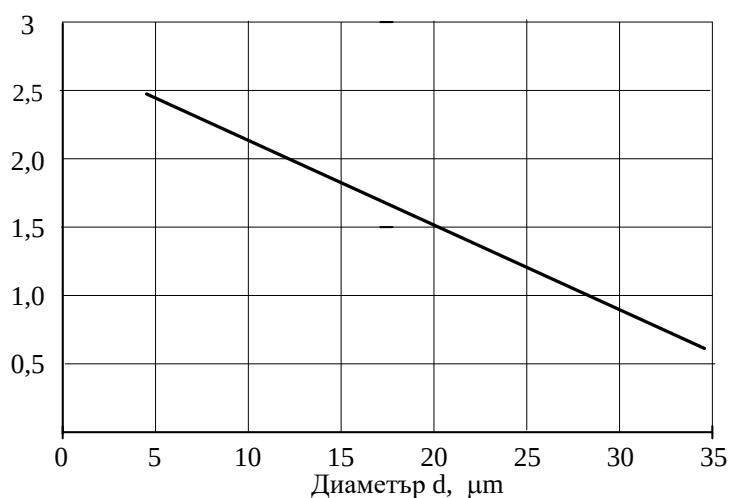
Таблица 1.

Числови стойности за статичната характеристика

Размер	2,5 μm	5 μm	7,5 μm	10 μm	12,5 μm	15 μm	17,5 μm
сигнал, отн.ед.	2,389	2,315	2,005	2,086	1,931	1,776	1,617
стръмност, отн.ед.		0,0074	0,114	0,114	0,155	0,155	0,158

Размер	20 μm	22,5 μm	25 μm	27,5 μm	30 μm	32,5 μm	35 μm
сигнал, отн.ед.	1,459	1,325	1,191	1,058	0,926	0,795	0,664
стръмност, отн.ед.	0,158	0,134	0,134	0,132	0,132	0,131	0,131

Характерно е получаване на най-голяма стойност при най-малките размери и намаляването ѝ при увеличаване на размера. На фиг.6 е показана получаващата статична характеристика на метода (зависимостта на изходния сигнал от входния параметър), както и стръмността на характеристиката. Тя намалява с увеличаването на размера, което е необходимо да се компенсира при следващата електронна обработка. -



Фиг.6. Статична характеристика на предлагания алгоритъм.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Представено е теоретично изследване на метод за измерване на размерите в реално време на ултратънки непрозрачни обекти. Принципът на измерване се основава на дифракция на Фраунхофер, с използване схема за изображения с обектив.

Предложената процедура премахва на необходимостта от 2-D сензорни масиви, висококачествени обективи и сложна изчислителна обработка на сигнали, като по този начин позволява лесно измерване в реално време.

Симулативни и предварителни експериментални резултати за диаметър на проводника от 33,62 μm валидират приложимостта на предложениия метод за автоматизирано измерване на диаметър с висока разделителна способност.

ИЗПОЛЗВАНА ЛИТЕРАТУРА

- [1] W. Tang, Y. Zhou and J. Zhang, "[2]Improvement on theoretical model for thin-wire and slot measurement by optical diffraction," *Measurement Science and Technology*, vol. 10, p. N119–N123, 1999.
- [2] Y. Chugui and A. Pavlov, "[3]Peculiarities of cylinder diameter determination by diffraction method," in *Proceedings of XVI IMEKO World Congress*, 2000.
- [3] L. Sanchez-Brea and F. Salgado-Remacha, "[4]Three-dimensional diffraction of a thin metallic cylinder illuminated in conical incidence: application to diameter estimation," *Applied Optics*, 2008.
- [4] J. Xie, Y. Qiu, H. Ming and C. Li, "[8] Light polarization effect in measurement of thin wire diameter by laser diffraction and its explanation with boundary diffraction wave," *J. Appl. Phys.*, vol. 69, p. 6899–6903, 1991.
- [5] D. Butler and G. Forbes, "[9]Fiber-diameter measurement by occlusion of a Gaussian beam," *Applied Optics*, vol. 37, p. 2598–2606, 1998.
- [6] Y. Xu, O. Sasaki and T. Suzuki, "[10] Double-grating interferometer for measurement of cylinder diameters," *Applied Optics*, vol. 43, no. 3, 2004.
- [7] S. Yoshida, "[12] Static mechanics quantity: device of measuring quantity," in *Handbook on Optical Measurements*, 1981, p. 585–587.
- [8] B. Baxtar, M. Brims and D. Teasdale, "[11] The optical fiber diameter analyzer (OFDA) new technology for the wool industry," in *Wool Conference, University of New South Wales, Australia*, 1992.
- [9] N. Kokodi, "[5]A Diffraction Method for Measuring the Diameter of Ultrathin Metal Fibers," (4), , (), *Optics and Spectroscopy*, vol. 96, no. 4, p. 632–634, 2004.
- [10] S. A. Khodier, " [7]Measurement of wire diameter by optical diffraction," *Optics & Laser Technology*, vol. 36, p. 63–67, 2004.
- [11] I. Serroukh, J. Martinez-Anton and E. Bernabeu, "[6] Accuracy of the thin metallic wires diameter using Fraunhofer diffraction technique," in *Proc. SPIE*, 2000.

Автори: Тодор Стоянов Джамийков, проф. д-р инж., катедра „Електронна техника“, Факултет електронна техника и технологии, Технически Университет-София, E-mail address: tsd@tu-sofia.bg

Марин Беров Маринов, доц. д-р инж., катедра „Електронна техника“, Факултет електронна техника и технологии, Технически Университет-София, E-mail address: mbm@tu-sofia.bg

Постъпила на 22.10.2019 г.

Рецензент: доц. д-р Иван Владимиров Рачев

ПОЛУПРЪСТЕНЪТ ОТ ЕНДОМОРФИЗМИ НА ИНТЕРВАЛА $[0, 1]$

Мартин Рачев, Иван Трендафилов

Резюме: В статията се разглеждат нов вид полупръстени – полупръстени от ендоморфизми на интервала $[0, 1]$.

Ключови думи: ендоморфизми на безкрайна верига.

THE ENDOMORPHISM SEMIRING OF THE INTERVAL $[0, 1]$

Martin Rachev, Ivan Trendafilov

Abstract: In this article are considered a new type semirings – endomorphism semirings of the interval $[0, 1]$.

Keywords: endomorphisms of an infinite chain.

1 Introduction and preliminaries

An algebra $S = (S, +, \cdot)$ with two binary operations $+$ and $\cdot$ on S , is called semiring if:

- (1) $(S, +)$ is a commutative semigroup,
- (2) $(S, \cdot)$ is a semigroup,
- (3) $a \cdot (b + c) = a \cdot b + a \cdot c$ and $(b + c) \cdot a = b \cdot a + c \cdot a$, $\forall a, b, c \in S$.

The semiring S is called commutative if $a \cdot b = b \cdot a$ for any $a, b \in S$.

The semiring S is said to be a semiring with unity, if there exists an element $1 \in S$ such that $a \cdot 1 = 1 \cdot a = a$ for all $a \in S$.

An element a of a semiring S is called additively (multiplicatively) idempotent if $a + a = a$ ($a \cdot a = a$). A semiring S is called additively idempotent if each of

its elements is additively idempotent. Additively idempotent semirings are proper semirings, i.e. they are not rings.

A subset of a semiring S closed under addition and multiplication is called subsemiring of S .

The center of semiring S is defined to be $C(S) = \{c \mid c \in S \text{ and } cs = sc, \text{ for all } s \in S\}$. Clearly $C(S)$ is a commutative subsemiring of S . Moreover $S = C(S)$ if and only if S is a commutative semiring.

The set $\mathbb{R}^+$ of all nonnegative real numbers is a commutative semiring under the usual operations of addition and multiplication. If S is any subring of the field $\mathbb{R}$, then $S^+ = \mathbb{R}^+ \cap S$ is a subsemiring of $\mathbb{R}^+$.

Facts concerning semirings can be found in [3].

A left (right) ideal I of a semiring S is a nonempty subset of S which is closed under addition and satisfies the condition that if $x \in I$ and $s \in S$ then $sc \in I$ ($cs \in I$). If I is left ideal and right ideal it is called ideal of semiring S .

Let $\mathcal{M}$ be a *semilattice (join-semilattice)* i.e. an algebra with binary operation $\vee$ such that

- $a \vee (b \vee c) = (a \vee b) \vee c$ for any $a, b, c \in \mathcal{M}$;
- $a \vee b = b \vee a$ for any $a, b \in \mathcal{M}$;
- $a \vee a = a$ for any $a \in \mathcal{M}$.

For semilattice $\mathcal{M}$ the set $\mathcal{E}_{\mathcal{M}}$ of the endomorphisms of $\mathcal{M}$ is a semiring with respect to the addition and multiplication defined with:

- $h = f + g$ when $h(x) = f(x) \vee g(x)$ for all $x \in \mathcal{M}$,
- $h = f \cdot g$ when $h(x) = f(g(x))$ for all $x \in \mathcal{M}$.

This semiring is called the *endomorphism semiring* of $\mathcal{M}$. Clearly the semiring $\mathcal{E}_{\mathcal{M}}$ is an additively idempotent.

The endomorphism semirings of a finite semilattice are well-established, see [1], [4] – [8] and [14].

Papers concerned derivations in endomorphism semiring are [9], [10] and [13] and others which the reader can find in overview [2].

The endomorphism semiring of an infinite chain, where chain is the semiring $\mathbb{N}$ of positive integers is studied in [11] and [12].

2 Endomorphisms of the interval $[0, 1]$

The following are maps $\alpha : [0, 1] \rightarrow [0, 1]$, which preserve the order, i.e. if $x < y$, where x and y are arbitrary real numbers from the interval $[0, 1]$, then $\alpha(x) < \alpha(y)$. These maps are called endomorphisms of the interval $[0, 1]$.

For each pair of endomorphisms α and β are defined sum $\alpha + \beta$ and multiplication $\alpha.\beta$ as follows:

$$\begin{aligned}(\alpha + \beta)(x) &= \max\{\alpha(x), \beta(x)\}, \\ (\alpha.\beta)(x) &= \beta(\alpha(x))\end{aligned}$$

for every real number $x \in [0, 1]$.

It is directly verified that the set of endomorphisms of the type in question with respect to the operations defined above is a semiring. It is denoted by $(\mathcal{E}_{[0,1]}, +, .)$.

The endomorphism $\alpha \in \mathcal{E}_{[0,1]}$ such that $\alpha(x) = a$ for every $x \in [0, 1]$, where a is a fixed number of the interval $[0, 1]$, is denoted by $\bar{a}$ and it is called constant endomorphism. It is easy to prove

Proposition 1 *The set of all constant endomorphisms is an ideal of the semiring $\mathcal{E}_{[0,1]}$.*

Also, it is easy to prove, that the endomorphism $\bar{0}$ is a right zero of the semiring $\mathcal{E}_{[0,1]}$, i.e. $\alpha + \bar{0} = \alpha$ and $\alpha.\bar{0} = \bar{0}$ are valid for each endomorphism $\alpha \in \mathcal{E}_{[0,1]}$.

Let a be an arbitrary number of the interval $[0, 1]$. The set of endomorphisms, for which a is a fixed point is denoted by $\mathcal{E}_{[0,1]}^{(a)}$. Thus

$$\mathcal{E}_{[0,1]}^{(a)} = \{\alpha \mid \alpha \in \mathcal{E}_{[0,1]}, \alpha(a) = a\}.$$

It is easy to prove that $\mathcal{E}_{[0,1]}^{(a)}$ is a semiring.

3 Nilpotent and generalized nilpotent endomorphisms in the semiring $\mathcal{E}_{[0,1]}$

The endomorphism $\alpha \in \mathcal{E}_{[0,1]}$ is called an a -nilpotent on the right (left), when for each $x \geq a$ ($x \leq a$) there is a natural number n , such as $\alpha^n(x) = a$.

The endomorphism $\alpha \in \mathcal{E}_{[0,1]}$ is called an a -nilpotent, when there is a natural number n , such as $\alpha^n = \bar{a}$. Obviously, every a -nilpotent endomorphism is an a -nilpotent on the right and an a -nilpotent on the left.

Let the endomorphism $\alpha \in \mathcal{E}_{[0,1]}$ is an a -nilpotent on the right (left). Suppose that $\alpha(a) > a$ (or $\alpha(a) < a$). Then for every natural number n it follows that $\alpha^n(a) > a$ (respectively $\alpha^n(a) < a$), which contradicts the assumption that α is an a -nilpotent on the right (left). Thus it is proven that

Proposition 2 *If the endomorphism $\alpha \in \mathcal{E}_{[0,1]}$ is an a -nilpotent on the right (left), then $\alpha \in \mathcal{E}_{[0,1]}^{(a)}$.*

Let the endomorphism α is an a -nilpotent on the right and $x > a$. Assuming that $\alpha(x) \geq x$, it follows that $\alpha^n(x) \geq x > a$ for every natural number n , which is a contradiction. Thus it is proven

Proposition 3 *If the endomorphism $\alpha \in \mathcal{E}_{[0,1]}$ is an a -nilpotent on the right, then for every $x > a$, it follows $\alpha(x) < x$.*

From Proposition 3 we obtain

Corollary 1 *For every $a \in [0, 1)$ the set of a -nilpotent on the right endomorphisms is a subsemiring of $\mathcal{E}_{[0,1]}$.*

The dual result of Proposition 3 is similarly proved

Proposition 4 *If the endomorphism $\alpha \in \mathcal{E}_{[0,1]}$ is an a -nilpotent on the left, then for every $x < a$, it follows $\alpha(x) > x$.*

Also, check that it is valid

Corollary 2 *For every $a \in (0, 1]$ the set of a -nilpotent on the left endomorphisms is subsemiring of $\mathcal{E}_{[0,1]}$.*

From Propositions 2, 3 and 4 it follows

Corollary 3 *If the endomorphism $\alpha \in \mathcal{E}_{[0,1]}$ is an a -nilpotent, so it follows:*

1. $\alpha(a) = a$;
2. $\alpha(x) < x$ for every $x > a$;

3. $\alpha(x) > x$ for every $x < a$.

For every $a \in [0, 1]$ the set of a -nilpotent endomorphisms is a subsemiring of $\mathcal{E}_{[0,1]}^{(a)}$.

Let $\alpha \in \mathcal{E}_{[0,1]}^{(a)}$ and $\alpha(x) < x$ for every $x > a$. Assuming there is a natural number n , such that $\alpha^n(x) \leq a$, due to $a = \alpha^n(a) \leq \alpha^n(x) \leq a$ it follows $\alpha^n(x) = a$, i.e. α is an a -nilpotent endomorphism on the right.

Let's assume that α is not an a -nilpotent endomorphism on the right. Therefore for every positive integer n , $\alpha^n(x) > a$ is true. Thus, we get the sequence

$$x, \alpha(x), \dots, \alpha^n(x), \dots,$$

which is non-increasing and bounded from below by a , which means it is convergent.

The reasoning made is the basis for the following definition

The endomorphism α is called a generalized a -nilpotent on the right (left), when

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \alpha^n(x) = a$$

for every $x > a$ ($x < a$). In particular α is called a generalized a -nilpotent, if it is a generalized a -nilpotent on the right and on the left.

Example 1 Each translation to the left with a random number on the interval $(0, 1)$ is a 0-nilpotent endomorphism. In particular $\alpha(x) = x - \frac{1}{10}$ is a 0-nilpotent endomorphism, because $\alpha^{10}(x) = 0$ for every $x \in [0, 1]$.

Let $a \in \left(0, \frac{1}{3}\right]$. The image

$$\alpha(x) = \begin{cases} x + \frac{a}{2}, & \text{if } x \in \left[0, \frac{a}{2}\right] \\ a, & \text{if } x \in \left[\frac{a}{2}, 1 - \frac{a}{2}\right] \\ x - \frac{a}{2}, & \text{if } x \in \left[1 - \frac{a}{2}, 1\right] \end{cases}$$

is an a -nilpotent endomorphism, as $\alpha^2(x) = a$ for any $x \in [0, 1]$.

Example 2 A multiplication by any number on the interval $(0, 1)$ is a generalized 0-nilpotent endomorphism, which is not 0-nilpotent. In particular $\alpha(x) = \frac{x}{10}$ is

a generalized 0-nilpotent endomorphism, because $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{x}{10}\right)^n = 0$ for every $x \in [0, 1]$. As $\left(\frac{x}{10}\right)^n \neq 0$ for every $x \in [0, 1]$ and for every natural number n , the endomorphism is not 0-nilpotent.

4 Strings

Let a and b , where $a < b$, are arbitrary numbers on the interval $[0, 1]$. The set of endomorphisms $\alpha \in \mathcal{E}_{[0,1]}$, such that $\text{Im } \alpha \subseteq \{a, b\}$, is denoted by $\mathcal{STR}^{[0,1]}\{a, b\}$ and it is called a string of the semiring $\mathcal{E}_{[0,1]}$.

Proposition 5 *For arbitrary numbers $a, b \in [0, 1]$, $a < b$, the string $\mathcal{STR}^{[0,1]}\{a, b\}$ is a left ideal of the semiring $\mathcal{E}_{[0,1]}$.*

Proof. The sum of two endomorphisms of $\mathcal{STR}^{[0,1]}\{a, b\}$ is also an endomorphism of this type. Let $\alpha \in \mathcal{E}_{[0,1]}$ and $\beta \in \mathcal{STR}^{[0,1]}\{a, b\}$. Since $\text{Im } \alpha \subseteq \{a, b\}$, it follows that $\text{Im } (\alpha.\beta) \subseteq \{a, b\}$, so $\alpha.\beta \in \mathcal{STR}^{[0,1]}\{a, b\}$.

In each string $\mathcal{STR}^{[0,1]}\{a, b\}$ a linear order can be introduced as follows:

If $\alpha, \beta \in \mathcal{STR}^{[0,1]}\{a, b\}$ and x_0 is the largest number of the interval $[0, 1]$, for which $\alpha(x_0) = a$ and $\beta(x_0) = b$, then

$$\begin{aligned} \alpha &\leq \beta, & \text{if } \beta(x_0) = a \\ \beta &< \alpha, & \text{if } \beta(x_0) = b \end{aligned}.$$

The idempotent endomorphisms of the semiring $\mathcal{STR}^{[0,1]}\{a, b\}$ are described as follows:

Proposition 6 *The endomorphism $\alpha \in \mathcal{STR}^{[0,1]}\{a, b\}$ is an idempotent, if and only if one of the conditions is valid:*

1. α is a constant endomorphism;
2. $\alpha(a) = a$ and $\alpha(b) = b$.

Proof. If $\alpha = \bar{a}$ or $\alpha = \bar{b}$ is true, or condition (2) is valid, it is obvious that α is idempotent.

Conversely, let the endomorphism α be an idempotent. Assuming that $\alpha(a) = x$, then $x = \alpha(a) = \alpha^2(a) = \alpha(x)$. Therefore $x = a$ or $x = b$. Let $\alpha(a) = b$. For every $x > a$ it follows $\alpha(x) = b$. If for any $x < a$, $\alpha(x) = a$ is valid, then $a = \alpha(x) = \alpha^2(x) = \alpha(a) = b$, which is a contradiction. Therefore $\alpha = \bar{b}$. Let $\alpha(a) = a$. If $\alpha(b) = b$, condition (2) is valid. If $\alpha(b) = a$, then for every $x < b$, $\alpha(x) = a$ is valid. If for any $x > b$, there is $\alpha(x) = b$, then $b = \alpha(x) = \alpha^2(x) = \alpha(b) = a$, which is a contradiction. Therefore $\alpha = \bar{a}$, by which the statement is proved.

Let $\alpha \in \mathcal{STR}^{[0,1]} \{a, b\}$ be an idempotent endomorphism and x_0 be the largest number on the interval $[0, 1]$, for which $\alpha(x_0) = a$. Note that if such a number does not exist, then $\alpha = \bar{b}$ and if $x_0 = 1$, we find $\alpha = \bar{a}$. It follows from the previous statement that $x_0 \in [a, b]$. Therefore the endomorphism α_{x_0} , such that

$$\alpha_{x_0}(x) = \begin{cases} a, & \text{if } x \leq x_0 \\ b, & \text{if } x > x_0 \end{cases} \quad (1)$$

is an idempotent and each idempotent of the semiring $\mathcal{STR}^{[0,1]} \{a, b\}$ can be wrote as α_{x_0} , where $x_0 \in [a, b]$. Thus we have proved

Proposition 7 *There is a bijection between the set of idempotent endomorphisms of the semiring $\mathcal{STR}^{[0,1]} \{a, b\}$ and the interval $[a, b]$.*

Let x_0 and x_1 are real numbers on the interval $(0, 1)$, $x_0 < x_1$ also α_{x_0} and α_{x_1} are idempotent endomorphisms written in the way of (1). Then for every $x \in [0, 1]$ the equalities

$$\begin{aligned} \alpha_{x_0}(x) + \alpha_{x_1}(x) &= \alpha_{x_0}(x), \\ (\alpha_{x_0} \alpha_{x_1})(x) &= \alpha_{x_0}(x) \end{aligned}$$

are valid. It is easy to prove that

Proposition 8 *The set of idempotent endomorphisms of the semiring $\mathcal{STR}^{[0,1]} \{a, b\}$ is a semiring.*

This semiring is denoted by $\mathcal{ID}(\mathcal{STR}^{[0,1]} \{a, b\})$.

Let α be an arbitrary endomorphism of $\mathcal{STR}^{[0,1]} \{a, b\}$ and x_α be the largest number of the interval $[0, 1]$ such that $\alpha(x_\alpha) = a$. (If the number x_α does not exist, then $\alpha = \bar{b}$.)

If $x_\alpha < a$, then $\alpha(a) = b$ which implies $\alpha(x) = b$ for all $x \in [a, 1]$. If for some $x \in [0, a)$ we have $\alpha(x) = a$, then $\alpha^2(x) = b$. Hence for all $x \in [0, 1]$, it follows $\alpha^2 = \bar{b}$, that is α is b -nilpotent endomorphism.

Similarly, if $x_\alpha > b$, then $\alpha(b) = a$ and so $\alpha(x) = a$ for all $x \in [0, b]$. If for some $x \in (b, 1]$, it follows $\alpha(x) = b$, then $\alpha^2(x) = a$. Thus for all $x \in [0, 1]$ we have $\alpha^2 = \bar{a}$, that is α is a -nilpotent endomorphism.

From the above reasoning and Proposition 6 we obtain

Corollary 4 *The endomorphism $\alpha \in \mathcal{STR}^{[0,1]} \{a, b\}$ is*

$$\begin{aligned} & a - \text{nilpotent, if and only if, } x_\alpha \in (b, 1] \\ & \text{idempotent, if and only if, } x_\alpha \in [a, b] \quad . \\ & b - \text{nilpotent, if and only if, } x_\alpha \in [0, a) \end{aligned}$$

We denote by $\mathcal{N}^{(a)} \left(\mathcal{STR}^{[0,1]} \{a, b\} \right)$ the set of a -nilpotent elements of the semiring $\mathcal{STR}^{[0,1]} \{a, b\}$.

Proposition 9 *The set $\mathcal{N}^{(a)} \left(\mathcal{STR}^{[0,1]} \{a, b\} \right)$ is a subsemiring of $\mathcal{STR}^{[0,1]} \{a, b\}$.*

Proof. Let $\alpha, \beta \in \mathcal{N}^{(a)} \left(\mathcal{STR}^{[0,1]} \{a, b\} \right)$, x_α be the largest number of $[0, 1]$ such that $\alpha(x_\alpha) = a$ and x_β be the largest number of $[0, 1]$ such that $\beta(x_\beta) = a$. Suppose that $x_\alpha < x_\beta$. Then $\beta(x) < \alpha(x)$ for any $x \in [0, 1]$ and $\alpha + \beta = \alpha \in \mathcal{N}^{(a)} \left(\mathcal{STR}^{[0,1]} \{a, b\} \right)$. For an arbitrary $x \in [0, 1]$ we obtain $(\alpha\beta)(x) = \beta(\alpha(x)) \leq \alpha^2(x) = a$. Hence $\alpha\beta \in \mathcal{N}^{(a)} \left(\mathcal{STR}^{[0,1]} \{a, b\} \right)$. Similarly $\beta\alpha \in \mathcal{N}^{(a)} \left(\mathcal{STR}^{[0,1]} \{a, b\} \right)$.

We denote by $\mathcal{N}^{(b)} \left(\mathcal{STR}^{[0,1]} \{a, b\} \right)$ the set of b -nilpotent elements of the semiring $\mathcal{STR}^{[0,1]} \{a, b\}$.

Proposition 10 *The set $\mathcal{N}^{(b)} \left(\mathcal{STR}^{[0,1]} \{a, b\} \right)$ is a subsemiring of $\mathcal{STR}^{[0,1]} \{a, b\}$.*

Proof. By the same reasoning as in the proof of Proposition 9.

From the last three propositions we obtain

Theorem 1 *Let a and b , where $a < b$, be arbitrary numbers of the interval $[0, 1]$. The string $\mathcal{STR}^{[0,1]} \{a, b\}$ is a union of the disjoint semirings $\mathcal{ID} \left(\mathcal{STR}^{[0,1]} \{a, b\} \right)$, $\mathcal{N}^{(a)} \left(\mathcal{STR}^{[0,1]} \{a, b\} \right)$ and $\mathcal{N}^{(b)} \left(\mathcal{STR}^{[0,1]} \{a, b\} \right)$.*

References

- [1] R. El Bashir, T. Kepka, (2007), *Congruence-Simple Semirings*, Semigroup Forum, 75, 2007, 588 – 608.
- [2] S. Dimitrov (2017) *Derivations on Semirings*, Appl. Math. in Eng. and Econ. – 41th. Int. Conf. 2017, Amer. Inst. of Physics Conference Proceedings 1910, 060011-1 – 060011-22.
- [3] J. Golan (1999) *Semirings and Their Applications*, Kluwer, Dordrecht, 1999.
- [4] J. Ježek, T. Kepka, M. Maròti, (2009), *The endomorphism semiring of a semilattice*, Semigroup Forum, 78, 2009, 21 – 26.
- [5] Y. Katsov, T. Nam (2011) *Morita equivalence and homological characterization of semirings*, Journal of Algebra and its Applications, 10(3), 445 - 473, 2011.
- [6] I. Trendafilov, D. Vladeva (2011) *The Endomorphism Semiring of a Finite Chain*, Proceedings of the Technical University of Sofia, vol. 61, no. 1, 2011, 9–18.
- [7] I. Trendafilov, D. Vladeva (2013) *Idempotent Elements of the Endomorphism Semiring of a Finite Chain*, Comptes rendus de l'Académie bulgare des Sciences, Tome 66, No 5, 2013, 621–628.
- [8] I. Trendafilov, D. Vladeva (2013) *Combinatorial Results for Geometric Structures in Endomorphism Semirings*, Appl. Math. in Eng. and Econ. – 39th. Int. Conf. (2013) American Institute of Physics Conf. Proc. 1570, 461 – 468 ; doi: 10.1063/1.4854790.
- [9] D. Vladeva (2018) *Projections of k -simplex onto the subsimplices of arbitrary type are derivations*, Comptes rendus de l'Académie bulgare des Sciences, Tome 71, No 1, 2018, 3 – 9.
- [10] D. Vladeva (2016) *Derivations in a endomorphism semiring*, Serdica Math. J.- Bulgarian Academy of Sciences, Vol.42, No. 3-4, 2016, pp. 251 – 260.

- [11] D. Vladeva (2018) *Projection on right ideals of endomorphism semiring of an infinite chain*, Proceedings of the Technical University of Sofia, vol. 68, No 3, 85–94.
- [12] D. Vladeva (2018) *Projection on left ideals of endomorphism semiring of an infinite chain. Jordan multiplications*, Proceedings of the Technical University of Sofia, vol. 68, No 3, 95–104.
- [13] D. Vladeva (2019) *Derivations of polynomial semirings*, International Journal of Algebra and Computation (2019) World Scientific Publishing Company, DOI: 10.1142/S0218196719500620.
- [14] J. Zumbrägel, (2008), *Classification of finite congruence-simple semirings with zero*, Journal of Algebra and its Applications 7(3), 2008, 363 – 377.

Authors: **Martin Rachev**, Department "Algebra and geometry", FAMI, Technical University of Sofia, E-mail address: martin.petrov.rachev@gmail.com; **Ivan Trendafilov**, prof., Department "Algebra and geometry", FAMI, Technical University of Sofia, E-mail address: ivan_d_trendafilov@tu-sofia.bg

Received 10 October 2019

Reviewer: Prof., PhD George Venkov

СИЛНА НЕУСТОЙЧИВОСТ ЧРЕЗ ИЗБУХВАНЕ НА СОЛИТОННИ ВЪЛНИ ЗА УРАВНЕНИЕТО НА КЛАЙН-ГОРДЪН-ХАРТРИ

Боян Костадинов

Резюме: В настоящата работа се разглежда задачата за установяване на условието, което осигурява неустойчивостта на солитонните решения за следното обобщено уравнение на Клайн-Гордън-Хартри

$$\psi_{tt} - \Delta\psi + \psi - (|x|^{-(n-\alpha)} * |\psi|^p)|\psi|^{p-2}\psi = 0$$

в $\mathbb{R}^n$, където $n \geq 3$ и $p \geq 2$. Главният резултат тук се отнася до това, че когато $0 \leq \omega < \sqrt{\frac{p-1}{p+\alpha+1}}$, тогава солитонното решение $e^{i\omega t}u(x)$ на горното уравнение е силно неустойчиво чрез избухване.

Ключови думи: Уравнение на Клайн-Гордън-Хартри, неустойчивост чрез избухване, орбитална неустойчивост, солитонни вълни, основно състояние.

STRONG INSTABILITY BY BLOW-UP OF SOLITARY WAVES FOR THE GENERALIZED KLEIN-GORDON-HARTREE EQUATION

Boyan Kostadinov

Abstract: The present paper addresses the problem of determining the conditions needed to assert the instability of solitary wave solutions to the following generalized Klein-Gordon-Hartree equation

$$\psi_{tt} - \Delta\psi + \psi - (|x|^{-(n-\alpha)} * |\psi|^p)|\psi|^{p-2}\psi = 0$$

in $\mathbb{R}^n$ when $n \geq 3$ and $p \geq 2$. The main result of this work claims that when $0 \leq \omega < \sqrt{\frac{p-1}{p+\alpha+1}}$, then the solitary wave solution $e^{i\omega t}u(x)$ to the equation above is strongly unstable by blow-up.

Keywords: Klein-Gordon-Hartree equation, instability by blow-up, orbital instability, solitary waves, ground state.

1. INTRODUCTION

The present work is devoted to the following Klein-Gordon-Hartree equation in $\mathbb{R} \times \mathbb{R}^n$, $n \geq 3$,

$$\psi_{tt} - \Delta\psi + \psi - (|x|^{-(n-\alpha)} * |\psi|^p)|\psi|^{p-2}\psi = 0, \quad (1.1)$$

where $p \geq 2$ and $\alpha \in (0, n)$.

Solitary wave $\psi(t, x) = e^{i\omega t}u(x)$ is a solution to equation (1.1) if u solves the elliptic semilinear equation

$$-\Delta u + (1 - \omega^2)u - (|x|^{-(n-\alpha)} * |u|^p)|u|^{p-2}u = 0, \quad (1.2)$$

also known as the generalized Choquard equation. Equation (1.1) has non-trivial solitary solutions when $0 \leq \omega < 1$.

The instability of solitary waves of (1.1) in the case when $p = 2$ has been covered in details in [10]. If the convolutional term $(|x|^{-(n-\alpha)} * |u|^p)|u|^{p-2}u$ in (1.1) is replaced by $|u|^2u$, the stability and instability properties of the standing waves of the resulting equation have been studied in [1], [2], [3], [9], [15], [17], [18] and [19], while [13], [14], [16] and [20] address the case of blow-up, global existence and scattering theory.

When $n = 3$ and $\alpha = 2$, equation (1.2) represents Hartree's suggested approach of approximating the two-electron Schrödinger equation by two one-electron equations when modelling the two electrons of the helium atom stuck in a potential well. Equation (1.2) has been considered in [4], [5], [7], [8] and [12].

By the modulation $\psi(t, x) = e^{i\omega t}u(t, x)$, the nonlinear Klein–Gordon–Hartree equation (1.1) is transformed to the following perturbed Schrödinger equation

$$\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} + 2i\omega \frac{\partial u}{\partial t} - \Delta u + (1 - \omega^2)u - (|x|^{-(n-\alpha)} * |u|^p)|u|^{p-2}u = 0. \quad (1.3)$$

Denote by $X = H^1(\mathbb{R}^n) \times L^2(\mathbb{R}^n)$ the natural energy space. Then the following proposition states the existence result and the corresponding laws of mass and energy conservation.

Proposition 1.1. *For any initial data $(\psi_0, \psi_1) \in X$, there exists a unique solution $\vec{\psi}(t) = (\psi, \psi_t) \in C([0, T_{max}), X)$ of (1.1) with $\vec{\psi}(0) = (\psi_0, \psi_1)$, such that either $T_{max} = \infty$ or else $T_{max} < \infty$ and $\lim_{t \nearrow T_{max}} \|\vec{\psi}(t)\|_X = \infty$. Moreover, $\vec{\psi}$ satisfies the conservation of charge $Q(\vec{\psi}(t)) = Q(\psi_0, \psi_1)$ and energy $E(\vec{\psi}(t)) = E(\psi_0, \psi_1)$ for every $t \in [0, T_{max})$, where*

$$Q(u, v) := \operatorname{Im} \int_{\mathbb{R}^n} \bar{u}v dx + \omega \int_{\mathbb{R}^n} |u|^2 dx, \quad (1.4)$$

$$E(u, v) := \frac{1}{2} \int_{\mathbb{R}^n} |\nabla u|^2 dx + \frac{1 - \omega^2}{2} \int_{\mathbb{R}^n} |u|^2 dx + \frac{1}{2} \int_{\mathbb{R}^n} |v|^2 dx - \frac{1}{2p} D_\alpha(|u|^p, |u|^p),$$

and

$$D_\alpha(|u|^p, |u|^p) = \int_{\mathbb{R}^n} \int_{\mathbb{R}^n} \frac{|u(x)|^p |u(y)|^p}{|x - y|^{n-\alpha}} dx dy. \quad (1.5)$$

Remark 1.1. *In view of the result of Menzala and Strauss [14], the Cauchy problem for the (1.1) is locally well-posed in the energy space. This result implies immediately the local well-posedness of the Cauchy problem for (1.3).*

2. INSTABILITY CRITERIA

In this paragraph the two definitions of orbital (in)stability and strong instability by blow-up are provided. In addition, notions used throughout the present work are also introduced.

Ground states are critical points of the action functional

$$S_\omega(u) = \frac{1}{2} \|\nabla u\|_{L^2}^2 + \frac{1 - \omega^2}{2} \|u\|_{L^2}^2 - \frac{1}{2p} D_\alpha(|u|^p, |u|^p). \quad (2.1)$$

The action functional $S_\omega(u)$ is well defined on H^1 for

$$p \in \left(\frac{n + \alpha}{n}, \frac{n + \alpha}{n - 2} \right) \quad (2.2)$$

due to the following Gagliardo–Nirenberg interpolation inequality

$$D_\alpha(|u|^p, |u|^p) \leq C \|u\|_{L^2}^{n+\alpha-p(n-2)} \|\nabla u\|_{L^2}^{pn-(n+\alpha)}.$$

The ground states of equation (1.2) are defined in the following way. Let $\mathcal{M}_\omega = \{u \in H^1 \setminus \{0\}, S'_\omega(u) = 0\}$ and let $\mathcal{G}_\omega$ be the set of the ground states of (1.2), that is $\mathcal{G}_\omega = \{u \in \mathcal{M}_\omega, S_\omega(u) \leq S_\omega(v), v \in \mathcal{M}_\omega\}$.

Standard symmetrization argument (Schwarz symmetrization [6]) implies existence of positive radial decreasing solutions $u_\omega \in H_{rad}^1$ of (1.2), such that $\mathcal{G}_\omega = \{e^{i\theta} u_\omega(\cdot + y) : \theta \in \mathbb{R}, y \in \mathbb{R}^n\}$. Moreover, any ground state solution satisfies the Pohozaev identities

$$\mathcal{P}_{1,\omega}(u) = \|\nabla u\|_{L^2}^2 + (1 - \omega^2) \|u\|_{L^2}^2 - D_\alpha(|u|^p, |u|^p) = 0, \quad (2.3)$$

$$\mathcal{P}_{2,\omega}(u) = \frac{n-2}{2} \|\nabla u\|_{L^2}^2 + \frac{n(1-\omega^2)}{2} \|u\|_{L^2}^2 - \frac{n+\alpha}{2p} D_\alpha(|u|^p, |u|^p) = 0 \quad (2.4)$$

and it is a solution to the Euler–Lagrange equation (1.2) with $|\omega| < 1$.

Here and below we shall use the following notation $\vec{u}_\omega = (u_\omega, i\omega u_\omega)$.

Definition 2.1. (Orbital Stability and Instability)

The set of ground states $\mathcal{G}_\omega$ is said to be orbitally stable, if for every $\varepsilon > 0$, there exists $\delta > 0$, such that for any $(\psi_0, \psi_1) \in X$ with $\inf_{u_\omega \in \mathcal{G}_\omega} \|(\psi_0, \psi_1) - \vec{u}_\omega\|_X < \delta$, the solution $\vec{\psi}(t)$ of (1.1) with initial value $\vec{\psi}(0) = (\psi_0, \psi_1)$ exists for all $t \in [0, \infty)$ and satisfies $\sup_{0 \leq t < \infty} \inf_{u_\omega \in \mathcal{G}_\omega} \|\vec{\psi}(t) - e^{i\theta} \vec{u}_\omega(\cdot + y)\|_{H^1} < \varepsilon$. Otherwise, $\mathcal{G}_\omega$ is said to be orbitally unstable.

Definition 2.2. (*Strong instability by blow-up*)

The set of ground states $\mathcal{G}_\omega$ is said to be strongly unstable by blow-up if for every $\varepsilon > 0$, there exists an element $(\psi_0, \psi_1) \in X$, such that $\inf_{u_\omega \in \mathcal{G}_\omega} \|(\psi_0, \psi_1) - \vec{u}_\omega\|_X < \varepsilon$ and the solution $\vec{\psi}(t)$ of (1.1) with initial value $\vec{\psi}(0) = (\psi_0, \psi_1)$ blows up in finite time.

Based on the two definitions above, it is observable that if the set $\mathcal{G}_\omega$ is strongly unstable by blow-up, then it is also orbitally unstable.

Now the following functionals: S_ω , $P_{1,\omega}$, $P_{2,\omega}$, $S_{\omega,1}$ and $S_{\omega,2}$ are consecutively defined.

$$\begin{aligned}
S_\omega(u) &= \frac{1}{2} \|\nabla u\|_{L^2}^2 + \frac{1-\omega^2}{2} \|u\|_{L^2}^2 - \frac{1}{2p} D_\alpha(|u|^p, |u|^p), \\
S_\omega\left(\lambda^a u\left(\frac{x}{\lambda}\right)\right) &= \frac{\lambda^{2a+n-2}}{2} \|\nabla u\|_{L^2}^2 + \frac{(1-\omega^2)\lambda^{2a+n}}{2} \|u\|_{L^2}^2 - \frac{\lambda^{2ap+n+\alpha}}{2p} D_\alpha(|u|^p, |u|^p), \\
P_{1,\omega}(u) &= \frac{\partial}{\partial \lambda} S_\omega(\lambda u(x)) \Big|_{\lambda=1} = \|\nabla u\|_{L^2}^2 + (1-\omega^2) \|u\|_{L^2}^2 - D_\alpha(|u|^p, |u|^p), \\
P_{2,\omega}(u) &= \frac{\partial}{\partial \lambda} S_\omega\left(u\left(\frac{x}{\lambda}\right)\right) \Big|_{\lambda=1} \\
&= \frac{n-2}{2} \|\nabla u\|_{L^2}^2 + \frac{n(1-\omega^2)}{2} \|u\|_{L^2}^2 - \frac{n+\alpha}{2p} D_\alpha(|u|^p, |u|^p), \\
S_{\omega,1}(u) &= S_\omega(u) - \frac{1}{2p} P_{1,\omega}(u) = \frac{p-1}{2p} (\|\nabla u\|_{L^2}^2 + (1-\omega^2) \|u\|_{L^2}^2), \\
S_{\omega,2}(u) &= S_\omega(u) - \frac{1}{n+\alpha} P_{2,\omega}(u) = \frac{\alpha+2}{2(n+\alpha)} \|\nabla u\|_{L^2}^2 + \frac{\alpha(1-\omega^2)}{2(n+\alpha)} \|u\|_{L^2}^2.
\end{aligned}$$

As a next step we define $d_j = \inf\{S_\omega(u) : u \in H^1 \setminus \{0\}, P_{j,\omega}(u) = 0\}$, $j = 1, 2$.

The following observation is in place – whenever $P_{j,\omega}(u) = 0$, then $S_{\omega,j}(u) = S_\omega(u)$ for $j = 1, 2$.

Lemma 2.3. *Let $u \in H^1$ and $P_{j,\omega}(u) < 0$. Then the inequality $S_{\omega,j}(u) > d_j$ is fulfilled.*

Proof. Due to the definition of d_2 , let the case $P_{2,\omega}(\lambda_2 u) = 0$ be considered.

$$P_{2,\omega}(\lambda_2 u) = \frac{\lambda_2^2(n-2)}{2} \|\nabla u\|_{L^2}^2 + \frac{\lambda_2^2 n(1-\omega^2)}{2} \|u\|_{L^2}^2 - \frac{\lambda_2^{2p}(n+\alpha)}{2p} D_\alpha(|u|^p, |u|^p) = 0.$$

Now it is clear that if λ_2 is chosen to be as follows:

$$\lambda_2 = \left(\frac{\frac{n-2}{2} \|\nabla u\|_{L^2}^2 + \frac{n(1-\omega^2)}{2} \|u\|_{L^2}^2}{\frac{n+\alpha}{2p} D_\alpha(|u|^p, |u|^p)} \right)^{\frac{1}{2(p-1)}},$$

then $P_{2,\omega}(\lambda_2 u) = 0$. Moreover following the requirements of the Lemma that $P_{2,\omega}(u) < 0$ it is clear that $\lambda_2 < 1$, and it is easily inferred that $\lambda_2 \in (0, 1)$. The case of λ_1 and $P_{1,\omega}(\lambda_1 u) = 0$ is considered analogously.

In other words the reasoning above means that choosing $\lambda_j \in (0, 1)$, such that $P_{j,\omega}(\lambda_j u) = 0$, is possible. This means that $P_{j,\omega}(\lambda_j u) = 0$ implies that $S_{\omega,j}(\lambda_j u) = S_{\omega,j}(u)$ and since $u \neq 0$, then $d_j \leq S_{\omega,j}(\lambda_j u) = \lambda_j^2 S_{\omega,j}(u) < S_{\omega,j}(u)$. This completes the proof. $\square$

3. STRONG INSTABILITY OF SOLITARY WAVES

We shall start this Section by proving the following Lemma.

Lemma 3.1. *Let $d = d_1 = d_2$ and $\Sigma = \Sigma_1 \cap \Sigma_2$, where $\Sigma_j = \{(\xi, \eta) \in X : E(\xi, \eta) < d, P_{j,\omega}(\xi) < 0\}$, $j = 1, 2$. Then $(\lambda u, 0) \in \Sigma$ for every $\lambda > 1$.*

Proof. If $P_{1,\omega} = 0$ and $P_{2,\omega} = 0$, then apparently $P_{1,\omega} = P_{2,\omega} = 0$, from where it is true that $d_1 = d_2$ and thus $\Sigma_1 = \Sigma_2$ implies that $\Sigma = \Sigma_1 = \Sigma_2$. To prove that $(\lambda u, 0) \in \Sigma$ for $\lambda > 1$ it suffices to show that $(\lambda u, 0) \in \Sigma_1$ or $(\lambda u, 0) \in \Sigma_2$ when $\lambda > 1$, i.e. it is required to determine that either of the two: $P_{1,\omega}(\lambda u) < 0$ or $P_{2,\omega}(\lambda u) < 0$ holds when $\lambda > 1$. For the sake of completeness the last two inequalities will be justified in the proof below.

The definition of $E(\cdot, \cdot)$ provides that $E(u, 0) = S_{\omega}(u)$ and thus we can write

$$S_{\omega}(\lambda u) = \frac{\lambda^2}{2} (\|\nabla u\|_{L^2}^2 + (1 - \omega^2)\|u\|_{L^2}^2) - \frac{\lambda^{2p}}{2p} D_{\alpha}(|u|^p, |u|^p). \quad (3.1)$$

On the other hand the definition of $S_{\omega,1}(\cdot)$ implies that

$$\|\nabla u\|_{L^2}^2 + (1 - \omega^2)\|u\|_{L^2}^2 = \frac{2p}{p-1} S_{\omega,1}(u). \quad (3.2)$$

Since u is a solution to the stationary equation (1.2), then

$$D_{\alpha}(|u|^p, |u|^p) = \|\nabla u\|_{L^2}^2 + (1 - \omega^2)\|u\|_{L^2}^2, \quad (3.3)$$

where we use the fact that $P_{1,\omega}(u) = 0$. Now plugging (3.2) and (3.3) into (3.1), we obtain the relation $S_{\omega}(\lambda u) = \frac{S_{\omega,1}(u)}{p-1} (\lambda^2 p - \lambda^{2p})$.

Proving that $S_{\omega}(\lambda u) < d = \inf\{S_{\omega,1}(u) : u \in H^1 \setminus \{0\}, P_{1,\omega}(u) = 0\}$ is now equivalent to showing that $\frac{S_{\omega,1}(u)}{p-1} (\lambda^2 p - \lambda^{2p}) < d$. The infimum of $S_{\omega,1}(\cdot)$ is attained at a function which is a solution to the stationary equation (1.2), which in this case happens to be u (see [4]). The validity of the inequality $\frac{S_{\omega,1}(u)}{p-1} (\lambda^2 p - \lambda^{2p}) < S_{\omega,1}(u)$, when $\lambda > 1$, is what remains to be checked. Due to the fact that $S_{\omega,1}(u) > 0$ the last inequality is rewritten in the form $\lambda^{2p} - p\lambda^2 + (p-1) > 0$.

If $f(\lambda) = \lambda^{2p} - p\lambda^2 + (p-1)$, then $f'(\lambda) = 2p\lambda(\lambda^{p-1} - 1)(\lambda^{p-1} + 1)$ and since $\lambda > 1$, it is obvious that $f'(\lambda) > 0$. Thus $f(\lambda)$ is an increasing function with $f(\lambda) > f(1) = 0$ meaning that the inequality $S_\omega(\lambda u) < d$ is true.

The next step is to prove that inequalities $P_{1,\omega}(\lambda u) < 0$ and $P_{2,\omega}(\lambda u) < 0$ hold.

From the definition of $P_{1,\omega}(\cdot)$, from (3.2) and from the fact that u is a solution to the stationary equation (1.2), it follows that the inequality $P_{1,\omega}(\lambda u) < 0$ is equivalent to $\frac{2p\lambda^2}{p-1}S_{\omega,1}(u)(1 - \lambda^{2(p-1)}) < 0$. Due to the positiveness of $S_{\omega,1}(u)$ what needs to be checked is the inequality $(\lambda^{p-1} - 1)(\lambda^{p-1} + 1) > 0$. In the case when $\lambda > 1$ the latter inequality is obviously true.

To prove that $P_{2,\omega}(\lambda u) < 0$, the second Pohozahev identity (2.4), the definition of $P_{2,\omega}(\cdot)$ and the fact that u is a solution to equation (1.2), are employed and thus we have to check the following inequality

$$P_{2,\omega}(\lambda u) = (\lambda^2 - \lambda^{2p}) \left(\frac{(n-2)}{2} \|\nabla u\|_{L^2}^2 + \frac{n(1-\omega^2)}{2} \|u\|_{L^2}^2 \right) < 0.$$

Since the term in the large parentheses is positive, what is left to be checked is the inequality $\lambda^2(\lambda^{p-1} - 1)(\lambda^{p-1} + 1) > 0$. Apparently when $\lambda > 1$ the last inequality is true. This asserts the fact that $P_{2,\omega}(\lambda u) < 0$ and thus the proof is completed. $\square$

Let $\vec{u}_\lambda(t) = (u_\lambda(t), \partial_t u_\lambda(t))$ with $\lambda > 1$ be a solution to equation (1.3) having initial condition $\vec{u}_\lambda(0) = (\lambda u, 0)$, where u is a ground state solution of equation (1.2). Let E_λ and Q_λ be the energy and charge of the solution u_λ and let T_λ be the maximum time which $\vec{u}_\lambda(t)$ is defined for. The following notation is introduced

$$I_\lambda(t) = \frac{1}{2} \|u_\lambda\|_{L^2}^2, \quad 0 \leq t < T_\lambda.$$

Lemma 3.2. *Let $0 \leq \omega < \sqrt{\frac{p-1}{p+\alpha+1}}$, then for every $\lambda > 1$, there exists a constant $a_\lambda > 0$, such that $\frac{d^2}{dt^2} I_\lambda(t) \geq (p+1) \|\partial_t u_\lambda(t)\|_{L^2}^2 + a_\lambda$, $0 \leq t < T_\lambda$.*

Proof. By direct computation of the first derivative of $I_\lambda(t)$, it is obtained that $I'_\lambda(t) = \text{Re} \int_{\mathbb{R}^n} \partial_t u_\lambda(t) \overline{u_\lambda(t)} dx$ and hence $I''_\lambda(t) = \|\partial_t u_\lambda\|_{L^2}^2 + \text{Re} \int_{\mathbb{R}^n} \partial_t^2 u_\lambda(t) \overline{u_\lambda(t)} dx$.

From (1.3) the last relation could be re-written in the following way

$$I''_\lambda(t) = \|\partial_t u_\lambda\|_{L^2}^2 + 2\omega \text{Im} \int_{\mathbb{R}^n} \partial_t u_\lambda(t) \overline{u_\lambda(t)} dx - P_{1,\omega}(u_\lambda).$$

The definition (1.4) of $Q(\cdot, \cdot)$ provides the equality

$$2\omega \text{Im} \int_{\mathbb{R}^n} \partial_t u_\lambda(t) \overline{u_\lambda(t)} dx = 2\omega Q(u_\lambda, \partial_t u_\lambda) - 2\omega^2 \|u_\lambda\|_{L^2}^2.$$

From definitions of $P_{1,\omega}(\cdot)$, $S_{\omega,1}(\cdot)$ and $E(\cdot, \cdot)$, it is obtained that

$$-P_{1,\omega}(u_\lambda) = p\|\partial_t u_\lambda\|_{L^2}^2 + 2pS_{\omega,1}(u_\lambda) - 2pE(u_\lambda, \partial_t u_\lambda).$$

Moreover, the second derivative of $I_\lambda(t)$ is given by the expression

$$\begin{aligned} I_\lambda''(t) &= (p+1)\|\partial_t u_\lambda\|_{L^2}^2 + 2pS_{\omega,1}(u_\lambda) - 2\omega^2\|u_\lambda\|_{L^2}^2 \\ &\quad - 2pE(u_\lambda, \partial_t u_\lambda) + 2\omega Q(u_\lambda, \partial_t u_\lambda). \end{aligned} \quad (3.4)$$

In Lemma 3.1 it is proved that when $\lambda > 1$, then $(\lambda u, 0) \in \Sigma$. The result implies that $E_\lambda = E(\lambda u, 0) = S_\omega(\lambda u) < d$. On the other hand from the definition (1.4) of $Q(\cdot, \cdot)$ it is valid that $\omega Q_\lambda = \omega Q(\lambda u, 0) = \omega^2 \lambda^2 \|u\|_{L^2}^2 > \omega^2 \|u\|_{L^2}^2$.

From the assumption that $S_{\omega,1}(u) = S_{\omega,2}(u) = d$, the following relation is in place $\|u\|_{L^2}^2 = \frac{d(n+\alpha-p(n-2))}{(1-\omega^2)(p-1)}$.

The right hand side of the equality above is positive due to the requirement (2.2) imposed on p . This allows one to determine that

$$2pE_\lambda - 2\omega Q_\lambda < \left(2p - \frac{2\omega^2(n+\alpha-p(n-2))}{(1-\omega^2)(p-1)}\right) d.$$

From the definitions of energy and charge it is known that

$$E_\lambda = S_\omega(\lambda u) = E(\lambda u, 0) = E(\vec{u}_\lambda(0)); \quad E(\vec{u}_\lambda(t)) = E(u_\lambda(t), \partial_t u_\lambda(t))$$

and

$$Q_\lambda = Q(\lambda u, 0) = Q(\vec{u}_\lambda(0)); \quad Q(\vec{u}_\lambda(t)) = Q(u_\lambda(t), \partial_t u_\lambda(t)).$$

Therefore, $E_\lambda = E(\vec{u}_\lambda(t))$, $Q_\lambda = Q(\vec{u}_\lambda(t))$ and thus

$$\begin{aligned} &2pE(u_\lambda(t), \partial_t u_\lambda(t)) - 2\omega Q(u_\lambda(t), \partial_t u_\lambda(t)) = \\ &= 2pE_\lambda - 2\omega Q_\lambda < \left(2p - \frac{2\omega^2(n+\alpha-p(n-2))}{(1-\omega^2)(p-1)}\right) d. \end{aligned} \quad (3.5)$$

Now assume that $2pS_{\omega,1}(u_\lambda) - 2\omega^2\|u_\lambda\|_{L^2}^2$ could be represented in the form

$$2pS_{\omega,1}(u_\lambda) - 2\omega^2\|u_\lambda\|_{L^2}^2 = aS_{\omega,1}(u_\lambda) + bS_{\omega,2}(u_\lambda) \quad (3.6)$$

and thus leads to computation of a and b from the system

$$\begin{cases} \frac{a(p-1)}{2p} + \frac{b(\alpha+2)}{2(n+\alpha)} = p-1, \\ \frac{a(p-1)}{2p}(1-\omega^2) + \frac{b\alpha(1-\omega^2)}{2(n+\alpha)} = (1-\omega^2)(p-1) - 2\omega^2. \end{cases}$$

We have

$$\begin{cases} a = 2p \left(\frac{p-1-\omega^2(\alpha+p+1)}{(1-\omega^2)(p-1)} \right), \\ b = \frac{2\omega^2(n+\alpha)}{1-\omega^2}. \end{cases}$$

Plugging a and b back in (3.6) gives

$$\begin{aligned} & 2pS_{\omega,1}(u_\lambda) - 2\omega^2\|u_\lambda\|_{L^2}^2 \\ &= 2p \left(\frac{p-1-\omega^2(\alpha+p+1)}{(1-\omega^2)(p-1)} \right) S_{\omega,1}(u_\lambda) + \frac{2\omega^2(n+\alpha)}{1-\omega^2} S_{\omega,2}(u_\lambda). \end{aligned}$$

It is easy to see that when $0 \leq \omega < \sqrt{\frac{p-1}{p+\alpha+1}}$, both a and b are greater than 0. This combined with the fact that $S_{\omega,1}(u_\lambda) \geq d$ and $S_{\omega,2}(u_\lambda) \geq d$ allows for writing the following inequality

$$2pS_{\omega,1}(u_\lambda) - 2\omega^2\|u_\lambda\|_{L^2}^2 \geq \left(2p - \frac{2\omega^2(n+\alpha-p(n-2))}{(1-\omega^2)(p-1)} \right) d. \quad (3.7)$$

Now (3.4), (3.5) and (3.7) imply that $I''_\lambda(t) \geq (p+1)\|\partial_t u_\lambda\|_{L^2}^2 + a_\lambda$, where

$$a_\lambda = \left(2p - \frac{2\omega^2(n+\alpha-p(n-2))}{(1-\omega^2)(p-1)} \right) d - 2pE_\lambda + 2\omega Q_\lambda > 0.$$

□

4. MAIN RESULTS

The two Theorems below are the main results of the present paper. They address the question of instability of solitary waves and give answer to the question: Under what assumptions of ω will the solitary waves solving equation (1.1) be strongly unstable by blow-up?

Theorem 4.1. *Let $n \geq 3$, $2 \leq p < \frac{n+\alpha}{n-2}$ and $\alpha \in (\max(0, n-4), n)$, and let $v(x)$ be a ground state of (1.2). If $0 \leq \omega < \sqrt{\frac{p-1}{p+\alpha+1}}$, then the solitary wave solution $e^{i\omega t}v(x)$ to equation (1.1) is strongly unstable by blow-up.*

After substituting $\psi(t, x) = e^{i\omega t}u(t, x)$, the Klein-Gordon-Hartree equation (1.1) is equivalent to the following equation

$$\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} + 2i\omega \frac{\partial u}{\partial t} - \Delta u + (1-\omega^2)u - (|x|^{-(n-\alpha)} * |u|^p)|u|^{p-2}u = 0.$$

To prove Theorem 4.1, it suffices to show that the following Theorem is applicable.

Theorem 4.2. *Let $n \geq 3$, $2 \leq p < \frac{n+\alpha}{n-2}$ and $\alpha \in (\max(0, n-4), n)$, and let $\psi(x)$ be a ground state of (1.2). If $0 \leq \omega < \sqrt{\frac{p-1}{p+\alpha+1}}$, then the stationary solution $\psi(x)$ to equation (1.3) is strongly unstable by blow-up in the context of: for any $\lambda > 1$, the solution $\psi(x)$ of equation (1.3) with initial condition $(\lambda\psi, 0)$ blows up in finite time.*

Remark 4.3. Initially α is required to be in the interval $(0, n)$. On the other hand (2.2) imposes certain requirements over the limits of p . In addition $p \geq 2$.

Since $\frac{n+\alpha}{n} < 2$, then $\frac{n+\alpha}{n-2}$ needs to be greater than 2 too, implying that $\alpha > n-4$. When $n = 3$, the limits of p are $\frac{3+\alpha}{3} < p < 3+\alpha$ and apparently $\frac{3+\alpha}{3} < 2 < 3+\alpha$ and $\alpha \in (0, 3)$. All these considerations lead to the limits of α and p stated explicitly in the two Theorems above.

Proof. When $\lambda > 1$ it is true that $\lambda\phi \rightarrow \phi$ in X and it thus suffices to prove that $T_\lambda < \infty$ for any $\lambda > 1$. The proof is conducted by contradiction, namely assume that $T_\lambda = \infty$. Lemma 3.2 implies that $I_\lambda''(t) \geq a_\lambda > 0$ for every $t \in [0, \infty)$ and consequently there exists $t_1 \in (0, \infty)$, such that $I_\lambda'(t) > 0$ and $I_\lambda(t) > 0$ for any $t \in [t_1, \infty)$. Now again by Lemma 3.2, it follows that

$$I_\lambda''(t)I_\lambda(t) - \frac{p+1}{2} (I_\lambda'(t))^2 \geq \frac{p+1}{2} \left[\|\partial_t u_\lambda\|_{L^2}^2 \|u_\lambda\|_{L^2}^2 - \left(\operatorname{Re} \int_{\mathbb{R}^n} \partial_t u_\lambda \bar{u}_\lambda dx \right)^2 \right].$$

The Cauchy-Schwarz inequality provides the following estimate

$$\left(\operatorname{Re} \int_{\mathbb{R}^n} \partial_t u_\lambda \bar{u}_\lambda dx \right)^2 \leq \left| \int_{\mathbb{R}^n} \partial_t u_\lambda \bar{u}_\lambda dx \right|^2 \leq \int_{\mathbb{R}^n} |\partial_t u_\lambda|^2 dx \int_{\mathbb{R}^n} |\bar{u}_\lambda|^2 dx = \|\partial_t u_\lambda\|_{L^2}^2 \|u_\lambda\|_{L^2}^2$$

which allows for the conclusion that $I_\lambda''(t)I_\lambda(t) - \frac{p+1}{2} (I_\lambda'(t))^2 \geq 0$.

Due to the fact that $t \in [t_1, \infty)$, one could proceed with the computations as follows:

$$\begin{aligned} \left(I_\lambda(t)^{-\frac{p-1}{2}} \right)' &= -\frac{p-1}{2} I_\lambda(t)^{-\frac{p+1}{2}} I_\lambda'(t) < 0, \\ \left(I_\lambda(t)^{-\frac{p-1}{2}} \right)'' &= -\frac{p-1}{2} I_\lambda(t)^{-\frac{p+3}{2}} \left(I_\lambda''(t)I_\lambda(t) - \frac{p+1}{2} (I_\lambda'(t))^2 \right) < 0. \end{aligned}$$

From the last two inequalities one could infer that there exists $t_2 \in (t_1, \infty)$, such that $I_\lambda(t)^{-\frac{p-1}{2}} \leq 0$. This however is a contradiction with the positiveness of $I_\lambda(t)$ and is a consequence of the assumption that $T_\lambda = \infty$. This completes the proof. $\square$

REFERENCES

- [1] H. Berestycki, T. Cazenave, *Instabilité des états stationnaires dans les équations de Schrödinger et de Klein-Gordon non linéaires*, C. R. Acad. Sci. Paris, Seire I, 293, 489492 (1981).
- [2] M. Grillakis, J. Shatah, W. Strauss, *Stability theory of solitary waves in the presence of symmetry*, I. J. Funct. Anal., 74, 160197 (1987).
- [3] L. Jeanjean, S. Le Coz, *Instability for standing waves of nonlinear KleinGordon equations via mountainpass arguments*, Trans. Amer. Math. Soc., 361, 54015416 (2009).
- [4] B. Kostadinov, M. Tarulli, G. Venkov *Stability of Solitary Waves for the Generalized Klein-Gordon-Hartree Equation*, 'C. R. Acad. Bulg. Sci., 72, 1177-1186 (2019).

- [5] E. H. Lieb, *Existence and uniqueness of the minimizing solution of Choquards nonlinear equation*, Studies in Appl. Math., 57, 93105 (1976/77).
- [6] E. H. Lieb, *Sharp constants in the Hardy-Littlewood-Sobolev and related inequalities*, Ann. of Math. 118, 349-374 (1983).
- [7] P. L. Lions, *The Choquard equation and related questions*, Nonl. Anal. T. M. A., 4, 10731079 (1980).
- [8] O. Lopes, *Radial symmetry of minimizers for some translation and rotation invariant functionals*, J. Diff. Eq., 124, 378388 (1996).
- [9] Y. Liu, M. Ohta, G. Todorova, *Strong instability of standing waves for nonlinear Klein-Gordon equations and solitary waves for generalized Boussinesq equations*, Ann. Inst. Henri Poincaré Analyse Nonlinéaire, 24, 539548 (2007).
- [10] X. G. Li, J. Zhang, Y. H. Wu, *Instability of Standing Wave for the Klein-Gordon-Hartree Equation*, Acta Mathematica Sinica, English Series, May 2014, Vol. 30, No. 5, pp. 861-871.
- [11] G. P. Menzala, *On regular solutions of a nonlinear equation of Choquard's type*, Proc. Roy. Soc. Edinburgh Sect. A, 86, 291301 (1980).
- [12] G. P. Menzala, W. A. Strauss, *On a wave equation with a cubic convolution*, J. Diff. Eq., 43, 93105 (1982).
- [13] C. Morawetz, W. A. Strauss, *Decay and scattering of solutions of a nonlinear relativistic wave equation*, Comm. Pure Appl. Math., 25, 131 (1972).
- [14] K. Nakanishi, W. Schlag, *Global dynamics above the ground state for the nonlinear Klein-Gordon equation without a radial assumption*, Arch. Rat. Mech. Anal., 203, 809851 (2012).
- [15] M. Ohta, G. Todorova, *Strong instability of standing waves for nonlinear Klein-Gordon equation and Klein-Gordon-Zakharov system*, SIAM J. Math. Anal., 38, 19121931 (2007).
- [16] H. Pecher, *Low energy scattering for nonlinear Klein-Gordon equations*, J. Funct. Anal., 63, 101122 (1985).
- [17] J. Shatah, *Stable standing waves of nonlinear Klein-Gordon equations*, Comm. Math. Phys. 91, 313327 (1983).
- [18] J. Shatah, *Unstable ground state of nonlinear Klein-Gordon equations*, Trans. Amer. Math. Soc, 290, 701710 (1985).
- [19] J. Shatah, W. Strauss, *Instability of nonlinear bound states*, Comm. Math. Phys., 100, 173190 (1985).
- [20] J. Zhang, *Sharp conditions of global existence for nonlinear Schrödinger and Klein-Gordon equations*, Nonl. Anal. T. M. A., 48, 191207 (2002).

Author: Boyan Kostadinov, PhD Student, FAMI, Technical University of Sofia, E-mail address: boyan.sv.kostadinov@gmail.com

Received 14 October 2019

Reviewer: Prof., PhD George Venkov

МЕТОД НА СВОБОДНИЯ ПАРАМЕТЪР И НЕГОВИ МОДИФИКАЦИИ В КОМПЛЕКСНАТА РАВНИНА ПРИ ПРОЕКТИРАНЕТО НА РОБАСТНИ СИСТЕМИ С ВЪТРЕШЕН МОДЕЛ

Весела Карлова-Сергиева

Резюме: В работата се прилага модифициран метод от комплексната равнина, който в комбинация с метода на свободния параметър се използва за настройка на система за управление с вътрешен модел. Изследват се робастните свойства на проектираната система спрямо свободния параметър. Резултатите са приложими при управлението на типови индустриални обекти.

Ключови думи: система за управление с вътрешен модел, свободен параметър λ , фазов ходограф на корените.

THE SINGLE TUNING PARAMETER METHOD AND ITS MODIFICATIONS IN THE COMPLEX PLANE FOR THE DESIGN OF ROBUST INTERNAL MODEL CONTROL SYSTEMS

Vessela Karlova-Sergieva

Abstract: A modified complex plane method is used in the paper, which, in combination with the single tuning parameter method, is used to set up an internal model control system. The robust properties of the designed system with respect to the single tuning parameter are investigated. The results are applicable to the control of typical industrial plants.

Keywords: Internal Model Control, Phase-Root Locus, Single Tuning Parameter λ

1. ВЪВЕДЕНИЕ

Основната цел при проектиране на система за управление е да се осигури устойчивост и приемливо качество на преходните процеси на затворената система при несъвпадение на модела с обекта, т.е да се гарантира робастност. Несъвпадението на обекта и неговия математичен модел може да бъде предизвикано от редуциране на реда на модела (представяне на обект от висок ред с приблизителен модел от по-нисък ред), или от разлика в параметрите му, които зависят от условията на работа. Методите за проектиране на робастни системи и на системи с робастни свойства са многобройни, като са известни различни комбинации и множество модификации, [4-7].

Съчетаването на двата метода - на свободния параметър и на ходографа на корените, но в неговия модифициран вид, дава възможност за решаването на конкретни задачи от областта на автоматичното управление, [1,3].

2. ЦЕЛ И ЗАДАЧИ

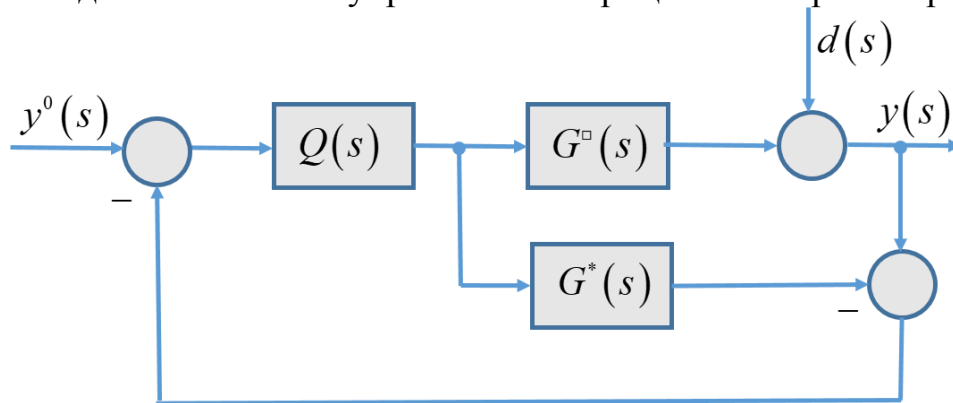
Целта на настоящата работа е да се синтезира система за управление с вътрешен модел, посредством методът на свободния параметър и модифицирани методи в комплексната равнина.

Задачите, които се решават са:

- Извеждане на връзки между параметрите на система с вътрешен модел;
- Настройване на свободния параметър от възможностите на комплексната равнина;
- Определяне на запаси на устойчивост чрез изомодулни и изоаргументни криви спрямо свободния параметър;
- Анализ на робастните свойства на системата за управление.

3. СТРУКТУРА НА СИСТЕМАТА ЗА УПРАВЛЕНИЕ С ВЪТРЕШЕН МОДЕЛ И ВРЪЗКИ МЕЖДУ ПАРАМЕТРИТЕ НА ОТДЕЛНИТЕ ЕЛЕМЕНТИ

На фиг.1 е изобразена структурна схема на система за автоматично управление с вътрешен модел на обекта на управление с отрицателна обратна връзка.



Фиг.1.

С помощта на $G^{\square}(s)$ е отразен обектът за управление, а с $Q(s)$ - регулаторът в системата. Предавателната функция $G^{\square}(s)$ е неизвестна, но се предполага, че номиналният модел $G^*(s)$ е познат априори. В структурата на фиг.1 номиналният модел $G^*(s)$ е вътрешен модел на системата за управление.

Ако е изпълнено условието $G^{\square}(s) = G^*(s)$, то системата за управление ще функционира като отворена, тъй като сигналът в обратната връзка е равен на нула. Предавателната функция на отворената $W_{ol}(s)$ и затворената система $W_{cl}(s)$ имат вида (1) и (2)

$$W_{ol}(s) = \frac{Q(s)G^*(s)}{1 - Q(s)G^*(s)}, \quad (1)$$

$$W_{cl}(s) = Q(s)G^*(s). \quad (2)$$

Изискването за следене на сигнала от регулируемата величина се свежда до из-

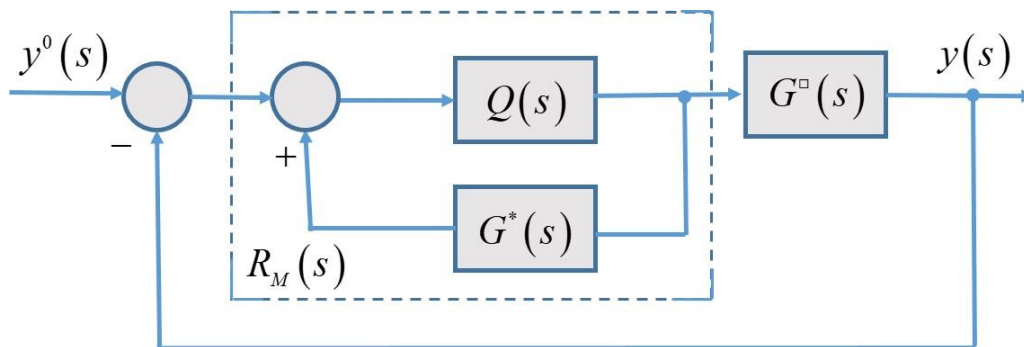
пълнение на условието (3)

$$Q(s) = \frac{1}{G^*(s)} \quad (3)$$

В този случай регулаторът $Q(s)$, теоретично, напълно компенсира динамичните закъснения в обекта на управление. Ето защо преходните процеси протичат много бързо.

Ако смущението, приведено към изхода на обекта на управление е различно от нула, $d(s) \neq 0$, сигналът в обратната връзка е също различен от нула. Следователно системата функционира като система за регулиране по отклонение. Ето защо, може да се обобщи, че въвеждането на номинален модел на обекта на управление обединява предимствата на отворените и затворените системи за управление, изразяващи се във високо бързодействие на системата и пълно компенсиране на смущенията.

Еквивалентното структурно преобразуване на схемата от фиг.1 води еднозначно до схемата от фиг.2, $d(s) = 0$.



Фиг.2.

Ако в структурата на фиг.2 $Q(s)$ и $G^*(s)$ се обобщят в една предавателна функция, означена с $R_M(s)$, то структурата на системата с вътрешен модел е аналогична на тази на класическа система, с един вход и един изход. Структурната схема, показана на фиг.2 е удобна за настройка на регулатора $R_M(s)$, (4).

$$R_M(s) = \frac{Q(s)}{1 - Q(s)G^*(s)} \quad (4)$$

Инверсният модел $G^*(s)^{-1}$ не може да бъде използван като основа при синтеза на регулатор, защото: ако номиналният модел $G^*(s)$ е минимално-фазов, то $G^*(s)^{-1}$ е неустойчив модел на обекта, това би довело до изискването за реализация на функцията диференциране от регулатора $Q(s)$, което е физически и технически енерализуемо. Затова в структурата на регулатора $Q(s)$ се включва филтър $F(s)$, който позволява физическата реализация на $Q(s)$, (5).

$$Q(s) = \frac{F(s)}{G^*(s)} \quad (5)$$

Филтърът $F(s)$ има следната обобщена предавателна функция (6)

$$F(s) = \frac{1}{(\lambda s + 1)^n}, \quad (6)$$

където степента n води до спазване на условието за физическа реализуемост.

За целите на настоящето изследване се приема следната предавателна функция на обекта за управление (7), поради широкото си разпространение като типов модел на редица индустриални обекти

$$G^*(s) = \frac{k^*}{T^*s + 1}. \quad (7)$$

$G^*(s)$ е предавателна функция на номиналния обект за управление. Предполага се, че има разлика в параметрите на обекта, описан с (7). Приема се следната предавателна функция $G^\square(s)$ на смутения обект (8)

$$G^\square(s) = \frac{k^\square}{T^\square s + 1}, \quad (8)$$

чийто параметрите са $T^\square > T^*$ и $k^\square > k^*$.

Съобразно фиг.1 и фиг.2 се записват зависимостите (9)-(12), съответно за регулатора $Q(s)$, за филтъра $F(s)$, необходим за физическата реализуемост на $Q(s)$, за регулатора $R_M(s)$, за предавателната функция на отворената система $W_{ol}(s)$.

$$Q(s) = \frac{T^*s + 1}{k^*\lambda s + k^*} \quad (9)$$

$$F(s) = \frac{1}{\lambda s + 1} \quad (10)$$

$$R_M(s) = \frac{T^*s + 1}{\lambda k^*s} \quad (11)$$

$$W_{ol}(s) = \frac{1}{\lambda} \frac{(T^*s + 1)}{k^*s} \frac{k^\square}{(T^\square s + 1)} \quad (12)$$

4. НАСТРОЙВАНЕ НА СВОБОДНИЯ ПАРАМЕТЪР λ ОТ КОМПЛЕКСНАТА РАВНИНА

В предавателната функция на отворената система (12) е обособен коефициент на Еванс - свободния параметър λ , който подлежи на настройка. Това позволява използвайки характеристичното уравнение на затворената система (ХУЗС) (13) и известните уравнения на модула и аргумента (14) и (15), спрямо ХУЗС да бъдат построени изомодулни и изоаргументни криви на комплексната предава-

телна функция на затворената система $W_{cl}(s)$, които могат да се използват за избор на параметъра λ .

$$1 + \frac{1}{\lambda} \frac{(T^*s + 1)}{k^*s} \frac{k^\square}{(T^\square s + 1)} = 0, \quad (13)$$

$$|W_{cl}(s)| = \left| \frac{1}{\lambda} \frac{(T^*s + 1)}{k^*s} \frac{k^\square}{(T^\square s + 1)} \right| = 1, \quad (14)$$

$$\angle W_{cl}(s) = \pm(2i + 1)\pi = \sum_{i=0}^m \psi_i - \sum_{j=1}^n \theta_j, \quad (15)$$

където $\square \psi_i, i = \overline{0, m}$ - брой нули на предавателната функция на $W_{cl}(s)$, $\square \theta_j, j = \overline{1, m}$ - брой полюси на предавателната функция на $W_{cl}(s)$.

За да се получат изомодулните криви на комплексната предавателна функция $W_{cl}(s)$ уравнение (13) се модифицира в (16) като се полага $s = \pm\sigma \pm j\omega$

$$\left| \frac{1}{\lambda} W_{ol}(\sigma, \omega) \right| = 1 \quad (16)$$

където $|W_{ol}(\sigma, \omega)| = \sqrt{[\operatorname{Re}^2(W_{ol}(\sigma, \omega)) + \operatorname{Im}^2(W_{ol}(\sigma, \omega))]}.$

Уравнение (16) показва, че за всяка стойност на коефициента на Еванс λ^{-1} съответства определена траектория с постоянна стойност на модула на отворената система.

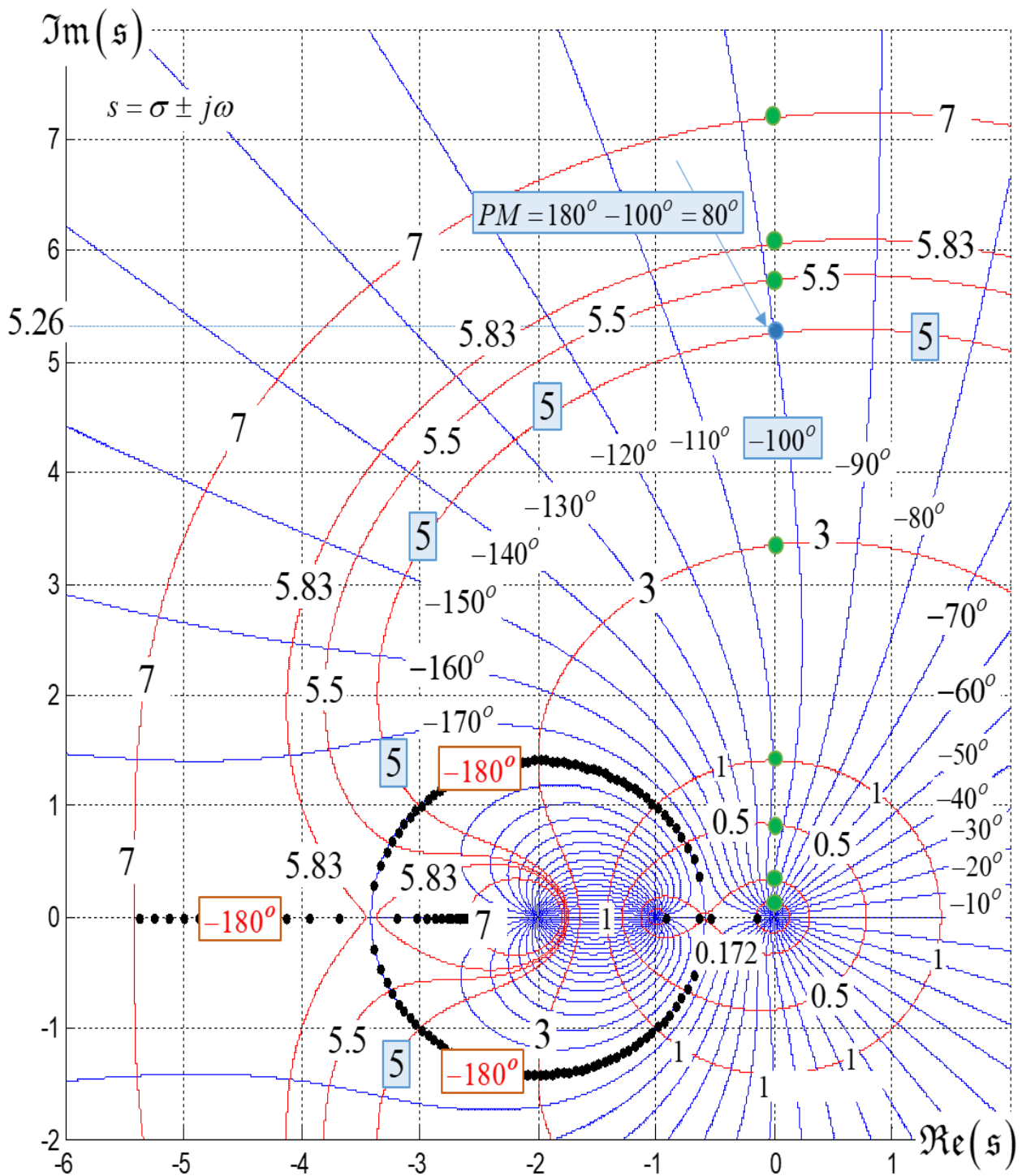
Изоаргументните контури се получават от (15), като се включат стойности на аргумента различни от $\pm(2i + 1)\pi$, (17)

$$\angle W_{cl}(\sigma, \omega) \neq \pm(2i + 1)\pi, \quad (17)$$

където $\angle W_{cl}(\sigma, \omega) = \tan^{-1} \left[\frac{\operatorname{Im}(W_{cl}(\sigma, \omega))}{\operatorname{Re}(W_{cl}(\sigma, \omega))} \right],^\circ.$

Уравнението на аргументите (17) не зависи от коефициента на Еванс.

На фиг.3 са построени изомодулните и изоаргументните контури на КПФ на затворената система $W_{cl}(s)$.



Фиг.3.

Уравнението на аргументите (15) характеризира формата на класическия ходографа на корените и показва, че при построяване на траекториите на корените на ХУЗС стойността на аргумента на $W_{cl}(s)$ се поддържа с постоянна стойност, кратна на $\pm 180^\circ$. На фиг.3 са показани изоаргументните контури за стойности на аргумента от -360° до 0° . Те са концентрирани на мястото на полюсите и нулите на предавателната функция на отворената система.

На фиг.3 са показани изомодулни контури за стойност на коефициента на Еванс, съответно $\lambda_1^{-1} = 0.07$, $\lambda_2^{-1} = 0.172$, $\lambda_3^{-1} = 0.5$, $\lambda_4^{-1} = 1$, $\lambda_5^{-1} = 3$, $\lambda_6^{-1} = 5$, $\lambda_7^{-1} = 5.5$, $\lambda_8^{-1} = 5.83$, $\lambda_9^{-1} = 7$.

Налагат се следните изводи от фиг.3.

- Стойностите на свободния параметър за $\lambda_2^{-1} = 0.172$ и $\lambda_8^{-1} = 5.83$ дават решение на ХУЗС - два еднакви реални корена. За кратните точки изомодулните контури се събират в обща точка.
- Изомодулните контури за $\lambda_2^{-1} < 0.172$ представляват окръжности около полюсите на предавателната функция на отворената система.
- При $\lambda_2^{-1} > 0.172$, изомодулните контури обхващат двата полюса, докато $\lambda_8^{-1} = 5.83$.
- За $\lambda_8^{-1} > 5.83$ изомодулните контури отново стават две окръжности, колкото са корените на затворената система, но контура около по-далечния корен обхваща окръжността на по-близкия.

По-общото представяне на свойствата на системата в комплексната равнина чрез изомодулните и изоаргументните контури дава възможност и за прякото определяне на запасите на устойчивост по модул и фаза по графоаналитичен път. Запасите по модул и фаза са много информативни, свързани са косвено, съответно с устойчивостта и с пререгулирането и бързодействието на затворената система.

В литературата [2] фиг.3 е позната като фазов ходограф на корените.

Изразът за получаване на запаса по модул GM е (18)

$$GM = \lambda_b^{-1} (\lambda^{-1})^{-1} = 1 \left(|W_{ol}(j\omega_{-\pi})| \right)^{-1}, \quad (18)$$

където честотата $\omega_{-\pi}$ е тази, при която аргументът на отворената система е

$$\angle W_{ol}(j\omega_{-\pi}) = -\pi.$$

Запасът по модул (18) се определя от пресичането на изоаргументната крива $\pm(2l+1)\pi$ съответната изомодулна крива за граничната стойност на λ_b^{-1} (ако има такава) и от пресичането на кривата $\pm(2l+1)\pi$ с изомодулната крива, за която е необходимо изчисление на GM .

На фиг.3 се вижда, че изоаргументен контур за -180° не пресича имагинерната ос, което означава, че запасът по модул на системата е $GM \rightarrow \infty$.

Изразът за получаване на запаса по фаза PM е (19)

$$PM = \pi + \angle W_{ol}(j\omega_1), \quad (19)$$

където честотата ω_1 е тази, при която модулет на отворената система $|W_{ol}(j\omega_1)| = 1$.

Запасът по фаза (19) се определя от пресичането на искан изомодулен контур за λ^{-1} имагинерната ос и графичното определяне на изоаргументния контур в тази точка. Получената стойност на изоаргументния контур отговаря на търсения запас по фаза.

В разглеждания случай, на системата илюстрирана на фиг.3, се отчитат стойности на запаса по фаза, в зависимост от настройваемия параметър λ , между изоаргументни контури -100° и -110° . Съгласно уравнение (19), например се отчита $180^\circ - 100^\circ = 80^\circ$.

В табл.1 са дадени точните стойности на запаса по фаза на системата и стойността на срязващата честота.

Таблица 1

λ	14.2857	5.814	2	1	0.333	0.2	0.1818	0.1715	0.1429
$PM, ^\circ$	86.1	81	72.8	70.5	75.8	80	80.7	81	82.4
$\omega_1, rad/s$	0.139	0.33	0.832	1.41	3.35	5.26	5.74	6.06	7.2

От фиг.3 се налагат следните съображения по настройката на параметъра λ .

- Затворената система за всички стойности на свободния параметър ще е устойчива и с апериодичен характер на преходния процес, тъй като стойността на запаса по фаза за всяко λ е по-голяма от 70° .
- От гледна точка на корените на затворената система - всички комплексно-спрегнати корени са с по-голяма по модул реална част от имагинерната част, което определя преобладаващо апериодичен характер на преходните процеси.
- По отношение на бързодействието на затворената система може да се заключи, че то зависи от стойността на свободния параметър. При малки стойности на λ затворената система ще се характеризира с по-голяма честотна лента (доминиращите корени са разположени по-далече до имагинерната ос) и обратно, табл.1.

5. АНАЛИЗ НА РОБАСТНИТЕ СВОЙСТВА НА СИСТЕМАТА

Направеният анализ в т.4 касае случая, когато има разлика между номиналния и смутения обект. Изследването на робастните свойства на системата предполага изпълнението на условията за робастна устойчивост и робастно качество (20) и (21)

$$|l_m T| \leq 1 \quad (20)$$

$$|y^o S| + |l_m T| \leq 1 \quad (21)$$

Относителната грешка в модела на обекта се описва с (22), функцията на допълнителна чувствителност, изведена по отношение на номиналния обект е (23), функцията на чувствителност има вида (24)

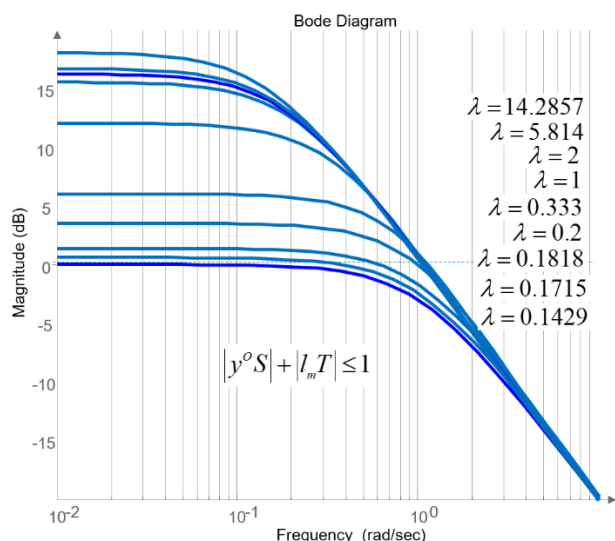
$$l_m = \frac{G^\square - G^*}{G^*} \quad (22)$$

$$T = W_{cl}(s) = F(s) = \frac{1}{\lambda s + 1} \quad (23)$$

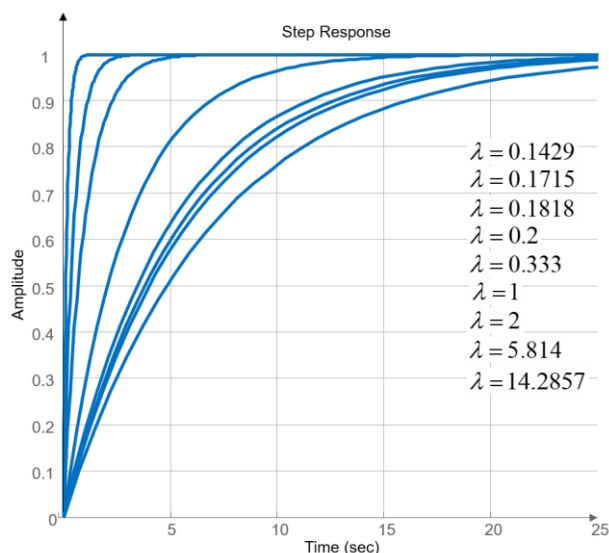
$$S = \frac{\lambda s}{\lambda s + 1} \quad (24)$$

Интерес представлява провеждането на изследване на робастната устойчивост и на робастното качество при различни стойности на свободния параметър.

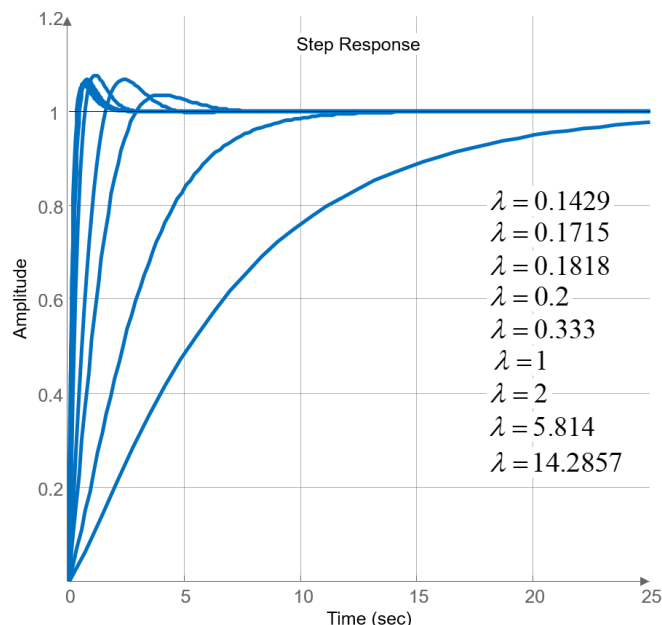
На фиг.4 са показани графичните резултати от изпълнението на условията (20) и (21).



Фиг.4.



Фиг.5.



Фиг.6.

Налагат се следните комплексни изводи и анализ, на база фиг.3-фиг.6.

- Случай $G^\square(s) = G^*(s)$, фиг.5.

При съвпадение на номиналния и смутения обект, затворената система се описва с (23). Въвеждайки филтър $F(s)$ в структурата на системата за управление и от (23), се вижда че динамичното поведение на затворената система се определя и зависи от настройката на параметрите на филтъра $F(s)$ - λ , наречен свободен параметър и n - ред на филтъра.

Малките стойности на λ , отговарят на голямо бързодействие, λ в този случай, има смисъл на времеконстанта, фиг.5.

В комплексната равнина затворената система се представя от един корен, чиято позиция спрямо имагинерната ос зависи от λ^{-1} . Малките стойности на λ водят до удовлетворяване на условията (20) и (21), фиг.4.

- Случай $G^\square(s) \neq G^*(s)$, фиг.6.

При разлика в моделите на номиналния и смутения обект, което е реалния случай, в описанието на затворената система фигурира динамиката на смутения обект. Характеристичното уравнение е описано с (13). В комплексната равнина се появява неопределеност и вече са налични два полюса и една нула, ситуацията показана на фиг.3. Когато λ е малко, преходните процеси имат сходен характер, изпълнени са условията за робастност, тъй като доминиращият корен е един. Увеличаването на стойността на λ води до бавни преходни процеси, различен характер на преходния процес, условията за робастност са нарушени, фиг.4 и фиг.6.

6. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Представен е графоаналитичен метод за оценяване на запасите по относителна устойчивост от комплексната равнина с цел избор на желана стойност на свободния параметър λ . Може да се направи заключение, че при обект описан с модел на апериодично звено и при априорна промяна в неговите параметри, прилагайки управление с вътрешен модел, гарантирането на качество при промяна в параметрите се постига при увеличаване на честотната лента на затворената система. Въпреки всичко бързодействието на реалната затворена система е ограничено, поради нулата в модела на затворената система. В идеалния (номиналния) случай бързодействието не е ограничено и могат да се получат нежелани управляващи въздействия.

ЛИТЕРАТУРА

- [1] Basso C., The Link Between the Phase Margin and the Converter Transient Response, Toulouse, Cedex1 – France, 2008.
- [2] Cavicci T. J., Phase-Root Locus and Relative Stability, IEEE Control Systems, pp. 69–77, Aug. 1996.
- [3] Nagurka M., T. R. Kurfess, Gain and Phase Margins of SISO Systems from Modified Root Locus Plots, IEEE Transactions on Education, pp. 123-127, June 1992.
- [4] Николова Н., Робастно репетитивно управление на системи с априорна неопределеност, монография, Изд. на Технически университет-София, ISBN 978-619-167-371-1, 2019.
- [5] Nikolova N., Analysis and synthesis of IMC-control systems, Cybernetics and Information Technologies Journal, Vol. 6, No 2, BAS, pp. 22-30, 2006.
- [6] Николова Н., Робастни системи за управление - методи за синтез, - ГОДИШНИК на ТУ-София, том 51, Изд. на Технически Университет-София, ISSN 0374-342X, стр. 101-113, 2000.
- [7] Николов Е., Приложни методи за управление на технологични процеси, част I, ТУ-София, 1999.

Автор: Весела Ангелова Карлова-Сергиева, доц. д-р, катедра „Автоматизация на Непрекъснатите Производства“, Факултет Автоматика, Технически Университет - София, ФА, кат. АНП, vaks@tu-sofia.bg

Постъпила на 15.10.2019 г.

Рецензент: проф. д-р Емил Николов

ФРАКТАЛНО УПРАВЛЕНИЕ НА РОТАЦИОНЕН ПНЕВМАТИЧЕН ИЗПЪЛНИТЕЛЕН МЕХАНИЗЪМ В ЛИНЕЙНАТА ОБЛАСТ НА РАБОТА

Борис Грасиани

Резюме: В работата се предлага фрактална системи за управление на ротационен пневматичен изпълнителен механизъм в линейната област на работа. За доказване на качества на синтезираната система е направена оценка на показателите за устойчивост, като е проведен сравнителен анализ със системата за управление от целочислен ред.

Ключови думи: пневматичен изпълнителен механизъм, запас по модул, запас по фаза, бързодействие, фрактално управление

FRACTIONAL CONTROL OF ROTARY PNEUMATIC ACTUATOR IN THE LINEAR AREA OF WORK

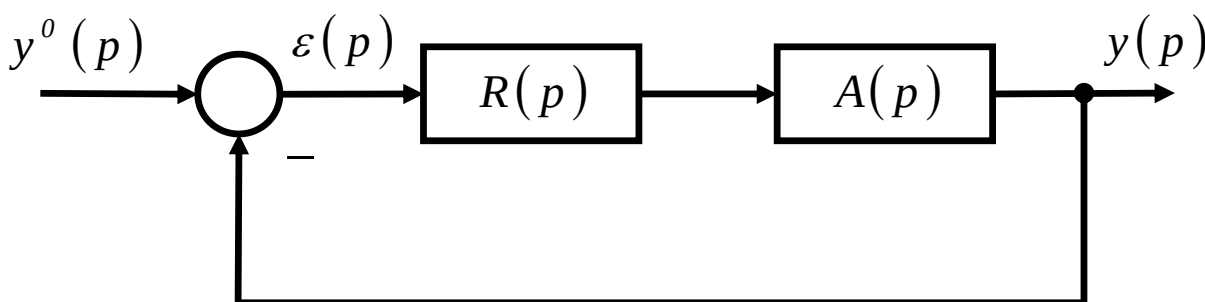
Boris Grasiani

Abstract: The paper proposes fractal control systems for a rotary pneumatic actuator in the linear area of work. In order to prove the qualities of the synthesized system, an evaluation of the stability indicators was carried out and a comparative analysis with the integer control.

Key words: rotary pneumatic actuator, gain margin, phase margin, quick response, fractional control

1. ВЪВЕДЕНИЕ

В литературата са известни, системи за управление от целочислен [3,4,5,13,15,16] и дробен ред [5,6,7,8,9]. Тяхната структура е показана на фиг.1. Разгледаните в настоящата разработка системи за управление се различават по използвания закон за управление. Използвани са следните означения $R(p)$ - регулатор, $A(p)$ - ротационен пневматичен изпълнителен механизъм (РПИМ), y^0 - входен сигнал, y - изходен сигнал, ε - грешката в системата.



Фиг.1.

Известни са [1,2] системи за управление от дробен ред, основаващи се на обобщеното дробно смятане. В случаите, когато доминиращи са параметричните смущения в обектите и едно от основните изисквания към качеството на системата е устойчивост и робастна устойчивост, прилагането на системи използващи алгоритми, основани на операторите от обобщеното дробно смятане е препоръчително като ефективно. Също така са познати [2,3,10,11,12,13] различни методи за настройка на целочислени регулатори: първи и втори метод на Ziegler-Nichols, Åstrom-Hägglund, графо-аналитичен метод [1,2,3,4,10], чрез позициониране на нулите и полюсите. В настоящата разработка е избран *°графо-аналитичен°* метод, чрез позициониране на нулите и полюсите, за настройка на PID регулатор от пълен ред при критерий - *°преходен процес със зададено пререгулиране°* и от дробен ред *метод за синтез - °полиномиалната рекурсивна апроксимация°* на регулатор при критерий - *°вертикален профил със зададени запаси на устойчивостта°*.

Целта на настоящата работа е да се синтезира система за управление от дробен ред на ротационен пневматичен изпълнителен механизъм и да бъдат сравнени свойствата ѝ с тези на система за управление от пълен ред; **задачите** които се поставят за постигане на целта са:

- синтезиране на системи за управление от целочислен и дробен ред;
- сравнителен анализ на синтезираните системи;
- оценка на запасите на устойчивост на синтезираните системи.

2. СИНТЕЗИРАНЕ НА СИСТЕМИ ЗА УПРАВЛЕНИЕ ОТ ЦЕЛОЧИСЛЕН И ДРОБЕН РЕД

В настоящата разработка се проектират системи за управление с целочислен PID (2) регулатор и D регулатор от дробен ред с предавателна функция (4.1) към ротационен пневматичен изпълнителен механизъм (1), който е определен в предходни [11,12] разработки. Избран е регулатор с диференциращ закон за управление от дробен ред, поради физическата същност на пневматичния изпълнителен механизъм. Параметрите за настройка на регулаторите са както следва: коефициентът на пропорционалност k_R , времеконстантата на интегриране T_I и времеконстантата на диференциране T_D , β ред на диференциране, който параметър е определен с (4.1÷4.11), използвайки метод описан в [6,8,9,14], а предавателната функция на регулатора от дробен ред с конкретните стойности е представена с (3).

$$W_{ПНМ}(p) = \frac{k_1 k_2}{(T_1 p + 1) T_i p (T_2 p + 1)} \quad (1)$$

$$k_1 = 6 ; k_2 = 1 ; T_1 = 0.018, \text{sec}; T_2 = 1.5, \text{sec}; T_i = 0.0007, \text{sec};$$

$$R_{PID}(p) = k_R \left(1 + \frac{1}{T_i p} + T_D p \right) \quad (2)$$

$$k_R = 0.0000422 ; T_i = 11.04, \text{sec}; T_D = 11.04, \text{sec}$$

$$R_{D_{NE}} = (D^{1.024})_{app} = \frac{(0.00001033 p + 1)}{(0.0000041 p + 1)} \cdot \frac{(0.000001225 p + 1)}{(0.0000004861 p + 1)} \cdot \frac{(0.000001452 p + 1)}{(0.0000005764 p + 1)} \quad (3)$$

$$R_{D_{NE}} = (D^\beta)_{app} = \left(\frac{1 + p(\omega_{bD})^{-1}}{1 + p(\omega_{hD})^{-1}} \right)^\beta \prod_{j=1}^N \left(\frac{1 + p(\omega_{Dj})^{-1}}{1 + p(\omega'_{Dji})^{-1}} \right), \quad (4.1)$$

$$\forall \omega(\bar{\ell}_a, \bar{\ell}_m) \in [\omega_{DB}], \{0 < \beta < 1\};$$

$$N \geq 5; \quad n' = 2(1 - (\pi)^{-1} PM_m^{nom}) \quad (4.2)$$

$$\omega_u > 250 \omega_c; \quad \alpha = n - n' = n - 2(\pi)^{-1} \arcsin(GM_m^{nom})^{-1} \quad (4.3)$$

$$\omega_{DA} = 1.1 \omega_u, \quad \lambda = (\omega_h \omega_b^{-1})^{(0.1 + \alpha)} \quad (4.4)$$

$$\omega_{DB} = 10 \omega_u; \quad \eta = \left((\omega_h \omega_b^{-1})^{N-1} \right)^{(0.9 - \alpha)} \quad (4.5)$$

$$\omega_b = 0.2 \omega_A, \quad \omega_0 = 0.85 \omega_{Ib}; \quad \omega'_{i+1} = (\lambda \eta)^i \cdot \eta^{0.5} \omega_b \quad (4.6)$$

$$\omega_h = 1.2 \omega_B; \quad \omega_{i+1} = (\lambda \eta)^i \cdot \lambda \cdot \eta^{0.5} \omega_b \quad (4.7)$$

$$(\omega'_{Di})^{-1} > (\omega_{Di})^{-1} > (\omega_0)^{-1}; \quad (4.8)$$

$$(\omega'_{Ii})^{-1} > (\omega_{Ii})^{-1} > (\omega_0)^{-1} \quad (4.9)$$

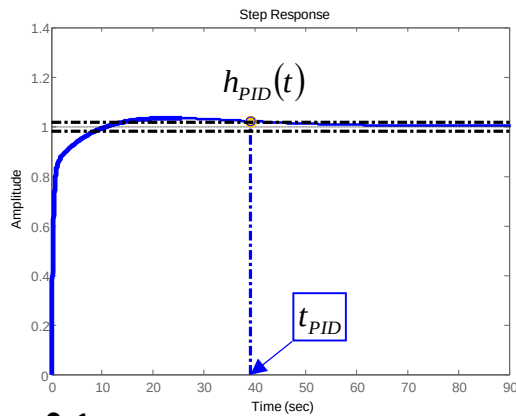
$$\omega_u > \omega_c; \omega_u \geq 250 \omega_c; \quad \omega_A > \omega_c; \quad \omega_B \gg \omega_c; \quad 0.5(\omega_{IA} - \omega_{DB}) \leq (\omega_u - \omega_c) \quad (4.10)$$

$$\omega_b > \omega_c; \omega_b < \omega_A; \quad \omega_h > \omega_B; \quad (\lambda \eta)_{opt} = 3.98; \quad (\omega_h / \omega_b)_{opt} = 250 \div 600, \quad (4.11)$$

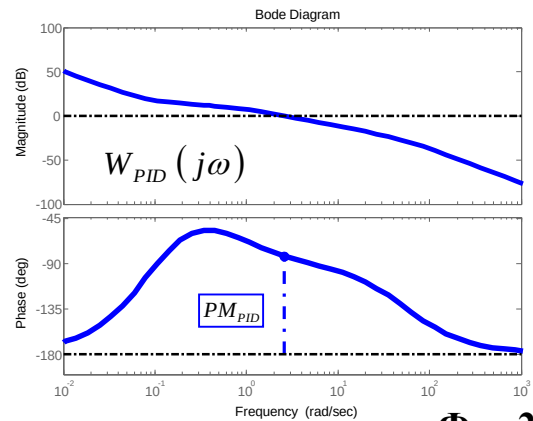
D^β	-фрактален оператор (оригинална, ирационална функция);
D_{app}^β	-апроксимиращ оператор (апроксимация на оригинала, рационална функция);
i, j	-брояч на съставлящите на апроксимация полином (цели числа);
M, N	-брой на участващите форсиращи звена в апроксимация полином (цели числа);
GM, PM	-желани стойности на запаси на устойчивостта по модул и фаза на проектираната система;
$(\omega_i)^{-1}, (\omega'_i)^{-1}$	-времеконстанти на участващите форсиращи звена в апроксимация полином (реални, положителни числа);
$\omega_u, (\omega_u)^{-1}$	-единична честота и основна времеконстанта на фракталния регулатор;
n'	-ред на модела на обекта;
ω_b, ω_h	-най-ниска и най-висока честота на апроксимацията;
ω_A, ω_B	-долна и горна честота на диапазона на апроксимацията;
λ, η	-рекурсивни фактори (показатели на рекурсията).

Двете синтезирани системи за управление са моделирани и симуирани в средата на *Matlab*. Техните времеви и честотни характеристики са визуализирани на фиг.2. и фиг.3. Използвани са следните означения: $h_{PID}(t)$ - преходна характеристика (фиг.2.1.) на система с целочислен *PID* регулатор; $h_{D_{NE}}(t)$ - преходна характеристика (фиг.3.1.) на система с D_{NE} регулатор от дробен ред; $W_{PID}(j\omega)$ - честотна характеристика на отворената система (фиг.2.2., фиг.2.3., фиг.2.4.) с целочислен *PID* регулатор; $W_{D_{NE}}(j\omega)$ - честотна характеристика на отворената система (фиг.3.2., фиг.3.3., фиг.3.4.) с D_{NE} регулатор от дробен ред;

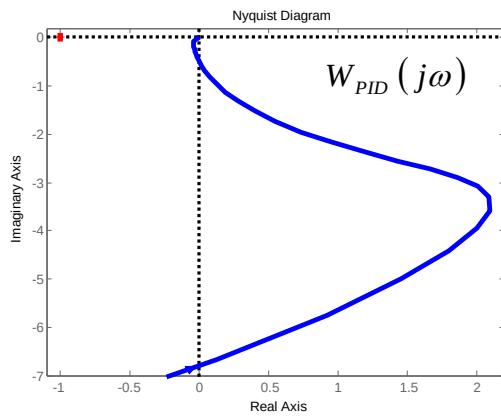
От проведените симулации се вижда, че и двете синтезирани системи са устойчиви, но се различават по времето за регулиране и по запасите на устойчивост.



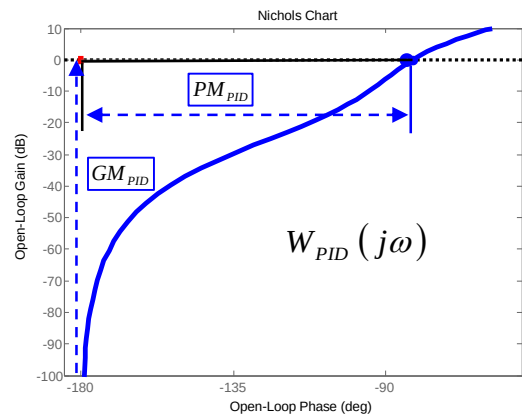
Фиг.2.1.



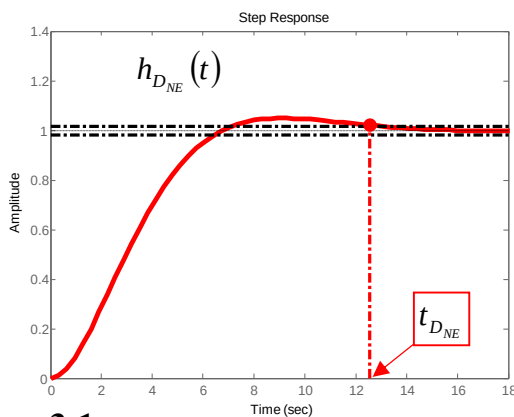
Фиг.2.2.



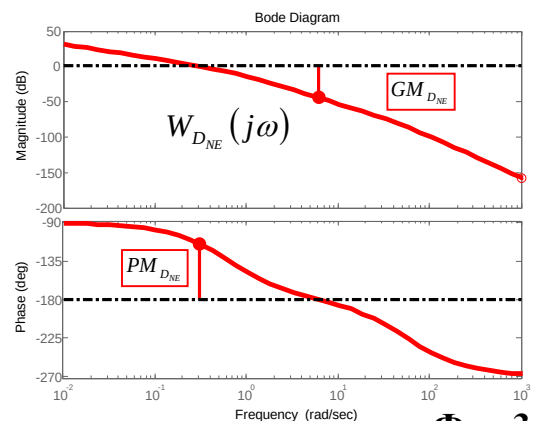
Фиг.2.3.



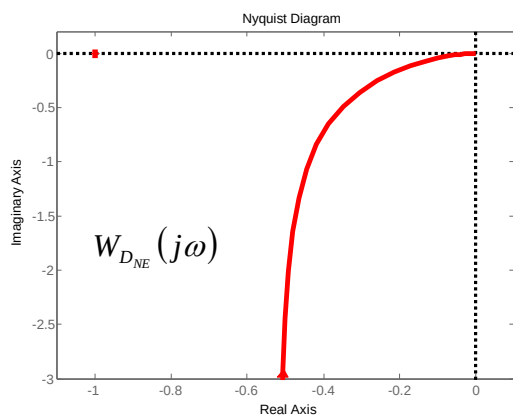
Фиг.2.4.



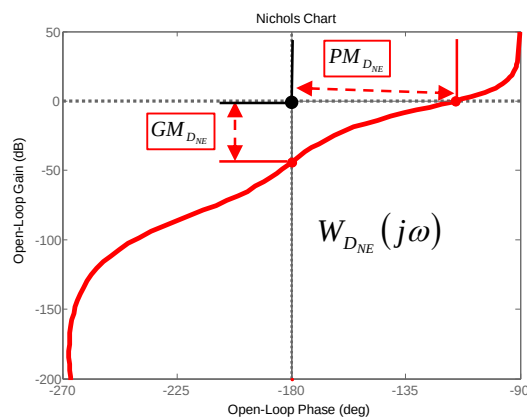
Фиг.3.1.



Фиг.3.2.



Фиг.3.3.



Фиг.3.4.

3. СРАВНИТЕЛЕН АНАЛИЗ НА СИНТЕЗИРАНИТЕ СИСТЕМИ

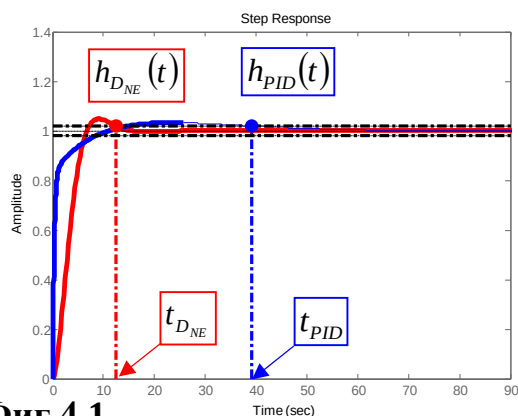
В настоящата разработка се предлага сравнителен анализ на синтезираните системи, за да може да бъде направена оценка на показатели за качество на системите за управление.

На фиг.4.1 са визуализирани следните характеристики: преходните функции на анализираните системи $h_{PID}(t)$ и $h_{D_{NE}}(t)$, а на фиг.4.2, фиг.4.3, фиг.4.4 - честотните характеристики на отворените системи $W_{PID}(j\omega)$ и $W_{D_{NE}}(j\omega)$ в пространствата на Bode, Nyquist и Nichols.

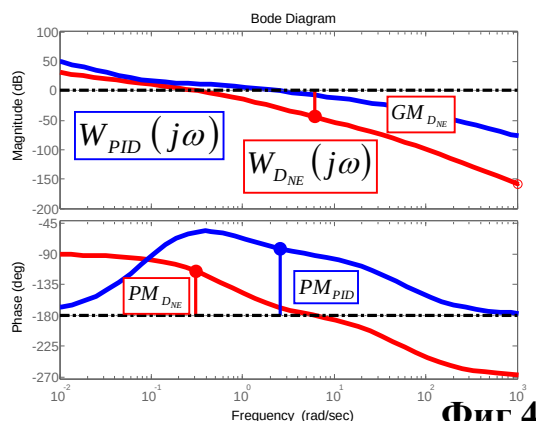
От преходните функции може да се направи изводът, че системата с D_{NE} регулатор от дробен ред е със значително по-голямо бързодействие (5) в сравнение със системата с целочислен PID , а преходния процес е с пререгулиране от 5%.

От честотните характеристики на отворените системи (фиг.4.2., фиг.4.3., фиг.4.4.) може да бъде направена оценка на запасите по модул и фаза на системите.

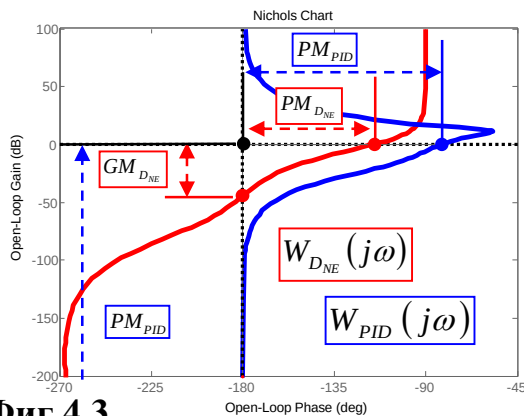
Системата $W_{PID}(j\omega)$ е с по-големи запаси по модул (6) и фаза (7) в сравнение със системата $W_{D_{NE}}(j\omega)$ за управление. Стойностите на запасите на устойчивостта и на бързодействието на синтезираните системи са обобщени в табл.1.



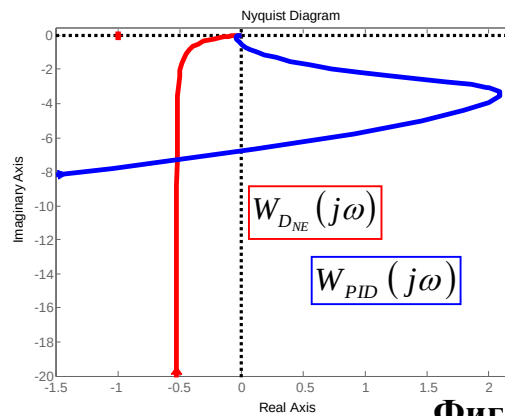
Фиг.4.1.



Фиг.4.2.



Фиг.4.3.



Фиг.4.4.

$$t_{PID} \lll t_{DNE} \quad (5)$$

$$GM_{PID} \ggg GM_{DNE} \quad (6)$$

$$PM_{DNE} \lll PM_{PID} \quad (7)$$

Таблица 1

	GM	PM	Settling time
W_{PID}	∞ (dB)	97.8 (deg)	39.1 sec
W_{DNE}	44.3(dB)	64.7(deg)	12.6 sec

4. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Основните резултати в настоящата разработка могат да бъдат обобщени като:

- синтезирани са системи за управление на РПИМ в линейната област на работа, използвайки **графо-аналитичен метод** при критерий преходен процес със зададено пререгулиране, а за системата за управление от дробен ред е използван **методът за синтез - °полиномиалната рекурсивна апроксимация°** при **критерий - °вертикален профил със зададени запаси на устойчивостта°**;
- синтезираните системи за управление са моделирани и симулирани в средата на MATLAB;
- направен е симулационен сравнителен анализ на работата на синтезираните системи, както във времевата така и в честотната област на работа;
- направена е оценка на някои показатели на качеството: запасите по модул и фаза на синтезираните системи;
- направена е оценка на бързодействието на синтезираните системи.

В заключение може да се отбележи, че по-голямото бързодействие на системата с регулатор от дробен ред в сравнение с това на системата с целочислен е предимство, защото пневматичните изпълнителни механизми имат сами по себе си много голямо бързодействие.

ЛИТЕРАТУРА

- [1] Houpis C., S. Rasmussen (1999), *Quantitative Feedback Theory*, Marcel Dekker Inc., 1999
- [2] Luis Maret (1987), *Régulation automatique*, ISBN2-88074-143-6, 1987, 428 p.
- [3] Nikolov E., S. Enev (2009), *Asservissement et Régulation Continue*, Sofia 2009, © 2009 Publishing House of Technical University of Sofia; ISBN-978-954-438-814-0, 160 p.
- [4] Kostadin Kostov, *Asservissement et Régulation - Travaux de laboratoire et exercices assistée par ordinateur*, © 2007 Université Technique de Sofia, ISBN 978-954-438-604-7, 2007, 116 p.
- [5] Nikolov E., D. Jolly, N. Nikolova, B. Benova (2005), *Commande Robuste*, Sofia 2005, © 2005 Publishing House of Technical University of Sofia, ISBN 954-438-500-2, 216 p.
- [6] Nikolov E. (2004), *Fractional Order Control Algorithms and Controllers*, © 2004 Publishing House of Technical University of Sofia, ISBN 954-438-395-6, 208 p.
- [7] Nikolov E. (2004), *Special Mathematical Functions and Fractal operators*, Sofia, © 2004 Publishing House of Technical University of Sofia, ISBN 954-438-423-5, 2004, 108 p.
- [8] Nikolov E. (2008), *Fractional Robust Dead-Time Compensation in the Control System*, *Automatics and Informatics Journal*, 3/2008, 2008 Union of Automatics and Informatics, ISSN 0861-7562, pp.49-60
- [9] Nikolov E. (2009), *Fractional ML- Control Systems*, *Journal of the Technical University Sofia Plovdiv Branch, Bulgaria „Fundamental Sciences and Applications”*, © 2009 Technical University Sofia, Branch Plovdiv, ISSN 1310 - 271, vol. 14 (1) 2009, pp.63-80
- [10] Весела Карлова (2013), *Проектиране на системи за управление с гарантирано качество*, 2013 Издание на ТУ-София, Радикс ООД, ISBN 978-619-7140-01-9, ISBN 978-619-7140-02-6, 163 стр.
- [11] Грасиани Б. (2019), *Управление на пневматичен изпълнителен механизъм в линейната област на работа*, Международна конференция АВТОМАТИКА'2019, ФА, 31.05-03.06.2019 Созопол, © 2019, Изд. на Технически Университет София, Том 69, книга 2, ISSN 1311-0829, 149-156 стр.
- [12] Грасиани Б. , Маринчев А. (2018) , *Моделиране и изследване на ротационен пневматичен изпълнителен механизъм*, Годишник на ТУ-София , ISSN 1311-0829, Vol 68, (3), 65-74 стр.
- [13] Маджаров Н., И. Томов, *Инженерни методи за проектиране на системи за автоматично управление*, Техника, С., 1978.

[14] Николов Е. (2015), *Фрактално управление, част 2* (приложение на операторите от обобщеното подробно смятане в системите за управление, филтри), Изд. на Технически университет - София , ©2015г. , ISBN: 978-619-167-186-1 , 198 стр.

[15] Николова Н. , Николов Е. (2009), *Приложни методи за управление на технологични процеси* (ръководство за лабораторни упражнения), Изд. на Технически университет - София , © 2009г. , ISBN: 978-954-438-784-6 , 120 стр.

[16] Нина Г. Николова (2019), *Робастно репетитивно управление на системи с априорна неопределеност*, Изд. Технически Университет София, 2019, 176 стр.

Автор: Борис Грасиани, гл. ас. д-р инж., катедра „Автоматизация на Непрекъснатите Производства“, Факултет Автоматика, Технически Университет - София, E-mail adress: bgrasiani@tu-sofia.bg

Постъпила на 22.10.2019 г.

Рецензент: проф. д-р Емил Николов

ИЗСЛЕДВАНЕ НА ПРИЛОЖИМОСТТА НА GSM ЗА ТРАНСЛАЦИЯ НА КОНВЕРТИРАНИ В ЗВУК БИОМЕДИЦИНСКИ СИГНАЛИ

Иван К. Кънев

Резюме: Транслирането на разнотипни данни (информация), по GSM канала, е предизвикателна задача, тъй като основното предназначение на този тип комуникация е предаване на гласови съобщения (voice communication), при което други форми на сигналите се потискат в максимална степен. Отчитайки този факт, в настоящата статия се представя подход, при който определени сигнали, снети от човешкото тяло (биомедицински сигнали), се трансформират в аудио формат и за транслирането им до отдалечен потребител се използва именно GSM, в стандартен режим на трансляция - аудио комуникация. Обект на изследване е спецификата на аудио канала и по-специално честотната му лента, която е от значение за прекодирането на биосигналите в звук. За провеждане на изследването, в лабораторни условия, е разработена опитна установка, а резултатите са регистрирани и обработени в средата на MATLAB. Направено е заключение относно надеждността на аудиокомуникацията чрез GSM, за предаване на биомедицински сигнали.

Ключови думи: Амбулаторно мониториране, пациентна телеметрия, GSM приложения в медицината

RESEARCH ON THE APPLICABILITY OF GSM FOR TRANSLATION OF SOUND CONVERTED BIOMEDICAL SIGNALS

Ivan K. Kanev

Abstract: Broadcasting of various types of data over GSM channels is a challenging task, since the main purpose of this type of communication is voice communication, whereby other forms of signals are suppressed to the maximum extent. Considering this fact, this article presents an approach whereby certain signals taken from the human body (biomedical signals) are transformed into audio format (a process known as sonication) and used to transmit to a remote user GSM, in standard translation mode - audio communication. The subject of study is the specificity of the audio channel and in particular its frequency band, which is important for the transcoding of bio signals into sound. An experimental unit was developed for laboratory testing and the results were recorded and processed in MATLAB. A conclusion is made regarding the reliability of audio communication via GSM for transmitting biomedical signals.

Keywords: Ambulatory patient monitoring, patient telemetry, GSM applications in medicine

1. ВЪВЕДЕНИЕ

С развитието на технологиите и уплътняването на комуникационните канали, все по-честото възникват колизии при трансфера на данни. Направено проучване в болнична среда [1] показва че от 194 докладвани проблеми при телеметрично мониториране на пациенти, за приблизително 4-годишен период, 38% са класифицирани като комуникационни проблеми. В съвсем ново изследване [2] се оценява влиянието на най-новите технологични решения (свързани с LED осветлението, IoT системите и др.) върху надеждността на комуникационните канали в телеметричните медицински системи. Налага се изводът, че за да се гарантира висока надеждност на комуникационните канали в пренаситения ефир е необходим сериозен предварителен разчет и проектантски (архитектурни) решения, позволяващи съвместяването на подобен тип системи.

Така се стига до идеята за телеметрично предаване на биомедицински сигнали, чрез най-масовия способ за отдалечена свързаност - звуковата комуникация. На практика тя е най-лесно осъществима и се поддържа от почти всички съвременни средства за комуникация, включително и някои по-стари, като напр. стационарните телефони. В допълнение, този вид комуникация не изисква специални мерки за защита (криптиране) на данните, тъй като използва стандартните канали за трансфер, осигурени от комуникационните компании.

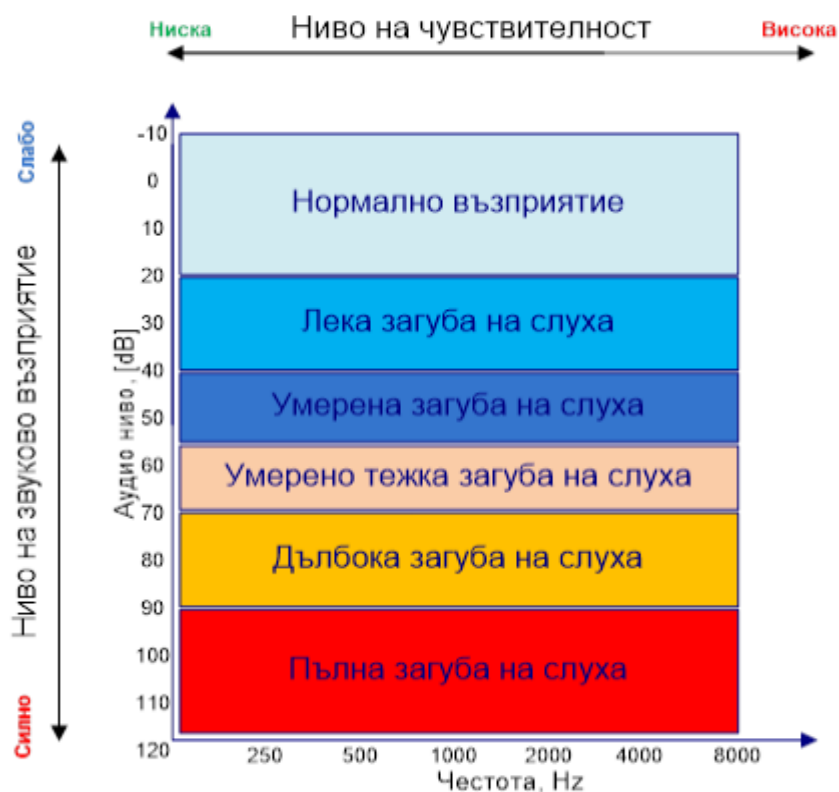
За да се реализира на практика тази идея, е необходимо биомедицинския сигнал да се трансформира в звук (сонифицира). Сонификация на електрокардиографски сигнал (ЕКГ) е представена в няколко публикации, като подход за ритъмен анализ на сърдечната дейност [3], [4], или като средство за звукова интерпретация на разпознати сърдечни патологии при дълговременни записи [5]. В публикация [6] са представени пилотни резултати от изследвания, свързани с ЕКГ сонификацията.

Допълнително предимство при използването на комуникационния аудио канал на мобилните телефони е, че имаме двупосочна връзка и то в реално време, т.е. от едната страна наблюдаваното лице (пациент) от другата страна - медицинско лице, или друг специалист, от отдалечен медицински център, може да дава инструкции за необходимите животоспасяващи процедури в една критична ситуация. Благодарение именно на този вид комуникация отпада необходимостта от отделен канал за данни.

2. МЕТОД

Както е известно човешката реч е звук с честотен спектър $0.08 \div 12$ kHz, който съдържа доста излишна информация.

В аналоговите комуникационни канали този спектър се ограничава още ($0.3 \div 5$ kHz) [7], като се съобразява и със звуковото възприятие (аудиограмата) на средностатистически индивид ($-10 \div 20$ dB), представена на фиг.1.

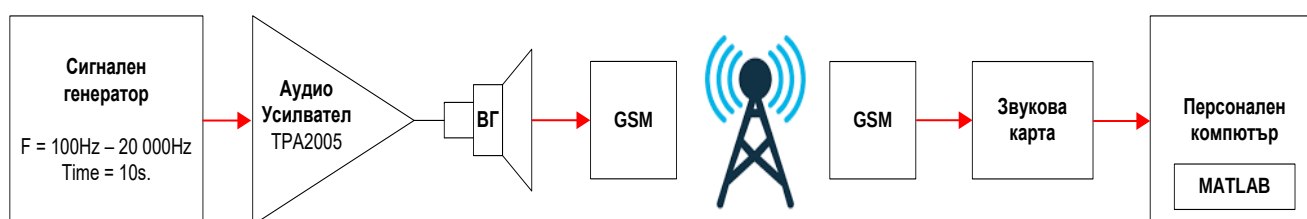


Фиг.1. Аудиограма на звуковото възприятие от човека.

Според някои фирмени описания мобилните телефони са проектирани да възприемат, транслират и възпроизвеждат честоти в диапазона от 300 до 4000 Hz. Ограничаването на звуковия честотен диапазон намалява обема данни, съставляващ дигитализирания звук, в съответствие със зависимостта на Nyquist, като по този начин се цели облекчаване на натоварването на клетъчните мрежи и увеличаване на пропускателната способност на каналите. Следва да се отбележи, че гласовият GSM канал има висок приоритет, ниска латентност и високо качество на обслужване (Quality of Service), в сравнение с останалите поддържани информационни потоци и съответстващите им типове данни [8] (wi-fi, video stream, radio, internet). Тази приоритетизация е безусловна от гледна точка на основното предназначение на мобилните телефони - свързаност и гласова комуникация от всяка точка и по всяко време. В различните поколения GSM (3G, 4G LTE, 5G) се наблюдава непрекъснато подобряване на услугите, изискващи повисоки скорости на обмен и трансляция на по-големи обеми от данни, но отново приоритетът на гласовия канал остава най-висок, като всяко позволява прекъсване което и да е активирано приложение.

С цел прецизиране на оценката относно възможностите на стандартни GSM апарати, за надеждно транслиране на предварително конвертирани в звук биомедицински сигнали, бяха проведени експериментални изследвания в лабораторни условия. Получените резултати са представени по-долу. За провеждане на експериментите бе реализирана лабораторна установка, в конфигурация представена на фиг.2, която включва стандартно оборудване, а именно:

- функционален генератор RIGOL DG1032z;
- аудиоусилвател с високоговорител реализиран със специализирана схема TPA2005;
- предаващ GSM апарат Lenovo P70-A с операционна система Android v. 4.4.4;
- приемащ GSM апарат iPhone XS - iOS;
- персонален компютър с аудиокарта за връзка с приемащия GSM апарат.



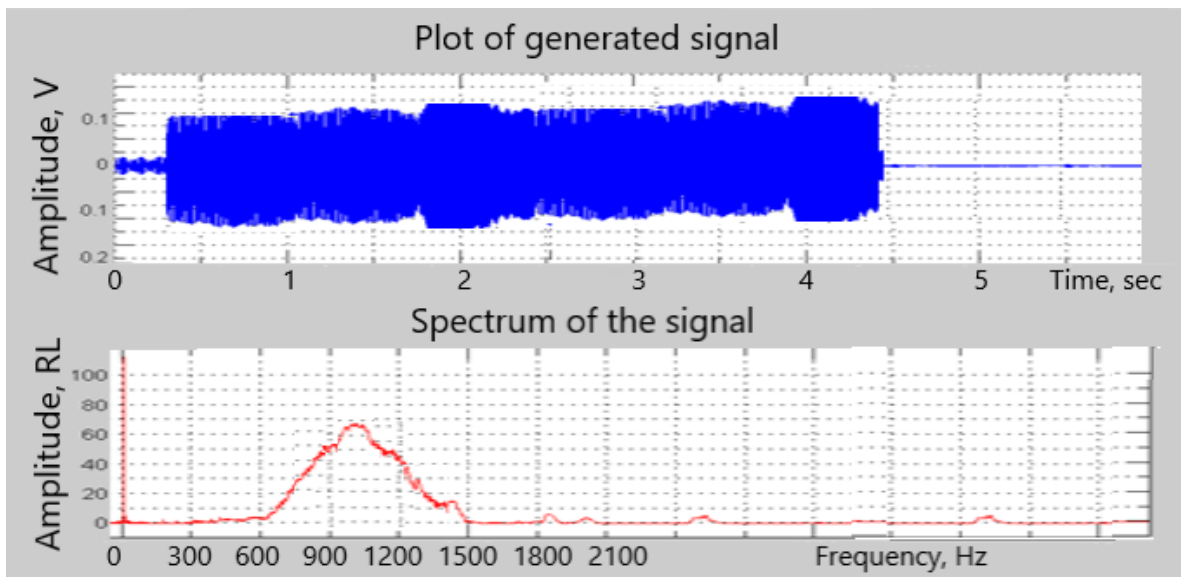
Фиг.2. Опитна установка за експериментални изследвания в лабораторни условия на аудио характеристиките на GSM апарати.

Освен получаване на информация относно някои непълни каталожни данни свързани с честотния спектър на GSM апаратите, в режим гласова комуникация, целта на изследването бе, да се направи съпоставка на точността при квантоване по ниво и по честота на транслирания аудио сигнал. За отправна точка бяха взети параметрите при широко използвания режим на дигитализация на електрокардиографския сигнал. Известно е, че ЕКГ сигналят се преобразува, с достатъчно добра точност, от аналогов в цифров вид, при 8-битово конвертиране, което съответства приблизително на 250 нива. По аналогия следва да се установи, дали с 250 честоти (със стъпка 1 Hz), биха могли да възпроизведат достатъчно точно същия сигнал. Естествено във втория случай следва да се отчете, че се има предвид комплексен сигнал съставен от две компоненти - носеща честота в звуковия диапазон (съобразно спектралните характеристики на GSM апаратите) и модулираща честота (девиация), която е самият биомедицински сигнал (в случая ЕКГ „описано“ с честотна девиация 250 Hz).

За провеждане на изследването от сигнал генератора се подава сигнал в режим на плавно линейно изменение на честотата (sweep mode), като избраният честотен диапазон е: 300Hz до 5000Hz. Този сигнал се възпроизвежда звуково чрез аудиоусилвателя и високоговорителя. В режим на гласова комуникация (стандартен разговор по телефон), аудио сигналят се предава от първия GSM апарат към втория GSM, който е свързан като входно устройство с аудио картата на персонален компютър. Предаващият и приемащият тракт от конфигурацията бяха разположени в съседни, звуково отделени помещения. Аудиокартата работеше в стандартен режим на конвертиране на аналоговия сигнал по линията, с честота на дискретизация 44Ks/sec.

3. ЕКСПЕРИМЕНТАЛНИ РЕЗУЛТАТИ

Първоначално експерименталните изследвания бяха насочени към оценка на спектралните характеристики на GSM апарат при транслиране на аудиосигнал. Визуалното представяне и последващия анализ са направени в MATLAB (фиг.3). На първата графика е представен тестовият синусоидален сигнал, синтезираният от функционалния генератор. На втората графика е представен изчисленият спектър на транслирания аудио сигнал, след преобразуването му от аудио картата на компютъра. Както се вижда, от резултатите, спектърът на аудио сигналите е допълнително орязан, като максимумът в честотната лента е около 1 kHz.



Фиг.3. Тестови сигнал и спектър на транслирания аудиосигнал.

Фрагмент от програмата на MATLAB, включва следния код:

```
% Sweep from 300Hz to 5000Hz, record time = 270 sec
% Reading the File
file1='sweep_5segment_trimmed.wav';
% y = Signal, fs = Sampling Frequency
[y,fs] = audioread(file1);
% Signal length
L=length(y);
% Sample period
t=(1000*(0:1/fs:(L-1)/fs))';
n = 2^nextpow2(L);
% FFT of signal
Y=fft(y,n);
% Normalization of amplitude
P = abs(Y/n);
```

Съобразно с първоначално получените данни, бе проведено и допълнителен експеримент с предаване на реален електрокардиографски сигнал - запис (A1001D1.DAT) от стандартизирана база данни АНА [9]. Фрагмент от програмата, на MATLAB за четене на файла и цифрова модулация, включва следния код:

```
fp=fopen('D:\AHA_250Hz\A1001D1.DAT','r');  
% Open file and create file pointer , Fs=250Hz, V=5uV/bit  
RecLen=10000;  
d=fread(fp,RecLen,'int16');  
%Read 1500 discrets from file  
d = upsample(d,32);  
%Upsampling Fs_new=Fs*25; Inserting of N-1 (31) zeros in signal  
d=d*0.005; % digits to millivolts  
Time=0.000125:0.000125:RecLen*0.000125*32;  
% Time vector %x=zeros([RecLen 2]);  
x(1:RecLen*32,1)=d;  
x(1:RecLen*32,2)=d;  
xy=fmmmod(x,500,8000,90);
```

На фиг.4 в графичен вид са представени, както следва: на първата графика е оригиналният сигнал от базата данни; на втората е комплексният сигнал с носеща честота 1 kHz и девиация 250 Hz.

На третата графика е транслираният сигнал, след запис в паметта на аудиокартата и последваща цифрова демодулация; четвъртата графика визуализира грешката между оригиналния и транслирания сигнал.

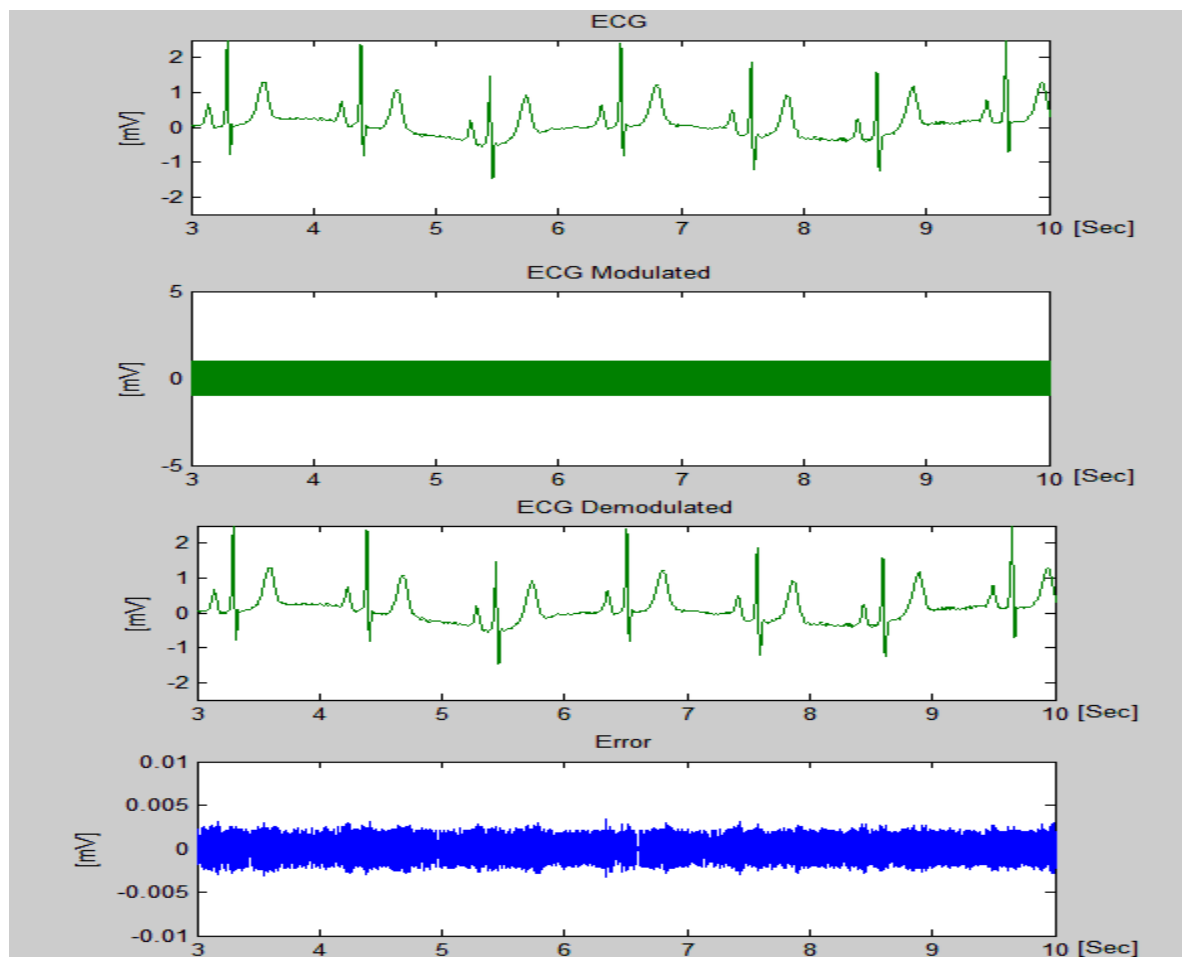
Както се вижда грешката е под 0.2%, което е съизмеримо с адитивната грешка от преобразуване и смущения по захранване.

4. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Акустичните характеристики на GSM апаратите са съобразени с перцепционните способности на слуховия апарат на човека. Същевременно, с цел предаване на все по-големи обеми данни с висока скорост, се налага оптимизиране на работните режими и максимално уплътняване на каналите за комуникация. Често това е за сметка на аудиокомуникацията. Различните доставчици на подобни услуги (мобилни оператори) прилагат различни способи, но аудио комуникацията остава с най-висок приоритет (на този етап), съобразно основното предназначение на мобилните телефони.

В резултат на проведените изследвания, представени в настоящата статия, се установи, че е възможно надеждно предаване на аналогови сигнали, които са предварително конвертиран в звук (аудио). Тези резултати откриват възможност за приложение на стандартната аудиокомуникация в редица апаратни реализа-

ции свързани с персонализираното здравеопазване. Такива са амбулаторните системи, телеметричните пациентни монитори, системите за бърза помощ, асистиралите системи за възрастни и хора с увреждания. Настоящият материал е и отправна точка за допълнителни изследвания свързани с уплътняване на аудиоканала, в зависимост от характеристиките на биосигналите.



Фиг.4. Резултати при транслиране на ЕКГ сигнал - запис от стандартизирана база данни АНА.

БЛАГОДАРНОСТИ

Извършените изследвания и получените резултати са във връзка с изпълнение на проект № 192ПД0005-03, финансиран от субсидията за научни изследвания в ТУ-София.

ЛИТЕРАТУРА

- [1] Pennsylvania Patient Safety Authority, Vol. 6, No 3, 2009
- [2] Hanada E. Ishida K., Kudou T., *Newly identified electromagnetic problems with medical telemetry systems*, Przegląd Elektrotechniczny, ISSN 0033-2097, R. 94 NR 2/2018

- [3] Mihalas G., Sorin P., et al., *Sonic Representation of Information: Application for Heart Rate Analysis*, 24th International Conference of the European Federation for Medical Informatics Quality of Life through Quality of Information, 2012
- [4] Blanko L.A., L., Aldana B., Steffen G., Thomas H., *CardioSounds: Real-time Auditory Assistance for Supporting 4Cardiac Diagnostic and Monitoring*, 12th International Audio Mostly Conference, DOI: 10.1145/3123514.3123542, 2017
- [5] Kather J., Thomas H., et al., *Polyphonic sonification of electrocardiography signals for diagnosis of cardiac pathologies*, Scientific Reports **7**, Article number: 44549 doi:10.1038/srep44549, 2017
- [6] Iliev I., Tabakov S., Dotsinsky I. *High-risk patients telemetry by ECG sonification*. Annual Journal of Electronics, vol. 5, No 2, pp. 57-59, 2013, ISSN 1314-0078
- [7] Z. Dempsey, "Fourier Analysis of Smartphone Call Quality", Available [Online]: https://ir.library.oregonstate.edu/concern/undergraduate_thesis_or_projects/gq67js49g , Oregon State University 2017
- [8] M. Akif, S. Berna, "Data Transmission via GSM Voice Channel for End to End Security", IEEE International Conference on Consumer Electronics Berlin (ICCE-Berlin), Berlin, Germany, 6-9 September, 2015
- [9] <https://www.physionet.org/physiobank/database/ahadb/>

Автор: Иван Красимиров Кънев, маг. инж., катедра „Електронна техника“, Факултет електронна техника и технологии, Технически Университет-София, E-mail address: ikanev@icloud.com

Постъпила на 22.10.2019 г. **Рецензент:** доц. д-р Серафим Димитров Табаков